

DER BAUINGENIEUR

23. Jahrgang

20. September 1942

Heft 37/39

DIE LOTRECHTEN EIGENSCHWINGUNGEN DER HÄNGEBRÜCKEN.

Von Professor Dr.-Ing. K. Klöppel und Dr.-Ing. K. H. Lie, Darmstadt.

DK 624.5:534.1

Die Hängebrücken zeichnen sich bekanntlich durch ihre Weichheit aus. Um ihr dynamisches Verhalten zu beurteilen, ist die Erkenntnis der Eigenschwingungen von Wichtigkeit. Zu diesem Zweck werden im folgenden einfache Formeln zur Berechnung der lotrechten Eigenschwingungen der Hängebrücken entwickelt. Eine ausführliche Behandlung der freien und erzwungenen Schwingungen der Hängebrücken wird demnächst an einer anderen Stelle veröffentlicht.

I. Aufstellung der Grundgleichung.

Der in Abb. 1 skizzierte Versteifungsträger AB, der in einer seiner Hauptbiegeebenen (Bildebene) durch eine stetig verteilte ruhende Belastung q_b (einschließlich Eigengewicht mit dem spezifischen Gewicht γ) sowie durch zeitlich veränderliche Lasten $P(x, t)$ beansprucht wird, befindet sich im Schwingungszustand. Wir schneiden ein Element dx aus dem Träger heraus und betrachten sein Gleichgewicht (Abb. 2). Die der linearen Bewegung (η) entgegengerichtete Trägheitskraft des Elementes dx beträgt mit g = Erdbeschleunigung und unter der Annahme, daß die Masse der Lasten $P(x, t)$ sehr klein ist und vernachlässigt wird,

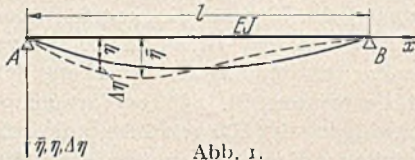


Abb. 1.

$$(1) \quad dR_1 = \frac{q_b dx}{g} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2}$$

Die der Drehbewegung ($\bar{\tau}$) entgegengerichtete Trägheitskraft $d^2 R_2$ des Elementes $dF \cdot dx$ lautet mit $\bar{\tau} = \partial \eta / \partial x$

$$(2) \quad d^2 R_2 = \frac{\gamma dF dx}{g} \frac{\partial^3 \eta}{\partial x \partial t^2} c,$$

und zwar sind

$$dR_2 = \int_F d^2 R_2 = 0$$

und

$$(3) \quad dM_{R_2} = \int_F c d^2 R_2 = \frac{\gamma}{g} \frac{\partial^3 \eta}{\partial x \partial t^2} dx \int_F e^2 dF = \frac{\gamma}{g} \frac{\partial^3 \eta}{\partial x \partial t^2} J_s dx.$$

Darin soll das Trägheitsmoment um die Hauptsache $s-s$ an der Stelle x im folgenden statt J_s der Einfachheit halber mit J bezeichnet werden. Nun wollen wir die Gleichgewichtsbedingungen aufstellen. Aus $\sum V = 0$ für kleinen Biegewinkel $\bar{\tau}$, also $\sin \bar{\tau} \sim 0$ und $\cos \bar{\tau} \sim 1$,

$$q_b dx + P(x, t) dx + dQ - dR_1 = 0$$

folgt mit Gl. (1)

$$(4) \quad q_b + P(x, t) + \frac{dQ}{dx} - \frac{q_b}{g} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = 0.$$

Die Bedingung $\sum M = 0$ lautet unter Vernachlässigung der kleinen Größen höherer Ordnung $dQ \cdot dx$

$$Q dx - dM - dM_{R_2} = 0.$$

Führt man darin die Gl. (3) ein und differenziert sie nach x , so folgt hieraus mit Gl. (4) nach der Elimination von dQ/dx die Beziehung

$$(5) \quad (E J \bar{\eta}'')' = q_b + P(x, t) - \frac{q_b}{g} \ddot{\eta} + \frac{\gamma}{g} (J \bar{\eta}')'$$

wobei unter Vernachlässigung der Schubverformung $E J \bar{\eta}'' = -M$

gesetzt und zur Abkürzung die partiellen Differentiationen nach x und die nach t mit dem Strich und dem Punkt bezeichnet wurden.

Nun soll das Gleichgewicht des Hängegurtes, der mit dem Versteifungsträger schwingt, betrachtet werden. Unter der in der statischen Berechnung der Hängebrücke nach der Theorie II. Ordnung üblichen vereinfachenden Annahme, daß der Hängegurt dieselbe lotrechte Verschiebung aufweist wie der Versteifungsträger, erhalten wir

$$(6) \quad dR_1 = \frac{q_k}{g} \ddot{\eta} dx,$$

worin q_k die Belastung samt dem Eigengewicht des Hängegurtes

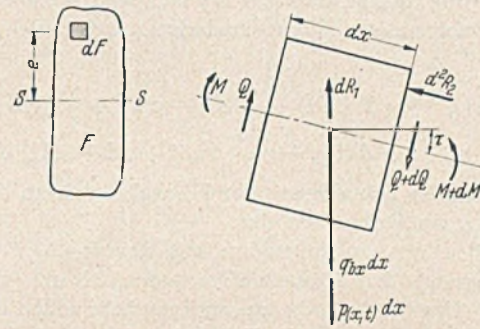


Abb. 2.

bezeichnet. Aus der Bedingung $\sum V = 0$ für das als biegeschlaff angesehene Kabel (Abb. 3)

$$q_k dx - \bar{H} \operatorname{tg} \varphi + \bar{H} \operatorname{tg} (\bar{\varphi} + d\varphi) - dR_1 = 0$$

folgt mit $\operatorname{tg} (\bar{\varphi} + d\bar{\varphi}) \sim \operatorname{tg} \bar{\varphi} + d \operatorname{tg} \bar{\varphi}$ und $d \operatorname{tg} \bar{\varphi} = (y + \eta)''$

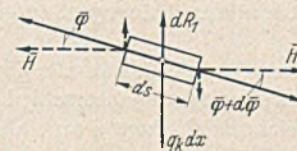


Abb. 3.

die Gleichung für den Hängegurt

$$(7) \quad -\bar{H} (y + \eta)'' = q_k - \frac{q_k}{g} \ddot{\eta}.$$

Addieren wir Gl. (5) und (7), so ergibt sich mit $q = q_b + q_k$ gleich der ständigen Last plus der ruhenden Belastung der Brücke die Grundgleichung:

$$(8) \quad (E J \bar{\eta}'')' = q + P(x, t) - \frac{q}{g} \ddot{\eta} + \frac{\gamma}{g} (J \bar{\eta}')' + \bar{H} (y + \eta)''.$$

Bei der Ableitung dieser Gleichung haben wir zunächst die der Bewegung entgegenwirkende Dämpfungskraft nicht berücksichtigt. Sie wird i. a. der Geschwindigkeit proportional angenommen,

also gleich $-c \dot{\eta}$, worin c eine jeweils die Dämpfung kennzeichnende Konstante bedeutet. Fügen wir diese Kraft zu der rechten Seite der Gl. (8) hinzu, so ergibt sich

$$(8)' \quad (E J \ddot{\eta})'' = q + P(x, t) - \frac{q}{g} \ddot{\eta} - c \dot{\eta} + \frac{\gamma}{g} (J \dot{\eta}')' + \bar{H} (y + \eta)''.$$

Die Gln. (8)' und (8) stellen die Biegelinie des Trägers und auch des Hängegurtes im schwingenden Zustand mit und ohne Dämpfung dar. Die Brücke möge im Ruhestand infolge der Last q allein die Verformung η annehmen und hierfür sei die horizontale Komponente der Hängegurtkraft $H = H_g + H_p$. Auf die praktische Berechnung von η und H für die Belastung q wollen wir hier nicht eingehen und möchten auf das einschlägige Schrifttum verweisen¹. Es sind also

$$(9a) \quad \bar{\eta} = \eta + \Delta\eta$$

$$(9b) \quad \bar{H} = H + \Delta H = H_g + H_p + \Delta H$$

und

$$(10) \quad (E J \eta'')'' = q + H (y + \eta)''.$$

Die Verformungen z. B. $\bar{\eta}$ und die Schnittgrößen z. B. \bar{H} des Systems im schwingenden Zustand kann man sich somit aus η überlagert mit $\Delta\eta$ und aus H überlagert mit ΔH entstanden denken, und zwar stellen η und H die Größen in der statischen Berechnung dar. Wir brauchen somit nur die Zusatzwerte $\Delta\eta$, ΔH usw. zu berechnen. Zu diesem Zweck ziehen wir Gl. (10) von Gl. (8) ab. Unter Beachtung dessen, daß $\dot{\bar{\eta}} = \dot{\Delta\eta}$ ist, (weil η nicht von t abhängt und infolgedessen $\dot{\eta}$ verschwindet), ergibt sich die Gleichung

$$(11) \quad \begin{cases} (E J \Delta\eta'')'' = P(x, t) - \frac{q}{g} \Delta\ddot{\eta} - c \Delta\dot{\eta} + \frac{\gamma}{g} (J \Delta\dot{\eta}')' \\ + \Delta H (y + \eta + \Delta\eta)'' + (H + \Delta H) \Delta\eta'' \end{cases}$$

Diese Gl. stellt die Schwingung der Hängebrücke um die Gleichgewichtslage η im Ruhestand dar.

Wir wollen uns im folgenden mit der freien Schwingung (Eigenschwingung) der Hängebrücke beschäftigen. Hierfür ist $P(x, t) = 0$. Um die Aufgabe zu vereinfachen, sollen die Nebeneinflüsse in Gl. (11), nämlich die Trägheitskraft gegen die Drehung $\frac{\gamma}{g} (J \Delta\dot{\eta}')'$ sowie die Glieder $\Delta H \eta''$ und $\Delta H \Delta\eta''$ vernachlässigt werden. Die Dämpfung können wir hier auch außer Acht lassen. Bezeichne $m = q : g$ die Masse der Brücke je Längeneinheit, so erhalten wir aus Gl. (11) die vereinfachte Grundgleichung für die lotrechten Eigenschwingungen der Hängebrücke zu²

$$(12) \quad (E J \Delta\eta'')'' = -m \Delta\ddot{\eta} + \Delta H y'' + H \Delta\eta''.$$

Für diese Gl. berechnet sich die Änderung der H-Kraft ΔH des Hängegurtes, wie H_p in der statischen Berechnung¹, zu

$$(13) \quad \Delta H \frac{L}{E_k F_k} + \sum y'' \int_0^L \Delta\eta \, dx = 0,$$

worin sich die Summe über alle am Hängegurt aufgehängten Träger erstreckt.

Im Falle der Eigenschwingung führen alle Elemente des Trägers und des Hängegurtes ohne Phasenunterschied die harmonische Schwingung um die Gleichgewichtslage η aus, also

$$(14) \quad \Delta\eta(x, t) = \Delta\eta_x \sin \omega t$$

$$\text{und} \quad \Delta H = \Delta H_0 \sin \omega t.$$

Darin sind $\Delta\eta_x$ und ΔH_0 die größten Ausschläge der Schwingungen von η und H und ω die Anzahl der Schwingungen in $t = 2\pi$ sec oder auch die Kreisfrequenz genannt. Damit geht Gl. (12) in

$$(15) \quad (E J \Delta\eta_x'')'' = \omega^2 m \Delta\eta_x + \Delta H_0 y'' + H \Delta\eta_x''$$

über, die nunmehr nur die Veränderliche x enthält und nicht mehr von der Zeit t abhängig ist. Diese Gl. stellt die Eigenschwingungsform der Hängebrücke dar. Sie ist identisch mit der Biegelinie eines dem Versteifungsträger entsprechenden Trägers, der durch die Querlasten $\omega^2 m \Delta\eta_x$ und $\Delta H_0 y''$ sowie den Axialzug H be-

anspruch ist. Dieser stellvertretende Träger hat sich bereits bei der statischen Berechnung der Hängebrücken als sehr zweckdienlich erwiesen². Zur Lösung der vorliegenden Aufgabe können wir ihn auch mit Vorteil anwenden.

Die im vorstehenden abgeleiteten Gln. (13) und (15) sind die beiden Grundgleichungen für lotrechte Eigenschwingungen der Hängebrücken. Aus diesen Gln. lassen sich dann die Kreisfrequenzen oder die „Eigenwerte“ ω und die zugehörigen Schwingungsformen oder die „Eigenfunktionen“ $\Delta\eta_x$ (nicht die absolute Größe von $\Delta\eta_x$) ermitteln, die die Eigenschwingungen kennzeichnen. Diese Aufgabe soll im folgenden gelöst werden.

Die meisten Hängebrücken, seien sie ein- oder vielfeldrig, weisen praktisch immer eine Symmetrieachse auf. Dementsprechend sind bei einer symmetrischen Massenverteilung m , die wir im folgenden voraussetzen wollen, die Schwingungsformen $\Delta\eta$ entweder symmetrisch oder antimetrisch. Im letzten Fall ist

die Summe der Biegeflächen $\sum y'' \int_0^L \Delta\eta \, dx$ in Gl. (13) gleich Null und deshalb verschwindet auch ΔH . Das bedeutet, das System schwingt so, daß die horizontale Komponente H der Hängegurtkraft konstant bleibt³. Hierfür lautet Gl. (15)

$$(16) \quad (E J \Delta\eta_x'')'' = \omega^2 m \Delta\eta_x + H \Delta\eta_x''.$$

Das ist die Gl., der die antimetrischen Eigenschwingungen der Hängebrücke gehorchen. Sie ist identisch mit der Schwingungsgleichung des dem Versteifungsträger entsprechenden Trägers, der die Masse m und den Axialzug H aufweist.

Die Lösung dieser Gl. werden wir in folgenden Abschnitten eingehend behandeln. An dieser Stelle sei nur betont, daß das festgestellte Ergebnis insofern von großer Bedeutung ist, als die Grundschwingung der meisten Hängebrücken die antimetrische Form annimmt.

Nun wollen wir die symmetrische Eigenschwingungsform betrachten. Gl. (15) stellt die Biegelinie der Hängebrücke infolge der Belastung $\omega^2 m \Delta\eta_x$ dar. Zur Bestimmung der Änderung der H-Kraft des Hängegurtes ΔH steht uns Gl. (13) zur Verfügung. Wie erwähnt, ist die Grundschwingung der Hängebrücke praktisch ausschließlich von der antimetrischen Form. Es genügt daher, die Kreisfrequenz der symmetrischen Schwingung näherungsweise zu bestimmen. Diese Aufgabe kann man praktisch schon mit Hilfe der Gl. (13) genügend genau lösen, und zwar auf folgende Weise:

Wir formen zunächst Gl. (13) um, indem wir sie mit

$$(17a) \quad \varrho_c = -\frac{1}{y_c''} = \frac{l_c^2}{8f_c}$$

multiplizieren. Bezeichne

$$(17b) \quad \lambda_i = \frac{\varrho_c}{\varrho_i},$$

dann ergibt sich ΔH_0 zu

$$(18) \quad \Delta H_0 = \frac{E_k F_k}{\varrho_c L} \sum \lambda_i \int_0^L \Delta\eta_x \, dx.$$

Nehmen wir an, daß man in der statischen Berechnung die beschränkte Einflußlinie δ_x für H_p ermittelt hat³, so muß ΔH_0 infolge der Belastung $\omega^2 m \Delta\eta_x$ gleich

$$(19) \quad \Delta H_0 = \sum \int_0^L \delta_x (\omega^2 m \Delta\eta_x \, dx)$$

sein. Die Kombination der Gln. (18) und (19) liefert dann die Bestimmungsgleichung für ω der symmetrischen Schwingung-

² Wir haben die Gleichungen für die am Hängegurt aufgehängten Trägerteile der im Boden verankerten Hängebrücke abgeleitet. Bei den nicht aufgehängten Trägerteilen verschwinden auf der rechten Seite dieser Gleichung die beiden letzten Glieder und bei den in sich verankerten, sog. unechten Hängebrücken das letzte Glied. Das Gesagte gilt auch für Gln. (15) und (16). Hierauf werden wir später noch zurückkommen.

³ Dies ist nur eine Folge der Vernachlässigung der kleinen Größen zweiter Ordnung bei der Ableitung der Bestimmungsgleichung für ΔH . In Wirklichkeit wird H sich geringfügig ändern, was jedoch außer Acht gelassen werden kann.

¹ Lie, K. H.: Praktische Berechnung von Hängebrücken nach der Theorie II. Ordnung. Der Stahlbau 14 (1941) S. 65 u. 78.

gen zu

$$(20) \quad \omega^2 = \frac{E_k F_k}{\rho_c J_c} \frac{\sum \int_0^{l_i} \Delta \eta_x dx}{\sum \int_0^{l_i} m \delta_x \Delta \eta_x dx}$$

worin sich die Summen im Zähler und Nenner über alle am Hängergurt aufgehängten Trägereile erstrecken. Die Bestimmung von ω heißt also, eine Biegelinie $\Delta \eta_x$ anzunehmen, die plausibler Weise die Gl. (15) näherungsweise befriedigt, und dafür die Integralausdrücke der Gl. (20) auszuwerten. Wir werden in folgenden Abschnitten aus Gl. (20) sehr einfache Formeln für ω mit praktisch ausreichender Genauigkeit entwickeln.

II. Eigenschwingungen der Hängebrücken mit einfeldrigen Versteifungsträgern.

A. Antimetrische Schwingungsform.

Diese Schwingungsform ist, wie erwähnt, bei den meisten Hängebrücken die Grundschwingung, d. h. die Kreisfrequenz hierfür ist am kleinsten. Abb. 4 stellt z. B. solche Schwingung einer

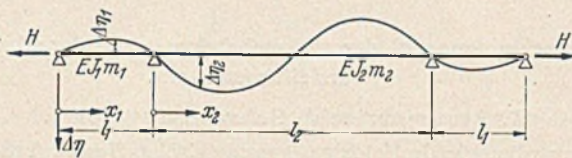


Abb. 4.

dreifeldrigen symmetrischen Hängebrücke dar, die öffnungsweise konstantes Trägheitsmoment J und gleichmäßig über die Öffnung verteilte Masse m aufweisen möge. Hierfür befriedigen Gl. (16) die folgenden Ansätze für die Seitenöffnungen und die Mittelöffnung

$$(21a) \quad \Delta \eta_1 = a_1 \sin \frac{\pi}{l_1} x_1$$

$$(21b) \quad \Delta \eta_2 = a_2 \sin \frac{2\pi}{l_2} x_2$$

Wie bereits erwähnt, ist Gl. (16) identisch mit der Schwingungsgleichung des dem Versteifungsträger entsprechenden Trägers, der die Masse m und den Axialzug H aufweist. Bezeichnen ω_0 die Kreisfrequenz der Eigenschwingung dieses Trägers ohne Axialzug H , aber mit gleichen Schwingungsknoten (d. s. die Nullpunkte von $\Delta \eta$) wie der Versteifungsträger nach Abb. 4, und P_k die Eulersche Knicklast des Trägers für die Knickbiegelinie, die der Schwingungsform affin ist, also

$$(22a) \quad \omega_{01} = \frac{\pi^2}{l_1^2} \sqrt{\frac{E J_1}{m_1}}, \quad \omega_{02} = \frac{4\pi^2}{l_2^2} \sqrt{\frac{E J_2}{m_2}}$$

$$(22b) \quad P_{k1} = \frac{\pi^2 E J_1}{l_1^2}, \quad P_{k2} = \frac{4\pi^2 E J_2}{l_2^2}$$

so erhalten wir durch die Einführung der Gln. (21a) und (21b) in Gl. (16) die Kreisfrequenzen der Eigenschwingungen der Brücke zu⁴

$$(23a) \quad \omega_1 = \omega_{01} \sqrt{1 + \frac{H}{P_{k1}}}$$

$$(23b) \quad \omega_2 = \omega_{02} \sqrt{1 + \frac{H}{P_{k2}}}$$

Die Kreisfrequenzen ω_1 und ω_2 in den Seitenöffnungen und der Mittelöffnung brauchen nicht einander gleich zu sein. Denn selbst bei verschiedenen ω_1 und ω_2 ist ΔH wegen der antymetrischen Schwingungsform stets gleich Null, so daß die Gln. (16) für die Mittel- und Seitenöffnung die Gültigkeit besitzen.

Bei dreifeldrigen Hängebrücken wird meistens $l_2 > 2l_1$, $J_2 \sim J_1$, $q_2 \sim q_1$ und damit auch $m_2 \sim m_1$ sein. Aus Gln. (23a) und (23b) erkennt man, daß dann die Kreisfrequenz ω_2 in der Mittelöffnung

⁴ S. a. Hohenemser, K. und W. Prager: Dynamik der Stabwerke. Berlin 1933, S. 230—235.

meistens niedriger ist als ω_1 in den Seitenöffnungen. Das ω_2 nach Gl. (23b) stellt also die kleinste Kreisfrequenz dar. Aus Gl. (23) ist es nicht ohne weiteres ersichtlich, ob ω bei unbelasteter oder belasteter Brücke kleiner ist. Denn im ersten Fall ist zwar m kleiner, aber es ist auch $H = H_g$. Im zweiten Fall hat man ein größeres m , aber gleichzeitig auch ein größeres H . Um den kleineren Wert zu erhalten, muß man also ω für beide Fälle ausrechnen.

Für denjenigen Träger, der nicht am Hängergurt aufgehängt ist, und für die unechte Hängebrücke wird, wie bereits betont, das Glied $H \Delta \eta''$ in Gl. (16) gleich Null. Damit verschwindet auch $H: P_k$ in Gln. (23a) und (23b). Die Schwingung der Brücke ist somit identisch mit derjenigen eines gewöhnlichen Trägers, der dem Versteifungsträger entspricht, also $\omega = \omega_0$.

B. Symmetrische Schwingungsform.

Wir gehen in diesem Fall von Gl. (20) aus. Die Aufgabe zur Bestimmung der Kreisfrequenz besteht, wie gesagt, lediglich darin, eine plausible Biegelinie $\Delta \eta_x$ anzunehmen. Abb. 5 stellt z. B. solch eine Linie einer dreifeldrigen Hängebrücke dar. Die Form der $\Delta \eta_2$ -Linie in der Mittelöffnung kann man sich an Hand der Gl. (15) dadurch klar machen, daß man den durch die Axialzugkraft H

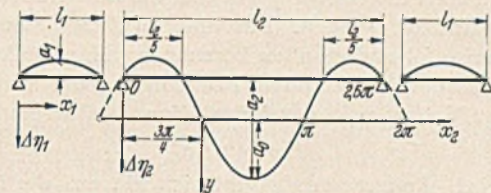


Abb. 5.

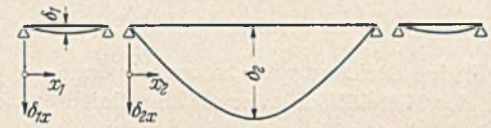


Abb. 6.

belasteten Träger mit einer etwa sinuslinienförmigen nach unten gerichteten Last $\omega^2 m \Delta \eta$ und einer gleichmäßig verteilten nach oben wirkenden Vollast $\Delta H y''$ belastet. Infolgedessen kann die Biegelinie in der Nähe der Trägerenden innerhalb einer kurzen Strecke negativ sein. Sie möge gleich einer Sinuslinie mit den Nullpunkten (Knoten der Schwingungslinie) im Abstand $l_2/5$ von den Trägerenden sein, die dadurch entsteht, indem wir das x-y-Koordinatensystem der Sinuslinie (Abb. 5)

$$y = a_0 \sin x_2$$

um $\frac{3}{4}\pi$ nach links und um $\sin \frac{\pi}{4}$ nach oben verschoben, also:

$$\Delta \eta_2 = a_0 \sin \frac{\pi}{4} = a_0 \sin \left(x_2 - \frac{3}{4}\pi \right)$$

Da nun $2,5\pi$ der Länge l_2 entspricht, erhalten wir hieraus die Gleichung für die Biegelinie $\Delta \eta_2$ zu⁵

$$(24a) \quad \Delta \eta_2 = a_0 \left[\sin \frac{\pi}{4} + \sin \left(2,5 \frac{\pi}{l_2} x_2 - \frac{3\pi}{4} \right) \right]$$

Als die Biegelinie $\Delta \eta_1$ in den Seitenöffnungen wollen wir auch näherungsweise die Sinuslinie nehmen (Abb. 5):

$$(24b) \quad \Delta \eta_1 = -a_1 \sin \frac{\pi}{l_1} x_1$$

Die angenommene Biegelinie hat ungefähr denselben Verlauf wie die Biegelinie der Brücke infolge der Belastung $P = 1$ in der Mitte der Mittelöffnung, d. h. wie die Einflußlinie für die Durchbiegung an dieser Stelle.

Nun wollen wir die beschränkte Einflußlinie δ_x für ΔH — d. i.

⁵ Dieser Ansatz genügt allerdings den Randbedingungen $M = 0$ bei $x_2 = 0$ und $x_2 = l_2$ nicht. Das ist aber unwesentlich. Es sei bemerkt, daß die Lage der Knoten der Schwingbiegelinie in der Mittelöffnung sehr von der Steifigkeit der Brücke in den Seitenöffnungen abhängt. Abb. 5 stellt die Schwingbiegelinie einer Hängebrücke mit sehr großer Steifigkeit in den Außenöffnungen dar.

die H_p -Linie in der statischen Berechnung — betrachten (Abb. 6). Diese kann mit guter Näherung auch gleich der Sinuslinie gesetzt werden:

$$(25a) \quad \delta_{1x} = \delta_1 \sin \frac{\pi}{l_1} x_1$$

$$(25b) \quad \delta_{2x} = \delta_2 \sin \frac{\pi}{l_2} x_2.$$

Damit lassen sich die Integralausdrücke in Gl. (20) berechnen. Wir erhalten für die öffnungsweise gleichmäßige Massenverteilung m

$$(26a) \quad \int_0^{l_2} \Delta \eta_2 dx = 0,528 a_0 l_2$$

$$(26b) \quad \int_0^{l_1} \Delta \eta_1 dx = -\frac{2}{\pi} a_1 l_1$$

$$(26c) \quad \int_0^{l_1} m_2 \Delta \eta_2 \delta_{2x} dx = 0,536 m_2 a_0 l_2 \delta_2$$

$$(26d) \quad \int_0^{l_1} m_1 \Delta \eta_1 \delta_{1x} dx = -0,5 m_1 a_1 l_1 \delta_1.$$

Nun müssen noch die Größen δ_2 , δ_1 und die Beziehungen zwischen a_2 und a_1 ermittelt werden. Für unseren Zweck können wir δ_2 näherungsweise folgendermaßen berechnen: Man denke sich, daß die Änderung der horizontalen Komponente der Kabelzugkraft infolge einer Vollast p in der Mittelöffnung näherungsweise

$$(27) \quad H_p = p \cdot \varrho_2$$

betragen wird. Andererseits ergibt sich H_p aus der Einflußlinie nach Gl (25 b) zu

$$(28) \quad H_p = p \int_0^{l_2} dx \delta_2 \sin \frac{\pi}{l_2} x_2 = p \delta_2 \frac{2 l_2}{\pi}.$$

Aus diesen beiden Gleichungen erhalten wir dann die Ordinate δ_2 in der Mitte der Mittelöffnung der als sinuslinienförmig angenommenen Einflußlinie für H_p zu

$$(29) \quad \delta_2 = \frac{\pi \varrho_2}{2 l_2}.$$

Die Größe δ_1 in der Mitte der Seitenöffnungen kann man aus δ_2 ermitteln. Nach der Theorie I. Ordnung ist

$$\delta_1 : \delta_2 = \frac{f_1 l_1^2}{J_1} : \frac{f_2 l_2^2}{J_2}.$$

Diese Beziehung wollen wir auch hier benutzen. Damit ergibt sich

$$(30) \quad \delta_1 = \frac{J_2 f_1 l_1^2}{J_1 f_2 l_2^2} \delta_2.$$

Die größten Ausschläge der Biegelinie $\Delta \eta$ betragen in der Mittelöffnung $a_2 = 1,707 a_0$ und in den Seitenöffnungen a_1 . Zwischen a_1 und a_2 wollen wir näherungsweise

$$(31) \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_1 J_2 l_1^2}{m_2 J_1 l_2^2}$$

annehmen oder

$$(31)' \quad a_1 = 1,707 \frac{m_1 J_2 l_1^2}{m_2 J_1 l_2^2} a_0.$$

Setzen wir nun die Gln. (30) und (31) und (31)' in Gln. (26a) bis (26d) und diese weiter in Gl. (20) ein, so ergibt sich mit

$$(32) \quad \left\{ \begin{aligned} \lambda &= \frac{\varrho_2}{\varrho_1} \\ \mu &= \frac{m_1 J_2 l_1^3}{m_2 J_1 l_2^3} \end{aligned} \right.$$

die Gleichung

$$\omega^2 = \frac{E_k F_k}{\varrho_2 L} \frac{a_0 l_2 0,528 (1 - 4,12 \lambda \mu)}{a_0 l_2 0,536 \delta_2 m_2 (1 - 3,18 \lambda \mu^2 \frac{l_1}{l_2})}$$

In diese Gleichung wollen wir

$$0,528 : 0,536 \delta_2^2 \sim 1 : \delta_2$$

setzen. Da δ_2 nach Gl. (29) aus den Ansätzen (27) und (28) etwas zu groß ist, wird also diese Näherung den Fehler teilweise kom-

pensieren. Ferner kann man die Zahlen 4,12 und 3,18 der Einfachheit wegen auf 4,0 und 3,0 abrunden. In Anbetracht dessen, daß die Seitenöffnungen von geringem Einfluß sind und daß wir ohnehin verschiedene Näherungsannahmen gemacht haben, ist diese Abrundung belanglos. Damit erhalten wir nach Einführung der Gl. (29) die Gleichung für ω zu

$$(33) \quad \omega = \frac{0,8}{\varrho_2} \sqrt{\frac{l_2}{m_2} \frac{E_k F_k}{L} \nu},$$

worin

$$\varrho_2 = \frac{l_2^2}{8 f_2}$$

und

$$(34) \quad \nu = \frac{1 - 4 \lambda \mu}{1 - 3 \lambda \mu^2 \frac{l_1}{l_2}} \sim 1 - 4 \lambda \mu$$

bedeuten. Die Formel (33) haben wir zwar für die echte, im Boden verankerte Hängebrücke abgeleitet, aber sie gilt auch näherungsweise für die unechte Hängebrücke. Bei Systemen, deren Versteifungsträger nur über einer Öffnung am Hängegurt aufgehängt ist, hat man $\nu = 1$.

II. Eigenschwingungen der Hängebrücken mit durchlaufenden Versteifungsträgern.

A. Antimetrische Schwingungsform.

Wir wollen ein dreifeldriges symmetrisches System behandeln, dessen Versteifungsträger in allen Öffnungen am Hängegurt aufgehängt ist. Die antimetrische Schwingungsform nach Gl. (16) ist in Abb. 7 dargestellt. Wegen der Antimetrie kann man diese Schwingung auf diejenige des Trägers über zwei Öffnungen (Abb. 7a) zurückführen.

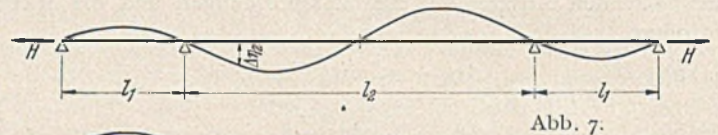


Abb. 7.

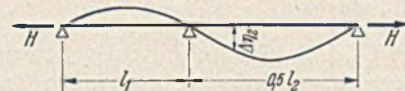


Abb. 7a.

Die Eigenschwingungen des Durchlaufträgers mit Axialkraft sind vielfach behandelt worden⁶⁻⁸. In der erstgenannten Arbeit⁶ wird ω aus homogenen, trandendenten, erweiterten Dreimomentengleichungen berechnet, während in der zweiten Abhandlung⁷ das Rayleighsche Prinzip (die Energie-Methode) zur Näherungslösung der Aufgabe angewandt wird. Die letzte Arbeit⁸ brachte Kurventafeln zur Erleichterung eines Teiles der Näherungsberechnung.

Praktisch empfiehlt sich das folgende übersichtliche Verfahren, das überdies auch sehr schnell zum Ziel führt. Um die Aufgabe zu vereinfachen, mögen im folgenden auch öffnungsweise konstantes J und m vorausgesetzt werden.

Wir haben im Abschnitt IIA. die Formeln (23a) und (23b) für ω der antimetrischen Schwingungsform abgeleitet. Die Formel

$$(35) \quad \omega = \omega_0 \sqrt{1 + \frac{H}{P_k}}$$

gilt streng, wenn die Knickbiegelinie der Schwingbiegelinie affin ist, was z. B. beim Träger mit Gelenklagerung an beiden Enden genau zutrifft. Es wurde nachgewiesen⁹, daß diese Formel mit

⁶ Cowley, W. L. and H. Levy: Vibration and Strength of Struts and continuous Beams under End Thrusts. Proc. Roy. Soc. London, 95 A (1919) S. 440—457.

⁷ Kazu Schöngrenji: On the Approximate calculation of the natural periods of lateral vibrations of rods with or without end trusts. Mem. of college of Eng., Kyushu Imp. Univ. Vol. III (1923—25) S. 143—175.

⁸ Mudrak, W.: Ermittlung der Eigenschwingungszahlen von durchlaufenden Trägern mit feldweise veränderlicher Längskraft. Ing.-Archiv VII (1936) S. 293—297.

⁹ Siehe Fußnote ².

guter Näherung auch für den Fall gilt, daß die Knickbiegeline und die Schwingungsform nicht ganz affin sind, was z. B. beim elastisch eingespannten Träger (Durchlaufräger) vorliegt. Damit läuft die Bestimmung von ω nach Abb. 7a auf die Berechnung von ω_0 und P_k desselben Trägers ohne H hinaus. Die beiden Teilaufgaben lassen sich aber mit Hilfe der vorhandenen Tabellen sehr schnell lösen. Dies wollen wir im folgenden erläutern.

1. Die Bestimmung von ω_0 .

Die Frequenzgleichung für die Schwingungsform nach Abb. 7a ohne den Axialzug H lautet¹⁰

$$(36) \quad \alpha_1 J_1 f(\lambda_1) + \alpha_2 J_2 f(\lambda_2) = 0.$$

Darin sind

$$(37a) \quad \lambda_i = l_i \sqrt{\frac{m_i \omega_0^2}{E J_i}}$$

$$(37b) \quad \alpha_i = \sqrt{\frac{m_i}{J_i}}$$

In Gl. (37a) bedeutet l in unserem Fall l_1 und $0,5 l_2$. Die transzendente Funktion

$$\begin{aligned} f(\lambda) &= \mathfrak{C}(\lambda) : \mathfrak{H}(\lambda), \\ \mathfrak{C}(\lambda) &= 2 \sin \lambda \sin \lambda, \\ \mathfrak{H}(\lambda) &= \mathfrak{C} \circ \lambda \sin \lambda - \sin \lambda \cos \lambda \end{aligned}$$

bedeuten, ist für λ von 0,0 bis 10,0 tabellarisch zusammengestellt¹¹. Damit kann man ω_0 versuchsweise aus Gl. (36) sehr schnell bestimmen.

Falls der Träger gleiches J und m in allen Öffnungen aufweist, so läßt sich ω_0 in der Form

$$(38) \quad \omega_0 = \left(\frac{C}{l}\right)^2 \sqrt{\frac{E J}{m}}$$

angeben, worin $l = l_1 + 0,5 l_2$ bedeutet. Die Konstante C hängt nur von $l_1:l_2$ ab und ist für verschiedenes Verhältnis von $l_1:l_2$ in einer Zahlentafel¹² berechnet worden.

2. Die Bestimmung von P_k .

Die Eulersche Knicklast P_k des in Abb. 7a skizzierten Stabes ohne den Axialzug H kann man in¹³

$$(39) \quad P_k = \frac{4 x^2 E J_2}{l_2^3}$$

schreiben. Der Beiwert x berechnet sich aus der homogenen Gleichung

$$(40) \quad v_1 \alpha_1 + \alpha_2 = 0.$$

Darin sind

$$(41a) \quad v_1 = \frac{2 l_1 J_2}{l_2 J_1}$$

$$(41b) \quad w_1 = \frac{2 l_1}{J_1} \sqrt{\frac{J_2}{J_1}}$$

$$(41c) \quad \left\{ \begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{2}{(x w_1)^2} \left(1 - \frac{x w_1}{\operatorname{tg} x w_1} \right) \\ \alpha_2 &= \frac{2}{x^2} \left(1 - \frac{x}{\operatorname{tg} x} \right). \end{aligned} \right.$$

Mit der Annahme von x kann man α_1 und α_2 sofort aus der Zahlentafel entnehmen und Gl. (10) durch Versuche ganz leicht lösen.

Falls der Versteifungsträger in den Seitenöffnungen nicht am Hängegurt aufgehängt ist, gilt hierfür Gl. (16) mit $H_1 = 0$. Der stellvertretende Durchlaufräger weist also nur in der Mittelöffnung den Axialzug $H_2 = H$ auf. Um für diesen Fall die Kreisfrequenz ω auch nach Gl. (35) zu berechnen, ermitteln wir die Eulersche Knicklast P_k des stellvertretenden Trägers so, daß sie

¹⁰ Ebenda S. 134. Die Bezeichnung λ nach Gl. (37a) gilt nur für Gl. (36). Es ist also nicht zu verwechseln mit der Abkürzung λ nach Gl. (17b), die in anderen Gleichungen vorkommt.

¹¹ Ebenda S. 324—343.

¹² Federhofer, K.: Grundschwingzahlen der elastischen Querschwingungen dreifach gelagerter Träger. Bautechnik 11 (1933) S. 647, Tabelle I. Hier ist l mit L bezeichnet.

¹³ Stahlbau-Kalender 8 (1942) S. 104—107.

auch nur in der Mittelöffnung allein wirkt. Hierfür wird w_1 nach Gl. (41b), die unter der Wurzel auf der rechten Seite eigentlich noch das Verhältnis der Druckkräfte in den beiden Öffnungen $P_1:P_2$ enthält¹⁴, gleich Null und wir haben dann $\alpha_1 = +0,667$.

Bei den in sich verankerten unechten Hängebrücken verschwindet das zweite Glied auf der rechten Seite der Gl. (16), d. h. $H = 0$. Die antimetrische Schwingung der Brücke ist also gleich derjenigen des dem Versteifungsträger entsprechenden Durchlaufrägers ohne den Axialzug H, und wir haben $\omega = \omega_0$.

B. Symmetrische Schwingungsform.

Abb. 8 stellt die Biegelinie einer Hängebrücke mit durchlaufendem Versteifungsträger über drei Öffnungen infolge der Belastung $P = 1$ in der Mitte der Mittelöffnung dar, d. i. die Einflußlinie für die Durchbiegung an dieser Stelle. Sie ver-

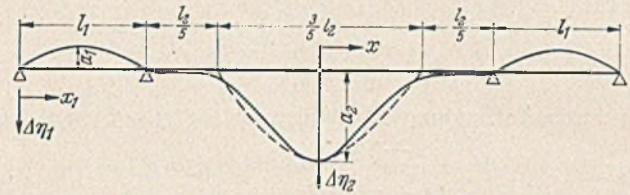


Abb. 8.

anschaulicht, wie beim System mit einfeldrigen Versteifungsträgern, ungefähr die symmetrische Schwingungsform $\Delta \eta$ der Brücke. Zur Bestimmung von ω wollen wir näherungsweise die Schwingungsform in der Mittelöffnung durch eine Sinuslinie ersetzen, die im Abstand $\frac{l_2}{5}$ von den Innenauflagern anfängt und endet (Strichlinie). Legen wir den Nullpunkt des Koordinatensystemes $\Delta \eta_2 - x_2$ in die Trägermitte, so lautet

$$(42) \quad \Delta \eta_2 = a_2 \cos \frac{5\pi}{3 l_2} x_2.$$

Die Schwingungsform in den Seitenöffnungen läßt sich mit guter Näherung in

$$(43) \quad \Delta \eta_1 = -a_1 \sin \frac{\pi}{l_1} x_1$$

angeben. Die Beziehung zwischen a_1 und a_2 möge auch nach Gl. (31) angenommen werden. Das ist belanglos, weil die Seiten-

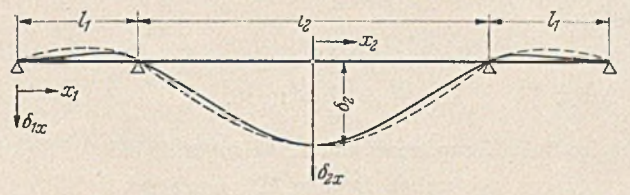


Abb. 9.

öffnungen wenig Rolle spielen. Die Einflußlinie für ΔH (d. i. H_p -Linie) hat die Form nach Abb. 9. Wir können sie auch hier näherungsweise durch die Sinuslinien (Strichlinie) ersetzen, also

$$(44) \quad \delta_{1x} = -\delta_1 \sin \frac{\pi}{l_1} x_1$$

$$(45) \quad \delta_{2x} = \delta_2 \cos \frac{\pi}{l_2} x_2.$$

Die Größen δ_2 und δ_1 lassen sich ebenfalls aus Gln. (29) und (30) näherungsweise bestimmen. Damit können wir die Integrale in Gl. (20) berechnen. Es ergeben sich für öfFnungsweise gleichmäßige Massenverteilung m

$$(46a) \quad \int_{-0,3 l_2}^{+0,3 l_2} \Delta \eta_2 dx = \frac{6}{5\pi} a_2 l_2 = 0,382 a_2 l_2$$

¹⁴ In Gl. (41b) wurde deshalb das Verhältnis $P_1:P_2$ nicht angeschrieben, weil wir beim System, dessen Versteifungsträger in allen Öffnungen am Hängegurt aufgehängt ist, zur Bestimmung der Knicklast P_k des stellvertretenden Trägers konstante Druckkraft P, wie der konstante Axialzug H, über die ganze Trägerlänge wirken lassen und infolgedessen $P_1:P_2 = 1$ ist.

$$(46b) \int_0^{l_1} \Delta \eta_1 dx = -\frac{2}{\pi} a_1 l_1 = -0,636 a_1 l_1$$

$$(46c) \int_{-0,3 l_1}^{+0,3 l_1} m_2 \Delta \eta_2 \delta_{2x} dx = 0,351 m_2 a_2 l_2 \delta_2$$

$$(46d) \int_0^{l_1} m_1 \Delta \eta_1 \delta_{1x} dx = 0,5 m_1 a_1 l_1 \delta_1.$$

Hieraus erhalten wir mit den Bezeichnungen nach Gl. (32)

$$\sum \lambda_i \int_0^{l_i} \Delta \eta_x dx = 0,382 a_2 l_2 (\nu - 3,33 \lambda \mu)$$

$$\sum m_i \int_0^{l_i} \Delta \eta_x \delta_x dx = 0,351 m_2 a_2 l_2 \delta_2 \left(1 + 2,85 \lambda \mu^2 \frac{l_1}{l_2} \right).$$

Führt man diese Ausdrücke und Gl. (29) in Gl. (20) ein, so ergibt sich (vgl. Gl. [33])

$$(47) \omega = \frac{0,83}{\varrho_2} \sqrt{\frac{l_2}{m_2} \frac{E_k F_k}{L} \nu'},$$

worin durch Aufrundung der Zahlenwerte 3,33 ~ 3,5 und 2,85 ~ 3

$$(48) \nu' = \frac{1 - 3,5 \lambda \mu}{1 + 3 \lambda \mu^2 \frac{l_1}{l_2}} \sim 1 - 3,5 \lambda \mu$$

bedeutet. Damit ist die Aufgabe erledigt. Die Formel (47) gilt, wie beim System mit einfeldrigen Versteifungsträgern, näherungsweise auch für unechte Hängebrücken.

Zahlenbeispiel.

Die mitgeteilten Verfahren sollen im folgenden an einer großen dreifeldrigen symmetrischen Hängebrücke mit einfeldrigem und durchlaufendem Versteifungsträger gezeigt werden. Der Versteifungsträger ist in allen drei Öffnungen am Kabel aufgehängt. Der Berechnung lagen folgende Daten zugrunde:

Belastungen:

Ständige Lasten $g_1 = 51 \text{ t/m}, \quad g_2 = 49,7 \text{ t/m}.$
Verkehrslast $p = 10,7 \text{ t/m}$

Die Masse:

unbel. Brücke $m_1 = 5,20 \quad m_2 = 5,07 \text{ tsec}^2/\text{m}^2$
bel. Brücke $m_1 = 6,29 \quad m_2 = 6,16 \text{ tsec}^2/\text{m}^2.$

Kabel:

$L = 1730 \text{ m} \quad F_k = 1,15 \text{ m}^2 \quad E_k = 1600 \text{ t/cm}^2$
 $\varrho_2 = 802 \text{ m} \quad \lambda = \frac{\varrho_2}{\varrho_1} = \frac{g_1}{g_2} = 1,026.$

Die horizontale Komponente der Kabelzugkraft bei

unbel. Brücke $H_k = 39\,800 \text{ t}$
bei bel. Brücke $H = 49\,000 \text{ t}.$

Versteifungsträger $E = 2100 \text{ t/cm}^2$

$J_1 = 19,0 \text{ m}^4 \quad J_2 = 13,5 \text{ m}^4$
einfeldrig $l_1 = 270 \text{ m} \quad l_2 = 730 \text{ m}$
durchlaufend $l_1 = 270 \text{ m} \quad l_2 = 750 \text{ m}.$

I. Einfeldrige Versteifungsträger.

A. Antimetrische Schwingungsform.

Nach Gl. (22a) beträgt

bei unbelasteter Brücke: $\omega_{01} = \frac{\pi^2}{270^2} \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^7 \cdot 19,0}{5,20}} = 1,182$

$$\omega_{02} = \frac{4 \pi^2}{730^2} \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^7 \cdot 13,5}{5,07}} = 0,554$$

bei belasteter Brücke: $\omega_{01} = 1,078 \quad \omega_{02} = 0,502.$

Nach Gl. (22b): $P_{k1} = \frac{\pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^7 \cdot 19,0}{270^2} = 54100 \text{ t}$

$$P_{k2} = \frac{4 \pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^7 \cdot 13,5}{730^2} = 29100 \text{ t}.$$

Nach Gln. (23a) und (23b) betragen die Kreisfrequenzen bei un-

belasteter Brücke

$$\omega_1 = 1,182 \sqrt{1 + \frac{39\,800}{54\,100}} = 1,56$$

$$\omega_2 = 0,554 \sqrt{1 + \frac{39\,800}{29\,100}} = 0,94$$

und bei belasteter Brücke

$$\omega_1 = 1,078 \sqrt{1 + \frac{49\,000}{54\,100}} = 1,49$$

$$\omega_2 = 0,502 \sqrt{1 + \frac{49\,000}{29\,100}} = 0,91.$$

B. Symmetrische Schwingungsform.

1. Unbelastete Brücke.

Nach Gln. (32) und (34)

$$\mu = \frac{5,20 \cdot 13,5 \cdot 270^3}{5,07 \cdot 19,5 \cdot 730^3} = 0,0370$$

$$\nu = 1 - 4 \cdot 1,026 \cdot 0,0370 = 0,848.$$

Nach Gl. (33)

$$\omega = \frac{0,8}{802} \sqrt{\frac{730}{5,07} \frac{1,6 \cdot 10^7 \cdot 1,15}{1730} \cdot 0,848} = 1,14.$$

2. Belastete Brücke.

Nach Gln. (32) und (34) sowie (33)

$$\mu = 0,0369 \quad \nu = 0,849$$

$$\omega = \frac{0,8}{802} \sqrt{\frac{730}{6,16} \frac{1,6 \cdot 10^7 \cdot 1,15}{1730} \cdot 0,849} = 1,03.$$

II. Durchlaufender Versteifungsträger.

A. Antimetrische Schwingungsform.

1. Unbelastete Brücke.

Man bestimme zunächst ω_0 . Nach Gln. (37a) und (37b)

$$\lambda_1 = 270 \sqrt{\frac{5,20}{2,1 \cdot 10^7 \cdot 19,0}} \sqrt{\omega_0} = 2,89 \sqrt{\omega_0}$$

$$\lambda_2 = 375 \sqrt{\frac{5,07}{2,1 \cdot 10^7 \cdot 13,5}} \sqrt{\omega_0} = 4,33 \sqrt{\omega_0}$$

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{5,20}{19,0}} = 0,723$$

$$\alpha_2 = \sqrt{\frac{5,07}{13,5}} = 0,783.$$

Gl. (36) lautet nach der Division durch $\alpha_2 J_2$

$$1,30 f(\lambda_1) + f(\lambda_2) = 0.$$

Für $\omega_0 = 0,66$ betragen $\lambda_1 = 2,35$, $\lambda_2 = 3,52$ und mit $f(\lambda_1)$ und $f(\lambda_2)$ aus der Zahlentafel¹¹ lautet die vorstehende Gleichung

$$1,30 \cdot 0,997 - 1,321 = -0,023.$$

Eine Verfeinerung des Ergebnisses ist nicht nötig.

Der zweite Schritt ist die Ermittlung von P_k .

Nach Gln. (41a) und 41b) lauten

$$\nu_1 = \frac{2 \cdot 270 \cdot 15,3}{750 \cdot 19,0} = 0,512$$

$$w_1 = \frac{2 \cdot 270}{750} \sqrt{\frac{13,5}{19,0}} = 0,607.$$

Damit heißt Gl. (40)

$$0,512 \alpha_1 + \alpha_2 = 0.$$

Für $x = 3,8$ ist $x w_1 = 2,3$ und mit α_1 und α_2 aus der Tabelle¹³ wird

$$0,512 \cdot 1,55 - 0,542 = +0,050.$$

Eine Steigerung der Genauigkeit ist nicht erforderlich. Hieraus ergibt sich nach Gl. (39)

$$P_k = \frac{4 \cdot 3,8^2 \cdot 2,1 \cdot 10^7 \cdot 13,5}{750^2} = 29100 \text{ t}.$$

Nach Gl. (35) beträgt also die Kreisfrequenz für die antimetrische

Schwingungsform

$$\omega = 0,66 \sqrt{1 + \frac{39 \cdot 800}{29 \cdot 100}} = 1,03.$$

2. Belastete Brücke.

Nach Gl. (37a) und (37b)

$$\lambda_1 = 3,02 \sqrt{\omega_0} \quad \kappa_1 = 0,757$$

$$\lambda_2 = 4,55 \sqrt{\omega_0} \quad \kappa_2 = 0,820.$$

Nach Gl. (36)

$$1,30 f(\lambda_1) + f(\lambda_2) = 0.$$

Für $\omega_0 = 0,60$ sind $\lambda_1 = 2,34$, $\lambda_2 = 3,52$ und der Rest der Frequenzgleichung, wie vorher, gleich $-0,023$. Damit ergibt sich nach Gl. (35)

$$\omega = 0,60 \sqrt{1 + \frac{49 \cdot 000}{29 \cdot 100}} = 0,98.$$

B. Symmetrische Schwingungsform.

1. Unbelastete Brücke.

Nach Gl. (32) und (48)

$$\mu = \frac{5,20 \cdot 13,5 \cdot 270^3}{5,07 \cdot 19,0 \cdot 750^3} = 0,034$$

$$\nu' = 1 - 3,5 \cdot 1,026 \cdot 0,034 = 0,878.$$

Nach Gl. (47)

$$\omega = \frac{0,83}{802} \sqrt{\frac{750}{5,07} \frac{1,6 \cdot 10^7 \cdot 1,15}{1730}} \cdot 0,878 = 1,22.$$

2. Belastete Brücke.

Nach Gl. (32) und (48)

$$\mu = \frac{6,29 \cdot 13,5 \cdot 270^3}{6,16 \cdot 09,0 \cdot 750^3} = 0,034$$

$\nu' = 0,878$ wie vorher. Damit ergibt sich nach Gl. (47)

$$\omega = \frac{0,83}{802} \sqrt{\frac{750}{6,16} \frac{1,6 \cdot 10^7 \cdot 1,15}{1730}} \cdot 0,878 = 1,10.$$

Zusammenstellung der Rechenergebnisse.

In der nachstehenden Zahlentafel sind die Kreisfrequenzen für die unterschiedlichen verschiedenen Fälle zusammengestellt. Dabei sind auch die Frequenz $n = \omega : 2\pi$, d. i. die Schwingungszahl in der Sekunde, und die Schwingungsdauer $T = 1/n$ in Sekunden berechnet.

	Einfeldriger Versteifungsträger				Durchlaufender Versteifungsträger			
	Schwingungsform				Schwingungsform			
	Antimetrisch		Symmetrisch		Antimetrisch		Symmetrisch	
	Unbel.	Belast.	Unbel.	Belast.	Unbel.	Belast.	Unbel.	Belast.
ω	0,94	0,91	1,14	1,03	1,03	0,98	1,22	1,10
n	0,149	0,145	0,181	0,164	0,164	0,156	0,194	0,175
Tsec	6,72	6,90	5,53	6,10	6,10	6,42	5,16	5,72

Aus den Rechnungsergebnissen erkennen wir, daß bei Hängebrücken mit einfeldrigem oder durchlaufendem Versteifungsträger die Grundschiwingung die antimetrische Form mit dem Knotenpunkt in der Mitte der Mittelöffnung annimmt. Der Unterschied zwischen ω oder n der antimetrischen und der symmetrischen Schwingungsform ist allerdings im vorliegenden Beispiel schon recht klein und wird mit der Zunahme der Spannweite und der Trägersteifigkeit abnehmen, so daß bei noch größeren Hängebrücken oder bei größeren Trägersteifigkeiten auch die symmetrische Schwingungsform die Grundschiwingung sein kann. Wenn man die Weichheit der Brücke im dynamischen Sinne u. a. der Grundschiwingungsdauer T proportional setzen darf, so zeigen die vorstehenden Untersuchungen deutlich, daß der durchlaufende Versteifungsträger auch hier dem einfeldrigen Träger überlegen ist.

PRAKTISCHE AUSFÜHRUNGEN VON GITTERWAND-BRÜCKENWIDERLAGERN.

Von Oberingenieur Alfons Schroeter, Berlin.

DK 624.21.022.7

A. Statische Grundlagen des Gitterwandprinzips.

Das Gitterwand-Brückenwiderlager ist eine Anwendungsart des Gitterwandprinzips¹, das vier Einzelprinzipien in einer einzigen Bauart zusammenfaßt. Die Zusammenfassung bewirkt allein die waagrechte, vorn drehbar auf der Wand und hinten auf dem Boden liegende starre Platte. Die vier Einzelprinzipien sind: Das Schwergewichts-, das Abschirm-, das Verankerungs- und das Tornisterprinzip. Der Erfolg: Die steile, nicht pendelnde Schlußkraft in Sohlenmitte, große Standsicherheit und Wirtschaftlichkeit.

Das Schwergewicht bilden Boden und Auflasten über der Platte zuzüglich der Eigengewichte von Platte und Wand. Die Abschirmung bewirkt die im Verhältnis zum Boden starre Platte. Sie überbrückt den unter ihr liegenden Boden zwischen Wand und Plattenaufleger, gleichgültig, ob ein Hohlraum unter dieser Plattenstrecke angeordnet ist oder nicht (Abb. 1 und 2). Aus den abgefangenen Boden-, Auflast- und Plattengewichten entstehen die Auflagerdrücke A und B. Der Auflagerdruck B kann, ob ohne oder mit Hohlraum, in $\frac{3}{8}b$ von Plattenhinterkante angenommen werden. Daraus ergibt sich die Plattenstützweite l , für die die Platte berechnet werden muß. Aus Erdlast G_0 , Plattengewicht G'_0 und Erdschub E_0 ergibt sich

$$A = \frac{1}{l} (G_0 \cdot a_0 + G'_0 \cdot a'_0 + E_0 \cdot h_0) \text{ und } B = G_0 + G'_0 - A.$$

Die Verankerung (bzw. Vergitterung) bewirkt der Plattenauflegerdruck B durch seinen Reibungswiderstand $B \cdot \text{tg } \varrho$.

¹ Schroeter: Das Gitterwandprinzip und seine Anwendungsarten. Beton und Eisen 34 (1935), S. 222—26. Vgl. auch DRP. 561822, DRP. 717 640 und DRPa.

Er ist bei Anordnung eines Hohlraums nur teilweise ausnutzbar, je nach der Neigung der Hohlraumböschung. Maßgebend ist die Neigung β der Verbindungslinie vom Böschungsfuß bis Plattenhinterkante (Böschungsbruchlinie). Es muß sein $\beta + \varepsilon \leq \varrho$. Hierin ist ε durch B , G_1 und H_B gegeben. Bei Ausbildung nach Abb. 1 besteht vollkommene Erdschubentlastung der Wand, und die Platte

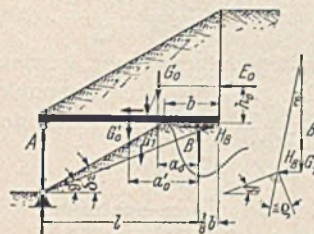


Abb. 1. Gitterwand mit Hohlraum.

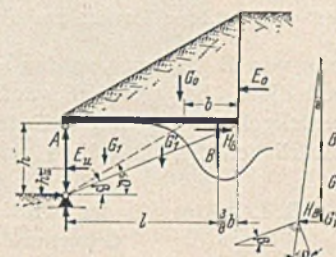


Abb. 2. Gitterwand ohne Hohlraum.

ist eine vollkommene Verankerung (Reibungsankerscheibe). $H_B = E_0$. Bei Ausbildung nach Abb. 2 ist die Wand durch Erdschub E_u belastet und $H_B = E_0 + E_u \cdot \frac{h_u}{h}$. Auch hier muß die obengenannte Bruchbedingung erfüllt sein $\beta + \varepsilon \leq \varrho$. ε ist hier durch B , G_1 , G'_1 und H_B gegeben. Ist β zu groß, so muß die Auflagerstrecke b vergrößert werden.

Die sog. Tornisterwirkung entsteht hauptsächlich durch den Plattenauflegerdruck A. Aus seinem erdseitig drehenden Standsicherheitsmoment $A \cdot a$ ergibt sich waagrechter Druck

auf die Platte. Der dem Erdschub E_0 entgegenwirkende Horizontalschub ist $H_B = \frac{A \cdot a}{h}$ (Abb. 3 und 4).

Wird die Wand nach oben verlängert, so wirkt nach Abb. 5 E_0 auf den Wandoberteil und für diesen die Platte als volle Verankerung. Aus E_0 entsteht der Ankerzug $\frac{E_0 \cdot h_0}{h}$, und in die Platte geht der Horizontalschub $H_B = \frac{1}{h} (A \cdot a - E_0 \cdot h_0)$. H_B kann also positiv und negativ sein. Wird die Wand nach unten verlängert und bleibt die Platte unverändert, so verliert sie ihre bisherige Eigenschaft als volle Verankerung und wird eine Vergitterungs- oder Gitterplatte, denn der Auflagerdruck B liegt nicht

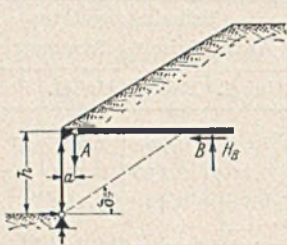


Abb. 3. Gitterwand mit erdseitig drehendem Moment bei lotrechter Wand.

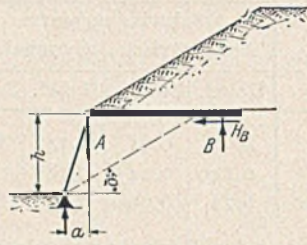


Abb. 4. Gitterwand mit erdseitig drehendem Moment bei schräger Wand.

mehr hinter der vom untersten Wandbewegungspunkt ausgehenden Böschungslinie, sondern vor ihr (Abb. 6). Der Auflagerdruck B erzeugt jetzt einen auf den Wandunterteil wirkenden Erdschub E_B , der sich noch um den Hinterfüllungsschub E_{ag} und den Horizontalschub H_B erhöht, wobei wie gezeigt H_B auch negativ sein kann. Für E ist die Platte keine Verankerung. E muß von der Wand als freistehende Stützmauer aufgenommen werden, was in Abb. 6 durch Vorkragung des Wandauflagerpunktes berücksichtigt ist. Hieraus ergibt sich ein zusätzliches erdseitig drehendes Moment durch Wandgewicht G_w von $G_w \cdot a'$ und ein entsprechen-

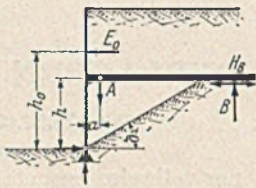


Abb. 5. Gitterwand mit nach oben verlängerter Wand.

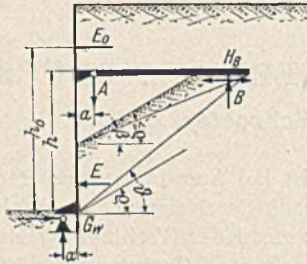


Abb. 6. Gitterwand mit nach oben und unten verlängerter Wand.

der waagrechter Druck auf die Platte von $H_B = \frac{G_w \cdot a'}{h}$. Anteile von E können von der Platte nicht aufgenommen werden, weil diese über das Auflager B wieder an ihren Ausgangspunkt zurückgehen würden. Der Erdschub E_B wird, obwohl B hinter der natürlichen Gleitlinie liegt, angesetzt ².

B. Leitsätze für das praktische Entwerfen von einstufigen Gitterwand-Stützmauern.

(Hierzu Abb. 7.)

1. Die Schlußkraft R geht durch Sohlenmitte; die Wand ist Pendelstütze.

2. Auflagerstrecke $b = w/2$ liegt hinter der Gleitlinie für unbelastetes Gelände (Coulombsche oder natürliche Gleitlinie).

3. Die Auflagermittelfkraft B der Platte liegt im Abstände von $\frac{3}{8} b$ von Plattenhinterkante. Die Plattenstützweite ist somit

$$l = a/2 + w + 5/8 b,$$

gleichgültig, ob ein Hohlraum angelegt wird oder nicht. Die Plattenlänge ist $L = a + 1,5 w$.

² Vgl. Schroeter: Der Coulombsche Erddruck aus Hinterfüllung und bei Auflasten, insbesondere Kurzstreckenlasten. Bautechn. 18 (1940), S. 505—514.

4. Die Lastgleitlinie geht durch Plattenhinterkante bis zur Sohlenhinterkante, gleichgültig, ob B lotrecht wirkt oder B und H_B eine Schrägkraft bilden.

C. Standsicherheitsnachweis.

Zugrundegelegt ist die einstufige Gitterwand-Stützmauer an der Rampe der Straßenbrücke in Grünheide (Mark), die im Jahre 1939 ausgeführt wurde (Abb. 7).

Drehmoment um Sohlenmitte gleich Null:

$$M_m = E_0 \cdot c + E \cdot d - E'' \cdot c - A \cdot a_1 - G \cdot a_2 \mp H_A \cdot h = 0.$$

Horizontalschub auf die Platte bei A:

$$H_A = \frac{1}{h} (E_0 \cdot \cos \alpha \cdot h_0 - A \cdot a_1 - G \cdot a_2).$$

Horizontalschub am Plattenaufleger B:

$$H_B = \pm H_A + E'_0.$$

Gesamterdschub auf den Wandunterteil:

$$E = E_{ag} + E_B + H_B.$$

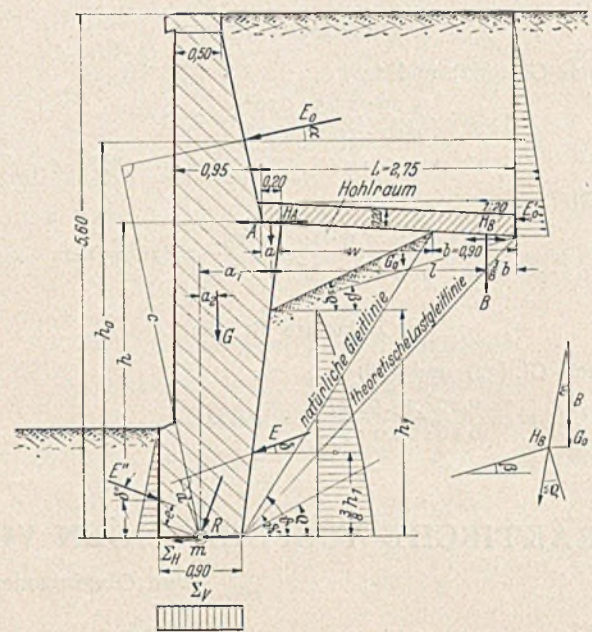


Abb. 7. Gitterwand-Stützmauer an der Rampe der Löcknitz-Straßenbrücke Grünheide (Mark).

Dies ist der ungünstigste Erdschub unterhalb der Platte. Der günstigste ist

$$E = E_B + H_B - E_{ag}, \text{ wenn } (E_B + H_B) > E_{ag}$$

und $E = E_{ag}$, wenn $E_{ag} > (E_B + H_B)$ ist.

Coulombscher Erdschub für unbelastetes Gelände:

$$E_{ag} = \frac{w \cdot \gamma \cdot h_1}{2} \cdot \text{tg}(\theta - \varrho).$$

Erdschub aus Plattenauflegerdruck B:

$$E_B = B \cdot \text{tg}(\theta_1 - \varrho).$$

Horizontalschub an der Sohle:

$$\sum H = E_0 \cdot \cos \alpha \pm H_B + (E_{ag} + E_B) \cos \delta - E'' \cdot \cos \delta''.$$

Reibungsbedingung: $H_B \leq B \cdot \text{tg} \varrho$ und bei Ausnutzung des Reibungswiderstandes $H_B \leq \frac{B \cdot \text{tg} \varrho}{s}$, worin $s \geq 1,5$ der Sicherheitsgrad ist. Weiter muß sein: $\beta + \varepsilon \leq \varrho$, worin ε aus $B, G,$ und H_B gegeben ist. Wächst ε , so wird β kleiner, d. h. die theoretische Böschung- bzw. die Hohlraumböschungslinie wird flacher als die natürliche Böschung. Damit rückt dann der obere Grenzpunkt der Erdschubverteilungsfläche von E entsprechend höher, also auch der Angriffspunkt von E . Sohlenpressung gleichmäßig. Bei Auflast über der Platte erhöhen sich die Auflagerdrücke A und B . Damit erhöhen sich auch die Drehmomente $A \cdot a_1$ (rechtsdrehend) und $E \cdot d$ (linksdrehend); sie heben sich gegenseitig nahezu auf. Das Pendeln der Schlußkraft R ist also ausgeschaltet

oder verschwindend gering. An der Sohle muß ebenfalls sein $\sum H \leq \frac{\sum V \cdot \operatorname{tg} \varrho}{s}$ mit $s \geq 1,5$. Liegt die Gitterplatte hinten auf stark bindigem durchnäßbarem Boden, so muß $H_B = 0$ sein. Der Hohlraum bleibt in diesem Falle weg. Der Hohlraum hat aber auch in allen anderen Fällen keine ausschlaggebende Bedeutung. $H = 0$ kann durch Vergrößerung von a_1 und a_2 leicht erreicht werden. Bei geringer Durchfeuchtung des bindigen Bodens ist die Bedingung $H = 0$ nicht erforderlich. Bei quelligem Boden ist die Anlage des Hohlräumens mit flacher Böschung wieder sehr zweckmäßig. Die Böschung wird dann mit Strauchwerk belegt.

Für Gitterwand-Brückenwiderlager gelten dieselben Leitsätze und Standsicherheitsbedingungen wie für Gitterwand-Stützmauern, nur mit sinngemäßer Berücksichtigung der aus dem Brückenüberbau hinzukommenden lotrechten und waagrechten Kräfte.

Die Gitterplatte ist für die auf plastisch-elastischem Boden kippenden oder schwankenden Schwergewichtsmauern die bisher fehlende Rückhaltescheibe. Ohne die beiderseitigen Haltescheiben

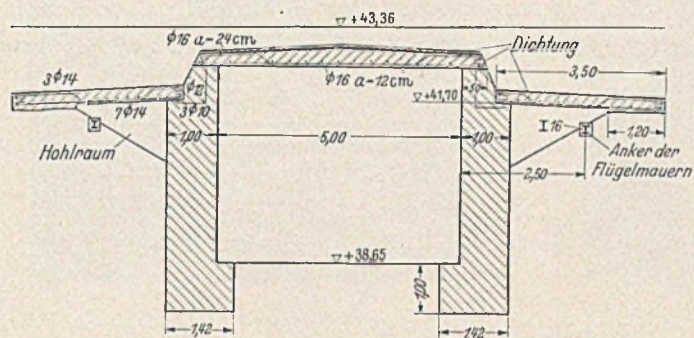


Abb. 8. Reichsstraßenbrücke über einen Feldweg bei Genshagen mit Gitterwand-Widerlagern.

(Gitter- oder Schleppplatten) ist z. B. die in Abb. 8 dargestellte, wie jede Balkenbrücke, besonders mit stählernem Überbau, streng genommen ein Gelenkviereck. Die hierbei obwaltende Strenge der Auffassung entspricht jedoch nur derjenigen, die bei der statischen Behandlung des Überbaues und seiner Auflager üblich ist und allgemein gefordert wird. Die häufigen Widerlagerverkippen finden dadurch eine weitere Erklärung.

D. Weitere ausgeführte einstufige Gitterwand-Brückenwiderlager.

Die ersten Gitterwand-Brückenwiderlager wurden bereits 1935/36 hergestellt³. Seitdem ist eine größere Anzahl zur Ausführung gekommen, von denen einige ausgewählte Beispiele von Straßenbrücken nachstehend beschrieben werden. Anschließend werden Eisenbahnbrücken- und mehrstufige Gitterwandbrückenwiderlager kurz behandelt (Abschnitt E).

Der Zweck der Ausbildung der bisherigen unvergitterten Brückenwiderlager nach dem Gitterwandprinzip ist die Verbesserung ihrer Standsicherheit, besonders bei Balken- und ähnlichen Überbauten. Verkippete Brückenwiderlager, meist Schwergewichtsmauern, wurden bei Brückenuntersuchungen häufig angetroffen. Die statischen Nachrechnungen erklärten diese Mängel. Die nachträgliche Standsicherung nach den bisher üblichen Verfahren ist erfahrungsgemäß schwierig und kostspielig und in ihrer dauernden Wirksamkeit fraglich. Es ist daher notwendig, aus den Erfahrungen zu lernen und den erkannten Gefahren möglichst schon im Entwurf zu begegnen.

Die Ursachen der Verkippungen und Verschiebungen von Brückenwiderlagern sind wie ihre Erscheinungen sehr mannigfaltig. Ungünstige Ausbildung, Baugrund- und Belastungsverhältnisse, Berechnungsfehler und anderes wirken mit. Die Hauptursache liegt in der althergebrachten Bauart. Die Ansicht, ein Widerlager müsse als Nur-Schwergewichtsmauer ausgebildet sein, ist zwar bequem, hat sich aber wie bei Stützmauern trotz immer größer werdenden Baustoffaufwandes nicht als stichhaltig erwiesen, ebensowenig wie das Nur-Schwergewichtsprinzip bei den

³ Schroeter: Der fehlende Übergang zwischen Brücke und Boden... Bauing. 17 (1936), S. 378.

Stützmauern selbst. Offenbar fehlt, wie oben schon erwähnt, den auf plastisch-elastischem Baugrunde schwankenden Schwergewichtsmauern die Rückhaltekraft.

Bei verankerten Stützmauern müssen die Anker natürlich dauernd unempfindlich gegen Einflüsse der unvermeidlichen Hinterfüllungssetzungen, Verkehrslasten und Bodendurchnässungen sein. Am besten, wenn sie sich den Bodensetzungen anpassen. Sie müssen druck-, zug- und biegefest sein. Verankerungen aus Zugstangen mit lotrechten Ankerplatten oder -wänden sind daher ungeeignet. Durchgehende kräftige Stahlbetonplatten erfüllen

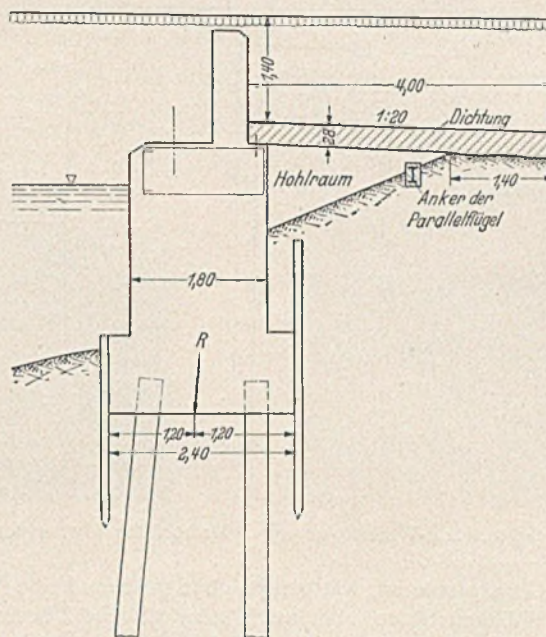


Abb. 9. Gitterwand-Widerlager der Straßenbrücke über die Nuthe bei Potsdam-Drewitz.

diese wichtigen Forderungen am vollkommensten. Sie sind infolge ihrer Überschüttung gleichzeitig unempfindlich gegen Erschütterungen. Überschüttung und Gitterplatte bilden den dynamischen Trag- und Dämpfungskörper, unter dem Ruhe herrscht⁴.

Abb. 9 zeigt das Gitterwand-Brückenwiderlager einer größeren Straßenbrücke und Abb. 10 eine Aufnahme der dort ein-

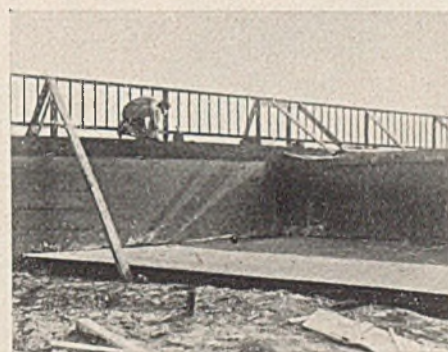


Abb. 10. Gitterplatte der Straßenbrücke Potsdam-Drewitz.

gebauten Gitterplatten. Die parallelen Flügelmauern sind gegenseitig verankert. Die Anker liegen im Hohlraum unter der Gitterplatte. Damit sind die durch Überschüttungs- und Auflast häufig entstehenden Ankerdurchbiegungen und Ankerbrüche unmöglich gemacht. Das erdseitige Plattenaufleger liegt hinter der natürlichen Gleitlinie. Es wurde direkt auf dem Boden betoniert und so eine innige reibungssichere Verbindung gewährleistet. Der Boden für die verstärkte Plattenauflegerstrecke wird nicht aufgehoben, sondern um das Maß der Verstärkung zusammengestampft.

⁴ Vgl. die aufschlußreichen Versuche der Deutschen Forschungsgesellschaft für Bodenmechanik im Degebo-Heft 2 (1932) und über die allgemeinen günstigen Eigenschaften von Plattenüberbrückungen, Beton und Eisen 41 (1942), S. 64—66.

Die Gitterwand entspricht in ihrer statischen Wirkung einem stehenden Gitterfachwerk (Mast), das die angreifenden Kräfte nach unten führt. Die Platten entsprechen den Pfosten und die Wand einer Gurtung. Die Druckkräfte der anderen Gurtung und der Diagonalen übernimmt der Boden. Die Vergitterung wird besonders klar bei mehrstufigen Gitterwänden. Mit ihnen erreicht man eine vollständige Erdschubentlastung der Wand, während man sich bei einstufigen Gitterwänden mit einer teilweisen Erdschubentlastung begnügt ⁵.

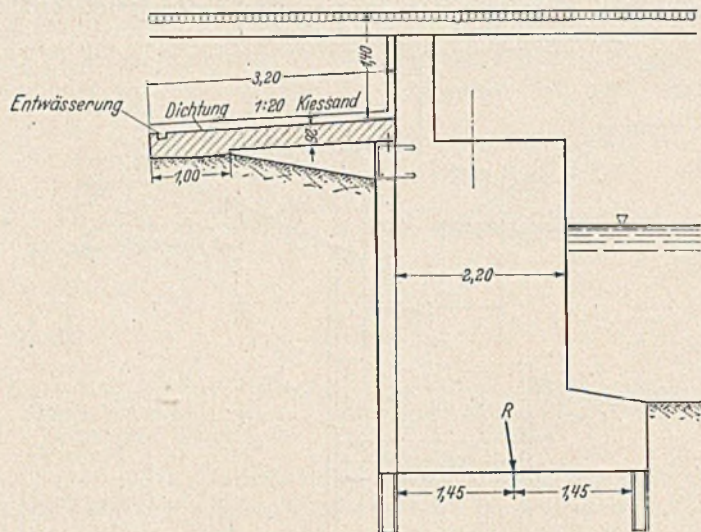


Abb. 11. Gitterwand-Widerlager einer Hubbrücke über einen Kanal.

Die Gitterplatte ist, wie bereits oben gezeigt, keine Verankerung im üblichen Sinne, aber auch keine übliche Überbrückung. Sie liegt nicht unmittelbar unter der Fahrbahn und hat erdseitig auch kein Widerlager. Die Widerlagersohle eines üblichen Überbrückungswiderlagers (kleines Endwiderlager einer Seitenöffnung) würde in gleicher Höhe liegen wie die erdseitige Auflagerfläche der Gitterplatte. Das erdseitige Plattenauflager ist also mindestens ebenso gut gegründet wie das kleine Endwiderlager einer Seiten-

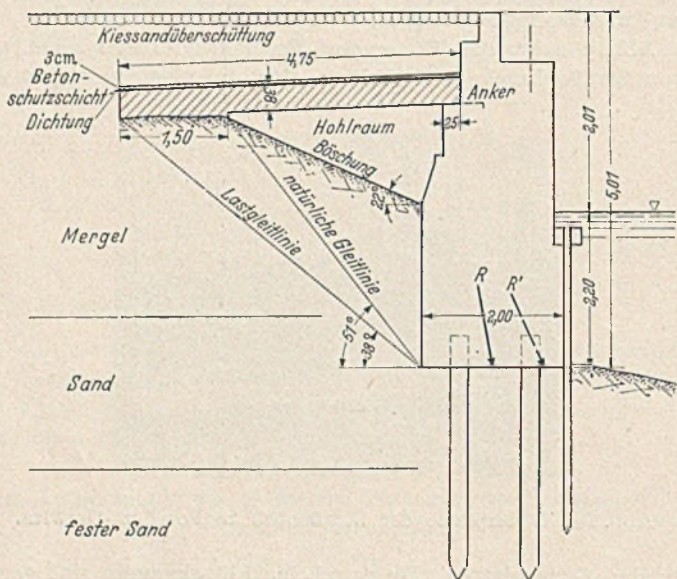


Abb. 12. Nachträgliche Standsicherung der Widerlager einer weiteren Hubbrücke über einen Kanal durch Gitterplatten.

öffnung. Ein kleines Widerlager unter der Gitterplatte würde ihre wesentlichste Eigenschaft, nämlich den Reibungswiderstand, aufheben, denn es wirkt wie eine Pendelstütze, also wie ein bewegliches Auflager. Daher ist bei der Gitterplatte ein kleines erdseitiges Widerlager grundsätzlich falsch und muß wegbleiben. Es kann erspart werden. Der Unterschied zwischen Überbrückung und Gitterplatte ist damit klar herausgestellt. Der Hohlraum ist

⁵ Vgl. Schroeter: Praktische Ausführungen von mehrstufigen Gitterwänden. Beton und Eisen 41 (1942), S. 76/78.

für die geschützte Unterbringung der Flügelmaueranker sehr zweckmäßig, hat aber für die Erdschubentlastung nur geringe Bedeutung, kann daher auch wegbleiben. Er veranschaulicht die Abschirmung, die, wie erwähnt, auch ohne Hohlraum genau so vorhanden ist. Die schweren Stahlbeton-Gitterplatten bedürfen ebensowenig einer Kontrolle wie die Kragplatten oder die Stahlbetonplatten der Flachfundamente unter großen Gebäuden oder Tunnelsohlen ⁶. Feingliedrige Bauteile sind hier unzweckmäßig.

Aus der in den obigen Leitsätzen verlangten Schlußkraftlage in Sohlenmitte ergibt sich eine gleichmäßige Bodenpressung an der Sohle des Brückenwiderlagers und aus der Erdschubentlastung eine steile Richtung der Schlußkraft. Dadurch erübrigen sich bei schlechtem Baugrund Zugpfähle, und der vordere Schrägpfehl kann in der Richtung der Schlußkraft angeordnet werden. Diese Eigenschaft der Gitterwandwiderlager hat sich bei notwendigen Aufpfropfungen der Pfähle als sehr vorteilhaft erwiesen.

Abb. 11 zeigt das südliche Gitterwandwiderlager einer Hubbrücke über einen Kanal. Die Gitterplatte am nördlichen Widerlager ist bereits an anderer Stelle beschrieben und dargestellt ⁷. Dort ist auch Näheres über ihre Zweckmäßigkeit und Bewährung

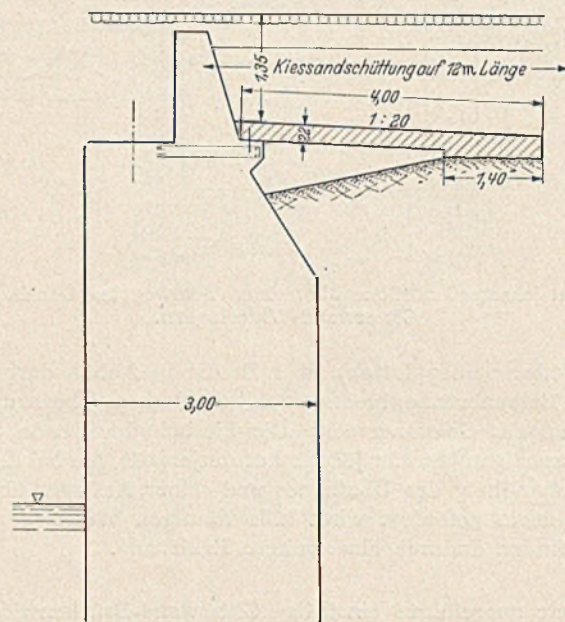


Abb. 13. Gitterplatten der Widerlager einer Reichsautobahnbrücke.

gesagt. Die Ausführung in Abb. 11 zeigt am Plattenende eine Entwässerungsrinne für das auf der Plattenoberfläche abfließende Sickerwasser. Besonders wichtig ist noch für Hubbrückenwiderlager der schon erwähnte Wegfall größerer Pendelbewegungen der Schlußkraft infolge Auflastwechsels. Die Auflasteinflüsse aus der Platte heben sich nahezu gegenseitig auf, und die Auflagerkraft des Überbaues kann leicht in der Lotrechten durch Sohlenmitte angeordnet werden, weil neue Gitterwandwiderlager schlank sind. Dazu dämpfen und hindern die Reibungswiderstände unter den erdseitigen Plattenauflagern ungünstige Einflüsse in beiden Fahrtrichtungen.

Abb. 12 zeigt die nachträgliche Standsicherung einer anderen Hubbrücke mittels Gitterplatte. Die alten Widerlager stehen auf Pfahlrost mit nur lotrechten Pfählen. Die vorderen Pfähle haben nachgegeben. Die Widerlager sind dadurch nach vorn etwas übergekippt. Die Hubtürme stehen nicht mehr lotrecht und die Radkränze der Antriebsmittel begannen, sich an den Zahnstangen zu scheuern. Der Zustand drohte bei weiterer Verschiebung der Widerlager bedenklich zu werden. Die eingetretenen Mängel konnten noch gerade durch geringe Verlegung der Lager behoben werden. Gegen die weitere Verschiebung wurden Gitterplatten eingebaut. Vorhandene Absätze konnten an den Widerlagerrücken,

⁶ Vgl. Schaechterle: Pfeiler und Widerlager von Brücken. Berlin 1935. Abb. 36, 199, 232 und 256.

⁷ Pfeiffer: Hubbrücke über einen Kanal. Bautechn. 19 (1941), S. 233 und 592.

wie Abb. 12 zeigt, als Plattenaufleger benutzt und miteingestemmten Ankereisen versehen werden. Die statische Untersuchung ergab eine besonders lange und starke Platte, denn die Schlußkraft an der Widerlagersohle mußte erheblich zurückgeholt werden (von R' nach R). Dadurch wurden die Vorderpfähle stark entlastet und die hinteren besser ausgenutzt. Um den Einbau der Gitterplatten in kürzester Zeit ausführen zu können, wurden sie aus vorher fertiggestellten Stahlbetonbohlen zusammengesetzt. Die Umleitung des Verkehrs war nicht möglich.

Abb. 13 zeigt das Gitterwand-Brückenwiderlager einer Autobahnbrücke. Die hohen Widerlager sind wie üblich bemessen. Die Gitterplatte bringt hier also eine zusätzliche Standsicherung und dient hauptsächlich der Sicherung des allmählichen Überganges von der Brücke zu dem sehr hohen Damm. Aus diesem Grunde wurde auch die Platte mit Kiessandüberschüttung versehen, die weit hinter Plattenhinterkante erst in der Straßenoberfläche all-

mählich eine künstliche Gleitfläche geschaffen, auf der der größte Teil des Mauerweights einen erheblichen zusätzlichen Schub erzeugt. Dieser Schub verlagert wieder die Schlußkraft nach vorn, womit nichts gewonnen und die Standsicherheit nur verschlechtert ist. Auch die Ausführung starker Unterschneidungen ist schwierig und wird meist schlecht. Sie sollten daher unterbleiben.

Querschnitt Abb. 18 ist ohne Hohlraum ausgebildet. Wie schon erwähnt, hat der Hohlraum keine ausschlaggebende Bedeutung. Die Platte wird also direkt auf dem Boden betoniert. Der Boden für die Auflagerverstärkungsstrecke wird zusammengestampft. Die Verdichtung des Dammbodens mit schwerem Stampfgerät erfolgt nur bis zur natürlichen Gleitlinie, also bis Auflagervorderkante der Platte. Die in Abb. 1, 2 und 18 dargestellte Bodenpressungsline unter der



Abb. 14. Gitterplatte des Widerlagers einer Reichsautobahnbrücke. (Blick auf die verlorene Schalung).

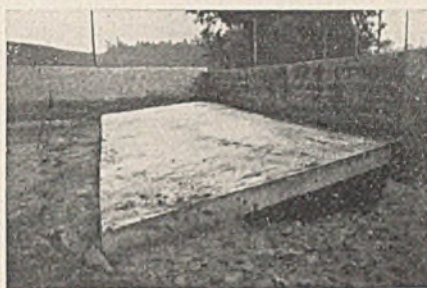


Abb. 15. Fertige Gitterplatte mit Hohlraum.



Abb. 16. Pflasterversackung hinter einem Widerlager ohne Gitterplatte.

mählich ausläuft (vgl. die besonderen Ausführungen über die wichtige Nebeneigenschaft der Gitterplatte zur dauernden Ausschaltung der Schlaglöcher und Gleisbrüche hinter Brückenwiderlagern im Aufsatz Fußnote 3). Für die vordere Auflagerung der Platten wurden Auflagerkonsolen am Widerlagerrücken hergestellt.

Aufnahmen von der Ausführung zeigen die Abb. 14 und 15. In Abb. 14 ist die verlorene Schalung und die nicht eingeschaltete hintere Auflagerstrecke und in Abb. 15 die fertige Gitterplatte mit Hohlraum zu erkennen. Gitterplatten, die nur dem Pflasterschutz dienen, sind nicht möglich. Sie dienen stets gleichzeitig der Standsicherung. Zu kurze Gitterplatten sind in beiden Fällen wenig zweckmäßig. Abb. 16 zeigt die bekannte Pflasterversackung („kleine Sprungschanze“). In Voraussicht dieser Versackung wurde das Widerlager vorsorglich mit Auflagerabsatz und Verankerung für die Gitterplatte versehen, diese aber zunächst noch nicht eingebaut.

Abb. 17 zeigt den Querschnitt der beiden Gitterwand-Endwiderlager einer neuen Straßenbrücke über einen Kanal mit einer Hauptöffnung und zwei Seitenöffnungen. Wie in Abb. 9 sind die Parallelflügel gegenseitig verankert und die Anker durch die Gitterplatten geschützt. Die Platten erhielten eine Kiessandüberschüttung.

Abschließend sei noch der Entwurf eines Gitterwand-Brückenwiderlagers für eine Eisenbahnbrücke gezeigt (Abb. 18). Die Brückenentwässerung ist durch die Kammermauer hindurch zu einem Entwässerungsrohr geführt. Das Sickerwasser auf der Plattenoberfläche wird hinten mittels Drainrohr aufgefangen und ebenfalls abgeleitet. Die Gitterplatten werden isoliert.

Wie bei allen neuen einstufigen Gitterwand-Brückenwiderlagern ist der Rücken lotrecht. Diese Anordnung ist statisch, baulich und wirtschaftlich die günstigste. Die bei Nur-Schwergewichtsmauern häufig anzutreffenden starken Unterschneidungen der weit nach hinten geführten Rückenfläche sind gefährliche Fehlmaßnahmen (siehe Abb. 220a, b und c im Buch Schaechterle⁶). Viele Stützmauer- und Widerlagerverschiebungen sind hierauf zurückzuführen. Die Unterschneidung soll die Lage der Schlußkraft zur Sohlenmitte verbessern. Es wird aber in Wirk-

Platte entspricht den Ergebnissen der Theorie und Versuche mit starren Platten auf elastischer Unterlage. Der Hinterfüllungsboden zwischen natürlicher Gleitlinie und Mauer wird nur mit leichtem Gerät gestampft. Durch die Platte ist dieser Coulombsche Erdkeil der mechanischen Verdichtung durch die Stampf-

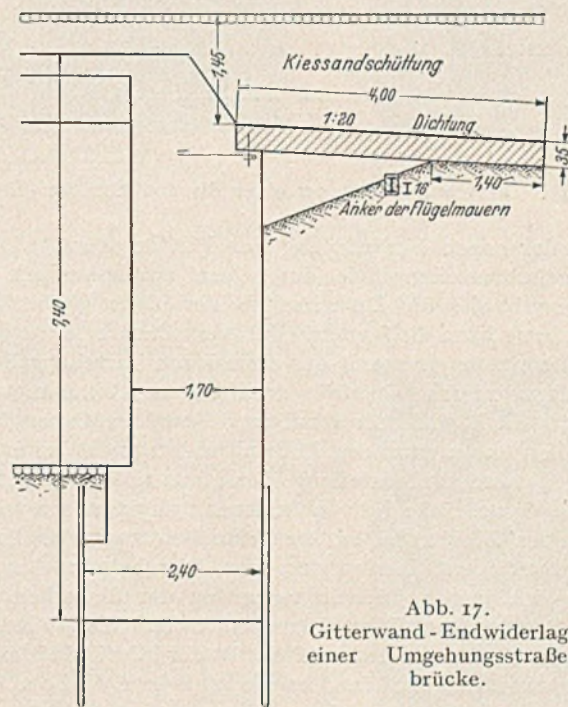


Abb. 17. Gitterwand-Endwiderlager einer Umgehungsstraßenbrücke.

arbeit des Verkehrs dauernd entzogen. Die unerwünschte Erhöhung des Coulombschen Erdschubes ($\min E_{ag}$) auf den natürlichen Erdschub ($\max E_{ag}$), der zweieinhalbmal so groß ist, kann daher nicht eintreten.

Die Länge der verstärkten Auflagerstrecke b beträgt die Hälfte der Strecke zwischen Mauerrücken und natürlicher Gleitlinie. Dies ergibt stets bei großen bis größten Auflasten eine geringe Bodenpressung unter b , etwa $1-2 \text{ kg/cm}^2$. Soll diese noch

kleiner werden, so braucht b nur entsprechend vergrößert zu werden, wodurch dann gleichzeitig die Lastgleitlinie flacher wird. Die wirkliche Lastgleitlinie, wie sie in den Fotos der Versuche Müller-Breslau⁸ erscheint, ist in Abb. 18 angegeben (I). Linie III ist die in den Fotos der Versuche von Krey⁹ mit waagrechten Ankerkräften erscheinende Lastgleitlinie. Diese fällt nun fast mit der theoretischen ebenen Lastgleitlinie aus lotrechter Kurzlast zusammen. Sie ist nur nach oben etwas ausgebogen. Daraus kann gefolgert werden, daß die theoretische Lastgleitlinie auch für Schräglasten gilt; dies hier um so mehr, als die Abweichung von der Lotrechten nur gering ist ($< \varrho$). Die wahrscheinliche wirkliche Lastgleitlinie aus Schräglast ist in Abb. 18 mit Linie II gekennzeichnet, verläuft also etwas flacher als I. Diese Versuchsergebnisse liegen den Leitsätzen und dem Standsicherheitsnachweise in den obigen Abschnitten B und C zugrunde.

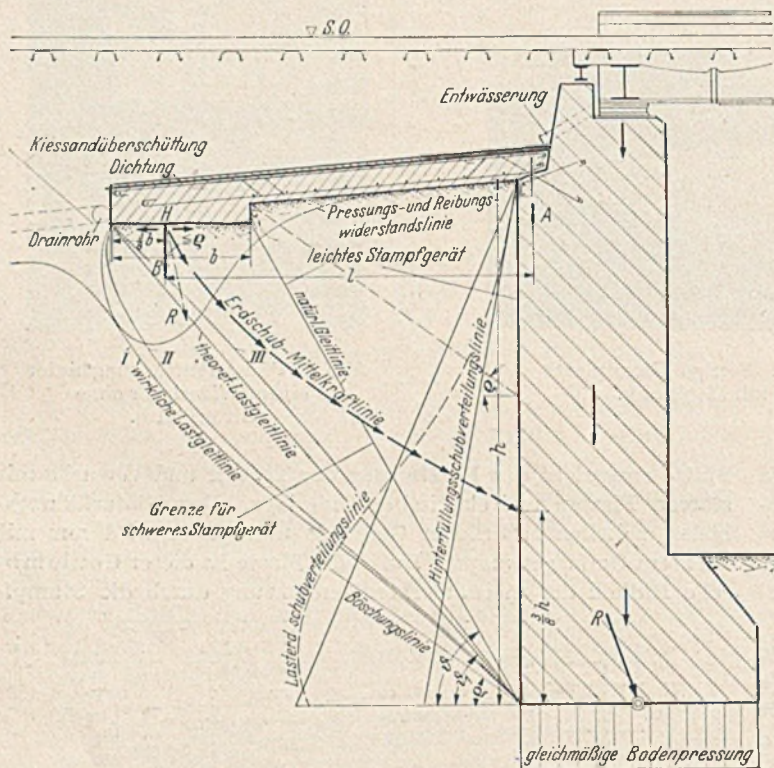


Abb. 18. Gitterwandwiderlager einer Eisenbahnbrücke (Entwurf).

Aus der engen Verknüpfung der Plattenpressungsline mit der Erdschubverteilungslinie durch den zwangsläufigen Gleitvorgang ergibt sich die Ähnlichkeit beider Linien (Abb. 18). Zur Vereinfachung kann die Lasterdschub-Verteilungslinie wegen ihrer nahen Übereinstimmung mit der dreieckigen Verteilungslinie des Hinterfüllungsschubes ebenfalls dreieckig angenommen werden, woraus sich die Lage des Erdschubangriffspunktes klar ergibt. Bei nicht voller Ausnutzung des Reibungswiderstandes unter B beginnt die Lasterdschubverteilung oben etwas tiefer, äußerstenfalls (bei $H_B = 0$) am Fuße der von Auflagervorderkante ausgehenden theoretischen Böschungslinie, die gestrichelt angegeben ist. Bei Brückenwiderlagern, insbesondere von Eisenbahnbrücken, empfiehlt es sich jedoch, hiervon zugunsten der Sicherheit keinen Gebrauch zu machen. Einmal kommt der Fall $H = 0$ bei Eisenbahnbrücken kaum vor und zweitens ist der Möglichkeit einer anderen Voraussetzung der Wandbewegung als der Coulombschen Rechnung zu tragen. Aus diesem Grunde wird empfohlen, E in $\frac{2}{3}h$ angreifen zu lassen, wenn h die Höhe zwischen Platte und Widerlagersole ist.

Man muß sich klar darüber sein, daß außer der Rückhaltekraft und ihrer Sicherheitsreserve gegenüber den unvergitterten Widerlagern eine Anzahl weiterer Sicherheiten vorhanden ist:

⁸ Erddruck auf Stützmauern. 1906. Abb. 103.

⁹ Erddruck, Erdwiderstand. 4. Aufl. Berlin 1931. S. 243, Abb. 214 und S. 280, Abb. 153.

Einmal wird bei der Gitterwand der volle Coulombsche Erdschub in Rechnung gesetzt, während er nach bisheriger Ansicht (Culmann) bei gleichzeitigem Auftreten einer Kurzlast zu groß wäre. Die Berechtigung dieser Ansicht ist von mir bestritten². Zweitens ist, wie schon erwähnt, die zweieinhalbfache Erhöhung des Coulombschen Erdschubes durch mechanische Verdichtung des Hinterfüllungsbodens größtenteils durch die Abschirmung ausgeschaltet. Drittens sei noch die Ansicht erwähnt, wonach Kurzlasten hinter der natürlichen Gleitlinie keinen Erdschubeinfluß mehr haben sollen, was für Gitterwandwiderlager und -stützmauern außerordentlich günstig wäre. Dennoch ist in den obigen Leitsätzen und im obigen Standsicherheitsnachweis der Lasteinfluß berücksichtigt, denn die genannte Ansicht ist von Müller-Breslau längst widerlegt und von dem ersten Vertreter dieser Ansicht, Mehrrens, später selbst nicht mehr aufrecht erhalten worden (vgl. hierzu die eingehenden Ausführungen im Aufsatz Fußnote 2). Viertens hat der natürliche Erdkeil unter der Platte infolge der Abschirmung und der Entwässerung

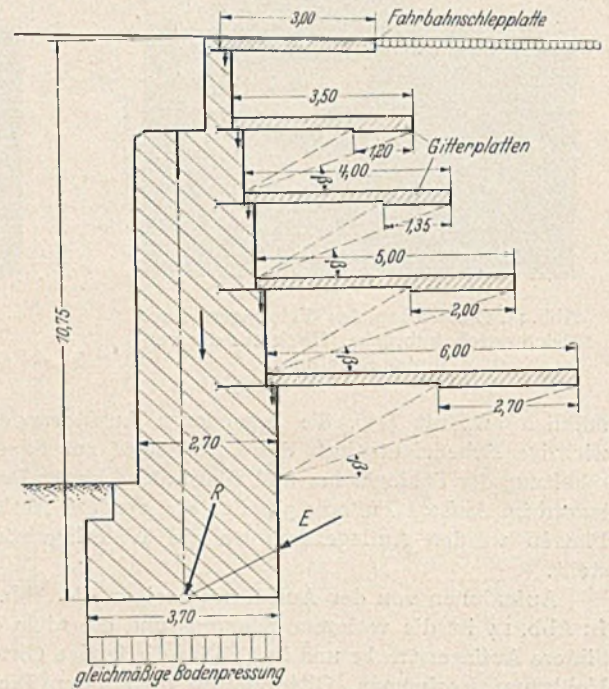


Abb. 19. Mehrstufiges Gitterwand-Brückenwiderlager ohne Hohlräume.

und Abdichtung der Plattenoberfläche einen verminderten Feuchtigkeitsgehalt und dauernd seine Kohäsion. Man ist daher berechtigt, den der vollen Durchnässung und Verdichtung ausgesetzten Boden oberhalb der Platte wie bei unvergitterten Widerlagern in Rechnung zu setzen, den unterhalb der Platte für den Coulombschen Erdkeil anzusetzenden Erdschub dagegen mit $\lambda = 1,6 t/cbm$ und $\delta = \frac{2}{3}\varrho$ zu berücksichtigen, vorausgesetzt, daß es sich nicht um Widerlager oder Stützmauern an Wasserläufen handelt.

E. Mehrstufige Gitterwand-Brückenwiderlager.

Die Ausschaltung der aus Erdschub und Baugrund entstehenden Unsicherheiten durch Anpassung an die unvermeidlichen Bodensetzungen und den gleichzeitigen Reibungswiderständen wird um so wirkungsvoller, je vollkommener die Erdschubentlastung durch die Platten ist. Bei hohen Dämmen und nachgiebigem Baugrunde empfehlen sich daher mehrstufige Gitterwände und Gitterwandbrückenwiderlager, worauf bereits Leussink¹⁰ hinweist. Da mehrstufige Gitterwände schon häufig mit gutem Erfolge ausgeführt sind, kann auf die an anderer Stelle veröffentlichte Beschreibung und Betrachtung derselben verwiesen werden⁵.

¹⁰ Der Einfluß des Dammes auf flachgegründete Brückenwiderlager bei nachgiebigem Baugrunde. Bautechn. 14 (1836), S. 663.

Ein mehrstufiges Gitterwand-Brückenwiderlager ohne Hohlräume zeigt Abb. 19. Die Erdschubentlastung ist praktisch die gleiche wie bei den Ausführungen mit Hohlräumen. Die oben genannte Bedingung für die Neigung β der Böschungsbruchlinie muß auch hier erfüllt sein, woraus sich die Plattenlängen ergeben. Die oberste, in der Fahrbahn liegende Platte ist keine Gitterplatte, sondern eine stark bewehrte Fahrbahnschlepp-Platte¹¹. Sie dient nur zum weiteren Schutze des Oberflächenanschlusses gegen Schlaglöcher bzw. der Gleise gegen Gleisbruch. Sie ist entbehrlich, wenn die Überschüttungshöhe über der obersten Gitterplatte nicht zu groß gewählt und gut verstampft wird. Gitterwand-Widerlager eignen sich, wie Abb. 19 bereits erkennen läßt, für die Typisierung in drei Hauptgruppen: Straßen- und Eisenbahnüberführungen sowie Flußunterführungen.

¹¹ Vgl. Die Straße (1938), S. 650.

F. Zusammenfassung.

Es ist bekannt, daß sehr viele bisherige Brückenwiderlager sich bei den Brückennachrechnungen als zu schwach erwiesen haben, hauptsächlich deshalb, weil sie nur mit dem Coulomb'schen und nicht mit dem natürlichen Erdschub berechnet wurden, der zweieinhalbmal so groß ist als der Coulomb'sche. Da durch die Gitterplatten der den Erdschub erhöhende Einfluß der ständig hämmernden Verkehrslasten abgeschirmt und teils auf das Widerlager, teils weit nach hinten abgeleitet wird, werden gefährdete unvergitterte Widerlager durch nachträglichen Einbau von Gitterplatten standsicher. Neue Brückenbauwerke aber erhalten durch Gitterwand-Brückenwiderlager als waagrecht und lotrecht beanspruchte hochgeführte Fundamentkörper mit Rückhaltekraft eine den sorgfältig berechneten und ausgebildeten Überbauten entsprechende Sicherheit und Wirtschaftlichkeit, wie an einigen Entwurfs- und Ausführungsbeispielen bewiesen wurde.

KURZE TECHNISCHE BERICHTE.

Gegen und für Bleigelenke.

Im Rahmen von längeren Darlegungen über die Maßnahmen zur Herbeiführung der statischen Bedingungen im Bauwerk, die der Berechnung von Brücken zugrunde gelegt zu werden pflegen, also im wesentlichen über Gelenke und Dehnungsfugen, spricht sich ein italienischer Fachmann, Dr.-Ing. G. Sassi, gegen die Anwendung von Bleigelenken aus. Er stützt sich dabei auf Erfahrungen, die er bei der Heeresbaudirektion in Asmara an größeren Stahlbetonbrücken bei dem italienischen Feldzug in Abessinien gemacht hat. Der Punkt, in dem die Drucklinie das Bleigelenk schneidet, verschiebe sich bei Durchbiegung der Brücke; damit ver-

Aber nicht nur die Pendel seien beschädigt gewesen, sondern bei den Instandsetzungsarbeiten habe sich gezeigt, daß auch die Träger da, wo sie unter Zwischenschaltung der Bleiplatten auf den Pendeln aufliegen, Schäden aufwiesen, die so weit gingen, daß die Stahleinlagen frei lagen.

Ähnliche Schäden zeigt Sassi im Lichtbild bei zwei etwa zwölf Jahre alten Brücken (Abb. 4 u. 5). Hier seien die Schäden nicht so schlimm, weil hier außer den Bleiplatten schwache, das Gelenk durchdringende Stahleinlagen Federgelenke bilden.

Sassi kommt auf Grund seiner Erfahrungen zu dem Ergebnis, daß Bleigelenke zwar wirtschaftlich sein mögen, aber sie nützen nichts und seien oft sogar schädlich. Es gebe andere Mittel, so Federgel-

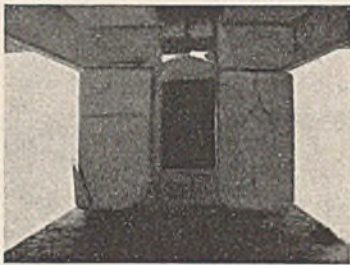


Abb. 1.



Abb. 2.

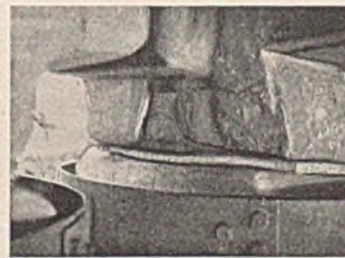


Abb. 3.

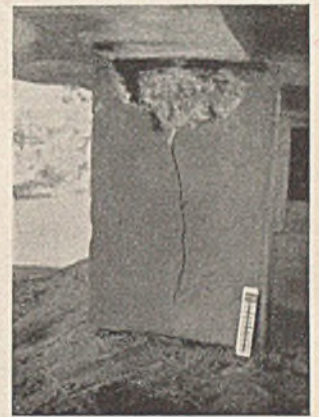


Abb. 4.

ändere sich die Belastung der Bleiplatte in einer Weise, die rechnerisch nicht verfolgt werden kann; zudem sei die Lebensdauer der Bleiplatte nur beschränkt. Diese Darlegungen wurden in Annali dei Lavori Pubblici 79 (1941) S. 238 wiedergegeben, wobei der Stellungnahme von Sassi zu den Bleigelenken entgegengetreten wurde: Sassi möge von theoretischen Gesichtspunkten zwar Recht haben, es genüge aber, auf die Verwendung von Bleigelenken, namentlich in Deutschland, und ihre Bewährung in der Praxis hinzuweisen, um sich darüber klar zu werden, daß Bleigelenke, auch abgesehen von ihrem vorteilhaften Preis, zu befriedigenden Ergebnissen führen. Die Bleigelenke müßten nur nach den anerkannten Regeln entworfen werden, wie sie sich aus ihrer Anwendung in Deutschland ergeben haben; namentlich liege kein Grund zu Besorgnis in bezug auf zu weitgehende Beanspruchung der Bleiplatte und des Betons auf Druck vor.

Zu diesen Darlegungen nimmt Sassi im Ingegnere 16 (1942) S. 446 Stellung. Er will nun Bleigelenke überhaupt nicht mehr ausgeführt sehen und weist auf einige Beispiele aus der Praxis hin, bei denen die Zwischenlage einer Bleiplatte zu schweren Schäden am Beton geführt hat. Er führt zunächst eine Bogenbrücke von zierlichen, wie er hinzufügt, vielleicht zu zierlichen Formen an, die von einem hervorragenden und von allen, auch von den Italienern verehrten deutschen Fachmann entworfen ist. Sie sei jetzt in italienischer Obhut, und die heute zuständige Verwaltung habe das nötige veranlaßt, um ihren Einsturz hintanzuhalten. Die Bogen, deren Fahrbahnen augenscheinlich als Zugband dienen, haben Spannweiten von etwa 50 m. Um ihre Bewegungen zu ermöglichen, stehen sie auf Pendeln aus Beton, unter und über denen Bleiplatten von 2 cm ursprünglicher Dicke liegen. Nach zehnjährigem Bestand sind an den Pendeln, wie die Lichtbilder (Abb. 1—3) zeigen, schwere Schäden durch Absplitterungen an den Kanten aufgetreten; die durchgehenden Bruchfugen stehen ungefähr rechtwinklig auf den Bleiplatten. Nur der Umstand, daß der Beton der Pendel umschnürt ist, habe den Zusammenbruch verhindern können.

lenke, wie sie z. B. bei einer in den Jahren 1938 bis 1940 in Messina erbauten Brücke angewendet worden und zum erstenmal im Ingegnere 11 (1937) S. 111 ff, insbes. S. 121 im Zusammenhang mit einem Bericht überitalienische Brückenbauten im Feldzug gegen Abessinien beschrieben worden sind. Diese Gelenke sind Federgelenke, bei denen die Gelenk- von Dreigelenk-Bogenträgern aus Stahlbeton bildenden Stahleinlagen zwar in dem Beton eingebettet sind, aber auf eine gewisse Länge, wo sie der Biegung unterworfen sind, mit einer Schicht Bitumen umgeben sind, so daß sie sich auf dieser Länge — sie ist bei einem der dargestellten Gelenke mit 0,78 m angegeben — frei biegen können. Um das Austreten des Bitumens zu verhindern, ist es von einer Kupferhülle umgeben. Der Preis von derartigen Gelenken, sagt Sassi, sei nur wenig höher als der von Bleigelenken und könne bei sorgfältiger Untersuchung der Bewegungsvorgänge und darauf gegründetem Entwurf noch verringert werden; sie erfüllten aber ihren statischen Zweck und hätten eine lange Lebensdauer.

Ebenso spricht sich Sassi gegen das Einlegen von Bleiplatten als Mittel zur Ermöglichung von Längsbewegungen von Balkenträgern infolge von Wärmeschwankungen und infolge des Schwindens des Betons aus. Die bereits erwähnte Brücke hat neben ihren von sechs Bogenträgern überspannten Öffnungen außerdem noch neun Felder, die von über je drei Felder durchgehenden Balkenträgern überbrückt werden. Diese ruhen unter Zwischenschaltung von Bleiplatten auf ziemlich hohen,

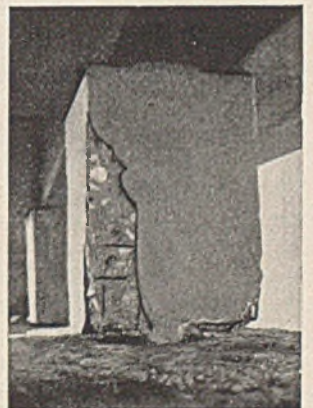


Abb. 5.

**) durch Makmalen Umbauern d. 359. II, 2.*

*Wellen
wurde
Karte
neu*

*mit in
gott*

schlanken, auf Kies gegründeten Pfeilern. Bei der Verkürzung der Träger infolge Schwindens des Betons haben die Endwiderlager Widerstand geleistet, das eine, weil es durch Flügelmauern sozusagen verankert war, das andere, weil es durch den ersten der anschließenden Bogenträger belastet ist. Der dritte Pfeiler von links, auf dem also der erste und der zweite der durchlaufenden Balkenträger aneinander stoßen, ist beim Schwinden der Träger gleichzeitiger Beanspruchung nach beiden Seiten in der Längsrichtung der Brücke ausgesetzt gewesen, und die Folge war, daß er unter auf ihn einwirkenden Kräften Schäden gelitten hat, die beweisen, daß die Bleiplatten ihren Zweck nicht erfüllt haben.

Sassi will keine weiteren Worte auf die Bleiplatten verschwenden; er empfiehlt nur, Brücken, bei denen sie verwendet sind, ohne vorgefaßte

Meinung einige Zeit, nachdem sie erbaut worden sind, auf das Verhalten unter Wirkung der Bleiplatten zu untersuchen. Man werde dann wertvolle Feststellungen machen, und manches Vorurteil werde fallen.

Man kann gespannt sein, ob sich nun etwa andere Fachleute finden werden, die im Gegensatz zu S a s s i und in Übereinstimmung mit seinem Gegner in den Annali dei Lavori Pubblici für die Bleiplatten eintreten. Namentlich sollte der Hinweis S a s s i s auf die Verwendung der Bleiplatten bei Brücken in Deutschland deutsche Fachleute veranlassen, über die Erfahrungen zu berichten, die sie mit der Verwendung von Bleiplatten zur Bildung von Gelenken gemacht haben. (Nach L'Ingegnere 13 (1939) S. 429, 14 (1940) S. 114 u. 183 und 16 (1942) S. 446.)

W e r n e k e, Berlin.

BUCHBESPRECHUNG.

Wanke, J.: Zur Berechnung stählerner Brücken mit gekrümmten, auf konzentrischen Kreisen liegenden Hauptträgern. Mit 6 Abb. Forschungshefte aus dem Gebiete des Stahlbaues, herausgegeben vom Deutschen Stahlbau-Verband, Berlin. Heft 3. Berlin: Springer-Verlag 1941. IV, 34 S. Gr. 4°. Preis br. RM 3.—.

Brückentragwerke mit räumlich gekrümmten oder geknickten Hauptträgern und einem Horizontalverbaude sind mit 4 lotrechten und 3 waagrechteten Stützkraften statisch bestimmt. Ihrer statischen Berechnung steht aber die Schwierigkeit entgegen, daß die vier lotrechten Stützkraften nur in drei Gleichgewichtsbedingungen erscheinen, so daß nicht, wie bei ebenen Tragwerken, mit ihrer Berechnung der Anfang gemacht werden kann, worauf sich dann die Schnittkräfte im Träger nach bekannten rechnerischen oder zeichnerischen Verfahren ergeben. Man muß vielmehr von den Gleichgewichtsbedingungen an den gegenüberliegenden Knoten der beiden Hauptträger ausgehen und erhält fünfgliedrige Gleichungen für die Momente jedes Hauptträgers. Diese lassen sich unmittelbar auflösen, bei konzentrisch gekrümmten Hauptträgern und gleicher Felderteilung lassen sich mit der Differenzenrechnung geschlossene Formeln ableiten. Bemerkenswert ist der Weg von Melan (Stahlbau 13 (1940), S. 121), als Unbekannte nur die Änderungen einzuführen, um die sich die Momente von denen ebener Träger unterscheiden. Auch die Ausdehnung der Berechnung auf durchlaufende gekrümmte Träger findet sich bereits in älteren Arbeiten.

Der Verfasser der vorliegenden Schrift zerlegt die Momente ähnlich wie Melan: $M = \mathfrak{M} + \mu$, worin \mathfrak{M} die Momente in ebenen Trägern infolge der gegebenen Belastung und μ Zusatzmomente sind, die man erhält, wenn man in den Knotenpunkten gewisse, von den endgültigen Momenten abhängige Zusatzlasten anbringt. Für die Zusatzmomente μ ergibt sich wieder ein System von Differenzgleichungen, das für die wichtigsten Belastungsfälle allgemein gelöst wird. Durch eine geringe Vernachlässigung erhält man sehr gute Näherungslösungen, für die sich in Abhängigkeit von der Felderzahl Tabellen aufstellen lassen. Die Berechnung der Formänderungen des räumlichen Systems leitet über zur Behandlung des Tragwerks mit durchlaufenden Hauptträgern, durch eine Substitution für jedes Paar von Stützenmomenten läßt sich das sechsgliedrige System von simultanen Elastizitätsgleichungen für die $2(n-1)$ Stützenmomente ($n = \text{Zahl der Öffnungen}$) für die Auflösung vereinfachen. Es werden außer der Wirkung gleichmäßiger Vollbelastung auch die Einflußlinien bestimmt, ferner die Vereinfachungen gezeigt, die sich ergeben, wenn die Trägheitsmomente jeder Öffnung konstant sind oder sogar für die ganze Brückenlänge in beiden Hauptträgern gleiches J vorhanden ist. Ein Beispiel mit 3 Öffnungen, nach den Ergebnissen dieser beiden Vereinfachungsstufen behandelt, erläutert die Anwendung der abgeleiteten Gleichungen, Formeln und Tabellen. Die Arbeit bedeutet einen bemerkenswerten Beitrag zu den Bemühungen, für diese schwierige Aufgabe eine den Bedürfnissen der Berechnungspraxis geeignete Lösung zu finden. P o h l, Berlin-Charl.

PATENTBERICHTE.

Bekanntgemachte Anmeldungen.

Bekanntgemacht im Patentblatt Nr. 30 vom 23. Juli 1942 und von demselben Tage an auf drei Monate beim Reichspatentamt ausgelegt.

Kl. 35 c, Gr. 1/01. A 91 037. A. B. C. Baumaschinen-Fabrik Schumann, Findeisen & Co., Leipzig. Vereinigte Aufzugswinde für Bauaufzüge, Fahrbühnenaufzüge und Rammtrieb. 11. III. 40.

Kl. 37 b, Gr. 3/01. A 84 929. Erfinder, zugleich Anmelder: Nils Viktor Andersson, Stockholm, Schweden; Vertr.: Dipl.-Ing. C. Stoepel, Pat.-Anw., Berlin SW 11. Balkonträger. 23. XI. 37. Schweden 9. XII. 36.

Kl. 37 b, Gr. 5/01. M 141 648. Erfinder, zugleich Anmelder: Paul Meltzer, Darmstadt. Verfahren zum Herstellen von Knotenplatten, insbesondere für Holzbauwerke. 14. V. 38. Österreich.

Kl. 37 e, Gr. 13/02. P 79 416. Erfinder, zugleich Anmelder: Otto Pannicke, Neußsburg bei Peine. Leiterrutsche. 8. VII. 39.

Kl. 37 e, Gr. 13/03. Sch 121 743. Erfinder: Paul Schulze und Hans Hinrichsen, Lübeck. Anmelder: Paul Schulze & Co., Lübeck. Vorrichtung zum Abstützen von Baugerüsten, Gebäudeteilen u. dgl. 10. I. 41.

Kl. 37 f, Gr. 2/02. S 127 345. Erfinder: Heinrich Kling, München-Solln. Anmelder: Suka-Silo-Bau Heinrich Kling, München-Solln. Getreidezellsilo aus gemauerten Wänden mit eingelegten Ringeisen; Zus. z. Pat. 669 036. 27. V. 37.

Kl. 37 f, Gr. 3/01. K 160 323. Erfinder: Friedrich Einbeck, Dortmund. Anmelder: Fa. Aug. Klönne, Dortmund. Hochdruckgas-speicherungsanlage. 28. II. 41.

Kl. 80 b, Gr. 1/05. S. 146 331. Sika Holding A.-G., Glarus, Schweiz; Vertr.: Dr. W. Haaga, Pat.-Anw., Berlin W 15. Verfahren zur Verbesserung der Eigenschaften hydraulischer Bindemittel. 25. VII. 41.

Kl. 80 b, Gr. 6/06. H 162 659. Erfinder, zugleich Anmelder: Eugen Hugger, Berlin. Verfahren zur Herstellung von Leichtbaukörpern mit Bimskies als Füllstoff. 6. VII. 40.

Kl. 84 a, Gr. 5/02. W 106 111. Erfinder, zugleich Anmelder: Karl Weber, Porta, Weser. Schwimmende Schlemmvorrichtung zum Abdichten von Kanalbetten. 26. VII. 39.

Kl. 84 c, Gr. 1. Sch 122 624. Erfinder, zugleich Anmelder: Dr. Robert Schönhofer, Braunschweig. Baggergerät zum Niederbringen von Rohren. 29. V. 41.

Kl. 84 c, Gr. 2. L 102 298. Erfinder, zugleich Anmelder: Georg Landsberg, Berlin. Anker- oder Zugpfahl. 7. XII. 40.

Kl. 85 e, Gr. 10. H 161 453. Erfinder: Paul Hörnemann, Essen-Borbeck. Anmelder: Hörnemann & Co., Essen-Borbeck. Schachtdeckel aus gepreßtem Stahlblech. 26. I. 40.

Bekanntgemachte Anmeldungen.

Bekanntgemacht im Patentblatt Heft 31 vom 30. Juli 1942 und von demselben Tage an auf drei Monate beim Reichspatentamt ausgelegt.

Kl. 37 b, Gr. 1/03. S 130 625. Erfinder: Dr. Walter Schröder, Berlin-Steglitz. Anmelder: Sendlinger optische Glaswerke G. m. b. H. Berlin-Zehlendorf. Oberlichtabdeckung aus Glas für hohe Druckbelastungen. 29. I. 38.

Kl. 37 b, Gr. 2/01. G 97 911. Erfinder, zugleich Anmelder: Max Goldstein, Aschaffenburg. Selbsttragende bewehrte Hohlplatte aus Beton; Zus. z. Pat. 690 551. 21. V. 38.

Kl. 37 f, Gr. 3/02. P 78 654. Erfinder: Louis Pierre Brice, Boulogne sur Seine, Frankreich, und Jean Lipsky, Paris. Anmelder: La Paroi Hydraulique, Société Anonyme, Paris; Vertr.: Dr. W. Haaga, Pat.-Anw., Berlin W 15. Stahlbetonbehälter mit in der Betonwandung angeordneten Kanälen zur Wasserabdichtung. 9. II. 39. Belgien 18. II. 38.

Kl. 80 b, Gr. 1/07. B 190 168. Erfinder: Dipl.-Ing. Albert Weiß, Mannheim. Anmelder: Brown, Boveri & Cie. A.-G., Mannheim-Käfertal. Verfahren zur Verhinderung unzulässiger Wärmespannungen beim Abbinden des Betongemisches bei Großbauwerken. 16. III. 40. Protektorat Böhmen und Mähren.

Kl. 80 b, Gr. 1/14. S 143 013. Erfinder: Hans Budde, Berlin-Lichterfelde. Anmelder: Salge-Bühler G. m. b. H., Berlin. Verfahren zur Herstellung eines wasserabweisenden Mörtelzusatzes. 21. XI. 40.

Kl. 84 c, Gr. 2. E 53 839. Otto Eggstein, Luzern, Schweiz; Vertr.: Dr.-Ing. Dr. jur. B. Hilliger, Pat.-Anw., Berlin SW 11. Verfahren zum Herstellen eines Betonpfahles. 6. VIII. 40.

Kl. 84 c, Gr. 2. H 163 780. Erfinder, zugleich Anmelder: Dipl.-Ing. Hans Georg v. Henning auf Schönhoff, Berlin-Wilmersdorf. Verfahren und Einrichtung zum Herstellen von Beton- bzw. Stahlbeton-Grundmauern. 15. XI. 40.

INHALT: Die lotrechten Eigenschwingungen der Hängebrücken. Von Professor Dr.-Ing. K. Klöppel und Dr.-Ing. K. H. Lie, Darmstadt, S. 277. — Praktische Ausführungen von Gitterwand-Brückenwiderlagern. Von Oberingenieur Alfons Schroeter, Berlin, S. 283. — Kurze technische Berichte, S. 289. — Gegen und für Pleigelenke. — Buchbesprechung, S. 290. — Patentberichte, S. 290.

Dieses Heft enthält keine Literaturschau; die nächste erscheint in Heft 40/42.