

# DER BAUINGENIEUR

18. Jahrgang

1. Oktober 1937

Heft 39/40

## UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE KNICKSICHERHEIT, DIE ELASTISCHE VERFORMUNG UND DAS KRIECHEN DES BETONS BEI BOGENBRÜCKEN.

Von Professor Dr.-Ing. **Fr. Dischinger**, Berlin.

(Fortsetzung und Schluß von Seite 552.)

5. Die Umlagerung der Normalkräfte und Biegemomente vom Beton auf das Eisen bei den bewehrten Eisenbetongewölben und Säulen als Folge des Kriechens und des Schwindens des Betons.

Bei den bisherigen Untersuchungen haben wir, um einen besseren Überblick zu erhalten, den Einfluß der Bewehrungen vernachlässigt. Durch die Verkürzung des Betons infolge der plastischen Formänderungen aus Kriechen und Schwinden werden mit dem Fortschreiten dieser plastischen Formänderungen die Kräfte in immer höherem Maße von dem Beton auf die Bewehrungseisen umgelagert. Erst mit dem Abschluß des Kriechens und des Schwindens ist diese Umlagerung der inneren Kräfte beendet. Das Verhältnis  $n = \frac{\sigma_e}{\sigma_b}$  ist demnach eine veränderliche Zahl. Im Moment

des Aufbringens der Last ist  $n = n_0 = \frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{E_e}{E_o}$ . Bei einem guten Beton beträgt der federnde Elastizitätsmodul  $E_o$  wenigstens 350000 kg/cm<sup>2</sup> und damit wird  $n_0 \geq 6$ . Durch das Kriechen und Schwinden des Betons und die dadurch bedingte Umlagerung der inneren Kräfte vom Beton auf die Bewehrungseisen, wächst aber  $n$  sehr rasch an und kann, wie wir noch sehen werden, sogar den Wert  $n = \infty$  annehmen, in Übereinstimmung mit den von Graf<sup>15</sup> durchgeführten Messungen bei Säulen.

Bevor wir uns mit der Umlagerung der inneren Kräfte bei den bewehrten Gewölben befassen, bei denen durch das Kriechen nicht nur eine Umlagerung der inneren Kräfte bewirkt, sondern zugleich auch der statisch unbestimmte Gewölbeschub beeinflusst wird, wollen wir zuerst das einfachere Problem der zentrischen auf Druck beanspruchten bewehrten Säule besprechen.

### a) Die zentrisch auf Druck beanspruchte Eisenbetonsäule.

Im Zeitpunkt  $t = 0$ , d. h. im elastischen Bereich verteilt sich die Säulenlast  $P$  auf den Beton und auf den Eisenquerschnitten proportional den zugehörigen Dehnungssteifigkeiten  $D_b = E_o F_b$  und  $D_e = E_e F_e$ . Hierbei ist  $E_o$  wieder der federnde Elastizitätsmodul des Betons. Im elastischen Bereich wird demnach durch das Verhältnis der Elastizitätsmodule zugleich auch das Verhältnis der

Spannungen der beiden Materialien gekennzeichnet.  $\frac{E_e}{E_o} = \frac{\sigma_e}{\sigma_b} = n_0$ .

Im Zeitpunkt  $t$  ist die Verteilung der Spannungen auf die beiden Verbundkörper jedoch eine andere, wir führen dafür die Bezeichnung  $n_t$  und nach Abschluß des Kriechens und Schwindens  $n_t = n_n$  ein.

Dementsprechend entfällt im Zeitpunkt  $t = 0$  von der Gesamtlast  $P$ :

$$(67) \left\{ \begin{array}{l} \text{Auf den Beton } P_{ob} = P \frac{D_b}{D} \text{ wobei } D_b = E_o F_b \\ \text{Auf das Eisen } P_{oe} = P \frac{D_e}{D} \quad \frac{D_b = E_e F_e}{D = D_e + D_b} \end{array} \right.$$

In einem Zeitpunkt  $t$  nach der Ausrüstung sind diese Gleichungen nicht mehr gültig, weil infolge des Kriechens und des Schwindens des Betons ein mit der Zeit veränderlicher Lastanteil vom Beton nach den Eisen übergewandert ist, in diesem Zeitpunkt entfällt also:

$$(67a) \left\{ \begin{array}{l} \text{Auf den Beton } P_{tb} = P_{ob} - P_t \\ \text{Auf das Eisen } P_{te} = P_{oe} + P_t \end{array} \right.$$

Die Größe der Kraft  $P_t$  erhalten wir aus der Bedingung, daß im Zeitpunkt  $t$  Beton und Eisen sich um das gleiche, vorerst noch unbekannte Maß  $\Delta l_t$  verkürzt haben.

$$(68) \left\{ \begin{array}{l} \Delta l_t = P_{ob} \frac{1}{D_b} (1 + \varphi_t) \\ + \omega_s T l \frac{\varphi_t}{\varphi_n} - \int_{t_1=0}^{t_1=t} \frac{dP_t}{dt} (1 + \varphi_t - \varphi_{t1}) \frac{1}{D_b} dt_{11} = (P_{oe} + P_t) \frac{1}{D_e} \end{array} \right.$$

Hierbei ist  $\omega_s T l \frac{\varphi_t}{\varphi_n}$  das Schwindmaß für das wir wiederum den gleichen Verlauf wie für das Kriechen voraussetzen. Mit  $\varphi_t = \varphi_n$  erreicht das Schwinden mit  $\omega_s T l$  seinen Größtwert.  $P_{ob} \frac{1}{D_b}$  ist die elastische Verkürzung des Betonquerschnittes, die durch das Kriechen auf  $P_{ob} \frac{1}{D_b} (1 + \varphi_t)$  vergrößert wird. Das Differential der Umlagerungskraft  $\frac{dP_t}{dt} dt_{11}$ , das im Zeitpunkt  $t_1$  erzeugt wird, wirkt der Kraft  $P_{ob}$  entgegen und erzeugt eine elastische Längung  $\frac{dP_t}{dt} dt_{11} \frac{1}{D_b}$ , die entsprechend Gl. 48 auf den  $(1 + \varphi_t - \varphi_{t1})$ fachen Wert vergrößert wird. Um die Gesamtwirkung der Kraft  $P_t$  bis zum Zeitpunkt  $t$  zu erhalten, müssen wir von  $t = 0$  bis  $t = t_n$  integrieren. Das Eisen wird im Zeitpunkt  $t$  durch  $P_{oe} + P_t$  belastet und daraus ergibt sich eine Verkürzung des Eisens um  $(P_{oe} + P_t) \frac{1}{D_e}$ .

Durch Differenzieren entsprechend der Leibnizschen Regel erhalten wir wiederum die Differentialgleichung des Problems:

$$\frac{\omega_s T}{m} \frac{d}{dt} (\varphi_t) + \frac{P_{ob}}{D_b} \frac{d}{dt} (\varphi_t) - \frac{P_t}{D_b} \frac{d}{dt} (\varphi_t) - \frac{dP_t}{dt} \frac{1}{D_b} = \frac{dP_t}{dt} \frac{1}{D_e}$$

durch welche die Umlagerung der Kraft im Zeitdifferential  $dt$  beschrieben wird und die wir ohne weiteres auch direkt hätten anschreiben können. Wir setzen  $\frac{D_e}{D} = \alpha$  und  $\frac{D_b}{D} = 1 - \alpha$  und erhalten damit:

$$(68a) \quad \frac{dP_t}{dt} + \alpha P_t \frac{d}{dt} (\varphi_t) - \alpha \left( P_{ob} + \frac{\omega_s T}{m} D_b \right) \frac{d}{dt} (\varphi_t) = 0.$$

Das ist wieder die gleiche lineare Differentialgleichung erster Ordnung wie früher, aus der wir als Lösung erhalten:

$$P_t = \left( P_{ob} + \frac{\omega_s T}{m} D_b \right) (1 - e^{-\alpha \varphi_t}).$$

Nun ist  $D_b = E_o F_b = E_o \frac{P_{ob}}{\sigma_{ob}}$ , wobei  $\sigma_{ob}$  die Betonspannung im

<sup>15</sup> Graf, Otto: Versuche mit Eisenbetonsäulen. Deutscher Ausschuß für Eisenbeton (1934) Heft 77.



Zeitpunkt  $t = 0$ , demnach:

$$(69) \quad P_t = P_{ob} \left( 1 + \frac{\omega_s T E_0}{m \sigma_{ob}} \right) (1 - e^{-\alpha \varphi_t})$$

wobei 
$$P_{ob} = P \frac{D_b}{D} = P(1 - \alpha)$$

und im Zeitpunkt  $t = t_n$  ist  $\varphi_t = \varphi_n = m$  und damit ergibt sich der Größtwert von  $P_t$ :

$$(69a) \quad P_t = P_{ob} \left( 1 + \frac{\omega_s T E_0}{m \sigma_{ob}} \right) (1 - e^{-\alpha m}).$$

Die vom Beton getragene Last beträgt also im Zeitpunkt  $t$ :

$$(70) \quad \left\{ \begin{aligned} P_{tb} &= P_{ob} - P_t = P_{ob} \left[ e^{-\alpha \varphi_t} - \frac{\omega_s T E_0}{m \sigma_{ob}} (1 - e^{-\alpha \varphi_t}) \right] \\ &= P_{ob} (e^{-\alpha \varphi_t} - f_{ts}) \quad \text{wobei } P_{ob} = P \frac{D_b}{D} = P(1 - \alpha) \\ \text{und } f_{ts} &= \frac{\omega_s T E_0}{m \sigma_{ob}} (1 - e^{-\alpha \varphi_t}). \end{aligned} \right.$$

Für  $t = 0$  wird  $P_{tb} = P_{ob}$  und für  $t = t_n$  ist  $\varphi_t = \varphi_n = m$  und damit:

$$(70a) \quad \left\{ \begin{aligned} P_{tb} &= P_{ob} \left[ e^{-\alpha m} - \frac{\omega_s T E_0}{m \sigma_{ob}} (1 - e^{-\alpha m}) \right] \\ &= P_{ob} (e^{-\alpha m} - f_{ns}) \quad \text{wobei } f_{ns} = \frac{\omega_s T E_0}{m \sigma_{ob}} (1 - e^{-\alpha m}) \end{aligned} \right.$$

Der Zusammenhang zwischen  $\alpha = \frac{D_e}{D}$  und der Bewehrungszahl

$\mu = \frac{F_c}{F_b}$  ist gegeben durch:

$$(70b) \quad \left\{ \begin{aligned} \alpha &= \frac{D_e}{D_e + D_b} = \frac{1}{1 + \frac{E_0 F_b}{E_c F_c}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{n_0 \mu}} = \frac{n_0 \mu}{1 + n_0 \mu} \\ \text{bzw. } \mu &= \frac{1}{n_0 (1 - \alpha)}. \end{aligned} \right.$$

Die von dem Eisen aufzunehmende Last beträgt unter Berücksichtigung, daß  $P_{ob} = P_{oe} \frac{1 - \alpha}{\alpha}$

$$(71) \quad \left\{ \begin{aligned} P_{te} &= P_{oe} + P_t = P_{oe} + P_{oe} \frac{1 + \alpha}{\alpha} \left( 1 + \frac{\omega_s T E_0}{m \sigma_{ob}} \right) (1 - e^{-\alpha \varphi_t}) \\ &= \frac{P_{oe}}{\alpha} \left[ 1 + (1 - \alpha) (f_{ts} - e^{-\alpha \varphi_t}) \right] \end{aligned} \right.$$

wobei  $\frac{P_{oe}}{\alpha} = P$  und  $f_{ts} = \frac{\omega_s T E_0}{m \sigma_{ob}} (1 - e^{-\alpha \varphi_t})$ .

Für  $t = 0$  ist  $\varphi_t = 0$  und damit  $P_{te} = P_{oe}$ , für  $t = t_n$ ,  $\varphi_t = \varphi_n = m$  erreicht  $P_{te}$  seinen Größtwert

$$(71a) \quad P_{te} = \frac{P_{oe}}{\alpha} \left[ 1 + (1 - \alpha) (f_{ns} - e^{-\alpha m}) \right]$$

wobei  $f_{ns} = \frac{\omega_s T E_0}{m \sigma_{ob}} (1 - e^{-\alpha m})$ .

Aus dem Verhältnis  $\frac{P_{te}}{P_{oe}} = \frac{\sigma_{te}}{\sigma_{oe}} = \frac{\epsilon_{te}}{\epsilon_{oe}}$  ergibt sich um wieviel mal größer die Verkürzung der Säule ist bei Berücksichtigung des Kriechens und Schwindens ( $\Delta l_n$ ) gegenüber der rein elastischen Verkürzung ( $\Delta l_0$ ).

$$(72) \quad \Delta l_n = \frac{\Delta l_0}{\alpha} [1 + (1 - \alpha) (f_{ns} - e^{-\alpha m})]$$

wobei 
$$\Delta l_0 = \sigma_{oe} \frac{1}{E_e} = \sigma_{ob} \frac{1}{E_0}.$$

Aus den gewonnenen Gleichungen können wir nun auch leicht den mit der Zeit veränderlichen Wert von  $n_t = \frac{\sigma_{te}}{\sigma_{tb}}$  ermitteln. Wir erhalten:

$$n_t = \frac{\sigma_{te}}{\sigma_{oe}} = \frac{P_{te}}{F_c} = \frac{P_{oe}}{F_c} \frac{1 + (1 - \alpha) (f_{ts} - e^{-\alpha \varphi_t})}{\frac{P_{tb}}{F_b} = \frac{P_{ob}}{F_b}}$$

Nun ist  $\frac{P_{oe}}{F_c} = \frac{\sigma_{oe}}{\sigma_{ob}} = n_0$ , demnach:

$$(73) \quad n_t = n_0 \frac{1 + (1 - \alpha) (f_{ts} - e^{-\alpha \varphi_t})}{\alpha (e^{-\alpha \varphi_t} - f_{ts})} = \frac{n_0}{\alpha} \left[ \frac{1}{e^{-\alpha \varphi_t} - f_{ts}} - (1 - \alpha) \right].$$

Für  $t = 0$  ist  $\varphi_t = 0$ ,  $e^{-\alpha \varphi_t} = 1$ ,  $f_{ts} = 0$  und damit,  $n_t = n_0$ , für  $t = t_n$  ist  $\varphi_t = \varphi_n = m$  und damit:

$$(73a) \quad n_n = n_0 \frac{1 + (1 - \alpha) (f_{ns} - e^{-\alpha m})}{\alpha (e^{-\alpha m} - f_{ns})} = \frac{n_0}{\alpha} \left[ \frac{1}{(e^{-\alpha m} - f_{ns})} - (1 - \alpha) \right]$$

$n_t$  bzw.  $n_n$  wird um so größer, je stärker das Kriech- und Schwindmaß des Betons ist, es kann sogar der Fall eintreten, daß für  $t = t_n$  der Beton vollständig spannungsfrei wird und die gesamte Last von den Eisen allein getragen wird. Die Bedingung hierfür ergibt sich aus Gl. 73a. Hiernach wird  $n_n = \infty$ , d. h. der Beton wird spannungslos für:

$$e^{-\alpha m} = f_{ns} = \frac{\omega_s T E_0}{m \sigma_{ob}} (1 - e^{-\alpha m}) \quad \text{bzw.}$$

$$(73b) \quad \frac{\omega_s T E_0}{m \sigma_{ob}} = e^{-\alpha m} \left( 1 + \frac{\omega_s T E_0}{m \sigma_{ob}} \right),$$

wobei durch Gl. (70b),  $\alpha = \frac{n_0 \mu}{1 + n_0 \mu}$  bzw.  $\mu = \frac{1}{n_0 (1 - \alpha)}$ , der Zusammenhang zwischen  $\alpha = \frac{D_e}{D}$  und der Bewehrungsziffer  $\mu = \frac{F_c}{F_b}$  gegeben ist.

Aus der Bedingungsgleichung (73b) erkennen wir, daß 5 Faktoren hierauf von Einfluß sind, nämlich — das Kriechen des Betons ( $m$ ), das Schwinden des Betons ( $\omega_s T$ ), das Verhältnis der Elastizitätsmodule ( $n_0 = \frac{E_0}{E_c}$ ) das Verhältnis der Betonspannungen im Zeitpunkt  $t = 0$  zum federnden Elastizitätsmodul ( $\frac{\sigma_{ob}}{E_0}$ ) und die Bewehrungsziffer ( $\mu = \frac{F_c}{F_b}$ ).

Die Zahlentafeln 73c und 73d geben uns einen Überblick darüber, unter welchen Verhältnissen die Betonspannungen zu Null werden können. In diesen Zahlentafeln sind für die nachstehenden Materialkonstanten die Werte  $\alpha$  bzw. die Bewehrungsziffern  $\mu = \frac{F_c}{F_b}$  in Prozenten ermittelt, bei denen der Beton spannungslos wird: Schwindwert  $\omega_s T = 30 \cdot 10^{-5}$  (entsprechend den Werten der amtlichen Bestimmungen). Federnder Elastizitätsmodul  $E_0 = 350\,000$  kg/cm<sup>2</sup>,  $n_0 = \frac{E_c}{E_0} = \frac{2,1 \cdot 10^6}{350\,000} = 6$ , Kriechwert  $m = 5, 4, 3$ , Verhältnis von  $\frac{E_0}{\sigma_{ob}} = 10\,000$  bis 4000.

	$m =$	5	4	3		
(73c)	$\frac{E_0}{\sigma_{ob}} =$	10 000	0,196	0,211	0,230	Werte $\alpha$ für die $n_n = \infty$ wird.
		8 000	0,226	0,246	0,270	
		6 000	0,266	0,292	0,327	
		4 000	0,328	0,367	0,414	

In der Zahlentafel 73d sind mittels Gl. (70b) die Werte  $\alpha$  durch die Werte der Bewehrungsziffer  $\mu = \frac{F_c}{F_b}$  ersetzt (in %).

	$m =$	5	4	3		
(73d)	$\frac{E_0}{\sigma_{ob}} =$	10 000	4,05	4,45	4,95	Werte $\mu = \frac{F_c}{F_b}$ in % für die $n_n = \infty$ wird.
		8 000	4,87	5,43	6,15	
		6 000	6,05	6,90	8,10	
		4 000	8,12	9,65	11,75	

Aus der Zahlentafel 73d ersehen wir, daß schon bei einer Bewehrung von 4% der Fall eintreten kann, daß  $n_n = \infty$  und damit der



Beton spannungslos wird. Je geringer die ursprüngliche Betonspannungen im elastischen Bereich, je größer die Kriech- und Schwindwerte der Betons um so leichter wird  $n_n = \infty$ . Der in Rechnung gestellte Schwindwert von  $\omega_s T = 30 \cdot 10^{-5}$  ist als ein Mindestwert zu betrachten, so daß auch schon bei geringeren Bewehrungen als 4% der Beton durch Kriechen und Schwinden spannungslos werden kann. Trotzdem in diesem Fall die gesamte Last von der Bewehrung allein getragen wird, bleiben die Eisenspannungen für alle Fälle der Zahlentafel 73d wesentlich unter der Streckgrenze, selbst bei Verwendung von St 37 mit seiner niedrigen Streckgrenze von  $\sigma_s = 2400 \text{ kg/cm}^2$ . Da die ganze Last vom Eisen getragen wird, ist:

$$(73e) \quad \sigma_e = \frac{P}{F_e} = \frac{P_{oe}}{F_e} \frac{1}{\alpha} = \frac{\sigma_{oe}}{\alpha} = n_o \frac{\sigma_{ob}}{\alpha} = \frac{n_o E_o}{\alpha} \left( \frac{\sigma_{ob}}{E_o} \right).$$

Damit ergeben sich für die Werte  $\frac{E_o}{\sigma_{ob}}$  und  $\alpha$  der Zahlentafel 73b unter Zugrundelegung der dort verwendeten Materialkonstanten  $E_o = 350\,000 \text{ kg/cm}^2$  und  $n_o = 6$  nachstehende Eisenspannungen:

m =	5	4	3	Größe der Eisenspannungen für $n_n = \infty$ .
(73f)				
$E_o$	10 000	1 072	995	915
$\frac{E_o}{\sigma_{ob}}$	8 000	1 160	1 068	975
$\sigma_{ob}$	6 000	1 315	1 200	1 072
	4 000	1 600	1 432	1 270

Nur bei sehr hohen Betonspannungen  $\frac{E_o}{\sigma_{ob}} = 6000$  und  $4000$  entsprechend den Betonspannungen  $\sigma_{ob} = 58,5$  bzw.  $87,5$  gehen die Spannungen über das für St 37 vorgeschriebene Maß von  $1200 \text{ kg/cm}^2$  hinaus. Es beständen jedoch auch gar keine Bedenken, wenn das Eisen bis in der Nähe der Streckgrenze beansprucht würde, weil das Eisen bei Erreichen der Streckgrenze plastisch wird und damit bei einer Lasterhöhung die Druckkräfte wieder vom Beton auf das Eisen umgelagert würden. Der Bruch tritt gemäß dem durch Versuche als richtig festgestellten Additions-gesetz der Tragfähigkeiten des Verbundkörpers erst ein, wenn Beton und Eisen zugleich das Maß der Bruchfestigkeit erreicht haben.

Wir wollen nun des weiteren noch feststellen, in welchem Maß durch den Widerstand der Bewehrungen das Kriechen und das Schwinden behindert wird. Wir gehen hierbei von Gl. 71 aus. Um die Behinderung des Kriechens zu berechnen, setzen wir hierin zuerst den Schwindwert  $f_{ts} = 0$  und erhalten:

$$\frac{P_{te}}{P_{oe}} = \frac{\sigma_{te}}{\sigma_{oe}} = \frac{1}{\alpha} \left[ 1 - (1 - \alpha) e^{-\alpha \varphi_t} \right] = \frac{1}{\alpha} - \frac{1 - \alpha}{\alpha} e^{-\alpha \varphi_t}.$$

Durch  $\frac{\sigma_{te}}{\sigma_{oe}}$  ist die tatsächliche Verkürzung der Säule zu der rein elastischen und damit die Größe von  $1 + \varphi_t$  gekennzeichnet, wobei  $\varphi_t$  jetzt aber die behinderte Kriechfunktion darstellt, die wir zur Vermeidung von Verwechslungen als ideellen Kriechwert mit  $\varphi_{ti}^D$  bezeichnen wollen, wobei die Indices i und D angeben, daß es sich um einen ideellen Kriechwert bei Druckbeanspruchung handelt. Wir werden später sehen, daß wir auch einen ideellen Kriechwert bei Biegung benötigen, den wir sinngemäß mit  $\varphi_{ti}^B$  bezeichnen werden.

Aus  $1 + \varphi_{ti}^D = \frac{1}{\alpha} - \frac{1 - \alpha}{\alpha} e^{-\alpha \varphi_t}$  erhalten wir die ideelle Kriechfunktion für Druckbeanspruchung bei Behinderung durch die Bewehrungseisen.

$$(74) \quad \varphi_{ti}^D = \frac{1 - \alpha}{\alpha} (1 - e^{-\alpha \varphi_t}) = \frac{1 - e^{-\alpha \varphi_t}}{\mu n_o}$$

und daraus für  $\varphi_t = \varphi_n = m$  den Größtwert:

$$(74a) \quad m_1^D = \frac{1 - \alpha}{\alpha} (1 - e^{-\alpha m}) = \frac{1 - e^{-\alpha m}}{\mu n_o}$$

da nach Gl. (70b):  $\alpha = \frac{n_o \mu}{1 + n_o \mu}$  bzw.  $\frac{\alpha}{1 - \alpha} = \mu n_o$ .

Die Zahlentafeln 74b und 74c zeigen uns, in welchem Maße die Kriechwerte durch die Bewehrungen herabgemindert werden. Den Zahlentafeln sind die Kriechmaße des unbewehrten Betons von  $m = 0$  bis  $m = 5$  und die Werte  $n_o = 6$  und  $n_o = 8$  zugrunde gelegt und damit sind die ideellen Kriechmaße  $m_1^D$  für die verschiedenen Bewehrungskoeffizienten ausgerechnet.

m =	0	1	2	3	4	5
(74b)						
$\mu = 0,005 (0,5\%)$	0,00	0,96	1,88	2,78	3,66	4,52
$\mu = 0,010 (1,0\%)$	0,00	0,92	1,78	2,61	3,36	4,11
$\mu = 0,020 (2,0\%)$	0,00	0,85	1,61	2,29	2,91	3,45
$\mu = 0,030 (3,0\%)$	0,00	0,80	1,49	2,08	2,59	3,02

Werte  $m_1^D$  für  $n_o = 6$

m =	0	1	2	3	4	5
(74c)						
$\mu = 0,005 (0,5\%)$	0,00	0,945	1,85	2,73	3,56	4,37
$\mu = 0,010 (1,0\%)$	0,00	0,890	1,72	2,49	3,21	3,77
$\mu = 0,020 (2,0\%)$	0,00	0,805	1,51	2,12	2,65	3,26
$\mu = 0,030 (3,0\%)$	0,00	0,735	1,34	1,84	2,25	2,58

Werte  $m_1^D$  für  $n_o = 8$

Die beiden Zahlentafeln zeigen, daß bei starkem Kriechen  $m = 4$  und  $m = 5$  und bei gleichzeitig hohen Bewehrungssätzen von 3% die ideellen Kriechmaße  $m_1^D$  durch die Gegenwirkung der Eisen gegenüber den Kriechmaßen des unbewehrten Betons bis auf rd. 50% ermäßigt werden können. Andererseits zeigen aber auch die Zahlentafeln, daß bei den üblichen Bewehrungsziffern der Gewölbe von 0,1–1,0% die Abminderung sehr gering ist, insbesondere, wenn man berücksichtigt, daß im allgemeinen bei der lamellenweisen Herstellung der Gewölbe der Beton beim Ausrüsten nicht mehr sehr jung ist und deshalb die Kriechmaße  $m$  des unbewehrten Betons kaum über den Wert  $m = 3$  hinausgehen dürften. Für diese Fälle ergibt sich, wie aus den Zahlentafeln hervorgeht, höchstens eine Abminderung des ursprünglichen Kriechmaßes von rd. 15%.

Aus der Gl. (71) können wir nun auch berechnen, in welchem Maße durch den Widerstand der Bewehrungseisen die Schwindwerte beeinflußt werden, denn wir können die Gesamtverkürzung aus Gl. (71) berechnen und davon den Anteil des Kriechens in Abzug bringen. Aus Gl. (71) ergibt sich die spezifische Gesamtverkürzung in Abhängigkeit von der ursprünglichen elastischen Verkürzung zu:

$$\frac{\sigma_{te}}{E_e} = \frac{\sigma_{oe}}{E_e} \left[ \frac{1}{\alpha} + \frac{1 - \alpha}{\alpha} \frac{\omega_s T E_o}{m \sigma_{ob}} (1 - e^{-\alpha \varphi_t}) - \frac{1 - \alpha}{\alpha} e^{-\alpha \varphi_t} \right].$$

Diese spezifische Gesamtverkürzung  $\frac{\sigma_{te}}{E_e}$  ist gleichzusetzen der spezifischen Verkürzung aus der elastischen und plastischen Zusammendrückung und dem Schwinden. Demnach:

$$\frac{\sigma_{te}}{E_e} = \omega_s T \delta + (1 + \varphi_{ti}^D) \frac{\sigma_{oe}}{E_e}.$$

Hierbei ist  $\delta$  ein Faktor, durch den das Verhältnis der behinderten zu der unbehinderten Schwindung gekennzeichnet werden soll.

$\frac{\sigma_{oe}}{E_e}$  ist die elastische Zusammendrückung, die für Beton und Eisen gleich groß ist und die entsprechend dem mit Gl. (74) ermittelten behinderten Kriechen auf den  $(1 + \varphi_{ti}^D)$ -fachen Werte erhöht wird. Aus dem Gleichsetzen der beiden obigen Gleichungen folgt:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{oe}}{E_e} \left[ \frac{1}{\alpha} + \frac{1 - \alpha}{\alpha} \frac{\omega_s T E_o}{m \sigma_{ob}} (1 - e^{-\alpha \varphi_t}) - \frac{1 - \alpha}{\alpha} e^{-\alpha \varphi_t} \right] \\ = \omega_s T \delta + \frac{\sigma_{oe}}{E_e} (1 + \varphi_{ti}^D). \end{aligned}$$

Nun ist nach Gl. (74)

$$1 + \varphi_{ti}^D = 1 + \frac{1 - \alpha}{\alpha} (1 - e^{-\alpha \varphi_t}) = \frac{1}{\alpha} - \frac{1 - \alpha}{\alpha} e^{-\alpha \varphi_t}.$$



Nach Auflösen ergibt sich daraus der Wert für  $\delta$ , durch den die Abminderung des Schwindens infolge des Widerstandes der Bewehrung gegeben ist, zu:

$$(75) \quad \delta = \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{E_0}{\sigma_{0b}} \frac{1-e^{-\alpha \varphi t}}{m} \frac{\sigma_{0e}}{E_e} = \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{1-e^{-\alpha \varphi t}}{m}$$

Der Größtwert der Abminderung ergibt sich für  $t = t_n$ ,  $\varphi t = \varphi_n = m$  zu:

$$(75a) \quad \delta = \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{1-e^{-\alpha m}}{m} \quad \text{wobei} \quad \frac{\alpha}{1-\alpha} = \mu n_0$$

Für den Sonderfall, daß das Kriechen in Wegfall kommt ( $m = 0$ ), folgt hieraus nach Ermittlung des dann unbestimmten Wertes:  $\delta = 1-\alpha$ . Mit Hilfe der Gl. (70b) können wir  $1-\alpha$  auch durch die Bewehrungsziffer ausdrücken. Damit erhalten wir:

$$(75b) \quad \delta = 1-\alpha = \frac{1}{1+n_0 \mu}$$

Das ist aber die schon längst bekannte Gleichung für die Abminderung des Schwindens durch die Bewehrungseisen im elastischen Bereich. In den Zahlentafeln 75c und 75d sind die Werte  $\delta$  der Abminderung des Schwindens wiederum für  $n_0 = 6$  und  $n_0 = 8$  und für die Kriechwerte  $m = 0$  bis  $m = 5$  angegeben:

	m =	0	1	2	3	4	5
(75c)	$\mu = 0,005 (0,5\%)$	0,971	0,960	0,940	0,927	0,915	0,904
	$\mu = 0,010 (1,0\%)$	0,942	0,920	0,890	0,870	0,840	0,822
	$\mu = 0,020 (2,0\%)$	0,893	0,850	0,805	0,763	0,727	0,690
	$\mu = 0,030 (3,0\%)$	0,847	0,800	0,745	0,694	0,647	0,604

Werte  $\delta$  für  $n_0 = 6$

	m =	0	1	2	3	4	5
(75d)	$\mu = 0,005 (0,5\%)$	0,961	0,945	0,925	0,910	0,890	0,874
	$\mu = 0,010 (1,0\%)$	0,924	0,890	0,860	0,830	0,802	0,754
	$\mu = 0,020 (2,0\%)$	0,861	0,805	0,755	0,707	0,662	0,632
	$\mu = 0,030 (3,0\%)$	0,806	0,735	0,670	0,613	0,562	0,516

Werte  $\delta$  für  $n_0 = 8$

In unseren Brückenbaubestimmungen ist bei Lamellenbetonierung und bei unbewehrten Gewölben ein Schwindwert von  $\omega_s T = 25 \cdot 10^{-5}$  vorgeschrieben, der schon bei 0,5% Bewehrung auf  $\omega_s T = 15 \cdot 10^{-5}$ , also auf 60% ermäßigt werden darf. Die vorstehenden Zahlentafeln zeigen, daß bei einer Bewehrung von 0,5% nur eine Abminderung des Schwindens von rd. 10% auftritt und erst bei Bewehrungen von rd. 3% wird eine derartige Abminderung auf rd. 60% erreicht. Berücksichtigt man aber, daß bei den Gewölben entsprechend den Darlegungen des Abschnitt 3 der Horizontalschub aus Schwinden viel zu ungünstig berechnet wird, so ist dadurch ein Ausgleich gegeben; das ändert aber nichts daran, daß nach den Bestimmungen der schwachbewehrte Bogen im Verhältnis zum unbewehrten Bogen zu günstig beurteilt wird.

Ebenso wie wir gemäß Abb. 42 im Abschnitt 3 für die Gewölbe den Horizontalschub  $H_t$  mittels Differenzenrechnung ermitteln konnten, so läßt sich auch die Umlagerungskraft  $P_t$  der Säule durch Differenzenrechnung feststellen. Der Abb. 44a und 44b liegen zwei verschiedene Kriechkurven zugrunde, aber mit dem gleichen Endwert  $\varphi_n = m$ . Die graphische Untersuchung zeigt wiederum, daß der Verlauf der Kriechkurve ohne jeden Einfluß auf das Endergebnis ist, aber nur unter der Voraussetzung der Gültigkeit des Superpositionsgesetzes der Gl. (48).

Im elastischen Bereich verteilt sich die Säulenlast  $P$  mit den Anteilen  $P_{0b}$  und  $P_{0e}$  auf Beton und Eisen. Die zugehörigen Dehnungen  $\epsilon_{0b}$  und  $\epsilon_{0e}$  sind gleich groß. Der Maßstab für  $P_{0e}$  und  $\epsilon_{0e}$  wurde gleich gewählt. Infolge des Kriechens des Betons will sich  $\epsilon_{0b}$  in der Zeit von  $t = 0$  bis  $t = t_n$  auf  $\epsilon_{0b} (1 + \varphi_t)$  vergrößern. Da aber die Dehnungen der beiden in einem Verbundkörper vereinigten Materialien Beton und Eisen in jedem Zeitpunkt  $t$  gleich groß sein müssen, entstehen nun die Umlagerungskräfte  $dP_{t1}$  und  $dP_{t2}$  usw., durch welche die Last im Beton  $P_{0b}$  verkleinert und die Last der

Eisen  $P_{0e}$  vergrößert wird. Die zu diesen Umlagerungskräften zugehörigen elastischen Dehnungen  $d\epsilon_{b1}$  und  $d\epsilon_{e1}$  verhalten sich natürlich wiederum wie die ursprünglichen elastischen Dehnungen  $\epsilon_{0b}$  und  $\epsilon_{0e}$ . Die Größe dieser Umlagerungskräfte ergibt sich aus der Bedingung, daß in jedem Zeitpunkt  $\epsilon_{tb} = \epsilon_{te}$ . Das Diagramm zeigt sehr übersichtlich wie die Gesamlast  $P$  immer mehr auf die

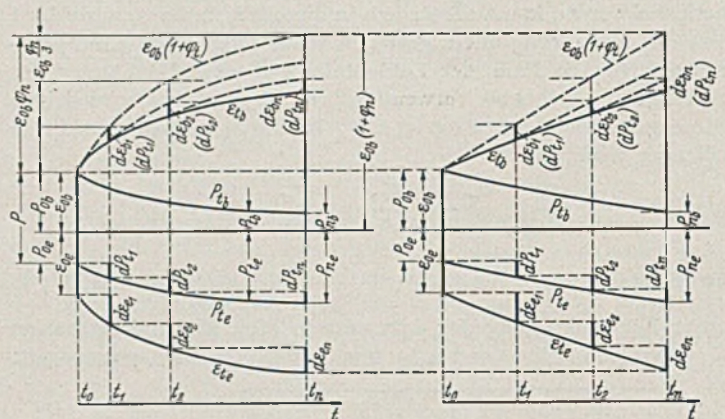


Abb. 44.

Eisen übergeht und die Dehnungen  $\epsilon_{te}$  und  $\epsilon_{tb}$  immer größer werden, aber in jedem Zeitpunkt gleich groß sind. Ebenso wie  $\epsilon_{0b}$  durch das Kriechen gemäß Gl. (47) auf  $\epsilon_{0b} (1 + \varphi_n)$  vergrößert wird, so vergrößert sich auch  $d\epsilon_{b1}$  nach Gl. (48) auf  $d\epsilon_{b1} (1 + \varphi_n - \varphi_{t1})$ . Bei der Abb. 44b ist eine andere Kriechkurve zugrunde gelegt, jedoch mit demselben Endwert  $\varphi_n = m$ , die Ergebnisse sind genau dieselben, es ist nur der Zeitmaßstab verzerrt. Um die Abbildungen einfach zu gestalten, wurde  $\varphi_n \epsilon_{0b}$  nur in drei Teile eingeteilt, für eine genaue Ermittlung müßte eine weiter gehende Unterteilung getroffen werden. Das hier gezeigte Verfahren der Differenzenrechnung läßt sich auch anwenden, wenn das grundlegende Gesetz der Superposition der plastischen Formänderungen der Gl. (48) nicht gültig ist.

b) Die zentrisch auf Druck beanspruchte umschnürte Säule.

Das oben gezeigte Rechenverfahren für die längsbewehrte Säule läßt sich in gleicher Weise auch für umschnürte Säulen anwenden. In diesem Fall muß die Querdehnungszahl bekannt sein und es müßte vorausgesetzt werden, daß Gl. (48) auch für das Kriechen des Betons in der Querrichtung gültig ist. Da meines Wissens hierüber noch keine Versuche vorliegen, auf denen aufgebaut werden kann, soll darauf verzichtet werden, den mathematischen Ableitungen noch nicht bewiesene Hypothesen zugrunde zu legen.

c) Die Umlagerung der Momente vom Beton auf den Eisenquerschnitt bei den auf Biegung beanspruchten Säulen.

Bei der geraden Säule wird durch eine Umlagerung der Biegemomente vom Beton auf das Eisen die Länge der Säulenachse nicht berührt und infolgedessen bleibt die unter a) gegebene Lösung für Druck bestehen. Die beiden Probleme der Umlagerung der Druckkräfte und der Biegemomente vom Beton auf den Eisenquerschnitt sind also vollständig voneinander unabhängig. Unseren weiteren Untersuchungen legen wir eine statisch bestimmt gelagerte Säule zugrunde. Zugleich wollen wir auch eine verschiedenartige Schwindung berücksichtigen, die zwar bei den Säulen kaum in Frage kommen dürfte, wohl aber bei den als Hohlbogen ausgebildeten Gewölben. Diese verschiedenartige Schwindung der beiden Ränder drücken wir durch eine Winkeldrehung  $\gamma$  bezogen auf die Längeneinheit aus. Aus der Bedingung, daß für ein Längenelement  $ds$  der Säule die Winkeldrehungen für den Beton- und den Eisenquerschnitt in jedem Zeitpunkt  $t$  gleich groß sein müssen, erhalten wir die Differentialgleichung für die Bestimmung des unbekanntes mit der Zeit veränderlichen Umlagerungsmomentes.



Im Zeitpunkt  $t = 0$  verteilt sich das in einem Querschnitt der Säule vorhandene Biegemoment  $M$  proportional den Biegesteifigkeiten des Beton- und Eisenquerschnittes.

$$(76) \left\{ \begin{array}{l} \text{Auf den Beton entfällt } M_{ob} = M \frac{K_b}{K} = M(1-\beta), \\ \text{wobei } K_b = E_0 I_b \\ \text{Auf das Eisen entfällt } M_{oe} = M \frac{K_e}{K} = M\beta, \\ \text{wobei } K_e = E_e I_e \\ \text{und } K = K_b + K_e. \end{array} \right.$$

Hierbei sind  $I_b$  und  $I_e$  die auf den Schwerpunkt des Verbundkörpers bezogenen Trägheitsmomente; infolge des Umlagerungsmomentes entfällt im Zeitpunkt  $t$ :

$$(76a) \left\{ \begin{array}{l} \text{Auf den Beton } M_{tb} = M_{ob} - M_t \\ \text{Auf das Eisen } M_{te} = M_{oe} + M_t. \end{array} \right.$$

Aus den Bedingungen gleicher Winkeldrehungen ergibt sich:

$$(77) \left\{ \begin{array}{l} \gamma \frac{ds}{dn} \frac{\varphi_t}{\varphi_n} + M_{ob} \frac{ds}{K_b} (1 + \varphi_t) - \int_{t_1=0}^{t_1=t} \frac{dM_t}{dt} (1 + \varphi_t - \varphi_{t1}) \frac{ds}{K_b} dt_1 \\ = (M_{oe} + M_t) \frac{ds}{K_e}. \end{array} \right.$$

Diese Gleichung stimmt in allen Punkten mit Gl. (68) überein und bedarf also keiner weiteren Erklärung. Hieraus ergibt sich durch Differenzieren entsprechend der Leibnizschen Regel die Differentialgleichung des Problems, wobei wir zugleich zur Abkürzung  $\frac{K_e}{K} = \beta$  und  $\frac{K_b}{K} = 1 - \beta$  gesetzt haben.

$$(77a) \quad \frac{dM_t}{dt} + \beta M_t \frac{d}{dt} (\varphi_t) - \beta \left( M_{ob} + \frac{\gamma}{m} K_b \right) \frac{d}{dt} (\varphi_t) = 0.$$

Diese Differentialgleichung stimmt vollständig mit Gl. (68a) überein. Demnach ergibt sich als Lösung:

$$(78) \quad M_t = \left( M_{ob} + \frac{\gamma}{m} K_b \right) (1 - e^{-\beta \varphi_t}) \quad \text{bzw.} \\ M_t = M_{ob} \left( 1 + \frac{\gamma}{m} \frac{K_b}{M_{ob}} \right) (1 - e^{-\beta \varphi_t}).$$

wobei durch  $\frac{M_{ob}}{K_b}$  die Verdrehung des Betonquerschnittes im Zeitpunkt  $t = 0$  bezogen auf die Längeneinheit gekennzeichnet ist, in gleicher Weise wie bei Gl. (69) durch  $\frac{P_{ob}}{D_b} = \frac{\sigma_{ob}}{E_0}$  die spezifische Zusammendrückung im Zeitpunkt  $t = 0$  gegeben war. Für  $t = t_n$  wird

$$(78a) \quad M_t = M_{ob} \left( 1 + \frac{\gamma}{m} \frac{K_b}{M_{ob}} \right) (1 - e^{-\beta m}),$$

Infolge der vollständigen Übereinstimmung der Gl. (78) mit Gl. (69) können wir die weiteren Ergebnisse ohne jede Rechnung anschreiben. Wir erhalten für das Biegemoment des Betonquerschnittes im Zeitpunkt  $t$  gemäß Gl. (70):

$$(79) \left\{ \begin{array}{l} M_{tb} = M_{ob} - M_t = M_{ob} \left[ e^{-\beta \varphi_t} - \frac{\gamma}{m} \frac{K_b}{M_{ob}} (1 - e^{-\beta \varphi_t}) \right] \\ = M_{ob} [e^{-\beta \varphi_t} - f_{t\gamma}], \\ \text{für } t = t_n, M_{tb} = M_{ob} \left[ e^{-\beta m} - \frac{\gamma}{m} \frac{K_b}{M_{ob}} (1 - e^{-\beta m}) \right] \\ = M_{ob} [e^{-\beta m} - f_{n\gamma}]. \end{array} \right.$$

Für das Biegemoment des Eisenquerschnittes im Zeitpunkt  $t$  gemäß Gl. (71):

$$(80) \left\{ \begin{array}{l} M_{te} = M_{oe} + M_t = \frac{M_{oe}}{\beta} [1 + (1 - \beta) (f_{t\gamma} - e^{-\beta \varphi_t})], \\ \text{wobei } f_{t\gamma} = \frac{\gamma}{m} \frac{K_b}{M_{ob}} (1 - e^{-\beta \varphi_t}). \end{array} \right.$$

$$(80a) \left\{ \begin{array}{l} \text{für } t = t_n, M_{te} = \frac{M_{oe}}{\beta} [1 + (1 - \beta) (f_{n\gamma} - e^{-\beta m})], \\ \text{wobei } f_{n\gamma} = \frac{\gamma}{m} \frac{K_b}{M_{ob}} (1 - e^{-\beta m}). \end{array} \right.$$

Auf die den Gl. (72) und (73) äquivalenten Gleichungen können wir verzichten, von Interesse für die weiteren Entwicklungen sind dagegen die Abminderungen der Kriechwerte und Schwindwerte der Biegungen durch die Bewehrungseisen. Entsprechend Gl. (74) ergibt sich der ideelle Kriechwert für Biegung infolge der Behinderung durch die Bewehrungseisen zu:

$$(81) \quad \varphi_{ti}^B = \frac{1 - \beta}{\beta} (1 - e^{-\beta \varphi_t}),$$

$$(81a) \quad \text{für } t = t_n, m_i^B = \frac{1 - \beta}{\beta} (1 - e^{-\beta m}).$$

Sobald  $\frac{D_e}{D} = \frac{K_b}{K}$ , wird  $\alpha = \beta$  und damit:

$$(81b) \quad m_{ti}^D = m_{ti}^B.$$

Die Festlegung  $\alpha = \beta$  bedingt, daß die Bewehrungseisen gleichmäßig in dem Betonquerschnitt verteilt sind. In diesem Fall dürfen wir auch bei Berücksichtigung des Kriechens mit den üblichen Gleichungen für exzentrischen Druck rechnen. Wenn dagegen  $\alpha$  und  $\beta$  verschieden groß sind, dann gilt zwar sowohl für Druck als auch für Biegung das Hookesche Gesetz, aber für jede dieser Wirkungen ist ein anderer ideeller Elastizitätsmodul maßgebend.

In gleicher Weise wie durch die Bewehrungseisen die Schwind- und Kriechmaße herabgesetzt werden, so werden auch die Winkeldrehungen  $\gamma$  aus dem ungleichmäßigen Schwinden herabgemindert. Wir erhalten entsprechend der Gl. 75:

$$(82) \quad \delta^B = \frac{1 - \beta}{\beta} \frac{1 - e^{-\beta \varphi_t}}{m}$$

für  $t = t_n$ , wird  $\varphi_t = \varphi_n = m$  und damit:

$$(82a) \quad \delta^B = \frac{1 - \beta}{\beta} \frac{1 - e^{-\beta m}}{m}.$$

Die für die Biegungen abgeleiteten Gleichungen gelten vorerst nur für die statisch bestimmten Säulen. Sobald jedoch der Wert  $\beta = \frac{K_e}{K}$  für den ganzen Verlauf der Säule konstant ist, dann sind die plastischen Verbiegungen proportional den elastischen und damit bleiben die statisch unbestimmten Größen unverändert. Wenn dies nicht der Fall ist, dann ergeben sich mit der Zeit Veränderungen in den statisch unbestimmten Größen. Eine Lösung mittels der Differentialgleichung ist dann nur möglich, wenn die veränderliche Größe  $\beta$  sich als eine Funktion der Länge der Säule darstellen läßt. Im allgemeinen wird man dann aber besser zur Differenzenrechnung greifen oder noch einfacher mit einem gemittelten Wert von  $\beta$  rechnen.

d) Die Umlagerung der Normalkräfte und der Biegemomente vom Beton auf das Eisen bei den bewehrten Eisenbetongewölben infolge des Kriechens und Schwindens des Betons.

Die Ausführungen der Abschnitte 5a und 5c über die ideellen Kriechwerte für Druck ( $\varphi_{ti}^D$ ) und für Biegung ( $\varphi_{ti}^B$ ) gestatten es uns, jetzt auch an die Berechnung der bewehrten Gewölbe heranzugehen, bei denen durch das Kriechen und Schwinden des Betons nicht nur eine Umlagerung der inneren Kräfte und Momente vor sich geht, sondern zugleich auch der statisch unbestimmte Horizontalschub durch einen zusätzlichen  $H_t$  beeinflußt wird, der mit der Zeit veränderlich ist. Nach Gl. (74) ergab sich die ideelle Kriechfunktion für Druck zu:

$$1 + \varphi_{ti}^D = \frac{1}{\alpha} - \frac{1 - \alpha}{\alpha} e^{-\alpha \varphi_t}$$

und für Biegung nach Gl. (81) zu:

$$1 + \varphi_{ti}^B = \frac{1}{\beta} - \frac{1 - \beta}{\beta} e^{-\beta \varphi_t},$$



die Abminderung des zentrischen Schwindens war nach Gl. (75) und gegeben durch:

$$\delta = \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{1-e^{-\alpha\varphi t}}{m}$$

Die ungleichartige Schwindung, die durch den Winkel  $\gamma$  gekennzeichnet war und die am besten als Werfen des Gewölbes infolge ungleichartiger Schwindung bezeichnet wird, lassen wir vorerst außer acht. Ich komme hierauf noch gesondert zu sprechen. Wie schon im letzten Abschnitt bemerkt, gilt sowohl für das Kriechen infolge zentrischen Druckes als auch infolge von Biegung jeweils das Hookesche Gesetz, aber nicht für eine kombinierte Beanspruchung durch exzentrischen Druck, da wir für die beiden Beanspruchungen verschiedene Kriechfunktionen in Rechnung stellen müssen. Wir ermitteln nun wieder aus der Bedingung, daß im Zeitpunkt  $t$  die Verschiebung der Widerlager  $\Delta l = 0$  ist, den unbekanntem mit der Zeit veränderlichen Horizontalschub  $H_t$ , und zwar betrachten wir die Formänderungen des Betonquerschnittes allein. Auf den Bogen wirken ein die Normalkräfte infolge des statisch bestimmten Gewölbeschubs  $H_0$  und der statisch unbestimmten Schübe  $H_e$ ,  $H_w$  und  $H_t$  und die zugehörigen Biegemomente  $H_{e,z}$ ,  $H_{w,z}$ ,  $H_{t,z}$ , von denen die Anteile  $H_{0b}$ ,  $H_{cb}$ ,  $H_{wb}$ ,  $H_{tb}$  und  $H_{e,bz}$ ,  $H_{w,bz}$  und  $H_{t,bz}$  entsprechend den Dehnungs- und Biegeigenschaften auf dem Betonquerschnitt entfallen. Für die Druckbeanspruchungen ist die Kriechfunktion Gl. (74), für die Biegebeanspruchungen die Kriechfunktion Gl. (81) maßgebend. Eine Ermittlung von  $H_t$  mittels der Differentialgleichung ist nur möglich, wenn wir die Koeffizienten  $\alpha$  und  $\beta$  für die ganze Bogenlänge konstant annehmen. Wenn dies nicht der Fall ist, dann müssen wir der Berechnung Mittelwerte von  $\alpha$  und  $\beta$  zugrundelegen. Eine wesentliche Ungenauigkeit in der Größe von  $H_t$  ist mit dieser Annäherung nicht verbunden. Der einfacheren Rechnung wegen setzen wir noch voraus, daß die Schwerachse des Betonbogens mit der Schwerachse des Eisenbetonbogens zusammenfällt.

Aus der Bedingung  $\Delta l = 0$  für den Zeitpunkt  $t$  ergibt sich aus der Formänderung des Betonbogens:

$$(83) \left\{ \begin{aligned} & \Delta l_w + \omega_s T l \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{1-e^{-\alpha\varphi t}}{m} + H_{0b} \left( \frac{1}{\alpha} - \frac{1-\alpha}{\alpha} e^{-\alpha\varphi t} \right) \int \frac{ds}{D_b} \\ & + (H_{cb} + H_{wb}) \left( \frac{1}{\alpha} - \frac{1-\alpha}{\alpha} e^{-\alpha\varphi t} \right) \int \frac{ds \cos^2 \varphi}{D_b} \\ & + \int_{t_1=0}^{t_1=t} \frac{dH_{tb}}{dt} \left( \frac{1}{\alpha} - \frac{1-\alpha}{\alpha} e^{-\alpha\varphi t} \right) dt \int \frac{ds \cos^2 \varphi}{D_b} \\ & + (H_e + H_w) \left( \frac{1}{\beta} - \frac{1-\beta}{\beta} e^{-\beta\varphi t} \right) \int \frac{z^2 ds}{K_b} \\ & + \int_{t_1=0}^{t_1=t} \frac{dH_{tb}}{dt} \left( \frac{1}{\beta} - \frac{1-\beta}{\beta} e^{-\beta\varphi t} \right) dt \int \frac{z^2 ds}{K_b} = 0. \end{aligned} \right.$$

Diese Gleichung entspricht vollständig Gl. (57), nur mußten jetzt die Formänderungen aus Druck und Verbiegung getrennt aufgestellt werden, weil für die beiden Wirkungen verschiedenartige Kriechfunktionen maßgebend sind. Da  $\alpha$  und  $\beta$  für alle Bogenquerschnitte als konstant angenommen wurde, ist:

$$\frac{H_{0b}}{D_b} = \frac{H_0}{D}, \quad \frac{H_{eb}}{D_b} = \frac{H_e}{D} \text{ usw. und } \frac{H_{ebz}}{K_b} = \frac{H_{ez}}{K}, \quad \frac{H_{tzb}}{K_b} z = \frac{H_t}{K} z \text{ usw.}$$

Damit erhalten wir durch Differenzieren nach der Zeit:

$$\begin{aligned} & \frac{\omega_s T l}{m} (1-\alpha) e^{-\alpha\varphi t} + H_0 (1-\alpha) e^{-\alpha\varphi t} \int \frac{ds}{D} \\ & + (H_e + H_w) \left[ (1-\alpha) e^{-\beta\varphi t} \int \frac{ds \cos^2 \varphi}{D} + (1-\beta) e^{-\beta\varphi t} \int \frac{z^2 ds}{K} \right] \\ & + H_t \left[ (1-\alpha) e^{-\alpha\varphi t} \int \frac{ds}{D} + (1-\beta) e^{-\beta\varphi t} \int \frac{z^2 ds}{K} \right] \\ & + \frac{dH_t}{dt} \left[ \int \frac{ds \cos^2 \varphi}{D} + \int \frac{z^2 ds}{K} \right] = 0. \end{aligned}$$

Nun ist nach Gl. (56):

$$H_0 \int \frac{ds}{D} = -H_e \left[ \int \frac{ds \cos^2 \varphi}{D} + \int \frac{z^2 ds}{K} \right] = -H_e \delta_{11}$$

$$\frac{\omega_s T l}{\delta_{11}} = -H_e,$$

demnach ergibt sich nach Division durch  $\delta_{11}$ :

$$(83a) \left\{ \begin{aligned} & \frac{dH}{dt} + \frac{H_t}{\delta_{11}} \left[ (1-\alpha) e^{-\alpha\varphi t} \int \frac{ds \cos^2 \varphi}{D} \right. \\ & \quad \left. + (1-\beta) e^{-\beta\varphi t} \int \frac{z^2 ds}{K} \right] \\ & + \frac{H_e + H_w}{\delta_{11}} \left[ (1-\alpha) e^{-\alpha\varphi t} \int \frac{ds \cos^2 \varphi}{D} \right. \\ & \quad \left. + (1-\beta) e^{-\beta\varphi t} \int \frac{z^2 ds}{K} \right] - \left( H_e + \frac{H_s}{m} \right) (1-\alpha) e^{-\alpha\varphi t} = 0. \end{aligned} \right.$$

Das ist wieder eine lineare Differentialgleichung erster Ordnung, die wir leicht integrieren können. Bevor wir die Integration durchführen, wollen wir zuerst den Sonderfall  $\alpha = \beta$  betrachten, für den die Eisen gleichmäßig über dem Betonquerschnitt verteilt sind.

In diesem Fall fällt  $H_e$  aus der Gleichung heraus.

$$(84) \quad \frac{dH_t}{dt} + H_t (1-\alpha) e^{-\alpha\varphi t} + \left( H_w - \frac{H_s}{m} \right) (1-\alpha) e^{-\alpha\varphi t} = 0.$$

Nun ist nach Gl. (74):

$$(1-\alpha) e^{-\alpha\varphi t} = \frac{d}{dt} (\varphi_{ti}^D) = \frac{d}{dt} (\varphi_{ti}), \text{ da für } \alpha = \beta, \varphi_{ti}^D = \varphi_{ti}^B = \varphi_{ti}$$

$$(84a) \quad \frac{dH}{dt} + H_t \frac{d}{dt} (\varphi_{ti}) + \left( H_w - \frac{H_s}{m} \right) \frac{d}{dt} (\varphi_{ti}) = 0.$$

Diese Differentialgleichung stimmt aber vollständig mit Gl. (57) überein, nur ist die tatsächliche Kriechfunktion  $\varphi_t$  durch die ideelle  $\varphi_{ti}$  ersetzt und infolgedessen stimmen auch die Lösungen und Folgerungen mit denen der Gl. (57) überein, es ist nur in allen Gleichungen  $\varphi_t$  durch  $\varphi_{ti}$  bzw.  $m$  durch  $m_i$  zu ersetzen.

Wir kehren nun wieder zur allgemeinen Differentialgleichung (83) zurück. Eine Vereinfachung der Lösung ergibt sich, wenn wir bei den Einwirkungen von  $H_e$ ,  $H_w$  und  $H_t$  in üblicher Weise den Einfluß der Bogenzusammendrückung auf die Spannweitenänderung gegenüber dem Einfluß der Verbiegungen vernachlässigen, eine Vernachlässigung, die vollständig bedeutungslos ist. In diesem Falle ist  $\delta_{11} = \int \frac{z^2 ds}{K_b}$  und wir erhalten:

$$(83b) \left\{ \begin{aligned} & \frac{dH_t}{dt} + H_t (1-\beta) e^{-\beta\varphi t} + (H_0 + H_w) (1-\beta) e^{-\beta\varphi t} \\ & - \left( H_e + \frac{H_s}{m} \right) (1-\alpha) e^{-\alpha\varphi t} = 0. \end{aligned} \right.$$

Nun war

$$(1-\beta) e^{-\beta\varphi t} = \frac{d}{dt} (\varphi_{ti}^B) \quad \text{und} \quad (1-\alpha) e^{-\alpha\varphi t} = \frac{d}{dt} (\varphi_{ti}^D).$$

Demnach wird:

$$(83c) \quad \frac{dH_t}{dt} + H_t \frac{d}{dt} (\varphi_{ti}^B) + (H_e + H_w) \frac{d}{dt} (\varphi_{ti}^B) - \left( H_e + \frac{H_s}{m} \right) \frac{d}{dt} (\varphi_{ti}^D) = 0.$$

Aus dieser Gleichung ersehen wir sofort, daß die Lösung für eine Widerlagerausweichung die gleiche ist wie früher, da die Koeffizienten von  $H_t$  und  $H_w$  die gleichen sind  $\left( \frac{d}{dt} \varphi_{ti}^B \right)$ , dagegen sind

die Lösungen für Eigengewicht und für Schwinden abweichend, weil hierfür bei  $H_t$  gegenüber  $H_e$  und  $H_s$  verschiedene Koeffizienten vorhanden sind, und wir erkennen, daß das Kriechen infolge des Widerstandes der Bewehrungseisen auch bei unverschieblichen Widerlagern von Einfluß sein kann. Nach Integration ergibt sich:

$$(83d) \left\{ \begin{aligned} & H_t = e^{-\varphi_{ti}^B} \left[ C - H_w \int \frac{d}{dt} (\varphi_{ti}^B) e^{\varphi_{ti}^B} dt \right] + H_e \int \frac{d}{dt} (\varphi_{ti}^D - \varphi_{ti}^B) e^{\varphi_{ti}^B} dt \\ & \quad + \frac{H_s}{m} \int \varphi_{ti}^D e^{\varphi_{ti}^B} dt \\ & \left\{ \begin{aligned} & H_t = e^{-\varphi_{ti}^B} \left[ C - H_w e^{\varphi_{ti}^B} + H_e \int \frac{d}{dt} (\varphi_{ti}^D - \varphi_{ti}^B) e^{\varphi_{ti}^B} dt \right] \\ & \quad + \frac{H_s}{m} \int \varphi_{ti}^D e^{\varphi_{ti}^B} dt. \end{aligned} \right. \end{aligned} \right.$$



Damit ist die Lösung gefunden. Wir sind zwar nicht in der Lage, die Quadraturen durch eine Integration durchzuführen, jedoch können wir für jede beliebige Kriechkurve die Integrale mittels Differenzenrechnung ermitteln. Für die Widerlagerverschiebung allein ergibt sich:

$$(83c) \quad H_t = -H_w (1 - e^{-\varphi_{ii}^B})$$

Der Vergleich mit Gl. (58a) zeigt, daß die Lösung für eine Widerlagerausweichung bei den bewehrten und den unbewehrten Bogen die gleiche ist, nur ist die tatsächliche Kriechkurve durch die ideelle für Biegung  $\varphi_{ii}^B$  zu ersetzen. Bei der Bogenzusammendrückung und dem Schwinden dagegen sind die Lösungen verschiedenartig, das ist auch leicht verständlich, denn die Bewehrungseisen leisten gegenüber dem zentrischen Kriechen weniger Widerstand als gegenüber dem Kriechen mit Biegung, wenigstens dann, wenn die Bewehrungseisen nicht gleichmäßig über dem Betonquerschnitt verteilt sind und im wesentlichen an den Rändern des Querschnittes angeordnet sind.

Infolgedessen müssen wir damit rechnen, daß sich bei den bewehrten Gewölben für Eigengewicht und Kriechen ein ungünstigerer Spannungszustand ergibt, als bei den unbewehrten Gewölben. Auch bei den einfachsten Annahmen für das Kriechgesetz wie z. B.

$$\varphi_t = \varphi_n \frac{t}{t_n} \text{ (linearer Verlauf) oder } \varphi_t = \varphi_n (1 - e^{-t}) \text{ (Exponential-}$$

funktion) führen die Integrale der Gl. (83d) auf keine elementaren, sondern auf höhere Funktionen z. B. in der Form der unvollständigen Gammafunktion, so daß praktisch die Durchführung der Quadratur nur mittels Differenzenrechnung in Frage kommt. Für die Durchführung der Quadratur benutzt man am besten die oben angegebene lineare Kriechfunktion, weil damit die Rechnung am schnellsten durchzuführen ist. Die bisherigen Ausführungen haben gezeigt, daß der Verlauf der Kriechkurve ohne jeden Einfluß ist, das geht auch aus Abb. 45 hervor. In Abb. 45a ist eine ganz beliebige Kriechkurve  $\varphi_t$  aufgezeichnet. Daraus kann man nach

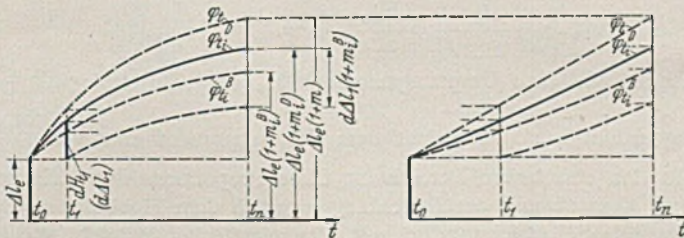


Abb. 45.

Gl. (74) und (81) die ideellen Kriechkurven  $\varphi_{ii}^D$  und  $\varphi_{ii}^B$  entwickeln. Die Bogenverkürzung z. B. aus Eigengewicht im Zeitpunkt  $t_1$  wäre dann gegeben durch  $\Delta l (1 + \varphi_{ii}^D)$ , weil hier der ideelle Modul für Druck maßgebend ist. Im Zeitpunkt  $t_1$  muß nun ein neuer Horizontalschub  $dH_{t1}$  auftreten, der  $\Delta l (1 + \varphi_{ii}^D)$  wieder auf  $\Delta l$  verkleinert. Dem Horizontalschub  $dH_{t1}$  entspricht im Zeitpunkt des Entstehens die elastische Spannweitenänderung  $d\Delta l_1$ , die sich durch das Kriechen mit fortschreitender Zeit vergrößert. Da diese Spannweitenänderung  $d\Delta l_1$  jedoch durch Biegung erzeugt wurde, ist für das Aufschaukeln die ideelle Kriechkurve für Biegung  $\varphi_{ii}^B$  maßgebend. Wir betrachten nun nach Abb. 45b eine zweite Kriechkurve  $\varphi_t$  mit einem anderen Verlauf. Den Zeitpunkt  $t_1$  legen wir so, daß  $\varphi_{t1}$  den gleichen Wert hat wie bei Abb. 45a. Dann haben für diesen Zeitpunkt die ideellen Kriechkurven Gl. (74) und (81) ebenfalls die gleichen Werte wie bei Abb. 45a und wir erkennen, daß der einzige Unterschied zwischen Abb. 45a und 45b darin besteht, daß der Zeitmaßstab verzerrt ist. Wenn die Endwerte von  $\varphi_t$  ( $m$ ) und damit auch die Größtwerte  $m_1^D$  und  $m_1^B$  bei den beiden Abbildungen gleich sind, dann ergeben sich bei beiden gleiche Werte  $dH_t$  und damit gleiche Lösungen der Differentialgleichung ohne Rücksicht auf den Verlauf der Kriechkurve. Diese Erkenntnis ist sehr wichtig, weil wir dadurch die Auswertung der Integrale nur für eine beliebig gewählte Kriechkurve durchführen müssen, um uns

den notwendigen Aufschluß über die Wirkung der Eisen bei verschiedenen Bewehrungsziffern zu verschaffen. Diese Auswertung soll in einer späteren Ergänzung erfolgen.

Bei unseren Bogenbrücken sind jedoch im allgemeinen die Bewehrungen sehr schwach (höchstens rd. 1%), so daß der Einfluß der Bewehrungen auf die Kriechwerte  $\varphi_{ii}^D$  und  $\varphi_{ii}^B$  an und für sich schon unbedeutend ist. Der Fehler, der sich aus dem Gleichsetzen von  $\varphi_{ii}^D = \varphi_{ii}^B$  ergibt ( $\alpha = \beta$ ), kann also keine wesentliche Bedeutung haben, insbesondere, wenn wir mit einem Mittelwert des ideellen Kriechmaßes für Druck und Biegung rechnen. Die größten Unterschiede von  $\alpha = \frac{D_c}{D}$  zu  $\beta = \frac{K_e}{K_b}$  treten bei den Vollgewölben auf, aber

bei diesen wird eine Bewehrungsziffer von 0,5% wohl selten überschritten. Z. B. ergibt sich für diese Bewehrungsziffer bei  $E_0 = 350000 \text{ kg/cm}^2$ , d. h.  $n_0 = 6$  der Wert von  $\alpha$  zu 0,0292 und der von  $\beta$  zu 0,067 und damit erhalten wir aus Gl. (74) und (81) für  $m = 3$  die ideellen Kriechwerte  $m_1^D = 2,80 = 0,933 \cdot m$  und  $m_1^B = 2,54 = 0,85 \cdot m$ . Der geringere Kriechwert  $m_1^B$  für Biegung hängt damit zusammen, daß die am Rande des Vollquerschnittes liegenden Eisen sich der Biegung wesentlich stärker entgegensetzen als der Zusammendrückung. Der Unterschied zwischen den beiden ermittelten Kriechwerten beträgt also nur rd. 8,5% und liegt demnach in den Grenzen der versuchsmäßigen Ermittlung der Kriechwerte. Stärkere Bewehrungen als 0,5% kommen im wesentlichen nur bei Hohlgewölben oder I-förmigen Querschnitten in Frage. Hier besitzt aber sowohl der Beton- als auch der Eisenquerschnitt eine sehr große Kernweite, so daß selbst bei kräftigeren Bewehrungen als 1% die Unterschiede zwischen  $m_1^D$  und  $m_1^B$  kleiner sein werden als bei den obigen Beispielen.

Wir stellen deshalb fest, daß im allgemeinen die Näherungsberechnung auf der Grundlage  $\alpha = \beta$  bzw.  $m_1^B = m_1^D$  genügend genau ist, so daß wir die Berechnung mittels der im Abschnitt 3 entwickelten fertigen Formel durchführen können.

Bei der Aufstellung der Differentialgleichung (83a) haben wir die Biegemomente aus dem Abweichen der Stützlinie von der Bogenachse unberücksichtigt gelassen. Nach den entsprechenden Ausführungen im Abschnitt 3 haben diese Momente, die sich nach dem Gesetz des Minimums der Formänderungsarbeit auf den Bogen verteilen, jedoch keinen Einfluß auf die Spannweitenänderung, so daß die für den Stützlinienbogen entwickelten Gleichungen auch für den beliebig geformten von der Stützlinie abweichenden Bogen Gültigkeit haben.

## 6. Die Ermittlung der Schnittkräfte bei Betonpfeilern und Gewölben mit Quaderverkleidung.

Das gleiche Problem, das wir im vorhergehenden Abschnitt für die bewehrte Betonsäule bzw. den bewehrten Bogen gelöst haben, tritt auch bei Betonpfeilern und -bögen auf, die durch Quadermauerwerk verkleidet sind. Beim Aufbringen der Last d. h. im elastischen Bereich, verteilen sich die Druckkräfte und die Biegemomente wieder proportional den Dehnungs- bzw. den Biegesteifigkeiten auf den Beton und das Quadermauerwerk. Für den Fall, daß die federnden Elastizitätsmodule für beide Materialien gleich groß sind, ergeben sich für die Spannungsdiagramme gemäß Abb. 46 gerade Linien. In einem Zeitpunkt  $t$  dagegen ist ein Teil der Last und der Biegemomente auf die Quaderverkleidung übergewandert, weil der Beton sich durch Kriechen und Schwinden verkürzt. Auch bei den Quadern wird ein geringes Kriechen eintreten, einerseits wegen der Mörtelfugen, andererseits wegen des eintretenden Verlustes an Porenwasser bei den Quadern, aber das Kriechen der Quader ist um ein Vielfaches geringer, wie das des jungen Betons. Dadurch ergibt sich für zentrischen Druck ein Spannungsdiagramm nach Abb. 46. Bei den Biegemomenten aus Verkehrslast dagegen zeigen sich keine Kriech- und Schwinderscheinungen, weil dies Augenblickbelastungen sind, wir erhalten demnach hierfür unter der obigen Voraussetzung gleicher federnder Elastizitätsmodule ein geradliniges



Spannungsdiagramm, durch das der zentrische Druck überlagert wird. Wir erkennen, daß sich hier das Kriechen und Schwinden sehr günstig bemerkbar macht. Es ergeben sich zwar für die Quader wie der Vergleich mit dem punktierten Spannungsdiagramm der üblichen Berechnung zeigt, höhere Druckspannungen, aber andererseits werden die Mindestspannungen vergrößert, bzw. in manchen Fällen Zugspannungen, die vom Mauerwerk nicht aufgenommen werden können, ausgeschaltet. Handelt es sich dagegen um Biegemomente aus Dauerlast, dann machen sich auch hier die Kriecherscheinungen bemerkbar, und zwar wieder in einer Entlastung des Betons und einer Belastung der Quader. Da aber  $m_i^B < m_i^D$  ist die Umlagerung nicht so stark wie bei zentrischem Druck (s. Abb. 46a). Durch die Wahl der Betonart und seiner Kriechmaße lassen sich demnach bei verkleideten Betonpfeilern bzw. -gewölben die Zugspannungen im Mauerwerk beseitigen oder wesentlich vermindern.

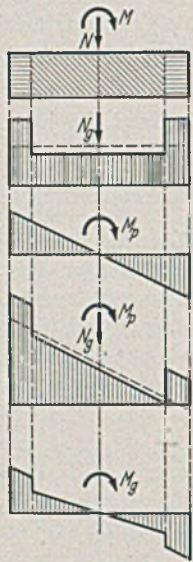


Abb. 46 und 46a.

7. Die Ermittlung der zusätzlichen Biegemomente bei den gedrückten Balken und Gewölben infolge der elastischen und plastischen Verformung.

Bei der Untersuchung des Dreigelenkbogens im Abschnitt 2 hatten wir bei der Ermittlung des Kriecheinflusses nur die anfängliche elastische Erregung im Zeitpunkt des Ausrüstens  $t = 0$  in Rechnung gestellt und die weiteren elastischen Erregungen infolge der Zunahme der Biegemomente vernachlässigt. Bei den Untersuchungen der statisch unbestimmten Gewölbe im Abschnitt 3 hatten wir dagegen die zusätzlichen Biegemomente aus der plastischen und elastischen Verformung ganz außer acht gelassen, d. h. wir hatten eine so hohe Knicksicherheit vorausgesetzt, daß die elastischen und plastischen Verformungen als bedeutungslos vernachlässigt werden konnten ( $v_s \rightarrow \infty$ ).

Bei den tatsächlich bei unseren Bauwerken vorhandenen Knicksicherheiten ist diese Vernachlässigung im allgemeinen jedoch unzulässig und wir werden sehen, daß sich vor allem bei Gewölben mit Scheitelgelenken bei Knicksicherheiten, die den Mindestwerten unserer Bestimmungen entsprechen, bei gleichzeitig großen Kriechwerten, sehr wesentliche zusätzliche Biegemomente ergeben, denen nur durch eine Erhöhung der Knicksicherheit, durch Herabmindern der Kriechwerte, durch eine späte Ausrüstung und eine lange Berieselung des Betons entgegen gewirkt werden kann.

Durch die elastischen Erregungen während des Kriechvorganges wird die Ermittlung der zusätzlichen Biegemomente aus der elastischen und plastischen Verformung und damit die genaue Untersuchung der Gewölbe insbesondere von denen mit Scheitelgelenken sehr erschwert. Die Grundlage für die Untersuchungen der Gewölbe in dieser Hinsicht bildet die im nachfolgenden Abschnitt a durchgeführte Berechnung des gedrückten Balkens, der infolge Querbelastungen oder anderer Ursachen durch Biegemomente beansprucht wird. Die nachstehenden Darlegungen beziehen sich vorerst nur auf Biegemomente, die den Knickwellen entsprechen, aber auf Grund der Untersuchungen des Abschnittes II, 9 bestehen keine Schwierigkeiten, die Berechnungen auch auf Biegemomente mit beliebigem Verlauf auszudehnen. Hierzu müssen die tatsächlichen Biegemomente als Überlagerungen von Momenten dargestellt werden, die den einzelnen Knickwellen entsprechen (Analyse nach Eigenfunktionen).

a) Die zusätzlichen Biegemomente des geraden gedrückten Balkens infolge der elastischen und plastischen Verformung.

Wenn wir einen Balken bei beliebigem Verlauf der Trägheitsmomente mit einem der Knicklinie entsprechenden Moment  $M_0$

belasten, dann ergibt sich aus der elastischen Verformung ein Moment von:

$$(85) \quad M_{t0} = M_0 \frac{\nu}{\nu - 1} = M_0 + \frac{M_0}{\nu - 1} = M_0 + M_z.$$

Durch die elastische Verformung tritt also zu dem ursprünglichen Moment  $M_0$  ein zusätzliches hinzu in der Größe von:

$$(85a) \quad M_z = \frac{M_0}{\nu - 1}.$$

Mit  $M_0$  bezeichnen wir das ursprüngliche Moment, mit  $M_{t0}$  das Moment nach der elastischen Erregung, das demnach sofort nach dem Ausrüsten im Zeitpunkt  $t = 0$  auftritt und mit  $M_t$  das Moment im Zeitpunkt  $t$ , das gegenüber  $M_{t0}$  infolge des Kriecheinflusses weiter angewachsen ist. Analog dazu bezeichnen wir auch die zugehörigen Durchbiegungen mit  $v_0$ ,  $v_{t0}$  und  $v_t$ . Bei einem frei aufliegenden Balken konstanten Trägheitsmomentes mit der Spannweite  $a$  ergibt sich die dem Moment  $M_0 = M_{00} \sin \pi x/a$  zugehörige Durchbiegung zu:

$$v_0 = - \int dx \int \frac{M_{00}}{E J} \sin \pi \frac{x}{a} dx = + \frac{a^2}{\pi^2 E J} M_{00} \sin \pi \frac{x}{a} = \frac{M_0}{H \nu},$$

$$\text{da } \frac{\pi^2 E J}{H a^2} = \nu.$$

Diese Gleichung gilt jedoch auch ganz allgemein für einen Balken mit veränderlichem Trägheitsmoment, wie aus Gl. (2)  $H_K = \frac{M_0}{v_0}$  hervorgeht. Setzen wir hierbei  $H_K = H \nu$ , wobei  $H$  die tatsächlich vorhandene Druckkraft und  $\nu$  die Knicksicherheit ist, so folgt daraus:

$$(86) \quad v_0 = \frac{M_0}{H \nu}.$$

Die Durchbiegung infolge des Momentes  $M_{t0}$  bei Berücksichtigung der elastischen Verformung folgt aus  $M_{t0} = M_0 + H v_{t0}$ . Also

$$M_{t0} - M_0 = \frac{M_0}{\nu - 1} = H v_{t0}$$

und damit:

$$(86a) \quad v_{t0} = \frac{M_0}{H(\nu - 1)} = \frac{M_{t0}}{H \nu} \quad \text{bzw.} \quad v_{t0} = v_0 \frac{M_{t0}}{M_0}.$$

Ebenso wie dem Ursprungsmoment  $M_0$  eine Durchbiegung  $\frac{M_0}{H \nu}$  zugeordnet ist, so entspricht dem Gesamtmoment eine von  $\frac{M_{t0}}{H \nu}$ .

Für den elastischen Bereich ist diese Proportionalität zwischen dem Moment und der Durchbiegung nach dem Hookeschen Gesetz eine Selbstverständlichkeit. Im plastischen Bereich ist dies, wie wir gleich sehen werden, nicht mehr der Fall. Infolge des Kriechens vergrößert sich  $v_{t0}$ , da an Stelle des federnden jetzt der ideale Modul  $\frac{1}{E_t} = \frac{1}{E_0} (1 + \varphi_t)$  tritt. Infolgedessen ergibt sich für den Zeitpunkt  $t$ :

$$(86b) \quad v_{ta} = v_{t0} (1 + \varphi_t) = v_{t0} + v_{t0} \varphi_t.$$

Der Index  $a$  soll andeuten, daß damit noch nicht die Gesamtdurchbiegung  $v_t$  erfaßt ist, denn hierzu kommt noch ein weiterer Anteil  $v_{tb}$  hinzu, denn jedes Differential  $dv_{ta}$  der Durchbiegung  $v_{ta}$  bedingt eine Änderung des Momentes in Größe von  $H dv_{ta}$ . Im Moment des Entstehens von  $H dv_{ta}$  ist dies ein elastischer Vorgang, der ein zusätzliches Verformungsmoment in Größe von  $\frac{H}{\nu - 1} dv_{ta}$  auslöst (s. Gl. 85 bzw. 85a), das durch das spätere Kriechen noch weiter vergrößert wird.

Bei den Durchbiegungen  $v_{ta}$  und den zugehörigen Momenten  $M_{ta}$  ist also nur der Einfluß des Ursprungsmomentes  $M_0$  und der ersten elastischen Erregung berücksichtigt. Durch den Zuwachs an Durchbiegung von  $t = 0$  bis  $t = t$  in Größe von  $v_{t0} \varphi_t$  nach Gl. (86b) ergibt sich ein Zuwachs von  $H v_{t0} \varphi_t$ . Demnach beträgt das Moment  $M_{ta}$  im Zeitpunkt  $t$ :

$$(87a) \quad \left\{ \begin{aligned} M_{ta} &= M_{t0} + H v_{t0} \varphi_t = M_{t0} + \frac{M_{t0}}{\nu} \varphi_t = M_0 \frac{\nu}{\nu - 1} + \frac{M_0}{\nu - 1} \varphi_t \\ &= M_0 + \frac{M_0}{\nu - 1} (1 + \varphi_t). \end{aligned} \right.$$



Für  $t = t_n$  wird  $\varphi_t = m$  und damit:

$$(87) \quad M_{ta} = M_0 + \frac{M_0}{\nu-1} (1+m).$$

Während die Durchbiegung  $v_0$  infolge der elastischen und plastischen Verformung nach Gl. (86b) auf  $v_{ta} = v_{t0} (1 + \varphi_t) = v_0 \frac{\nu}{\nu-1} (1 + \varphi_t)$

ansteigt, wächst das Moment nur von  $M_0$  auf  $M_{ta} = M_0 + \frac{M_0}{\nu-1} (1 + \varphi_t) = M_0 \frac{\nu}{\nu-1} \left(1 + \frac{\varphi_t}{\nu}\right)$ . Wir haben also keine Proportionalität mehr zwischen den Durchbiegungen und den Momenten, das hängt damit zusammen, daß das Moment aus zwei Teilen besteht, aus einem gegebenen konstanten Anteil  $M_0$  und einem Anteil  $Hv_{ta} = \frac{M_0}{\nu-1} \varphi_t$  der von den plastischen Durchbiegungen abhängig ist.

Der Vorgang des Anwachsens der Momente  $M_{ta}$  ist in Abb. 47 dargestellt. Durch das ursprüngliche Moment  $M_0$  ergibt sich durch die elastische Verformung ein zusätzliches Moment  $\frac{M_0}{\nu-1}$ , das durch die plastische Verformung nach Gl. (87a) auf  $\frac{M_0}{\nu-1} \cdot (1 + \varphi_t)$  anwächst. Durch das Anwachsen von  $\frac{M_0}{\nu-1} (1 + \varphi_t)$  ergeben sich aber für jeden Zeitpunkt neue elastische Erregungen. Jedes Anwachsen dieses Momentes bezogen auf das Zeitdifferential  $dt$  in Größe von

$$\frac{M_0}{\nu-1} \frac{d}{dt} (\varphi_t)$$

ist ein elastischer Eingriff der sofort eine elastische Verformung und damit nach Gl. (85a) zusätzliche Verformungsmomente erzeugt. In Abb. 47 ist dieses Erregungsmoment, das in Zeitpunkt  $t_1$

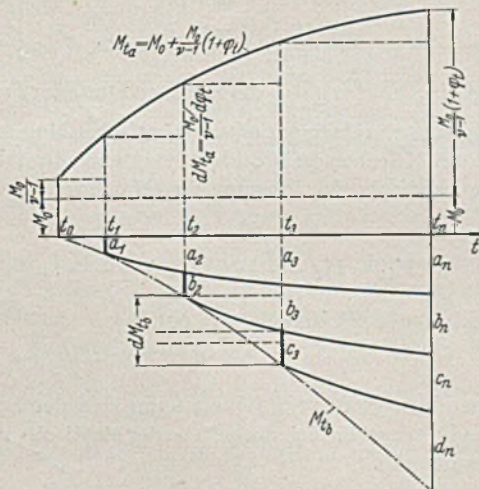


Abb. 47.

ausgelöst wird mit  $a_1$  bezeichnet. Seine Größe ergibt sich gemäß Gl. (85a) aus dem Zuwachs von  $M_{ta} = M_0 + \frac{M_0}{\nu-1} (1 + \varphi_t)$  zu  $a_1 = \frac{M_0}{(\nu-1)^2} \frac{d}{dt} \varphi_t$ . Mit der weiteren Zunahme der Zeit wächst  $a_1$  durch das Kriechen weiter an. Es ergibt sich

$$a_t = \frac{M_0}{(\nu-1)^2} (1 + \varphi_t - \varphi_{t_1}) \frac{d}{dt} \varphi_t.$$

Im Zeitpunkt  $t_2$  hat  $a_1$  die Größe  $a_2$  erreicht. Durch dieses Anwachsen von  $a_1$  zu  $a_2$  und durch das Anwachsen von  $M_{ta}$  in dem Zeitintervall von  $t_1$  zu  $t_2$  wird ein weiteres Erregungsmoment  $b_2$  ausgelöst, das mit dem Kriechen ebenso wie  $a_1$  weiter anwächst. Desgleichen wird im Zeitpunkt  $t_3$  wieder ein neues Erregungsmoment  $c_3$  ausgelöst, dessen Größe hängt ab von dem Zuwachs von  $M_{ta}$  und von den Zuwächsen von  $a_3$  und  $b_3$  gegenüber  $a_2$  und  $b_2$ . Aus diesen verschiedenen elastischen Erregungen ergibt sich dann die Momentenlinie  $M_{tb}$ . Jedes Differential  $dM_{tb}$  setzt sich also jeweils aus drei Anteilen zusammen und zwar 1. aus dem Anwachsen der Ordinaten von  $a_p, b_p, c_p$  usw. gegenüber  $a_{p-1}, b_{p-1}, c_{p-1}$  usw.; 2. von der elastischen Erregung aus dieser Differenz und 3. aus der elastischen Erregung aus dem Zuwachs  $dM_{ta}$ .

Die Aufgabe der Ermittlung von  $M_{tb}$  kann mittels Differenzen-

rechnung ohne jede Schwierigkeit gelöst werden, jedoch muß man die Zeitintervalle sehr klein halten, wenn man einigermaßen genaue Resultate erhalten will. Im nachstehenden wird diese Rechnung in allgemeiner Form für ein ganz beliebiges Zeitintervall durchgeführt und durch einen Grenzübergang zu unendlich kleinen Intervallen werden dann geschlossene streng gültige Gleichungen entwickelt. Der einfacheren Darstellung wegen, machen wir bei der Aufstellung von  $M_{tb}$  von der Erkenntnis Gebrauch, daß der Verlauf der Kriechkurve ohne jeden Einfluß auf das Resultat ist und zwar nehmen wir gemäß Abb. 48 für die Kriechkurve einen gerad-

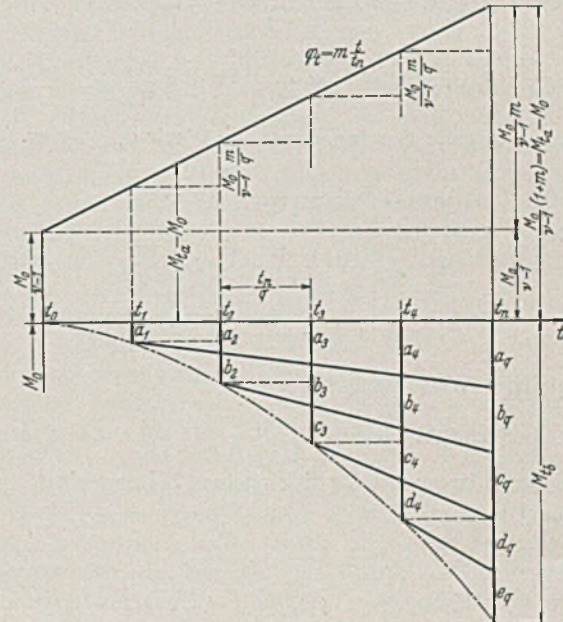


Abb. 48.

linigen Verlauf an. Abb. 48 unterscheidet sich von der Abb. 47 nur durch einen verschiedenen Zeitmaßstab. Aus Gl. (87a) ergibt sich die Größe von  $dM_{ta} = \frac{M_0}{\nu-1} \frac{d}{dt} (\varphi_t)$ . Durch diesen Zuwachs ergibt sich für jede Zeitdifferenz  $dt$  nach Gl. (85a) ein zusätzliches Verformungsmoment  $A = \frac{M_0}{(\nu-1)^2} d\varphi_t$ . Wir setzen  $\varphi_t = m \frac{t}{t_n}$ , dann ist  $\frac{d\varphi_t}{dt} = \frac{m}{t_n}$ . Wir teilen die Gesamtzeit  $t_n$  in  $q$  gleiche Teile ein, dann ist  $\Delta t = \frac{t_n}{q}$  und  $\Delta \varphi_t = \frac{m}{q}$  und damit  $A = \frac{M_0}{(\nu-1)^2} \frac{m}{q}$ . Die erste Erregung ergibt sich zu  $a_1 = A$ . Im Zeitpunkt  $p$  ist

$$a_p = a_1 (1 + \varphi_p - \varphi_1) = A \left[ 1 + \frac{m}{q} (p-1) \right].$$

Also:

$$a_1 = A (1 + 0)$$

$$a_2 = A \left( 1 + \frac{m}{q} \right)$$

$$a_3 = A \left( 1 + 2 \frac{m}{q} \right) \text{ usw. } \Delta a = A \frac{m}{q}.$$

Nun können wir auch  $b_2$  berechnen:

$$b_2 = A + \frac{\Delta a}{\nu-1} = A \left( 1 + \frac{1}{q} \frac{m}{\nu-1} \right).$$

Der erste Teil stellt dar die Erregung durch  $dM_{ta}$ , der zweite die infolge  $\Delta a$ . Demnach:  $b_p = b_2 \cdot \left( 1 + \frac{p-2}{q} \frac{m}{\nu-1} \right)$ .

Also:

$$b_2 = A \left[ 1 + \frac{1}{q} \frac{m}{\nu-1} \right] (1 + 0)$$

$$b_3 = A \left[ 1 + \frac{1}{q} \frac{m}{\nu-1} \right] \left[ 1 + \frac{m}{q} \right]$$

$$b_4 = A \left[ 1 + \frac{1}{q} \frac{m}{\nu-1} \right] \left( 1 + 2 \frac{m}{q} \right) \text{ usw. } \Delta b = A \left[ 1 + \frac{1}{q} \frac{m}{\nu-1} \right] \frac{m}{q}.$$



Damit können wir nun  $c_3$  berechnen:

$$c_3 = A + \frac{Aa}{\nu-1} + \frac{Ab}{\nu-1} = A \left[ 1 + \frac{2}{q} \frac{m}{\nu-1} + \left( \frac{1}{q} \frac{m}{\nu-1} \right)^2 \right]$$

$$c_3 = A \left[ 1 + \frac{1}{q} \frac{m}{\nu-1} \right]^2 \text{ und } c_p = c_3 \left[ 1 + \frac{p-3}{q} m \right].$$

Also:

$$c_3 = A \left[ 1 + \frac{1}{q} \frac{m}{\nu-1} \right]^2 (1 + 0)$$

$$c_4 = A \left[ 1 + \frac{1}{q} \frac{m}{\nu-1} \right]^2 \left[ 1 + \frac{m}{q} \right]$$

$$c_5 = A \left[ 1 + \frac{1}{q} \frac{m}{\nu-1} \right]^2 \left[ 1 + 2 \frac{m}{q} \right].$$

Wir erkennen nun die Gesetze, denen die Werte d, e, f usw. folgen.

Also:

$$d_4 = A \left[ 1 + \frac{1}{q} \frac{m}{\nu-1} \right]^3 (1 + 0)$$

$$d_5 = A \left[ 1 + \frac{1}{q} \frac{m}{\nu-1} \right]^3 \left( 1 + \frac{m}{q} \right)$$

$$d_6 = A \left[ 1 + \frac{1}{q} \frac{m}{\nu-1} \right]^3 \left( 1 + 2 \frac{m}{q} \right)$$

und in gleicher Weise auch e, f usw.

Wir schreiben zur Abkürzung:  $\left[ 1 + \frac{1}{q} \frac{m}{\nu-1} \right] = \delta$  und erhalten damit die Gesamtmomente für die einzelnen Zeiten  $t$  bis  $q$

$$M_1 = a_1 = A (1 + 0)$$

$$M_2 = a_2 + b_2 = A (1 + \delta) + A \frac{m}{q} (1)$$

$$M_3 = a_3 + b_3 + c_3 = A (1 + \delta + \delta^2) + A \frac{m}{q} (2 + \delta)$$

$$M_4 = a_4 + b_4 + c_4 + d_4 = A (1 + \delta + \delta^2 + \delta^3) + A \frac{m}{q} (3 + 2\delta + \delta^2)$$

$$M_{tb} = M_q = a_q + b_q + c_q + \text{usw.} = A (1 + \delta + \delta^2 + \dots + \delta^{q-1}) + A \frac{m}{q} [(q-1) + (q-2)\delta + (q-3)\delta^2 + \dots + \delta^{q-2}]$$

Wir ermitteln nun zunächst den Wert der ersten Reihe von  $M_{tb}$

$$M'_{tb} = A (1 + \delta + \delta^2 + \delta^3 + \dots + \delta^{q-1}) = A \frac{\delta^q - 1}{\delta - 1}$$

$$= \frac{M_0}{(\nu-1)^2} \frac{m}{q} \frac{\left[ 1 + \frac{1}{q} \frac{m}{\nu-1} \right]^q - 1}{\left[ 1 + \frac{1}{q} \frac{m}{\nu-1} \right] - 1} = \frac{M_0}{\nu-1} \left[ \left( 1 + \frac{1}{q} \frac{m}{\nu-1} \right)^q - 1 \right].$$

Wenn wir nun von der Differenzenrechnung zur Differentialrechnung übergehen und die Zeit  $t_n$  in unendliche viele Teile  $q$  teilen, also  $q = \infty$  werden lassen,

dann wird:  $\lim_{q \rightarrow \infty} \left[ 1 + \frac{1}{q} \frac{m}{\nu-1} \right]^q = e^{\frac{m}{\nu-1}}$  und damit:

$$(88a) \quad M'_{tb} = \frac{M_0}{\nu-1} \left[ e^{\frac{m}{\nu-1}} - 1 \right].$$

In gleicher Weise fassen wir nun auch den zweiten Anteil von  $M_{tb}$  zusammen, indem wir die Reihe

$$[(q-1) + (q-2)\delta + (q-3)\delta^2 + \dots + \delta^{q-2}]$$

in  $(q-1)$  geometrische Reihen zerlegen. Wir schreiben wieder

$$A = \frac{M_0}{(\nu-1)^2} \frac{m}{q}$$

dennach:

$$M'_{tb} = \frac{M_0}{(\nu-1)^2} \frac{m^2}{q^2} [1 + \delta + \delta^2 + \delta^3 + \dots + \delta^{q-2}]$$

$$+ \frac{M_0}{(\nu-1)^2} \frac{m^2}{q^2} [1 + \delta + \delta^2 + \delta^3 + \dots + \delta^{q-3}]$$

$$+ \frac{M_0}{(\nu-1)^2} \frac{m^2}{q^2} [1 + \delta + \delta^2 + \delta^3 + \dots + \delta^{q-4}] \text{ usw.}$$

Nach Summation der einzelnen geometrischen Reihen ergibt sich

$$M'_{tb} = \frac{M_0}{(\nu-1)^2} \frac{m^2}{q^2} \left\{ \frac{\delta^{q-1} - 1}{\delta - 1} + \frac{\delta^{q-2} - 1}{\delta - 1} + \dots + \frac{\delta - 1}{\delta - 1} \right\}$$

$$= \frac{M_0}{(\nu-1)^2} \frac{m^2}{q^2} \frac{1}{\delta - 1} \left\{ 1 + \delta + \delta^2 + \dots + \delta^{q-1} - q \right\}$$

$$= \frac{M_0}{(\nu-1)} \frac{m}{q} \left\{ \frac{\delta^{q-1} - 1}{\delta - 1} - q \right\}, \text{ da } \delta - 1 = \frac{1}{q} \frac{m}{\nu-1}$$

Hieraus ergibt sich entsprechend den Entwicklungen zu Gl. (88a) nach Durchführung des Grenzüberganges  $q \rightarrow \infty$ .

$$(83b) \quad M'_{tb} = \frac{M_0}{\nu-1} \left\{ (\nu-1) \left[ e^{\frac{m}{\nu-1}} - 1 \right] - m \right\}.$$

Hierzu zählen wir  $M'_{tb}$  nach Gl. (88a) hinzu:

$$M'_{tb} = \frac{M_0}{\nu-1} \left[ e^{\frac{m}{\nu-1}} - 1 \right]$$

und erhalten damit  $M_{tb}$ .

$$(89) \quad M_{tb} = \frac{M_0}{\nu-1} \left[ \nu \left( e^{\frac{m}{\nu-1}} - 1 \right) - m \right].$$

Nun war nach Gl. (87):

$$M_{ta} = M_0 + \frac{M_0}{\nu-1} (1 + m).$$

Das Gesamtmoment beträgt also:

$$(90) \quad M_t = M_{ta} + M_{tb} = M_0 + \frac{M_0}{\nu-1} \left[ \nu e^{\frac{m}{\nu-1}} - (\nu-1) \right],$$

$$= M_0 \frac{\nu}{\nu-1} e^{\frac{m}{\nu-1}} = M_0 \gamma.$$

Hierbei gibt der Faktor  $\frac{\nu}{\nu-1}$  die elastische und der Faktor  $e^{\frac{m}{\nu-1}}$  die plastische Aufschaukelung des ursprünglichen Momentes  $M_0$  an. Bei Wegfall des Kriechens  $m = 0$  ergibt sich wiederum die Gl. (85), die nur die elastische Verformung im Moment des Ausrüstens enthält:

$$(90a) \quad M_{t0} = M_0 \frac{\nu}{\nu-1} = M_0 + \frac{M_0}{\nu-1}.$$

Für unendlich große Steifigkeit  $\nu = \infty$  ist

$$(90b) \quad M_{t0} = M_0,$$

denn bei unendlich großer Steifigkeit kann sich der Balken nicht verbiegen und es ergeben sich deshalb weder elastische noch plastische Zusatzmomente.

In der nachstehenden Zahlentafel 90c sind die Werte  $\gamma = \frac{M_t}{M_0}$  der tatsächlichen Biegemomente  $M_t$  im Verhältnis zu den Ursprungsmomenten  $M_0$  angegeben und zwar für die Kriechwerte  $m = 0$  bis  $m = 4$  und für die Knicksicherheiten  $\nu = 3$  bis  $\nu = \infty$ .

In der oberen Zeile sind jeweils die Werte  $\frac{M_{ta}}{M_0}$  angegeben, bei denen also nur die anfänglich elastische Erregung im Zeitpunkt  $t = 0$  berücksichtigt ist, während die elastischen Erregungen während des Kriechprozesses vernachlässigt sind. In der zweiten Zeile

dagegen sind die Werte  $\frac{M_t}{M_0}$  der tatsächlichen Biegemomente nach Gl. (90) im Verhältnis zu den Ursprungsmomenten angegeben, wobei die gesamten elastischen Erregungen berücksichtigt sind. Diese Angaben für die beiden Fälle sollen den Einfluß der elastischen Erregungen während der Kriechzeit zeigen. In Abb. 49 sind

die Werte  $\frac{M_t}{M_0}$  auch graphisch aufgetragen. Zahlentafel 90c und Abb. 49 lassen erkennen, daß die Einflüsse der Verformung bei niedrigen Knicksicherheiten und gleichzeitig hohen Kriechwerten ganz außerordentlich groß werden können. Die Verformungsmomente erreichen bei  $\nu = 3$  und  $m = 4$  den 12fachen Wert der Ursprungsmomente. Dagegen gehen diese mit steigenden Knicksicherheiten und fallenden Kriechwerten sehr rasch zurück.



Zahlentafel 90c Werte  $\gamma$ .

m =	0	1	2	3	4
$\nu = 3$	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50
	1,50	2,47	4,08	6,72	11,85
$\nu = 4$	1,33	1,67	2,00	2,33	2,67
	1,33	1,86	2,60	3,63	5,06
$\nu = 5$	1,25	1,50	1,75	2,00	2,25
	1,25	1,60	2,06	2,65	3,40
$\nu = 6$	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00
	1,20	1,46	1,79	2,09	2,67
$\nu = 8$	1,143	1,29	1,43	1,58	1,72
	1,143	1,32	1,52	1,76	2,02
$\nu = 10$	1,111	1,22	1,33	1,44	1,55
	1,111	1,24	1,39	1,55	1,73
$\nu = \infty$	1,000	1,00	1,00	1,00	1,00
	1,000	1,00	1,00	1,00	1,00

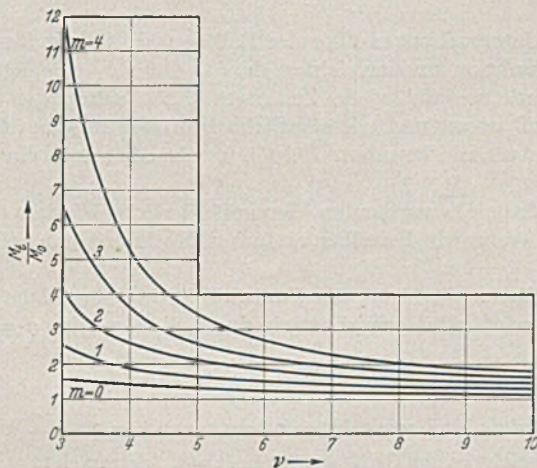


Abb. 49.

Die obigen Entwicklungen für den gelenkig gelagerten Balken gelten aber auch für den statisch unbestimmt gelagerten, da nach den Darlegungen zu I 2 auch bei diesem ein der Knickwelle entsprechendes Biegemoment  $M_0$  ein dazu affines, aber  $\nu$ -fach kleineres in Größe von  $\frac{M_0}{\nu}$  erzeugt. Die Gesamtsumme der unendlichen Reihe der neuerregten Momente ist wiederum durch  $\frac{M_0}{\nu-1}$  gegeben. Infolgedessen bleibt die Gl.  $M_{ta} = M_0 + \frac{M_0}{\nu-1}(1 + \varphi_t)$  erhalten.

Für den Fall, daß die Ursprungsmomente nicht nach der Knicklinie, sondern ganz beliebig verlaufen, stellen wir dieses Moment in ähnlicher Weise wie bei einer harmonischen Analyse als Summe von Momentenlinien dar, die den einzelnen Knicklinien mit verschiedener freier Knicklänge entsprechend (vgl. Abschnitt II, 9), und können damit die Berechnung für diese einzelnen Momentenanteile nach den obigen Gleichungen durchführen. Da bei den höheren Knicklinien bei abnehmender freier Knicklänge die Werte der Knicksicherheit sehr rasch ansteigen, erkennen wir, daß nur der Teil der Momente, der nach der ersten für die Dimensionierung maßgebenden Knicklinie verläuft, durch die elastische und plastische Verformung stark aufgeschaukelt wird, während für den Rest die Verformung ohne wesentlichen Einfluß ist, so daß wir, um zu einer einfacheren Berechnung zu kommen, diesen Verformungseinfluß vernachlässigen können. Damit gestaltet sich die Berechnung sehr einfach, man teilt die Momentenlinie in zwei Teile, in einen Anteil, der nach der Momentenlinie mit der größten freien Knicklänge verläuft und der nach den obigen Gleichungen mehr oder weniger stark aufgeschaukelt wird und in einen Rest, bei dem die Aufschaukelung vernachlässigt werden kann (vgl. auch die

Abb. 33a, bei der die zusätzlichen Momente aus der Verformung  $M_2$  des eingespannten Bogens zerlegt wurden, in einen Teil a, der nach der Momentenlinie der ersten Knicklinie verlief und einen Rest b, mit kürzerer Wellenlänge).

Zum Schluß dieses Abschnittes sei noch kurz auf die Folgerungen hingewiesen, die sich aus den gewonnenen Erkenntnissen ergeben. Auch, wenn eine der Bestimmungen entsprechende Knicksicherheit von  $\nu = 3$  vorhanden ist, können trotzdem durch starkes Kriechen des Betons wesentliche Gefahren für ein Bauwerk vorhanden sein, weil auch ohne eigentliches Knicken durch die elastischen und plastischen Verformungen die Biegemomente so stark anwachsen können, daß dadurch die Materialfestigkeiten überschritten werden und ein Verformungsbruch eintritt. Wir haben seit der Einführung des Eisenbetons immer wieder Zusammenbrüche von Eisenbetonbauten erlebt, insbesondere von solchen, die nach kurzer Zeit schon ausgeschalt wurden. Zum Teil erfolgten die Einstürze kurz nach der Ausrüstung, zum Teil aber auch Wochen oder Monate später. Auch wenn hierbei Konstruktionsmängel oder mangelhafte Festigkeit festgestellt wurden, ist bei den hohen vorgesehenen Sicherheiten damit noch nicht bewiesen, daß diese Mängel die alleinige Ursache waren. Auf Grund der obigen Feststellungen ist vielmehr anzunehmen, daß der jung belastete Beton sehr hohe Kriechmasse hatte und daß durch die anwachsenden Verformungsmomente die Bruchfestigkeiten überschritten wurden. Besonders bemerkenswert ist in diesem Zusammenhang eine von Dr.-Ing. M e h m e l<sup>16</sup> erwähnte Flugzeughalle, die erst 6 Monate nach der Ausrüstung durch Knicken zerstört wurde, trotzdem die Knicksicherheit bei  $E_0 = 210\,000 \text{ kg/cm}^2$  mit  $\nu = 3$  berechnet worden war, aber tatsächlich noch höher gelegen haben muß, da der Beton auf Grund der vorgenommenen Prüfungen eine sehr hohe Festigkeit und damit wenigstens einen Elastizitätsmodul von  $E_0 = 400\,000 \text{ kg/cm}^2$  besaß. Das Knicken der Schale wurde eingeleitet durch sehr starke Verformungen, die nur durch Biegekriechen im Zusammenhang mit Haarrissen zu erklären sind. Trotzdem während dieser 6 Monate die Betonfestigkeiten und der Elastizitätsmodul ständig zunahm, erfolgte die Zerstörung. Dieser Vorgang entspricht vollständig den obigen mathematischen Darlegungen, die zeigen, daß der kritische Zustand, nicht bei der Ausrüstung selbst, sondern in einer viel späteren Zeit erreicht werden kann. Allerdings ist bei der obigen Halle noch eine andere Ursache mitwirkend gewesen, nämlich die Beeinflussung der Knicksicherheit durch die Verformungen selbst. Während bei den ebenen Gebilden die Knicksicherheit durch die Verformung nicht beeinflusst wird, liegen die Verhältnisse bei den räumlichen Systemen anders, weil durch die Verformungen die Krümmungsradien und damit auch die Knicksicherheit in Mitleidenschaft gezogen werden.

Jedenfalls bin ich auf Grund meiner eingehenden Untersuchungen zu der Überzeugung gekommen, daß die Ursache für viele Einstürze von Eisenbetonbauten in dem Kriechen des zu jungen Betons zu suchen ist, und daß in Zukunft diesen ungünstigen Kriechwirkungen durch eine Erhöhung der Knicksicherheit und durch ein Vermindern der Kriechmasse durch spätere Ausrüstung, Berieselung und auch durch die Art des Zuschlagsmaterials entgegengewirkt werden muß. Besondere Gefahrenpunkte bilden bei großen Bauten die beiderseitigen Endsäulen, weil diese nicht nur aus den Rahmenwirkungen, sondern auch aus den Zwängungen infolge Temperatur und Schwinden Biegemomente erhalten.

b) Die zusätzlichen Biegemomente des Dreigelenkbogens infolge der elastischen und plastischen Verformung bei Berücksichtigung der elastischen Verformungen während des Kriechvorganges.

Nachdem wir im vorhergehenden Abschnitt die Verformung

<sup>16</sup> M e h m e l: Neuzeitliche Flugzeughallen. Zbl. Bauverw. Bd. 57 (1937) S. 211.



unter Berücksichtigung sämtlicher elastischer und plastischer Vorgänge erkannt und gelöst haben, bereitet es nun keine Schwierigkeiten, auf diesen Untersuchungen aufbauend, auch bei dem Dreigelenkbogen die elastischen Erregungen während des Kriechvorganges mit zu berücksichtigen, die wir im Abschnitt 2 vernachlässigt hatten. Wir gehen dabei von Gl. (50a) aus, bei welcher alle Einflüsse bis auf die elastischen Erregungen während des Kriechvorganges berücksichtigt waren und bezeichnen diesen Anteil der Momente entsprechend den im vorhergehenden Abschnitt bei dem Balken gewählten Bezeichnungen mit  $M_{ta}$ , während die zusätzlichen Momente infolge der elastischen Erregungen während des Kriechvorganges wieder mit  $M_{tb}$  bezeichnet werden.

Die Werte von  $M_{ta}$  sind durch die im Abschnitt 2 abgeleiteten Gleichungen schon gegeben. Wir wollen die Untersuchungen möglichst allgemein halten, um möglichst gleichzeitig alle Einflüsse auch die des Schwindens und des Widerlagerausweichens mit zu berücksichtigen. Nach Gl. (50a) ergab sich aus der elastischen und plastischen Verkürzung des Bogens ein Moment von:

$$(91a) \quad M_{ta1} = M_0 \frac{v_s}{v_s - 1} e^{\frac{\varphi_t}{v_s}} + H_g \frac{\Delta f_0}{4} v_s \left( e^{\frac{\varphi_t}{v_s}} - 1 \right).$$

Hierbei war nach Gl. (49a)  $\Delta f_0 = \frac{H_g}{E_0 J_c} \frac{a^2 + f^2}{f}$  die Senkung des Scheitels infolge der Bogenzusammendrückung nach der üblichen Berechnungsweise ohne Berücksichtigung des Kriechens und der elastischen und plastischen Verformungen und  $M_0$  das bei der Ausrüstung im Viertelpunkt vorhandene Moment ebenfalls bei Vernachlässigung der obigen Einflüsse.

Nach Gl. (54) ergab sich die Größe des Biegemomentes aus der Schwindwirkung:

$$(91b) \quad M_{ta2} = \frac{\omega_s T}{m} H_g \frac{a^2 + f^2}{4f} v_s \left( e^{\frac{\varphi_t}{v_s}} - 1 \right).$$

Hierbei ist  $\omega_s T \frac{a^2 + f^2}{f}$  die Scheitelsenkung aus dem Schwinden nach der üblichen Berechnungsweise ohne Berücksichtigung der Verformungen. Den Einfluß einer Widerlagerverschiebung können wir aus Gl. (50c) entnehmen, die uns angibt, in welcher Weise sich ein Biegemoment unter dem Einfluß der anfänglichen elastischen Erregung und unter dem Einfluß des Biegekriechens mit der Zeit verändert. Aus einer Spannweitenänderung  $\Delta l$  infolge Ausweichens der Widerlager ergibt sich eine Scheitelsenkung von  $\Delta f = \Delta l \frac{a}{2f}$

und damit ein Biegemoment  $M = H_g \frac{\Delta f}{4} = H_g \Delta l \frac{a}{8f}$ .

Demnach ergibt sich nach Gl. (50c)

$$(91c) \quad M_{ta3} = H_g \Delta l \frac{a}{8f} \frac{v_s}{v_s - 1} e^{\frac{\varphi_t}{v_s}}.$$

Hierbei ist angenommen, daß das Ausweichen der Widerlager zugleich mit dem Ausrüsten vor sich geht. Dies ist die ungünstigste Annahme, die wir treffen können, denn, wenn das Ausweichen zum Teil erst später erfolgt, dann ergibt sich, wie aus dem Koeffizienten

$e^{\frac{\varphi_t}{v_s}}$  hervorgeht, eine geringere Aufschaukelung der Momente. Durch Addition der Gl. (90a) bis (90c) erhalten wir nun das Gesamtmoment  $M_{ta}$ , das den Einfluß der anfänglichen elastischen Verformung, den Einfluß des zentrischen Schwindens und Kriechens sowie des Biegekriechens enthält, nicht aber den zusätzlichen Einfluß der elastischen Erregungen während des Kriechvorganges, den wir noch zusätzlich ermitteln müssen. Demnach:

$$(91) \quad M_{ta} = M_0 \frac{v_s}{v_s - 1} e^{\frac{\varphi_t}{v_s}} + H_g \frac{\Delta f_0}{4} v_s \left( e^{\frac{\varphi_t}{v_s}} - 1 \right) + \frac{\omega_s T}{m} H_g \frac{a^2 + f^2}{4f} v_s \left( e^{\frac{\varphi_t}{v_s}} - 1 \right) + H_g \Delta l \frac{a}{8f} \frac{v_s}{v_s - 1} e^{\frac{\varphi_t}{v_s}}$$

$$(91) \quad M_{ta} = \left( M_0 + H_g \Delta l \frac{a}{8f} \right) \frac{v_s}{v_s - 1} + B \frac{v_s}{v_s - 1} \left( e^{\frac{\varphi_t}{v_s}} - 1 \right).$$

Die Größe der Konstanten B ist gegeben durch:

$$B = M_0 + H_g \frac{\Delta f_0}{4} (v_s - 1) + \frac{\omega_s T}{m} (v_s - 1) H_g \frac{a^2 + f^2}{4f} + H_g \Delta l \frac{a}{8f}.$$

Im Zeitpunkt  $t = 0$  ergibt sich aus dieser Gleichung der Wert  $M_{ta} = M_{t0}$ :

$$(91d) \quad M_{t0} = \left( M_0 + H_g \Delta l \frac{a}{8f} \right) \frac{v_s}{v_s - 1}$$

wobei  $M_0 + H_g \Delta l \frac{a}{8f}$  das Ursprungsmoment ist, das durch die elastische Verformung auf den  $\frac{v_s}{v_s - 1}$ -fachen Wert vergrößert wird.

Durch die Änderung des Momentes  $M_{ta}$  mit der Zeit  $t$  ergeben sich infolge der dadurch bedingten elastischen Erregungen neue zusätzliche Momente  $M_{tb}$ , deren Größe wir ermitteln müssen. Aus der Gl. 91 erhalten wir diese Veränderungen durch Differenzieren.

$$(92) \quad dM_{ta} = \frac{B}{v_s - 1} e^{\frac{\varphi_t}{v_s}} d\varphi_t.$$

Bei den Untersuchungen über den Balken wählten wir für  $\varphi_t$  eine lineare Funktion und erreichten damit, daß  $d\varphi_t$  eine konstante Größe wurde, so daß für jedes Zeitintervall die Änderungen von  $M_{ta}$  gleich groß waren und wir sämtliche Einflüsse in geometrischen Reihen entwickeln konnten. Bei Gl. (92) ist aber noch ein zusätzlicher Faktor

$e^{\frac{\varphi_t}{v_s}}$  vorhanden, der veränderliche Werte von  $dM_{ta}$  bedingt. Wenn wir denselben einfachen Rechnungsgang einhalten

wollen, müssen wir für  $\varphi_t$  eine Funktion finden, für welche  $e^{\frac{\varphi_t}{v_s}} d\varphi_t$  konstant wird. Das erreichen wir durch die Funktion  $\varphi_t = v_s \ln t$ ,

hiermit wird  $e^{\frac{\varphi_t}{v_s}} d\varphi_t = e^{\frac{\ln t}{t}} dt = v_s dt$ .

$\varphi_t$  wird zu Null, wenn  $\ln t = 0$  bzw. wenn  $t = 1$ .

$\varphi_t$  erreicht seinen Größtwert  $m$  bei  $t = t_n$ , demnach  $m = v_s \ln t_n$ ,

hieraus  $t_n = e^{\frac{m}{v_s}}$ . Bei dieser Kriechfunktion  $\varphi_t$  beginnt die Kriechzeit also nicht bei  $t = 0$ , sondern bei  $t = 1$  und endet bei

$t_n = e^{\frac{m}{v_s}}$ . Die gesamte Kriechzeit teilen wir wiederum in  $q$ -gleiche Zeitintervalle, demnach wird:

$$\Delta t = \frac{t_n - 1}{q} = \frac{e^{\frac{m}{v_s}} - 1}{q}$$

und

$$(92a) \quad e^{\frac{\varphi_t}{v_s}} \Delta \varphi_t = v_s \Delta t = v_s \frac{t_n - 1}{q}.$$

Damit ergibt sich  $\Delta M_{ta}$  zu:

$$(92b) \quad \Delta M_{ta} = B \frac{v_s}{v_s - 1} \frac{t_n - 1}{q} \quad \text{wobei} \quad \frac{t_n - 1}{q} = \frac{e^{\frac{m}{v_s}} - 1}{q}.$$

Diese Änderung von  $\Delta M_{ta}$  löst nun für das Zeitintervall  $\Delta t = \frac{t_n - 1}{q}$

nach Gl. (85a) ein zusätzliches Erregungsmoment aus in Größe von:

$$(93) \quad A = \frac{\Delta M_{ta}}{v_s - 1} = B \frac{v_s}{(v_s - 1)^2} \frac{t_n - 1}{q} \quad \text{wobei} \quad \frac{t_n - 1}{q} = \frac{e^{\frac{m}{v_s}} - 1}{q}.$$

Jedes neue Erregungsmoment A wächst durch das Biegekriechen mit der Zeit wieder an. Das Anwachsen ist durch den Koeffizienten

$e^{\frac{\varphi_t}{v_s}}$  der Gl. (91c) bzw. (50c) gegeben (denn durch das Erregungsmoment A ändert sich das zentrische Kriechen nicht, infolgedessen hängt das Anwachsen von A nur von dem Biegekriechen Gl. (91c) bzw. (50c) ab.



Das Anwachsen von A mit der Zeit ist gegeben durch:

$$A_t = A e^{\frac{\varphi_t}{\nu_s}}, \text{ bzw. beträgt der Zuwachs für das Intervall } \Delta t$$

$$\Delta A = \frac{A}{\nu_s} e^{\frac{\varphi_t}{\nu_s}} \Delta \varphi_t = A \frac{t_n - 1}{q}, \text{ vgl. Gl. (92a).}$$

Im Zeitpunkt  $t = 2$  entsteht das erste Erregungsmoment  $a_2 = A$ , das im Zeitpunkt  $t_3$  auf  $A + A \frac{t_n - 1}{q}$  angewachsen ist (vgl. hierzu die Abb. 48, die auch jetzt maßgebend ist, nur ist zu beachten, daß entsprechend den obigen Entwicklungen die Kriechzeit nicht bei  $t = 0$ , sondern bei  $t = 1$  beginnt und demnach die erste Erregung  $a_2$  im Zeitpunkt  $t_2$  erfolgt. Dagegen bleibt die Unterteilung der Gesamtzeit  $(t_n - 1)$  in  $q$ -Zeitintervalle erhalten). Demnach ergibt sich:

Im Zeitpunkt  $t_2$ :  $a_2 = A (1 + 0)$   
 „ „  $t_3$ :  $a_3 = A \left(1 + 1 \frac{t_n - 1}{q}\right)$   
 „ „  $t_4$ :  $a_4 = A \left(1 + 2 \frac{t_n - 1}{q}\right)$  usw.,  $\Delta a = A \frac{t_n - 1}{q}$ .

Im Zeitpunkt  $t_3$  wird durch  $\Delta M_{ta}$  wiederum ein neues Erregungsmoment A ausgelöst, hierzu kommt aber noch das Erregungsmoment  $\frac{\Delta a}{\nu_s - 1}$  aus  $\Delta a$ . Infolgedessen ergibt sich:

Im Zeitpunkt  $t_3$ :  $b_3 = A \left[1 + \frac{1}{q} \frac{t_n - 1}{\nu_s - 1}\right] (1 + 0)$   
 „ „  $t_4$ :  $b_4 = A \left[1 + \frac{1}{q} \frac{t_n - 1}{\nu_s - 1}\right] \left(1 + 1 \frac{t_n - 1}{q}\right)$   
 „ „  $t_5$ :  $b_5 = A \left[1 + \frac{1}{q} \frac{t_n - 1}{\nu_s - 1}\right] \left(1 + 2 \frac{t_n - 1}{q}\right)$  usw.,  
 $\Delta b = A \left[1 + \frac{1}{q} \frac{t_n - 1}{\nu_s - 1}\right] \frac{t_n - 1}{q}$ .

Nun können wir auch die Erregung  $c_4$  im Zeitpunkt  $t_4$  berechnen:

$$c_4 = A + \frac{\Delta a}{\nu_s - 1} + \frac{\Delta b}{\nu_s - 1} = A \left[1 + \frac{2}{q} \frac{t_n - 1}{\nu_s - 1} + \left(\frac{1}{q} \frac{t_n - 1}{\nu_s - 1}\right)^2\right]$$

$$= A \left[1 + \frac{1}{q} \frac{t_n - 1}{\nu_s - 1}\right]^2$$

Im Zeitpunkt  $t_4$ :  $c_4 = A \left[1 + \frac{1}{q} \frac{t_n - 1}{\nu_s - 1}\right]^2 (1 + 0)$   
 „ „  $t_5$ :  $c_5 = A \left[1 + \frac{1}{q} \frac{t_n - 1}{\nu_s - 1}\right]^2 \left(1 + 1 \frac{t_n - 1}{q}\right)$   
 „ „  $t_6$ :  $c_6 = A \left[1 + \frac{1}{q} \frac{t_n - 1}{\nu_s - 1}\right]^2 \left(1 + 2 \frac{t_n - 1}{q}\right)$

Hieraus erkennen wir jetzt das Gesetz, nach dem die Werte d, e, f usw. verlaufen.

Im Zeitpunkt  $t_5$ :  $d_5 = A \left[1 + \frac{1}{q} \frac{t_n - 1}{\nu_s - 1}\right]^3 (1 + 0)$   
 „ „  $t_6$ :  $d_6 = A \left[1 + \frac{1}{q} \frac{t_n - 1}{\nu_s - 1}\right]^3 \left(1 + 1 \frac{t_n - 1}{q}\right)$   
 „ „  $t_7$ :  $d_7 = A \left[1 + \frac{1}{q} \frac{t_n - 1}{\nu_s - 1}\right]^3 \left(1 + 2 \frac{t_n - 1}{q}\right)$

und in gleicher Weise ergeben sich auch die Werte e, f usw. Wir schreiben zur Abkürzung  $\left(1 + \frac{1}{q} \frac{t_n - 1}{\nu_s - 1}\right) = \delta$  und erhalten für die

Momente in den verschiedenen Zeitpunkten die Gleichungen:  
 $M_2 = a_2 = A (1)$   
 $M_3 = a_3 + b_3 = A (1 + \delta) + A \frac{t_n - 1}{q} (1)$   
 $M_4 = a_4 + b_4 + c_4 = A (1 + \delta + \delta^2) + A \frac{t_n - 1}{q} (2 + \delta)$

$$M_5 = a_5 + b_5 + c_5 + d_5 = A (1 + \delta + \delta^2 + \delta^3) + A \frac{t_n - 1}{q} (3 + 2\delta + \delta^2)$$

$$M_{(q+1)} = M_{tb} = A (1 + \delta + \delta^2 + \dots + \delta^{q-1}) + A \frac{t_n - 1}{q} [(q-1) + (q-2)\delta + (q-2)\delta^2 + \dots + \delta^{q-2}].$$

Damit haben wir für  $M_{tb}$  die gleichen Reihen erhalten wie im vorhergehenden Abschnitt für den geraden Balken und infolgedessen ist auch die Lösung die gleiche. Bei dem Balken erstreckte sich die Kriechzeit von  $t = 0$  bis  $t = t_n$ , die wir in  $q$ -gleiche Teile einteilten. Bei der Kriechfunktion, die wir bei dem Dreigelenkbogen zugrunde legten, erstreckt sich dagegen die Kriechzeit von  $t = 1$  bis  $t = t_n$ , aber diese Zeit haben wir auch in  $q$ -Abschnitte unterteilt, und infolgedessen hat der Endwert  $M_{tb} = M_{q+1}$  den Index  $q + 1$ . Da die Reihen die gleichen sind, sind auch die Resultate für den Dreigelenkbogen die gleichen, jedoch müssen wir die Unterschiede in den Größen A beachten.

Bei dem Balken war nach Gl. (88):

$$A = \frac{M_0}{(\nu_s - 1)^2} \frac{m}{q}$$

bei dem Dreigelenkbogen dagegen ist nach Gl. (93):

$$A = \frac{B \nu_s}{(\nu_s - 1)^2} \frac{t_n - 1}{q} = \frac{B \nu_s}{(\nu_s - 1)^2} \frac{e^{\frac{m}{\nu_s}} - 1}{q}$$

Infolgedessen müssen wir bei Gl. (89) des Balkens:

$$M_{tb} = \frac{M_0}{\nu_s - 1} \left[ \nu_s \left( e^{\frac{m}{\nu_s} - 1} - 1 \right) - m \right]$$

$M_0$  durch  $B \nu_s$  und  $m$  durch  $e^{\frac{m}{\nu_s}} - 1$  ersetzen und erhalten damit:

$$(94) \quad \left\{ \begin{aligned} M_{tb} &= \frac{B \nu_s}{\nu_s - 1} \left[ \nu_s \left( e^{\frac{m}{\nu_s} - 1} - 1 \right) - \left( e^{\frac{m}{\nu_s}} - 1 \right) \right] \\ &= \frac{B \nu_s}{\nu_s - 1} \left\{ \nu_s \left[ \exp \frac{e^{\frac{m}{\nu_s}} - 1}{\nu_s - 1} - 1 \right] - \left( e^{\frac{m}{\nu_s}} - 1 \right) \right\}. \end{aligned} \right.$$

Hierzu müssen wir den Wert von  $M_{ta}$  nach Gl. (91) hinzuzählen und zugleich  $\varphi_t$  durch den Größtwert  $m$  ersetzen.

$$M_{ta} = \left( M_0 + H_g \Delta l \frac{a}{8f} \right) \frac{\nu_s}{\nu_s - 1} + B \frac{\nu_s}{\nu_s - 1} \left( e^{\frac{m}{\nu_s}} - 1 \right)$$

Damit beträgt das Gesamtmoment:

$$(95) \quad \left\{ \begin{aligned} M_t &= M_{ta} + M_{tb} = \left( M_0 + H_g \Delta l \frac{a}{8f} \right) \frac{\nu_s}{\nu_s - 1} \\ &+ B \frac{\nu_s^2}{\nu_s - 1} \left[ \exp \frac{e^{\frac{m}{\nu_s}} - 1}{\nu_s - 1} - 1 \right], \end{aligned} \right.$$

wobei nach Gl. (91):

$$B = M_0 + H_g \frac{\Delta f_6}{4} (\nu_s - 1) + \omega_s T H_g \frac{a^2 + f^2 \nu_s - 1}{4f} + H_g \Delta l \frac{a}{8f}$$

Das ist das Größtmoment bei Abschluß des Kriechens. Wollen wir das Moment im Zeitpunkt  $t$  haben, dann ist in Gl. (95)  $m$  durch  $\varphi_t$  zu ersetzen (nicht dagegen bei der Konstanten B).

$$(95a) \quad \left\{ \begin{aligned} M_t &= \left( M_0 + H_g \Delta l \frac{a}{8f} \right) \frac{\nu_s}{\nu_s - 1} \\ &+ B \frac{\nu_s^2}{\nu_s - 1} \left[ \exp \frac{\varphi_t}{\nu_s - 1} - 1 \right]. \end{aligned} \right.$$

Für den Fall, daß die Knicksicherheit  $\nu_s = \infty$  wird, ergibt sich bei Einsetzen des Wertes von B ein unbestimmter Ausdruck, woraus für  $M_t$  folgt:

$$(96) \quad M_t = M_0 (1 + \varphi_t) + \omega_s T H_g \frac{a^2 + f^2}{4f} \frac{\varphi_t}{m} + H_g \Delta l \frac{a}{8f}$$

[vgl. damit Gl. (51b)] bzw. für  $t = t_n$  ( $\varphi_t = m$ ) wird:



$$(96a) \quad M_t = M_0 (1 + m) + \omega_s T H_g \frac{a^2 + f^2}{4f} + H_g \Delta l \frac{a}{8f}.$$

Für den Fall, daß kein Kriechen stattfindet, ( $m = 0$ ), erhalten wir aus Gl. (95a) die übliche Gleichung:

$$(96b) \quad M_{t=0} = M_0 + \omega_s T H_g \frac{a^2 + f^2}{4f} + H_g \Delta l \frac{a}{8f}.$$

Wir sind nun auch in der Lage, die tatsächlichen Scheitelsenkungen zu berechnen. Aus der elastischen und plastischen Verkürzung der Bogenachse durch das Verkürzen infolge Schwindens und Ausweichens der Widerlager ergibt sich eine Scheitelsenkung von:

$$\Delta f' = \frac{H_g}{E_0 F_c} \frac{a^2 + f^2}{f} (1 + \varphi_t) + \omega_s T \frac{a^2 + f^2}{f} \frac{\varphi_t}{m} + \Delta l \frac{a}{8f}.$$

Aus der Verbiegung der Bogenschenkel durch  $M_t$  folgt eine zusätzliche Senkung von

$$\Delta f'' = \frac{M_t}{E_0 J_c} \frac{4a^2}{\pi^3} = \frac{M_t}{H_g} \frac{4}{(\pi + 1) v_s},$$

da nach Gl. (21):

$$v_s = \frac{\pi^3}{\pi + 1} \frac{E_0 J_c}{H_g a^2}$$

und damit:

$$(95b) \quad \Delta f = \frac{H_g}{E_0 J_c} \frac{a^2 + f^2}{f} (1 + \varphi_t) + \omega_s T \frac{a^2 + f^2}{f} \frac{\varphi_t}{m} + \Delta l \frac{a}{8f} + \frac{M_t}{H_g} \frac{4}{(\pi + 1) v_s}$$

wobei  $M_t$  durch Gl. (95) bzw. (95a) gegeben ist. Es hat vorerst noch keinen Zweck, diese Werte von  $M_t$  einzusetzen, da wir hierdurch eine sehr lange und unübersichtliche Gleichung erhalten würden. Ich komme darauf noch im nächsten Abschnitt zurück. Wir betrachten nun zunächst ebenso wie im Abschnitt 2 den unverformt hergestellten Bogen.

$\alpha$ ) Der Sonderfall, daß der Bogen nach der Seillinie, d. h. unverformt hergestellt wurde.

In diesem Fall ist  $M_0 = H_g \frac{\Delta f_0}{4}$  und damit erhalten wir für B

$$B = H_g \frac{\Delta f_0}{4} v_s + \omega_s T H_g \frac{a^2 + f^2}{4f} \frac{v_s - 1}{m} + H_g \Delta l \frac{a}{8f},$$

bzw. bei Berücksichtigung der Gl. (96b)].

$$B = M'_0 v_s + M''_0 \frac{v_s - 1}{m} + M'''_0$$

Hierbei ist  $M'_0 = H_g \frac{\Delta f_0}{4}$  das ursprüngliche Moment infolge der Bogenzusammendrückung,  $M''_0 = \omega_s T H_g \frac{a^2 + f^2}{4f}$  das Biegemoment aus der Schwindung nach der üblichen Berechnungsweise und  $M'''_0 = H_g \Delta l \frac{a}{8f}$  das Moment aus dem Widerlagerausweichen im Zeitpunkt  $t = 0$ . Damit erhalten wir nach Gl. (95):

$$(97) \quad \left\{ \begin{aligned} M_t &= M_0 \frac{v_s}{v_s - 1} \left[ 1 + v_s^2 \left[ \exp \frac{m}{v_s - 1} - 1 \right] \right] \\ &+ M''_0 \frac{v_s^2}{m} \left[ \exp \frac{m}{v_s - 1} - 1 \right] \\ &+ M'''_0 \frac{v_s}{v_s - 1} \left[ 1 + v_s \left[ \exp \frac{m}{v_s - 1} - 1 \right] \right] \\ &= M'_0 \gamma' + M''_0 \gamma'' + M'''_0 \gamma''' \end{aligned} \right.$$

In den Zahlentafeln 97b, c, d sind die Werte  $\gamma'$ ,  $\gamma''$  und  $\gamma'''$  ausgerechnet, und zwar für die Kriechwerte 0 bis 4 und die Knicksicherheiten  $v_s = 3$  bis  $v_s = \infty$ . Um zu zeigen, welchen Einfluß die elastischen Erregungen während des Kriechvorganges haben, sind zum Vergleich in der ersten Zeile jeweils die zu  $M_{t=0}$  gehörenden Zahlen  $\gamma'_a$ ,  $\gamma''_a$  und  $\gamma'''_a$  angegeben, bei denen die elastischen Erregungen während des Kriechvorganges vernachlässigt sind, in der

Zahlentafel 97b (für Eigengewicht).

	m =	0	1	2	3	4
$v_s = 3$	$\gamma'_a =$	1,50	3,28	5,67	9,23	14,07
	$\gamma' =$	1,50	4,58	9,68	19,90	42,60
$v_s = 4$	$\gamma'_a =$	1,33	2,85	4,79	7,69	10,50
	$\gamma' =$	1,33	3,45	6,47	10,90	17,80
$v_s = 5$	$\gamma'_a =$	1,25	2,65	4,35	6,40	8,90
	$\gamma' =$	1,25	3,02	5,35	8,37	12,45
$v_s = 6$	$\gamma'_a =$	1,20	2,51	4,03	5,87	8,02
	$\gamma' =$	1,20	2,79	4,74	7,20	10,22
$v_s = 8$	$\gamma'_a =$	1,14	2,36	3,74	5,30	7,07
	$\gamma' =$	1,14	2,53	4,17	5,90	8,02
$v_s = 10$	$\gamma'_a =$	1,11	2,28	3,57	5,00	6,57
	$\gamma' =$	1,11	2,42	3,86	5,43	7,35
$v_s = \infty$	$\gamma'_a =$	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00
	$\gamma' =$	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00

Zahlentafel 97c (für Schwinden).

	m =	0	1	2	3	4
$v_s = 3$	$\gamma''_a =$	1,00	1,19	1,42	1,72	2,09
	$\gamma'' =$	1,00	1,96	2,73	4,08	6,39
$v_s = 4$	$\gamma''_a =$	1,00	1,14	1,30	1,49	1,72
	$\gamma'' =$	1,00	1,59	1,93	2,41	3,10
$v_s = 5$	$\gamma''_a =$	1,00	1,11	1,23	1,37	1,53
	$\gamma'' =$	1,00	1,42	1,64	1,90	2,24
$v_s = 6$	$\gamma''_a =$	1,00	1,09	1,19	1,30	1,42
	$\gamma'' =$	1,00	1,33	1,48	1,67	1,88
$v_s = 8$	$\gamma''_a =$	1,00	1,06	1,14	1,21	1,30
	$\gamma'' =$	1,00	1,23	1,33	1,43	1,55
$v_s = 10$	$\gamma''_a =$	1,00	1,05	1,11	1,17	1,23
	$\gamma'' =$	1,00	1,18	1,24	1,32	1,41
$v_s = \infty$	$\gamma''_a =$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	$\gamma'' =$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Zahlentafel 97d (für Widerlagerausweichen).

	m =	0	1	2	3	4
$v_s = 3$	$\gamma'''_a =$	1,50	2,09	2,92	2,92	5,68
	$\gamma''' =$	1,50	2,48	4,23	4,23	15,18
$v_s = 4$	$\gamma'''_a =$	1,33	1,71	2,20	2,20	3,62
	$\gamma''' =$	1,33	1,86	2,62	2,62	5,45
$v_s = 5$	$\gamma'''_a =$	1,25	1,52	1,86	1,86	2,78
	$\gamma''' =$	1,25	1,61	2,07	2,07	3,49
$v_s = 6$	$\gamma'''_a =$	1,20	1,42	1,67	1,67	2,34
	$\gamma''' =$	1,20	1,46	1,79	1,79	2,70
$v_s = 8$	$\gamma'''_a =$	1,14	1,29	1,47	1,47	1,88
	$\gamma''' =$	1,14	1,30	1,52	1,52	1,99
$v_s = 10$	$\gamma'''_a =$	1,11	1,23	1,36	1,36	1,66
	$\gamma''' =$	1,11	1,24	1,39	1,39	1,74
$v_s = \infty$	$\gamma'''_a =$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	$\gamma''' =$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

zweiten Zeile dagegen die zu den tatsächlichen Momenten  $M_t$  gehörenden Zahlen  $\gamma'$ ,  $\gamma''$  und  $\gamma'''$  angegeben. Nach Gl. (91) ergibt sich, wenn wir  $M'_0 = H_g \frac{\Delta f_0}{4}$  setzen,  $M_{t=0}$  zu:

$$(97a) \quad \left\{ \begin{aligned} M_{t=0} &= M_0 v_s \left[ \frac{v_s}{v_s - 1} e^{\frac{m}{v_s - 1}} - 1 \right] + M''_0 \frac{v_s}{m} \left[ e^{\frac{m}{v_s - 1}} - 1 \right] \\ &+ M'''_0 \frac{v_s}{v_s - 1} e^{\frac{m}{v_s - 1}} = M'_0 \gamma'_a + M''_0 \gamma''_a + M'''_0 \gamma'''_a \end{aligned} \right.$$

Der Vergleich der Werte  $\gamma_a$  mit denen der endgültigen Momente  $\gamma$  zeigt, daß die elastischen Erregungen während des Kriechprozesses eine um so größere Bedeutung haben je geringer die Knicksicherheit  $v_s$  des symmetrischen Knickens ist.

Die Ergebnisse, die in diesen drei Zahlentafeln dargestellt sind, sind zum Teil außerordentlich ungünstig. Bei einer Knicksicher-



heit des Dreigelenkbogens von  $v_s = \bar{v} = 3$  und einem Kriechwert von  $m = 4$  können die Momente aus der Bogenzusammendrückung durch die elastische und plastische Verformung auf das 42fache, die aus der Verkürzung des Bogens durch Schwinden auf das 6,4fache und die aus dem Widerlagerausweichen auf das 15fache der Werte ansteigen, die wir aus der heute üblichen Berechnung ermitteln. Beruhigend ist nur, daß mit zunehmender Knicksicherheit und abnehmenden Kriechmaßen die Einflüsse entsprechend den in den Gleichungen auftretenden Exponentialfunktionen sehr rasch zurückgehen und daß wir durch eine künstliche Verformung der Bogenachse theoretisch, d. h. wenn wir die Materialkonstanten  $E_0$  und  $m$  genau kennen, die zusätzlichen Momente aus der Verformung vollständig beseitigen können. Leider ist dies nur theoretisch möglich, ein wesentlicher Bruchteil dieser Momente wird immer bleiben, weil wir diese Konstanten nicht genau kennen. Des weiteren ist zu berücksichtigen, daß bei Eigengewichtsbelastung allein die Werte der Knicksicherheit im allgemeinen größer als 3,5 sind, wenn bei der Gesamtbelastung aus Eigengewicht und Verkehr die vorgeschriebene Sicherheit von  $v_s = \bar{v} = 3$  vorhanden ist. Dazu kommt noch, daß nach unseren Bestimmungen der Berechnung der Knicksicherheit ein  $E_0 = 210000 \text{ kg/cm}^2$  zugrunde zu legen ist, während meistens schon bei der Ausrüstung wesentlich höhere Werte des federnden Elastizitätsmoduls vorhanden sind, so daß man im allgemeinen damit rechnen kann, daß für Eigengewichtsbelastung der für die Berechnung der Verformungsmomente maßgebende Wert der Knicksicherheit rd.  $v_s = 5$  sein wird.

Auf die Schlußfolgerungen, die sich aus den obigen Gleichungen ergeben, komme ich im Schlußwort zu sprechen. Hier sei nur kurz bemerkt, daß bei den Dreigelenkbogen die Knicksicherheit unbedingt höher, als in unseren Bestimmungen vorgesehen, gehalten werden muß, daß die Kriechwerte durch geeignete Maßnahmen erniedrigt und die Materialkonstanten  $E_0$  und  $m$  möglichst genau festgestellt werden müssen. Der Vergleich mit der gleichartigen Zahlentafel 90c zeigt uns, daß sich der Dreigelenkbogen noch ganz wesentlich ungünstiger verhält, als der gerade gedrückte Balken. Bei dem letzteren entstehen die Verformungsmomente nur durch die elastische und plastische Verbiegung, bei dem Dreigelenkbogen kommen hierzu aber noch zusätzliche Einflüsse hinzu, die darin bestehen, daß infolge der Verkürzung des Bogens durch Kriechen und Schwinden der Scheitel und damit die Seillinie sich senkt und dadurch die Biegemomente nochmals vergrößert werden. In gleicher Weise wirken sich auch die Scheitelsenkungen aus, die sich aus der elastischen und plastischen Verbiegung der Bogenschenkel ergeben. Damit sind nun die überraschend ungünstigen Verhältnisse des Dreigelenkbogens geklärt. Das gleiche ungünstige Verhalten des Dreigelenkbogens hatten wir schon im Abschnitt II festgestellt, wobei sich die Knicksicherheit des Dreigelenkbogens

zu  $v_s = 7,437 \frac{E_0 J_c}{H_a^2}$  ergab gegenüber  $9,87 \frac{E_0 J}{H_a^2}$  beim geraden Bal-

ken mit gleich großer Gelenkentfernung. Berücksichtigt man nun noch beim Vergleich der Zahlentafeln 97b mit 90c, daß infolge des ungünstigeren Knickwertes des Dreigelenkbogens bei gleichen Werten der Knicksicherheit der Dreigelenkbogen ein im Verhältnis von  $\frac{9,87}{7,437}$  größeres Trägheitsmoment besitzt, dann fällt dieser Vergleich für den Dreigelenkbogen noch wesentlich ungünstiger aus.

Wir wollen nun noch die Scheitelsenkungen berechnen, die bei einem unverformt ausgeführten Dreigelenkbogen auftreten, und zwar ebenso wie bei den Momenten getrennt für die Bogenverkürzung, das Schwinden und das Widerlagerausweichen.

Aus der Bogenverkürzung durch die Gewölbekraft ergibt sich eine Scheitelsenkung von

$$\Delta f = \Delta f_0 (1 + m) + \frac{M_t}{E_0 J_c} \frac{4a^2}{\pi^3},$$

wobei nach Gl. (97):

$$M_t = M'_0 \frac{v_s}{v_s - 1} \left\{ 1 + v_s^2 \left[ \exp \frac{m}{v_s - 1} - 1 \right] \right\} = M'_0 \gamma'$$

der erste Teil stellt die Scheitelsenkung infolge der zentrischen Bogenverkürzung durch die Gewölbekraft dar, der zweite Teil dagegen die Senkung infolge der zugehörigen Verbiegung der Bogenschenkel. Nun ist:

$$M'_0 = H_g \frac{\Delta f_0}{4} \quad \text{und} \quad \frac{H_g a^2 \pi + 1}{E_0 J_c \pi^3} = \frac{1}{v_s} \quad (\text{Gl. 21}). \quad \text{Demnach:}$$

$$\Delta f' = \Delta f_0 \left[ (1 + m) + H_g \frac{\Delta f_0 \gamma' 4a^2}{4 \pi^3} \right]$$

$$(98a) \quad \Delta f = \Delta f_0 \left[ (1 + m) + \frac{\gamma'}{v_s (\pi + 1)} \right] \quad \text{wobei} \quad \Delta f'_0 = \frac{H_g a^2 + f^2}{E_0 J_c f},$$

bezüglich  $\gamma'$  siehe Zahlentafel 97b.

Aus der Verkürzung des Bogens durch Schwinden ergibt sich:

$$\Delta f = \Delta f''_0 + \frac{M_t}{E_0 J_c} \frac{4a^2}{\pi^3}$$

wobei nach Gl. (97)  $M_t = M''_0 \gamma''$  und  $\Delta f''$  die Scheitelsenkung durch Schwinden nach der üblichen Berechnung  $\Delta f''_0 = \omega_s T \frac{a^2 + f^2}{f}$

und  $M''_0$  das zugehörige Moment  $M''_0 = H_g \frac{\Delta f''_0}{4}$ ; daraus folgt:

$$(98b) \quad \Delta f = \Delta f''_0 \left[ 1 + \frac{\gamma''}{v_s (\pi + 1)} \right] \quad \text{wobei} \quad \Delta f''_0 = \omega_s T \frac{a^2 + f^2}{f},$$

bezüglich  $\gamma''$  siehe Zahlentafel 97c.

Aus dem Ausweichen der Widerlager ergibt sich:

$$\Delta f = \Delta f'''_0 + \frac{M_t}{E_0 J_c} \frac{4a^2}{\pi^3},$$

wobei nach Gl. (97):  $M_t = M'''_0 \gamma'''$  und  $\Delta f'''_0$  die Scheitelsenkung infolge Widerlagerausweichens  $\Delta f'''_0 = H_g \Delta l \frac{a}{8f}$  und

$M'''_0$  das zugehörige Biegemoment  $M'''_0 = H_g \frac{\Delta f'''_0}{4}$ , damit ergibt sich:

$$(98c) \quad \Delta f = \Delta f'''_0 \left[ 1 + \frac{\gamma'''}{v_s (\pi + 1)} \right] \quad \text{wobei} \quad \Delta f'''_0 = H_g \Delta l \frac{a}{8f},$$

bezüglich  $\gamma'''$  siehe Zahlentafel 97d.

Durch Addition der drei Gleichungen erhalten wir die gesamte Senkung aus allen drei Wirkungen:

$$(98) \quad \left\{ \begin{aligned} \Delta f &= \Delta f'_0 \left[ (1 + m) + \frac{\gamma'}{(\pi + 1) v_s} \right] + \Delta f''_0 \left[ 1 + \frac{\gamma''}{(\pi + 1) v_s} \right] \\ &+ \Delta f'''_0 \left[ 1 + \frac{\gamma'''}{(\pi + 1) v_s} \right]. \end{aligned} \right.$$

Durch diese Darstellung der Scheitelsenkung mit Hilfe der Werte  $\gamma'$ ,  $\gamma''$  und  $\gamma'''$  können wir die Größen der Senkungen aus den  $\gamma$ -Werten der Zahlentafeln 97b bis d sehr rasch ausrechnen.

#### β) Der bei der Herstellung verformte Bogen.

Aus den Entwicklungen des vorhergehenden Abschnittes haben wir gesehen, daß bei den unverformt hergestellten Dreigelenkbogen bei Berücksichtigung der elastischen und plastischen Verformungen infolge der Bogenverkürzungen durch die Gewölbekraft das Kriechen und das Widerlagerausweichen sehr erhebliche Biegemomente entstehen können, die bei geringen Knicksicherheiten und gleichzeitig hohen Kriechmaßen zu einer Gefahr für das Bauwerk werden können.

Durch eine künstliche Verformung der Bogenachse bei der Herstellung lassen sich jedoch theoretisch diese Biegemomente ganz beseitigen. Hierzu ist die genaue Kenntnis der drei wichtigen Materialkonstanten, und zwar des federnden Elastizitätsmoduls  $E_0$ , des Kriechmaßes  $m$  und des Schwindmaßes  $\omega_s T$  notwendig. Außerdem müßte man auch die genaue Größe der



etwaigen Widerlagerverschiebungen kennen. Auch bei Durchführung von Versuchen werden wir die Materialkonstanten immer nur angenähert feststellen können, das Maß des Nachgebens der Widerlager können wir dagegen nur ganz grob einschätzen. Wir können deshalb niemals voraussetzen, daß wir diese großen Momente restlos beseitigen können, aber andererseits müssen wir bestrebt sein, durch eine möglichst genaue Erfassung der tatsächlichen Verhältnisse und eine dementsprechende künstliche Verformung des Bogens den ungünstigen Wirkungen des Kriechens zu begegnen. Infolge der künstlichen Verformung des Bogens ist jetzt das Ursprungsmoment  $M_0$  nicht mehr wie bei  $\alpha$ ) gleich  $Hg \frac{\Delta f_0}{4}$ , sondern es kommt noch ein vorerst unbekanntes Verformungsmoment  $M_D$  hinzu. Demnach:

$$M_0 = Hg \frac{\Delta f_0}{4} + M_D.$$

Aus Gl. (95) erhalten wir für diesen Wert von  $M_0$ :

$$M_t = \left( M_D + Hg \frac{\Delta f_0}{4} + Hg \Delta l \frac{a}{8f} \right) \frac{v_s}{v_s - 1} + B \frac{v_s^2}{v_s - 1} \left[ \exp \frac{m}{v_s - 1} - 1 \right],$$

wobei

$$B = M_D + Hg \frac{\Delta f_0}{4} + Hg \frac{\Delta f_0}{4} (v_s - 1) + \omega_s T Hg \frac{a^2 + f^2 v_s - 1}{4f} + Hg \Delta l \frac{a}{8f}.$$

Hieraus erhalten wir entsprechend der Gl. (97), wenn wir

$$Hg \frac{\Delta f_0}{4} = M_0', \quad \omega_s T Hg \frac{a^2 + f^2}{4f} = M_0''$$

und

$$Hg \Delta l \frac{a}{8f} = M_0''' \text{ setzen:}$$

$$(99) \quad \left\{ \begin{aligned} M_t &= M_D \frac{v_s}{v_s - 1} \left[ 1 + \exp \frac{m}{v_s - 1} \right] \\ &+ M_0' \frac{v_s}{v_s - 1} \left[ 1 + v_s^2 \left( \exp \frac{m}{v_s - 1} - 1 \right) \right] \\ &+ M_0'' \frac{v_s^2}{m} \left[ \exp \frac{m}{v_s - 1} - 1 \right] \\ &+ M_0''' \frac{v_s}{v_s - 1} \left[ 1 + v_s \left( \exp \frac{m}{v_s - 1} \right) \right] \\ &= M_D \gamma''' + M_0' \gamma' + M_0'' \gamma'' + M_0''' \gamma'''. \end{aligned} \right.$$

Aus dieser Gleichung können wir nun die Größe von  $M_D$  bestimmen, die notwendig ist, damit für  $t = t_n$ , also nach Abschluß des Kriechens der Bogen frei von Momenten ist, bzw. wenn wir  $M_D = Hg \Delta y$  setzen, können wir daraus das Maß  $\Delta y$  berechnen, um das der Viertelspunkt bei der Herstellung gegenüber der errechneten Seillinie tiefer gelegt werden muß, damit  $M_t$  für  $t = t_n$  zu Null wird. Aus der Bedingung  $M_t = 0$  ergibt sich:

$$(99a) \quad M_D = Hg \cdot \Delta y = -M_0' \frac{\gamma'}{\gamma'''} - M_0'' \frac{\gamma''}{\gamma'''} - M_0'''.$$

Damit beträgt das Moment im Zeitpunkt  $t = 0$  bei Berücksichtigung der anfänglichen elastischen Verformung:

$$(99b) \quad M(t=0) = \left( Hg \cdot \Delta y + Hg \frac{\Delta f_0}{4} + Hg \Delta l \frac{a}{8f} \right) \frac{v_s}{v_s - 1}.$$

Mit Hilfe der  $\gamma$ -Werte der Zahlentafeln 97b—d können wir das Maß der künstlichen Verformung leicht ermitteln. Selbstverständlich können wir  $M_t$ , falls erwünscht, auch für jeden beliebigen anderen Zeitpunkt  $t$  zu Null machen.

c) Die zusätzlichen Biegemomente des eingespannten und des Zweigelenkbogens infolge der elastischen und plastischen Verformung.

Bei den Untersuchungen der statisch unbestimmten Gewölbe

im Abschnitt 3 hatten wir sowohl den Einfluß der elastischen als auch der plastischen Verformung vernachlässigt, und bei der Berechnung des mit der Zeit veränderlichen Horizontalschubes die Annahme gemacht, daß die Steifigkeit, d. h. die Knicksicherheit des Bogens unendlich groß sei. Unter diesen vereinfachenden Voraussetzungen war die Berechnung sehr leicht und es ergaben sich durch das Kriechen sehr günstige Wirkungen. Wir hatten festgestellt, daß durch das Kriechen bei unverschieblichen Widerlagern und bei Wegfall des Schwindens die Balkenmomente infolge der Bogenzusammendrückung  $H_{e,z}$  gar nicht beeinflusst werden, so daß für diesen Fall die Verkürzung des Bogens durch das Kriechen und die damit verbundenen Senkungen des Gewölbes als ein rein plastischer Vorgang zu betrachten ist, durch den der Spannungszustand in keiner Weise beeinflusst wird. Für das Schwinden und das Widerlagerausweichen dagegen ergaben sich noch wesentlich günstigere Ergebnisse, denn wir konnten feststellen, daß durch das Kriechen die Balkenmomente  $H_{e,z}$  und  $H_{w,z}$  auf einen Bruchteil herabgemindert wurden.

Diese außerordentlich günstigen Ergebnisse bleiben aber nur erhalten bei hohen Knicksicherheiten  $v_s$ , bei geringen Knicksicherheiten  $v_s$  dagegen werden diese günstigen Wirkungen durch die sehr ungünstigen aus der elastischen und plastischen Verformung insbesondere bei den Gewölben mit Scheitelgelenken aufgehoben. Wir wollen uns den Vorgang der Verformung durch das Kriechen zunächst bei der Eigengewichtsbelastung ohne Schwinden und ohne Widerlagerausweichen klarmachen, weil hierbei die statischen Verhältnisse am einfachsten sind.

Die nachstehenden mathematischen Entwicklungen der Abschnitte  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  gelten in gleicher Weise wie für die Gewölbe ohne Scheitelgelenke auch für den Eingelenkbogen, jedoch ist das statische Verhalten des Eingelenkbogens so außerordentlich ungünstig und abweichend von den übrigen statisch unbestimmten Gewölben, daß dieser in einem gesonderten Abschnitt d behandelt wird.

$\alpha$ ) Die zusätzlichen Biegemomente infolge der elastischen und plastischen Verformung bedingt durch die Bogenverkürzung aus den Eigengewichtsdruckspannungen.

Hier liegen die Verhältnisse am einfachsten, weil sich der Horizontalschub aus der Bogenzusammendrückung  $H_e = -\frac{H_0}{\delta_{11}} \int \frac{ds}{E_0 F_x}$  (s. Gl. 56), durch den angegeben wird, welcher Anteil der Gesamtlast durch Balkenverkürzung nach den Auflagern übertragen wird, sich durch die Bogenverkürzung infolge des Kriechens mit der Zeit nicht ändert. Durch die elastische Verformung im Zeitpunkt  $t = 0$  werden die Balkenmomente  $M_0 = H_{e,z}$  durch die zusätzlichen Verformungsmomente  $M_z = M - M_0$  nach Abb. 14 überlagert, die im Abschnitt II ermittelt und eingehend besprochen wurden. Nach diesen Darlegungen im Abschnitt II, 9 lassen sich die gesamten Biegemomente gemäß Gl. (43b) in der Form darstellen:

$$M = M_{00} \Phi_0(\xi) + M_{n0} [\Phi_1(\xi) + \Phi_2(\xi) + \Phi_3(\xi) + \dots].$$

Hierbei waren durch  $M_{00} \Phi_0(\xi)$  die Balkenmomente gekennzeichnet und der Klammerausdruck gab die zusätzlichen Momente  $M_z$  aus der elastischen Verformung und dem Abweichen von der Stützlinie an. Diese letzteren ließen sich, ähnlich wie bei einer harmonischen Analyse, durch die den einzelnen Knickwellen zugehörigen Momentenlinien darstellen, deren freie Knicklänge um so geringer war je höher der Index. (Analyse nach Eigenfunktionen.)

Den Einfluß des Kriechens auf die Balkenmomente haben wir im Abschnitt 3 schon ausführlich besprochen. Diese Ausführungen müssen nun noch ergänzt werden durch eine Untersuchung über den Einfluß des Kriechens, auf die den einzelnen Knickwellen entsprechenden Momentenlinien. Hierzu betrachten wir eine dieser Momentenlinie  $M_{00} \Phi_n(\xi)$ . Die elastischen Durchbiegungen, die zu diesen nach der  $n$ -ten Knickwelle verlaufenden Moment gehören, folgen aus:  $v = -\int dx \int \frac{M_{00}}{E_0 J_c} \Phi_n(\xi) dx$ . Sobald das Kriechen einsetzt, vergrößern sich diese Durchbiegungen, weil jetzt an Stelle des federnden der ideelle Elastizitätsmodul  $\frac{1}{E_t} = \frac{1}{E_0} (1 + \varphi_t)$  tritt.



Damit werden die Durchbiegungen und auch die Biegemomente  $(1 + \varphi_1)$ -mal größer. An dem Verlauf der Biegemomente dagegen kann sich durch dieses Absinken des Elastizitätsmoduls und der größer werdenden Durchbiegungen nichts ändern, weil die Biegemomente  $M_{00}\Phi_n(\xi)$  die einer Knickwelle zugehören, den Bedingungen Gl. (42) und (42a) genügen, und demnach schon nach dem Minimum der Formänderungsarbeit längs der Bogenachse verteilt sind. Infolgedessen ändert sich durch diese Zunahme der Verbiegung und der Biegemomente durch das Biegekriechen an dem Gewölbeschub nichts. Des weiteren hatten wir in Abschnitt 3 gezeigt, daß durch Verkürzung des Bogens infolge des zentralen Kriechens ebenfalls der Horizontalschub nicht geändert wird, so daß bei reiner Eigengewichtsbelastung bei Wegfall des Schwindens und Widerlagerausweichens die Balkenmomente während der ganzen Kriechzeit unverändert bleiben.

Jede Vergrößerung der Biegemomente  $M_{00}\Phi_n(\xi)$  durch die Verringerung des Elastizitätsmoduls ist für den Zeitpunkt der Änderung ein elastischer Eingriff, der in demselben Zeitpunkt auch sofort eine elastische Erregung auslöst. Das dadurch bedingte Zusatzmoment hat aber wiederum den Verlauf von  $M_{00}\Phi_n(\xi)$ . Die gesamte elastische und plastische Erregung des Bogens geht also, da während des Kriechvorganges keine zusätzlichen Balkenmomente erzeugt werden, nach den gleichen Gesetzen vor sich wie bei dem gedrückten Balken, bei dem für die erste Knickwelle nach Gl. (90) die elastische und plastische Erregung für  $t = t_n$  durch

$$M_t = M_0 + \frac{M_0}{\nu - 1} \left[ \nu e^{\frac{m}{\nu - 1}} - (\nu - 1) \right]$$

und damit für eine beliebige Zeit ( $m = \varphi_1$ ) durch

$$M_t = M_0 + \frac{M_0}{\nu - 1} \left[ \nu e^{\frac{\varphi_1}{\nu - 1}} - (\nu - 1) \right]$$

gegeben war. Hierbei war  $M_0$  das ursprünglich vorhandene Moment durch die elastische Erregung im Zeitpunkt  $t = 0$  kam das Zusatzmoment  $\frac{M_0}{\nu - 1}$  hinzu, und dieses wurde wiederum durch die plastische Verformung während des Kriechvorganges und die zusätzlichen elastischen Erregungen während dieser Zeit, bedingt durch die Änderungen der Momente während des Kriechvorganges,

auf den  $\left[ \nu e^{\frac{\varphi_1}{\nu - 1}} - (\nu - 1) \right]$ -fachen Wert aufgeschaukelt. Für  $\nu = \infty$  wird die anfängliche elastische Erregung zu Null und damit auch die späteren plastischen und elastischen während des Kriechvorganges.

Bei den Gewölben ist das ursprüngliche Moment durch das Balkenmoment  $M_{00}\Phi_0(\xi)$  gegeben, durch das die elastischen Erregungen

$$M_z = M_{00}\Phi_1(\xi) + M_{00}\Phi_2(\xi) + \dots$$

ausgelöst werden. Hierbei verläuft  $\Phi_1(\xi)$  nach der ersten Knickwelle mit der Knicksicherheit  $\nu_{s1}$ ,  $\Phi_2(\xi)$  dagegen nach der zweiten mit der größeren Knicksicherheit  $\nu_{s2}$  usw. (s. hierzu II, 9). Um nun den Kriecheinfluß zu ermitteln, müssen wir demnach jedes dieser Zusatz-

momente Gl. (43b) mit dem Erregungsfaktor  $\left[ \nu e^{\frac{m}{\nu - 1}} - (\nu - 1) \right]$  multiplizieren, wobei  $\nu_s$  entsprechend den abnehmenden freien Knicklängen ständig zunimmt. Wir erhalten somit für  $M_z$ :

$$M_z = M_{00} \left\{ \Phi_1(\xi) \left[ \nu_{s1} e^{\frac{m}{\nu_{s1} - 1}} - (\nu_{s1} - 1) \right] + \Phi_2(\xi) \left[ \nu_{s2} e^{\frac{m}{\nu_{s2} - 1}} - (\nu_{s2} - 1) \right] + \dots \right\}$$

Hierzu kommt noch das Balkenmoment hinzu, das, wie oben schon dargestellt, bei Eigengewichtsbelastung unverändert bleibt. Demnach beträgt das Gesamtmoment  $M_t$ :

$$(100) \quad \left\{ \begin{aligned} M_t &= M_{00} \Phi_0(\xi) \left\{ \Phi_0(\xi) + \Phi_1(\xi) \left[ \nu_{s1} e^{\frac{m}{\nu_{s1} - 1}} - (\nu_{s1} - 1) \right] \right. \\ &\quad \left. + \Phi_2(\xi) \left[ \nu_{s2} e^{\frac{m}{\nu_{s2} - 1}} - (\nu_{s2} - 1) \right] + \dots \right\} \\ &= M_{00} \{ \Phi_0(\xi) + \Phi_1(\xi) \cdot \beta_1 + \Phi_2(\xi) \beta_2 + \dots \} \\ &= M_{00} \{ \Phi_0(\xi) + \Sigma [\Phi(\xi) \beta] \} .^{17} \end{aligned} \right.$$

Die Größe der Werte  $\beta = \left[ \nu_s e^{\frac{m}{\nu_s - 1}} - (\nu_s - 1) \right]$  geht aus der nachstehenden Zahlentafel 100a hervor.

Zahlentafel 100a.

Werte $\beta$	$m =$	0	1	2	3	4
$\nu_s = 6$		1,00	2,33	3,95	5,93	8,35
$\nu_s = 8$		1,00	2,22	3,65	5,33	7,17
$\nu_s = 10$		1,00	2,17	3,49	4,95	6,59
$\nu_s = 12$		1,00	2,14	3,39	4,76	6,26
$\nu_s = 15$		1,00	2,11	3,29	4,58	5,97
$\nu_s = 20$		1,00	2,08	3,21	4,42	5,68
$\nu_s = 30$		1,00	2,05	3,14	4,27	5,44
$\nu_s = \infty$		1,00	2,00	3,00	4,00	5,00

$= (1 + m)$

Bei der vorgeschriebenen Knicksicherheit von  $\bar{\nu} = \nu_a = 3,0$  ergibt sich für Eigengewicht allein ein Wert von rd.  $\bar{\nu} = \nu_a = 3,5$ . Nun ist beim eingespannten Bogen nach Zahlentafel 30  $\nu_s = \nu_a \frac{33,21}{20,19} = 3,5 \cdot 1,64 = 5,75$  und beim Zweigelenkbogen  $\nu_s = \frac{21,96}{9,87} \cdot 3,5 = 7,8$ . Deshalb beginnt die Zahlentafel 100a mit einem Kleinstwert von  $\nu_s = 6$ . Die Werte  $\nu_s$  der Werte  $\beta$  der Gl. (100) nehmen ständig zu, z. B. ergibt sich für den eingespannten parabelförmigen Bogen nach II, 9:

$$\nu_{s1} = 33,21 \frac{E_0 J_c}{H_g a^2}, \quad \nu_{s2} = 82,3 \frac{E_0 J_c}{H_g a^2},$$

$$\nu_{s3} = 94,7 \frac{E_0 J_c}{H_g a^2}, \quad \nu_{s4} = 240 \frac{E_0 J_c}{H_g a^2}$$

oder für  $\nu_{s1} = 6,0$  wird  $\nu_{s2} = 15,0$ ,  $\nu_{s3} = 17,1$ ,  $\nu_{s4} = 43,5$ .

Aus der Zahlentafel 100a erkennen wir, daß die Werte  $\beta$  der Momente, die zu den höheren Knickwellen gehören, langsam abnehmen und mit  $\nu_s = \infty$  sich den Grenzwerten  $(1 + m)$  der letzten Spalte nähern. Zwischen den Werten dieser letzten Spalte und denen der gleichen Spalte der Zahlentafel 90c scheint ein Widerspruch zu bestehen insofern, als nach der Zahlentafel 90c  $M_t = M_0 \cdot 1,0$  wird, d. h. die Verformungsmomente werden zu Null, während sich nach Zahlentafel 100a sich ein Wert von  $\Phi(1 + m)$  ergibt. Wenn man jedoch beachtet, daß die Werte  $\Phi$ , durch welche die elastische Verformungen gegeben sind, mit  $\nu_s = \infty$  zu Null werden und damit auch  $\Phi(1 + m)$ , dann ist dieser scheinbare Widerspruch aufgeklärt.

Eine ganz genaue Berechnung der Biegemomente nach Gl. (100) ist mit sehr viel Arbeit verbunden, weil wir dann ge-

<sup>17</sup> Um Mißverständnisse auszuschließen, ist zu der Ableitung der Gl. (100) noch folgendes zu bemerken. Wir hatten festgestellt, daß durch die Verkürzung des Bogens infolge des Kriechens der Gewölbeschub  $H_e$  nicht beeinflußt wird. Des weiteren hatten wir erkannt, daß durch die Vergrößerung der Verbiegungen  $\nu$  infolge des Absinkens des ideellen Moduls kein Horizontalschub entsteht und daß sich deshalb an den Balkenmomenten während des ganzen Kriechvorganges nichts ändert. Daraus darf aber nicht der Schluß gezogen werden, daß der Horizontalschub während des Kriechvorganges unverändert bleibt, denn wir hatten gesehen, daß durch die Änderungen der Biegemomente durch die plastischen Verbiegungen neue elastische Erregungen ausgelöst werden. Jede elastische Erregung  $M_{n-1}$  löst, wie aus der schrittweisen Annäherung nach Abschnitt II, 3 hervorgeht ein gleichartiges, aber  $\nu_s$  mal kleineres

Moment  $M_n = \frac{M_{n-1}}{\nu_s}$  aus. Um  $M_n$  einen gleichen Verlauf zu geben wie

$M_n$  ist, wie aus der schrittweisen Annäherung sowie aus den Darlegungen II, 8 hervorgeht, ein zusätzlicher, wenn auch sehr kleiner Horizontalschub notwendig, der aber keine neuen Balkenmomente auslöst, sondern nur notwendig ist, um  $M_n$  den gleichen Verlauf wie  $M_{n-1}$  zu geben. Die ursprünglichen Balkenmomente  $H_e$  z bleiben demnach bei reiner Eigengewichtsbelastung während des ganzen Kriechvorganges unverändert, trotzdem der Horizontalschub Veränderungen aufweist. Diese geringe Änderung des Horizontalschubes bedingt nur insofern eine Ungenauigkeit als dadurch die Werte von  $\nu_s$  etwas beeinflußt werden. Diese Änderung von  $\nu_s$  sind aber so klein, daß sie innerhalb der Grenzen der Rechengenauigkeit liegen und deshalb unberücksichtigt bleiben dürfen.



zwungen sind, die zusätzlichen Momente  $M_z$  aus der elastischen Verformung durch eine Analyse mittels der verschiedenen Knickwellen darzustellen. Bei dem Parabelbogen mit  $I_c = I_x \cos \varphi$  würde dies keine besondere Mühe bedeuten, weil alle Knickwellen bzw. zugehörigen Momentenlinien nach Kosinuslinien verlaufen, deren mit  $r_s$  veränderliche Wellenlänge im Abschnitt II, 9 angegeben ist, so daß die Darstellung von  $M_z$  durch die verschiedenen Momentenlinien der Knickwellen auf eine leicht durchführbare Analyse herauskommt. Bei Bögen dagegen mit beliebiger Form und beliebigem Trägheitsmoment würde mit der Ermittlung der einzelnen Knickwellen eine sehr große Arbeit verbunden sein, wir müssen uns deshalb mit einer hinreichend genauen Näherungslösung begnügen. Hierzu gibt uns Zahlentafel 100a die Handhabe. Da die Werte  $\beta$  mit dem Ansteigen von  $r_s$  sich nur wenig ändern und  $\Phi_1(\xi) \beta$  gegenüber allen anderen Gliedern bei weitem den meisten Einfluß ausübt, ebenso wie bei einer harmonischen Analyse die erste Harmonische ausschlaggebend ist, können wir  $\beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \dots = \beta_1 = \beta$  setzen und erhalten damit

$$M_t = M_{00} \{\Phi_0(\xi)\} + \beta \Sigma \Phi(\xi) = M_0 + M_z \left[ r_s e^{\frac{m}{r_s-1}} - (r_s - 1) \right] = M_0 + \beta M_z.$$

Die Größe von  $M_z$  wurde im Abschnitt II ermittelt. Es ergab sich  $M = M_0 + M_z$  in der allgemeinen Form:

$$M = M_0 + M_z = M_0 \left[ \frac{r_s + \delta}{r_s - 1} + \frac{\delta_1}{r_s^2} + \frac{\delta_2}{r_s^3} + \frac{\delta_3}{r_s^4} + \dots \right]$$

und damit ergibt sich  $M_z$  in der Form:

$$M_z = M_0 \left[ \frac{\delta + 1}{r_s - 1} + \frac{\delta_1}{r_s^2} + \frac{\delta_2}{r_s^3} + \dots \right] = M_0 F(r_s),$$

damit können wir die gesamten Biegemomente in der einfachen Form darstellen:

$$(100c) \quad M_t = M_0 \left\{ 1 + F(r_s) \left[ r_s e^{\frac{m}{r_s-1}} - (r_s - 1) \right] \right\} = M_0 [1 + \beta F(r_s)],$$

wobei:

$$F(r_s) = \frac{\delta + 1}{r_s - 1} + \frac{\delta_1}{r_s^2} + \frac{\delta_2}{r_s^3} + \dots \quad \text{und} \quad \beta = \left[ r_s e^{\frac{m}{r_s-1}} - (r_s - 1) \right]$$

und  $r_s$  die bei der ersten symmetrischen Knickwelle vorhandene Knicksicherheit ist. Für den Kämpfer gibt Gl. (100c) etwas zu ungünstige Werte, das erkennen wir aus Abb. 22 des Abschnittes II, 7, in welcher die zusätzlichen Momente aus der elastischen Verformung dargestellt sind. Hiervon verläuft der mit  $M_n$  bezeichnete Anteil nach den Biegemomenten der ersten Knickwelle, die Differenz von  $M_z - M_n$  dagegen nach denen der höheren Knickwellen. Da für den Kämpfer  $M_n < M_z$ , werden durch die Anteile der Momente der höheren Knickwellen die Momente Gl. (100c) etwas verkleinert, umgekehrt werden aber für den Scheitel, wo  $M_n < M_z$  die Biegemomente noch etwas größer als nach Gl. (100c). Die Gl. (100c) gibt also für den Scheitel etwas zu geringe, für den Kämpfer etwas zu große Werte  $M_t$ .

Für viele Fälle, insbesondere bei Gewölben mit hoher Knicksicherheit, kann man mit hinreichender Genauigkeit den Faktor  $\beta$  durch seinen Grenzwert  $(1 + m)$  für  $r_s = \infty$  ersetzen. Damit ergibt sich:

$$(100d) \quad M = M_0 + M_z (1 + m) = M_0 [1 + (1 + m) F(r_s)].$$

Abb. 14 des Abschnittes II hat nun schon gezeigt, daß bei den eingespannten Bogen durch die elastische Verformung die positiven Balkenmomente des Scheitels vergrößert und die negative Einspannmomente am Kämpfer verkleinert werden. Durch die plastische Verformung wird diese Umlagerung der Momente noch ganz wesentlich verstärkt, weil die zusätzlichen Verformungsmomente  $\beta$ - bzw.  $(1 + m)$ -mal größer werden.

Als Ergebnisse stellen wir fest, daß durch das Kriechen des Betons die Balkenmomente infolge der Verkürzung des Bogens durch seine Druckspannungen nicht beeinflußt werden, daß aber andererseits die zusätzlichen Biegemomente aus der elastischen Verformung durch die plastische Verformung mit dem Kriechmaß rasch anwachsen.

Die Ungenauigkeiten, die mit Gl. (100c) verbunden sind und die darin bestehen, daß diese Gleichung für den Scheitel etwas zu günstige und für den Kämpfer etwas zu ungünstige Werte liefert, sind unbedeutend. Man kann diese Ungenauigkeiten jedoch noch weiter herabmindern, wenn man nach Abschnitt II, 7 Gl. (43) und den zugehörigen Entwicklungen die zusätzlichen Biegemomente  $M_z$  aus der elastischen Verformung in zwei Teile, zerlegt, in einen Anteil, der nach der Momentenlinie der ersten Knickwelle und einen Restteil gemäß der Gl.  $M_z = M_{00} \Phi_1(\xi) + M_{00} \Phi_R(\xi)$  (s. auch Abb. 22) und die Aufschaukelung des ersten Teiles nach den  $\beta$ -Werten vornimmt, die zu  $r_{s1}$  gehören, für den Rest dagegen einen  $\beta$ -Wert zugrunde legt, der zu einem 2,5fachen größeren Wert von  $r_s$  gehört. Denn wir hatten festgestellt, daß für  $r_{s1} = 6$  sich ein  $r_{s2} = 15$  ergibt. Im allgemeinen ist diese größere Genauigkeit jedoch nicht notwendig, da in der Feststellung der Materialkonstanten  $E_0$ ,  $m$  und  $\omega_s T$  größere Ungenauigkeiten enthalten sind.

Wir wollen nun Gl. (100c) für den eingespannten Parabelbogen auswerten, um einen Überblick über die Wirkungen der plastischen Verformungen zu gewinnen und zwar soll dies für die Knicksicherheiten  $r_s = 6, 8, 10$  und  $12$ , denen die  $\frac{20,19}{33,21} = 0,608$  kleineren maßgebenden Sicherheiten  $\bar{v} = 3,65, 4,87, 6,08$  und  $7,30$  entsprechen, und für die Kriechmaße  $m = 0$  bis  $m = 4$  durchgeführt werden. Hierzu müssen wir zuerst die zusätzlichen Momente aus der elastischen Verformung ermitteln, für die, wie schon bei Gl. (100) festgestellt wurde, die Gleichung

$$(101) \quad M_z = M_0 \left[ \frac{1 + \delta}{r_s - 1} + \frac{\delta_1}{r_{s1}^2} + \frac{\delta_2}{r_{s2}^3} + \dots \right]$$

maßgebend ist. Damit ergeben sich für den eingespannten Parabelbogen  $I_c = I_x \cos \varphi$  entsprechend Gl. (19 a bis c) folgende Gleichungen:

$$(101a) \quad \left. \begin{aligned} \text{Scheitel } \xi = 0,00: M_z &= M_0 \left[ \frac{0,88}{r_s - 1} - \frac{0,172}{r_s} - \frac{0,075}{r_s^2} - \frac{0,026}{r_s^3} - \frac{0,006}{r_s^4} - \dots \right] \text{ wobei } M_0 = \frac{1}{3} H_{ef} \\ \text{Achtel } \xi = 0,25: M_z &= M_0 \left[ \frac{0,25}{r_s - 1} + \frac{0,125}{r_s} + \frac{0,050}{r_s^2} + \frac{0,022}{r_s^3} + \frac{0,0006}{r_s^4} + \dots \right] \text{ wobei } M_0 = \frac{13}{48} H_{ef} \\ \text{Viertel } \xi = 0,50: M_z &= M_0 \left[ \frac{2,918}{r_s - 1} + \frac{0,727}{r_s} + \frac{0,210}{r_s^2} + \frac{0,054}{r_s^3} + \frac{0,010}{r_s^4} + \dots \right] \text{ wobei } M_0 = \frac{1}{12} H_{ef} \\ \text{Achtel } \xi = 0,75: M_z &= M_0 \left[ \frac{0,404}{r_s - 1} + \frac{0,580}{r_s} + \frac{0,191}{r_s^2} + \frac{0,054}{r_s^3} + \frac{0,011}{r_s^4} + \dots \right] \text{ wobei } M_0 = -\frac{11}{48} H_{ef} \\ \text{Kämpfer } \xi = 1,00: M_z &= M_0 \left[ \frac{0,418}{r_s - 1} - \frac{0,537}{r_s} - \frac{0,089}{r_s^2} - \frac{0,023}{r_s^3} - \frac{0,005}{r_s^4} + \dots \right] \text{ wobei } M_0 = -\frac{2}{3} H_{ef} \end{aligned} \right\}$$

Aus diesen Gleichungen ergeben sich die in der Zahlentafel 101b zusammengestellten zusätzlichen Biegemomente  $M_z = M_0 F(r_s)$ .

Zahlentafel 101a. Werte  $F(r_s)$ .

$\xi =$	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00
$r_s = 6$	+0,0484	+0,0173	-0,0381	+0,0420	-0,1170
$r_s = 8$	+0,0384	+0,0141	-0,0260	+0,0306	-0,0854
$r_s = 10$	+0,0299	+0,0110	-0,0208	+0,0240	-0,0675
$r_s = 12$	+0,0217	+0,0091	-0,0169	+0,0198	-0,0562
$r_s = \infty$	+0,0000	+0,0000	-0,0000	+0,0000	-0,0000

Damit sind wir nun in der Lage, die gesamten Biegemomente nach Gl. (100c) zu berechnen, wobei die  $\beta$ -Werte der Zahlentafel 100a zu entnehmen sind. Gl. (100c) lautet:

$$M = M_0 [1 + \beta F(r_s)], \text{ wobei } M_0 = \frac{H_{ef}}{3} (1 - 3 \xi^2).$$



Zahlentafel 101b. Größe der Momente M aus Eigengewicht.

		$\xi =$	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00	
m = 0	$\nu_s = 6$		+0,381	+0,288	+0,045	-0,371	-0,550	· H <sub>ef</sub>
	$\nu_s = 8$		+0,371	+0,285	+0,057	-0,360	-0,582	
	$\nu_s = 10$		+0,363	+0,282	+0,062	-0,253	-0,599	
	$\nu_s = 12$		+0,355	+0,280	+0,066	-0,249	-0,611	
	$\nu_s = \infty$		+0,333	+0,271	+0,083	-0,229	-0,667	
m = 1	$\nu_s = 6$		+0,446	+0,311	-0,006	-0,327	-0,394	· H <sub>ef</sub>
	$\nu_s = 8$		+0,418	+0,302	+0,025	-0,297	-0,477	
	$\nu_s = 10$		+0,398	+0,295	+0,038	-0,281	-0,520	
	$\nu_s = 12$		+0,379	+0,291	+0,047	-0,271	-0,547	
	$\nu_s = \infty$		+0,333	+0,271	+0,083	-0,229	-0,667	
m = 2	$\nu_s = 6$		+0,524	+0,339	-0,068	-0,395	-0,204	· H <sub>ef</sub>
	$\nu_s = 8$		+0,473	+0,323	-0,012	-0,340	-0,355	
	$\nu_s = 10$		+0,437	+0,309	+0,010	-0,313	-0,432	
	$\nu_s = 12$		+0,407	+0,302	+0,026	-0,296	-0,476	
	$\nu_s = \infty$		+0,333	+0,271	+0,083	-0,229	-0,667	
m = 3	$\nu_s = 6$		+0,620	+0,374	-0,143	-0,478	+0,027	· H <sub>ef</sub>
	$\nu_s = 8$		+0,538	+0,346	-0,056	-0,392	-0,222	
	$\nu_s = 10$		+0,481	+0,326	-0,020	-0,348	-0,333	
	$\nu_s = 12$		+0,437	+0,314	+0,006	-0,323	-0,399	
	$\nu_s = \infty$		+0,333	+0,271	+0,083	-0,229	-0,667	
m = 4	$\nu_s = 6$		+0,737	+0,415	-0,235	-0,580	+0,321	· H <sub>ef</sub>
	$\nu_s = 8$		+0,609	+0,372	-0,103	-0,448	-0,055	
	$\nu_s = 10$		+0,530	+0,344	-0,054	-0,387	-0,222	
	$\nu_s = 12$		+0,469	+0,328	-0,023	-0,353	-0,315	
	$\nu_s = \infty$		+0,333	+0,271	+0,083	-0,229	-0,667	

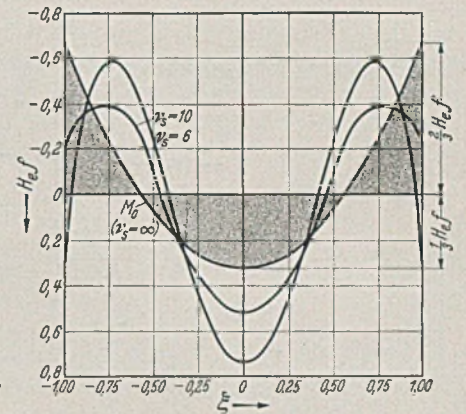


Abb. 50.

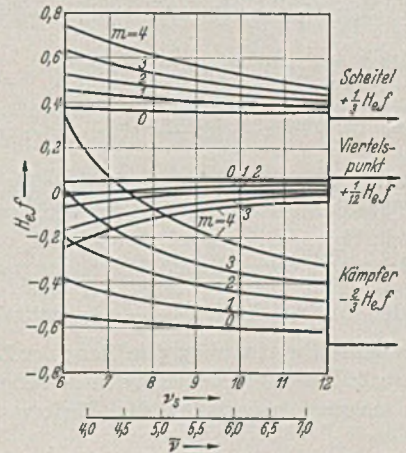


Abb. 51.

Zahlentafel 101c zeigt, daß die ursprünglichen Balkenmomente  $H_e z$  durch die elastische und plastische Verformung stark verändert werden können, und zwar in um so höherem Maße je größer der Kriechwert  $m$  und je geringer die Knicksicherheit  $\nu_s$  ist. In gleicher Weise wie bei der elastischen Verformung ( $m = 0$ ) werden im verstärkten Maße die positiven Momente im Scheitel durch die plastische Verformung vergrößert, die Momente im Viertelpunkt und am Kämpfer dagegen werden kleiner und können sogar ihr Vorzeichen wechseln. In Abb. 50 sind die Biegemomente in ihrem Verlauf längs der Bogenachse, und zwar für ein Kriechmaß  $m = 4$  und die Knicksicherheiten  $\nu_s = 6, 10$  und  $\infty$  aufgetragen. In Abb. 51 dagegen sind die Biegemomente im Scheitel, im Viertelpunkt und am Kämpfer als Funktion der Knicksicherheiten  $\nu_s$  und  $\bar{\nu}$  für die Kriechwerte  $m = 0$  bis  $m = 4$  aufgetragen. Diese beiden Abbildungen zeigen eine gute Übereinstimmung mit den entsprechenden Abb. 14a und 16a, bei denen nur die elastische Verformung berücksichtigt ist. Der Unterschied besteht aber darin, daß für die Kriechmaße  $m = 4$  schon bei den hohen Werten von  $\nu_s = 6$  bzw.  $\nu_s = 8$  stärkere Verlagerungen der Momente eintreten als früher bei  $\nu_s = 2$ .

Auf Grund der obigen Untersuchungen können wir nun auch für das Schwinden und für das Widerlagerausweichen den Einfluß der plastischen Verformung ermitteln. Hierbei ergeben sich nach den Darlegungen des Abschnittes 3 mit der Zeit veränderliche Horizontalschübe. Für die weiteren Untersuchungen über den Einfluß des Schwindens und Widerlagerausweichens ist die Erkenntnis wesentlich, daß durch die plastischen und damit verbundenen elastischen Verbiegungen infolge des Absinkens des ideellen Moduls gemäß Anmerkung 17 zwar der Horizontalschub etwas beeinflusst wird, nicht aber die Balkenmomente, so daß die Änderungen der Balkenmomente allein von dem im Abschnitt III, 3 ermittelten veränderlichen Horizontalschub  $H_t$  ( $H_{st}$  und  $H_{wt}$ ) abhängig sind.

β) Die zusätzlichen Biegemomente infolge der elastischen und plastischen Verformung bedingt durch die Verkürzung der Bogenachse aus Schwinden.

Nach Gl. (60) ergab sich die Größe des mit der Zeit veränderlichen Horizontalschubes aus Schwinden zu:

$$H_{st} = -\frac{H_s}{m} (1 - e^{-\varphi t})$$

wobei

$$H_s = -\frac{\omega_s T l}{\delta_{11}}$$

der Horizontalschub ist, der sich aus der üblichen Berechnungsweise ergibt. Hieraus erhalten wir die Änderung von  $H_{st}$  für die Zeit  $dt_1$  zu:

$$dH_{st} = \frac{H_s}{m} e^{-\varphi t} d\varphi_{t_1}$$

Durch diese Änderung des Horizontalschubes werden die Balkenmomente  $dH_{st} \cdot z$  erzeugt. Diese neu erzeugten Balkenmomente  $dH_{st} z$  bedingen, infolge der elastischen Erregungen zusätzliche Verformungsmomente in Größe von:

$$dH_{st} z \left( \frac{\delta + 1}{\nu_s - 1} + \frac{\delta_1}{\nu_s} + \frac{\delta_2}{\nu_s^2} + \frac{\delta_3}{\nu_s^3} + \dots \right) = dH_{st} F(\nu_s),$$

die durch die plastische Erregung in der Zeit von  $t_1$  bis  $t$  weiter vergrößert werden. Da durch die neuen Erregungen nach den Darlegungen des vorhergehenden Abschnittes  $\alpha$  keine Änderung des Horizontalschubes bewirkt wird, ist die plastische Erregung durch

den Faktor  $\left[ \nu_s e^{\frac{m}{\nu_s - 1}} - (\nu_s - 1) \right]$  gekennzeichnet. Da aber die plastische Erregung nicht von  $t = 0$  bis  $t = t_n$ , sondern nur von  $t_1$  bis  $t$  dauert, ist  $m$  durch  $\varphi t - \varphi t_1$  zu ersetzen. Damit ergibt sich aus der Änderung des Horizontalschubes im Zeitpunkt  $t_1$  für den Zeitpunkt  $t$  ein Moment von:

$$dM_t = dH_{st} z \left\{ 1 + F(\nu_s) \left[ \nu_s e^{\frac{\varphi t - \varphi t_1}{\nu_s - 1}} - (\nu_s - 1) \right] \right\},$$

wobei durch das Glied mit  $F(\nu_s)$  die elastische und plastische Verformung gekennzeichnet ist. Demnach wird das Gesamtmoment im Zeitpunkt  $t$  infolge sämtlicher Horizontalschubänderungen von  $t = 0$  bis  $t = t$  zu:

$$M_t = \frac{H_s}{m} z \int_{t_1=0}^{t_1=t} e^{-\varphi t_1} d\varphi_{t_1} \left\{ 1 + F(\nu_s) \left[ \nu_s e^{\frac{\varphi t - \varphi t_1}{\nu_s - 1}} - (\nu_s - 1) \right] \right\}$$



$$M_t = \frac{H_s}{m} z \int_0^t e^{-\varphi t_1} d\varphi_{t1} + F(\nu_s) \nu_s e^{\frac{\varphi t}{\nu_s - 1}} \int_0^t e^{-\frac{\varphi t_1}{\nu_s - 1}} d\varphi_{t1} - (\nu_s - 1) F(\nu_s) \int_0^t e^{-\varphi t_1} d\varphi_{t1}$$

$$M_t = \frac{H_s}{m} z \left\{ (1 - e^{-\varphi t}) + (\nu_s - 1) F(\nu_s) \left[ \left( 1 - e^{-\frac{\varphi t}{\nu_s - 1}} \right) e^{\frac{\varphi t}{\nu_s - 1}} - (1 - e^{-\varphi t}) \right] \right\}$$

Hieraus folgt:

$$(102) \quad M_t = H_s z \frac{1}{m} \left\{ (1 - e^{-\varphi t}) + (\nu_s - 1) F(\nu_s) \left[ e^{\frac{\varphi t}{\nu_s - 1}} - 1 \right] \right\}$$

und für  $t = t_n$ ,  $\varphi t = \varphi_n = m$ .

$$(102a) \quad M_t = H_s z \frac{1}{m} \left\{ (1 - e^{-m}) + (\nu_s - 1) F(\nu_s) \left[ e^{\frac{m}{\nu_s - 1}} - 1 \right] \right\}$$

Aus dieser Gleichung erkennen wir den ganz verschiedenen Zeitablauf der Balkenmomente und der Verformungsmomente. Wir bezeichnen  $H_s z = M_0$ , wobei nunmehr  $M_0$  das Schwindmoment ist, das sich nach der üblichen Berechnungsweise ergibt. Der erste

Teil der Gl. (102a)  $H_s z \frac{1 - e^{-m}}{m}$  stellt die Balkenmomente dar, die wie schon im Abschnitt 3 an Hand der Zahlentafel von Gl. (60a) festgestellt wurde, mit steigenden Kriechmassen abnehmen. Dagegen nehmen umgekehrt die Verformungsmomente mit dem

Kriechmaß  $m$  ständig zu, wie uns der Faktor  $\left( e^{\frac{m}{\nu_s - 1}} - 1 \right)$  zeigt. Die Zahlenergebnisse zur Gl. (102a) sind in Zahlentafel 102b für die Knicksicherheit  $\nu_s = 6$  und die Kriechmaße  $m = 0$  bis  $m = 4$  für den eingespannten Parabelbogen zusammengestellt.

Zahlentafel 102b.

		$\xi =$	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00
$m = 0$	$M = M_0 [1,000 + 1,000 F(\nu_s)]$		+0,381	+0,288	+0,045	-0,371	-0,550
$m = 1$	$M = M_0 [0,638 + 1,107 F(\nu_s)]$		+0,266	+0,192	+0,011	-0,193	-0,295
$m = 2$	$M = M_0 [0,433 + 1,230 F(\nu_s)]$		+0,204	+0,139	-0,011	-0,151	-0,145
$m = 3$	$M = M_0 [0,317 + 1,370 F(\nu_s)]$		+0,172	+0,110	-0,026	-0,130	-0,051
$m = 4$	$M = M_0 [0,245 + 1,532 F(\nu_s)]$		+0,156	+0,093	-0,038	-0,120	+0,016

Die Zahlentafel 102b zeigt, daß bei dem eingespannten Bogen und in gleicher Weise auch bei dem Zweigelenbogen durch das Kriechen des Betons die Biegemomente aus der Verkürzung der Bogenachse durch das Schwinden in günstiger Weise beeinflusst werden; zwar werden die zusätzlichen Biegemomente aus der elastischen Verformung durch das Kriechen vergrößert, aber diese Vergrößerung wird bei weitem wieder aufgehoben, durch die viel stärkere Abnahme der Balkenmomente. Im Gegensatz dazu hatten wir bei der Verkürzung des Bogens durch seine Druckspannungen festgestellt, daß hierbei die Balkenmomente unverändert bleiben und die zusätzlichen Verformungsmomente sehr stark in die Höhe gehen. In Abb. 52 sind die Ergebnisse der Zahlentafel 102b aufgetragen. Diese Abbildung zeigt uns die günstige Wirkung des Kriechens vor allem für die Kämpferquerschnitte, wo die starken Einspannungsmomente aus der Balkenwirkung mit wachsenden Kriechmaßen sehr rasch abnehmen. Zum Vergleich sind die parabelförmig verlaufenden Balkenmomente, wie sie sich aus der üblichen Berechnung ergeben würden ( $\nu_s = \infty$ ), getont eingetragen. Die Berechnung für den Zweigelenbogen ist genau die gleiche, auch hier zeigt sich die günstige Wirkung des Kriechens in einer Verminderung der Zwängungsspannungen.

Die gleich günstige Wirkungsweise des Kriechens zeigt sich auch aus der Widerlagerverschiebung, wie aus den Entwicklungen des nächsten Abschnittes hervorgeht.

$\gamma$ ) Die zusätzlichen Biegemomente aus der elastischen und plastischen Verformung bedingt durch das Ausweichen der Widerlager.

Nach Gl. (59a) ergab sich der mit der Zeit veränderliche Horizontalschub infolge eines Nachgebens der Widerlager zu:  $H_{wt} = H_w e^{-\varphi t}$ , wobei  $H_w$  der nach der üblichen Berechnung sich ergebende Horizontalschub  $H_w = -\frac{\Delta l}{\delta_{11}}$  ist. Für  $t = 0$  wird  $H_{wt} = H_w$ . Durch die Wirkung des Kriechens wird  $H_{wt}$  mit der Zeit immer kleiner und damit auch die zugehörigen Balkenmomente. Da nach den früheren Darlegungen die elastischen und plastischen Erregungen während des Kriechvorganges keine Änderungen des Horizontalschubes bedingen, ist die Berechnungsweise die gleiche wie für das Schwinden. Aus  $H_{wt} = H_w e^{-\varphi t}$  ergibt sich die Änderung des Horizontalschubes in der Zeit  $dt_1$  zu:

$$dH_{wt} = -H_w e^{-\varphi t} d\varphi_{t1}$$

Hierdurch werden im Zeitpunkt  $t$  nachstehende Balken- und Verformungsmomente ausgelöst:

$$dM_t = -H_w z e^{-\varphi t} d\varphi_{t1} \left\{ 1 + F(\nu_s) \left[ \nu_s e^{\frac{\varphi t - \varphi t_1}{\nu_s - 1}} - (\nu_s - 1) \right] \right\}$$

Im Zeitpunkt  $t = 0$  beträgt das Moment:

$$M_{(t=0)} = H_w z [1 + F(\nu_s)]$$

Dieses vergrößert sich bis zum Zeitpunkt  $t$  infolge der plastischen Erregung auf

$$H_w z \left\{ 1 + F(\nu_s) \left[ \nu_s e^{\frac{\varphi t}{\nu_s - 1}} - (\nu_s - 1) \right] \right\}$$

Hierzu kommt aber noch das Moment  $\int_{t_1=0}^t dM_t$  infolge der Änderungen des Horizontalschubes hinzu. Demnach beträgt das gesamte Biegemoment im Zeitpunkt  $t$ :

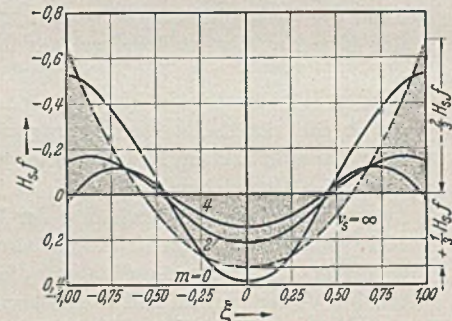


Abb. 52.

$$M_t = H_w z \left\{ 1 + F(\nu_s) \left[ \nu_s e^{\frac{\varphi t}{\nu_s - 1}} - (\nu_s - 1) \right] \right\} - H_w z \int_{t_1=0}^t \left\{ 1 + F(\nu_s) \left[ \nu_s e^{\frac{\varphi t - \varphi t_1}{\nu_s - 1}} - (\nu_s - 1) \right] \right\} e^{-\varphi t_1} d\varphi_{t1}$$

$$M_t = H_w z \left\{ 1 + F(\nu_s) \left[ \nu_s e^{\frac{\varphi t}{\nu_s - 1}} - (\nu_s - 1) \right] \right\} + H_w z \left\{ 1 - (\nu_s - 1) F(\nu_s) [e^{-\varphi t} - 1] \right\} - H_w z F(\nu_s) e^{\frac{\varphi t}{\nu_s - 1}} \nu_s \int_{t_1=0}^t e^{-\frac{\varphi t_1}{\nu_s - 1}} d\varphi_{t1}$$

Hieraus folgt:

$$(103) \quad M_t = H_w z \left\{ e^{-\varphi t} + F(\nu_s) e^{\frac{\varphi t}{\nu_s - 1}} \right\}$$

wobei  $M_0 = H_w z$  das ursprüngliche Balkenmoment nach der üblichen Berechnungsweise ist. Für  $t = 0$ ,  $\varphi t = 0$  ergibt sich hieraus wiederum das Moment im Zeitpunkt  $t = 0$ :  $M = H_w z [1 + F(\nu_s)]$  jedoch einschließlich der anfänglichen elastischen Erregung. Für  $t = t_n$ ,  $\varphi t = m$  ergibt sich das Größtmoment



$$(103a) \quad M_t = M_0 \left[ e^{-m} + F(\nu_s) e^{\frac{m}{\nu_s - 1}} \right]$$

In der Zahlentafel 103b ist diese Gleichung ebenso wie beim Schwinden für  $\nu_s = 6$  und  $m = 0$  bis  $m = 4$  ausgewertet.

Zahlentafel 103b.

		0,00	0,25	0,50	0,75	1,00
$m = 0$	$M = M_0 [1,000 + 1,000 F(\nu_s)]$	+0,381	+0,288	+0,045	-0,371	-0,550
$m = 1$	$M = M_0 [0,368 + 1,221 F(\nu_s)]$	+0,182	+0,121	-0,016	-0,136	-0,104
$m = 2$	$M = M_0 [0,135 + 1,492 F(\nu_s)]$	+0,117	+0,062	-0,046	-0,093	+0,085
$m = 3$	$M = M_0 [0,050 + 1,822 F(\nu_s)]$	+0,105	+0,045	-0,065	-0,087	+0,180
$m = 4$	$M = M_0 [0,018 + 2,226 F(\nu_s)]$	+0,114	+0,044	-0,083	-0,097	+0,248

In Abb. 53 sind die errechneten Momente für  $m = 0$ ,  $m = 1$  und  $m = 4$  aufgetragen. Die getonte Fläche zeigt wieder die Balkenmomente nach der üblichen Berechnungsweise. Der Vergleich mit den tatsächlichen Momenten zeigt die günstige Wirkung des Kriechens. Abgesehen vom Viertelpunkt, an dem nur unwesentliche Momente auftreten, gehen die Biegemomente an allen anderen Querschnitten stark zurück, vor allem aber am Kämpfer, wo die Momente sogar umgekehrte Vorzeichen annehmen können. Erst bei Knicksicherheiten, die unter denen unserer Bestimmungen liegen, macht sich der Einfluß der plastischen Verformungen ungünstig bemerkbar.

Betrachtet man alle drei Wirkungen — Bogenverkürzung durch Eigengewicht, Schwinden und Widerlagerausweichen — zusammen, dann kann festgestellt werden, daß beim eingespannten Bogen die Momente im Scheitel insgesamt etwas ungünstiger werden, wie bei der üblichen Berechnung, daß aber andererseits am Kämpfer wesentlich günstigere Momente auftreten, weil die großen negativen Einspannungsmomente fast vollständig wegfallen. Allerdings darf nicht unberücksichtigt bleiben, daß gleich nach der Ausrüstung die Biegemomente infolge des Ausweichens der Widerlager in voller Größe vorhanden sind. Erst mit dem Kriechvorgang gehen diese Momente dann rasch zurück. Auf die Folgerungen, die sich aus den obigen Darlegungen ergeben, komme ich im Schlußwort noch zurück.

d) Die zusätzlichen Biegemomente des Eingelenkbogens infolge der elastischen und plastischen Verformung.

Wie schon erwähnt, gelten die im Abschnitt c für den eingespannten und Zweigelenkbogen abgeleiteten Gleichungen auch für den Eingelenkbogen. Dieser wurde nur deshalb abgetrennt, weil sein statisches Verhalten ganz wesentlich ungünstiger ist, als das der Bögen ohne Scheitelgelenke. Das hatten wir schon bei der Ermittlung der Knicksicherheiten und der zusätzlichen Biegemomente aus der elastischen Verformung festgestellt (Abb. 14), und zwar bei Zugrundelegen von gleichen Werten von  $\nu_s$ . Wenn wir dagegen von gleichen Werten  $\bar{\nu}$  der für die Dimensionierung maßgebenden Sicherheit ausgehen, dann liegen die Verhältnisse beim Eingelenkbogen gegenüber den Gewölben ohne Scheitelgelenke noch wesentlich ungünstiger. Legen wir wieder für reine Eigengewichtsbelastung einen Mindestwert von  $\bar{\nu} = 3,5$  zugrunde, dann ergeben sich nach Zahlentafel 30 für die einzelnen Bogenarten folgende Werte von  $\nu_s$ . Eingelenkbogen  $\nu_s = \bar{\nu} = 3,5$ , Zweigelenkbogen  $\nu_s = 3,5 \frac{21,96}{9,87} = 7,80$ , eingespannter Bogen  $\nu_s = 3,5 \frac{33,21}{20,19} = 5,76$ , demnach hat der Zweigelenkbogen den günstigsten Wert von  $\nu_s$ . Der Eingelenkbogen hat nicht nur bei gleichen Werten von  $\nu_s$  die ungünstigsten Verformungsmomente, sondern bei gleich großen Sicherheiten  $\bar{\nu}$  ist bei ihm  $\nu_s$  nur halb so groß als bei dem Zweigelenkbogen und wir haben schon aus der elastischen Berechnung den großen Einfluß der Knicksicherheit  $\nu_s$  auf die Verformungsmomente gesehen und wir werden aus den nachstehenden Zahlentafeln erkennen, daß sich diese niedrige symmetrische Knicksicherheit bei Berücksichtigung der plastischen Verformung noch in sehr verstärktem Maße bemerkbar macht.

Wir beschränken uns hierbei auf die Ermittlung des Einflusses der Verkürzung des Bogens durch seine Eigengewichtsdruckspannungen. Hierzu müssen wir zunächst die Zahlentafel der Werte  $\beta$  (100a) für die beim Eingelenkbogen in Frage kommenden  $\beta$ -Werte, und zwar für  $\nu_s = 3,5$  bis  $\nu_s = 6$  ergänzen.

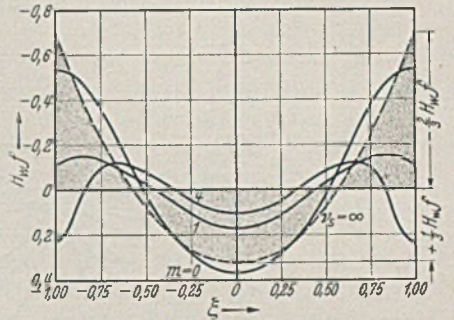


Abb. 53

Zahlentafel 104. Werte  $\beta$  (Ergänzung zu Zahlentafel 100a).

$m = 0$	0	1	2	3	4
$\nu_s = 3,5$	1,00	2,72	5,29	9,12	15,83
$\nu_s = 4,0$	1,00	2,58	4,79	7,87	12,17
$\nu_s = 5,0$	1,00	2,42	4,25	6,59	9,59
$\nu_s = 6,0$	1,00	2,33	3,95	5,93	8,35
$\nu_s = \infty$	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00

Das starke Anwachsen der  $\beta$ -Werte zeigt schon das ungünstige Verhalten des Eingelenkbogens. Aus Gl. (20) der Verformungsmomente des Eingelenkbogens erhalten wir gemäß Gl. (100) die nachstehenden Gleichungen für die zusätzlichen Momente aus der elastischen Verformung:

(104a) für den Viertelpunkt

$$\xi = 0,5, M_z = M_0 \left[ \frac{3,19}{\nu_s - 1} - \frac{0,02}{\nu_s} \right]$$

für den Kämpfer

$$\xi = 1,0, M_z = M_0 \left[ -\frac{0,847}{\nu_s - 1} - \frac{0,330}{\nu_s} - \frac{0,029}{\nu_s^2} - \frac{0,005}{\nu_s^3} \right]$$

Aus diesen Gleichungen ergeben sich die in der Zahlentafel 104b zusammengestellten Zusatzmomente aus der elastischen Verformung bzw. die Werte

Zahlentafel 104b. Werte  $F(\nu_s)$ .

$\xi =$	0,50	1,00
$\nu_s = 3,5$	+1,27	-0,436
$\nu_s = 4,0$	+1,06	-0,366
$\nu_s = 5,0$	+0,80	-0,279
$\nu_s = 6,0$	+0,64	-0,225
$\nu_s = \infty$	+0,00	-0,000

Die tatsächlich vorhandenen Momente erhält man aus Gl. (100c)  $M = M_0 [1 + \beta F(\nu_s)]$ , wobei  $M_0$  das ursprüngliche Balkenmoment  $M_0 = -H_e f \xi^2$ .

Zahlentafel 104c. Eigengewichtsmomente.

	$m =$	0	1	2	3	4
Viertelpunkt $\xi = 0,5$	$\nu_s = 3,5$	-0,57	-1,11	-1,93	-3,14	-5,27
	$\nu_s = 4,0$	-0,52	-0,93	-1,52	-2,08	-3,48
	$\nu_s = 5,0$	-0,45	-1,73	-1,10	-1,57	-2,16
	$\nu_s = 6,0$	-0,41	-0,62	-0,88	-1,20	-1,58
	$\nu_s = \infty$	-0,25	-0,25	-0,25	-0,25	-0,25
Kämpfer $\xi = 1,0$	$\nu_s = 3,5$	-0,534	+0,185	+0,31	+2,97	+5,90
	$\nu_s = 4,0$	-0,634	-0,055	+0,75	+1,88	+3,45
	$\nu_s = 5,0$	-0,721	-0,325	+0,19	+0,84	+1,65
	$\nu_s = 6,0$	-0,775	-0,475	-0,11	+0,33	+0,88
	$\nu_s = \infty$	-1,000	-1,000	-1,00	-1,00	-1,00

Die Resultate aus Zahlentafel 104a sind für  $\nu_s = 4$  und  $m = 0$  bis



$m = 4$  in Abb. 54 aufgetragen. Diese Abbildung und die Zahlen-  
tafel zeigt, daß insbesondere im Viertelpunkt die Momente bis auf  
den zofachen Betrag der ursprünglichen Momente ansteigen  
können, und daß am Kämpfer aus den negativen Einspannmomen-  
ten der üblichen Berechnung große positive Momente werden kön-

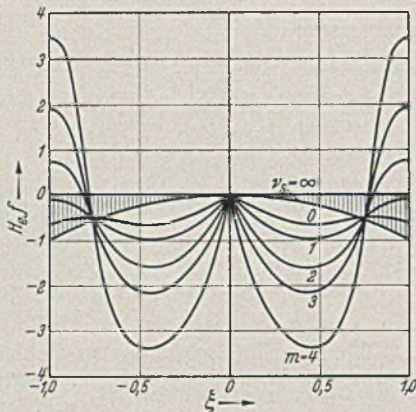


Abb. 54.

nen. Durch eine künstliche Verformung der Bogenachse läßt sich  
zwar der größte Teil der Momente beseitigen, aber mit Rücksicht  
auf die ungenaue Kenntnis der Materialkonstanten werden immer  
große Restmomente verbleiben. Aus diesen Gründen halte ich den  
Eingelenkbogen für vollständig ungeeignet und glaube auf weitere  
mathematische Untersuchungen über Schwinden und Widerlager-  
ausweichen verzichten zu können.

### 8. Die Beseitigung der Biegemomente aus Eigengewicht, Schwinden und Widerlager- ausweichen bei den verschiedenen Gewölbe- arten.

Beim Dreigelenkbogen konnten die gesamten Biegemomente  
aus der Verkürzung des Bogens durch die Eigengewichtsspannungen,  
durch Schwinden und Widerlagerausweichen und in gleicher Weise  
auch die zusätzlichen Biegemomente aus der elastischen und plasti-  
schen Verformung der Bogenachse restlos beseitigt werden. Allerdin-  
gs mußten hierzu die verschiedenen Materialkonstanten — der federnde  
Elastizitätsmodul  $E_0$ , das Kriechmaß  $m$ , das Schwindmaß  $\omega_s T$   
sowie die Größe des Ausweichens der Widerlager — genau bekannt  
sein (s. Abschnitt 7b). Da dies aber niemals mit hinreichender Ge-  
nauigkeit der Fall sein wird, müssen wir damit rechnen, daß ein  
gewisser Teil dieser sehr erheblichen Biegemomente im Bogen  
verbleibt. Außerdem ist zu berücksichtigen, daß das Entstehen der  
Biegemomente zu einem großen Teil einen zeitlichen Vorgang  
darstellt, der durch das Kriechen des Betons von  $t = 0$  bis  $t = t_n$   
bedingt ist. Wenn wir durch eine künstliche Verformung der  
Bogenachse die Biegemomente im Zeitpunkt  $t = t_n$  bei Ab-  
schluß des Kriechens zu Null machen, dann sind im Zeitpunkt  
 $t = 0$  infolge der künstlichen Verformung der Bogenachse nach  
Gl. (99b) Biegemomente vorhanden, die mit der Zeit kleiner  
werden, aber erst bei  $t = t_n$  zu Null werden — aber hierbei ist noch  
vorausgesetzt, daß die eingesetzten Materialkonstanten richtig  
sind. Aus diesen Überlegungen folgt, daß es praktisch sehr schwie-  
rig ist, die Biegemomente aus der elastischen und plastischen  
Verkürzung der Bogenachse sowie aus der elastischen und plasti-  
schen Verformung vollständig zu beseitigen und deshalb müssen  
wir damit rechnen, daß ein nicht unerheblicher Teil dieser Bie-  
gemomente im Bogen verbleibt. Zwar läßt sich durch eine  
künstliche Verformung der Bogenachse sehr viel erreichen, diese  
sollte aber immer ergänzt werden durch die Wahl einer hohen  
Knicksicherheit und eines niedrigen Kriechmaßes, denn die Zahlen-  
tafeln 97 haben uns gezeigt, daß dadurch die Biegemomente  
sehr rasch zurückgehen. Bei dem Dreigelenkbogen haben die Bie-  
gemomente aus der elastischen und plastischen Verkürzung der  
Bogenachse ebenso wie die Biegemomente aus der elastischen  
und plastischen Verformung den gleichen Verlauf, sie haben zwi-  
schen den Gelenken angenähert die Form der Knicklinie des frei

aufliegenden Balkens (Sinuslinie). Bei den statisch unbestimmten  
Gewölben dagegen haben wir es mit zwei verschiedenartigen Mo-  
menten zu tun, die ersten sind die Balkenmomente, die durch die  
elastische und plastische Verkürzung der Bogenachse, durch das  
Schwinden und das Widerlagerausweichen ausgelöst wird. Diese  
Momente haben die Form des Bogens, beim Zweigelenkbogen ent-  
sprechen sie den Momenten eines frei aufliegenden Balkens und  
beim eingespannten Bogen denen eines eingespannten Balkens.  
Durch diese Balkenmomente werden infolge der Verformung der  
Bogenachse die zusätzlichen Biegemomente aus der elastischen  
und plastischen Verformung ausgelöst. Diese letzteren Momente  
haben die Form der Biegemomente, die den einzelnen Knick-  
wellen entsprechen. Ihre Wellenlänge ist wesentlich geringer, als  
die der Balkenmomente. Des weiteren haben wir festgestellt, daß  
im Gegensatz zu dem statisch bestimmten Dreigelenkbogen bei den  
statisch unbestimmten Gewölben nur die zusätzlichen Momente  
aus der elastischen Verformung nicht aber die Balkenmomente  
durch das Kriechen des Betons aufgeschaukelt werden, und daß  
bei den statisch unbestimmten Gewölben für die Aufschaukelung  
nur eine einfache Exponentialfunktion, bei dem Dreigelenkbogen  
dagegen eine  $e^0$ -Funktion maßgebend ist.

Aus diesen Gründen ist das statische Verhalten der statisch  
unbestimmten Gewölbe — den Eingelenkbogen ausgenommen —  
ganz wesentlich günstiger als bei dem statisch bestimmten Drei-  
gelenkbogen.

Die zusätzlichen Biegemomente aus der elastischen Ver-  
formung sind eine Folge der Balkenmomente und die zusätzlichen  
Momente aus der plastischen Verformung wiederum eine Folge  
der Momente aus der elastischen Verformung. Durch eine Beseiti-  
gung der Balkenmomente fallen also auch die gesamten zusätz-  
lichen Biegemomente aus der Verformung weg.

Die Ausführungen des Abschnittes II, 9 haben gezeigt, daß die  
Balkenmomente durch eine künstliche Verformung der Bogenachse  
nicht beseitigt werden können, wohl aber ist es möglich, die zusätz-  
lichen Biegemomente aus der elastischen Verformung und damit  
auch die aus der plastischen Verformung durch eine künstliche  
Verformung der Bogenachse zu beseitigen. Die Balkenmomente  
können wir nur durch einen Eingriff mittels hydraulischer Pressen  
beeinflussen. Diese Eingriffe sind Augenblickswirkungen und  
infolgedessen lassen sich damit nur solche Balkenmomente restlos  
beseitigen, die ebenfalls oder wenigstens in großer Annäherung als  
Augenblickswirkungen aufgefaßt werden können, wie z. B. die  
Verlängerung der Zugbänder oder das Ausweichen der Widerlager.  
Des weiteren ist auch die elastische Zusammendrückung durch die  
Eigengewichtsdrukspannungen eine Augenblickswirkung, dagegen  
sind die Bogenverkürzungen durch das Kriechen und Schwinden  
Vorgänge, die sich mit der Zeit abspielen. Bei unseren nachstehen-  
den Betrachtungen über diese äußeren Eingriffe mittels hydrau-  
lischer Pressen müssen wir diesem Gesichtspunkt Rechnung tragen.  
Es werden deshalb die einzelnen Formänderungen, die durch die  
Balkenmomente ausgelöst werden, gesondert besprochen.

a) Das Ausweichen der Widerlager oder die Verlängerung des  
Zugbandes: Diese Formänderungen treten zugleich mit dem Aus-  
rücken der Brücke also im Zeitpunkt  $t = 0$  auf, infolgedessen  
können diese Wirkungen auch durch einen äußeren Eingriff mittels  
hydraulischer Pressen in demselben Zeitpunkt wieder beseitigt  
werden. Mit der Beseitigung, oder besser ausgedrückt, mit dem  
Verhindern dieser Formänderungen fallen die zugehörigen Balken-  
momente weg und damit auch die Folgeerscheinungen, nämlich die  
zugehörigen elastischen und plastischen Verformungen.

b) Das Schwinden des Betons verläuft dagegen mit der Zeit  
(von  $t = 0$  bis  $t = t_n$ ) und infolgedessen ist es nicht möglich,  
durch einen äußeren Eingriff in einem bestimmten Zeitpunkt (z. B.  $t = 0$ )  
diese mit der Zeit veränderlichen Wirkungen zu beseitigen. Wenn  
wir im Zeitpunkt  $t = 0$  zur Beseitigung der Schwindwirkungen  
einen Eingriff mittels hydraulischer Pressen vornehmen, dann  
wirkt sich dieser in gleicher Weise aus, wie eine negative Wider-  
lagerverschiebung, die wir unter 7c,  $\gamma$  behandelt haben. Der Zeit-  
ablauf dieser Einwirkungen ist jedoch ein ganz anderer als der des



Schwindens (siehe 7c,  $\beta$ ). Mathematisch genau ließen sich die Schwindwirkungen demnach nur beseitigen, wenn durch Pressen in jedem Zeitdifferential  $dt$  die Gewölbspannweite um das zugehörige Schwindmaß  $\omega_s T_1 \frac{d\varphi_t}{m}$  verkürzt würde. Das ist natürlich aus praktischen Gründen nicht möglich. Bei dem Auspressen des eingespannten Bogens mittels Pressen im Scheitel können wir nur im Zeitpunkt  $t = 0$  einen Eingriff vornehmen, bei dem von dem Verfasser angegebenen Verfahren des Ausziehens der Zugbänder von Zweigelenkbogen dagegen sind wir in der Lage in jedem beliebigen Zeitpunkt einen Eingriff vorzunehmen. Aus rein praktischen Gründen werden jedoch immer nur wenige, d. h., zwei bis drei Eingriffe möglich sein, wodurch aber immerhin die Biegemomente aus dem Schwinden auf ca. die Hälfte oder ein Drittel reduziert werden können.

c) Die elastische und plastische Verkürzung des Bogens durch die Eigengewichtsdruckspannungen. Die elastische Verkürzung des Bogens ist ein zeitloser Vorgang im Moment des Ausrüstens. Seine Wirkungen, die in Balken- und Verformungsmomenten bestehen, könnten wir durch die Pressen sofort wieder beseitigen, es verbleibt dann aber noch die Verkürzung durch das zentrische Kriechen als Zeitvorgang und diesen können wir restlos nur beseitigen durch ständige Eingriffe mittels Pressen in jedem Zeitdifferential. Daraus erkennen wir, daß wir den Einfluß der plastischen Bogenverkürzung niemals ganz beseitigen können. Wir können die daraus folgenden Biegemomente wohl durch zwei oder drei hintereinander geschaltete Teileingriffe ebenso wie beim Schwinden reduzieren, aber niemals ganz beseitigen, denn mit der Zeit verlaufende Vorgänge können nur durch gleichartige ebenfalls mit der Zeit verlaufende Eingriffe, niemals aber durch Augenblickswirkungen restlos beseitigt werden. Von dieser Erkenntnis werden wir später noch Gebrauch machen.

Eine gute Übersicht über die Wirkungen erhalten wir auch durch folgenden Gedankengang. Die Darlegungen im Abschnitt 7c,  $\alpha$  haben gezeigt, daß durch das Kriechen des Betons trotz der damit verbundenen weiteren Bogenverkürzung der Horizontalschub und damit die Balkenmomente aus der elastischen Zusammendrückung unverändert bleiben, es wachsen nur die Biegemomente infolge der Verformung an. Wenn wir nun im Zeitpunkt  $t = 0$  durch hydraulische Pressen einen Eingriff vornehmen, um damit die Änderung des Horizontalschubes und die dadurch bedingten Balkenmomente zu beseitigen, dann hat dieser Eingriff bis zum Zeitpunkt  $t = t_n$  größtenteils seine Wirkung verloren, denn ein derartiger Eingriff ist nichts anderes als ein negatives Widerlagerausweichen und aus den Darlegungen unter 3. bzw. 7c,  $\gamma$  haben wir gesehen, daß der Horizontalschub aus dem Widerlagerausweichen nach der Gl.  $H_{wt} = H_w e^{-\alpha t}$  mit steigendem Kriechmaße sehr rasch zurückgeht. Die im Zeitpunkt  $t = 0$  durch  $H_w$  bzw. durch die Pressen beseitigten Balkenmomente kehren also zum größten Teil wieder zurück, überlagert durch Verformungsmomente. Diese Überlegung zeigt uns, daß der Versuch, die Balkenmomente aus der elastischen und plastischen Verkürzung des Bogens durch einen äußeren Eingriff im Zeitpunkt des Ausrüstens  $t = 0$  zu beseitigen, mißlingen muß.

Man kann deshalb ebenso wie beim Schwinden nur durch mehrmalige Eingriffe in verschiedenen Zeitpunkten diese Balkenmomente je nach der Zahl der Eingriffe auf die Hälfte oder ein Drittel ermäßigen.

Hydraulische Pressen, die im Scheitel der eingespannten Gewölbe angesetzt werden, sind deshalb nur in der Lage, die Balkenmomente aus dem Ausweichen der Widerlager zu beseitigen. Eine Beseitigung der Balkenmomente infolge des Schwindens und der elastischen Bogenzusammendrückung ist nur zu einem Bruchteil möglich, der um so kleiner sein wird, je höher das Kriechmaß  $m$  ist. Dagegen lassen sich bei dem Zweigelenkbogen mit Zugband mit den an den Kämpfer angeordneten Pressen nicht nur die Balkenmomente aus der Verlängerung des Zugbandes, sondern auch die aus dem Schwinden und der elastischen Bogenzusammendrückung zu einem großen Teil beseitigen, wobei allerdings die konstruktive Durchbildung des Zugbandes so beschaffen sein muß, daß man auch

4–8 Monate nach dem Ausrüsten die hydraulischen Pressen nochmals in Tätigkeit setzen kann. Eine vollständige Beseitigung dieser letzteren Momente wäre nur möglich, wenn die Pressen während der ganzen Kriechzeit in Tätigkeit gehalten werden könnten und durch sie laufend die Spannweite des Bogens entsprechend dem Fortschreiten des Kriechens und Schwindens verkürzt würde, d. h., wenn auch der äußere Eingriff zu einem Zeitvorgang werden würde. Das ist jedoch praktisch nur beschränkt möglich.

Eine vollständige Beseitigung dieser Balkenmomente kann demnach nur durch ein Verfahren erreicht werden, durch das laufend die Verkürzung des Bogens ausgeglichen wird. Ein derartiges Verfahren wurde zuerst von Baticle allerdings ohne Berücksichtigung des Kriechens vorgeschlagen. Danach sollte die Verkürzung des Bogens aus Schwinden durch eine verschiedenartige Schwindung der oberen und unteren Leibung des Gewölbes bzw. durch die damit verbundenen Winkeländerungen wieder ausgeglichen werden. Die wesentlich größeren Spannweitenänderungen aus Kriechen und Schwinden lassen sich in Fortsetzung dieser Gedanken bei Hohlbögen am besten durch verschiedenartige Kriechmaße der oberen und unteren Druckplatte erreichen, allerdings müssen die elastischen Verkürzungen vorher im Zeitpunkt  $t = 0$  durch einen Eingriff mittels hydraulischer Pressen beseitigt werden. In Abb. 55 ist dieser Gedanke für einen Zweigelenkbogen mit Zugband

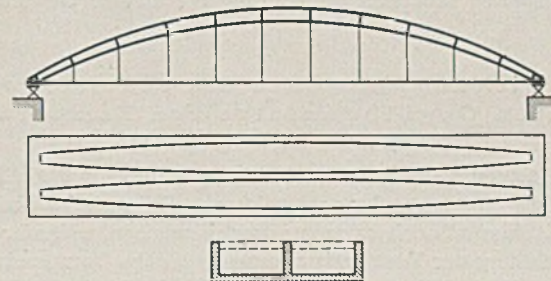


Abb. 55.

ausgearbeitet. Zugleich mit dem Ausrüsten werden durch die Pressen die Zugbandverlängerung und die elastische Bogenzusammendrückung und damit die im Zeitpunkt  $t = 0$  vorhandenen Balkenmomente beseitigt. In der Zeit  $t = 0$  bis  $t = t_n$ , also während des Kriech- und Schwindvorganges verkürzt sich nun der Bogen durch das Kriechen und Schwinden. Um diese Verkürzung des Bogens durch eine gleichgroße Verlängerung laufend zu beseitigen, soll der Bogen so hergestellt werden, daß die obere Druckplatte des Hohl Bogens ein größeres Kriechmaß besitzt als die übrigen Querschnittsteile. Hierzu ist es notwendig, diese obere Platte um einige Wochen später als die übrigen Querschnittsteile zu betonieren. Bei der Ausrüstung wird damit die obere Druckplatte in einem früheren Zustand belastet und infolge des verschiedenen Kriechmaßes ergeben sich Winkeländerungen, die dem Fortschreiten des Kriechens und Schwindens proportional sind. Die Größe der Winkeländerungen  $\gamma$  längs der Bogenachse muß vom Kämpfer nach dem Scheitel zunehmen, denn durch diese Winkeländerungen soll die gleiche Wirkung erzielt werden, als ob ständig, während des ganzen Kriechvorganges, die Pressen in Tätigkeit wären. Die Pressenkraft  $H$  erzeugt eine Spannweitenänderung  $\Delta l = H \int \frac{z^2 ds}{E_0 J_c} = H \int \gamma z ds$ , denn  $\frac{z ds}{E_0 J_c}$  ist nichts anderes als die Winkeländerung  $\gamma$  eines Bogenelementes. Wir erkennen hieraus, daß die Breite der später zu betonierenden oberen Druckplatte proportional den Ordinaten  $z$  des Bogens angenommen werden muß. Dem entsprechend ist in Abb. 54 diese Druckplatte mit veränderlicher Breite (proportional  $z$ ) angegeben. Nun ist es ein leichtes, aus dem Winkel  $\gamma$  die notwendige Differenz der Kriechmaße  $\Delta m$  der beiden verschiedenen Querschnittsteile und daraus wieder die Zeitdifferenz des Betoniervorganges zu berechnen. Die Voraussetzung für die Anwendung eines solchen Verfahrens ist aber wiederum die genaue Kenntnis der Materialkonstanten  $E_0$ ,  $M$  und  $\omega_s T$ . Des weiteren wird auch der Verlauf der Kriechkurve benötigt, um daraus die Zeitdifferenz ermitteln zu können. Da diese Konstanten, wie schon erwähnt, niemals ganz genau bekannt



sind, werden sich auch niemals die gesamten Balkenmomente beseitigen lassen, aber durch das besprochene Verfahren läßt sich doch zum mindesten eine wesentliche Verminderung der Zwängungsspannungen erreichen. Wollte man dieses Verfahren für einen eingespannten Bogen benutzen, dann müßte oberhalb der elastischen Schwerachse die später zu betonierende Druckplatte in gleicher Weise wie beim Zweigelenbogen angeordnet werden. Unterhalb der Schwerachse dagegen müßte die untere Druckplatte später betoniert werden, immer aber muß die Breite dieser nachträglich zu betonierenden Druckplatte proportional den Ordinaten  $z$  des Bogens sein.

Damit sind nun die verschiedenen Möglichkeiten der Beseitigung der Balkenmomente und der zusätzlichen Momente infolge der Verformung geklärt. Die letzteren Momente konnten schon durch eine künstliche Verformung der Bogenachse beseitigt werden. Bei den Balkenmomenten versagte diese Methode, und es müssen dafür äußere Eingriffe mittels hydraulischer Pressen oder die Verwendung verschiedener Schwind- oder Kriechmasse an der Ober- bzw. Unterseite des Bogenquerschnittes treten, durch die solche Winkeländerungen ausgelöst werden, daß damit die Spannweitenänderung in jedem Zeitpunkt wieder ausgeglichen wird.

Das vielfach so gefürchtete Werfen der Betonquerschnitte infolge verschiedenartigen Schwindens oder Kriechens der Ober- und Unterseiten läßt sich damit zum Vorteil der Gewölbe ausnutzen.

#### 9. Die Biegemomente der statisch unbestimmten Gewölbe infolge von Temperaturschwankungen.

Bei unseren bisherigen Untersuchungen haben wir die Temperaturwirkungen ganz außer acht gelassen. Es erscheint aber doch notwendig, hierauf noch etwas genauer einzugehen, weil sehr oft für die Berechnung der Temperaturmomente falsche Voraussetzungen gemacht werden. Wenn z. B. ein Gewölbe in der wärmsten oder auch in der kältesten Jahreszeit geschlossen wird, dann wird vielfach mit verschiedenartigen Temperaturschwankungen gerechnet. Das ist aber ein grundlegender Fehler, denn ein Abweichen der Temperatur beim Schließen des Gewölbes gegenüber der mittleren Jahrestemperatur bedeutet nichts anderes, als daß die Gewölbe mit etwas zu großer oder etwas zu geringer Spannweite hergestellt wurden, und das ist wiederum nichts anderes als ein Widerlagerausweichen. Nun haben die Darlegungen des Abschnittes 3 und 7c,  $\gamma$  gezeigt, daß der Horizontalschub infolge eines Widerlagerausweichens mit der Zeit fast ganz verschwindet und zwar um so mehr, je größer das Kriechmaß ist. Schon bei einem Kriechmaß von  $m = 2$  geht nach der Zahlentafel Gl. (59a) der Horizontalschub von 1,0 auf 0,135 zurück, so daß z. B. an Stelle einer üblichen Annahme von  $T = \begin{matrix} +10^\circ \\ -20^\circ \end{matrix}$ , welcher einer Differenz von  $5^\circ$  gegenüber der mittleren Jahrestemperatur zugrunde liegt nur mit einer Differenz von  $5 \cdot 0,135 = 0,65\%$ , d. h., mit  $T = \begin{matrix} +14,35 \\ -15,65 \end{matrix}$  gerechnet werden müßte. Daraus folgt, daß man nur dann die Abweichung gegen die mittleren Jahrestemperaturen berücksichtigen soll, wenn das Kriechen des Betons ganz unbedeutend ist. Im allgemeinen wird es aber richtig sein, mit gleich großen Temperaturschwankungen nach jeder Richtung zu rechnen.

Sobald das Kriechen des Betons abgeschlossen ist, wird für die Berechnung der Balkenmomente infolge der Temperaturschwankungen der federnde Elastizitätsmodul  $E_0$  maßgebend. Dieser liegt aber bei einem guten Beton ganz wesentlich höher als der in den Bestimmungen mit 210 000 kg/cm<sup>2</sup> festgelegten. Infolgedessen ergeben sich aus den Temperaturwirkungen wesentlich höhere Spannungen, vorausgesetzt, daß die in unseren Bestimmungen festgelegten Temperaturschwankungen tatsächlich auch auftreten. Dagegen sind während des Kriechvorganges und vor allem in der Zeit nach dem Ausrüsten die Biegemomente aus Temperatur wesentlich geringer, weil durch das Kriechen des Betons die Zwängungsspannungen vermindert werden. Der mit der Zeit veränderliche Horizontalschub aus der Temperatur  $T$  folgt

aus der nachstehenden Gleichung:

$$(105) \quad \omega T l \sin \beta t + \int_{t_1=0}^{t_1=t} \frac{dH_T}{dt} \delta_{11} (1 + \varphi_t - \varphi_{t_1}) dt_1 = 0,$$

wobei wir entsprechend den obigen Darlegungen von einer mittleren Jahrestemperatur ausgegangen sind. Hierbei gibt  $\omega T l \sin \beta t$  die in Form einer Sinuslinie angenommene Temperaturschwankung an.  $\beta t = 2\pi$  entspricht der Zeit eines Jahres. Würde man nicht von einer mittleren Jahrestemperatur ausgehen, dann müßte bei  $\sin \beta t$  durch Einfügen einer Konstanten eine Phasenverschiebung vorgenommen werden [ $\sin(\beta t \pm c)$ ]. Im übrigen entspricht die obige Gleichung vollständig Gl. (57) und bedarf infolgedessen keiner weiteren Erklärung. Durch Differenzieren der obigen Gl. erhalten wir nachstehende Differentialgleichung:

$$\frac{dH_T}{dt} + H_T \frac{d}{dt}(\varphi_t) - \frac{\omega T l}{\delta_{11}} \beta \cos \beta t = 0$$

und hieraus

$$(105a) \quad H_T = e^{-\varphi_t} \left[ C + \frac{\omega T l}{\delta_{11}} \beta \int \cos \beta t e^{\varphi_t} dt \right]$$

Während bisher die Lösungen ganz unabhängig von dem Verlauf der Kriechkurve waren und nur von dem Größtwert  $m$  abhängig waren ist dies jetzt nicht mehr der Fall. Wir können die Quadratur des Integrals nur für eine gegebene Kriechkurve durchführen. Würden wir z. B. nach Gl. (47a)  $\varphi_t = m(1 - e^{-t})$  setzen, dann läßt sich das Integral schon nicht mehr auf elementare Funktionen zurückführen, sondern muß durch Reihenbildung oder Differenzenrechnung gelöst werden. Infolgedessen erfolgt die Auswertung des Integrals am besten dadurch, daß wir die Kriechkurve nach Abb. 56 angenähert durch einen Linienzug ersetzen, weil damit die

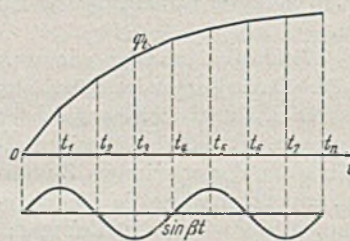


Abb. 56.

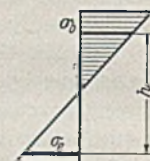


Abb. 57.

Integration auf elementare Funktionen führt. Da die Aufgabe in allgemeiner Form nicht gelöst werden kann, werde ich hierauf in einer späteren Veröffentlichung an Hand von Zahlenbeispielen zurückkommen. Nach Ermittlung des Horizontalschubes  $H_T$  und der zugehörigen Balkenmomente  $H_{Tz}$  erfolgt dann die Berechnung der dadurch bedingten zusätzlichen Biegemomente aus der elastischen und plastischen Verformung in gleicher Weise wie im Abschnitt 7. Es sei nur noch kurz darauf hingewiesen, daß durch das Widerlagerausweichen gleich nach der Ausrüstung die größten Spannungen entstehen, während umgekehrt durch die Temperaturwirkungen erst nach Jahren die Größtspannungen erreicht werden. Dadurch ist ein sehr guter Ausgleich in den Spannungen gegeben.

#### 10. Der Einfluß der Stützensenkungen auf die Biegemomente durchlaufender Eisenbetonbalkenbrücken bei Berücksichtigung des Kriechens.

Dieses Problem liegt zwar etwas abseits von den bisherigen Betrachtungen, aber es erscheint mir doch wichtig zu sein, in diesem Zusammenhang die Einwirkungen des Kriechens auf die statisch unbestimmten Balkenbrücken in einigen Worten zu streifen. Die obigen Ausführungen über die Bogenbrücken hatten gezeigt, daß durch das Kriechen die Zwängungsspannungen der statisch unbestimmten Gewölbe vermindert werden. Bei den durchlaufenden Balkenbrücken liegen die statischen Verhältnisse viel klarer und einfacher, weil hier keine Verformungsmomente auftreten können. Auch wenn man nur die elastischen Formänderungen berücksichtigt, zeigt es sich, daß die schlanken durchlaufenden Eisen-



betonbalkenbrücken gegenüber Stützensenkungen sehr unempfindlich sind, vor allem, wenn eine Symmetrie in den Pfeilersetzungen vorhanden ist. Durch die Stützensenkungen werden im elastischen Bereich Winkeldrehungen in der Größe von

$$\gamma = \left( \frac{\sigma_e}{E_e} + \frac{\sigma_b}{E_o} \right) \frac{ds}{h}, \quad \text{wobei } h \text{ nach Abb. 57 der Hebelarm der inneren Kräfte,}$$

ausgelöst. Hierbei ist vorausgesetzt, daß die ganze Zugkraft durch das Eisen aufgenommen wird, mit  $\sigma_b$  wird nach Abb. 57 die Betondruckspannung im Schwerpunkt des Druckquerschnittes bezeichnet. Infolge des Kriechens des Betons ist der federnde Elastizitätsmodul durch den ideellen zu ersetzen und damit ergibt sich bei gleich großen Momenten im Zeitpunkt  $t_n$  eine verstärkte Winkeldrehung in Größe von:

$$\gamma_t = \left( \frac{\sigma_e}{E_e} + \frac{\sigma_b}{E_o} \right) m \frac{ds}{h},$$

bzw. erfolgt die gleiche Stützensenkung infolge des Kriechens bei verkleinerten Momenten, die gegeben sich durch:

$$(106) \quad M_t = M_0 \frac{\frac{\sigma_e}{E_e} + \frac{\sigma_b}{E_o}}{\frac{\sigma_e}{E_e} + m \frac{\sigma_b}{E_o}} = \frac{1 + \frac{\sigma_b}{\sigma_e} n_o}{1 + m \frac{\sigma_b}{\sigma_e} n_o}, \quad \text{wobei } n_o = \frac{E_o}{E_e}.$$

Diese Darlegungen zeigen, daß infolge des Kriechens des Betons die Stützensenkungen bei wesentlich geringeren zusätzlichen Momenten erfolgen können, und daß deshalb den statisch unbestimmten durchlaufenden Trägern gegenüber den Gerberträgern unbedingt der Vorzug zu geben ist, weil bei ihnen durch die Verkehrslast wesentlich geringere Biegemomente vorhanden sind.

## II. Zusammenfassung der Erkenntnisse und Schlußfolgerungen.

a) Die zusätzlichen Biegemomente infolge der elastischen und plastischen Verformung der Gewölbe sind abhängig von der vorhandenen Knicksicherheit  $\nu_s$  für symmetrisches Knicken. Je geringer diese Knicksicherheit ist, um so größer werden die Biegemomente. Die Werte ergaben sich nach Zahlentafel 30 zu:

	Dreigelenk- bogen	Eingelenk- bogen	Zweigelenk- bogen	Eingespannter Bogen
$\nu_s$	7,437	10,983	21,96	33,21

Diese Zusammenstellung zeigt die außerordentlich ungünstige Wirkung der Scheitelgelenke. Zu einem ähnlichen Ergebnis kommt man auch, wenn man von dem in unseren Bestimmungen festgelegten Mindestwert der maßgebenden Knicksicherheit  $\bar{\nu} = 3$  ausgeht. Diesem Wert der Knicksicherheit entspricht bei dem nur durch Eigengewicht belasteten Bogen mindestens ein Wert von  $\bar{\nu} = 3,5$ . Rechnet man hieraus die zugehörigen Werte  $\nu_s$  nach der Zahlentafel 30 aus, dann ergibt sich

	Dreigelenk- bogen	Eingelenk- bogen	Zweigelenk- bogen	Eingespannter Bogen
$\bar{\nu} =$	3,50	3,50	3,50	3,50
$\nu_s =$	3,50	3,50	7,80	5,75

Wir erkennen daraus, daß bei Einhaltung der vorgeschriebenen Knicksicherheit  $\bar{\nu} = 3,5$  der Zweigelenkbogen den günstigsten und die Gewölbe mit Scheitelgelenk die ungünstigsten Werte  $\nu_s$  besitzen, und infolgedessen müssen bei den Gewölben mit Scheitelgelenken die Biegemomente aus der elastischen und plastischen Verformung sich am ungünstigsten auswirken.

Die Untersuchungen in Abschnitt 7 haben gezeigt, daß bei dem eingespannten und bei dem Zweigelenkbogen sowohl die Balkenmomente als auch die zusätzlichen Biegemomente aus der elastischen und plastischen Verformung in mäßigen Grenzen bleiben, wenn die Knicksicherheiten unserer Bestimmungen eingehalten werden, und daß sich gegenüber der die üblichen Rechnungsweise im Scheitel zwar etwas ungünstige, dafür aber am Kämpfer wesentlich günstigere Momente ergeben. Infolgedessen gibt der

Spannungszustand aus Eigengewicht, Schwinden und Widerlagerausweichen keinen Anlaß, bei den Gewölben ohne Scheitelgelenk höhere Knicksicherheiten zu verlangen, als in unseren Bestimmungen vorgeschrieben sind.

Es erscheint mir jedoch wichtig zu sein, darauf aufmerksam zu machen, daß die in unseren Bestimmungen zugelassene Ermittlung der Knicksicherheit aus dem gemittelten Trägheitsmoment bei den eingespannten Bögen mit starker Zunahme der Trägheitsmomente vom Scheitel nach dem Kämpfer hin viel zu günstige, und zwar bis zu 50% zu hohe Werte der Knicksicherheit liefert, im Gegensatz zu den Dreigelenkbogen, bei denen das gemittelte Trägheitsmoment meistens zu ungünstige Werte ergibt. Im allgemeinen erhält man bei diesen eingespannten Gewölben veränderlichen Trägheitsmomentes annähernd richtige Werte der Knicksicherheit, wenn man das Trägheitsmoment des Viertelpunktes zugrunde legt.

b) Dagegen sind die Knicksicherheiten der Gewölbe mit Scheitelgelenken unbedingt zu niedrig. Um die Verformungsmomente in mäßigen Grenzen zu halten, sollten die Mindestwerte der Knicksicherheit dieser Gewölbe auf  $\bar{\nu} = \nu_s = 4,5$  bis 5,0 erhöht werden. Außerdem ist es notwendig, bei den Gewölben mit Scheitelgelenken die Kriechmasse möglichst niedrig zu halten. Dies erreicht man durch eine möglichst späte Ausrüstung, so daß der Beton erst in einem späteren Zeitpunkt dauerbelastet wird. Außerdem sollte eine Berieselung möglichst lange durchgeführt werden, um das Kriechmaß noch weiter zu senken. Des weiteren erscheint mir die in unseren Bestimmungen vorgeschriebene Mindestbewehrung von 0,1% unzureichend zu sein, wenigstens dann, wenn zugleich die Knicksicherheiten an der unteren Grenze liegen. Die Untersuchungen haben zwar gezeigt, daß man theoretisch die Verformungsmomente durch eine künstliche Verformung der Bogenachse beseitigen kann, aber nur dann, wenn man die Materialkonstanten genau kennt. Da dies nicht der Fall ist, müssen wir mit wesentlichen Momenten rechnen und in dieser Hinsicht bietet diese schwache Bewehrung von 0,1% keine genügende Sicherheit. Wenn auch bis heute keine Unfälle durch Verformungen von Dreigelenkbogen bekanntgeworden sind, so darf man daraus aber keineswegs schließen, daß dadurch nicht unzulässige Spannungen erzeugt wurden. Wir dimensionieren unsere Brücken für die ungünstigsten Verkehrslaststellungen, die im allgemeinen niemals auftreten und deshalb ist es sehr leicht möglich, daß die Reserven gegenüber Verkehrslast für die Eigengewichtsspannungen zum Teil aufgebraucht werden.

Als Folge der oben geforderten höheren Knicksicherheiten und stärkeren Bewehrungsprozentätze für die Gewölbe mit Scheitelgelenken ergibt sich eine Abkehr von den so häufig ausgeführten Massivbögen, die, wie ich schon in einem früheren Aufsatz<sup>18</sup> gezeigt habe, auch eine sehr geringe Sicherheit gegenüber einer Steigerung der Verkehrslasten besitzen. Mit den Hohlbögen dagegen lassen sich ohne Schwierigkeiten die geforderten höheren Knicksicherheiten erreichen, einerseits, weil bei der leichteren Konstruktion der Gewölbeschub zurückgeht, und andererseits der Hohlbogen ein sehr großes Trägheitsmoment besitzt. Die größten Kosten für die Hohlgewölbe werden zu einem großen Teil durch Ersparnisse an den Fundierungen wieder ausgeglichen.

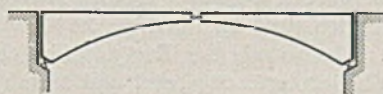


Abb. 58.

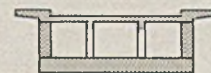


Abb. 59.

Wesentlich günstiger als massive Dreigelenkbogen verhalten sich die Dreigelenkscheibenbögen (Abb. 58). Infolge der Aussteifung des Gewölbes durch die Scheiben wird die Knicksicherheit stark erhöht und liegt im allgemeinen wesentlich höher, als in unseren Bestimmungen vorgeschrieben, und dadurch werden die Verformungen in den zulässigen Grenzen gehalten. Eine wesentliche

<sup>18</sup> Dischinger, Fr.: Kritische Betrachtungen über die Sicherheit weitgespannter Massivbögen an Hand durchgerechneter Beispiele. Bautechn. 12 (1934) S. 657.



Verbesserung für die Massivbögen ergibt sich schon dadurch, daß nach dem Ausrüsten die Abschlußwände der Ansichten fest mit den Gewölben verbunden werden und dadurch der Bogen ausgesteift wird (Abb. 59). Bei diesem Vorgehen hat der Massivbogen nur die elastischen und plastischen Verformungen bis zur Zeit der Erhärtung der Wände aufzunehmen, während die späteren Verformungen von dem viel steiferen aus Bogen und Wänden zusammengesetzten Querschnitt aufgenommen werden. Diese letzteren sind sehr gering wegen der jetzt sehr hohen Steifigkeit. Aber diese Wände müssen trotzdem auf Zug und Schub bewehrt werden, weil sie sich auch an der Aufnahme der Verkehrslastmomente beteiligen. Bei sehr flachen und sehr weitgespannten Dreigelenkbogenbrücken kann der Fall eintreten, daß auch mit einem gewöhnlichen Hohlbogen die oben geforderten erhöhten Knicksicherheiten nicht erreicht werden können in diesem Fall empfiehlt es sich, nach Abb. 60 die Fahr-

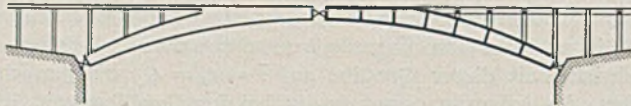


Abb. 60.

bahnplatte mit dem Bogen bis zum Viertelpunkt zu vereinigen und dadurch dem Hohlbogen eine große Konstruktionshöhe und eine hohe Knicksicherheit zu geben. Außerdem wird dadurch das Gewölbegewicht in den dem Scheitel benachbarten Zonen und damit wiederum der Gewölbeschub vermindert.

Die unversteiften Dreigelenkbogenbrücken sollten nach dem Ausrüsten längere Zeit beobachtet werden. Auch wenn man durch eine künstliche Verformung der Bogenachse die Biegemomente vermindert, so ist man nie sicher, ob nicht durch Fehler in der Ausführung oder durch unrichtige Annahmen der Materialkonstanten der Viertelpunkt im Verhältnis zum Scheitel die richtige Lage hat. Im Falle, daß infolgedessen wesentliche Momente vorhanden sind, werden diese, wie wir gesehen haben, durch die elastische und plastische Verformung stark aufgeschaukelt und damit wird das Bauwerk gefährdet. Wenn man jedoch rechtzeitig die Tendenz der Verformung erkennt, dann kann man dieser durch Aufbeton oder Sandballast leicht entgegenwirken, dieser letztere kann nach Abschluß des Kriechens wieder entfernt werden.

Jedenfalls sollte man beim Dreigelenkbogen die Ausrüstung in einem möglichst späten Zeitpunkt vornehmen, weil damit die Kriechmasse und zum Teil auch die elastischen Formänderungen herabgesetzt werden. Außerdem ist es sehr wichtig, den Beton durch Berieselung lange feucht zu halten und dadurch die Kriechmasse noch weiter herabzumindern. Auch sollte, wie schon erwähnt, bei den Massivbögen, die Mindestbewehrung höher als 0,1% gehalten werden.

c) Das über den Dreigelenkbogen Gesagte gilt in gleicher Weise auch für den Eingelenkbogen. Er besitzt eine sehr geringe Knicksicherheit und ist außerordentlich empfindlich gegenüber den elastischen und plastischen Verformungen. Er wurde oft befürwortet wegen seiner geringen Zwängungsspannungen (Balkenmomente) gegenüber den anderen statisch unbestimmten Systemen. Dies ist aber nur eine Folge seiner großen Weichheit in den Scheitelzonen, aber gerade diese Nachgiebigkeit ist die Ursache seiner großen Verformungsmomente. Ebenso wie der Dreigelenkbogen ist bei ihm die symmetrische Knickung maßgebend und hieraus folgt sein ungünstiges statisches Verhalten.

d) Die Untersuchungen über die statisch unbestimmten Gewölbe haben gezeigt, daß diese mit Ausnahme des Eingelenkbogens sich gegenüber den elastischen und plastischen Verformungen günstig verhalten und daß die Zwängungsspannungen aus der Bogenzusammendrückung, dem Schwinden und dem Widerlagerausweichen lange nicht so hoch sind, als wir sie in üblicher Weise berechnen. Die Gründe, warum sehr oft dem statisch bestimmten Dreigelenkbogen gegenüber dem statisch unbestimmten Gewölbe der Vorzug gegeben wird, liegt gerade in den gefürchteten Wirkungen des Schwindens und des Widerlagerausweichens. Die Unter-

suchungen hierüber haben aber gezeigt, daß die Balkenmomente aus diesen Formänderungen ganz wesentlich geringer sind, als bisher angenommen wurde. Daraus folgt, daß man auch bei flachen Brücken dem eingespannten und vor allem aber auch dem Zweigelenkbogen den Vorzug geben sollte. In Frankreich hat man schon lange die statisch unbestimmten Gewölbe bevorzugt, ohne, daß allerdings der Beweis der Richtigkeit dieser Idee geführt wurde. In diesem Zusammenhang möchte ich auch auf die viel umstrittene Tiber-Brücke in Rom hinweisen, die schon vor dem Kriege bei einer Spannweite von 100 m bei nur 10 m Pfeilhöhe als eingespannter Bogen mit außerordentlich geringer Scheitelstärke ausgeführt wurde. Von deutscher Seite wurden gegen diese Brücke lebhaft Bedenken geäußert, weil eine Nachrechnung zeigte, daß die zulässigen Spannungen infolge der Zwängungen nicht eingehalten sein konnten. Trotzdem hat sich aber diese Brücke anscheinend bewährt, was sicher mit den bei der Berechnung vernachlässigten günstigen Wirkungen des Kriechens bei den statisch unbestimmten Systemen zusammenhängen dürfte.

Während man bei den Gewölben mit Scheitelgelenken mit Rücksicht auf die elastischen und plastischen Verformungen das Kriechmaß möglichst klein halten muß, ist dies bei den Gewölben ohne Scheitelgelenke oft nicht der Fall. Bei genügender Knicksicherheit kann man ohne Bedenken die günstigen Wirkungen des Kriechens zur Verhinderung der Zwängungsspannungen weitgehend ausnutzen. Auch kann man hier unbedenklich eine frühere Ausrüstung als bei den Gewölben mit Scheitelgelenken vorsehen.

e) In gleicher Weise wie bei den Gewölben den statisch unbestimmten Systemen mit ihren wesentlich günstigeren Verkehrslastmomenten der Vorzug zu geben ist, so gilt dies in erhöhtem Maße auch für die Balkenträger über mehrere Stützen. Man hat bisher vielfach den statisch bestimmten Gerberträgern den Vorzug gegeben und zwar aus Furcht vor den Setzungen der Pfeiler und den damit verbundenen zusätzlichen Momenten, und hat lieber die gerade bei den Eisenbetonträgern sehr schwierigen Punkte der Zwischengelenke in Kauf genommen. Diese Bedenken sind ungerechtfertigt, weil diese Biegemomente meistens sehr überschätzt werden und durch das Kriechen des Betons noch wesentlich vermindert werden.

f) Bei den bewehrten Eisenbetonkonstruktionen findet infolge des Kriechens und Schwindens des Betons mit der Zeit eine Umlagerung der inneren Kräfte und Momente statt. Mit dem Fortschreiten des Kriechens ist deshalb das Verhältnis  $n = \frac{\sigma_e}{\sigma_b}$  ununter-

brochen im Steigen und bei stark bewehrten Säulen kann auch der Fall eintreten, daß  $n$  unendlich wird, d. h., daß die gesamte Last von dem Eisen getragen und der Beton spannungslos wird. Selbstverständlich wird dadurch das Kriech- und Schwindmaß stark vermindert. Trotz dieser Umlagerung der Kräfte vom Beton auf das Eisen ergeben sich bei Zugrundelegen unserer Dimensionierungsvorschriften Eisenspannungen, die noch weit unter der Streckgrenze liegen. Die Umlagerung der Kräfte ist also im allgemeinen ohne weitgehende Bedeutung. Wichtig dagegen ist diese bei dem Brücken-System Melan-Spangenberg. Hierbei sollen Bogenbrücken mit steifen Stahleinlagen hergestellt und mit Sand vorbelastet werden, um diesen steifen Stahleinlagen eine Druckvorspannung zu geben. Diese Maßnahme ist ganz überflüssig, weil dies durch das Kriechen und Schwinden des Betons ganz allein erreicht wird. In diesem Zusammenhang möchte ich darauf hinweisen, daß ich derartige Konstruktionen überhaupt für unrichtig halte. Durch die steifen Eiseneinlagen und vor allem durch diese Druckvorspannungen werden dem Beton die Normalkräfte weggenommen und infolgedessen hat er nur noch geringe Druckspannungen und ist nicht mehr in der Lage, die Biegungsspannungen aus Verkehr usw. ohne wesentliche Zugspannungen aufzunehmen. Bei Brücken, bei denen die heute zugelassene Höchstspannungen von 80–90 kg/cm<sup>2</sup> nicht ausgenützt sind, wäre die umgekehrte Maßnahme gerade die richtige, nämlich den steifen Eiseneinlagen nicht eine Druck-, sondern eine Zugvorspannung zu geben.

Es ist auch ganz unrichtig, wenn man bei einem statisch unbe-



stimmten System starke Druckeisenlagen vorsieht, weil man mit den vorgeschriebenen Betondruckspannungen nicht auskommen kann. Damit wird die Lage nicht verbessert, sondern verschlechtert, denn durch die Druckeisenanordnung wird das Kriechmaß des Betons wesentlich herabgesetzt und es werden damit die Winkeländerungen erschwert, die notwendig sind, um die Auflagerverschiebungen auszugleichen und infolgedessen werden die Biegemomente aus den Zwängungen vergrößert. Es ist in diesem Falle viel richtiger, die Betonspannungen in die Höhe zu setzen und an Stelle der Druckeisenanlagen für einen besseren Beton zu sorgen, was mit viel geringeren wirtschaftlichen Mitteln erfolgen kann.

g) Das starke Anwachsen der Biegemomente in gedrückten Balken und Säulen bei hohen Kriechwerten und gleichzeitig niedrigen an der unteren Grenze liegenden Knicksicherheiten geben zu lebhaften Bedenken Anlaß. Eventuell vorhandene Biegemomente infolge Rahmenwirkungen und vor allem auch infolge fehlerhafter nicht geradliniger Ausführung können auf ein Vielfaches ansteigen, allerdings nur dann, wenn die ungünstigsten Umstände zusammentreffen. Wie schon ausführlich am Schluß des Abschnittes III, 7a bemerkt, dürfte bei manchen Einstürzen die bis jetzt nur auf Material- oder Konstruktionsfehler zurückgeführt wurden, das starke Kriechen des Betons einen entscheidenden Einfluß ausgeübt haben. Die mathematischen Untersuchungen zeigen dabei, daß die Gefahren nicht nur kurz nach dem Ausrüsten, sondern auch Monate später bestehen bleiben, weil mit dem fortschreitenden Kriechen vorhandene Exzentrizitäten der Druckkraft sich noch weiter steigern. Die Gegenmittel gegen diese Gefahren bestehen immer entweder in einer Erhöhung der Knicksicherheit oder in einer Verminderung der Kriechmasse durch die Betonzusammensetzung, die Stärke der Eisenlagen, das lange Feuchthalten des Betons und vor allem durch eine spätere Ausrüstung. Ausrüstungen nach wenigen Tagen ohne jegliche Gegenmaßnahmen bilden immer eine Gefahr. Zum mindesten sollte den Verformungen durch Notstützen entgegengearbeitet werden.

h) Zusammenfassend möchte ich nochmals betonen, daß bei den Gewölben die Scheitelgelenke unbedingt vermieden und der Eingelenkbogen ganz ausgeschaltet werden sollte. Wenn man bei sehr flachen Brücken auf den Dreigelenkbogen angewiesen ist, dann sollte man für eine erhöhte Knicksicherheit sorgen, entweder durch eine Ausführung als Hohlbogen oder versteiftes Massivgewölbe. Aber auch bei den flachen Brücken sollte immer untersucht werden, ob es nicht möglich ist, an Stelle der Dreigelenkbogen Gewölbe ohne Scheitelgelenke auszuführen. Die günstige Wirkung des Kriechens vor allem bezüglich des Schwindens und des Widerlagerausweichens ermöglichen auch bei flachen Brücken die Ausführung statisch unbestimmter Systeme. Sehr vorteilhaft sind Zweigelenkbogen mit vorgekragten Gelenken, weil bei ihnen die Verkehrslastmomente annähernd auf die Größe von denen des eingespannten Bogens verringert werden. Statisch ganz ähnlich wirken die in Frankreich bevorzugten eingespannten Gewölbe, mit einer Einschnürung zwischen den Kämpfern und den benachbarten

Achtelpunkten (Abb. 61). Diese Gewölbe sind sehr günstig sowohl bezüglich der Zwängungsspannungen aus Schwinden, Widerlagerausweichen und Bogenzusammendrückung (Balkenmomente) als auch bezüglich der Verkehrslastmomente und der zusätzlichen Momente aus der elastischen Verformung. Gegenüber der üblichen Berechnung ergeben sich für den Scheitel etwas größere Eigengewichtsmomente, die jedoch bei den starken Querschnitten des Scheitels belanglos sind, dagegen werden die schwächeren Kämpfer durch die elastische und plastische Verformung noch weiter entlastet.



Abb. 61.

Grundlage für jede Untersuchung ist die genaue Feststellung der Knicksicherheit und der zugehörigen Knickwellen. Diese Berechnung macht gar nicht sehr viel Mühe und sie bildet die Grundlage für eine genaue Berechnung der Gewölbe, deren Ergebnisse oft sehr stark abweichen von denen der heute üblichen Berechnung. Ich habe schon in meinem Aufsatz<sup>19</sup> darauf hingewiesen, daß den Stabilitätsproblemen viel mehr Aufmerksamkeit geschenkt werden muß. Ich fürchte, daß wir durch die heutige Entwicklung, bei welcher die Knicksicherheit nur noch angenähert in Form von Zahlentafeln oder  $\omega$ -Werten berücksichtigt, in eine Sackgasse geraten. Dadurch geht das Verständnis für die Knickprobleme bei der Mehrzahl der Ingenieure immer mehr verloren, weil das eigene Nachdenken und eigene Knickuntersuchungen fehlen, und dadurch das statische Fühlen in bezug auf die Knickgefahren vermindert wird.

Bezüglich der Eisenbetonbauweise möchte ich noch folgern, daß es sehr wichtig ist, über die wesentlichen Materialkonstanten, den federnden Elastizitätsmodul, das Kriech- und Schwindmaß genaue Kenntnisse zu haben. Auch bei den größeren Bauten wird es kaum möglich sein, durch Versuche diese Konstanten zu bestimmen, weil die notwendige Zeit dazu fehlt. Hier kommen wir nur weiter, wenn die Betonarten gleichmäßiger werden und, wenn wir in die Lage versetzt werden, bewußt einen Beton mit ganz bestimmten gewünschten Materialkonstanten herzustellen. Dies wird in hinreichendem Maß nur möglich sein, wenn eine der wichtigsten Grundlagen dafür, nämlich die Gleichmäßigkeit der Zuschlagstoffe gesichert wird. Die Bestrebungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton und der Deutschen Reichsbahn durch getrennte Lieferung der groben und der feinen Zuschlagstoffe durch die Kieswerke hier eine Besserung zu schaffen, sind deshalb sehr begrüßenswert.

<sup>19</sup> Dischinger, Fr.: Die Ursachen des Einsturzes der Baugrube der Berliner Nord-Süd-S-Bahn in der Hermann-Göring-Straße. Bauing. 18 (1937) S. 107.

## VERSCHIEDENE MITTEILUNGEN.

### Hundertjahrfeier des Schweizerischen Ingenieur- und Architektenvereins.

Der Schweizerische Ingenieur- und Architekten-Verein (S. I. A.) konnte in diesem Jahre auf ein hundertjähriges Bestehen zurückblicken.

Der S. I. A. ist neben der „Institution of Civil Engineers“, die im Jahre 1818 gegründet wurde, die älteste Ingenieur-Vereinigung der Welt. Erst mit einigem Abstand folgten deutsche und andere ausländische Organisationen. Der am 4. und 5. September dieses Jahres durchgeführten Hundertjahrfeier des S. I. A. kommt somit eine besondere Bedeutung zu.

Am 24. Januar 1837 kamen auf Einladung von C. F. v. Ehrenberg, des Professors der Baukunst an der Universität in Zürich, schweizer Baumeister und andere Techniker zusammen, um die „Gesellschaft Schweizerischer Ingenieure und Architekten“ zu gründen. Maschinenbauer und Mechaniker wurden dabei ausdrücklich als zum Mitgliederkreise gehörig genannt.

Der erste Präsident der Gesellschaft wurde der Ingenieur-Oberst H. Pestalozzi, C. F. v. Ehrenberg dagegen Sekretär.

Die Statuten geben als einzigen Zweck der Gesellschaft an: „Die Beförderung von Kenntnissen in den Fächern der Architektur und Ingenieurwissenschaft durch Mitteilung gesammelter Erfahrungen und Beurteilung vorgelegter, in das Gebiet einschlagender Fragen.“ Mitglied der Gesellschaft konnte jeder werden, der in irgendeinem Zweige der Ingenieur- und Bauwissenschaften oder im Maschinenwesen Kenntnisse besaß und den ernststen Willen hatte, die Zwecke der Gesellschaft zu fördern<sup>1</sup>.

Von den vielen bekannten Fachmännern, die der S. I. A. in seinen Reihen zählte, seien aus der ersten Zeit nur genannt: Ing. K. Müller (Gotthard- und Axenstrasse), Architekt Berri, Negrelli (Pläne für den Suezkanal), Jakob Ziegler-Pellis, G. H. Dufour (Leiter des eidgen. topographischen Büros), J. J. Locher, Niklaus

<sup>1</sup> Nach der Festschrift: 100 Jahre S. I. A., Zürich 1937.



Riggenbach, O. Zschokke, Prof. Karl Culmann (Graphische Statik), v. Tetmajer und Amsler. Dazu wären aus der späteren Zeit noch viele andere mehr zu nennen. Auch wären die vielen schweizerischen Fachleute im Auslande nicht zu vergessen, die den Ruf der schweizerischen Ingenieure und Architekten in hohem Maße mitbegründet haben. Großes Ansehen genießt auch das Organ des S. I. A., die seit 1883 in Zürich erscheinende „Schweizerische Bauzeitung“.

Die Veranstaltungen der Hundertjahrfeier des S. I. A. begannen mit geschäftlichen Besprechungen. Herr Paul G. Vischer, Basel, der weit über die schweizerischen Grenzen hinaus bekannte Architekt, trat nach fast zehnjähriger Tätigkeit als Präsident des Vereins zurück. Als sein Nachfolger wurde an die Spitze des Vereins Herr Dir. Dr. N e c s e r, Genf, gewählt.

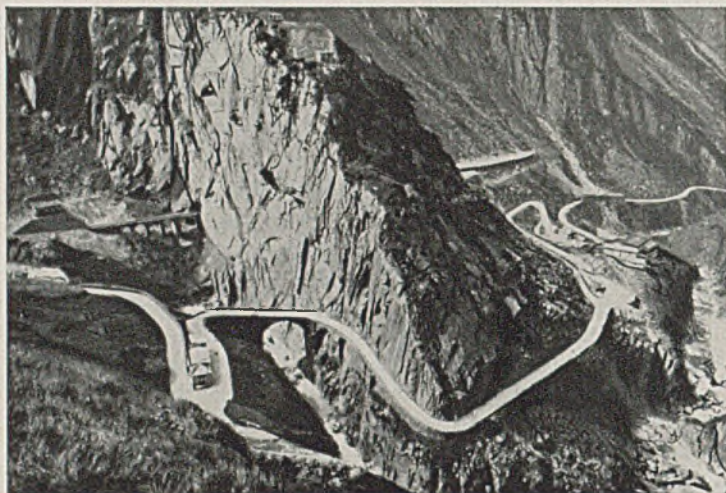


Abb. 1. Nordrampe der Gotthardstraße an der Schöllenschlucht über der Straße ist die Schmalspurbahn Göschenen—Andermatt mit Tunnel und Lawinengalerie sichtbar. (Aus „Switzerland“ Bern 1937. Fot.: Ed. Spelterini.)

Von den bekanntgegebenen Mitteilungen ist interessant, daß die Mitgliederzahl des S. I. A. rund 2500 erreicht hat. Als ganz besondere Leistung muß auch noch erwähnt werden, daß es gerade zur Hunderjahrfeier möglich gewesen ist, das monumentale 30bändige Werk über „Das Bürgerhaus in der Schweiz“ abzuschließen. Der 1. Band über die Bauten des Kantons Uri erschien 1910, der 30. Band Unterwalden im Jahre 1937.



Abb. 2. Gotthardstraße im Val Tremola (Südrampe) nach der neuesten Verbreiterung. (Aus „Jubiläumsschrift zur Feier des 50jährigen Betriebes der Gotthardbahn“. Herausgegeben von der Generaldirektion der S. B.-B. 1932.)

Die eigentliche Feier begann mit einer Festversammlung im Berner Münster, dem schönsten Bauwerk der Bundesstadt Bern. Ein auserlesenes musikalisches Programm umrahmte die Ansprachen des Präsidenten des Vereins sowie der Vertreter der obersten Landesbehörden

und Gäste. Eine große Anzahl von Festadressen wurden überreicht, wobei neben Fachvereinen aus aller Welt auch die Deutsche Gesellschaft für Bauwesen und der VDI vertreten waren. Bei dem anschließenden Festbankett sowie bei verschiedenen anderen Anlässen wurden Ansprachen ausgetauscht, die u. a. auch die geschichtliche Bedeutung des S. I. A. so recht sichtbar werden ließ.

Nach dem Schluß der Tagung führte die Gastfreundschaft des S. I. A. die ausländischen Teilnehmer auf eine Besichtigungsfahrt, die einen schönen Überblick über einige der schweizerischen Ingenieurleistungen vermittelte.

Die meisten der Leistungen aus der Nachkriegszeit sind bei uns noch weniger bekannt. Es sind daher nachstehend einige Angaben und Abbildungen darüber gebracht. Vollständigkeit auch nur des auf der oben erwähnten Besichtigungsreise Gezeigten ist nicht möglich. Die

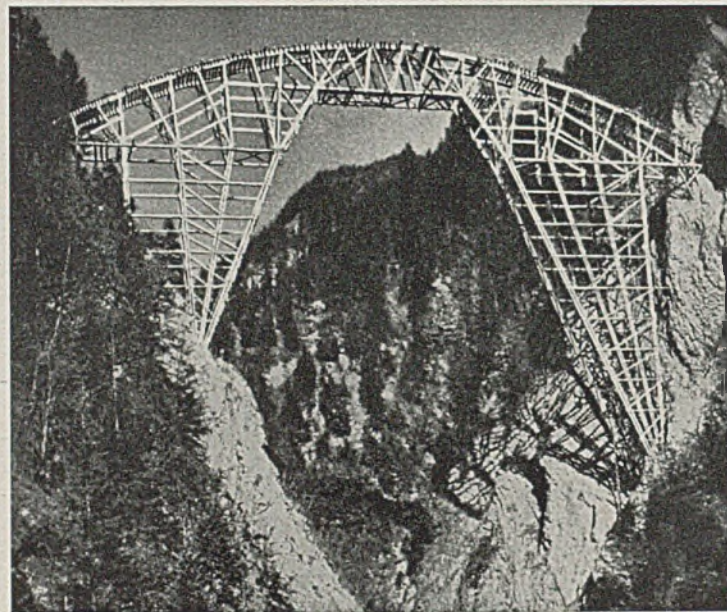


Abb. 3. Lehrgerüst für die Brücke über den Salginatobel. Spannweite 90 m, erbaut 1929/30. (Aus „100 Jahre S. I. A.“)

nachstehenden Angaben sollen lediglich zu näherem Studium schweizerischer Bauwerke anregen.

Die hauptsächlich in Autobussen der Postverwaltung durchgeführte Rundfahrt zeigte, wie weit der Ausbau der schweizerischen Straßen für den neuzeitlichen schweren Kraftverkehr bereits fortgeschritten ist.

Die erste schweizer Alpenstraße, die über den Simplon, wurde be-



Abb. 4. Bauzustand der Hundwilertobelbrücke Ende 1924, Bogen von 105 m Stützweite. [Aus „Schweizerische Bauzeitung“ 94 (1929).]

kanntlich 1800 auf Befehl Napoleons in Angriff genommen. Es folgten 1818 die Straßen über den Bernhard, 1820 Julier, 1823 Splügen, 1820 bis 1830 Gotthard und 1827 die über den Maloja. Von 1861 ab folgten erst die neueren Straßen über Furka-, Oberalp- und Albulapaß, die Axenstrasse und von 1891 ab der Bau der großen modernsten Alpenstraßen über die Grimsel, Klausenpässe, den Großen St. Bernhard u. a. m.



Die erste schweizer Eisenbahn von Zürich nach Baden wurde im Jahre 1837 dem Verkehr übergeben. Die mit den später gebauten Alpenbahnen vollbrachten Ingenieurleistungen erregen immer wieder aufs neue unsere Bewunderung. Es seien z. B. von den langen schweizer Alpentunnels genannt: Der Gotthardtunnel mit 15 km Länge, 1881 nach

Der jetzige Zustand der schweizer Eisenbahnen ist in erster Linie durch die bereits erfolgte Umstellung aller wichtigen Strecken auf elektrischen Betrieb gekennzeichnet.

Von 1887 ab waren schon verschiedene Straßen- und Bergbahnen mit elektrischem Antrieb ausgerüstet worden. In das Jahr 1906 fällt



Abb. 5. Kraftwerk Ritom. (Aus „Die Elektrifikation der S. B.-B.“ Fot.: A. Ryffel, Zürich.)

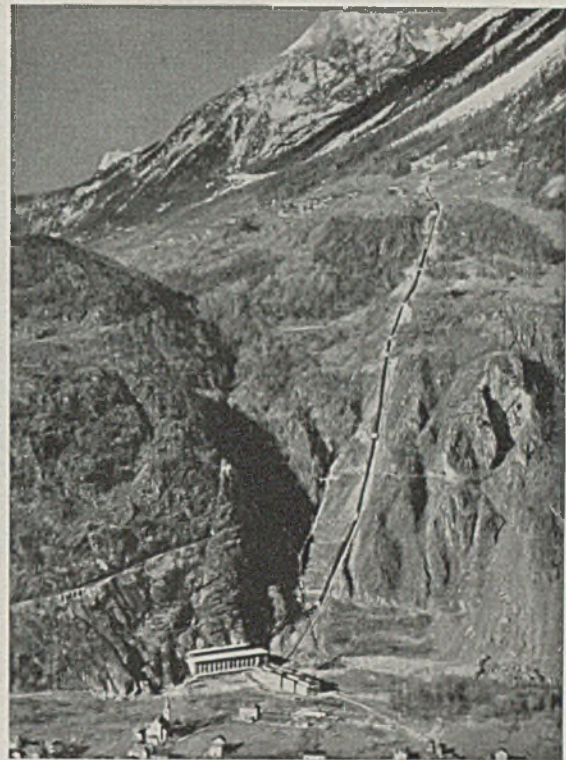


Abb. 7. Kraftwerk Vernayez. (Aus „Die Elektrifikation der S. B.-B.“ Fot.: Brown, Boveri u. Co., Baden.)

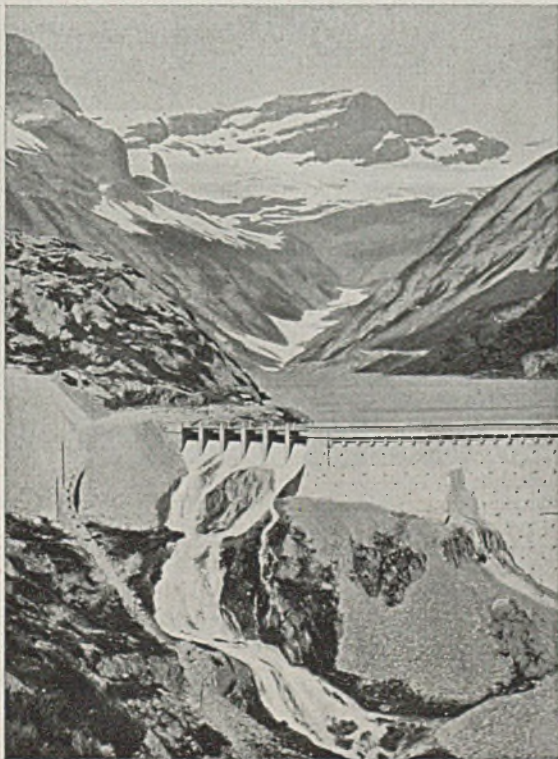


Abb. 6. Talsperre des Kraftwerkes Barberine. (Aus „Die Elektrifikation der S. B.-B.“ Fot.: A. Ryffel, Zürich.)

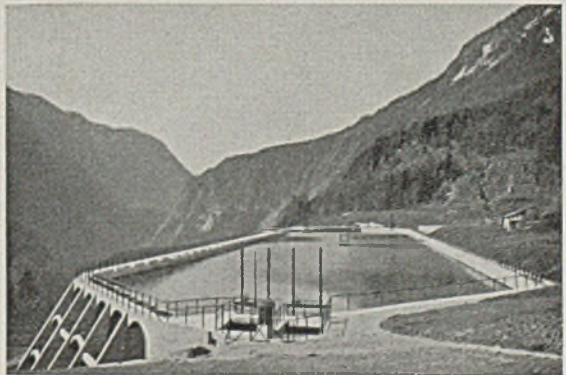


Abb. 8. Künstliches Ausgleichsbecken des Kraftwerkes Vernayez. (Aus „Die Elektrifikation der S. B.-B.“ Fot.: O. Darbelley, Martigny.)

10jähriger Bauzeit fertiggestellt, 1906 der 19,8 km lange Simplontunnel und 1913 der 14,5 km lange Lötschbergtunnel.

Über die verschiedenen Projekte für den Bau von langen Straßentunnels wurde z. B. in der „Schweizerischen Bauzeitung“ wiederholt berichtet. Man vgl. hierzu auch den „Bauingenieur“ 17 (1936) S. 78.

die Eröffnung des elektrischen Betriebes im Simplontunnel. Es folgte mit Erfolg die schwer belastete Lötschbergbahn und kleinere Strecken.

Bereits im Jahre 1901 wurde die Studienkommission für elektrischen Bahnbetrieb gegründet, die 1912 einen Bericht über die Elektrifizierung der Schweizer Bundesbahn, insbesondere der Gotthardbahn herausgab<sup>2</sup>. Auf dieser Grundlage wurde im Jahre darauf von S. B. B. der Beschluß gefaßt, zuerst die Bergstrecke der Gotthardbahn von Erstfeld bis Bellinzona in Angriff zu nehmen. Bei dieser mußte wegen ihrer starken Belastung und ihrer vielen Tunnels (die Gotthardbahn weist insgesamt rd. 45 km Tunnels auf!) die Vorzüge des elektrischen Betriebes besonders groß sein. In Anlehnung an den Vorschlag der oben erwähnten Studienkommission wurde daher Einphasenwechselstrom von 16<sup>2</sup>/<sub>3</sub> Perioden und 15000 Volt Fahrdrachtspannung benutzt.

Der Umbau der Gotthardbahn wurde zunächst durch den Weltkrieg verschoben, jedoch 1916 tatkräftig in Angriff genommen. Die

während des Weltkrieges auftretende Kohlenknappheit und die Schwierigkeiten sowie die Unsicherheit der Kohlenbeschaffung selbst zu erheblich

<sup>2</sup> Die Elektrifikation der Schweizerischen Bundesbahnen. Schweiz. Bundesbahnen Publizitätsdienst Bern 1930.



höheren Preisen führte zur Aufstellung eines grundlegenden Programmes für die Elektrifizierung des ganzen Bundesbahn-Netzes, wobei zunächst ein jährlicher Umbau von etwa 110 km vorgesehen wurde. Die Umstellung sollte nach 30 Jahren vollendet sein.

Bereits 1919 konnte der elektrische Betrieb auf den Anschluß-Strecken Bern—Thun der Lötschbergbahn und Brieg—Sitten zum Simplontunnel aufgenommen werden. Im Jahre 1920 wurde das Kraft-

Jahres 1929 zu erreichen. Für die Elektrifizierung von rund 1700 km Eisenbahnstrecke wurden etwa 680 Mio. Franken aufgewendet. Der Energiebedarf betrug dabei etwa 420 Mio. kWh, der in den nächsten Jahren ansteigen wird bis auf etwa 650 Mio. kWh im Jahre 1940.

Mit der Umgestaltung der Eisenbahnen für die elektrische Zuförderung ist der Bau der großartigen Wasserkraftwerke eng verbunden. Die Entwicklung beginnt im Jahre 1891 mit der Übertragung von elek-



Abb. 9. Landschaft am Grimselnollen vor Beginn der Bauarbeiten. (Aus „Denkschrift über den Bau des Kraftwerkes Handeck“ 1932.)

werk Ritom fertiggestellt, so daß ein teilweiser elektrischer Betrieb auf der Gotthardstrecke möglich wurde. Fast genau 40 Jahre nach der Eröffnung der Gotthardbahn, am 28. Mai 1922 konnte der durchgehende elektrische Betrieb auf der 225 km langen Strecke Luzern—Chiasso aufgenommen werden. Im gleichen Jahr wurde auch der Betrieb des Kraftwerkes Amsteg aufgenommen.



Abb. 10. Grimsensee mit Seuferegg- und Spitallammsperre. Vom gleichen Standpunkt wie Abb. 8. (Aus „Denkschrift über den Bau des Kraftwerkes Handeck“ 1932. Fot.: Lauri.)

Die nach dem Weltkrieg eintretende wirtschaftliche Krise führte zu einer weiteren Beschleunigung des Elektrifizierungsprogrammes der S. B.-B. Nach dem ursprünglichen Programm mußten die Arbeiten an den Hauptlinien bis Ende 1933 abgeschlossen sein. Die Beschleunigung der Bauarbeiten machte es jedoch möglich, dieses bereits zu Beginn des

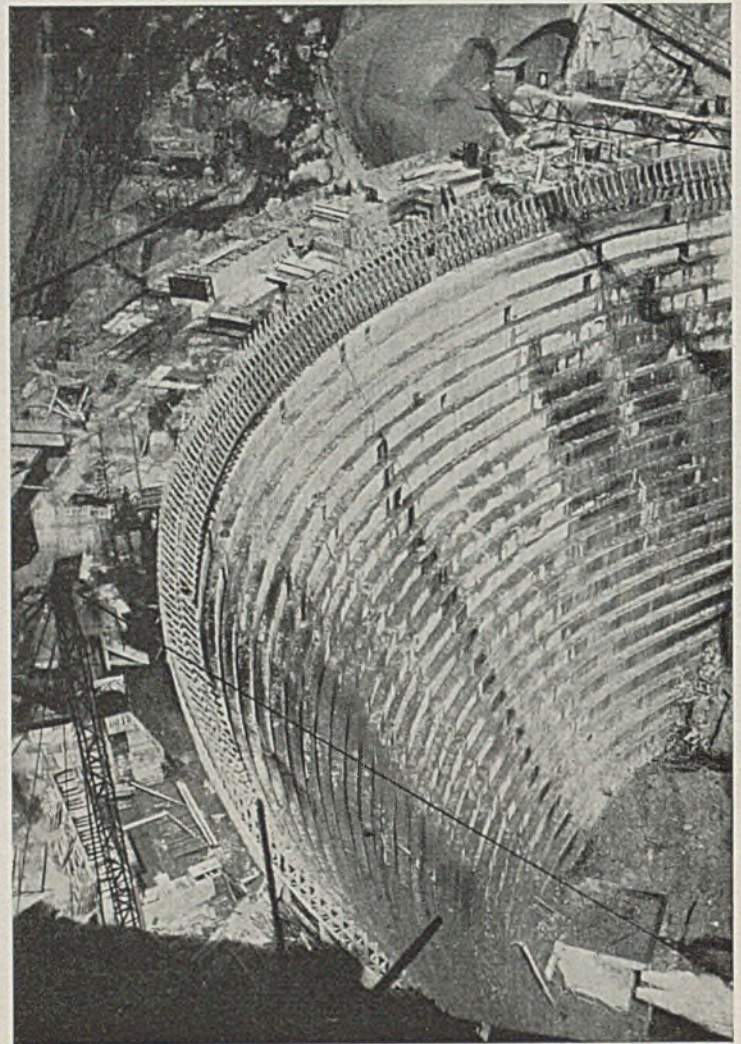


Abb. 11. Spitallammsperre während des Baues 1927—1931. (Aus „100 Jahre S. I. A.“ S. 71.)

trischer Energie mittels einer 170 km langen Leitung vom Rheinkraftwerk Laufen zur Ausstellung in Frankfurt a. M. Von dort bis zum heutigen Stande führt eine stetige Reihe von immer neuen Höchstleistungen. Der stärkste Antrieb wurde aber wohl wieder durch die Elektrifizierung der Schweizer Bundesbahnen gegeben.

Die elektrische Energie wird in der Hauptsache für die elektrisch betriebenen Strecken der S. B.-B. durch zwei Kraftwerkgruppen geliefert, nämlich Amsteg-Ritom am Gotthard (dazu ein kleines Flußkraftwerk bei Göschenen) und Vernayez-Barberine im Mont-Blanc-Gebiet mit zusammen 440 Mio. kWh Jahresarbeit.

Diese Kraftwerke sind teils Sommerwerke, teils Winterwerke, so daß sie nicht gleichzeitig arbeiten. Flußkraftwerk und Speicherwerk ergänzen sich jeweils in den beiden Gruppen. Da der Kräftebedarf teilweise das 2,5fache des mittleren Wertes erreicht, mußten die Kraftwerke für erheblich größere Leistungen ausgerüstet werden. Es sind ausgebaut die Kraftwerke:

Ritom-Piotta . . . . .	für rd.	54 000 PS,
Amsteg . . . . .	„ „	68 000 PS,
Barberine . . . . .	„ „	62 400 PS und
Vernayez . . . . .	„ „	111 000 PS.

Die Gesamtleistung der Einphasenmaschinen in den beiden Kraftwerkgruppen beträgt im Vollausbau rd. 290 000 PS.

Die überschüssige Energie wird an die Schweizerische Kraftübertragungs-A.-G. abgegeben. Der Ausbau weiterer Kraftwerke ist vorgesehen, so daß für die Zukunft reichlich Energie und auch angemessene Reserven zur Verfügung stehen werden.

Eines der interessantesten Wasserkraftwerke sind die „Kraftwerke



Oberhasli A.-G.“ Über den Bau dieser Anlage wurde bereits früher im „Bauingenieur“ berichtet.

Der erste Ausbau dieser großartigen Anlage, das Kraftwerk Handeck, wurde 1932 in Betrieb genommen. Er hat alle auf ihn gesetzten Erwartungen voll erfüllt. Das stark vergletscherte Einzugsgebiet der oberen Aare im Oberhasli, die auf 1900 m Höhe dem Unteraargletscher entspringt, bietet selten günstige Bedingungen für den Bau eines großen Wasserkraftwerkes.

An der Grimsel wurde durch die 114 m hohe Spittallamm Sperre und die 42 m hohe Seeuferegg Sperre ein Speichersee geschaffen, dessen nutzbarer Inhalt rd. 100 Mio. m<sup>3</sup> beträgt. Die Abb. 9 und 10 zeigen den Grimselnollen vor dem Baubeginn und nach der Fertigstellung der beiden Sperren.

In dem etwa 400 m über dem Haupttal liegenden Gelmensee wurde durch eine 35 m hohe Sperre ein Stauraum von 13 Mio. m<sup>3</sup> Nutzinhalt geschaffen. Der Gelmensee ist durch einen Druckstollen mit dem Grimselsee verbunden.

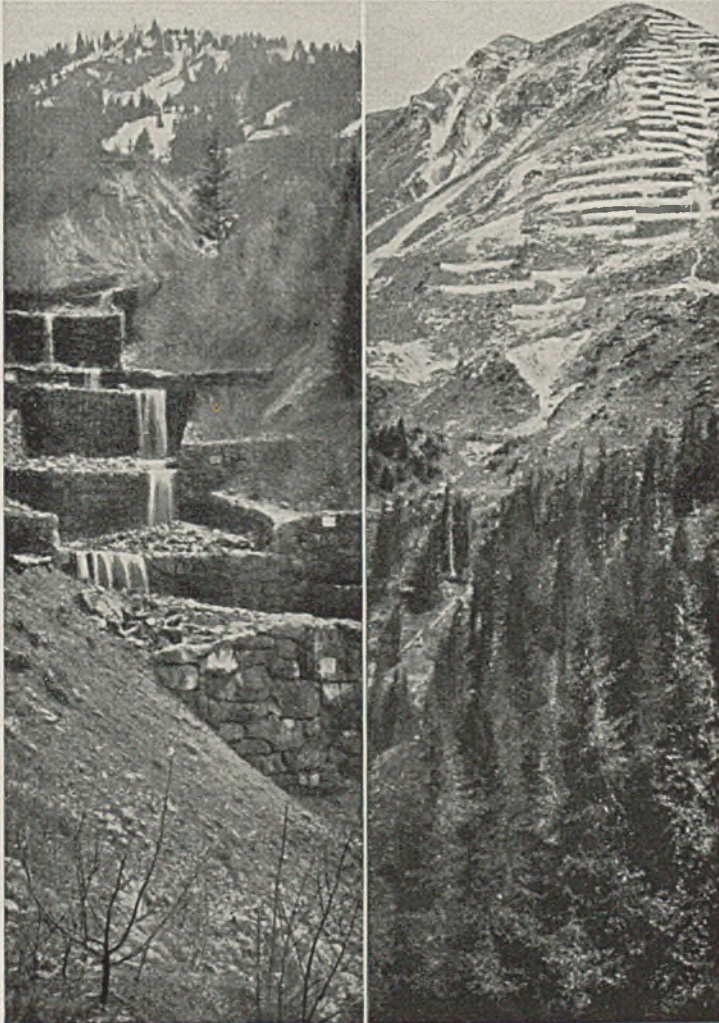


Abb. 12. Verbauung von Wildbach und Lawinenabbruchgebiet im Gebiet der Gotthardbahn. (Aus „Jubiläumsschrift zur Feier des 50jährigen Betriebes der Gotthardbahn“.)

Das Triebwasser wird durch einen gepanzerten Druckschacht und eine anschließende Verteilungsleitung zu dem Kraftwerk Handeck geführt, in dem vier Peltonrad-Freistahl-Turbinen mit je 30 000 PS, also zusammen 120 000 PS aufgestellt sind. Diese liefern bei rd. 545 m Gefälle eine Jahresarbeit von 223 Mio. kWh.

An das Kraftwerk Handeck soll sich später noch ein zweites anschließen, wobei das Triebwasser in einer zweiten Gefällstufe von 667 m im Kraftwerk Innertkirchen mit weiteren 311 Mio. kWh Jahresenergie ausgenutzt werden kann. Beide Kraftwerke werden zusammen eine Jahresleistung von 534 Mio. kWh haben.

Bei dem jüngsten Kraftwerk La Dixence wird ein Gefälle von 1750 m in einer Stufe ausgenutzt. Die Turbinen können rd. 200 000 PS leisten. Das Kraftwerk La Dixence weist derzeit das größte in einer Stufe ausgenutzte Gefälle und die größte Leistungsfähigkeit in der Schweiz auf.

Die Niederdruckwerke haben eine ähnliche Entwicklung genommen wie die Hochdruckwerke.

Auch am Rhein sind Werke mit über 100 000 PS gebaut worden: Die Gesamtleistung der schweizerischen Wasserkraftwerke hat heute jedenfalls schon die Grenze von 2 Mio. PS überschritten.

Die obigen Angaben lassen erkennen, was in der Schweiz auf den Gebieten des Bauwesens erreicht wurde. Alpenstraßen und Eisenbahnen sowie die großen wasserbaulichen Anlagen für die Gewinnung der „Weißen Kohle“ sind aber nur ein Teil dessen, was den Bauingenieur bei einer Studienfahrt in der Schweiz interessiert.

Die Geschichte dieser Leistungen, die der Verbauung von Wildbächen und Lawinenzügen (Abb. 12), und vieler anderer Arbeiten mehr, die hier nicht erwähnt werden können, ist zugleich die Geschichte der Betätigung des S. I. A., als dessen Ziel bei der Gründung im Jahr 1837 genannt wurde: „Bei dem früher nie gekannten Aufschwung des Triebes zur Ausführung großer wichtiger Bauunternehmungen sich gegenseitig zu beraten und zu helfen.“

Dem Schweizerischen Ingenieur- und Architekten-Verein sei daher für das zweite Jahrhundert eine ebenso erfolgreiche Arbeit und eben solcher Erfolg gewünscht, wie in den vergangenen hundert Jahren.  
Ferd. Schleicher, Hannover.

### Tagung des Vereins Deutscher Portland-Cement-Fabrikanten E. V.

Am 26. und 27. August veranstaltete der Verein Deutscher Portland-Cement-Fabrikanten E. V. seine diesjährige Wanderversammlung im Vortragssaal des Vereins Deutscher Eisenhüttenleute in Düsseldorf. Nach der Eröffnung der technisch-wissenschaftlichen Sitzung durch den Vorsitzenden Dr. Kneisel ergriff Herr Prof. Dr. Grün, Düsseldorf, das Wort zu seinem Vortrage „Technik, Zeit und Bauweisen“. Er bezeichnete hierin das Bauwerk als Maßstab der Kultur eines Volkes. Jedoch habe der Mangel an Kraft im Altertum zur Sklaverei, im Mittelalter zur Not und in der Neuzeit zum Menschenhandel geführt. Im national-sozialistischen Deutschland sei dem Bauwerk durch eine bestimmte Weltanschauung der tiefere Sinn gegeben. Die aus dem Norden stammende Erkenntnis der Naturgesetze habe an die Stelle der spekulativen Leistung die experimentelle Wissenschaft gesetzt. Die Forschungsergebnisse eines Kopernikus, eines Robert Koch und eines James Watt stellte der Vortragende als Wendepunkte der Menschengeschichte hin. An Beispielen erläuterte er, wie durch die Nutzbarmachung der Naturkräfte die motorische Kraft des Menschen ausgeschaltet wurde und wie durch intensive Ausnutzung der Sonnenenergien die Landwirtschaft gefördert und somit die Volksernährung sichergestellt werde. Auf die sozialen und wirtschaftlichen Fragen eingehend führte Prof. Grün die erfolgreichen Mittel zur Überwindung der Arbeitslosigkeit an: Ausfuhr, Aufrüstung, Förderung des Verkehrs, Schaffung von Erholungsstätten. Im Gegensatz dazu haben es Notstandsarbeiten nicht vermocht, die Arbeitslosigkeit einzuschränken, weil sie sinnlos und unproduktiv waren. Zum Schluß behandelte der Redner den Einfluß der Baustoffe auf die Baukunst. An Lichtbildern stellte er dar, wie die Menschen mit einfachen Bauelementen und primitiven Arbeitshilfsmitteln bei ihren Bauten die Zweckmäßigkeit mit der Schönheit vereinten. Er nannte die germanischen Hünengräber aus Findlingen, die malaischen Flechtbauweisen aus Bambus und Schilf, die germanischen Pfahlbauten aus Holz, die römischen Wasserleitungen und die griechischen Tempel aus Stein und die mittelalterlichen Gewölbbauten. Den Abschluß bildeten die Straßen und Brücken der Reichsautobahn, deren Sinn nicht nur in dem Gedächtnis an die Vergangenheit, sondern in den Aufgaben der Zukunft liege.

Prof. Dr. Nacken, Frankfurt a. M., behandelte in seinem Vortrage „Das Problem der Zementverfestigung“ die Vorgänge, die sich beim Mischen der Zementklinkerkörnchen mit Wasser abspielen. Die Untersuchungen dieser Abbindevorgänge haben die Forscher zu den verschiedensten Ergebnissen geführt, von denen die Kolloid- und die Kristallloidtheorie als die bekanntesten angeführt wurden. Seine Erkenntnisse faßte der Vortragende dahin zusammen: Jeder Stoff hat eine Grenzfläche. Zwischen zwei Grenzflächen entsteht ein molekulares Feld, in welchem sich bei Annäherung der Flächen Kräfte entwickeln. Dieses geschieht nicht nur bei Stoffen gleicher Art, sondern auch bei solchen Stoffen, die chemisch nichts miteinander zu tun haben. Die Berührung der Flächen führt zu gesetzmäßigen Verwachsungen, deren Möglichkeiten an verschiedenen Lichtbildern erläutert wurde. Sie sind abhängig von der Beschaffenheit der Grenzfläche und von dem Charakter der verbindenden Flüssigkeit. Für die Vorgänge des Verleimens beim Zement ist notwendig, daß das Wasser wieder verschwindet. Dieses kann entweder durch Verdunsten oder durch Absorbieren oder durch einen chemischen Prozeß geschehen. Wesentlich für die Verfestigung ist ferner, daß alle Kornoberflächen vom Wasser benetzt sind. Ist diese Voraussetzung nicht erfüllt, so kann eine Verschiebung des Wassers auch dann noch eintreten, wenn äußerlich der Zement bereits abgebinden hat. Der Grund liegt darin, daß der ungebundene Kalk Wasser zieht. Mit dem hierbei entstehenden Kalkhydrat vergrößert sich das Volumen, es treten Risse auf. Den Vorgang der stufenweisen Wasserabgabe bei verschiedenen von ihm untersuchten Kalksilikaten und Kalkaluminaten stellte der Vortragende durch zahlreiche Lichtbilder dar.

Dr. Hägermann, Berlin-Karlshorst, gab mit seinem Vortrage „Vorschläge für die Änderung der Prüfverfahren“ eine Vorschau über die Zementprüfung der Zukunft. Er stellte zunächst die Forderung auf, den Zement mit mehr Wasser anzumachen. Hierdurch entstehen andere An-



forderungen an den Zuschlag. Diesen soll durch Hinzufügen eines geeigneten Anteiles von Quarzmehl zum Normensand entsprochen werden. Als wünschenswert stellte Dr. Hägermann die Einführung der 7-Tage-Prüfung für die Ermittlung der Festigkeit hin. Die bisher geltende 28-Tage-Prüfung sei für die Zementindustrie untragbar. Die Prüfung des Zementes im Betonverfahren erschien als nicht empfehlenswert, da die Streuung der Ergebnisse größer ist als im Normverfahren. Auf Grund von Versuchen (gemeinsam mit Prof. Dr. Grün und Prof. Graf) steht der Vortragende auch dem Rüttelverfahren der Engländer ablehnend gegenüber. Festgestellt wurde, daß die Prismenfestigkeit mit der Rütteldauer wesentlich nur bei der Druckprüfung, weniger bei der Biegezugprüfung steigt. An Bildern von Querschnitten aus plastisch angemachten Mörtelprismen wurde nachgewiesen, daß die von Hand gemischten Proben verhältnismäßig dicht waren. Die 30 Sekunden lang gerüttelten Proben zeigten viele Luftblasen, die 60 Sekunden lang gerüttelten zeigten weniger Luftblasen. Die 5 Minuten lang gerüttelten Proben waren dichter, aber es war eine Wanderung der Massen eingetreten, bei der das feine Material (Feinsand und Zement) sich oben lagerte. Über den Wasserzusatz sagte Dr. Hägermann, daß der Zement so angemacht werden müsse, daß er gewissermaßen „im eigenen Saft“ erhärten kann. Er empfahl die feuchte Luftlagerung, d. h. Lagerung der Proben in feuchten Kästen. Durch Abkehr von der Wasserlagerung würden die durch die feuchten Druckflächen entstehenden Streuungen der Ergebnisse ausgeschaltet. Als revolutionär wurden vom Vorsitzenden die Ausführungen Dr. Hägermanns betr. der Druckfestigkeitsprüfung bezeichnet. Nach diesen gestattet die durch Prüfung ermittelte 3-Tage-Festigkeit unter Zuhilfenahme des aus zahlreichen Prüfungen gewonnenen „Hägermannschen Leitstrahles“ auf graphischem Wege die Vorausbestimmung der 28-Tage-Festigkeit. In bezug auf das Abbinden machte Dr. Hägermann den Vorschlag, den Mörtel mit Wasser von 30° anzumachen, womit das Umschlagen des Zementes vom Langsam- zum Schnellbinder und umgekehrt vermieden werden soll. Ferner soll nicht mehr 3 Minuten, sondern nur 1 Minute eingerührt werden. Von Vorschlägen in bezug auf die Mahlfineinheit wurde Abstand genommen, da zur Zeit noch Versuche laufen. Für die Schwindmessung vertrat der Vortragende ebenfalls eine Verkürzung des Prüfdahrs.

Der Vortrag „Anwendungsmöglichkeiten von Kunstharzpreßstoff“ des Herrn Dr. Achilles, Essen, brachte zunächst einen Überblick über die Gewinnung des Kunstharzes aus Steinkohle und Holz. Durch Angabe von Zahlenwerten über die Biegefestigkeit, Stoßfestigkeit und Abnutzbarkeit wurde die Verwendbarkeit des Stoffes für Lager von Zementmaschinen betont. Die möglichst vielseitige Verwendung des Kunstharzes könne dazu beitragen, das für andere Zwecke notwendige Kupfer einzusparen.

Am zweiten Tage der Sitzung folgten Vorträge der C. v. Grueber Maschinenbau A.G., Berlin-Teltow, über die „Weiterentwicklung der Loesche-Mühle“,

der Fa. Johannes Möller, Altona-Elbe, über „Anwendung von Druckluft in der Zementindustrie“,

der Claudius Peters A.G., Hamburg, über „die neue Fullerpumpe und die neue Peters-Einblasmühle für die Zementindustrie“,

der Friedr. Krupp Grusonwerk A.G., Magdeburg, über „Fort-schritte in der Aufbereitung und im Brennen und Mahlen von Zement“,

der G. Polysius A.G., Dessau, über „Neuerungen und Verbesserungen an Zementmaschinen“ und

der Büttnerwerke A.G., Uerdingen Rhld., über „Entstaubungsanlagen“.

Die Redner behandelten im wesentlichen die Entwicklung, die Eigenarten und die Behandlung der von ihren Werken hergestellten und für die Modernisierung der Zementindustrie wichtigen Maschinen. Das Bestreben nach Leistungsfähigkeit, Sparsamkeit, Geräuschlosigkeit und Staubbefreiheit stand neben den als selbstverständlich geltenden Forderungen im Vordergrund. Die Ausführungen wurden durch zahlreiche Lichtbilder wertvoll ergänzt.

Der Bericht des Herrn Regierungsbaumeister Schnevoigt, Berlin-Charlottenburg, über seine „Untersuchungen an alten Betonstraßen“ brachte umfangreiches Material über die Ergebnisse von Beobachtungen an etwa 10 Jahren alten Straßen. Untersucht wurden Landstraßen, Wohnstraßen und größere Verkehrsstraßen. Die Betonstraßen waren teils bewehrt, teils unbewehrt. Die Dicke des Unterbetons schwankte zwischen 15 und 25 cm, der Oberbeton war meist 5 cm dick. Für die auftretenden Fehler wurden verschiedene Ursachen erkannt: zu hohe Lage der Bewehrung, unzureichende Fugenausbildung, ungeeignete Deckenkonstruktionen. Die Beobachtungen, die durch Laboratoriumsversuche ergänzt wurden, führten zu der Erkenntnis, daß Straßendecken von 12 cm Dicke auf gutem Unterbau selbst bei schwerstem Verkehr als ausreichend angesehen werden können. Bewehrte Straßen haben sich meist besser erhalten, jedoch sind auch gegenteilige Beobachtungen gemacht worden. Durch dauernde Überwachung der Straßen soll eine preiswürdige Ausbildung erreicht werden.

Dr.-Ing. M. Hermann, Berlin-Dahlem.

### Die steuerfreien Reisekostenvergütungen.

Nachdem die gesetzliche Regelung der Steuerbefreiung von Kostenvergütungen mit den neuen Lohnsteuerrichtlinien abgeschlossen ist, können nunmehr für die Unternehmer und die reisenden Angestellten zu-

sammenfassend die Möglichkeiten aufgezeigt werden, Freistellung der von den Firmen gezahlten Reisevergütungen und sonstigen Spesen von der Lohn- und Einkommensteuer zu erreichen. Zu unterscheiden ist grundsätzlich zwischen dem Ersatz der Kundenspesen und sonstigen Ausgaben des angestellten Reisenden, die er gewissermaßen als Vertreter der Firma macht und den Fahrtauslagen sowie den ihm persönlich für Beköstigung und Übernachtung entstehenden Kosten.

### Durchlaufende Posten und Auslagenersatz.

Durchlaufende Gelder und Beträge, durch die Auslagen des Angestellten für den Arbeitgeber ersetzt werden, gehören von vornherein nicht zum lohnsteuerpflichtigen Arbeitslohn (EinkStG. § 19 Abs. 2, Z. 1). Was hierunter zu verstehen ist, wurde erst in neuerer Zeit durch die Rechtsprechung geklärt (vgl. RFH. vom 29. 7. 36 VI A 133/36 RSTBl. S. 987).

Sowohl bei den durchlaufenden Geldern wie auch bei dem Auslagenersatz müssen die Zwecke des Arbeitgebers überwiegend sein. Der Arbeitnehmer darf ein erhebliches eigenes Interesse an der Verausgabung nicht haben. Durchlaufende Gelder bzw. Auslagenersatz im engeren Sinne werden angenommen, wenn der Angestellte Verpflichtungen des Arbeitgebers in dessen Namen erfüllt, z. B. auf die Firma lautende Rechnungen in deren Namen aus von ihm erhaltenen Geldern bezahlt oder zwar aus eigenen Mitteln begleicht, den Betrag aber erstattet erhält. Steuerfreie durchlaufende Gelder und Auslagenersatz liegen aber nach der Rechtsprechung auch noch vor, wenn die Beträge zwar im Namen des Angestellten gezahlt, aber ausschließlich oder doch ganz überwiegend im Interesse des Arbeitgebers aufgewendet werden. Der Angestellte muß hier gewissermaßen im wirtschaftlichen Sinne als Vertreter des Arbeitgebers tätig sein, z. B. im Auftrage der Firma Kundengeschenke kaufen und für die Firma dem Kunden übergeben. Tut er dies ohne Auftrag, so muß der Arbeitgeber die Maßnahme jedenfalls nachträglich gebilligt haben.

Der Unterschied zwischen durchlaufenden Geldern und Auslagenersatz besteht darin, daß der Angestellte die durchlaufenden Gelder von vornherein von der Firma erhält, um sie für sie auszugeben, während der Ersatz von Auslagen nachträglich erfolgt. Abgesehen davon, daß die Aufwendungen, wie angegeben, entweder im Namen des Arbeitgebers oder überwiegend in dessen Interesse erfolgen müssen, ist erforderlich, daß insoweit im einzelnen Rechnung gelegt wird. Werden Pauschbeträge gezahlt, die der Angestellte nach eigener Entscheidung verwenden kann, auch wenn dies im Namen und auf Rechnung des Arbeitgebers erfolgt, so gehören diese Beträge zum steuerpflichtigen Arbeitslohn. Der Angestellte hat nur die Möglichkeit, sie als Werbungskosten unter Vorlegung der Lohnsteuerkarte beim Finanzamt besonders geltend zu machen, Voraussetzung ist bekanntlich, daß ihm monatlich Sonderausgaben und Werbungskosten von über 40 RM entstehen, die im einzelnen nachzuweisen bzw. glaubhaft zu machen sind.

### Pauschale Reisevergütungen.

Während die Kundenspesen und sonstigen Ausgaben, die der reisende Angestellte für die Firma macht, nur in Form von durchlaufenden Geldern oder Auslagenersatz ohne weiteres steuerfrei bleiben können, wobei also pauschale Zahlungen nicht zulässig sind, werden bei den persönlichen Reisespesen des Angestellten lohn- und einkommensteuerfreie Pauschalvergütungen innerhalb bestimmter Grenzen anerkannt. Fahrtauslagen sind stets in der entstandenen Höhe steuerfrei. Die Reisekostenvergütungen für Unterbringung und Verpflegung auf der Reise können ohne weiteren Nachweis steuerfrei belassen werden, wenn sie die Reisekostensätze der Reichsbeamten mit entsprechenden Bezügen nicht übersteigen.

Die Reisekostenvergütungen für Beamte umfassen, soweit eine Übernachtung erforderlich ist, das Tagegeld und das Übernachtungsgeld. Die Sätze ergeben sich aus der folgenden Zahlentafel, wobei jedoch die Beträge für Verpflegung und Unterkunft auch in einem anderen Verhältnis zueinander stehen können; maßgebend ist der Gesamtbetrag der Reisekostensätze für Verpflegung und Unterkunft.

Beamte der Stufe	Mit einem Durchschnittsgehalt der obersten Gehaltsgruppe der Stufe von	Das volle Tagegeld	Das Übernachtungsgeld	Zusammen
	RM	RM	RM	RM
Ia . . . . .	21 000	12,—	9,—	21,—
Ib . . . . .	17 000	10,—	8,—	18,—
II . . . . .	7 400	9,—	6,—	15,—
III . . . . .	4 500	7,—	5,—	12,—
IV . . . . .	3 800	5,50	4,—	9,50
V . . . . .	2 600	4,50	3,50	8,—

Ein Abzug für Haushaltersparnisse braucht von diesen Sätzen nicht vorgenommen zu werden. Sind jedoch die entstehenden Reisekosten höher, so ist es erforderlich, sie, insbesondere durch Angabe des Reiseplans und der Reisedauer glaubhaft zu machen — Aufzeichnungen im einzelnen sind hier zu empfehlen — außerdem muß zum Ausgleich



der im Haushalt gemachten Ersparnisse grundsätzlich ein Abschlag von 20% bei Verheirateten, von 40% bei Ledigen vorgenommen werden, soweit die vergüteten Beträge über die angegebenen Tage- und Übernachtungsgelder hinausgehen. Immerhin ist es unter besonderen Umständen auch möglich, von den angegebenen Sätzen, die nur als Rahmensätze anzusehen sind, ohne Vornahme eines Abschlags für Haushaltersparnisse abzuweichen. Abschläge für einzelne Dienststreifen bis 1 RM bleiben in jedem Falle außer Betracht. Falls die Firma die Reisekosten nach einheitlichen Richtlinien und festen Sätzen erstattet, sind besondere Vereinbarungen mit dem Betriebsfinanzamt zu empfehlen, bei denen das Finanzamt nach den Lohnsteuerrichtlinien allgemein auf einen Abschlag für Haushaltersparnisse verzichten kann.

Auch wenn eine Übernachtung nicht stattfindet, wie z. B. bei Platzreisenden, kommen bei den angegebenen Reisekostenentschädigungen der Reichsbeamten entsprechende lohnsteuerfreie Sätze in Betracht, wenn die Tätigkeit entweder außerhalb der Gemeindegrenze des Ortes oder aber, vor allen Dingen in Großstädten, jedenfalls in mehr als 5 km Entfernung von der regelmäßigen Arbeitsstätte ausgeübt wird. Die steuerfreien Sätze sind hier nach der Zeit der dienstlichen Abwesenheit vom Ort der Betriebsstätte in Hundertsätzen der Tagegelder der entsprechenden Reichsbeamten bemessen, wie folgende Aufstellung ergibt:

Beschäftigte bei dienstlicher Abwesenheit ohne Übernachtung			
mit Jahreseinkünften bis etwa	von mehr als 3—6 Stunden ( <sup>3</sup> / <sub>10</sub> )	von mehr als 6—8 Stunden ( <sup>6</sup> / <sub>10</sub> )	von mehr als 8 Stunden ( <sup>8</sup> / <sub>10</sub> )
4500	2,10	3,50	5,60
3800	1,65	2,75	4,40
2600	1,35	2,25	3,60

Bei einer Tätigkeit am Ort, die innerhalb der 5 km-Grenze bleibt, können von der Firma lohnsteuerfreie Pauschalentschädigungen nicht gewährt werden. Soweit es sich hier um persönliche Verzehrkosten handelt, müssen ebenfalls besondere lohnsteuerfreie Abzüge für Werbungskosten beim Finanzamt unter Vorlegung der Lohnsteuerkarte geltend gemacht werden.  
Dr. Wuth, Berlin.

### Deutsche Gesellschaft für Photogrammetrie.

Die Deutsche Gesellschaft für Photogrammetrie hält ihre Jahresversammlung am 22. und 23. Oktober in Stuttgart und Karlsruhe (Technische Hochschulen) ab. In Stuttgart wird der Altmeister der Photogrammetrie, Geheimrat Prof. Dr. S. Finsterwalder über „Die gemeinsame Ordnung einer Mehrzahl von Aufnahmen“ sprechen. Weiter sind vorgesehen Vorträge von den Prof. Dr. Finsterwalder und Dr. O. v. Gruber über Erdbild- und Luftbildmessungen für Hochgebirgsvermessungen und die hierzu dienenden Aufnahme- und Auswertegeräte. Anschließend findet die Einweihung und Besichtigung des neuen Geodätischen Instituts der Technischen Hochschule in Stuttgart statt. In Karlsruhe werden sprechen Prof. Dr. Merkel über Anwendung der maschenweisen Abbildung in der Bildmessung und Dr.-Ing. Raab über Genauigkeit und Wirtschaftlichkeit des Bildmeßverfahrens. Eine Besichtigung der Arbeiten der Abteilung für Topographie des Badischen Finanz- und Wirtschaftsministeriums sowie eine Fahrt in das photogrammetrisch vermessene Gelände im Murgtal bildet den Abschluß. Nähere Auskunft erteilt der Schriftführer der Gesellschaft, Oberregierungsrat Koerner, Berlin-Halensee, Karlsruher Straße 1.

### Überwurfmuttern für Gas- und Wasserleitungen jetzt in Temperguß genormt.

In Durchführung der Anordnung 39 der Überwachungsstelle für unedle Metalle, nach der Überwurfmuttern für Anschlußverschraubungen aller Art aus Kupfer, Nickel und deren Legierungen verboten sind, wurden die Normen DIN 3292 und 3293 jetzt unter der neuen Bezeichnung „Umstellnorm“ DIN 3292 U und 3293 U auf Temperguß umgestellt.

Die einfachen Überwurfmuttern mußten dabei teilweise in der Wanddicke verstärkt werden, da eine so genaue Bearbeitung wie bei Messing bei der Tempergußherstellung nicht möglich ist. Die Muttern werden im allgemeinen außen roh (schwarz) geliefert. Bei den Knebelüberwurfmuttern für Schlauchverschraubungen waren Maßänderungen kaum notwendig, es wurde im Gegenteil festgestellt, daß die seinerzeit entwickelte Form ohne Sechskant, dafür aber mit griffigem Knebel, für die Ausführung im Temperguß sehr geeignet ist.

## BUCHBESPRECHUNGEN.

Petermann, H.: Schrifttum über Bodenmechanik. Unter Mitarbeit von E. Boedeker. Nr. 12 der Schriftenreihe der Forsch.-Ges. für das Straßenwesen. Berlin: Volk und Reich Verlag 1937. 196 S. 15,5×23 cm. Preis RM 3,50.

Die nach Teilgebieten weitgehend geordneten 2500 Schriftumsangaben über den Baugrund als Träger von Ingenieurbauten und als Baustoff für Erdbauten umfassen die wichtigsten Veröffentlichungen auf dem Gebiete der Bodenmechanik. Die Ordnung nach Einzelgebieten wird durch ein Verfasserverzeichnis wertvoll ergänzt.

Der Umfang des Schrifttums und seine Herkunft aus den verschiedensten Teilgebieten des Ingenieurbauwesens zeigt den Zwang zu einer Synthese der zerstreuten Erkenntnisse zu einer systematischen „Bodenmechanik“, die sich auf wenige klare physikalische Grundlagen zurückführen läßt (Terzaghi).

Das Buch ist wertvoll als Wegweiser für den Ingenieur, der tiefer in dieses Sondergebiet eindringen will, und auch für den bauausführenden Ingenieur, der nach Anregungen für seine Bauaufgabe aus den Berichten über ähnliche Bauten sucht. Besonders erfolgreich wird derjenige Ingenieur damit arbeiten können, dem die grundlegenden Betrachtungsweisen der Bodenmechanik für die kritische Wertung der Arbeiten geläufig sind.

Bearbeiter und Herausgeber haben mit diesem Buche das Schrifttum über die Baugrundwissenschaft in wertvoller Weise bereichert.  
Dr.-Ing. A. Streck, Hannover.

Hydrographisches Jahrbuch, Band XL. Herausgegeben von der Hydrographischen Anstalt des Kgl. Ung. Ackerbauministeriums. In ungarischer Sprache mit deutscher Inhaltsübersicht und kurzer Zusammenfassung der Tätigkeit der Hydrographischen Anstalt 1866—1936. Budapest 1937. 95 S. mit zahlr. Abb. und Tafeln. 27×37 cm.

Die hydrographische Anstalt des Kgl. Ung. Ackerbauministeriums feierte 1935 ihr 50jähriges Bestehen und hat aus diesem Anlaß ein Jahrbuch mit erweitertem Inhalt herausgegeben. Der Aufbau des Jahrbuches ist in Zusammenarbeit mit den deutschen Jahrbüchern der hydrographischen Anstalten, insbesondere des Badischen hydrographischen Büros entstanden und behandelt alle wichtigen Wasserläufe und Seen des heutigen Ungarns. Es enthält die täglichen Schwankungen von 36 Pegelstellen mit graphischen Darstellungen des Querschnittes, der Wassermengenbezugslinie sowie der Pegelstandsdauerlinie. Ergänzend sind die Kleinst- und Größtwerte der Wasserstände für das Jahrzehnt 1925—34 angegeben. Im hydrometeorologischen Teil sind die Niederschlagswerte und ihre Abweichungen vom 30jährigen Mittel verarbeitet. In zehn

weiteren Beilagen sind neben einer genauen Karte des gesamten Flußgebietes Grundwasserstandsbeobachtungen an einem ausgedehnten Netz von Brunnen enthalten.

Das Jahrbuch bietet mit seinen übersichtlichen Darstellungen ein wertvolles Hilfsmittel für alle wasserbaulichen Planungen an den ungarischen Gewässern, sowie den Anschlußstrecken der Donau und Theiß. Eine kurze Erläuterung des Inhaltes in deutscher Sprache ist beigelegt.  
Böss, Karlsruhe.

Jahrbuch für das gesamte Krankenhauswesen, herausgegeben von R. Zeitler und W. Hoffmann. Band II (1931/35). Berlin: Julius Springer 1936. 230 S. 8°. Preis geh. RM 16,—.

Das vorliegende Werk stellt eine Fortsetzung des ersten Bandes des Jahrbuches für das gesamte Krankenhauswesen dar, der 1931 herausgekommen ist und die Erfahrungen auf dem Gebiet des Krankenhauswesens in den Jahren 1926—1930 behandelt. In den Jahren 1926—1930 herrschte ein übermäßiger Wettbewerb in der Errichtung von neuen und in der Erweiterung von bestehenden Krankenhäusern. Gegenüber dieser Zeitperiode ist in der Zeit nach der Machtübernahme ein mehr planmäßiges Bauen auf dem Gebiet des Krankenhauswesens eingetreten. Diese Planmäßigkeit kommt auch in dem vorliegenden zweiten Band des Jahrbuches für das gesamte Krankenhauswesen zum Ausdruck. Den Leser des „Bauingenieurs“ interessieren in erster Linie die Abschnitte „Neuere Gesichtspunkte im Krankenhausbau“ und „Die technischen Einrichtungen der deutschen Krankenanstalten in den letzten fünf Jahren“. Die übrigen Abschnitte sind mehr medizinischen Fragen gewidmet.

Die beiden vorgenannten Abschnitte bringen Ausführungen über die allgemeine Krankenhausplanung, über zweckmäßige Bauausführung, über die Baukosten von Krankenhausbauten und, was besonders zu begrüßen ist, Ausführungen über Schutzmaßnahmen gegen Luftangriffe.

Die „Richtlinien für Bau und Einrichtung von allgemeinen Krankenanstalten“, die durch den Gutachterausschuß für das öffentliche Krankenhauswesen bearbeitet sind und demnächst im Druck erscheinen, sind in dem vorliegenden Werk verarbeitet worden.

Jeder Architekt und Bauingenieur, der in der Praxis mit dem Bau oder der Erweiterung von Krankenanstalten zu tun hat, sollte das klar geschriebene Werk zur Hand nehmen.  
Kehr, Hannover.

Lehrbuch der Militärhygiene, herausgegeben von A. Waldmann und W. Hoffmann. Berlin: Julius Springer 1936. 760 S. 8°. Preis geh. RM 45,—.



Das vorliegende Werk stellt eine Fortsetzung des 1910—1912 erschienenen Lehrbuches der Militärhygiene von Bischoff-Hoffmann-Schwiening dar, das seit längerem vergriffen war. Neben der Notwendigkeit einer Neuauflage dieses Lehrbuches bestand das dringende Bedürfnis, die militärhygienischen Erfahrungen des Weltkrieges und die beim Aufbau der neuen Wehrmacht neu ein- und durchgeführten militärhygienischen Erkenntnisse und Forderungen in einem neuen Lehrbuch zusammenzufassen. Das Werk bringt in den Hauptabschnitten Luft, Wärmeregulierung, Ernährung, Bauhygiene, Diensthygiene, Infektionskrankheiten, Nichtinfektiöse Krankheiten und Militärsanitätsstatistik alles, was über das Gebiet der Militärhygiene zu sagen ist.

Die Leser des „Bauingenieurs“ interessiert vor allem der Abschnitt Bauhygiene, der die hygienischen Forderungen allgemeiner Art behandelt, die an den Bauplatz, an den Baugrund, an die Bebauung eines

Grundstückes und an die Unterbringung des Heeres im Felde zu stellen sind. Weiter werden unter „Bauhygiene“ die Fragen der Wasserversorgung und Abwasserbeseitigung, Beleuchtung, Heizung und Lüftung besprochen. Ein weiterer größerer Abschnitt behandelt die Erfahrungen, die mit militärischen Unterkünften gemacht sind. Zu den Unterkünften gehören auch Lazarette und Lagerbaracken des Reichsarbeitsdienstes. Der schaffende Architekt oder Bauingenieur erfährt in diesem Werk alles, was er an hygienischen Forderungen beim Bau von Kasernen, Lazaretten, Unterkünften, Baracken oder beim Bau von Unterkünften im Felde beachten muß. In diesem bildet das vorliegende Werk eine wertvolle Ergänzung zu den bautechnischen Lehrbüchern.

Die Abhandlungen des Werkes sind durch zahlreiche wirkungsvolle Pläne und Abbildungen besonders der zum Teil erst eben fertiggestellten Lazarette und Kasernen erläutert. K e h r, Hannover.

## PATENTBERICHTE.

### Bekanntgemachte Anmeldungen.

Bekanntgemacht im Patentblatt Nr. 35 vom 2. September 1937 und vom gleichen Tage ab im Reichspatentamt ausgelegt.

- Kl. 19 a, Gr. 16 W 93 558. Adolf Wettels, Völklingen, Saar. Schienenstoßverbindung mittels eines in Ausschnitte der Schienenstegenden eingesetzten Stegdübels. 31. I. 34.
- Kl. 20 h, Gr. 4. H 141 446. Hauhinco Maschinenfabrik G. Hausherr, E. Hinselmann & Co. G. m. b. H., Essen. Gleisbremse insbes. für den Untertagebaubetrieb. 6. X. 34.
- Kl. 36 d, Gr. 5/01. T 46 792. Torfit-Werke Haseke, Eckhoff & Co., Hemelingen, Bremen. Rauchfangeinrichtung für Lokomotivschuppen. 20. IV. 36.
- Kl. 80 a, Gr. 34/01. S 121 743. Société Internationale de Mise en Valeur et de Développement de Brevets (S. J. M. B.), Paris; Vertr.: Dipl.-Ing. A. Berglein, Pat.-Anw., Hamburg. Verfahren und Vorrichtung zur Herstellung von Rohrleitungen. 21. V. 35. Belgien 20. VIII. 34.
- Kl. 80 b, Gr. 1/06. B 172 139. Karl Pauli Billner, New York; Vertr.: Dipl.-Ing. Dr. D. Landenberger u. Dipl.-Ing. F. Hahne, Pat.-Anwälte, Berlin SW 61. Vorrichtung zur Erhöhung der Festigkeit von Beton durch gleichzeitige Anwendung einer Saug- und Druckwirkung. 6. XII. 35. V. St. Amerika 5. X. 35.
- Kl. 84 b, Gr. 1. A 72 653. Mitteldeutsche Stahlwerke Akt.-Ges., Riesa. Spurlager für Schleusentore. 3. III. 34.
- Kl. 84 b, Gr. 2. K 142 243. Fried. Krupp Grusonwerk Akt.-Ges., Magdeburg-Buckau. Aus schalenförmigen Teilen zusammengesetzte Antriebsmutter für Schiffshebewerke und ähnliche Hubwerke. 18. V. 36.
- Kl. 84 d, Gr. 2. K 123 314. Fried. Krupp Akt.-Ges., Essen. Schwenkbagger mit schwenkbarem Förderband. 5. XII. 31.

### Bekanntgemachte Anmeldungen.

Bekanntgemacht im Patentblatt Nr. 36 vom 9. September und von demselben Tage an im Reichspatentamt ausgelegt.

- Kl. 19 a, Gr. 10. R 96 010. Max Rüping, München. Federnde Schienenbefestigung auf Holzschwellen; Zus. z. Pat. 617 881. 6. IV. 36.
- Kl. 19 a, Gr. 24. K 142 153. Dr.-Ing. Otto Kammerer, Berlin-Charlottenburg, u. Wilhelm Ulrich Arbenz, Berlin-Zehlendorf. Querschwellen für Baggergleise; Zus. z. Pat. 484 248. 9. V. 36.
- Kl. 19 c, Gr. 2/31. K 135 061. Dr.-Ing. Josef Krebitz u. Friedrich Mörtl, Graz, Österreich; Vertr.: Dipl.-Ing. C. Clemente, Pat.-Anw., Berlin SW 61. Betonstraßendecke mit Trennstreifen aus Pappe, Jute, Fiber od. dgl. 22. VIII. 34. Österreich 6. IX. 33.
- Kl. 20 a, Gr. 12. P 73 494. J. Pohlig, Akt.-Ges., Köln-Zollstock. Feldzweiggleishängebahn mit Trag- und Zugseil. 10. VII. 36.
- Kl. 20 g, Gr. 3. L 88 722. Walter Loth, Witten-Annen. Verlegbare Schiebebühne für Förderwagen im Grubenbetrieb. 28. VIII. 35.
- Kl. 20 i, Gr. 39. D 69 390. Deutsche Werke Kiel Akt.-Ges., Kiel. Warnsignalanlage für Eisenbahnüberwege. 21. XII. 34.
- Kl. 37 f, Gr. 8. M 126 020. Eugène Germain Paul Mopin, Paris; Vertr.: Dr. G. Göllner, E. Maemecke, Dr. W. Kühl u. Dipl.-Ing. M. Ruffle, Pat.-Anwälte, Berlin SW 61. Großräumiges, kreisrundes Gebäude als Flugzeug-, Markthalle od. dgl. 27. XII. 33. Frankreich 26. X. 33.
- Kl. 80 d, Gr. 5. B 170 734. Dipl.-Ing. Otto Wilhelm Burkhardt, Bayreuth. Verfahren zum Besäumen von einzelnen Steinblöcken durch Krustenschneiden. 13. VIII. 35.
- Kl. 84 c, Gr. 2. A 77 415. Paolo Alberti, Mailand; Vertr.: Dr.-Ing. A. van der Werth, Pat.-Anw., Berlin-Tempelhof. Verfahren zur Herstellung von Ortpfählen aus Beton. 23. X. 35. Italien 27. X. 34.
- Kl. 84 d, Gr. 2. M 126 900. Maschinenfabrik Buckau, R. Wolf Akt.-Ges., Magdeburg. Eimerkettenbagger mit mehrteiliger Knickleiter. 19. III. 34.
- Kl. 85 c, Gr. 1. D 67 979. Heinz Dickmann, Schaffhausen, Schweiz; Vertr.: Dipl.-Ing. E. Wesnigk, Pat.-Anw., Berlin SW 61. Verfahren und Vorrichtung zur Abwasserreinigung. 27. IV. 34.
- Kl. 85 c, Gr. 6/01. P 68 907. Aug. Heinr. Popp, Radebeul-Oberlößnitz. Vorrichtung zum Klären von faserstoffhaltigen Flüssigkeiten. 5. II. 34.
- Kl. 85 e, Gr. 9/05. F 71 891. Passavant-Werke G. m. b. H., Michelbach, Nassau. Leichtflüssigkeitsabscheider. 1. X. 35.

## PERSONALNACHRICHTEN.

### Fr. Dischinger zum 50. Geburtstag.

Am 8. Oktober wird Dr.-Ing. Franz Dischinger, Professor für Eisenbetonbau an der Technischen Hochschule Berlin, 50 Jahre alt. Wir wollen diesen Tag nicht dazu benutzen, um schon einen Bericht über sein Lebenswerk zu geben, denn an dem arbeitet Dischinger noch mit allen Kräften. Wir wollen ihm unsere herzlichsten Glückwünsche aussprechen, mit dem Danke für das, was er bisher der deutschen Technik gegeben hat, in der Hoffnung, daß ihm seine Arbeitsfreudigkeit und Leistungsfähigkeit noch lange erhalten bleibe. Weiterhin sollen diese Zeilen allen denen, die dem Arbeitsgebiet Dischingers ferner stehen, zeigen, daß Dischinger zu Deutschlands besten Ingenieuren gehört.

Die Schalenbauweise in Eisenbeton, die sich in den letzten Jahrzehnten zu einer unentbehrlichen Bauweise für Großhallen entwickelte, ruht auf Dischingers Arbeiten. So war es daher selbstverständlich, daß er beim Preisausschreiben der Akademie des Bauwesens über Eisenbetonschalen als Raumträger den ersten Preis gewann und sein Mitarbeiter Dr.-Ing. Finsterwalder den zweiten. Als Oberingenieur und Abteilungsleiter der Firma Dyckerhoff & Widmann AG. hatte er das Glück, zusammen mit seinem oben genannten Mitarbeiter Dr. Finsterwalder eine große Zahl heute in der ganzen Welt bekannter Hallen schaffen zu können. Um nur einige zu nennen: Die Großmarkthallen Frankfurt a. M., Budapest, Leipzig, Basel, Kuppeln von zahlreichen Planetarien, Flugzeug- und Autohallen in den verschiedensten Ländern.

Von den theoretischen Arbeiten Dischingers über dieses Gebiet seien erwähnt: seine Dissertation über die Theorie der Vieleckskuppeln, das Kapitel über Kuppeln und Schalen im Handbuch für Eisenbeton, die Abhandlung „Der Spannungszustand in affinen Schalen und Raumschalen“ im Bauingenieur 1936 u. a. m.

Die bedeutendste Brücke, die unter seiner Leitung entstand, ist die Adolf-Hitler-Brücke über die Mosel in Koblenz, deren Bau er selbst in der Zeitschrift des V. D. I. 1934 beschrieben hat.

In neuerer Zeit hat Dischinger seine ganze Aufmerksamkeit der Ausschaltung der Biegezugspannungen im Eisenbetonbau gewidmet und darüber in dem Aufsatz „Neues Bauen in Eisenbeton“ (Deutscher Betonverein 1937, Zementverlag) und in dem Vorbericht für den Internationalen Kongreß für Brückenbau und Hochbau 1936 geschrieben.

Von 1913 bis 1933 war Dischinger Ingenieur, Oberingenieur und Direktor bei der Firma Dyckerhoff & Widmann AG., seit dem Frühjahr 1933 ist er o. Professor an der Technischen Hochschule Berlin. Er ist nicht nur ein ausgezeichnete Fachmann, sondern auch ein gerader, nicht zu erschütternder deutscher Mann. Das hat er im Kriege und in der Nachkriegszeit, als er in dem von den Franzosen besetzten Gebiet arbeitete, bewiesen, das wissen alle, die die Freude haben, mit ihm zusammenarbeiten zu können.

A. Hertwig.