

## DIE NACHTEILE DER VERKLEIDUNG ALTER ZIEGELBRÜCKEN MIT SCHALEN.

Von Dr.-Ing. Rudolf Kern, Oberbaurat der Österreich. Bundesbahnen, Mödling b. Wien.

**Übersicht:** Die nachträgliche Verkleidung von schadhaftem Ziegelmauerwerk mit einem wetterbeständigen Baustoff schützt zwar gegen Verwitterung, kann aber verschiedene Nachteile zur Folge haben.

Das Verkleiden von Bruchstein- und Ziegelmauerwerk mit Quadern oder von Bruchsteinmauerwerk mit Ziegeln war bei Brückenneubauten schon seit jeher in Übung. Bei der Erhaltung von alten Brücken aus Ziegelmauerwerk hat sich ein ähnliches Verfahren herausgebildet. Von der Auswechslung einzelner Ziegel ausgehend, ist man schließlich dazugekommen, ganze Pfeilerseiten oder die ganze Innenleibung von Gewölben abzuschlagen und wieder durch Ziegel zu ersetzen. Dieser Vorgang ist besonders auf solchen Bahnstrecken beliebt, wo die Gewölbe schon beim Bahnbau aus übereinanderliegenden, miteinander nicht verschmatzten Ringen hergestellt worden sind. Man hat auf diese Weise Schalen geschaffen, die bei Pfeilern nur in größeren Abständen mit dem Kernmauerwerk verschmatzt, bei Gewölben ohne Verband bloß angemauert sind.

Da es nun auf alten Bahnstrecken sehr viele Brücken gibt, die ganz oder zum Teil aus Ziegelmauerwerk bestehen, dessen Erhaltung infolge der Verwitterung große Kosten verursacht (Abb. 1), so ist man später zur Verkleidung mit Klinkern, Betonformsteinen (Abb. 1, links), Stampf- und Spritzbeton übergegangen. Diese



Abb. 1. Verwittertes Ziegelmauerwerk. Die Pfeilerschmalseite mit Betonformsteinen verkleidet. Stellenweise sind die Ziegel im Anschlusse daran verwittert.

der Dicke zum Flächenmaß abhängt. Die Schale liegt zwischen dem bloßen Verputz einerseits und dem vorgesetzten, jedoch selbstständig tragenden Bauwerke andererseits.

Man kann die Nachteile der Schalenbauweise wie folgt zusammenfassen:

1. Man ist häufig nicht sicher, ob ein einwandfreier Verband mit dem Kernmauerwerk gelungen ist.
2. Schale und Kern haben ganz verschiedene Eigenschaften.
3. Die Spannungsverteilung im Querschnitt ist unklar.
4. Die Schale kann Schäden im alten Mauerwerk verursachen.
5. In späteren Jahren wird man leicht über den Zustand des gesamten Bauwerkes getäuscht.

Zu 1. Die vollständige Erneuerung der Gewölbeinnenleibung erfolgt gewöhnlich nach und nach, in kleinen, der Arbeitsleistung von ein oder zwei Maurern entsprechenden Stücken; bei kleinen, durch Hilfsbrücken gesicherten Durchlässen wird wohl auch die ganze Innenleibung in einem Zuge abgeschlagen. In beiden Fällen werden Lehrgerüste aufgestellt. Die Schlußsteine im Scheitel werden von der Mitte gegen die Stirnen zu eingesetzt.

1935 wurde bei einem Halbkreisgewölbe von 3,8 m Lichtweite die Innenleibung in einem Zuge abgeschlagen und dann durch Betonformsteine ersetzt. Hierauf wurde versucht, in die Fuge

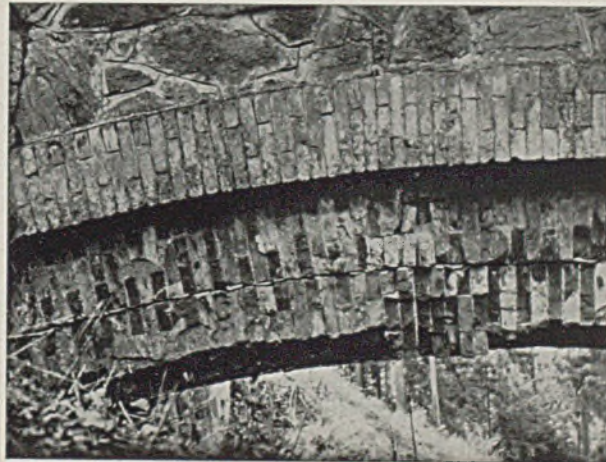


Abb. 2. Ablösen des untersten, nachträglich ausgewechselten Ringes.

zwischen neuem und altem Ringe Zementmörtel einzupressen, jedoch ohne Erfolg. Hier muß also das satte Anmauern des Innenringes gelungen sein.

Dem steht entgegen, daß etwa um die gleiche Zeit festgestellt wurde, daß bei einer Brücke mit drei Halbkreisgewölben von je 7,6 m Lichtweite die vor Jahren erneuerte Innenleibung aus Betonformsteinen vollständig von dem äußeren Ziegleringe abgetrennt war und daß man in den Zwischenraum die Hand hineinlegen konnte. Bei den Pfeilern war es ganz ähnlich, so daß hier wohl schlechte Arbeit angenommen werden muß.

Abb. 2 zeigt ein Gewölbe, das beim Bahnbau in drei Ringen hergestellt worden ist. Der unterste Ring ist vor etwa drei bis vier Jahrzehnten erneuert worden, und zwar in gewöhnlichen Ziegeln mit Romazementmörtel; er ist zusammengesunken, die Fuge zwischen ihm und den beiden oberen Ringen beträgt bis zu 7 mm. Das Gewölbe stützt nur zwei Pfeiler gegeneinander aus und

Baustoffe sind zwar wetterfest, jedoch hat sich ergeben, daß sich Schalen bei Pfeilern verhältnismäßig oft und wenige Jahre nach ihrer Herstellung ablösen; bei Gewölben tritt ein Ablösen seltener auf.

Bei den alten Bauten, die schon beim Bahnbau verkleidet worden sind, zeigt sich diese Erscheinung nur ausnahmsweise<sup>1</sup>, sie müssen sich also anders verhalten als die nachträglich vorgesetzten Schalen. Es verlohnt sich daher wohl, dieses verschiedene Verhalten aufzuklären und einmal auf die Nachteile der Schalenbauweise überhaupt einzugehen, weil sich die Mißerfolge auf eine nachlässige Arbeit allein nicht zurückführen lassen.

Es ist selbstverständlich, daß der Begriff der Schale nicht scharf festliegt und nicht vom Baustoffe, sondern vom Verhältnis

<sup>1</sup> Leopold: Bautechn. 14 (1936) S. 88.

kann daher durch die Verkehrslast nicht unmittelbar losgerüttelt worden sein. Das Ablösen ist jedoch durch Auslaugen des Mörtels begünstigt worden.

Da solche Schalen mit den Außenringen keinen Verband haben, so können sie, wenn sie verwittert sind, in großen, zusammenhängenden Teilen herunterfallen (Abb. 3).



Abb. 3. Die angemauerte Innenschale fällt in zusammenhängenden Stücken herunter.

Es ist klar, daß die Güte der Arbeit nicht nur von dem Können und der Sorgfalt der Maurer und der Verlässlichkeit des Bauunternehmers, sondern auch von der Lichtweite, insbesondere vom Pfeilverhältnis abhängt und daß sich die Schlußsteine im Scheitel schwer einsetzen lassen (Abb. 4).

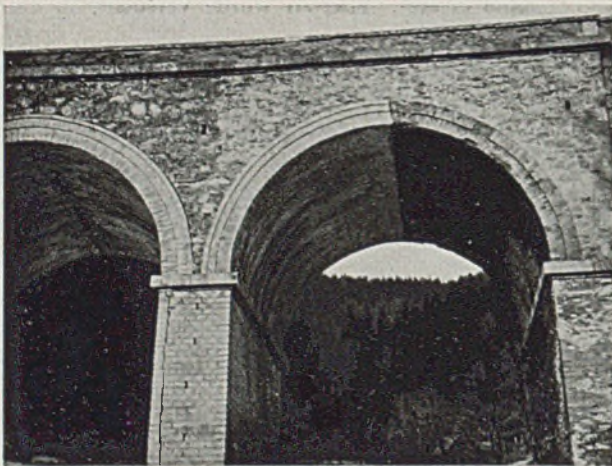


Abb. 4. Linke Öffnung: Die Schlußsteine der Betonformsteinschale im Scheitel lassen sich schwer einsetzen. Rechte Öffnung: Die Betonformsteinschale erstreckt sich nur über einen Gewölbeschenkel. Im Pfeiler links eine Schalenabtrennung (ähnlich wie in Abb. 7).

Zu 2. Das alte Ziegelmauerwerk hat viele Fugen und ist in Kalkmörtel, bestenfalls in Romazementmörtel hergestellt worden. Der Mörtel ist heute häufig naß, ausgelaugt oder verwittert und so hat man ein weiches, nachgiebiges Kernmauerwerk, das keinen Zug aufnehmen kann. Die Schalen bestehen aus Klinker, Betonformsteinen, Spritz- oder Stampfbeton und haben zum Teil wenig oder gar keine Fugen.

Aber selbst wenn man für die Schale gewöhnliche Ziegel verwendet, so werden sie in Portlandzementmörtel verlegt und man hat somit auf alle Fälle eine Schale, die viel härter ist als das alte Mauerwerk. Daher kommt es immer wieder vor, daß die lotrechte Verkleidung der Stirnringe (Abb. 5) oder der Pfeiler (Abb. 6) nach Jahren vom Kern abgedrückt wird, obwohl sie regelrecht in das alte Mauerwerk eingeschmatzt worden ist, denn sie ist eben für das übrige Gewölbe ein Fremdkörper. Es gibt ja auch Ingenieure,

die einen dünnen Vorsatzbeton, der durch Aufziehen eines Bleches oder gar eines Brettes gleichzeitig mit dem Beton hergestellt wird, ablehnen, weil sie damit schlechte Erfahrungen gemacht haben.

Als Dehnmaß  $E$  auf Zug und Druck und Wärmedehnziffer  $\alpha$  werden folgende Durchschnittswerte angegeben:

	$E$ in $t/cm^2$	$\alpha \cdot 10^6$
Ziegelmauerwerk . .	50	5
Bruchsteinmauerwerk	100	8
Beton . . . . .	210	10

Ein Pfeiler von 5 m Höhe werde einer Verkehrslast von  $\sigma = 0,5 \text{ kg/cm}^2$  bzw. einer Wärmezunahme von  $10^\circ$  unterworfen; von ungleichmäßiger Erwärmung durch Sonnenbestrahlung soll ganz abgesehen werden. Es ergeben sich folgende Längenänderungen:

	$\lambda = \frac{\sigma l}{E}$	bzw. $\alpha t l$
	Verkehrslast	Wärmezunahme
Ziegelmauerwerk . . .	0,050 mm	0,25 mm
Bruchsteinmauerwerk .	0,025 „	0,40 „
Beton . . . . .	0,012 „	0,50 „
Unterschied zwischen Zie- gel und Beton . . .	0,038 mm	0,25 mm

Der Kern möge aus Ziegeln, die Schale aus Beton bestehen. Durch die Verkehrslast würde der Kern viermal so stark zusammen-

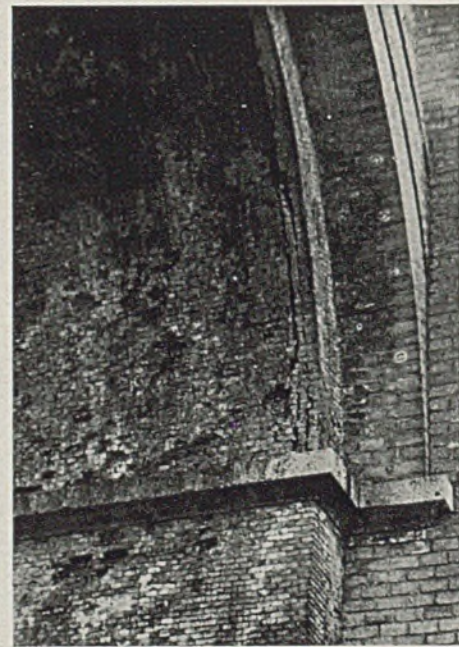


Abb. 5. Kernmauerwerk und Schale bestehen aus Ziegeln, die nachträglich vorgesetzte Schale hat aber einen härteren Mörtel.

gedrückt wie die Schale, bei Wärmezunahme bekäme er nur die halbe Längenänderung der Schale. Diese wird daher überbeansprucht und versucht, seitlich auszuknicken. Die Binder zwischen Schale und Kern werden auf Zug und Abscheren beansprucht. Wenn sie in zu großen Abständen oder schlecht eingemauert sind, werden sie abgerissen oder herausgezogen. Die Schale trennt sich vom Kern (Abb. 7 u. 4). Das Ablösen wird gefördert, wenn die Schale aus Ersparnisgründen nicht um den ganzen Pfeiler herum, sondern nur auf einer Seite hergestellt worden ist (Abb. 1).

Diese Risse laufen nach unten und oben auf Null aus. Bei dem früher angenommenen 5 m hohen Pfeiler möge der Spalt in halber Pfeilerhöhe 10 mm breit sein. Nimmt man an, daß sich die Schale nach einem Kreisbogen gekrümmt hat, so beträgt der Längenunterschied zwischen Schale und Kern (bzw. zwischen Bogen und Sehne) 0,054 mm. Wie aus der Zusammenstellung ersichtlich, ergibt sich für die  $1\frac{1}{2}$ fache Verkehrslast derselbe Wert, für Wärmezunahme der 5fache Wert.

Je größer die Unterschiede in den Eigenschaften des Kernes und der Schale hinsichtlich Festigkeit, Formänderung und Wärmedehnziffer, Neigung zum Schwinden, je dünner die Schale, je mangelhafter ihre Verbindung mit dem Kern, desto schneller erfolgt das Ablösen der Schale, besonders wenn noch infolge von Nässe Frostgefahr hinzukommt. Das zeigt am besten das folgende Beispiel, das zwar eigentlich nicht mehr zu den Schalen im Sinne

haben sich in den Ziegeln, etwa 1—3 cm hinter ihrer vorderen Flucht, mehrere Trennungsfugen ausgebildet. Das Mauerwerk ist gegen den Damm nicht wasserdicht abgedeckt, es besteht die Möglichkeit, daß die vom Damme herkommende Feuchtigkeit zum Abfrieren beigetragen hat.

Demgegenüber stehen vorläufig gute Erfahrungen des Verfassers an mehreren Brücken mit bewehrtem Spritzbeton, der mit

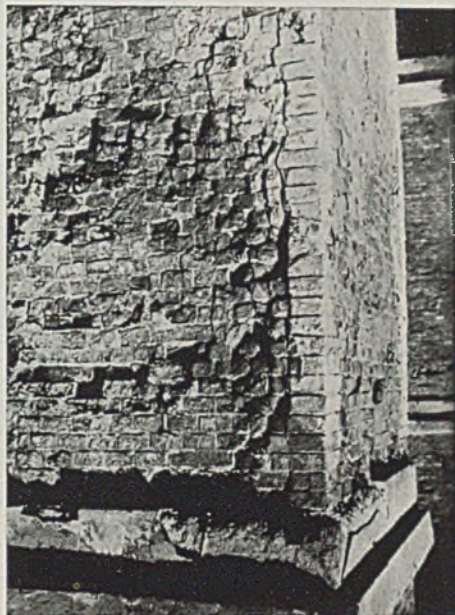


Abb. 6. Kernmauerwerk und Schale bestehen aus Ziegeln, die nachträglich vorgesetzte Schale hat aber einen härteren Mörtel.

dieses Aufsatzes gerechnet werden kann, aber den Unterschied der beiden verwendeten Baustoffe besonders deutlich zum Ausdruck bringt.

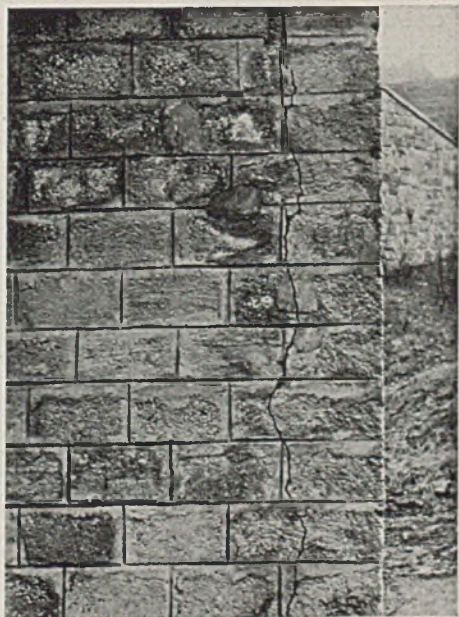


Abb. 7. Die Schale aus Betonformsteinen hat sich vom Pfeiler abgelöst.

Abb. 8 zeigt einen Böschungsflügel aus älterem Ziegelmauerwerk. Die Ziegel wurden aufgerauht und eine 1,5 cm starke Schicht von Portlandzementmörtel 1 : 4 aufgespritzt. Der Verputz hat starke Schwindrisse bekommen, hat sich später vorgebaucht und ist nach etwa vier Jahren ganz abgefallen. Dieser Vorgang verzögerte sich an jenen Stellen, die ständig im Schatten liegen. Dabei haftet der Spritzbeton noch immer sehr fest an den Ziegeln, wie das umgelegte Stück im Kreise der Abbildung zeigt. Jedoch

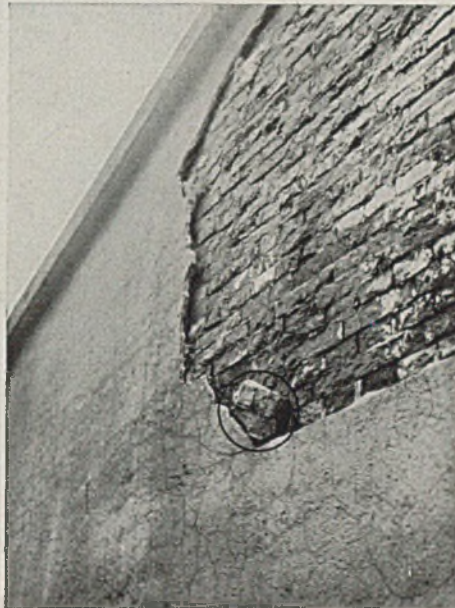


Abb. 8. Spritzbeton auf Ziegelmauerwerk nach 3 jährigem Bestande. Im Kreise ein umgelegtes Schalenstück.

dem trockenen Ziegelmauerwerk verankert ist; nach 8 jährigem Bestande haben sich nur an gewissen Stellen Schwindrisse gezeigt.

Zu 3. Wird die Innenleibung oder eine Pfeilerseite auf einmal entfernt, so hat der restliche Querschnitt die ganze ständige Last aufzunehmen, was bei dünnen Querschnitten zu beträchtlichen Spannungserhöhungen führen kann.

Die neue Schale wird spannungslos vor das alte Kernmauerwerk gesetzt. Ihre Mitwirkung unter der Verkehrslast hängt von der Güte der Herstellung und vom Zustande des alten Mauerwerkes ab und, wie schon früher beschrieben, von der Formänderung der beiden Baustoffe.

Beim Gewölbe hat ein unterteilter Querschnitt wegen des geringeren Widerstandsmomentes selbstverständlich eine geringere Tragfähigkeit als der volle Querschnitt. War die wasserdichte Abdeckung sehr vernachlässigt, und haben daher die alten oberen Ringe infolge von Mörtelarmut die Neigung zum Durchsacken<sup>2</sup>, so legen sie sich unter der Verkehrslast auf die untere Schale und diese wird überbeansprucht.

Wer jemals Rechnungen über das Zusammenwirken von Baustoffen verschiedener Formänderungszahlen angestellt hat, weiß, wie gering der Lastanteil des weichen Baustoffes ist und sein muß, weil er sich eben stärker verformt als der härtere Baustoff mit der großen Formänderungszahl E. Man stelle sich einmal vor, die Aufgabe sei so gestellt, daß man ein Gewölbe durch Hinzubauen eines anderen Gewölbes, das aus einem viel härteren Baustoffe besteht, verstärken soll. Man wird sehr schnell daraufkommen, daß man auf die Mitwirkung des weichen Gewölbes verzichten muß. Z. B. ist die Bogenkraft aus Wärmewechsel wegen  $E \cdot \alpha$  bei Beton mehr als 8mal größer als bei Ziegelmauerwerk.

Die Lastverteilung auf das alte und neue Mauerwerk ist also reichlich unklar, sehr häufig wird eine gründliche Schwächung des Gewölbes eingetreten sein.

Überbeanspruchung von Schalen erkennt man daraus, daß sie Risse bekommen, die auf die Schalen beschränkt bleiben, oder daß bei Gewölben die Ziegelkanten abgedrückt werden.

<sup>2</sup> Kern: Z. öst. Ing.- u. Arch.-Ver. 25/26 (1934) S. 155.

Zu 4. Bei alten Ziegelgewölben ist die Stelle, wo die Stirnmauer auf dem Gewölbe aufsitzt (a in Abb. 9), besonders gefährdet<sup>3</sup>. Hier findet häufig ein Abtrennen des Stirnringes statt. Wird die Schale nur ungefähr auf die Breite c des Stirnringes vorgesetzt, so wird die Neigung zur Bildung eines Risses a—b gefördert. Durch den Riß läuft dann das vom Gewölbe kommende Tagwasser und verursacht in der Fuge b eine besonders starke Verwitterung.

Aber selbst wenn der Stirnring sich nicht abgetrennt hat,



Abb. 9. Die Fuge b fördert die Stirnringabtrennung.

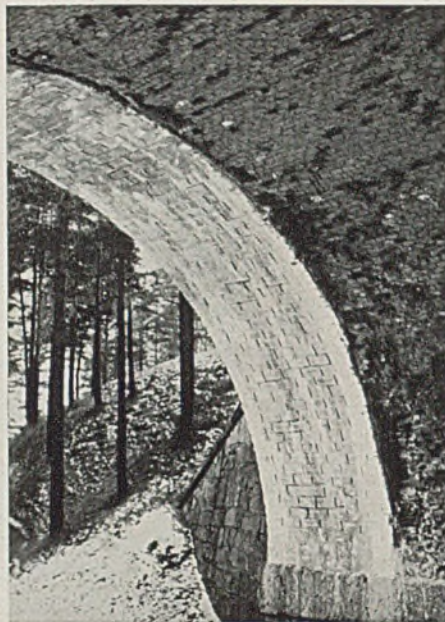


Abb. 10. Das alte Ziegelgewölbe verwittert nächst der Fuge zwischen Schale und Betonformsteinen besonders stark.

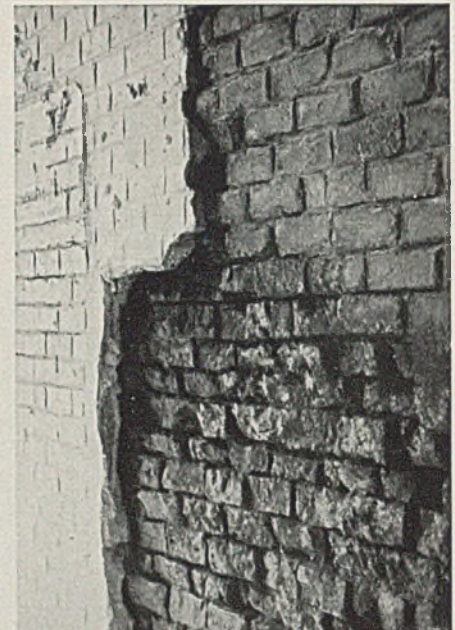


Abb. 11. Oben: Die Betonschale hat sich mit dem Ziegelmauerwerk nicht verbunden. Unten: Das nasse Ziegelmauerwerk verwittert hinter der Betonschale weiter.

findet man die Ziegel nächst der Stoßfuge b oft stark verwittert (Abb. 10), denn hier wurde ja jeder zweite Ziegel — die Binder — abgeschlagen, also verletzt.

Auch bei Pfeilern ist das Ziegelmauerwerk an der Übergangsstelle zur neuen Schale häufig verwittert (Abb. 1). Auch hier werden die verbleibenden Ziegel beim Abtragen des Mauerwerkes meist etwas beschädigt. Außerdem arbeitet im Falle einer Schalenablösung der Frost in der Trennungsfuge besonders leicht.

Zu 5. Durch die Schale wird das alte Mauerwerk der Beobachtung entzogen. Viele Widerlager sind vom Damme her naß und verwittern auch hinter einer sehr dichten, harten Betonschale weiter, obwohl sie von außen sehr gut aussehen (Abb. 11); nur beim Anschlagen gibt die Schale einen dumpfen Klang.

Das Vorsetzen von Schalen gerät manchmal, z. B. mit dem Wechsel der Beamten, in Vergessenheit und man weiß später nichts mehr von Rissen, die durch das ganze Mauerwerk hindurchgegangen sind.

Ist die Schale wieder aus Ziegeln hergestellt worden, so ist die Irreführung noch größer, wenn die Schale selbst wieder verwittert ist. Oft wird man durch Ziegel, die aus der Innenleibung eines Gewölbes heraushängen (Abb. 12), beunruhigt, während es sich in Wirklichkeit vielleicht nur um eine schlecht angemauerte Innenschale handelt, die ohnehin nie viel getragen hat und bei der die schlechtsitzenden Steine durch die Verkehrslasten losgerüttelt worden sind. Umgekehrt kann das Aussehen der Sichtflächen den Glauben erwecken, daß man mit einer bloßen Verkleidung auskommen können wird. Nach dem Beginne der Verkleidungsarbeiten zeigt es sich aber, daß im Kernmauerwerk der Mörtel ganz ausgewaschen ist und sich mit den Fingern herauskratzen läßt; einzelne Ziegel lassen sich mit der Hand hin und her bewegen, weil sie eigentlich nurmehr in einer Sandbettung liegen. Ein solches Mauerwerk hätte man kaum weiter erhalten wollen.

Ergebnisse: Der Unterschied in dem Verhalten von alten, gleich beim Bahnbau hergestellten Verkleidungen gegenüber den nachträglich vorgesetzten Schalen ist nun leicht aufzuklären:

a) Eine Quaderverkleidung ist meist sehr dick im Verhältnis

zur Gesamtstärke des Querschnittes und daher gewöhnlich imstande, die auf den ganzen Querschnitt entfallende Last allein aufzunehmen. Man kann hier nicht von Schalen sprechen.

b) Ist ein Bruchsteinmauerwerk mit Ziegeln verkleidet wor-

den, so ist die Schale weicher als der Kern, ein Losdrücken daher nicht zu befürchten.

Ist Bruchsteinmauerwerk mit Quadern verkleidet worden, sind die Unterschiede in den Eigenschaften nicht sehr groß.

c) In allen Fällen ist aber ein ordentlicher Verband hergestellt worden, wie er bei den später vorgesetzten Schalen ohne Eisenanker nicht zu erreichen ist. Denn durch das Herstellen der Schmatzen werden die verbleibenden Binder zum Teil beschädigt, ihr Verband mit dem Kernmauerwerk gelockert, sie können daher den erforderlichen kräftigen Querverband nicht ersetzen.

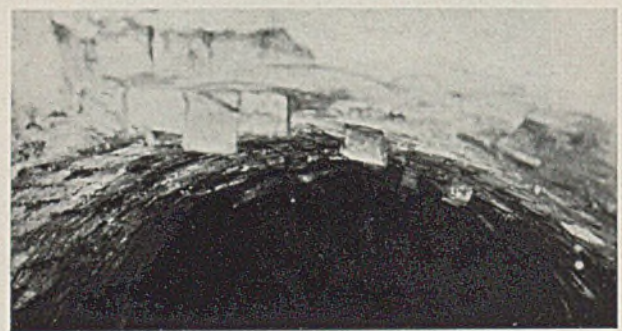


Abb. 12. Aus der Leibung der vorgesetzten Schale sind mehrere Ziegel heruntergesunken.

d) Bei Hochbauten kommt dazu, daß sie im allgemeinen viel trockener sind und weniger unter den Stößen der Verkehrslast leiden als eine Eisenbahnbrücke.

Das Verhalten der nachträglich vorgesetzten Schalen erlaubt die nachstehenden Folgerungen:

1. Der Schalenbau bedarf auf alle Fälle einer besonders sorgfältigen Arbeitsdurchführung.

2. Das bloße Anmauern von Schalen an Gewölbe von unten her sollte man nur bei kleinen Spannweiten zulassen, weil diese Gewölbe in der Regel ohnehin überstark bemessen sind. Wenn

<sup>3</sup> Kern: Organ f. d. Fortschr. d. Eisenbahnwesens (1936).

man den neuen Ring nicht satt an die alten anmauert, sondern zwischen ihnen eine Fuge freiläßt und in diese Zementmörtel einpreßt, so kommt der neue Ring unter Druck und er wird auch mit den alten Ringen zusammenarbeiten. Die verschiedenen Eigenschaften der Ringe können dadurch freilich nicht geändert werden. Außerdem ist dieses Verfahren bei kleinen Durchlässen so teuer, daß man eine vollständige Erneuerung des Gewölbes in Betracht ziehen wird. Man ist durch geeignete Maßnahmen zweifellos in der Lage, älteres und neues Gewölbemauerwerk zu einem einheitlichen Zusammenarbeiten zu bringen, wie die Vorkehrungen bei der Verstärkung der Gewölbe der Berliner Stadtbahn bewiesen haben<sup>4</sup>.

3. Bei Pfeilern muß der Querverband um so kräftiger sein, je härter die Schale gegenüber dem Kern ist. Bei Ziegeln und Betonformsteinen muß reichlich und sehr kräftig eingeschmatzt werden; trotzdem dürfte sich nie derselbe Erfolg erreichen lassen, wie mit den Eisenankern in Spritz-, Stampf- oder Eisenbeton.

4. Eine viel härtere Schale wird leicht überbeansprucht, besonders bei einem dünnen Gesamtquerschnitt, wo die Schale den größten Teil der Last aufnehmen muß.

Schlub: Ist eine alte Ziegelbrücke in großem Umfange verwittert, so soll man, bevor man noch einen Bauentschluß faßt,

<sup>4</sup> Bierett u. Grüning: Bautechn. 12 (1934) S. 543.

unbedingt mehrere Schaulöcher in das Mauerwerk schlagen, um sich zu überzeugen, ob ein Schalenbau vorliegt und in welchem Zustande sich das dahinterliegende Mauerwerk befindet. Beim Anschlagen der Seitenwände eines Schauloches darf man sich freilich nicht durch Ziegel täuschen lassen, die erst beim Ausbrechen des Schauloches gelockert worden sind und aus diesem Grunde einen dumpfen Ton geben. Urteilt man nur nach dem Aussehen der Sichtflächen, so kann es während des Baues recht unangenehme Überraschungen geben, denn das Vorsetzen von Schalen läßt sich nicht beliebig oft an einem Bauwerk wiederholen, weil eben das Kernmauerwerk viel älter ist als die Schale.

Man wird Verwitterungsschäden immer wieder durch Abschlagen und Verkleiden beheben, das ist selbstverständlich. Es handelt sich nur darum, wo und wie man das Verfahren anwendet und vor allem in welchem Ausmaße. Man muß sich eben der Vor- und Nachteile einer bestimmten Bauweise immer bewußt bleiben, denn nur dann ist man imstande, sie mit anderen Bauweisen zu vergleichen.

Es muß auch anerkannt werden, daß man trotz der geschilderten Mängel mit der Schalenbauweise in vielen Fällen recht gute Erfolge erzielen und dadurch kostspielige Umbauten auf längere Zeit hinausschieben kann. Die Ausführung von Schalenbauten ist ja schließlich auch eine wirtschaftliche Frage. An dieser Stelle waren aber nur die technischen Erfahrungen bekanntzugeben.

## DIE BERECHNUNG ALLGEMEINER EBENER TRÄGERROSTE UND IHRE ANWENDUNG AUF BRÜCKEN MIT POLYGONALEN HAUPTTRÄGERN.

Von Dr.-Ing. Ernst Gruber, OBK. Hannover.

Übersicht: Die Abhandlung enthält ein allgemeines Verfahren ebene Trägerroste zu berechnen, in deren Knoten beliebig viele Scheiben unter beliebigen Winkeln zusammenstoßen (Abb. 1 und 2). Zunächst werden die statisch bestimmten Formen behandelt. Nach eingehenden Formänderungsbetrachtungen erfolgt hierauf die Erörterung der statisch unbestimmten Roste. Am Schlusse wird die Anwendung auf Blechträgerbrücken mit von Querträger zu Querträger geknickten Hauptträgern gezeigt (Abb. 2). Die Untersuchungen erstrecken sich sowohl auf einzelne Balken — als auch auf durchlaufende Tragwerke.

### A. Allgemeine Annahmen.

Für alle folgenden Betrachtungen gelten nachstehende Voraussetzungen:

1. Sämtliche Stabachsen sind geradlinig und liegen in einer Ebene. Sie bilden daher das Netz eines ebenen Fachwerkes, welches wir „Grundnetz“ nennen wollen.

2. Die Tragebenen der einzelnen Träger stehen senkrecht zur Ebene des Grundnetzes.

3. Die seitlichen Biegemomente  $M_h$  um die zur Grundnetzebene senkrecht stehenden Querschnittachsen, sowie die Torsionsmomente  $M_T$  der einzelnen Träger werden als geringfügig vernachlässigt.

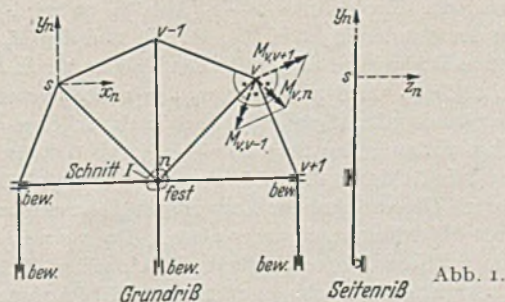


Abb. 1.

### B. Statisch bestimmte Roste.

Trennt man durch unendlich kleine Ringschnitte I (Abb. 1) die einzelnen Stäbe von den Knoten los, so werden an jedem Stabende die inneren Kräfte  $M_{n,v}$ ,  $Q_{n,v}$  und  $N_{n,v}$  frei, welche zusammen mit den äußeren Lasten  $P_e$ ,  $H_e$  und  $M_e$  für jeden Stab

ein ebenes Gleichgewichtssystem bilden müssen (Abb. 3). Nimmt man die in Abb. 3 eingetragenen Richtungssinne als positiv an, so ergeben sich also für jeden Träger die drei Bedingungen

$$(1) \quad Q_{n,v} + Q_{v,n} = \sum P_e.$$

$$(2) \quad M_{n,v} - M_{v,n} + Q_{n,v} \cdot l_{n,v} = \sum (P_e \cdot \xi_e) + \sum M_e$$

$$(3) \quad N_{n,v} - N_{v,n} = \sum H_e.$$

Ferner müssen sich an dem durch den Ringschnitt I losgetrennten Knotenstück n die Anschlußkräfte  $N_{n,v}$ ,  $M_{n,v}$  und  $Q_{n,v}$  aller in n zusammenstoßender Trägerenden mit den äußeren Knotenlasten  $P_n$  und  $H_n$  das Gleichgewicht halten. Dabei sind die Schnittkräfte  $N_{n,v}$ ,  $M_{n,v}$  und  $Q_{n,v}$  am Knotenstück n dann als positiv anzusetzen, wenn sie im entgegengesetzten Sinne wie in Abb. 3 wirken. Wählt man nun für einen jeden solchen Knoten n ein Achsenkreuz  $x_n$ ,  $y_n$ ,  $z_n$  (Abb. 1, 2 u. 4), so ergeben sich zunächst aus dem Gleichgewicht,

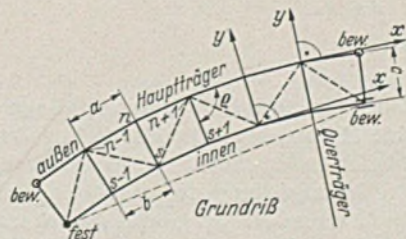


Abb. 2.

der in der Achsebene liegenden Momentenvektoren von  $M_{n,v}$  die beiden Bedingungen (Abb. 4)

$$(4) \quad \sum_{v=1}^{\nu-\mu} M_{n,v} \cdot \cos \alpha_v = 0,$$

$$(5) \quad \sum_{v=1}^{\nu-\mu} M_{n,v} \cdot \sin \alpha_v = 0,$$

wobei angenommen wurde, daß im Knoten n  $\mu$  Stäbe zusammenreffen. Berücksichtigt man ferner, daß auch zwischen den senkrecht zur Achsebene wirkenden Kräften ein Ausgleich stattfinden

muß, so erhält man weiters

$$(6) \quad \left\{ \begin{aligned} P_n &= - \sum_{\nu=1}^{\nu=\mu} Q_{n,\nu} = - \sum_{\nu=1}^{\nu=\mu} \frac{\sum M_{\rho} + \sum (P_{\rho} \cdot \xi_{\rho})}{l_{n,\nu}} \\ &+ \sum_{\nu=1}^{\nu=\mu} \frac{M_{n,\nu} - M_{\nu,n}}{l_{n,\nu}} \end{aligned} \right.$$

Schließlich folgen aus dem Gleichgewicht der in der Achsebene liegenden Normalkräfte  $N_{n,\nu}$  und Knotenlasten  $H_n$  die beiden Bedingungen

$$(7) \quad \sum_{\nu=1}^{\nu=\mu} N_{n,\nu} \cdot \sin \alpha_{\nu} = - \sum H_n \cdot \sin \alpha_n$$

$$(8) \quad \sum_{\nu=1}^{\nu=\mu} N_{n,\nu} \cdot \cos \alpha_{\nu} = - \sum H_n \cdot \cos \alpha_n$$

womit das Gleichgewicht des Knotenstückes vollständig beschrieben erscheint.

Der besseren Übersicht wegen fügen wir bezüglich der Vorzeichen noch Folgendes hinzu. Wie aus den Abbildungen ersichtlich ist, wird das Biegemoment  $M_{n,\nu}$  dann als positiv angenommen, wenn es bei waagrecht liegendem Rost an der Unterseite Zug erzeugt. Außerdem sind die Momentenvektoren wie üblich so dar-

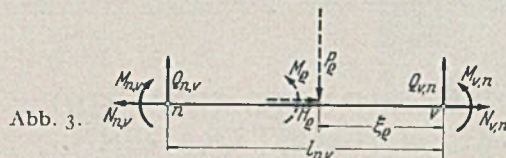


Abb. 3.

gestellt, daß sich für ein gegen die Vektorenspitze blickendes Auge das positive Moment  $M_{n,\nu}$  als im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers drehend darstellt. Die Normalkräfte  $N_{n,\nu}$  des Rostes hingegen haben wir so wie beim Fachwerk dann positiv gesetzt, wenn sie Zug erzeugen.

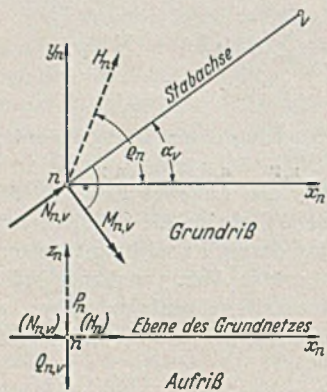


Abb. 4.

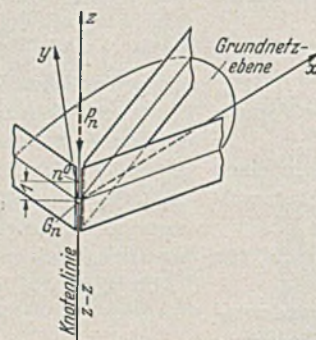


Abb. 5.

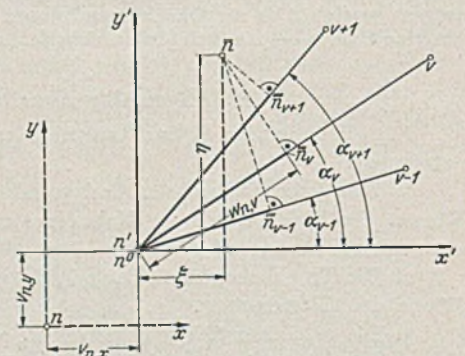


Abb. 6.

Damit sind aber auch sämtlichen Bedingungsgleichungen, welche sich ohne Hinzuziehung der elastischen Verformungen des Rostes ermitteln lassen, erschöpft. Es müssen sich daher aus den Gl. (1—8) unter Hinzuziehung der allfälligen Randbedingungen alle statisch bestimmten Rosttragwerke berechnen lassen.

Eine Anwendung hierfür wird im Abschnitt D vorgeführt.

### C. Statisch unbestimmte Roste.

Um diese untersuchen zu können, müssen wir uns vorher mit den elastischen Verformungen der Roste im allgemeinen befassen.

Jeder Knotenpunkt  $n$  wird infolge der angreifenden Lasten eine räumliche Verschiebung durchführen, welche wir in eine zum Grundnetz lotrecht stehenden Komponente  $u_n$  und in zwei in letzterem liegenden Komponenten  $v_{n,x}$  und  $v_{n,y}$  zerlegen wollen. Wir denken uns nun bei jedem Knoten je einen unendlich kleinen Ringschnitt von unten und von oben her je bis zur Achsebene herangeführt, so daß in jedem Knoten die einzelnen Stäbe nur noch durch ein Kugelgelenk  $G_n$  zusammenhängen (Abb. 5). Infolge

der Verschiebungen  $u_n, v_{n,x}, v_{n,y}$ , sowie der äußeren Lasten  $M_{\rho}, H_{\rho}, P_{\rho}$  als auch der inneren Kräfte  $M_{n,\nu}, Q_{n,\nu}, N_{n,\nu}$  werden sich in dem im obigen Sinne zerschnittenen Tragwerk, die Endvertikalen der Stäbe in bezug auf eine räumlich feste, zur unverschobenen Achsebene normal stehenden Richtung drehen, so daß in jedem Knoten ein räumlich fächerförmiges Auseinanderklaffen entsteht. Es wird also am Schlusse der vorhin beschriebenen Bewegungen und Verformungen z. B. der Endquerschnitt  $n$  des Trägers  $n \nu$  mit unserer festen Richtung den Winkel  $\vartheta_{n,\nu}$  einschließen. Dieser ergibt sich zu

$$(9) \quad \vartheta_{n,\nu} = \bar{\vartheta}_{n,\nu} + \frac{u_{\nu} - u_n}{l_{n,\nu}} + \bar{\vartheta}_{n,\nu} + \frac{f(\nu)}{0}$$

worin  $\bar{\vartheta}_{n,\nu}$  die Verdrehung darstellt, die der in  $n$  und  $\nu$  fest gelenkig gelagert gedachte Stab  $n \nu$  an seinem Ende  $n$  erföhre, wenn an ihm in  $n$  und  $\nu$  die beiden Momente  $M_{n,\nu}$  bzw.  $M_{\nu,n}$  allein angreifen würden. Ist  $J_{\xi}$  konstant, so ergibt sich für diesen besonderen Fall

$$(9') \quad \bar{\vartheta}_{n,\nu} = \frac{l_{n,\nu}}{3 E J_{n,\nu}} (M_{n,\nu} + \frac{1}{2} M_{\nu,n})$$

Ebenso bedeutet  $\vartheta_{n,\nu}$  den Verdrehungswinkel am Ende  $n$  des Balkens  $n \nu$ , der unter denselben Voraussetzungen wie oben, jedoch unter alleiniger Einwirkung der äußeren Lasten  $M_{\rho}, H_{\rho}$  und  $P_{\rho}$  entstehen würde. Das zweite bzw. das vierte Glied der Gl. (9) stellt hingegen den Anteil dar, den die zum Grundnetz lotrecht stehenden Verschiebungen  $u_n$  bzw. die in letzterem liegenden Verschiebungen  $v_{n,x}$  und  $v_{n,y}$  an der Gesamtverdrehung  $\vartheta_{n,\nu}$  haben. Da nach der anfangs erwähnten Voraussetzung 1 alle Stabachsen in einer Ebene liegen sollen, entstehen bei nur waagerechten Knotenpunktverschiebungen keine Drehwinkel  $\vartheta_{n,\nu}$ . Also ist in Gl. (9)  $f(\nu) = 0$ . Wir lassen nun demzufolge das Tragwerk vorerst nur die waagerechten Verschiebungen durchmachen, wodurch sich nach dem Vorigen die Knoten lediglich von  $n$  nach  $n'$  bewegen werden (Abb. 6). Betrachtet man nun von diesem Teilzustand ausgehend einen im Abstände „eins“ über der Achsebene liegenden

Punkt  $n_0$  der Knotenlinie  $z-z$  (Abb. 5), so wird sich derselbe infolge der von den  $u_n$ , den  $M_{\rho}, H_{\rho}, P_{\rho}$  und den  $M_{n,\nu}, M_{\nu,n}$  herührenden Drehwinkel als Punkt des Trägers  $n \nu$  in dessen Ebene von  $n_0$  nach  $\bar{n}_\nu$  um den Betrag  $w_{n,\nu} = 1 \cdot \vartheta_{n,\nu}$  verschieben. Das Entsprechende gilt selbstverständlich auch für jeden weiteren vom Knoten  $n$  auslaufenden Stab  $n, \nu-1$ . Abb. 6 stellt einen waagerechten Schnitt durch den Knoten  $n$  im Abstand  $l$  über der Achsebene dar. Die verschobene Lage  $n'$  des Achspunktes  $n$  liegt also in dieser Abbildung um  $l$  tiefer als  $n_0$ . Da wir nun die Torsions- und die seitliche Biegesteifigkeit der einzelnen Träger vernachlässigen, können wir ohne neuerlichen Kraftaufwand jeden der Punkte  $\bar{n}_\nu$  normal zu seiner Trägerebene verschieben. Treffen sich hierbei sämtliche dieser durch  $\bar{n}_\nu$  gehenden Normalrichtungen in einem gemeinsamen Punkt  $\bar{n}$ , in dem sich eben  $n_0$  nach der vollzogenen Verformung des nicht geschlitzten Tragwerkes befinden wird, so ist die Kontinuität im Knoten  $n$  wieder hergestellt.  $n' \bar{n}$  ist dann die Lage der Knotenlinie  $z-z$  nach der elastischen Verzerrung.

Bezeichnet man die Koordinaten von  $\bar{n}$  in bezug auf das verschobene Achsenkreuz  $x', y'$  mit  $\xi, \eta$ , so ergeben sich die obigen Verschiebungen  $n_o, \bar{n}_p$  der im Abstand  $l$  über der Achsebene liegenden Punkte  $n_o$  zu  $w_{n,x} = l \cdot \theta_{n,x}$

$$(10) \begin{cases} w_{n,x} = l \cdot \theta_{n,x} = \xi \cdot \cos \alpha_x + \eta \cdot \sin \alpha_x \\ x = v - l, v, v + l \end{cases}$$

Eliminiert man aus diesen drei Gleichungen  $\xi$  und  $\eta$ , so erhält man

$$(11) \quad a_{n,v-1} \cdot \theta_{n,v-1} + a_{n,v} \cdot \theta_{n,v} + a_{n,v+1} \cdot \theta_{n,v+1} = 0,$$

wobei

$$(12) \begin{cases} a_{n,v-1} = \cos \alpha_v \cdot \sin (\alpha_v - \alpha_{v+1}) \\ a_{n,v} = -\cos \alpha_{v-1} \cdot \sin (\alpha_v - \alpha_{v+1}) - \cos \alpha_{v+1} \cdot \sin (\alpha_{v-1} - \alpha_v) \\ a_{n,v+1} = \cos \alpha_v \cdot \sin (\alpha_{v-1} - \alpha_v) \end{cases}$$

bedeutet. Damit haben wir das Ergebnis der Kontinuitätsbetrachtung in eine analytische Form gebracht. Setzt man Gl. (9) in Gl. (11) ein, so folgt letztere in der Form

$$(13) \quad \sum_{x=v-1}^{x=v+1} a_{n,x} \left( \bar{\theta}_{n,x} + \theta_{n,x} + \frac{u_x - u_n}{l_{n,x}} \right) = 0.$$

Da in Gl. (11) die Enddrehwinkel stets dreier Stäbe vorkommen, kann man auch nur  $\mu - 2$  solcher voneinander unabhängiger Gl. (11) und somit auch nur  $\mu - 2$  Gl. (13) je Knoten aufstellen. Nimmt man aber zu den Gl. (13) noch die Gl. (4) und (5), deren es wieder je Knoten zwei gibt, hinzu, so erhalten wir  $\mu - 2 + 2 = \mu$  Gleichungen je Knoten, also ebensoviel als Stäbe in letzterem einmünden und folglich als Momente  $M_{n,v}$  vorhanden sind. Bedenkt man weiter, daß von den Gl. (6) wieder so viele vorhanden sind als es Knoten, d. h. als es Verschiebungen  $u_n$  gibt, so erkennt man, daß die für alle Knoten aufgestellten Gl. (13), (4), (5) im Verein mit den Gl. (6) bei Hinzuziehung der vorhandenen Randbedingungen gerade hinreichen, um die Momente  $M_{n,v}$  und die zur Achsebene senkrecht stehenden Durchbiegungen und Auflagerreaktionen des ganzen Tragwerkes zu ermitteln.

Sind  $v_{n,x}, v_{n,y}$  und  $v_{v,x}, v_{v,y}$  die in der Grundnetzebene liegenden Verschiebungskomponenten der beiden benachbarten Knoten  $n$  und  $v$ , so erhält man bei Unterdrückung sämtlicher Größen zweiter Ordnung, also auch derjenigen, welche von den normal zur Achsebene stehenden Verschiebungen  $u_n$  herrühren, für die Längenänderung  $\Delta l_{n,v}$  des Stabes  $n$  v

$$(14) \quad \Delta l_{n,v} = (v_{v,x} - v_{n,x}) \cdot \cos \alpha_v + (v_{v,y} - v_{n,y}) \cdot \sin \alpha_v,$$

woraus sich für die Stabkraft

$$(15) \begin{cases} N_{n,v} = \Delta l_{n,v} \cdot E_{n,v} \cdot \Phi_{n,v} = E_{n,v} \cdot \Phi_{n,v} [(v_{v,x} - v_{n,x}) \cos \alpha_v \\ + (v_{v,y} - v_{n,y}) \sin \alpha_v] \end{cases}$$

ergibt (Abb. 7). Hierbei bedeutet

$$(15') \quad \frac{1}{\Phi_{n,v}} = \int_0^{l_{n,v}} \frac{d\xi}{F_\xi}$$

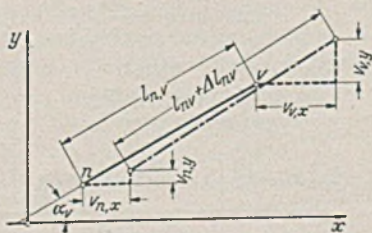


Abb. 7.

Setzt man Gl. (15) in Gl. (7) und (8) ein, so finden wir

$$(16) \begin{cases} \sum_{v=1}^{v=\mu} E_{n,v} \cdot \Phi_{n,v} \cdot \sin \alpha_v [(v_{v,x} - v_{n,x}) \cos \alpha_v + (v_{v,y} - v_{n,y}) \sin \alpha_v] \\ = - \sum H_n \cdot \sin \alpha_n \\ \sum_{v=1}^{v=\mu} E_{n,v} \cdot \Phi_{n,v} \cdot \cos \alpha_v [(v_{v,x} - v_{n,x}) \cos \alpha_v + (v_{v,y} - v_{n,y}) \sin \alpha_v] \\ = - \sum H_n \cdot \cos \alpha_n \end{cases}$$

Da es solcher Beziehungen zwei je Knoten gibt, also ebensoviel als  $v_{n,x}$  und  $v_{n,y}$  vorhanden sind, so reichen Gl. (16) unter Berücksichtigung der Randbedingungen gerade hin, um die in der Achsebene liegenden Verschiebungen und Auflagerkräfte zu ermitteln. Diese beiden letzten Gleichungen sind von den anderen für  $M_{n,v}$  und  $u_n$  geltenden Bestimmungsgleichungen (13), (4), (5) und (6) ganz unabhängig. Ist das Grundnetz stabil, so muß die dazugehörige Nennerdeterminante  $\Delta$  von Null verschieden sein. Es ergibt sich dann aus den Gl. (16) für  $H_n = 0$  auch  $v_{n,x} = 0$ ,  $v_{n,y} = 0$ . Bedenkt man, daß dann nach Gl. (15) auch  $N_{n,v} = 0$  sein muß, so folgt endlich der wichtige Satz:

„Wird ein waagrecht liegender Rost nur von lotrechten Kräften ergriffen, so verschieben sich die Knoten auch nur lotrecht. Die dazugehörigen Axialkräfte sind dabei gleich Null. Wird hingegen der Rost nur von Kräften ergriffen, welche in der Achsebene liegen, so verschieben sich die Knoten lediglich in der letzteren. Es treten hierbei nur Axialkräfte auf. Diese und die Verschiebungen in der Achsebene ergeben sich als Stabkräfte bzw. als Knotenwege eines Fachwerkes mit dem Grundnetz des Rostes als Stabnetz und den in ihrer seitlichen Richtung schlaffen Trägern des Rostes als Fachwerkstäbe.“

Damit haben wir nun auch die Theorie der statisch unbestimmten Roste allgemein geklärt. Wir wenden uns nun unserer besonderen Aufgabe zu.

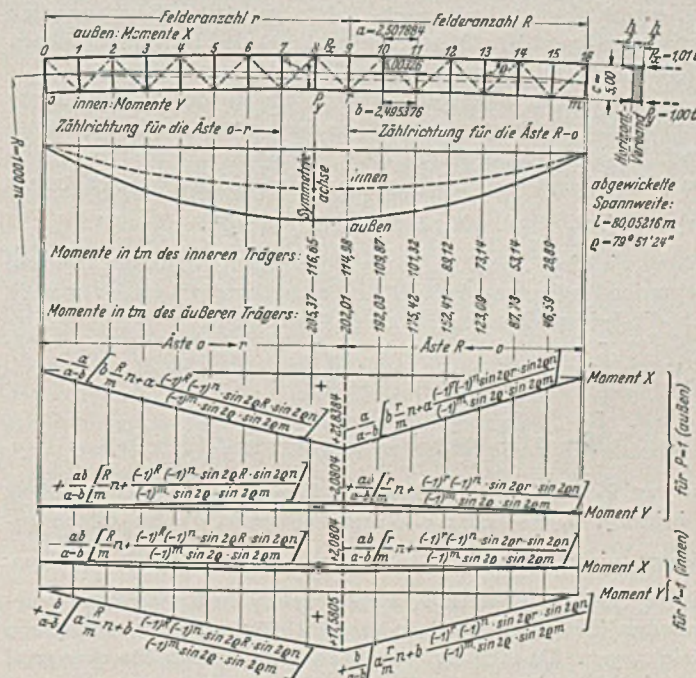


Abb. 8.

#### D. Berechnung von Brücken mit von Querträger zu Querträger geknickten Hauptträgern<sup>1</sup>.

In Abb. 2 ist ein derartiges Tragwerk dargestellt. Die Haupt- und Querträger sollen senkrecht zur Achsebene biegesteif sein. Die in letzterer liegenden Diagonalen des waagerechten Verbandes seien jedoch nur stabsteif, also für die Aufnahme von Biegemomenten im Sinne eines Biegungsträgers ungeeignet. Ferner sollen bei gleicher Felderteilung die inneren und äußeren Knoten auf zwei konzentrischen Kreisbögen liegen. Diese Annahmen decken sich mit der tatsächlichen Ausführung. Setzen wir nun für einen solchen Rost die Gl. (4) und (5) des Abschnittes B an, so erhalten wir

$$(17) \quad M_{n,n+1} = M_{n,n-1} = - \frac{M_{n,s}}{2 \cos \varrho}$$

$$(18) \quad M_{s,s+1} = M_{s,s-1} = + \frac{M_{s,n}}{2 \cos \varrho}$$

<sup>1</sup> Siehe auch H. G o t t f e l d: Die Berechnung räumlich gekrümmter Stahlbrücken. Bautechn. 10 (1932) S. 715. — J. M e l a n: Zur Berechnung räumlich gekrümmter Stahlbrücken. Bauing. 14 (1933) S. 463.

Entsprechend der obigen Annahme sind dabei die Diagonalen am Momentenausgleich nicht beteiligt. Dem am Schlusse des Abschnittes C angeführten Lehrsatz zufolge erhalten sie vielmehr nur Stabspannung bei waagrecht anfallenden Wind-, Flich- und Bremskräften. Vermehrt oder vermindert man in Gl. (17) und (18) die Zeiger n bzw. s um 1, so erhalten wir zwei weitere Gleichungspaare (17'), (18') und (17''), (18''). Stellen wir nun mit Hilfe dieser und der ursprünglichen Gl. (17) und (18) für die beiden gegenüberliegenden Knoten n und s die Gl. (6) des Abschnittes B auf, so ergeben sich, wenn man für  $M_{n,n+1} = X_n$ ;  $M_{s,s+1} = Y_n$  setzt, nach einigen Umformungen zwei simultane lineare nicht homogene Differenzgleichungen je zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten. Sie lauten:

$$(19) \quad X_{n+1} + 2 \left( \frac{a}{c} \cos \varrho - 1 \right) X_n + X_{n-1} + \frac{2a}{c} \cos \varrho \cdot Y_n = -a \cdot P(x)$$

$$(20) \quad Y_{n+1} - 2 \left( \frac{b}{c} \cos \varrho + 1 \right) Y_n + Y_{n-1} - \frac{2b}{c} \cos \varrho \cdot X_n = -b \cdot P(y)$$

Solcher Beziehungen gibt es ebenso viele als Knoten, somit als unbekannte Momente  $X_n$  und  $Y_n$  vorhanden sind. Sie reichen daher unter Berücksichtigung der nötigen Randbedingungen für die Bestimmung der  $X_n$  und  $Y_n$  aus. Da diese Bestimmungsgleichungen ohne Hinzuziehung der Tragwerksverformungen, also lediglich aus reinen Gleichgewichtsbetrachtungen aufgestellt werden konnten, ergibt sich, daß ein nach Abb. 2 geformter Rost innerlich statisch bestimmt ist. Die Gl. (19) und (20) sind bei veränderlichen Trägheitsmomenten von diesen vollständig unabhängig.

Unsere nächste Aufgabe besteht nun in der Lösung dieses simultanen Gleichungssystems. Um diese zunächst für die homogenen Gleichungen, welche durch Weglassen der rechten Seiten von Gl. (19) und (20) entstehen, zu finden machen wir den Ansatz

$$(21) \quad X_n = \beta^n; \quad Y_n = \epsilon \beta^n.$$

Führen wir diese Annahme in die Differenzgleichungen (19) und (20) unter Weglassung der rechten Seiten derselben ein, so ergeben sich die beiden charakteristischen Gleichungen

$$(23) \quad \left[ \beta + 2 \left( \frac{a}{c} \cos \varrho - 1 \right) + \frac{1}{\beta} \right] + \epsilon \cdot \frac{2a}{c} \cos \varrho = 0$$

$$(24) \quad \epsilon \left[ \beta - 2 \left( \frac{b}{c} \cos \varrho + 1 \right) + \frac{1}{\beta} \right] - \frac{2b}{c} \cos \varrho = 0,$$

aus welchen die vier Wurzeln  $\beta_1 = \beta_2 = 1$ ;  $\beta_3 = -\cos 2\varrho + i \sin 2\varrho$ ;  $\beta_4 = -\cos 2\varrho - i \sin 2\varrho$ , sowie die zu diesen gehörigen vier Parameter  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = -1$ ;  $\epsilon_3 = \epsilon_4 = -\frac{b}{a}$  folgen.

Diesen vier Wertepaaren  $\beta, \epsilon$  entsprechen auch vier Paare voneinander linear unabhängiger Partikularlösungen der homogenen Gleichungen. Da sich die vier Wurzeln aus einer Doppelwurzel und einem konjugiert imaginären Wurzelpaar zusammensetzen, lauten die vier obigen Einzellösungspaare  $C_1, -C_1; n C_2, -n C_2; C_3 (-1)^n \cos 2\varrho n, -C_3 (-1)^n \frac{b}{a} \cos 2\varrho n; C_4 (-1)^n \sin 2\varrho n, -C_4 (-1)^n \frac{b}{a} \sin 2\varrho n$ .

Nach den Lehren der linearen Differenzgleichungen folgt daraus die allgemeine Lösung der homogenen Gleichungen zu

$$(25) \quad X_n = C_1 + n C_2 + C_3 (-1)^n \cos 2\varrho n + C_4 (-1)^n \sin 2\varrho n$$

$$(26) \quad Y_n = -C_1 - n C_2 - C_3 \frac{b}{a} (-1)^n \cos 2\varrho n - C_4 \frac{b}{a} (-1)^n \sin 2\varrho n.$$

Aus dieser ergibt sich nun wieder die allgemeine Lösung der vollständigen Gleichung, indem man zu Gl. (25) und (26) ein partikuläres Lösungspaar  $\eta_x, \eta_y$ , das die vollständige Gleichung befriedigt, hinzufügt.

Die beiden Differenzgleichungen (19) und (20), sowie deren Lösungen  $X_n$  und  $Y_n$  gelten für jeden nach Abb. 2 geformten Rost, ganz gleichgültig, ob er an einer oder an mehreren Stellen eingespannt oder gelenkig gelagert, oder ob er als Balken- oder als durchgehendes System ausgebildet ist. Diese Unterschiede in der äußeren Lagerung dieses innerlich statisch bestimmten Tragwerkes werden durch die sog. Randbedingungen berücksichtigt und

in die Rechnung eingebracht. Auf diese Weise behandeln wir zunächst den Fall einer gelenkigen, zum Teil seitlich verschieblichen Auflagerung, also einen „Balkenrost“ (Abb. 2). Für einen solchen ergeben sich aus der Tatsache, daß an den vier Auflagerstellen die Biegemomente gleich Null sein müssen, die vier Randbedingungen

$$(26') \quad X_0 = Y_0 = X_m = Y_m = 0,$$

welche nun gerade hinreichen, um die vier Konstanten  $C_1, C_2, C_3$  und  $C_4$  der allgemeinen Lösung zu ermitteln.

Es sei nun ein solcher Balkenrost durch Knotenlasten  $P_x$  bzw.  $P_y$ , welche längs des äußeren bzw. des inneren Hauptträgers konstant sein sollen, belastet. Da unter den Wurzeln  $\beta$  der charakteristischen Gl. (23) und (24) eine Doppelwurzel  $\beta_1 = \beta_2 = 1$  vorhanden ist, muß wegen der nunmehrigen Konstanz der rechten Seiten der Gl. (19) und (20) das partikuläre Lösungspaar  $\eta_x$  und  $\eta_y$  der vollständigen Gleichung je eine quadratische Funktion der veränderlichen n sein. Es ergibt sich

$$(27) \quad \eta_x = \frac{a b}{4 c \cos \varrho} (P_x + P_y) n^2;$$

$$(28) \quad \eta_y = -\frac{a b}{4 c \cos \varrho} (P_x + P_y) n^2 - \frac{c^2}{(a-b)^2} (P_x a + P_y b).$$

Daraus folgt die allgemeine Lösung in der Form

$$(29) \quad \left\{ \begin{aligned} X_n &= C_1 + n C_2 + C_3 (-1)^n \cos 2\varrho n + C_4 (-1)^n \sin 2\varrho n \\ &\quad + \frac{a b}{4 c \cos \varrho} (P_x + P_y) n^2; \end{aligned} \right.$$

$$(30) \quad \left\{ \begin{aligned} Y_n &= -C_1 - n C_2 - C_3 \frac{b}{a} (-1)^n \cos 2\varrho n \\ &\quad - C_4 \frac{b}{a} (-1)^n \sin 2\varrho n - \frac{a b}{4 c \cos \varrho} (P_x + P_y) n^2 \\ &\quad - \frac{c^2}{(a-b)^2} (a P_x + b P_y). \end{aligned} \right.$$

aus welcher sich nun nach dem Vorherigen mit Hilfe der vier Randbedingungen (26') die vier Konstanten zu

$$(31) \quad -C_1 = C_3 = \frac{c^2 a}{(a-b)^3} (a P_x + b P_y),$$

$$(32) \quad C_2 = -\frac{a b m}{2(a-b)} (P_x + P_y),$$

$$(33) \quad C_4 = -\frac{c^2 a (a P_x + b P_y)}{(a-b)^3 \sin 2\varrho m} [\cos 2\varrho m - (-1)^m].$$

ergeben. Setzt man diese Werte in die allgemeine Lösung (29), (30) ein, so erhalten wir für den oben beschriebenen Lastfall nach vielen Umformungen nun endgültig die Knotenpunktmomente der Hauptträger zu

$$(34) \quad \left\{ \begin{aligned} X_n &= \frac{a}{2(a-b)} \left[ \frac{a P_x + b P_y}{\cos^2 \varrho} \right. \\ &\quad \left. \frac{\sin(m-n) \left( \varrho + \frac{\pi}{2} \right) \cdot \sin n \left( \varrho + \frac{\pi}{2} \right)}{\cos m \left( \varrho + \frac{\pi}{2} \right)} \right. \\ &\quad \left. - b (P_x + P_y) (m-n) n \right], \end{aligned} \right.$$

$$(35) \quad \left\{ \begin{aligned} Y_n &= \frac{b}{2(a-b)} \left[ \frac{a P_x + b P_y}{\cos^2 \varrho} \right. \\ &\quad \left. \frac{\sin(m-n) \left( \varrho + \frac{\pi}{2} \right) \cdot \sin n \left( \varrho + \frac{\pi}{2} \right)}{\cos m \left( \varrho + \frac{\pi}{2} \right)} \right. \\ &\quad \left. + a (P_x + P_y) (m-n) n \right]. \end{aligned} \right.$$

Da, wie schon erwähnt, die Momente an den vier Auflagern gleich 0 sind, bekommt man durch Anwendung der Gl. (2) auf die Endfelder die Auflagerdrücke A und B. Es ist also

$$(36) \quad A_0 = A_m = X_1 : a \quad \text{für den äußeren und}$$

$$(37) \quad B_0 = B_m = Y_{m-1} : b \quad \text{für den inneren Hauptträger.}$$



Haben wir ein Tragwerk mit  $r$  Feldern vor uns und greift am Ende  $r$  des äußeren bzw. inneren Hauptträgers je ein Moment  $\bar{X}$  bzw.  $\bar{Y}$  an, so lauten hierfür die Randbedingungen  $X_0 = Y_0 = 0$ ,  $X_r = \bar{X}$ ,  $Y_r = \bar{Y}$ . Dabei sollen die Drehachsen der beiden Momente  $\bar{X}$  und  $\bar{Y}$  zum Endstück  $r-1$ ,  $r$  des äußeren bzw. inneren Hauptträgers senkrecht stehen. Bestimmt man mit den obigen Randbedingungen wieder die Konstanten der allgemeinen Lösung (25), (26), so erhalten wir

$$(38) \quad \begin{cases} C_1 = C_3 = 0; & C_2 = -\frac{b\bar{X} + a\bar{Y}}{r(a-b)}; \\ C_4 = \frac{\bar{X} + \bar{Y}}{(-1)^r \sin 2\varrho r} \cdot \frac{a}{a-b}, \end{cases}$$

wobei zu beachten ist, daß für diesen Fall die rechten Seiten der Differenzgleichungen (19), (20) gleich 0 sind, da ja in den Feldknotenpunkten keine Knotenlasten angreifen. Setzt man die Konstanten  $C_1$  und  $C_3$ ,  $C_2$  und  $C_4$  wieder in die allgemeine Lösung ein, so ergibt sich

$$(39) \quad \begin{cases} X_n = -\frac{n}{r} \cdot \frac{b\bar{X} + a\bar{Y}}{a-b} + (\bar{X} + \bar{Y}) \frac{(-1)^n}{(-1)^r} \\ \cdot \frac{\sin 2\varrho n}{\sin 2\varrho r} \cdot \frac{a}{a-b}; \end{cases}$$

$$(40) \quad \begin{cases} Y_n = \frac{n}{r} \cdot \frac{b\bar{X} + a\bar{Y}}{a-b} - (\bar{X} + \bar{Y}) \frac{(-1)^n}{(-1)^r} \\ \cdot \frac{\sin 2\varrho n}{\sin 2\varrho r} \cdot \frac{b}{a-b}. \end{cases}$$

Stellt man für diesen Fall die Gl. (2) des Abschnittes B auf, so ergeben sich aus den beiden letzten Beziehungen die Auflagerdrücke bzw. die Querkräfte der Hauptträger, an deren Ende  $r$  zu

$$(41) \quad \begin{cases} A_r = -\frac{\bar{X}}{a} - \frac{r-1}{ra(a-b)} (b\bar{X} + a\bar{Y}) - \frac{1}{a-b} \\ \cdot \frac{\sin 2\varrho(r-1)}{\sin 2\varrho r} (\bar{X} + \bar{Y}); \end{cases}$$

$$(42) \quad \begin{cases} B_r = -\frac{\bar{Y}}{b} + \frac{r-1}{rb(a-b)} (b\bar{X} + a\bar{Y}) + \frac{1}{a-b} \\ \cdot \frac{\sin 2\varrho(r-1)}{\sin 2\varrho r} (\bar{X} + \bar{Y}). \end{cases}$$

Diese Ergebnisse werden später bei der Behandlung der durchgehenden Roste eine Rolle spielen. Man kann sie aber auch zur Bestimmung der Biegemomente benutzen, welche durch zwei in zwei gegenüberliegenden Knoten  $r$  angreifenden Lasten  $P_x$  und  $P_y$  entstehen. Dabei wirkt die erstere Knotenlast am äußeren und die letztere am inneren Hauptträger (Abb. 8). Bezeichnet man die Biegemomente im äußeren bzw. im inneren Knoten  $r$  mit  $\bar{X}$  bzw.  $\bar{Y}$ , so bestimmen sich die Momente  $X_n$  und  $Y_n$  der linken Äste  $0-r$  der Momentenlinien aus Gl. (39) und (40). Ersetzt man in diesen Gleichungen  $r$  durch  $R$ , so erhält man die Biegemomente für die rechten Äste  $R-0$ , wobei die Zählrichtung der Veränderlichen  $n$  für alle Äste nach Abb. 8 einzuhalten ist. Da sich sowohl am äußeren als auch am inneren Knoten  $r$  die lotrechten Querkräfte der anschließenden Hauptträgerstücke  $r-1, r; R, R-1$  und des Querträgers  $r$  mit den Knotenlasten  $P_x$  bzw.  $P_y$  das Gleichgewicht halten müssen, ergeben sich durch Anwendung der Gl. (6) die beiden folgenden Beziehungen

$$(43) \quad A_r + A_R + \frac{2 \cos \varrho}{c} (\bar{X} + \bar{Y}) = -P_x;$$

$$(44) \quad B_r + B_R - \frac{2 \cos \varrho}{c} (\bar{X} + \bar{Y}) = -P_y,$$

in denen nur die beiden Unbekannten  $\bar{Y}$  und  $\bar{X}$  vorkommen. In diesen Gleichungen stellen also  $A_r, A_R$  bzw.  $B_r, B_R$  die Querkräfte dar, die unmittelbar links und rechts vom Knoten  $r$  des äußeren bzw. inneren Hauptträgers auftreten.  $A_r$  und  $B_r$  ist aus Gl. (41) und (42) unmittelbar zu entnehmen.  $A_R$  und  $B_R$  hingegen folgt aus den nämlichen Gleichungen, indem man in ihnen  $r$  durch  $R$  ersetzt. Ferner bedeuten die beiden dritten Glieder der linken

Seiten der Gl. (43) und (44) die Querkräfte am äußeren bzw. inneren Ende des Querträgers  $r$ . Löst man nun die beiden letzten Gleichungen nach  $\bar{X}$  und  $\bar{Y}$  auf und setzt diese Ergebnisse in Gl. (39) und (40) ein, so bekommt man nach mehreren Umformungen die Äste  $0-r$  der Momentenlinien für die Last  $P_x$  am äußeren und gleichzeitig  $P_y$  am inneren Knoten  $r$ . Es folgt

$$(45) \quad \begin{cases} X_n = -\frac{ab}{a-b} \cdot n \cdot \frac{R}{m} (P_x + P_y) \\ - \frac{(-1)^R (-1)^n \sin 2\varrho R \cdot \sin 2\varrho n}{(-1)^m \cdot \sin 2\varrho \cdot \sin 2\varrho m} \cdot \frac{a}{a-b} (aP_x + bP_y); \end{cases}$$

$$(46) \quad \begin{cases} Y_n = +\frac{ab}{a-b} \cdot n \cdot \frac{R}{m} (P_x + P_y) \\ + \frac{(-1)^R (-1)^n \sin 2\varrho R \cdot \sin 2\varrho n}{(-1)^m \cdot \sin 2\varrho \cdot \sin 2\varrho m} \cdot \frac{b}{a-b} (aP_x + bP_y). \end{cases}$$

Ersetzt man hierin  $R$  durch  $r$ , so ergeben sich die entsprechenden Gl. (45') und (46') der anderen Äste  $R-0$ , die wir aber nicht gesondert anschreiben wollen. Dabei geht bei beiden Ästen, wie sich aus den vorherigen Betrachtungen ergibt, die positive Zählrichtung der Veränderlichen  $n$  von den Auflagern nach dem Lastknoten zu. Vertauscht man in den Gl. (45) und (46) sowie (45') und (46')  $n$  mit  $R$  und setzt  $P_x = 1, P_y = 0$  bzw.  $P_y = 1, P_x = 0$ , so erhält man die Gleichungen für die Einflußlinien der Biegemomente  $X_n$  und  $Y_n$  im Knotenpaar  $r$ . Da sich durch diese Vertauschung die Form der Gl. (45) und (46) nicht ändert, so ergibt sich die mit dem gewöhnlichen geraden Balken übereinstimmende Tatsache, daß die Einflußlinien der Biegemomente für ein Knotenpaar  $r$  identisch sind mit den Momentenlinien für die Last  $1$  allein im äußeren bzw. allein im inneren Knotenpunkt  $r$ . Hierbei gibt es für das im Knoten  $r$  des äußeren Hauptträgers auftretende Biegemoment  $X_n$  zwei Linien. Die eine gilt für die am äußeren Träger laufende Last  $P_x = 1$  und die andere für die am inneren Träger laufende Last  $P_y = 1$ . Die erstere erhält man, indem man in Gl. (45) und (45')  $P_x = 1, P_y = 0$  setzt. Die letztere folgt aus denselben Gleichungen, indem man in diesen analog  $P_x = 0, P_y = 1$  setzt. Das Entsprechende gilt für die Momente  $Y_n$  des inneren Hauptträgers. Es bestehen also für ein Knotenpaar  $r$  zwei Einflußlinien für die  $X_n$  und zwei Einflußlinien für die  $Y_n$ , und zwar mit je einem Ast  $0-r$  und einem Ast  $R-0$ , so daß also im Gesamten pro Knotenpaar acht Äste zu berechnen sind (Abb. 8). Aus den Einflußlinien für die Momente ergeben sich nun mit den Beziehungen

$$\frac{X_n - X_{n+1}}{a} = Q_{n+1,a}^{(I)} \quad \text{bzw.} \quad \frac{Y_n - Y_{n+1}}{b} = Q_{n+1,b}^{(II)}$$

die Einflußlinien für die Querkräfte des äußeren bzw. inneren Hauptträgers. Am Knoten, für welchen die  $Q$ -Linien ermittelt werden, sind diese punktweise unstetig, und zwar springen sie beim Übergang von den Ästen  $0-r$  auf die Äste  $R-r$  um den Betrag  $1$ . Dividiert man die Einflußlinien für  $X_1$  bzw.  $Y_1$  durch  $a$  bzw.  $b$ , so folgen die Einflußlinien für die Auflagerdrücke  $A_0$  und  $B_0$ . Dabei ist jedoch zu berücksichtigen, daß die Auflagerordinaten der zu  $P_x = 1, P_y = 0$  gehörigen  $A_0$ -Linie gleich  $1$  sein muß. Man erhält also das Feld  $0-1$  dieser Linie, indem man beim Auflager  $A_0 = 1$  anträgt und diese Endordinate mit der danebenliegenden Ordinate des Knoten  $1$  geradlinig verbindet. Die zu  $P_x = 0, P_y = 1$  gehörige  $A_0$ -Linie ist selbstverständlich an den Auflagern gleich  $0$ . Das Entsprechende gilt für die  $B_0$ -Linien. Aus Gründen der Symmetrie ist  $A_0 = A_m$  und  $B_0 = B_m$ .

Mit diesen Angaben sind wir nun in der Lage, die Bemessung eines nach Abb. 2 geformten Balkenrostes auf Schub und Biegung für die bleibende Last und für die Verkehrslast durchzuführen.

### E. Ermittlung der Durchbiegungen von Balkenrosten.

Hierzu bilden wir die Gl. (13) sinngemäß je für einen äußeren bzw. diesem gegenüberliegenden inneren Knoten  $n$  des Balkenrostes. Die in diesen Gleichungen vorkommenden Beiwerte  $a$  ergeben sich aus Gl. (12) für den äußeren Hauptträger zu

$$a_{n,n+1}^{(u)} = a_{n,n-1}^{(u)} = -\sin \varrho, \quad a_{n,n}^{(u)} = +\sin 2\varrho$$

und entsprechend für den inneren Hauptträger zu

$$a_{n,n+1}^{(v)} = a_{n,n-1}^{(v)} = -\sin \varrho, \quad a_{n,n}^{(v)} = -\sin 2 \varrho^2.$$

Bezeichnet man die Durchbiegung des äußeren bzw. inneren Trägers mit  $u_n$  bzw.  $v_n$ , so ergibt sich unter der Voraussetzung, daß die Lasten nur in den Knotenpunkten angreifen mit Benutzung der obigen Beiwerte  $a^{(u)}$  und  $a^{(v)}$  die Gl. (13) in der Form zweier simultaner Differenzgleichungen je zweiter Ordnung. Führt man die neue Veränderliche  $\bar{v}_n = -v_n$  ein, so lauten diese Gleichungen

$$\begin{aligned} u_{n-1} + 2 u_n \left( \frac{a}{c} \cos \varrho - 1 \right) + u_{n+1} + 2 \frac{a}{c} \cos \varrho \cdot \bar{v}_n \\ = -a \left( \vartheta_{n,n+1}^{(u)} - 2 \cos \varrho \cdot \vartheta_{n,n}^{(u)} + \vartheta_{n,n-1}^{(u)} \right), \\ \bar{v}_{n-1} - 2 \bar{v}_n \left( \frac{b}{c} \cos \varrho + 1 \right) + \bar{v}_{n+1} - 2 \frac{b}{c} \cos \varrho \cdot u_n \\ = -b \left( -\vartheta_{n,n+1}^{(v)} - 2 \cos \varrho \cdot \vartheta_{n,n}^{(v)} - \vartheta_{n,n-1}^{(v)} \right). \end{aligned}$$

Bezeichnet man die Klammerausdrücke der rechten Seite mit  $\gamma_n^{(u)}$  und  $\gamma_n^{(v)}$  und beachtet, daß die linken Seiten der vorigen Gleichungen mit den linken Seiten der Gl. (19) und (20) übereinstimmen, so ergibt sich folgender wichtiger Satz:

„Belastet man einen nach Abb. 2 geformten innerlich statisch bestimmten Rost in den einzelnen Knoten des äußeren bzw. inneren Hauptträgers mit den elastischen Gewichten

$$(47) \quad \gamma_n^{(u)} = \vartheta_{n,n+1}^{(u)} - 2 \cos \varrho \cdot \vartheta_{n,n}^{(u)} + \vartheta_{n,n-1}^{(u)}$$

bzw.

$$(47') \quad \gamma_n^{(v)} = -\left( \vartheta_{n,n+1}^{(v)} + 2 \cos \varrho \cdot \vartheta_{n,n}^{(v)} + \vartheta_{n,n-1}^{(v)} \right),$$

so sind in dem so belasteten Tragwerk die positiv genommenen Knotenpunktmomente  $X_n$  des äußeren bzw. die negativ genommenen Knotenpunktmomente  $Y_n$  des inneren Trägers gleich den lotrechten Durchbiegungen  $u_n$  des äußeren bzw. den lotrechten Durchbiegungen  $v_n$  des inneren Hauptträgers<sup>3</sup>.

Hierbei bedeutet in den Formeln für die elastischen Gewichte  $\gamma_n^{(u)}$  und  $\gamma_n^{(v)}$   $\vartheta_{n,n-1}$  den Drehwinkel, den das Ende  $n$  des Stabes  $n, n-1$  unter der Einwirkung der äußeren Lasten  $M_\varrho, P_\varrho, H_\varrho$  und der von letzteren herrührenden Knotenpunktmomente  $X_n$  und  $X_{n-1}$  erfahren würde, wenn der Stab in seinen Enden gelenkig festgelagert wäre. Das Entsprechende gilt natürlich auch für die übrigen  $\vartheta_{n,n+1}, \vartheta_{n,n}$  usw. der Haupt- bzw. der Querträger. Bei veränderlichem Trägheitsmoment ergibt sich z. B. für

$$(47'') \quad \vartheta_{n,n-1}^{(u)} = \frac{X_n - X_{n-1}}{a^2 E_{n,n-1}} \int_0^a \frac{\xi^2 d\xi}{J_\xi^{(n,n-1)}} + \frac{X_{n-1}}{a E_{n,n-1}} \int_0^a \frac{\xi \cdot d\xi}{J_\xi^{(n,n-1)}} + \bar{\vartheta}_{n,n-1}^{(u)},$$

worin  $\bar{\vartheta}_{n,n-1}^{(u)}$  die Bedeutung von Gl. (9) hat. Meistens sind die Gesetze, nach welchen sich die  $J$  verändern, nicht in Form eines analytischen Ausdruckes gegeben. In diesen Fällen kann dann auch die Lösung des Systems nicht in geschlossener analytischer Form wiedergegeben werden. Man löst dann entweder die Differenzgleichungen wie gewöhnliche lineare Gleichungen auf oder man wertet die Einflußlinien Gl. (45) und (46) mit den elastischen Gewichten  $\gamma_n^{(u)}$  und  $\gamma_n^{(v)}$  aus und erhält dadurch die Biegemomente  $X_n$  und  $Y_n$  des mit den Knotenlasten  $\gamma_n^{(u)}$  und  $\gamma_n^{(v)}$  belasteten Rostes. Nach dem obigen Lehrsatz bedeutet dann  $X_n$  die Durchbiegung  $u_n$  des äußeren und  $-Y_n$  die Durchbiegung  $v_n$  des inneren Hauptträgers.

Treten die äußeren Kräfte nur in Form von Knotenlasten auf und ist weiters das Trägheitsmoment des äußeren bzw. inneren Hauptträgers gleich  $J_1$  bzw.  $J_2$  und ist ferner das Trägheitsmoment aller Querträger gleich  $J_c$ , so erhalten wir unter Benutzung der Gl. (9'), (19) und (20) die elastischen Gewichte  $\gamma_n$  in der geschlos-

<sup>2</sup> Die Gleichungen ergeben sich selbstverständlich als invariant zum jeweiligen Achsensystem  $x_n, y_n$  des jeweiligen Knotens.

<sup>3</sup> Dieser Satz entspricht dem „Mohrschen Lehrsatz“ für gewöhnliche gerade Balken.

senen analytischen Form

$$(47a) \quad \left\{ \begin{aligned} \gamma_n^{(u)} &= \frac{a}{6 E J_1} \left[ \left[ 6 - 2 \cos \varrho \left( \frac{a}{c} + 2 \frac{c}{a} \frac{J_1}{J_c} \right) \right] X_n \right. \\ &\quad \left. - 2 \cos \varrho \left( \frac{a}{c} + \frac{c}{a} \frac{J_1}{J_c} \right) Y_n - a P_x \right] \end{aligned} \right.$$

$$(47b) \quad \left\{ \begin{aligned} \gamma_n^{(v)} &= -\frac{b}{6 E J_2} \left[ \left[ 6 + 2 \cos \varrho \left( \frac{b}{c} + 2 \frac{c}{b} \frac{J_2}{J_c} \right) \right] Y_n \right. \\ &\quad \left. + 2 \cos \varrho \left( \frac{b}{c} + \frac{c}{b} \frac{J_2}{J_c} \right) X_n - b P_y \right]. \end{aligned} \right.$$

Für solche Fälle ist es nun auch möglich die Durchbiegungslinien  $u_n$  und  $v_n$  in Form einer Gleichung wiederzugeben, wie wir dies für den folgenden Fall durchführen wollen.

Greift am Ende  $m$  des äußeren bzw. inneren Trägers unseres Balkenrostes das Moment  $\bar{X}$  bzw.  $\bar{Y}$  an, so erhalten wir durch Einsetzen der Gl. (39) und (40) in die Gl. (47a) und (47b) die elastischen Gewichte  $\gamma_n$  als Funktion der laufenden Veränderlichen  $n$ . Selbstverständlich muß in Gl. (39) und (40) vorher  $r$  durch  $m$  ersetzt werden. Es ergibt sich

$$(48) \quad \gamma_n^{(u)} = k_x (-1)^n \sin 2 \varrho n + g_x \cdot n$$

$$(49) \quad \gamma_n^{(v)} = k_y (-1)^n \sin 2 \varrho n + g_y \cdot n,$$

wobei

$$(50) \quad \left\{ \begin{aligned} k_x &= \frac{a'}{6 E} \left[ \frac{6 a}{a-b} \left( 1 - \frac{2}{3} \cos^2 \varrho \right) - \frac{J_1}{J_c} \left( 1 + \frac{a-b}{a} \right) \right] \\ &\quad \cdot (\bar{X} + \bar{Y}) \frac{1}{(-1)^m \cdot \sin 2 \varrho m}, \end{aligned} \right.$$

$$(51) \quad \left\{ \begin{aligned} k_y &= \frac{b'}{6 E} \left[ \frac{6 b}{a-b} \left( 1 - \frac{2}{3} \cos^2 \varrho \right) + \frac{J_2}{J_c} \left( 1 - \frac{a-b}{b} \right) \right] \\ &\quad \cdot (\bar{X} + \bar{Y}) \frac{1}{(-1)^m \cdot \sin 2 \varrho m}; \end{aligned} \right.$$

$$(52) \quad g_x = -\frac{a'}{6 E} \left( 6 - 2 \frac{c'}{a} \cos \varrho \right) \frac{b \bar{X} + a \bar{Y}}{m(a-b)};$$

$$(53) \quad \left\{ \begin{aligned} g_y &= -\frac{b'}{6 E} \left( 6 + 2 \frac{c'}{a} \cos \varrho \right) \frac{b \bar{X} + a \bar{Y}}{m(a-b)}, \\ a' &= \frac{a}{J_1}, \quad b' = \frac{b}{J_2}, \quad c' = \frac{c}{J_c}. \end{aligned} \right.$$

Die Differenzgleichungen für die Durchbiegungen lauten also

$$(54) \quad \left\{ \begin{aligned} u_{n-1} + 2 u_n \left( \frac{a}{c} \cos \varrho - 1 \right) + u_{n+1} + 2 \frac{a}{c} \cos \varrho \cdot \bar{v}_n \\ = -a [k_x (-1)^n \cdot \sin 2 \varrho n + g_x \cdot n]; \end{aligned} \right.$$

$$(55) \quad \left\{ \begin{aligned} \bar{v}_{n-1} - 2 \bar{v}_n \left( \frac{b}{c} \cos \varrho + 1 \right) + \bar{v}_{n+1} - 2 \frac{b}{c} \cos \varrho \cdot u_n \\ = -b [k_y (-1)^n \cdot \sin 2 \varrho n + g_y \cdot n]. \end{aligned} \right.$$

Da, wie schon vorhin erwähnt, die Gleichungssysteme (19), (20) und (54), (55) in ihren homogenen Teilen übereinstimmen, sind auch die allgemeinen Lösungen ihrer homogenen Teile einander identisch. Es gelten also Gl. (25) und (26) auch für das obige Gleichungssystem (54) und (55). Um wieder die allgemeine Lösung der vollständigen Gl. (54) und (55) zu erhalten, müssen wir ein zu den rechten Seiten von Gl. (54) und (55) passendes Lösungspaar  $\eta'_x$  und  $\eta'_y$  suchen. Da die Bestandteile dieser rechten Seiten einzeln die homogenen Gleichungen befriedigen, muß entsprechend den Lehren der linearen Differenzgleichungen das Lösungspaar  $\eta'_x$  und  $\eta'_y$  von den Funktionen  $n (-1)^n \cdot \cos 2 \varrho n$  und  $n^3$  ausgehend gebildet werden. Wir geben jedoch die hierzu nötigen langwierigen Zwischenrechnungen aus Raummangel hier nicht wieder, sondern begnügen uns mit der Wiedergabe der allgemeinen Lösung der vollständigen Gl. (54) und (55). Diese lautet:

$$(56) \quad \left\{ \begin{aligned} u_n &= C_1 + n C_2 + C_3 (-1)^n \cos 2 \varrho n + C_4 (-1)^n \sin 2 \varrho n \\ &\quad + \frac{a b}{6(a-b)} (g_x + g_y) n^3 - \frac{a}{2} \frac{a k_x + b k_y}{(a-b) \sin 2 \varrho} \\ &\quad \cdot n (-1)^n \cdot \cos 2 \varrho n; \end{aligned} \right.$$

$$(57) \left\{ \begin{aligned} \bar{v}_n &= -C_1 - n C_2 - C_3 (-1)^n \frac{b}{a} \cos 2 \varrho n - C_4 (-1)^n \frac{b}{a} \sin 2 \varrho n \\ &- \frac{a b}{6 (a-b)} (g_x + g_y) n^3 - \frac{c^2}{(a-b)^2} (a g_x + b g_y) n \\ &+ \frac{b}{2} \cdot \frac{a k_x + b k_y}{(a-b) \sin 2 \varrho} n (-1)^n \cos 2 \varrho n \\ &+ \frac{c^2}{(a-b)^2} b (k_x + k_y) (-1)^n \sin 2 \varrho n. \end{aligned} \right.$$

Da an den vier Auflagern die Durchbiegungen gleich Null sein müssen, folgen hieraus die vier Randbedingungen  $u_0 = u_m = \bar{v}_0 = \bar{v}_m = 0$ , aus denen sich wieder die vier konstanten  $C_1, C_2, C_3$  und  $C_4$  ergeben. Setzt man diese in Gl. (56) und (57) ein und berücksichtigt, daß die eigentliche Durchbiegung  $v_n$  des inneren Trägers sich aus  $v_n = -\bar{v}_n$  ergibt, so erhalten wir endgültig

$$(58) \left\{ \begin{aligned} u_n &= k_1 (m^2 - n^2) \frac{n}{m} + (a k_2 + k_3) \left[ \frac{n}{m} - \frac{(-1)^n}{(-1)^m} \cdot \frac{\sin 2 \varrho n}{\sin 2 \varrho m} \right] \\ &+ a k_4 \frac{(-1)^n \sin 2 \varrho n}{(-1)^m \sin 2 \varrho m} [m \cdot \text{ctg } 2 \varrho m - n \text{ctg } 2 \varrho n], \end{aligned} \right.$$

wobei

$$(59) \quad k_1 = \frac{a b (a' + b')}{24 c^2 E \cos^2 \varrho} (b \bar{X} + a \bar{Y}),$$

$$(60) \quad k_2 = \frac{a b (\bar{X} + \bar{Y})}{24 c^2 E \cos^2 \varrho} \left( \frac{3 a a' + b b'}{2 \cos^2 \varrho} - c c' \right),$$

$$(61) \quad k_3 = \frac{a b (\bar{X} + \bar{Y})}{8 c^2 E \cos^2 \varrho} \left[ \frac{1}{2} \cdot \frac{a a' + b b'}{\cos^2 \varrho} \left( 1 - \frac{2}{3} \cos^2 \varrho \right) - c c' \right];$$

$$(62) \quad k_4 = \frac{(a+b) (\bar{X} + \bar{Y})}{6 c^2 E \sin^2 \varrho} \left[ \frac{3}{4} \frac{(a' a^2 + b' b^2)}{(a+b) \cos^2 \varrho} \left( 1 - \frac{2}{3} \cos^2 \varrho \right) - c c' \right],$$

$$(63) \quad a' = \frac{a}{J_1}, \quad b' = \frac{b}{J_2}, \quad c' = \frac{c}{J_c}$$

sein soll. Vertauscht man in Gl. (58), jedoch nicht in Gl. (59) bis (62)  $a$  mit  $b$ , so erhält man die Durchbiegung  $v_n$  des inneren Trägers.

Führt man in den Gl. (19) bis (63) den Grenzübergang  $\varrho \rightarrow \pi/2$  aus, so ergeben sich die entsprechenden Formeln für den gewöhnlichen geraden Balken. Aus Raummangel werden jedoch diese durchgreifenden Rechenkontrollen nicht wiedergegeben. Der leichteren Übersicht wegen erwähnen wir noch, daß sich in allen Gleichungen der Abschnitte D und E aus den zum äußeren Hauptträger gehörigen Ausdrücken die zum inneren Hauptträger gehörigen Ausdrücke durch Vertauschung von  $a$  mit  $b$ ,  $\cos \varrho$  mit  $-\cos \varrho$ ,  $P_x$  mit  $P_y$ ,  $\bar{X}$  mit  $\bar{Y}$  und  $J_1$  mit  $J_2$  ergeben.

#### F. Die durchlaufenden Systeme.

Um diese berechnen zu können, zerschneiden wir die beiden Hauptträger unmittelbar neben jedem Auflagerquerträger und erhalten so eine Kette von Balkenrosten, welche in den Stützen des durchlaufenden Systems gelagert sind. Behaftet man die zum äußeren Hauptträger gehörigen Größen mit dem laufenden Index  $\xi$  und die zum inneren Hauptträger gehörigen Größen mit dem Index  $\eta$ , so ergeben sich die Endverdrehungswinkel  $\Delta$  des Balkenrostes  $\xi, \eta; \xi + 1, \eta + 1$  zu

$$(64) \left\{ \begin{aligned} X_\xi \cdot \vartheta_{\xi, \xi}^{(r)} + X_\eta \cdot \vartheta_{\xi, \eta}^{(r)} + X_{\xi+1} \cdot \vartheta_{\xi, \xi+1} + X_{\eta+1} \cdot \vartheta_{\xi, \eta+1} \\ + \vartheta_{\xi, a}^{(r)} + \vartheta_{\xi, b}^{(r)} = \Delta_{\xi, \xi+1}; \end{aligned} \right.$$

$$(65) \left\{ \begin{aligned} X_\xi \cdot \vartheta_{\eta, \xi}^{(r)} + X_\eta \cdot \vartheta_{\eta, \eta}^{(r)} + X_{\xi+1} \cdot \vartheta_{\eta, \xi+1} + X_{\eta+1} \cdot \vartheta_{\eta, \eta+1} \\ + \vartheta_{\eta, a}^{(r)} + \vartheta_{\eta, b}^{(r)} = \Delta_{\eta, \eta+1}. \end{aligned} \right.$$

Entsprechend erhalten wir für den benachbarten Balkenrost  $\xi, \eta; \xi - 1, \eta - 1$

$$(66) \left\{ \begin{aligned} X_\xi \cdot \vartheta_{\xi, \xi}^{(l)} + X_\eta \cdot \vartheta_{\xi, \eta}^{(l)} + X_{\xi-1} \cdot \vartheta_{\xi, \xi-1} + X_{\eta-1} \cdot \vartheta_{\xi, \eta-1} \\ + \vartheta_{\xi, a}^{(l)} + \vartheta_{\xi, b}^{(l)} = \Delta_{\xi, \xi-1}; \end{aligned} \right.$$

$$(67) \left\{ \begin{aligned} X_\xi \cdot \vartheta_{\eta, \xi}^{(l)} + X_\eta \cdot \vartheta_{\eta, \eta}^{(l)} + X_{\xi-1} \cdot \vartheta_{\eta, \xi-1} + X_{\eta-1} \cdot \vartheta_{\eta, \eta-1} \\ + \vartheta_{\eta, a}^{(l)} + \vartheta_{\eta, b}^{(l)} = \Delta_{\eta, \eta-1}. \end{aligned} \right.$$

Hierbei sind die  $X$  die Hauptträgermomente im durchgehenden System über dessen Stützen  $\xi, \eta; \xi + 1, \eta + 1; \xi - 1, \eta - 1$ .

Ferner stellen die zu  $X$  gehörigen Beiwerte  $\vartheta$  die von den einzeln auftretenden Hilfsangriffen  $X_v = 1$  herrührenden Endverdrehungswinkel der Hauptträger des jeweiligen Balkenrostes dar. Die beiden letzten Glieder jeder der beiden letzten Gleichungspaare sind jedoch die von den äußeren Lasten stammenden Verdrehungswinkel der Balkenrostenden. Der erste Zeiger der  $\vartheta$  gibt jeweils den Ort an, an dem die  $\vartheta$  sich bilden, der zweite Zeiger kennzeichnet hingegen die Stelle, an welcher die, die  $\vartheta$  erzeugende Ursache wirkt. In allen Fällen gibt der oben angeführte Index  $r$  bzw.  $l$  an, ob der Verdrehungswinkel zu dem rechts bzw. links vom Pfeiler  $\xi, \eta$  liegenden Balkenrost gehört und endlich soll der Index  $a$  bzw.  $b$  andeuten, ob der betreffende Verdrehungswinkel von Lasten herrührt, die am äußeren bzw. am inneren Hauptträger angreifen. Benützt man die in Gl. (11) dargestellte Kontinuitätsbedingung, so folgt für den äußeren bzw. inneren Träger

$$(68) \quad \Delta_{\xi, \xi+1} - 2 \cos \varrho \cdot \Delta_{\xi, \eta} + \Delta_{\xi, \xi-1} = 0;$$

$$(69) \quad \Delta_{\eta, \eta+1} + 2 \cos \varrho \cdot \Delta_{\eta, \xi} + \Delta_{\eta, \eta-1} = 0.$$

Berücksichtigt man, daß nach Gl. (17) und (18) das bei  $\xi$  bzw.  $\eta$  liegende Querträgerendmoment gleich  $-2 X_\xi \cdot \cos \varrho$  bzw.  $+2 X_\eta \cdot \cos \varrho$  ist, so ergeben sich die dazu gehörigen Endverdrehungswinkel des Auflagerquerträgers  $\xi, \eta$  für den Knoten  $\xi$  zu

$$(70) \quad \Delta_{\xi, \eta} = \frac{2 c'}{3 E} \cos \varrho \left[ -X_\xi + \frac{1}{2} X_\eta \right]$$

und für den Knoten  $\eta$  zu

$$(71) \quad \Delta_{\eta, \xi} = \frac{2 c'}{3 E} \cos \varrho \left[ -\frac{1}{2} X_\xi + X_\eta \right].$$

Setzt man nun endlich Gl. (70), (71), (64), (65), (66), (67) in die Gl. (68) und (69) ein, so erhält man je Mittelpfeiler die beiden sechsgliedrigen Gleichungen

$$(72) \left\{ \begin{aligned} X_\xi \left( \vartheta_{\xi, \xi}^{(r)} + \vartheta_{\xi, \xi}^{(l)} + \frac{4 c'}{3 E} \cos^2 \varrho \right) + X_\eta \left( \vartheta_{\xi, \eta}^{(r)} + \vartheta_{\xi, \eta}^{(l)} - \frac{2 c'}{3 E} \cos^2 \varrho \right) \\ = -X_{\xi+1} \cdot \vartheta_{\xi, \xi+1} - X_{\eta+1} \cdot \vartheta_{\xi, \eta+1} - X_{\xi-1} \cdot \vartheta_{\xi, \xi-1} \\ - X_{\eta-1} \cdot \vartheta_{\xi, \eta-1} - \vartheta_{\xi, a}^{(r)} - \vartheta_{\xi, a}^{(l)} - \vartheta_{\xi, b}^{(r)} - \vartheta_{\xi, b}^{(l)}; \end{aligned} \right.$$

$$(73) \left\{ \begin{aligned} X_\xi \left( \vartheta_{\eta, \xi}^{(r)} + \vartheta_{\eta, \xi}^{(l)} - \frac{2 c'}{3 E} \cos^2 \varrho \right) + X_\eta \left( \vartheta_{\eta, \eta}^{(r)} + \vartheta_{\eta, \eta}^{(l)} + \frac{4 c'}{3 E} \cos^2 \varrho \right) \\ = -X_{\xi-1} \cdot \vartheta_{\eta, \xi-1} - X_{\eta+1} \cdot \vartheta_{\eta, \eta+1} - X_{\xi-1} \cdot \vartheta_{\eta, \xi-1} \\ - X_{\eta-1} \cdot \vartheta_{\eta, \eta-1} - \vartheta_{\eta, a}^{(r)} - \vartheta_{\eta, a}^{(l)} - \vartheta_{\eta, b}^{(r)} - \vartheta_{\eta, b}^{(l)}, \end{aligned} \right.$$

in welchen wir die Elastizitätsgleichungen für die durchgehenden gekrümmten Roste gefunden haben. In diesen Gleichungen sind die Beiwerte von  $X_\xi$  und  $X_\eta$  ungefähr vier- bzw. zweimal so groß als die Beiwerte der anderen  $X$ . Man kann daher für die Auflösung dieses Systems das bekannte Verfahren benutzen, in welchem man die kleineren der Beiwerte  $\vartheta$  in erster Annäherung  $= 0$  setzt und die so entstehenden zweigliedrigen Gleichungen auflöst. Die auf diese Weise errechneten Werte für  $X$  setzt man in die rechten Seiten der ursprünglichen Gleichungen ein und löst das so neu entstandene zweigliedrige Gleichungssystem wieder nach  $X$  auf. Diesen Vorgang wiederholt man so oft, bis sich die  $X$  praktisch nicht mehr ändern. Auf diese Weise ergeben sich schließlich die Stützenmomente in der Form

$$(74) \quad X_v = \sum_{\mu=1}^{\mu=p} D_{v\mu} (\vartheta_{\mu, a}^{(r)} + \vartheta_{\mu, a}^{(l)} + \vartheta_{\mu, b}^{(r)} + \vartheta_{\mu, b}^{(l)}); \quad v = 1, 2 \dots p,$$

wobei  $p$  den Grad der statischen Unbestimmtheit darstellt.  $p$  ist gleich der Anzahl der Indizes  $\xi$  vermehrt um die Anzahl der Indizes  $\eta$ , also doppelt so groß als die Anzahl der Zwischenpfeiler.

Will man für eine am äußeren bzw. am inneren Träger wandernde Last  $l$  die Einflußlinien der Stützenmomente ermitteln, so vereinfacht sich zunächst Gl. (74) in

$$(75) \quad \bar{X}_v = \sum_{\mu=1}^{\mu=p} D_{v\mu} \cdot \vartheta_{\mu, a} \quad \text{bzw.} \quad \bar{X}_v = \sum_{\mu=1}^{\mu=p} D_{v\mu} \cdot \vartheta_{\mu, b}.$$

Bezeichnet man wieder die von den Hilfsangriffen  $X_v = 1$  herrührenden lotrechten Durchbiegungen der Hauptträger mit  $u$  und  $v$ ,

so ergeben sich nach dem Satze von Maxwell-Mohr die Beziehungen (76)  $(X_{\mu} = 1) \cdot \partial_{\mu,a} = (P^{(a)} = 1) \cdot v_{\mu}$  bzw.  $(X_{\mu} = 1) \cdot \partial_{\mu,b} = (P^{(b)} = 1) \cdot v_{\mu}$ , welche in Gl. (75) eingesetzt

$$(77) \quad \bar{X}_p = \sum_{\mu=1}^{\mu=p} D_{p,\mu} \cdot v_{\mu} \quad \text{bzw.} \quad \bar{X}_p = \sum_{\mu=1}^{\mu=p} D_{p,\mu} \cdot v_{\mu}$$

ergeben, womit die Einflußfunktionen für die Stützenmomente gefunden sind. Man erhält also die Einflußlinie des Stützenmomentes  $X_p$ , indem man an den über den Stützen liegenden Schnittstellen der Hauptträger die Werte  $D_{\mu,p}$  ( $\mu = 1, 2 \dots p$ ) als entgegengesetzt gerichtete Doppelmomente an den benachbarten Balkenrostenden angreifen läßt und hierfür die lotrechten Verschiebungen  $u_n$  bzw.  $v_n$  der Punkte des äußeren bzw. inneren Hauptträgerstranges bestimmt. Die so erhaltenen Biegelinien stellen dann die gesuchten Einflußlinien dar. Die  $u$  und  $v$ , sowie die in Gl. (72) und (73) vorkommenden Drehwinkel lassen sich falls die Hauptträger konstantes  $J$  haben aus den Gl. (58) bis (63) ermitteln. Ist diese Konstanz nicht vorhanden, so ergeben sich die  $u$  und  $v$ , indem man die Einflußlinien der Biegemomente der Balkenroste mit den zu den Hilfsangriffen  $X_p = 1$  gehörigen elastischen Gewichten  $\gamma_n$  auswertet. Diese ergeben sich wieder aus den Gl. (47), (47') und (47'') unter Benutzung der Gl. (39) und (40). Die Ordinaten  $u$  gelten wieder für die am äußeren und die Ordinaten  $v$  für die am inneren Träger wandernden Lasten. Wirkt an den Balkenrosten der Hilfsgriff  $X_p = 1$ , so möge im Punkte  $r$  das Biegemoment  $\xi_{r,p}$  entstehen. Diesen Wert kann man aus der Gl. (39) und (40) ermitteln. Bezeichnet man mit  $\mathfrak{M}_r$  die Ordinaten der Einflußlinien des im Punkte  $r$  auftretenden Biegemomentes der Balkenroste, so ergeben sich nun die Ordinaten der Einflußlinie des im Punkte  $r$  auftretenden Biegemomentes  $M_r$  des durchlaufenden Rostes zu

$$(78) \quad M_r = \mathfrak{M}_r + \sum_{\mu=1}^{\mu=p} \bar{X}_p \cdot \xi_{r,p},$$

wobei  $\bar{X}_p$  aus Gl. (77) genommen wird. Die Einflußlinien für die Auflager- und Querkräfte erhält man aus ähnlichen Betrachtungen. Wir wollen jedoch hier aus Raummangel nicht näher darauf eingehen.

Zum Schlusse dieser Abhandlung wollen wir noch auf einige Besonderheiten der darin vorkommenden Formeln aufmerksam machen, welche bei der ziffernmäßigen Auswertung berücksichtigt werden müssen. Die Biegemomente, Querkräfte und Durchbiegungen berechnen sich aus algebraischen Summen von Zahlen, in deren Nenner der Wert  $(a - b)$  vorkommt. Da bei flach gekrümmten Brücken dieser Wert sehr klein ist, werden die obigen Zahlen selbst sehr groß. Sie unterscheiden sich aber außerdem voneinander nicht viel. Um nun die in den algebraischen Summen auftretenden Differenzen zweier solcher Zahlen auf eine genügende Stellenanzahl zu erhalten, sind die Zahlen selbst auf eine genügende Stellenanzahl zu ermitteln. Für die Biegemomente, in deren Formeln der Wert  $(a - b)$  nur in der ersten Potenz vorkommt, tritt dieser Umstand nicht unangenehm in Erscheinung. Wie das nachfolgende, in Abb. 8 dargestellte Zahlenbeispiel zeigt, in welchem die Momente für Gleichlast und die Einflußlinien der Biege-

momente für ein Knotenpunktspar an einem gekrümmten Balkenrost mit dem waagerechten Pfeilverhältnis von nur 1 : 100 berechnet sind, genügen hierfür vollständig die siebenstelligen Logarithmen von Vega, die jedem Techniker geläufig sind. Für die Durchbiegungsformeln Gl. (58) bis (63), in welchen jedoch der dem Wert  $(a - b)$  proportionale  $\cos \varrho$  im Nenner der Konstanten  $k_1$  bis  $k_4$  in der vierten Potenz vorkommt, wird der oben dargestellte Umstand bedenklicher. Man muß dann zu den Tafeln von K. Hayashi greifen, in welchen die Kreisfunktionen auf mindestens 12 Stellen berechnet sind. Man kann aber die Heranziehung dieser Hilfsmittel dadurch umgehen, indem man die nötigen Durchbiegungsordinaten durch Auswertung der Einflußlinien der Biegemomente mit den elastischen Gewichten  $\gamma_n$  bestimmt. Dieser Weg bedeutet keine Erweiterung des Rechnungsumfanges, da ja bei Brücken, und nur bei solchen kommen so flache Stichverhältnisse vor, ohnehin immer Einflußlinien bestimmt werden müssen. Außerdem sind bei Brückenträgern die Trägheitsmomente der Hauptträger nicht konstant, so daß schon aus diesem Grunde die Benutzung von Gl. (58) fortfällt. Bei Beispielen des Hochbaues, bei dem wieder fast ausschließlich nur größere Pfeilverhältnisse auftreten, lassen sich die Durchbiegungsgleichungen (58) ohne weiteres unter Benutzung der alltäglichen Hilfsmittel des Technikers anwenden. Wir erwähnen noch, daß sich der Genauigkeitsgrad der Rechnung mit dem Pfeilverhältnis sehr rasch steigert.

Wie aus Abb. 8 ersichtlich ist, kann man die einzelnen Äste der Einflußlinien bei geringen Krümmungsverhältnissen einfach durch gerade Linien ersetzen. Wird aber das Stichverhältnis größer, so kann diese Vereinfachung nicht mehr gemacht werden. Es nehmen dann vielmehr die Äste der Einflußlinien sehr starke Krümmungen nach aufwärts an, die schon bei Pfeilverhältnissen von 1 : 50 so stark werden können, daß die neben den Auflagern liegenden Teile der Kurven ins Negative überschlagen. Solche scharfe Krümmungsanordnungen sind bereits bei Lokalbahnbrücken ausgeführt worden. Außerdem hat sich gezeigt, daß sich ein zu kleines Verhältnis zwischen Brückenbreite und Stützweite im Spannungs- und Verformungsspiel sehr nachteilig auswirkt. Man soll also gekrümmte Brücken nicht zu schmal machen. Da in Abb. 8 alle errechneten Zahlenwerte eingetragen sind, wird von einer Wiedergabe der Rechnung im einzelnen abgesehen. Wie sich aus dem durchgerechneten Zahlenbeispiel weiters ergibt, sind schon bei kleinen Pfeilverhältnissen beträchtliche Unterschiede in den Biegemomenten der beiden Hauptträger festzustellen. Das System ist eben statisch nicht allzu günstig. Es erfolgt in ihm, um sich bildlich auszudrücken, der Kräfteausgleich durch „Gewürge“.

Liegen die Unterstützungen der durchlaufenden Systeme nicht jeweils auf zwei gegenüberliegenden Knoten, so müssen die Auflagerdrücke als statisch unbekannte Größen eingeführt werden. Dieser Umstand erzeugt bis zu vierfach unbestimmten Systemen keine Schwierigkeiten. Bei mehr Zwischenstützen können jedoch die zu dieser Unbekanntwahl gehörigen Elastizitätsgleichungen nicht mehr nach dem vorher beschriebenen Näherungsverfahren aufgelöst werden, da sich die Beiwerte der Unbekannten nur mehr wenig voneinander unterscheiden.

Die Temperaturspannungen werden in diesem Aufsätze nicht mehr behandelt.

## KNICKSICHERHEIT VOLLWANDIGER BÖGEN.

### Die zentrische Knickung symmetrisch belasteter, gelenkloser Bogenträger mit veränderlichem Trägheitsmoment.

Von Dr.-Ing. Bernhard Busch, Karlsruhe.

**Übersicht:** Durch Versuch und vereinfachte Rechnung wird die Knickung symmetrisch belasteter, gelenkloser vollwandiger Bogenträger mit veränderlichem Trägheitsmoment behandelt; das angegebene Näherungsverfahren wird für zwei bei eingespannten Bögen übliche Querschnittsgesetze angewendet. Es werden Knickbeiwerte aufgetragen, mit deren Hilfe man ohne weiteres die Knicksicherheit bei zentrischen Knicken bestimmen kann. Es zeigt sich, daß die Ermittlung nach DIN 1075 zu günstige Werte ergibt.

#### Einleitung.

Bei weitgespannten Bogenbrücken spielt bekanntlich der Nachweis der Sicherheit gegen Knicken eine große Rolle. Man begnügt sich meist mit dem Falle zentrischer Knickung, der für die üblich geformten Bogenträger, also so, daß Stützlinie und Bogenachse für Eigengewicht und halbe Verkehrslast zusammenfallen,

genau genug zutrifft, solange die Belastung symmetrisch wirkt; denn man darf dann wegen des gegensymmetrischen Knickbildes die spiegelbildlich zur Bogenmitte auftretenden zusätzlichen Momente bezüglich der Knickung vernachlässigen. Gerade für weitgespannte, massive Bögen hat die zentrische Knickung wegen der überwiegenden ruhenden Last erhöhte Bedeutung.

Die zahlreichen Veröffentlichungen, vor allem auch das auf Grund sorgfältiger Modellversuche angegebene vereinfachte Berechnungsverfahren von G a b e r<sup>1</sup> behandeln den Fall der zentrischen Knickung für über dem ganzen Bogen gleichbleibendes Trägheitsmoment. In der Eigenart des Knickproblems liegt aber begründet, daß die Veränderlichkeit der Trägheitsmomente einen erheblichen Einfluß ausübt, da man ja mit den beim Übergang vom labilen in den verformten, wenn möglich stabilen Gleichgewichtszustand während des Knickens mit den Verschiebungen rechnen muß, die bekanntlich sehr von der Größe und Verteilung der vorhandenen Trägheitsmomente abhängen. Dies versuchen die DIN-Bestimmungen 1075 zu berücksichtigen, indem sie vorschreiben, bei veränderlichem Trägheitsmoment das arithmetische Mittel sämtlicher Trägheitsmomente in die Eulergleichung einzusetzen. Damit ist aber die Art der Anordnung der Trägheitsmomente völlig unberücksichtigt gelassen und es treten, wie D i s c h i n g e r<sup>2</sup> für den Dreigelenkbogen nachweist, erhebliche Unterschiede zwischen dem genäherten und dem genauer ermittelten Knickwert auf. Beim gelenklosen Bogenträger werden sie im allgemeinen noch größer sein, da die größten Trägheitsmomente in der Regel nicht an den Stellen der beim Knicken auftretenden größten Durchbiegungen liegen wie beim Dreigelenkbogen.

In Fortsetzung der seinerzeit von Gaber vorgenommenen Modellversuche wurden deshalb für eingespannte Bogenträger in der Versuchsanstalt für Holz, Stein, Eisen (Prüfraum Gaber) der Technischen Hochschule Karlsruhe Knickversuche bei symmetrisch verteilter Belastung mit Stahlbögen ausgeführt, die verschiedene Anordnungen der Trägheitsmomente aufwiesen. Sie sollten zeigen, welche Verteilung der Trägheitsmomente man zweckmäßigerweise vornehmen muß, um eine große Knicksicherheit zu erreichen und in welchem Zahlenverhältnis die kritischen Horizontalschübe zueinander stehen. Eine vereinfachte Berechnung über

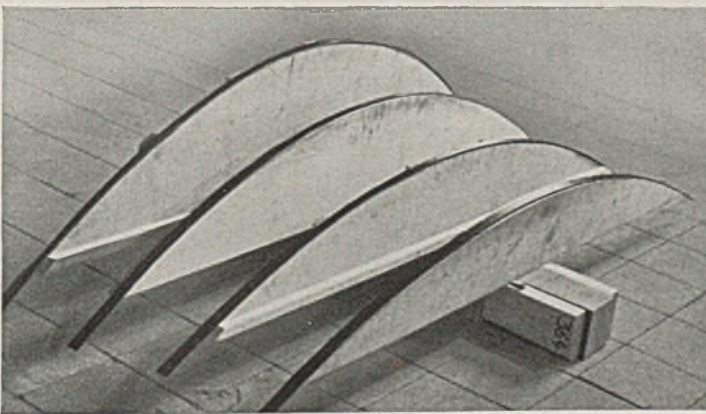


Abb. 1. 4 typische Formen mit den gewählten Pfeilverhältnissen. Von vorn nach hinten:

- $\frac{f}{l} = \frac{1}{9}$  : Kerben im 1. und 2. Drittel (Form 10),
- $\frac{1}{7.5}$  :  $\max J$  im Kämpfer sprunghaft auf  $\min J$  abfallend (Form 4),
- $\frac{1}{6}$  :  $\max J$  im Kämpfer auf  $\min J$  im Scheitel stetig abnehmend (Form 19),
- $\frac{1}{4.5}$  :  $\min J$  im Kämpfer auf  $\max J$  im Scheitel stetig zunehmend.

<sup>1</sup> G a b e r: Über die Knicksicherheit vollwandiger Bögen. Bau-techn. 12 (1934) S. 646.

<sup>2</sup> D i s c h i n g e r: Ermittlung der Knicksicherheit von Massivbögen bei Berücksichtigung der Veränderlichkeit des Trägheitsmomentes. Bautechn. 12 (1934) S. 739.

einen geraden Ersatzstab gestattet es, verhältnismäßig rasch den kritischen Horizontalschub auch für veränderliches Trägheitsmoment zu finden, der sich sehr genau mit dem durch die Versuche ermittelten Wert deckt. Die Versuche wurden durchweg im elastischen Bereich angestellt. Die Ergebnisse lassen sich aber auch ohne weiteres auf weniger schlanke Bögen übertragen, wenn man den E-Modul durch den Engesserschen Knickmodul T ersetzt.

### 1. Knickversuche.

#### a) Versuchsanordnung und -durchführung.

Es wurden Bögen aus Stahlbändern, die eine Zugfestigkeit von 7500 kg/cm<sup>2</sup> und einen Elastizitätsmodul  $E = 2100000$  kg/cm<sup>2</sup> hatten, mit Hilfe von Holzschablonen in kaltem Zustande hergestellt. Die Veränderlichkeit der Trägheitsmomente erreichte man durch Abfeilen der Bänder, deren voller Querschnitt  $30 \cdot 4 = 120$  mm<sup>2</sup> betrug, nach der Breite.

In vier Versuchsreihen mit den Pfeilverhältnissen

$$\begin{aligned} \frac{f}{l} &= \frac{1}{9} \text{ für flache Bögen,} \\ \frac{f}{l} &= \frac{1}{7.5} \text{ und } \frac{f}{l} = \frac{1}{6} \text{ für mittlere Bögen.} \\ \frac{f}{l} &= \frac{1}{4.5} \text{ für steile Bögen} \end{aligned}$$

wurden folgende Gesetzmäßigkeiten für den Verlauf der Trägheitsmomente zugrundegelegt:



Abb. 2. Abwicklung des halben Bogens mit Einspannende e. Form 2, 3 und 4.

Form 1: das Trägheitsmoment  $\max J$  ist gleichbleibend über den ganzen Bogen.

Form 2—4: das Trägheitsmoment  $\max J$  ist gleichbleibend auf eine Strecke  $u = \frac{1}{2}$  (Form 2),  $\frac{1}{3}$  (Form 3),  $\frac{1}{6}$  (Form 4) der halben Bogenlänge vom Kämpfer an und fällt dann sprunghaft auf  $\min J$  ab, das konstant über den übrigen Teil des Bogens durchläuft.

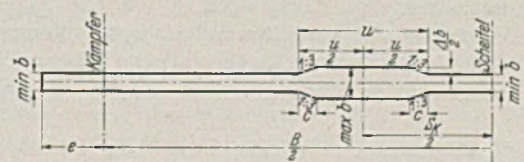


Abb. 3. Abwicklung des halben Bogens mit Einspannende e. Form 5, 6 und 7.

Form 5—7:  $\max J$  ist gleichbleibend auf eine Strecke  $u = \frac{2}{3}$  (Form 5),  $\frac{1}{2}$  (Form 6),  $\frac{1}{3}$  (Form 7) der Ersatzstablänge  $s_k = \alpha \cdot l$ , die sich annähernd als die Strecke zwischen Bogenscheitel und dem etwa im Bogendrittel liegenden Wendepunkt ansehen läßt; die Mitte von  $u$  liegt in der Mitte dieser Strecke. Von den Enden fällt  $\max J$  sprunghaft auf ein wiederum im übrigen Teil des Bogens gleichbleibendes  $\min J$  ab.

Form 8: das Trägheitsmoment  $\min J$  ist gleichbleibend über den ganzen Bogen.

Form 9—18: sie behandeln die Wirkung von Kerben und werden hier nicht weiter aufgeführt, desgleichen nicht die Formen 21 und 22, die nur eine kleine Abänderung gegenüber den Formen 5 und 7 aufweisen.

Form 19:  $\max J$  im Kämpfer nimmt stetig auf  $\min J$  im Scheitel ab, wobei der Verlauf der  $J_x$  in der Projektion auf die Horizontale linear ist.

Außer diesen wurden für einzelne Pfeilverhältnisse noch andere

Formen untersucht, so die Form 19a für einen stetigen Verlauf von  $\max J$  auf  $\min J$  im Scheitel, wobei aber die Projektion auf die Lotrechte linear ist  $\left(\frac{f}{l} = \frac{1}{9}\right)$ .

Bei Form 20 ist der Verlauf von  $J_x$  umgekehrt wie bei Form 19:  $\max J$  liegt im Scheitel,  $\min J$  im Kämpfer. Die Formen 23 und 24 haben die größten Trägheitsmomente in der Gegend der größten Ausbiegungen (Abb. 7) (Formen 20—24 für  $\frac{f}{l} = \frac{1}{4,5}$ ). Das Verhältnis  $n = \frac{\max J}{\min J}$  ist berechnet nach dem für  $m = \frac{h_k}{h_s}$  von Gaber vorgeschlagenen Gesetz:

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} h_k = h_s \left( 1 + \frac{\alpha^2}{6000} \right), \text{ wobei } h_k = \text{Bogenstärke im Kämpfer,} \\ h_s = \text{Bogenstärke im Scheitel,} \\ \alpha = \text{halber Zentriwinkel in} \\ \text{Graden alter Teilung.} \end{array} \right.$$

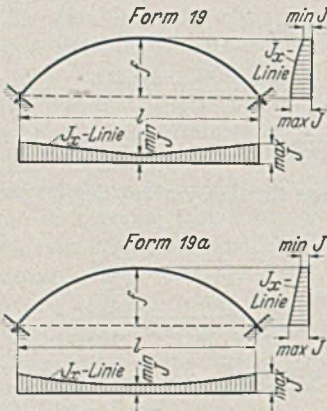


Abb. 4. Verlauf der Trägheitsmomente bei Form 19 und 19a.

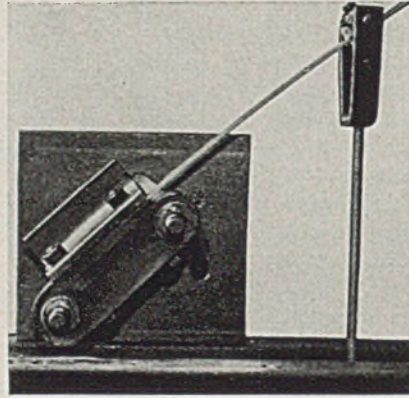


Abb. 5. Lagerschuh am Einspannende des Bogens. Rechte Hälfte weggenommen. Verstellerschrauben sichtbar.

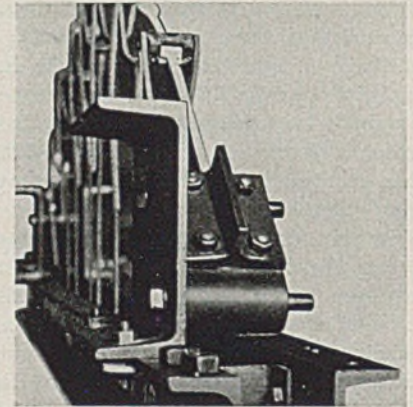


Photo Glock, Karlsruhe.

Zahlentafel 1.

Es betrug bei:  $\frac{f}{l} = 1:9 \quad 1:7,5 \quad 1:6 \quad 1:4,5$

$n = \frac{J_k}{J_s} \quad 1,348 \quad 1,521 \quad 1,807 \quad 2,622$

$\max J$  entsprach dem vollen Querschnitt  $F = 30 \cdot 4 \text{ mm}^2$ .

Zur Ausschaltung von Biegungen waren alle Bögen entsprechend der gleichmäßig verteilten Belastung als symmetrische, quadratische Parabeln geformt. Als theoretische Stützweite wurde durchweg  $l = 180 \text{ cm}$  gewählt. Die Belastung wurde aus tech-

nischen Gründen in sieben Einzellasten aufgebracht. Hängestangen, an welchen am unteren Ende Gefäße zur Aufnahme des in einzelnen Laststufen eingeschütteten Stahlsandes hingen, waren in gleichen Abständen am oberen Ende beweglich mittels Klemmbügel am Bogen befestigt. Die ungleichen Gewichte des Bogens wie der Lastaufhängevorrichtung wurden durch Zusatzgewichte ausgeglichen. Die Einspannvorrichtung der Bögen ersieht man aus Abb. 5. Die Belastung wurde in mehreren Stufen jeweils gleichzeitig eingebracht, auftretende Unregelmäßigkeiten der Bogenlage rechtzeitig ausgeglichen. Der kritische Punkt, in welchem der Bogen ausknickt, ließ sich sehr genau fixieren; Wiederholungsversuche ergaben meist nur ganz unbedeutende Abweichungen.

b) Versuchsergebnisse.

Die eingebrachte Belastung wurde sorgfältig gewogen und durch Auswertung der Einflußlinie<sup>3</sup> der kritische Horizontalschub  $H_k'$  genau ermittelt. Um die infolge der unvermeidlichen Unregel-

mäßigkeiten des Materiales selbst bei gleichen Formen, aber verschiedenen Bögen auftretenden Unterschiede auszugleichen, wurden für alle Formen und Stäbe die  $H_k'$ -Werte auf  $H_k$ , gültig für ein einheitliches  $E_{\max J} = 30000 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$  umgerechnet. Dazu muß-

<sup>3</sup> Sie lautet bekanntlich bei  $J = \text{const.}$  für Parabelbögen:

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} H = \frac{15l}{4f} \left[ \left( \frac{a}{l} \right)^4 - 2 \left( \frac{a}{l} \right)^3 + \left( \frac{a}{l} \right)^2 \right] \cdot P \cdot v, \text{ wobei} \\ v = \frac{1}{1 + \frac{45 J \cdot \cos^2 \varphi_m}{4 f^2 \cdot F}} \approx 1. \end{array} \right.$$

Zahlentafel 2. Wirkliche  $H_k$ - und  $P_k$ -Werte in kg und relative  $H_k$ - ( $P_k$ )-Werte für  $H_k$  und  $P_k = 1$  bei Form 1 (Vollstab,  $\max J$  durchweg).

$\frac{f}{l}$	$\max J$ durchweg	$\max J$ am Kämpfer				$\max J$ zwischen den Wendepunkten			$\min$ durchweg	$\max J$ stetig auf $\min J$ v. Kämpfer z. Scheitel
		$u = \frac{1}{2} \cdot \frac{B}{2}$	$u = \frac{1}{3} \cdot \frac{B}{2}$	$u = \frac{1}{6} \cdot \frac{B}{2}$	$u = \frac{2}{3} s_k$	$u = \frac{1}{2} s_k$	$u = \frac{1}{3} s_k$			
	Form 1	Form 2	Form 3	Form 4	Form 5	Form 6	Form 7	Form 8	Form 19	
1:9	$H_k = 70,7$ $P_k = 72,5$	55,8	50,3	47,8	61,0	59,0	53,8	46,7	65,0	
1:9	1,000	0,790	0,712	0,676	0,864	0,835	0,761	0,661	0,920	
1:7,5	$H_k = 66,3$ $P_k = 68,6$	49,7	47,4	46,0	57,7	55,4	51,7	43,1	56,6	
1:7,5	1,000	0,750	0,715	0,694	0,871	0,836	0,780	0,650	0,854	
1:6	$H_k = 62,4$ $P_k = 66,5$	42,6	41,6	40,0	50,2	45,1	42,4	35,8	49,7	
1:6	1,000	0,683	0,667	0,642	0,805	0,723	0,680	0,574	0,797	
1:4,5	$H_k = 57,4$ $P_k = 62,8$	31,9	30,4	26,9	36,2	32,3	28,7	22,8	42,0	
1:4,5	1,000	0,556	0,530	0,469	0,630	0,562	0,500	0,397	0,732	

ten durch Biegeversuche die wirklichen  $E_{\max} J$  bestimmt werden. Es ergaben sich für die vier Versuchsreihen folgende kritischen Horizontalschübe  $H_k$  und Normalkräfte  $P_k$  im Bogenviertel, wobei

$$(3) \quad P_k = \frac{H_k}{\cos \varphi_v} = H_k \cdot \sqrt{1 + 4 \left( \frac{f}{l} \right)^2}$$

Abb. 6 zeigt die Versuchswerte, in einem räumlichen Achsenkreuz aufgetragen. Aus Abb. 7 kann man auch die kritischen Bogenschübe für die Formen 20, 23 und 24 entnehmen, welche nur für  $\frac{f}{l} = \frac{1}{4,5}$  versuchsmäßig gewonnen wurden. Die Form 19a schließlich ergab für  $\frac{f}{l} = \frac{1}{9}$  ein  $H_k = 57,5 \text{ kg}$  gegenüber Form 19 mit  $65,0 \text{ kg}$ .

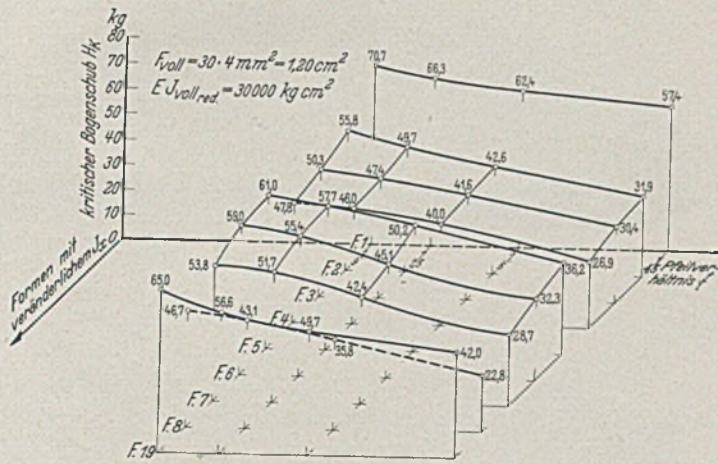


Abb. 6. Kritische Bogenschübe (Versuchswerte).

Die für konstantes  $\max J$  gefundenen kritischen Bogenschübe (Form 1) stimmen sehr gut mit den Werten nach Gl. (1) überein. Die Formen 5—7 mit den größten Trägheitsmomenten an den Stellen der größten Ausbiegungen zeigen durchweg größere  $H_k$ -Werte als die Formen 2—4, bei denen nur der Kämpfer stark ausgebildet war. Man kann daraus den Schluß ziehen, daß eine übermäßige Betonung des Kämpfers keinen Sinn hat, die größten Bogenstärken vielmehr in die Gegend des Viertelpunktes, genauer also zwischen die sich ausbildenden Wendepunkte zu legen sind (Abb. 8). Es genügt, den Kämpfer so stark zu machen, daß er eine sichere Einspannung gewährleistet. Man erkennt ferner, daß ein stetiger Verlauf der Trägheitsmomente größere  $H_k$ -Werte bringt. Alle Formen mit stetigem Verlauf ergeben verhältnismäßig gering voneinander abweichende kritische Bogenschübe; besonders hoch liegt der Wert für die Form 23, wo ja in der Gegend der größten Verformungen beim Knicken auf einer größeren Strecke  $\max J$  lag und der Abfall auf  $\min J$  im Kämpfer und Scheitel stetig ausgebildet war. Ein Vergleich zwischen Form 19 und 19a, wo lediglich das Gesetz des  $J_x$ -Verlaufes voneinander verschieden war, lehrt, daß man stets ein solches wählen sollte, bei dem das zahlenmäßige Mittel aus allen vorhandenen Trägheitsmomenten möglichst groß wird.

Zusammenfassend läßt sich daher aus den Knickversuchen folgendes schließen:

1. Die Veränderlichkeit der Trägheitsmomente hat auf die Größe des kritischen Bogenschubes einen erheblichen Einfluß.
2. Die Art der Verteilung der Trägheitsmomente ist bei der Berechnung der Knickkraft im Gegensatz zu den seither bestehenden amtlichen Bestimmungen DIN 1075 zu berücksichtigen.
3. Die größten Trägheitsmomente sind an den Stellen der beim Knicken erfolgten größten Ausbiegungen anzuordnen, also etwa in der Nähe der Bogenviertel, am besten in der Mitte zwischen den Wendepunkten, die sich beim Ausknicken bilden. Damit wird die Forderung nach einer möglichst großen Knicksicherheit als auch nach Wirt-

schaftlichkeit erfüllt. Dies hat für den Stahlbau praktische Bedeutung, da sich dort eine Verstärkung dieser Stellen ohne Beeinträchtigung der ästhetischen Wirkung bewerkstelligen läßt. Der günstige Einfluß der festen Einspannung wird durch besonders große Trägheitsmomente im Kämpfer nur wenig erhöht; auch im Bogenscheitel spielt die Größe der Trägheitsmomente wegen des dort auftretenden Wendepunktes keine wesentliche Rolle.

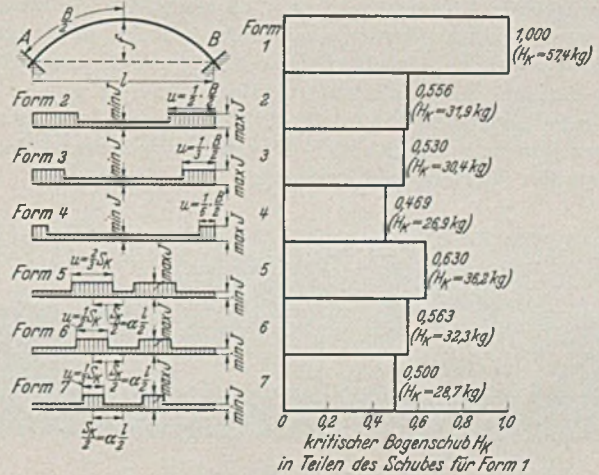
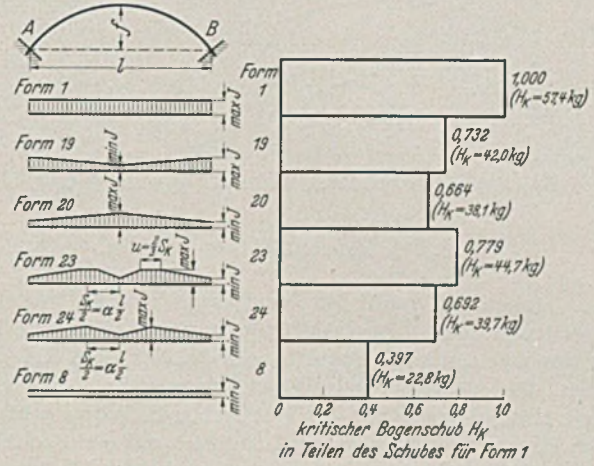


Abb. 7. Kritische Bogenschübe (Versuchswerte) für stetig und sprunghaft veränderliches Trägheitsmoment. Pfeilverhältnis  $f/l = 1/4,5$ .

4. Ein stetiger Verlauf der Trägheitsmomente ist besser als eine sprunghafte Veränderlichkeit. Dabei soll das arithmetische Mittel aller Trägheitsmomente möglichst groß werden.
2. Vereinfachte Berechnung des kritischen Horizontalschubes und Vergleich der Versuchswerte mit den Rechenergebnissen.

a) Wahl eines geraden Ersatzstabes.

Für den kritischen Bogenschub kann man eine der Eulergleichung entsprechende Beziehung anschreiben:

$$(4) \quad H_k = \frac{\pi^2 E J}{(\alpha \cdot l)^2}$$

Das bedeutet also, daß der am Bogen auftretende kritische Horizontalschub gleichgesetzt werden kann mit der Knickkraft eines geraden, gelenkig gelagerten Ersatzstabes, dessen Länge man mit Hilfe der von Gaber angegebenen  $\alpha$ -Werte bestimmt. Bei veränderlichem Trägheitsmoment läßt sich jedoch die Verteilung der Trägheitsmomente vom Bogen auf diesen Ersatzstab nicht ohne weiteres übertragen. Man wählt deshalb vorteilhaft einen am einen Ende fest eingespannten, am anderen Ende gelenkig geführten geraden Stab<sup>4</sup>, dessen Knicklänge gleich der halben Bogenlänge

<sup>4</sup> Bleich, F.: Theorie u. Berechnung eiserner Brücken. Berlin: Julius Springer (1924) S. 212 u. 213. Man vgl. auch R. Mayer, Die Knickfestigkeit. Berlin: Julius Springer (1921) S. 142 uf.

ist. Aus dem bekannten Verformungsbild des eingespannten Bogens (Abb. 8—10) geht hervor, daß der typische Verlauf der Knickbilder von Bogen und geradem Stab ähnlich ist; dem bei veränderlichen Trägheitsmomenten in der Lage veränderlichen Wendepunkt  $W_1$  im Bogen entspricht ein in der Lage ebenfalls von den Trägheitsmomenten abhängiger Wendepunkt  $W_1'$  des

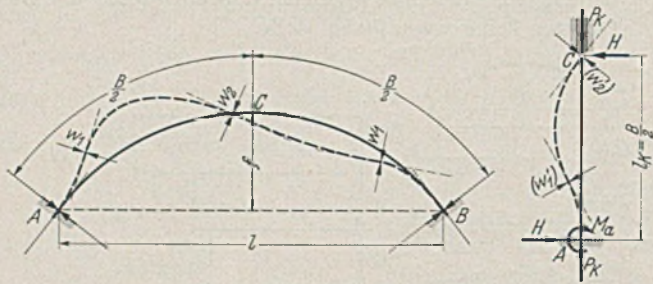


Abb. 8. Verformungsbild beim Knicken.

geraden Stabes, während der Scheitelwendepunkt wegen der Symmetrie praktisch in Bogenmitte liegen bleibt. Es handelt sich also darum, für einen so gelagerten geraden Stab die Knickkraft zu finden. Wie die Versuche beweisen, stimmen die so gefundenen  $P_k$ -Werte ziemlich genau mit den Werten für die kritische Normalkraft im Bogenviertel überein; man darf sich mit der Genauigkeit von weniger als 5% begnügen, da ja die sonstigen Einflüsse, wie Mitwirkung der Überbauten, auch nicht berücksichtigt werden, und bewegt sich bei dieser Annahme sogar auf der ungünstigen Seite. Genaue Übereinstimmung erzielt man von Fall zu Fall mit einem Bogenquerschnitt in der Nähe des Viertelpunktes zwischen ihm und dem Scheitel, der eine etwas kleinere Normalkraft als der Viertelpunkt aufweist.

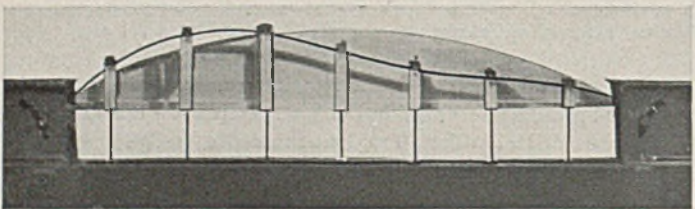
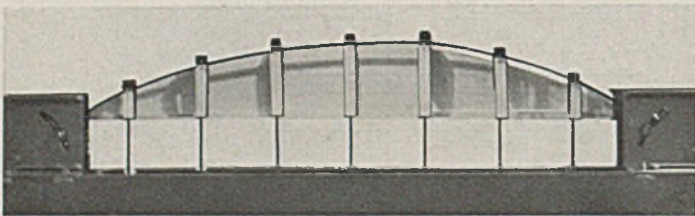


Photo-Glock, Karlsruhe.

Abb. 9.  $\frac{f}{l} = \frac{1}{7,5} \cdot \max J = \text{const.}$  (Form 1). Bogen kurz vor und nach dem Ausknicken.

Praktisch hat man also so vorzugehen: Man ermittelt mit den üblichen Methoden den infolge Eigengewicht, Verkehrslast usw. auftretenden größten Horizontalschub  $H_{\max}$ . Den kritischen Bogenschub erhält man genau genug aus

$$(3) \quad H_k = P_k \cdot \cos \varphi_v = P_k \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 4 \left(\frac{f}{l}\right)^2}}$$

wobei

$$(4) \quad P_k = \frac{20,19 \cdot E J_s \cdot \mu}{l_k^2}$$

die Knickkraft des geraden, einerseits fest eingespannten, andererseits gelenkig geführten Ersatzstabes ist.  $l_k$  ist die Knicklänge gleich der halben Bogenlänge  $B$ ,  $J_s$  ein ausgezeichnetes Trägheitsmoment, hier des Bogenscheitels,  $\mu$  ein Beiwert, der die Veränderlichkeit des Trägheitsmomentes berücksichtigt. Die Knicksicher-

heit berechnet sich dann mit

$$\nu = \frac{H_k}{H_{\max}}$$

und muß im elastischen Bereich z. B. für stählerne Eisenbahnbrücken nach den BE-Vorschriften der Reichsbahn  $\nu = 3,5$  sein. Für weniger schlanke Bögen ist die erforderliche Sicherheit kleiner und hängt von den auftretenden Knickspannungen  $\sigma_k$  ab, die man berechnen muß. Man bestimmt für den in Stabmitte liegenden Querschnitt  $F_v$  eine vorläufige Knickkraft

$$P_k' = \sigma_k' \cdot F_v,$$

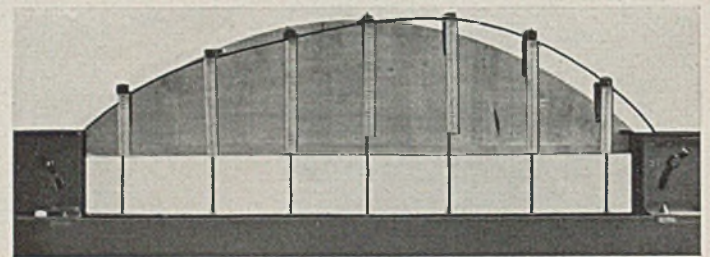
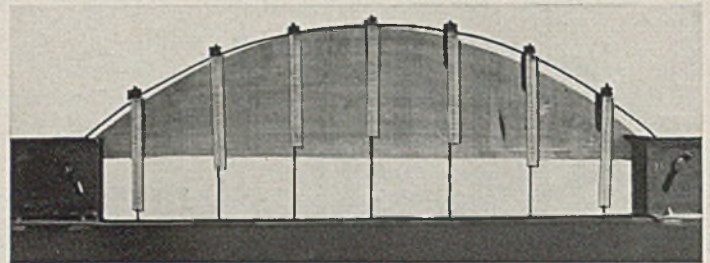


Photo-Glock, Karlsruhe.

Abb. 10.  $\frac{f}{l} = \frac{1}{4,5} \cdot \max J$  vom Kämpfer auf  $\min J$  im Scheitel stetig abnehmend (Form 19). Bogen kurz vor und nach dem Ausknicken.

wobei nach der Tetmajer-Gleichung

$$\sigma_k' = a - b \cdot \frac{0,7 \cdot l_k}{\sqrt{\frac{J_s \cdot \mu}{F_v}}} \quad \text{für } l_k = \frac{B}{2}. \quad (5)$$

Mit  $P_k'$  findet man für jeden Querschnitt  $\sigma_{kx}' = \frac{P_k'}{F_x}$  und daraus den Engesser'schen Knickmodul

$$T_x = \frac{\sigma_{kx}' (a - \sigma_{kx}')^2}{(\pi \cdot b)^2}. \quad (6)$$

Die zu den einzelnen Querschnitten gehörigen Produkte  $T_x \cdot J$  lassen sich auch mit

$$T_x \cdot J_x = \tau_x \cdot T_v' \cdot J_x = T_v' (\tau_x \cdot J_x)$$

anschreiben, wobei  $\tau_x \cdot J_x$  ein gedachtes Trägheitsmoment bedeutet. Damit ist die Berechnung so durchzuführen, als ob es sich um einen Stab mit dem unveränderlichen Querschnitt  $F_v$  und dem veränderlichen Trägheitsmoment ( $\tau_x \cdot J_x$ ) handelte; das Verfahren ist so oft zu wiederholen, bis die Bedingung erfüllt ist, daß die endgültige Knickkraft  $P_k$  im mittleren Querschnitt  $F_v$  eine Knickspannung  $\sigma_k = \frac{P_k}{F_v}$  besitzt, bei welcher der zugehörige Knickmodul  $T_v$  gleich dem angenommenen Werte  $T_v'$  wird.

Die Bestimmung von  $P_k$ , mithin des Beiwertes  $\mu$ , bei veränderlichem Trägheitsmoment durch Integration der Differentialgleichung der elastischen Linie

$$E J_x \cdot y'' = -P_k \cdot y + H \cdot x \quad (7)$$

läßt sich für stufenweise veränderliches Trägheitsmoment verhältnismäßig einfach durchführen. Symmetrisch gelagerte Stäbe mit stetig veränderlichem Trägheitsmoment hat mit Hilfe von Zylinderfunktionen Tölke<sup>6</sup> behandelt; die Ergebnisse lassen sich aber

<sup>5</sup> Elwitz: Die Lehre von der Knickfestigkeit. Hannover: Jä-  
neckel, S. 279.

<sup>6</sup> Tölke: Bauing. 11 (1930) S. 500.



auf den einerseits fest eingespannten, andererseits gelenkig gelagerten Stab nicht übertragen, so daß es sich empfiehlt, weniger umständliche Wege aufzusuchen. Das Verfahren der Näherungsfolgen (zeichnerisch: Vianello<sup>7</sup>, rechnerisch: Engesser) beschränkt sich jeweils auf zahlenmäßige Beispiele und ist zeitraubend. Allgemeine Lösungen findet man am besten durch die bekannte Energiemethode (Ritz-Timoschenko). Danach ist:

$$P_k = \frac{\int_0^{l_k} E J_x \cdot y''^2 \cdot dx}{\int_0^{l_k} y'^2 \cdot dx} \quad (8)$$

Man hat für  $y$  eine Funktion einzuführen, die die Randbedingungen

1.  $y = 0$  für  $x = 0$
2.  $y'' = 0$  für  $x = 0$
3.  $y = 0$  für  $x = l_k$
4.  $y' = 0$  für  $x = l_k$

Abb. 11. Gerader Ersatzstab.

des Ersatzstabes erfüllt und im typischen Verlauf sich der Verformungslinie des Stabes anschmiegt, die ja auch von  $J_x$  stark beeinflusst wird.

Zur bequemen Integration wählt man zweckmäßig ein Polynom<sup>8</sup>, das einen Parameter enthalten muß; über letzteren hat man nach erfolgter Integration so zu verfügen, daß  $P_k$  ein Kleinstwert wird. Bei der Verwendung von

$$(9) \quad y = x^5 + \left(\frac{2d}{l_k} - 2l_k\right)x^4 + (l_k^2 - 3d)x^3 + l_k^2 \cdot d \cdot x$$

erreicht man eine völlig ausreichende Genauigkeit von 0,7%.

b) Vergleich der Versuchsergebnisse mit den berechneten Werten.

1.  $J_x$  konstant.

In folgender Zahlentafel 3 sind die Versuchswerte und die nach vorigem berechneten  $P_k$ -Werte zusammengestellt. Man erkennt, daß die Abweichungen durchweg, selbst für steile Bögen, unter 5% bleiben, und die berechneten Knickkräfte kleiner als die versuchstechnisch gefundenen sind. Damit bleibt man also auf der sicheren Seite (Abb. 12).

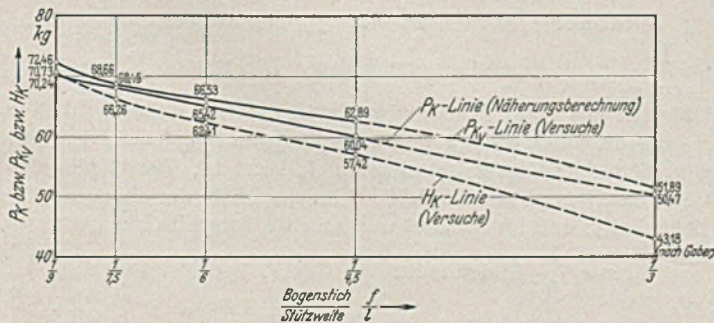


Abb. 12. Vergleich der berechneten  $P_k$ -Werte mit den Versuchswerten.

2.  $J_x$  veränderlich.

a) Stufenweise veränderliches Trägheitsmoment. Hier mag ein Beispiel genügen.

Man wendet die bekannte Lösung der Differentialgleichung (7)

$$(10) \quad y = C' \sin Kx + C'' \cos Kx + \frac{H}{P_k} \cdot x$$

und ihre 1. Ableitung

$$(11) \quad y' = C' K \cos Kx - C'' K \sin Kx + \frac{H}{P_k}, \quad \text{wobei } K = \sqrt{\frac{P_k}{E J}}$$

zur Bestimmung der Konstanten  $C'$  und  $C''$  jeweils auf die Über-

<sup>7</sup> Vianello, L.: Z. VDI 42 (1898) S. 1456. F. Engesser, Z. Österr. Ing. u. Arch. 61 (1909) S. 544; 45 (1893) S. 506.

<sup>8</sup> Pöschl: Bauing. 17 (1936) S. 160.

Zahlentafel 3. Vergleich zwischen den Versuchswerten  $P_{kv}$  mit den errechneten Werten  $P_k$  für konstantes Trägheitsmoment (Form 1).

$f/l$	$H_k$ (Versuch) in kg	$\cos \varphi_v$	$P_{kv} = \frac{H_k}{\cos \varphi_v}$ (Versuch) in kg	$l_k = \frac{B}{2}$ in cm	$P_k$ (Rechnung) in kg	$\frac{P_k}{P_{kv}}$	Unterschied in % von $P_{kv}$	$\alpha$ -Werte nach Ga- ber in %	Versuch in %
1/9	70,73	0,976	72,46	92,86	70,24	0,969	-3,1	36	36
1/7,5	66,26	0,965	68,66	94,08	68,43	0,997	-0,3	36 <sup>5</sup>	37
1/6	62,41	0,938	66,53	96,22	65,42	0,985	-1,5	37	38
1/4,5	57,42	0,913	62,89	100,44	60,04	0,956	-4,4	39	40
1/3	43,18 (nach Ga- ber)	0,832	51,89	109,56	50,47	0,974	-2,6	46	—

gangsstellen an (auftretende Bedingungen: gemeinsame Ausbiegung, gemeinsame Tangente) und erhält nach Elwitz<sup>9</sup> die Knickbedingung:

$$(12) \quad \begin{cases} 0 = \frac{K_2}{K_1} \sin K_1 x_1 (\alpha_2' \cos K_2 x_1 + \alpha_2'' \sin K_2 x_1) \\ - \cos K_1 x_1 (\alpha_2' \sin K_2 x_1 - \alpha_2'' \cos K_2 x_1), \end{cases}$$

wobei

$$\alpha_2' = \sin K_2 x_2 (\alpha_3' \sin K_3 x_2 - \alpha_3'' \cos K_3 x_2) + \frac{K_3}{K_2} \cos K_2 x_2 (\alpha_3' \cos K_3 x_2 + \alpha_3'' \sin K_3 x_2)$$

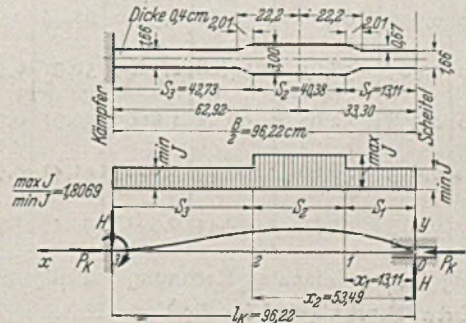


Abb. 13. Beispiel. Form 5.  $f/l = 1/6$ .

$$\alpha_2'' = \frac{K_3}{K_2} \sin K_2 x_2 (\alpha_3' \cos K_3 x_2 + \alpha_3'' \sin K_3 x_2) - \cos K_3 x_2 (\alpha_3' \sin K_3 x_2 - \alpha_3'' \cos K_3 x_2)$$

$$\alpha_3' = l_k \sin K_3 l_k + \frac{1}{K_3} \cos K_3 l_k$$

$$\alpha_3'' = \frac{1}{K_3} \sin K_3 l_k - l_k \cos K_3 l_k$$

Nach mehreren Rechnungsgängen findet man, daß  $P_k = 52,15$  kg die Gl. (12) befriedigt. Bei den gegebenen Abmessungen ist:

$$\begin{aligned} E_{\max J} &= 30000 \text{ kg/cm}^2; & E_{\min J} &= 16603 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2; \\ x_1 &= 13,11 \text{ cm}; & x_2 &= 53,49 \text{ cm}; & l_k &= 96,22 \text{ cm}; \\ K_1 &= K_3 = 0,056045; & K_2 &= 0,041694; \\ \alpha_3' &= -63,5804; & \alpha_3'' &= -74,3838; \\ \alpha_2' &= -108,2547; & \alpha_2'' &= +4,6130; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin K_2 x_1 &= 0,5198; & \cos K_2 x_1 &= 0,8543; \\ \sin K_1 x_1 &= 0,0670; & \cos K_1 x_1 &= 0,7420. \end{aligned}$$

Der Unterschied von  $P_k = 52,15$  kg mit dem Versuchswert  $P_{kv} = 53,5$  kg beträgt also 2,5% und befriedigt.

<sup>9</sup> Elwitz: Die Lehre von der Knickfestigkeit. Hannover: Jä-  
neckel (1918) S. 269.

β) Stetig veränderliches Trägheitsmoment.

Vereinfacht man die stetige Veränderlichkeit der Form 19, wobei die Projektion der  $J_x$ -Linie auf die x-Achse geradlinig war, so, daß diese Proportionalität für die abgewinkelte Bogenhälfte, also den geraden Ersatzstab gilt, erhält man

$$(13) \quad J_x = J_s \left\{ 1 + (n-1) \frac{x}{l_k} \right\}, \quad \text{wobei } n = \frac{J_k}{J_s}.$$

Die Integration der Gl. (8) mit Hilfe des Polynoms [Gl. (9)] und des Parameters  $d = -l_k^2$  liefert für kleine n genau genug:

$$(14) \quad P_k = 20,34 \frac{E J_s}{J_k^2} [1 + (n-1) \cdot 0,4904].$$

In Anbetracht der rohen Vereinfachungen ergeben sich in diesem Ausnahmefalle stärkere Abweichungen; sie bleiben jedoch unter 10%.

$$(18) \quad P_k = \frac{E J_s}{J_k^2} \left\{ \frac{4}{35} \left[ 3 + 14 \frac{d}{l_k^2} + 63 \left( \frac{d}{l_k^2} \right)^2 \right] + \frac{c}{105} \left[ 68 + 432 \frac{d}{l_k^2} + 972 \left( \frac{d}{l_k^2} \right)^2 \right] + \frac{c^2}{77} \left[ 40 + 264 \frac{d}{l_k^2} + 528 \left( \frac{d}{l_k^2} \right)^2 \right] + \frac{c^3}{715} \left[ 108 + 728 \frac{d}{l_k^2} + 1404 \left( \frac{d}{l_k^2} \right)^2 \right] \right\} \cdot \left[ l_k^2 \cdot \frac{2}{315} \left[ 1 + 9 \frac{d}{l_k^2} + 54 \left( \frac{d}{l_k^2} \right)^2 \right] \right]$$

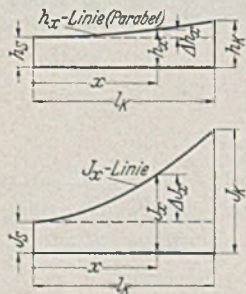
Zahlentafel 4. Vergleich zwischen den Versuchswerten ( $P_{kv}$ ) mit den errechneten Werten  $P_k$  für stetig veränderliches Trägheitsmoment (Form 19 und 20).

f/l	Form	$H_k$ (Versuch) in kg	$\cos \varphi_v$	$P_{kv} = \frac{H_k}{\cos \varphi_v}$ (Versuch) in kg	$l_k = \frac{B}{2}$ in cm	$n = \frac{J_k}{J_s}$	$P_k$ (Rechnung) in kg	$\frac{P_k}{P_{kv}}$	Unterschied in % von $P_{kv}$
1/9	19	65,00	0,976	66,59	92,86	1,3480	61,45	0,924	-7,6
1/7,5	19	56,60	0,965	58,65	94,08	1,5209	56,91	0,971	-2,9
1/6	19	49,70	0,938	52,98	96,22	1,8069	50,91	0,963	-3,7
1/4,5	19	42,00	0,913	46,00	100,44	2,6223	41,41	0,901	-9,9
1/4,5	20	38,08	0,913	41,70	100,44	0,3813	42,13	1,012	+1,2

3. Anwendung der vereinfachten Rechnung auf allgemeine Fälle.

In der Entwurfspraxis sind für die Veränderlichkeit der Trägheitsmomente verschiedene Gesetze im Gebrauch, von denen zwei herausgegriffen werden sollen, für die die Arbeit der Berechnung der  $\mu$ -Werte bei verschiedenen  $\frac{J_k}{J_s}$ -Verhältnissen schon hier vorweg-

genommen wird.



a) Die Bogenstärke  $h_x$  ändert sich nach einer quadratischen Parabel.

Wenn die innere und äußere Leibung eines symmetrischen Gewölbes Kreisbögen sind, ändert sich die Gewölbstärke sehr genau nach dem Parabelgesetz<sup>10</sup>. Für konstante Gewölbbreite findet man daher (Abb. 14):

$$(15) \quad h_x = h_s \left\{ 1 + (m-1) \cdot \frac{x^2}{l_k^2} \right\}, \quad \text{wobei } m = \frac{h_k}{h_s}.$$

$$(16) \quad J_x = J_s \left[ 1 + 3c \frac{x^2}{l_k^2} + 3c^2 \frac{x^4}{l_k^4} + c^3 \frac{x^6}{l_k^6} \right], \quad \text{wobei } c = m - 1.$$

Durch Integration von Gl. (8) unter Einsetzen der Quadrate der 1. und 2. Ableitungen des Polynoms [Gl. (9)]

$$y'^2 = 25x^8 + 80 \left( \frac{d}{l_k} - l_k \right) x^7 + \left[ 94 l_k^2 - 218d + 64 \frac{d^2}{l_k^2} \right] x^6 + 48 \left[ 4 l_k d - 3 \frac{d^2}{l_k} - l_k^3 \right] x^5 + \left[ -44 l_k^2 d + 9 l_k^4 + 81 d^2 \right] x^4 + 16 \left[ l_k d^2 - l_k^3 d \right] x^3 + 6 \left[ l_k^4 \cdot d - 3 l_k^2 d^2 \right] x^2 + l_k^4 d^2$$

$$y''^2 = 400x^6 + 960 \left( \frac{d}{l_k} - l_k \right) x^5 + \left[ 816 l_k^2 - 1872d + 576 \left( \frac{d}{l_k} \right)^2 \right] x^4 + 288 \left( 4 d l_k - 3 \frac{d^2}{l_k} - l_k^3 \right) x^3 + 36 \left( l_k^4 - 6 l_k^2 d + 9 d^2 \right) x^2$$

erhält man:

worin man für jedes m den Parameter d so bestimmen muß, daß  $P_k$  und damit  $\mu$  ein Kleinstwert wird. Es ist dann für:

Zahlentafel 5.

m = 1	1,2	1,4	1,6	1,8
$d = -l_k^2$	$-0,54 l_k^2$	$-0,46 l_k^2$	$-0,40 l_k^2$	$-0,37 l_k^2$
$\mu = 1$	1,19	1,39	1,60	1,83

Aus der in Abb. 15 gezeichneten  $\mu$ -Kurve läßt sich für beliebige  $m = \frac{h_k}{h_s}$  oder  $n = \frac{J_k}{J_s}$ -Verhältnisse  $\mu$  abgreifen und ohne weiteres die kritische Normalkraft im Bogenviertel mit

$$(4) \quad P_k = \frac{20,19 \cdot E J_s \cdot \mu}{l_k^2}$$

berechnen, wobei  $l_k = \frac{l}{2} \cdot B$  (B = Bogenlänge).

b) Das Trägheitsmoment  $J_x$  ändert sich nach einer kubischen Parabel, die durch  $J_k, J_v, J_s$  (nach Straßner) und Tangente im Scheitel festgelegt ist.

Straßner<sup>11</sup> verwendet für  $J_x$  ein Gesetz, wonach sich  $\frac{J_x}{J_s \cos \varphi_x}$  nach einer Geraden ändert. Die genaue Kurve für  $J_x$  läßt sich mit guter Annäherung durch eine kubische Parabel ersetzen, die durch die gegebenen Werte  $J_s$  und  $J_k$ , sowie den nach dem Strassner-Gesetz berechneten  $J_v$ -Wert im Viertelpunkt so bestimmt ist, daß sie die Größe  $J_v$  in der Mitte der abgewinkelten Bogenhälfte und im Scheitel waagerechte Tangente hat (Abb. 16).

Mit  $n = \frac{J_k}{J_s}$  findet man:

$$(19) \quad J_x = J_s \left\{ 1 + \left[ 8 \frac{J_v}{J_s} - 7 - n \right] \frac{x^2}{l_k^2} + \left[ 6 - 8 \frac{J_v}{J_s} + 2n \right] \frac{x^4}{l_k^4} \right\}.$$

$$(20) \quad J_v = J_s \cdot \frac{n}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 4 \left( \frac{f}{l} \right)^2}} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1 + 16 \left( \frac{f}{l} \right)^2}{1 + 4 \left( \frac{f}{l} \right)^2}}$$

Setzt man:

$$c_1 = 8 \frac{J_v}{J_s} - 7 - n$$

$$c_2 = 6 - 8 \frac{J_v}{J_s} + 2n$$

<sup>11</sup> Straßner, A.: Neuere Methoden zur Statik der Rahmen-tragwerke und der elastischen Bogenträger, 2. Bd. Berlin: Ernst u. Sohn (1927) S. 44.

<sup>10</sup> G a b e r: Vereinfachung in der Gewölberechnung. Festschrift zur Jahrhundertfeier der Technischen Hochschule Karlsruhe 1925.

und verwendet man wieder das Polynom [Gl. (9)] zur Integration von Gl. (8), so erhält man zur Bestimmung von  $P_k$ :

$$(21) \quad P_k = \frac{E J_s \left[ \frac{4}{35} \left[ 3 + 14 \frac{d}{l_k^2} + 63 \left( \frac{d}{l_k^2} \right)^2 \right] + \frac{1}{315} c_1 \left[ 68 + 432 \frac{d}{l_k^2} + 972 \left( \frac{d}{l_k^2} \right)^2 \right] + \frac{1}{21} c_2 \left[ 4 + 26 \frac{d}{l_k^2} + 54 \left( \frac{d}{l_k^2} \right)^2 \right] \right]}{\left[ \frac{2}{315} \cdot l_k^2 \left[ 1 + 9 \frac{d}{l_k^2} + 54 \left( \frac{d}{l_k^2} \right)^2 \right] \right]}$$

Für verschiedene  $n = \frac{J_k}{J_s}$  und  $\frac{f}{l}$  findet man folgende d-Werte, die  $P_k$  (also  $\mu$ ) zu einem Kleinstwert machen.

Zahlentafel 6.

$n = \frac{J_k}{J_s}$	8	6	4	2	1
d =	$-0,360 l_k^2$	$-0,374 l_k^2$	$-0,421 l_k^2$	$-0,540 l_k^2$	$-l_k^2$
$\mu$ (z. B. für $\frac{f}{l} = \frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{6}$ )	2,00	1,84	1,64	1,31	[1,00]

In Abb. 17 sind für die gebräuchlichsten Pfeilverhältnisse die zugehörigen  $\mu$ -Werte bei verschiedenen  $n = \frac{J_k}{J_s}$ -Verhältnissen dargestellt, so daß man leicht für alle gegebenen Fälle den entsprechenden  $\mu$ -Wert abgreifen kann.

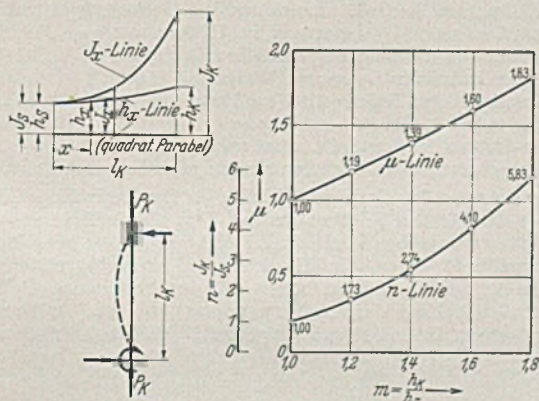


Abb. 15. Knickbeiwerte  $\mu$  für ein nach einer Parabel wachsendes  $l_k$ .

Er ist dann in die Gl. (4)

$$P_k = \frac{20,19 \cdot E J_s \cdot \mu}{l_k^3}$$

wobei  $l_k = \frac{1}{2}$  Bogenlänge, einzusetzen, womit man die kritische Normalkraft im Bogenviertel und damit nach Gl. (3) den kritischen Horizontalschub gefunden hat.

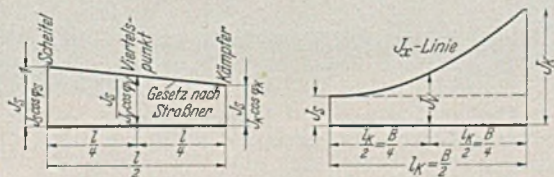


Abb. 16. Verlauf der  $J_x$ -Linie.

c) Vergleich der vereinfachten Berechnung mit der Vorschrift nach den DIN-Bestimmungen 1075, IV, § 9, 3 (1930).

Für einen eingespannten Bogen von 120 m Stützweite, dessen Abmessungen aus Abb. 18 zu ersehen sind, ergibt sich  $\mu = 1,79$  und

$$P_k = 20,19 \cdot \frac{2100000 \cdot 1,62 \cdot 1,79}{66,222^2} = 28036 \text{ t.}$$

Es ist dabei:

$$l = 120 \text{ m; } f = 24,35 \text{ m; } \frac{f}{l} = \frac{1}{4,93}; n = \frac{J_k}{J_s} = \frac{8,50}{1,62} = 5,25;$$

$E = 2100000 \text{ t/m}^2$  für Beton,

$$l_k = \text{halbe Bogenlänge} = \frac{1}{2} \left[ l + \frac{8}{3} \left( \frac{f}{l} \right)^2 - \frac{32}{5} \left( \frac{f}{l} \right)^4 \right] = 66,222 \text{ m.}$$

Nach den DIN-Bestimmungen 1075 ist:

$$P_k' = \frac{\pi^2 E J_m}{l_k^2}$$

Für  $l_k = \frac{B}{3} = 44,148 \text{ m}$  und  $J_m =$  arithmetisches Mittel aller  $J_x = 3,345 \text{ m}^4$  erhält man eine um 26,5% größere und viel zu günstige kritische Normalkraft im Viertelpunkt

$$P_k' = \frac{9,8696 \cdot 2100000 \cdot 3,345}{44,148^2} = 35570 \text{ t.}$$

Die DIN-Bestimmungen bedürfen daher einer entsprechenden Abänderung.

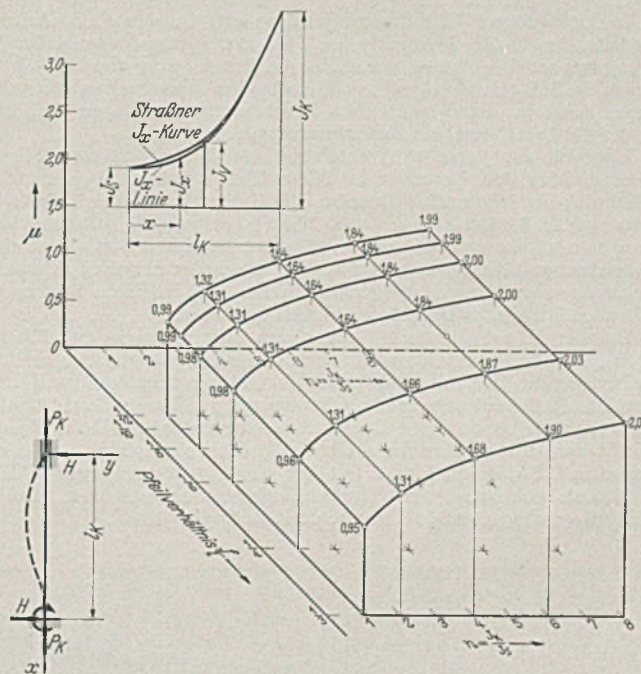


Abb. 17. Knickbeiwerte  $\mu$  für ein nach einer kubischen Parabel veränderliches Trägheitsmoment ( $J_s, J_v, J_k$  nach Straßner).

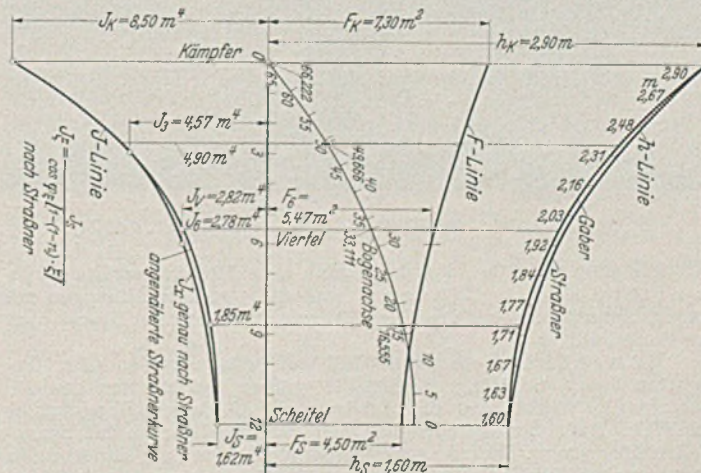


Abb. 18. Eingespannter Bogen.  $l = 120 \text{ m, } f = 24,35 \text{ m.}$

Schluß.

Zusammenfassend lassen sich folgende Ergebnisse feststellen:  
1. Die Knickkraft des eingespannten Bogenträgers kann durch eine vereinfachte Berechnung mit ausreichender Genauigkeit

ermittelt werden und stimmt mit dem durch Versuch gefundenen Wert gut überein.

2. Die vereinfachte Berechnung ersetzt die Berechnung der Knickkraft am gelenklosen Bogen bei symmetrischer Belastung und veränderlichem Trägheitsmoment durch die am einerseits eingespannten, andererseits gelenkig gelagerten geraden Stab von der Knicklänge gleich der halben Bogenlänge, auf der die Trägheitsmomente wie beim Bogen verteilt sind.
3. Als Berechnungsverfahren bei veränderlichem Trägheitsmoment wählt man mit Vorteil die sog. Energiemethode, bei welcher die Ausbiegungskurve durch ein Polynom ausgedrückt wird. Dieses muß aber einen Parameter enthalten, über den man so verfügt, daß die berechnete Knickkraft ein Kleinstwert wird. Das Verfahren der Näherungsfolgen (Vianello-Engesser) nimmt mehr

Zeit in Anspruch und läßt sich nur auf bestimmte, zahlenmäßige Beispiele anwenden; die Integration der Differentialgleichung der elastischen Linie schließlich ist meist schwierig, oft in geschlossener Form unmöglich und empfiehlt sich nur in ganz einfachen Fällen.

4. Im unelastischen Bereich kann man durch Einführung des Engesser-Knickmoduls in ähnlicher Weise wie im elastischen vorgehen; der veränderliche Knickmodul läßt sich gerade so wie das veränderliche Trägheitsmoment berücksichtigen; man muß ihn mit Hilfe empirischer Formeln (Tetmajer u. dgl.) näherungsweise bestimmen.
5. Es ist unzulässig, die Veränderlichkeit der Trägheitsmomente nur durch die arithmetische Mittelbildung nach DIN 1075 zu berücksichtigen, da man dann zu hohe Knickkräfte erhält.

## KURZE TECHNISCHE BERICHTE.

### Bemerkenswerte Brücken in den Vereinigten Staaten.

In der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts wurden 4 Brücken fertiggestellt, die für die Geschichte des Groß-Brückenbaus von großer Bedeutung waren. Die größte von ihnen, die Brücke über den Firth of Forth in Schottland (1899), mit ihren beiden Spannweiten von 518 m ist noch heute in ihrer gigantischen Erscheinung, der klaren Verkörperung des Gerberträgers, ein bemerkenswertes Bauwerk.

Über die im Jahre 1883 eröffnete, 486 m lange Brooklynbrücke über den Eastriver in New York ist mehr geschrieben worden als über jede andere Brücke. Die Gesamtkosten der Brücke betragen 15 Mill. \$. Leider hat John Roebling nicht mehr die Vollendung seines Lebenswerkes erlebt. Er starb im ersten Baujahr an einer Fußverletzung. Sein Sohn übernahm die Leitung der Arbeiten, erkrankte jedoch später, weil er sich bei einem Unglücksfall in einem Senkkasten 24 Stunden lang unter Druckluft aufgehalten hatte.

Bei der Eadsbrücke über den Mississippi in St. Louis (Abb. 1), 1874 fertiggestellt, wurde zum erstenmal für die Hauptträger einer Brücke, die hier aus gegliederten Bogen mit röhrenförmigen Gurten bestanden, Flußstahl verwendet. Mit der 158,5 m langen Mittelöffnung war sie die weitgespannteste Bogenbrücke der damaligen Zeit. Zusammen mit der Brooklynbrücke zählt die Eadsbrücke mit zu den ersten Brücken in USA, deren Pfeiler mit Druckluft gegründet wurden. Daß damals noch recht wenig über Druckluftarbeiten bekannt war, zeigt die hohe Zahl von 119 Druckluftkranken mit 14 Todesfällen.



Abb. 1. Eadsbrücke über den Mississippi bei St. Louis.

Die 1879 erbaute, 1902 durch eine neue Brücke ersetzte Missouri-Brücke in Glasgow war mit 5 großen Öffnungen mit einer größten Spannweite von 96 m die erste amerikanische Brücke ganz aus Flußstahl.

Hängebrücken und Gerberträger. Von allen Trägerarten haben die Hängebrücken die größten Spannweiten erreicht. Nordamerika erhebt heute den Anspruch auf die längste Hängebrücke der Welt. Außerdem befinden sich dort 16 Hängebrücken mit Spannweiten über 300 m. Die 1280 m weitgespannte Golden Gate Hängebrücke ist rd. zweimal länger als die Quebecbrücke, die mit einer Hauptöffnung von 549 m die größte Spannweite von allen andern Brückenarten besitzt. Die Brooklynbrücke blieb damals 30 Jahre hindurch die größte Hängebrücke, bis 1926 die 533 m weitgespannte Philadelphia-Camden-Brücke fertig gestellt wurde. Seit dieser Zeit wurde der Spannweitenrekord dreimal gebrochen:

- 1929 Detroit River-Brücke mit 564 m,
- 1931 George Washington-Brücke über den Hudson mit 1036 m,
- 1936 Golden Gate-Brücke mit 1280 m Spannweite.

Innerhalb eines Jahrhunderts wurde die Spannweite von 177 m auf 1280 m gesteigert mit einer Vermehrung des Auflagerdruckes auf den Pylonen von 660 t auf 68 000 t. Wird der Spannweitenrekord bald wieder gebrochen? Heute stehen neue Baustoffe mit größeren Festigkeiten und geringeren Gewichten im Wettstreit mit den alten Baustoffen. Wie z. B. die Drahtfestigkeit sich gesteigert hat, zeigten die beiden 0,93 m starken Kabel der Golden Gate-Brücke die eine um 55 % höhere Spannung zu lassen als die 4 x 0,39 m starken Kabel der Brooklynbrücke. Mit den heutigen Baustoffen ist die praktisch ausführbare Grenze für die Spannweiten bei Hängebrücken rd. 3000 m und bei Gerberträgern rd. 900 m. Die weitgespanntesten Gerberträger in USA. sind:

- San Francisco-Oakland-Bay-Brücke mit 427 m,
- Columbia-Brücke in Longview, Wash. mit 366 m,
- Blackwells Island-Brücke in New York mit 360 m,
- Carquinez-Strait-Brücke mit 335 m,
- Cooper-Brücke in South Carolina mit 320 m,
- Mississippi-Brücke in Vicksburg mit 252 m Spannweite.

Bemerkenswert ist die augenblicklich im Bau befindliche Auslegerbrücke über den Neches bei Port-Arthur, Tex. Diese Brücke mit einer Mittelspannweite von 207 m und einer Höhe von 53,6 m über dem Wasserspiegel, mußte für einen Winddruck von 366 kg/m<sup>2</sup> berechnet werden.

In den letzten 20 Jahren haben die durchlaufenden Balken für kleinere Straßenbrücken vielfach Verwendung gefunden. An bemerkenswerten Bauwerken dieser Art wurden gebaut: Die Ohio-Brücke in Sciotoville mit 2 Öffnungen von 236 m, die Mississippi-Brücke bei Cape Girardeau

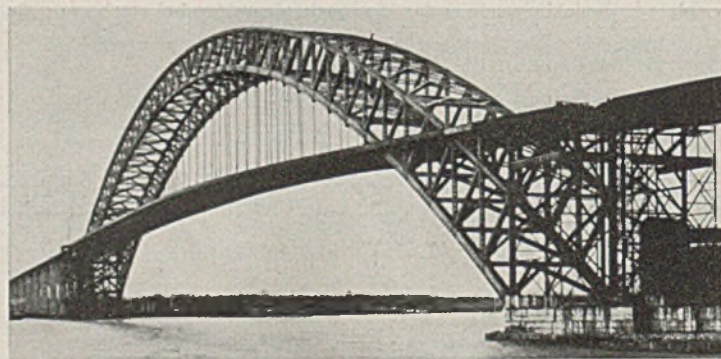


Abb. 2. Bayonne-Brücke über den Kill van Kull.

mit 2 x 235 m, die Mississippi-Brücke bei Cincinnati mit 3 x 157 m und die Brücke bei South Omaha mit 2 x 160 m Öffnungen.

Die Stützweiten des einfachen Balkens sind mit der Entwicklung der anderen Brückenarten ebenfalls gestiegen. Die längste Balkenbrücke, die Eisenbahnbrücke über den Ohio bei Metropolis (1917) ist mit 219 m, 1,2 m länger als die Straßenbrücke über den Mississippi bei Paducah, Ky.

Im Interesse des sich schnell entwickelnden Kraftwagenverkehrs sind ungeheure Summen in den Bau von großen Viadukten gesteckt worden. Das bemerkenswerteste dieser Bauwerke ist der 1932 fertiggestellte „Pulaski Skyway“ westlich von New York City über den Hackensack und Passaic. Die Gesamtkosten betragen bei einer Länge von 6 km und einer Fahrbahnbreite von rd. 15 m 22 Mill. \$.

Bogenbrücken und bewegliche Brücken. Die 1917 fertiggestellte Hell Gate-Bogenbrücke, das Werk Gustav Lindenthals, ist nicht nur vom ingenieurmäßigen, sondern auch vom schönheitlichen Gesichtspunkt aus bemerkenswert. Mit 298 m Spannweite war sie die längste Stahlbogenbrücke, bis 1931 die 504 m lange Bayonne-Brücke

über den Kill van Kull (Abb. 2) vollendet wurde, die die 1932 eröffnete Hafenbrücke von Sidney noch um 0,6 m in der Spannweite übertrifft.

Der Baustoff Beton hat seiner Eigenart gemäß in der Hauptsache Verwendung im Bogenbrückenbau gefunden. Die George Westinghouse-Brücke in Pittsburgh (1931) ist mit einer mittleren Spannweite von 140 m die größte Betonbogenbrücke in USA. geblieben, während die Franzosen mit diesem Baustoff Spannweiten bis 183 m erreicht haben. Eins der größten je gebauten Betonbauwerke ist das Tunkhannock Viadukt mit einer Höhe von 73 m über Talsohle und einer Gesamtlänge von 724 m. Ferner ist hier zu nennen die Arroyo Seco-Brücke, die sog. „Selbstmörderbrücke“ (Abb. 3) als eine der ersten Betonbrücken und das Twelfth Street-Viadukt in Kansas City.



Abb. 3. Arroyo-Seco-Viadukt bei Pasadena, Calif.

An beweglichen Brücken finden sich in Nordamerika gleichfalls eine Reihe bemerkenswerter Bauten von großen Spannweiten, außerordentlich schweren Lasten oder verwickelten maschinellen Einrichtungen. Die 160 m lange zweistöckige Mississippi-Drehbrücke bei Fort Madison ist für eine Verkehrslast von 4536 t berechnet. Der Antrieb geschieht vermittels eines 76 PS-Motors. An weitgespannten beweglichen Brücken sind ferner zu nennen: Die Hubbrücke über den Harlem im Zuge der kürzlich eröffneten Triboroughbrücke, die zweistöckige Michigan Avenue-Klappbrücke in Chicago, die 165 m Hubbrücke über den Delaware bei Burlington, N. J. (Abb. 4), und die 166 m Hubbrücke über den Cape Code-Kanal. Die beiden letzteren sind maschinell so ausgerüstet, daß sie in weniger als 2 Minuten 41 m über den Wasserspiegel gehoben werden können. Bei der Mississippibrücke in Kansas City kann das untere Geschoß unabhängig von dem Obergeschoß, das dem Straßenverkehr dient, gehoben und gesenkt werden. Bei der Hubbrücke über den Willamette bei Portland, Ore ist es möglich, den unteren Teil teleskopartig in den oberen einzuziehen, um die Durchfahrt für kleinere Boote frei zu geben, oder wenn für größere Schiffe erforderlich, beide Teile zusammen anzuheben.

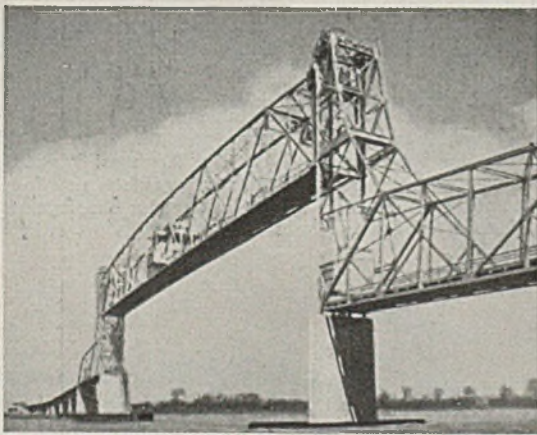


Abb. 4. Bristol-Burlington-Brücke über den Delaware.

Brücken mit schwierigen Gründungen. Eins der schwierigsten Probleme ist bei großen Brücken die Frage der Pfeilergründung, wenn nicht gerade Fels in erreichbarer Tiefe ansteht. So müssen z. B. die Mississippibrücken unterhalb von Thebes, Ill. auf Sand oder Klei gegründet werden. Bei der Straßen- und Eisenbahnbrücke bei Vicksburg wurden die Senkkästen nach dem üblichen Verfahren bis zu einer größten Tiefe von 30 m über NW. abgesenkt. Dabei war Druckluft bis zu 3,7 at erforderlich — der stärkste Druck, der jemals bei einer Druckluftgründung verwendet wurde, und der dicht an die noch erträgliche Grenze von 3,9 at heranreicht. Obwohl zu gleicher Zeit etwa 400 Arbeiter, darunter viele Neulinge, in einer Kammer tätig waren, geschah doch kein wesentlicher Unfall, was im Vergleich zu den schweren Verlusten bei der Gründung der Eadsbrücke den Fortschritt in den Schutzmaßnahmen kennzeichnet. Bei der New Orleans-Brücke mußten die Pfeiler bis zu einer Tiefe von 52 m gegründet werden. Da Druckluftgründung nicht mehr in Frage kam, wurden die Senkkästen in offener Baugrube auf einer innerhalb eines großen Stahlzylinders angeschütteten Sandinsel abgesenkt. Diese Sandinselgründung wurde zuerst 1929 bei

der Brücke über die Suisin-Bay, Calif. angewendet, dann später bei dem Bau der schon erwähnten Neches-Brücke bei Port-Arthur. Für die 74 m unter dem Wasserspiegel reichenden Pfeiler der San Francisco-Oakland-Bay-Brücke wurde eine andere Gründungsart angewendet. Die Pfeiler wurden dabei auf die Senkkästen, deren Auftrieb durch eine Anzahl von luftgefüllten Stahlbehälter regulierbar war, aufbetoniert, so daß das Absinken der Pfeiler dem Betonieren leicht angepaßt werden konnte.

Die lichten Durchfahrthöhen. Auf dem Missouri ist eine lichte Durchfahrthöhe von 16 m über HW., auf dem Mississippi von St. Louis bis Vicksburg 20 m über HW. üblich. Für die Seeschiffahrt bei New Orleans ist 41 m über HW. erforderlich, da jedoch ein Unterschied zwischen Seewasserspiegel und Hochwasser von 6 m besteht, beträgt die lichte Durchfahrthöhe rd. 47 m über Seewasserspiegel. Für das Mündungsgebiet großer Ströme ist i. A. eine Durchfahrthöhe von 41 m gebräuchlich. Bei der Neches-Brücke wurde eine Höhe von 54 m vorgesehen. Die größte lichte Durchfahrthöhe besitzt die Golden Gate-Brücke mit 64 m, während die George Washingtonbrücke über den Hudson eine lichte Durchfahrthöhe von 59 m besitzt. Die höchste Brücke in USA. ist die 268 m lange Brücke über den Royal George mit einer Höhe von 320 m über dem Wasserspiegel.

Eine Reihe von Bauwerken ist wegen ihrer Gesamtlänge bemerkenswert. Die New Orleans-Brücke soll mit einer Gesamtlänge von  $7\frac{1}{4}$  km die längste stählerne Eisenbahnbrücke in USA sein. Die San Francisco-Oakland-Bay-Brücke mit einer Gesamtlänge von über 8 km ist die längste Straßenbrücke der Welt, und zugleich die erste Doppelhängebrücke mit einer gemeinsamen Verankerung. Auch mit ihren Baukosten, die mit 77 Mill. \$ angegeben werden, steht sie an der Spitze aller gebauten Brücken. Nachstehend sind die Kosten einiger anderer Brücken zum Vergleich angegeben:

George Washington-Brücke 55 Mill. \$,  
Triborough-Brücke 44,2 Mill. \$,  
Golden Gate-Brücke 37 Mill. \$,  
Delaware-Brücke, Philadelphia 35 Mill. \$,  
Brooklyn-Brücke, New York 15,212 Mill. \$,  
Firth of Forth, Schottland 16,135 Mill. \$.

Eine Vorstellung von dem ungeheuren Baustoffverbrauch bei der San Francisco-Oakland-Bay-Brücke geben folgende Zahlen: Die Beton und Stahlmassen reichen aus für den Bau von 35 Hochhäusern. Aus den Holzmassen könnten 3000 kleine Häuser gebaut werden, was ungefähr einer Stadt von 15 000 Einwohnern entsprechen würde.

Einige ungewöhnliche Montagen. Bei den älteren großen Brücken war ein großer Teil der Kosten für den Bau des Lehrgerüsts erforderlich. Um diese Kosten zu ersparen, hat man andere, billigere Methoden der Aufstellung erfunden. Bei der Hell Gate-Brücke und ebenfalls bei der Sidney-Hafen-Brücke wurden die Bogen freivorgelassen, wobei die Widerlager als Verankerung dienten. Bei der 165 m langen Burlington-Brücke wurden Türme und Kabel als Abspannung beim Freivorbau verwendet.

Bei Gerberträgern ist die Methode des Freivorbau von den Pfeilern aus allgemein üblich. Bei der Mississippibrücke bei Vicksburg wurden die Träger bis 126 m von jedem Pfeiler aus frei vorgebaut.

Bei der Carquinez-Brücke wurde das 126 m lange Mittelstück am Ufer zusammengebaut, eingeschwommen und mit Hilfe von Sandkästen als Gegengewichte in die endgültige Lage gehoben. Diese Montageart des „floating in“ ist sehr häufig bei einfachen Balken verwendet worden. Bei der noch im Bau befindlichen Marine Parkway-Brücke über den Rockaway Inlet wurden alle Teile eingeschwommen, was bei der 1158 m langen Brücke insgesamt 6 Monate dauerte.

Beim Ersetzen einer alten Brücke durch eine neue ist in den meisten Fällen der Verkehr aufrecht zu erhalten. Ein interessantes Beispiel, auch gleichzeitig dafür, wie die alte Brücke geschickt verwendet werden kann, ist die Fährbrücke in Duluth, Minn. Diese Brücke bestand aus zwei 40 m hohen Türmen, die oben durch einen 120 m langen Träger, an dem eine Schwebefähre hing, verbunden waren. Die Brücke sollte 1927 durch eine 117 m lange Hubbrücke ersetzt werden. Die neuen Türme, die um 12 m höher waren, wurden innerhalb der vorhandenen hochgebaut. Mit Hilfe der neuen Gegengewichte und Seile wurde der alte Träger dann um 12 m auf die Spitze der neuen Türme gehoben, und der neue Balken in der oberen Stellung zusammengebaut, um nicht die Schifffahrt zu behindern. [Nach Civ. Engng. 7 (1937) S. 321.]

Dipl.-Ing. Herbert Fröhlich, Berlin.

### Große Doppelklappbrücke in Chicago.

Im Zuge des Outer Drive, der bekannten Uferstraße in Chicago, wurde über die Mündung des Chicago River eine große Doppelklappbrücke gebaut. Die Brücke mit einem Abstand der Drehzapfen von 80,46 m und einer Breite von 32,92 m ist zweistöckig vorgesehen; vorläufig wird jedoch nur das obere Deck ausgebaut. Dieses enthält zwei Fahrbahnen von je 11,58 m Breite und zwei 4,27 m breite Fußwege und liegt vollständig über den Hauptträgern. Im endgültigen Zustand wird das Gewicht jedes Armes etwa 6200 t betragen, vorläufig sind es etwa 4300 t. Die lichte Durchfahrtsweite beträgt 67,06 m; im geschlossenen Zustand sind 7,32 m lichte Höhe vorhanden.

Jede Brückenklappe besteht aus vier Hauptträgern in je 8,69 m Abstand. Jeder Hauptträger liegt auf einem Drehzapfen, dessen Lager

von einem Querträger, der auf den Seitenwänden des Klappenpfeilers und unter den Lagern der inneren Hauptträger unterstützt ist, abgefangen wird (Abb. 1). Die Fahrbahn des oberen Decks besteht aus Stahlformen, die mit Beton ausgefüllt und durch Schweißung auf den Fahrbahnlängs- und -querträgern befestigt werden. Für das untere Deck sind für Fahrbahn und Fußwege Holzabdeckungen vorgesehen. Die Hauptträger und die Querträger unter den Drehzapfenlagern und deren Unterstützungen sind aus Siliziumstahl, für alles andere wurde Kohlenstoffstahl verwendet.



Abb. 1.

Die Klappenpfeiler haben eine Grundfläche von  $31,85 \times 20,73$  m und eine Höhe von 12,19 m; der Boden der Klappengrube liegt etwa 7,6 m unter dem Wasserspiegel. Jeder Pfeiler wird von elf Brunnen getragen, davon stehen je vier unter der Vorderwand und unter dem die Drehzapfenlager tragenden Querträger und drei unter der Rückwand. Die Brunnendurchmesser betragen zwischen 1,37 m und 3,66 m; die Gründungssohle liegt 18—21 m unter der Sohle der Klappengrube. Die Vorderwand des Klappenpfeilers wurde außer für den Wasserdruck auch für einen Schiffsstoß von 254 t bemessen; für diesen Fall wurden um 50% erhöhte Spannungen zugelassen.

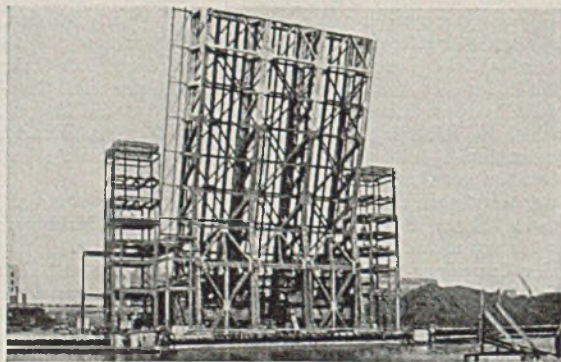


Abb. 2.

An Verkehrslasten wurden angenommen:  $610 \text{ kg/m}^2$  Fahrbahn,  $488 \text{ kg/m}^2$  Fußweg,  $5950 \text{ kg/m}$  Straßenbahn auf dem zukünftigen unteren Deck sowie zwei nebeneinanderstehende 24 t Lastwagen auf dem oberen Deck. Wenn sich dadurch ungünstigere Werte ergaben, wurden an Stelle der zwei 24 t Wagen auf dem unteren Deck je ein 50 t-Lastzug in der westlichen und der mittleren Fahrbahn und ein 104 t-Schienefahrzeug in der östlichen der drei durch die vier Hauptträger abgeteilten Fahrbahnen angenommen. Zu diesen Lasten kam noch ein Stoßzuschlag, der z. B. für alle Fahrbahnteile  $\frac{1}{3}$  betrug. Um die Wirkungen von Schwingungen der Brücke im geöffneten Zustand zu berücksichtigen, wurden die Eigengewichtsspannungen der Klappe in diesem Zustand um 20% erhöht. Als Winddruck wurden  $122 \text{ kg/m}^2$  auf die volle Fläche des vorderen Hauptträgers und der Fahrbahn und auf die Hälfte der Flächen der anderen drei Hauptträger berücksichtigt; außerdem wurde eine wandernde Horizontalkraft von  $223 \text{ kg/m}$  Brückenlänge eingeführt. Wenn sich dadurch ungünstigere Werte ergeben, wurden 109 t am zweiten Feldpunkt, vom Lager auf der wasserseitigen Wand des Klappenpfeilers an gerechnet, angesetzt. Bei geöffneter Brücke wurde mit  $98 \text{ kg/m}^2$  Winddruck in Brückenlängsachse gerechnet. Die zulässigen Spannungen wurden bei Berücksichtigung der Windkräfte um 25% erhöht. Die Bremskräfte wurden zu  $\frac{1}{10}$  der Verkehrslast in 1,22 m Höhe über den Fahrbahnen wirkend angenommen. Die Wechselspannungen wurden dadurch berücksichtigt, daß die Hälfte der kleineren Spannung zu der größeren zugeschlagen und der Stab für diese neue Spannung bemessen wurde. Traten die Wechselspannungen beim Öffnen und Schließen der Brücke auf, so wurde nur ein Viertel der kleineren Spannung zu

der größeren hinzugewählt. Die Stabanschlüsse wurden jedoch in beiden Fällen für die Summe der Zug- und Druckkräfte bemessen.

Jeder Brückenarm wird von zwei Antriebsritzeln, die in, an den äußeren Hauptträgern befestigte Zahnkränze eingreifen, bewegt. Jedes Ritzel wird über vier Vorgelege von zwei 100 PS-Motoren, von denen jedoch nur jeweils einer in Betrieb ist, angetrieben. Das Öffnen und Schließen der Brücke kann gegen einen Wind von 45 km/Std. in je 57,6 Sekunden geschehen, dabei entfallen 10 Sekunden auf das Anfahren und 2,76 Sekunden auf das Abbremsen. Die Bedienung der Brücke ge-

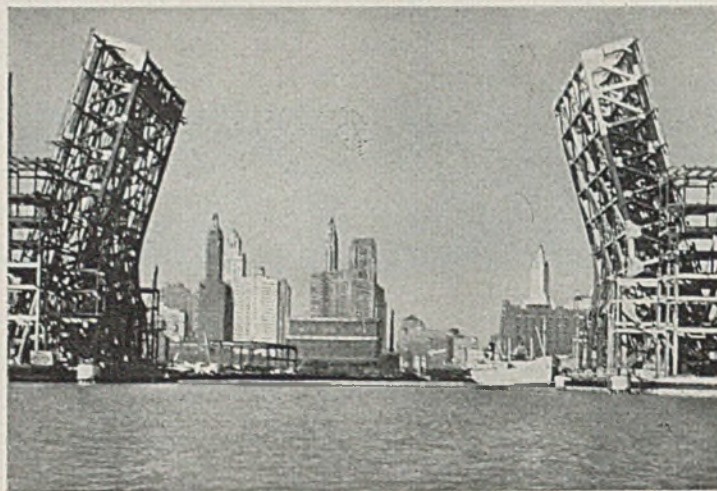
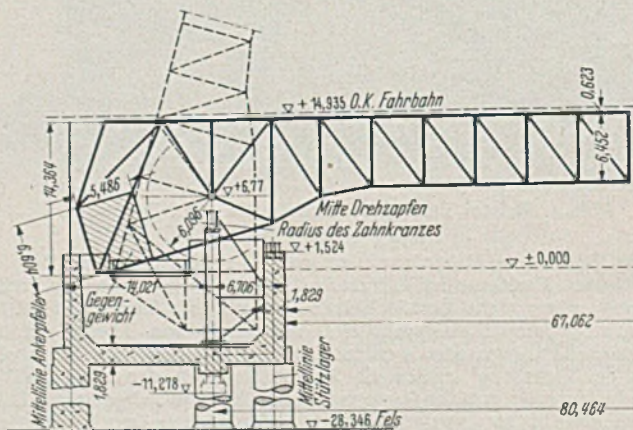


Abb. 3.

schieht von Türmen, von denen sich an jeder Ecke der Brücke einer befindet (Abb. 2 und 3).

Die Verriegelungseinrichtungen sind in Abb. 5 und 6 dargestellt. Die Verriegelung in Brückenmitte ist so eingerichtet, daß sie die Brücke in die genaue Höhenlage bringen und in ihrer Endstellung Querkräfte aus Verkehrslast übertragen kann. Sie besteht am nördlichen Arm aus vier mit Aussparungen versehenen Gußstücken, in die je zwei an der Spitze der südlichen Klappe befestigte Zangen eingreifen. Die Enden der Zangen werden über eine Hebelübertragung durch eine Kurbel auseinandergedrückt. Dadurch werden die Klappenspitzen in ihre genaue Lage zueinander gebracht und in der Endstellung der Zangen, die einem Totpunkt der Kurbel entspricht, festgehalten. Dadurch, daß die Endstellung eine Totlage ist, wird vermieden, daß Kräfte aus Verkehrsbelastung auf den Kurbelantrieb übertragen werden können. In der Abb. 5 ist diese Verriegelung im geöffneten Zustand mit dünneren Linien eingetragen. Die Endverriegelung verhindert das Öffnen der Brücke durch eine Verkehrslast zwischen Drehzapfen und dem Übergang von der Brücke auf das Widerlager. Jeder Arm hat zwei Paare derartiger in Abb. 6 dargestellter Verriegelungen, die zwischen den inneren und äußeren Hauptträgern liegen, erhalten. Die vier Verriegelungen sind gekuppelt, der Antrieb erfolgt durch zwei 15 PS-Motore auf jeder Seite der Brückenachse.



Schnitt durch eine Brückenhälfte

Abb. 4.

Die Montage geschah für beide Klappen im geöffneten Zustand. Der Einbau der Stücke wurde mit Derricks, deren Ausleger bis 48,8 m verlängert werden konnten, vorgenommen; ihre Tragkraft betrug bis 80 t. Auf beiden Seiten wurden die Derricks auf einem besonderen Gerüst aus Rammpfählen aufgestellt. Das Betonieren der Gegengewichte geschah dem Montagefortgang entsprechend, um das Gleichgewicht zu

erhalten. Es wurden dazu gewöhnlicher Beton mit einem Raumgewicht von  $2,3 \text{ t/m}^3$  bis  $2,4 \text{ t/m}^3$  und eine Mischung von Beton und Stahlbarren mit  $3,6 \text{ t/m}^3$  verwendet. Nach Beendigung der Montage — dieser Zustand ist in Abb. 2 und 3 dargestellt — wurde die Brücke zum Auf-

steht aus zwei dünnen Eisenbetonschalen mit einem Radius von  $6,49 \text{ m}$ , die in einem Abstand von  $4 \text{ m}$  liegen. Die beiden Schalen haben denselben Radius, um die gleiche Schalung verwenden zu können. Abb. 1 zeigt einen Schnitt durch ein Joch mit Kuppel, Abb. 2 das Innere des

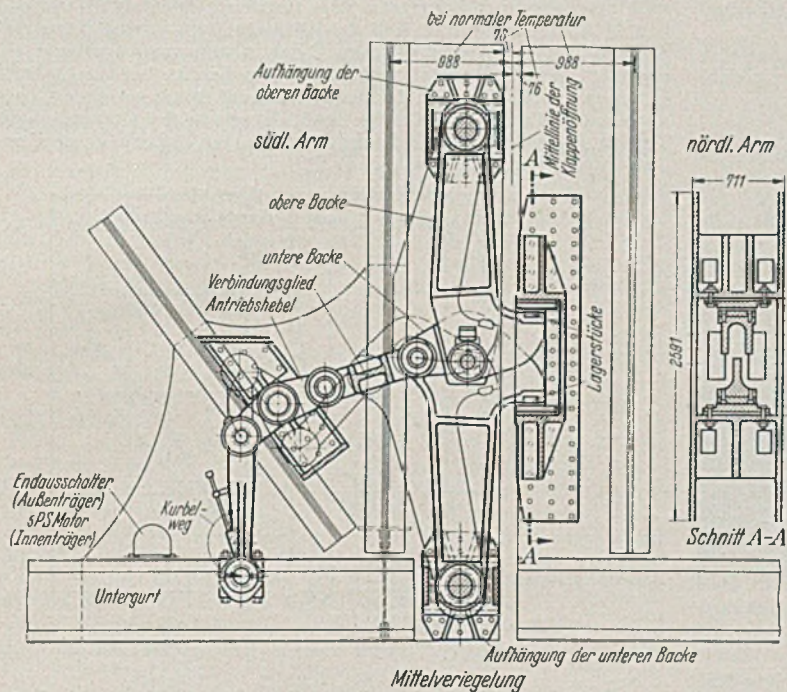


Abb. 5.

schweißen der mit Beton angefüllten Stahlformen für die Fahrbahn in die horizontale Lage gebracht. Mit dem Aufbringen der Fahrbahndecke geschah das weitere Betonieren der Gegengewichte. [Nach Engng. News Record 118 (1937) S. 583.] Dipl.-Ing. K. H. Seegers, Mainz.

### Die Kirche St. Odele in Paris.

In Paris wurde in dem neuen Viertel Champerret-Courcelles eine katholische Kirche errichtet, deren Äußeres und Inneres durch recht eigenwillige Formen auffällt. Durch den Bauplatz und die angrenzende Bebauung kam der Architekt auf eine unsymmetrische Anlage mit einseitiger Beleuchtung. An das  $15 \text{ m}$  breite Hauptschiff, das aus drei Jochen mit quadratischem Grundriß besteht, schließen sich seitlich, jedoch nur auf der einen Seite, drei halbkreisförmige Kapellen an mit einem Radius von  $5 \text{ m}$  und mit einem Kugelgewölbe überdeckt. Die andere Seite des Schiffes ist durch drei große Glasfenster abgeschlossen. In der Längsachse schließt sich nach Osten der Chor mit Sakristei an und westlich der Glockenturm mit Nebengebäuden. Unter der eigentlichen Pfarrkirche befindet sich eine Krypta, die der heiligen Otilie geweiht ist.

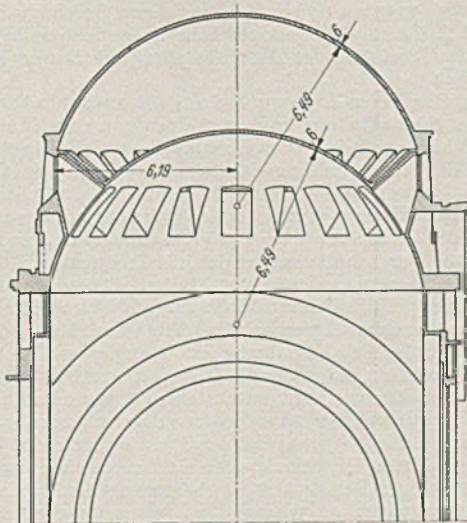


Abb. 1. Schnitt durch eine Kuppel mit den zwei Schalen.

Der Bau ist in Eisenbeton ausgeführt. Von besonderem Interesse ist die Gestaltung und Ausführung des Hauptschiffes mit drei Jochen. Jedes Joch überdeckt durch eine Kuppel und für sich getrennt durch senkrechte Dehnungs- und Arbeitsfugen. Das Kugelgewölbe selbst be-

steht aus zwei dünnen Eisenbetonschalen mit einem Radius von  $6,49 \text{ m}$ , die in einem Abstand von  $4 \text{ m}$  liegen. Die beiden Schalen haben denselben Radius, um die gleiche Schalung verwenden zu können. Abb. 1 zeigt einen Schnitt durch ein Joch mit Kuppel, Abb. 2 das Innere des

Hauptschiffes und Abb. 3 den äußeren Aufbau der Kuppel. Der Übergang der inneren Kuppel auf den quadratischen Grundriß geschieht durch Eisenbetonzwickel.

Die Kuppel selbst sitzt auf einem achteckigen geschlossenen Randträger auf, der den Schub aufnimmt und diesen auf 8 Stützen, die an den Ecken des Oktogons angeordnet sind, überträgt. Die Weiterleitung geschieht auf folgende Weise:

1. Zwei dieser acht Stützen und zwar die über der nördlichen Seitenfront übertragen den Schub unmittelbar auf die Gründung,
2. zwei Gruppen von je zwei Stützen auf die Jochbogen,
3. zwei Stützen auf den Bogen, der den Eingang zu den Seitenkapellen vom Mittelschiff aus bildet (Abb. 3).



Abb. 2. Das Innere der Kirche mit Jochbogen und Kuppel.

Diese Jochbogen im Kirchenschiff haben einen Radius von  $7,50 \text{ m}$ , die Pfeiler eine Abmessung von  $40/120 \text{ cm}$ . Das Rahmentragwerk ist gelenkig gelagert in Fußbodenhöhe des Hauptschiffes. Die Gelenke sind nach Freyssinet ausgebildet.

Die Beleuchtung erfolgt einmal durch 24 Fenster in jeder Kuppel

und dann durch die großen eine Jochbreite umfassenden mit Glasmale-  
reien versehenen drei Abschlußfenster.

Besonderes Augenmerk wurde auf sorgfältige Schalung gelegt und  
die äußeren und inneren sichtbaren Betonflächen mit dem Spitzhammer  
bearbeitet. Die Kuppeln des Mittelschiffes, des Chores und der Seiten-  
kapellen sind mit Kupfer abgedeckt.

Große Ersparnis wurde durch ein fahrbares Lehrgerüst auf vier  
Zügen mit je fünf Wagen erzielt, da die drei Joche vollkommen gleich-  
artig ausgebildet sind.

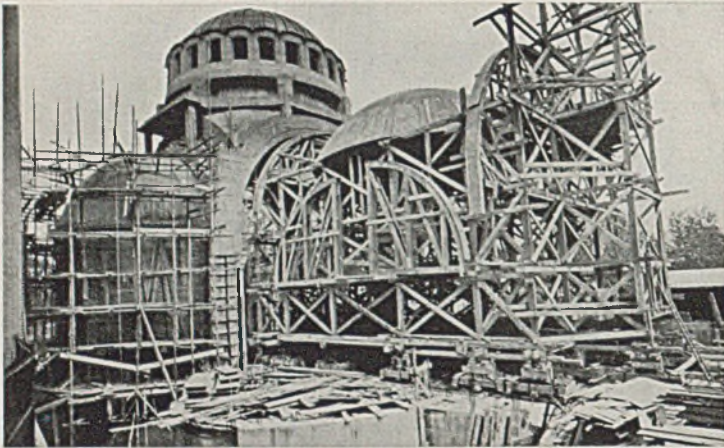


Abb. 3. Ausgeschaltete Kuppel mit Fensteröffnungen und seitlich an-  
schließender Kapelle.

Der Glockenturm steht in keinem baulichen Zusammenhang mit  
dem Kirchenbau selbst, um etwaige Formänderungen infolge Winddruck  
nicht auf das Gebäude zu übertragen. Der Turm besteht aus 10 Stützen  
über einem regelmäßigen Zehneck mit einer waagerechten Versteifungs-  
scheibe alle 4 m. Die Gründung erfolgte durch eine eisenbewehrte Beton-  
sohle, die die zehn Stützen miteinander verbindet und den Druck auf  
ein Kiesbetonfundament überträgt, das bis auf tragfähigen Boden reicht.

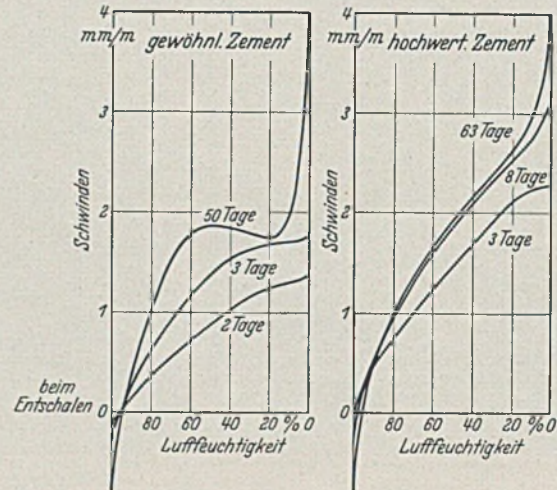
Die sparsame Ausstattung im Innern — der einzige Schmuck sind  
die Glasfenster und die sorgfältige Behandlung der Betonflächen — zu-  
sammen mit den ruhigen einfachen Formen der Konstruktion, die im  
übrigen an südfranzösische frühmittelalterliche Kirchen erinnert, geben  
dem Kircheninnern eine gute räumliche Wirkung, während das Äußere  
durch die verschiedenen aneinandergefügten Baukörper die Einheitlich-  
keit sehr vermissen läßt.  
Dipl.-Ing. F ö h r i n g e r, Berlin.

**Beitrag zum Studium des Schwindens der Zemente.**

Im Laboratoire des Ponts et Chaussées sind von M. Lucas  
Untersuchungen über das Schwinden von Zementen durchgeführt  
worden. Die Versuche erstreckten sich auf einen Schmelzzement, einen  
hochwertigen Zement, einen gewöhnlichen Zement und einen hydraulischen  
Kalk. Verfolgt wurden zunächst die Volumen- und Gewichts-  
veränderungen kleiner Zementkörper (12 · 12 · 200 mm) bei Lagerung  
in Exsikkatoren unter verschiedenen, wohl bestimmten Feuchtigkeits-  
graden bzw. an Luft wechselnder Feuchtigkeit. Ein Teil der Probekörper  
wurde sogleich nach der Herstellung, also in jungem Alter, der ent-  
sprechenden Versuchsfeuchtigkeit ausgesetzt, ein anderer Teil erst nach  
vorausgegangener Erhärtung unter Wasser. Für die Beziehungen zwi-  
schen Schwinden und Luftfeuchtigkeitsgrad ergaben sich für die einzelnen  
Bindemittel typische S-Kurven, von denen wenigstens diejenigen für  
die jungen Proben aus gewöhnlichem und hochwertigem Zement in der  
folgenden Abbildung wiedergegeben seien. Der Schmelzzement schwindet  
bereits in der Schalung, während dort die anderen Zemente zunächst  
schwellen. Vom Schmelzzement abgesehen, bestehen also die Längen-  
änderungen eines erhärtenden Zements einerseits in einer Verlängerung,  
andererseits in dem eigentlichen, vom Luftfeuchtigkeitsgrad abhängigen  
Schwinden. Das Schwinden, das an sich bei den verschiedenen unter-  
suchten Zementen von ähnlicher Größenordnung war, ist im Bereich  
von etwa 100 bis 60% Feuchtigkeit eine lineare Funktion der Luft-  
feuchtigkeit. Jenseits dieses Bereichs scheint das Schwinden bei den  
vorerhärteten Zementproben zu wachsen, bei den jung eingelagerten  
Proben sich zu stabilisieren. Das Schwinden ist um so mehr umkehrbar,  
in um so trockenerer Luft die Körper geschwunden sind. Bei wechselnden  
Feuchtigkeitsgraden verläuft das Schwinden von Fall zu Fall wesentlich  
anders als bei gleichbleibender Feuchtigkeit, weshalb man sich vor der  
Tatsache befindet, daß angesichts der jahreszeitlichen Feuchtigkeits-  
schwankungen sich Laboratoriumsschwindmaße nicht auf die Praxis  
übertragen lassen. (Der Verfasser versäumte zu sagen, daß dies insbeson-  
dere für die Ergebnisse an den von ihm benützten sehr kleinen Probe-  
körperchen zutrifft.) Immerhin geben die vorliegenden relativen Ergeb-  
nisse wertvolle Richtlinien. Der Einfluß der Luftfeuchtigkeit auf das  
Endschwindmaß ist offenbar entscheidender als der Einfluß der Natur  
des Bindemittels. Weitere Einflüsse sekundärer Art üben chemische  
Zusätze aus, die in den meisten Fällen schwinderhöhend wirken. Auch

die Karbonisation an der Luft vergrößert das Schwinden. Die Abnahme  
des Schwindmaßes bei Mörtel verschiedener Mischungsverhältnisse läuft  
nicht proportional zum Zementgehalt.

Ähnliche Kurven wie für das Schwinden ergaben sich für die Ge-  
wichtsverluste in Abhängigkeit vom Luftfeuchtigkeitsgrad, wobei deut-  
lich in Erscheinung trat, daß der Wasserverlust junger Körper durch  
Austrocknen unter sonst gleichen Verhältnissen um so geringer war, je  
schneller das Bindemittel erhärtete. Wie bereits bei der Arbeit von  
H u m m e l fiel wiederum der Schmelzzement durch geringen Gewichts-  
verlust auf. Die Kurven für die Gewichtsverluste der älteren, erhärteten  
Proben, dagegen liegen für die drei Zementarten eng beieinander; nur die  
Kalkkurve hebt sich deutlich ab.



Im zweiten Teil seiner Arbeit verfolgte Lucas einige Schwind-  
spannungen. Mit Rücksicht auf den entscheidenden Einfluß der jeweili-  
gen Körpergröße können die Ergebnisse aber nur relative Bedeutung  
haben. Zunächst ist mit Hilfe des polarisierten Lichts der Klemmwirkung  
des schwindenden Zements auf kleine eingebettete Glaszylinder nach-  
gegangen worden. Die Klemmkraft wächst zunächst proportional dem  
von der Luftfeuchtigkeit abhängigen Schwindmaß und wird dann rasch  
stabil. Bringt man solche Proben nachträglich wieder in feuchtere Um-  
gebung, so werden die Klemmspannungen rasch null, während aber das  
Schwindmaß zur zum Teil abnimmt. Dehnt man die Zeit der Feucht-  
lagerung weiterhin aus, so nimmt das Schwindmaß weiter ab und der  
Glaszylinder kommt sogar unter Zugspannungen. In der gleichen Weise  
wurden bei weiteren Versuchen die durch das Schwinden des Zements  
hervorgehobenen Längsspannungen einer eingebetteten hohlen Bewehrung  
verändert. Daß die Klemmwirkung nicht auf ein an der Oberfläche  
des Zementkörpers eingebettetes Glaszylinderchen am größten ausfällt,  
sondern daß sie mit der Tiefe der Einbettung wächst, ist überraschend. —  
Im ganzen gibt die umfangreiche Arbeit mit ihren zahlreichen Einzel-  
ergebnissen wichtige Fingerzeige für die weitere Forschung. [Nach  
Ann. Ponts Chauss. 107 (1937) S. 223.] H u m m e l, Berlin.

**Untersuchung über Beton-Rüttelung.**

Im November 1935 wurde von den britischen Gesellschaften „Civil  
Engineers“ und „Structural Engineers“ eine Kommission eingesetzt zur  
Untersuchung des Einflusses der Durchrüttelung des Betons auf dessen  
Güteeigenschaften.

Das aufgestellte Versuchsprogramm umfaßt sowohl Laboratoriums-  
Untersuchungen grundsätzlicher Art mit einer von der „Building Re-  
search Station“ hergestellten Versuchsmaschine, welche die Stärke und  
die Häufigkeit der Erschütterungen in weiten Grenzen zu ändern ge-  
stattet, als auch Großversuche mit auf dem Baumarkt erhältlichen Vibra-  
toren. Die geplanten Untersuchungen sollen sich über 2 Jahre erstrecken.

Zu Beginn der Versuche wurde eine Vibrations-Maschine für Probe-  
körper von 50 cm<sup>2</sup> Querschnitt verwendet mit Frequenzen von 1200 bis  
13 000 je Minute mit 4 verschiedenen Amplituden. Der verwendete Beton  
1 : 2 : 4 mit 10 mm größter Korngröße hatte ein Wasser: Zement-Ver-  
hältnis 0,50. Die Versuche zeigten bei einer Vibrationsdauer von 2 Minu-  
ten, daß eine kritische Beschleunigung unabhängig von der Frequenz  
vorhanden zu sein scheint, unter der die Festigkeit rasch abfällt und über  
der sie nur langsam zunimmt, und daß für eine gegebene Beschleunigung  
eine kritische Vibrationszeit vorhanden ist mit ähnlicher Auswirkung.

Die auf Grund dieser Vorversuche mit einer größeren Vibrations-  
maschine durchgeführten Untersuchungen sind inzwischen soweit geför-  
dert, daß ein vorläufiger Bericht darüber herausgegeben werden konnte.  
Die Frequenz n kann zwischen 500 und 8000 je Minute, die Amplitude a  
(Ausschlag aus der Mittelstellung) zwischen 0 und 1/8'' mit einer Beschleu-  
nigung bis 10 g geändert werden

$$\left[ \text{Beschleunigung} = \text{Größtwerth der Geschwindigkeitsänderung } f = \left( \frac{2\pi n}{60} \right)^2 \cdot \frac{a}{12} \cdot \frac{1}{32,2} \cdot g = \frac{n^2 \cdot a \cdot g}{35235} \right]$$



Der verwendete Beton war im Gewichtsverhältnis 1 : 1,8 : 4,2 aus normalem Portlandzement, Flußsand und Kies gemischt; als Probekörper wurden 4"-Würfel benutzt.

Die bisher durchgeführten Versuche erstrecken sich auf folgende Reihen:

**Reihe 1.** Versuche mit konstanter Beschleunigung 4 g. Untersucht wurde die Beziehung zwischen dem Verhältnis Wasser : Zement (W.:Z.) und der erzielten Festigkeit und Dichte für vier Frequenzen 1500, 3000, 5000 und 8000 je Minute bei einer Vibrationsdauer von 2 Minuten. Das Ergebnis ist in Abb. 1 dargestellt.

Für W.:Z. > 0,50 ist die Festigkeit des maschinell gerüttelten Betons nur unwesentlich höher als die des handgestampften Betons.

Die erreichten Größtwerte der Festigkeit des gerüttelten Betons sind nicht ausgesprochen von der Frequenz abhängig und schwanken nur um 5%; sie werden bei ausgesprochen niedrigen Werten von W.:Z. erreicht und liegen rd. 40% höher als beim handgestampften Beton. Bei sehr trockenen Mischungen nimmt mit Zunahme der Frequenz die Festigkeit ab, sie beträgt für W.:Z. = 0,325 für n = 8000 nur ein Drittel der Festigkeit für n = 1500.

Hinsichtlich der Dichte sind die Ergebnisse ähnlich. Für die feuchteren Mischungen ist die Dichte fast unabhängig von der Frequenz. Die Dichte des gerüttelten Betons ist für alle W.:Z. größer als die des handgestampften Betons.

**Reihe 2.** Bei einer Beschleunigung 4 g und für W.:Z. = 0,40, 0,50 und 0,60 wurde der Einfluß verschiedener Vibrationsdauer von 5, 15 und 30 Sekunden, 1, 5 und 12 Minuten und bei einigen Versuchen von 1 1/2 und 3 Stunden untersucht mit folgendem Ergebnis: Für W.:Z. = 0,40 steigen die Druckfestigkeiten im Alter von 7 Tagen zuerst rasch mit der Vibrationsdauer an, dann langsamer; für n = 1500-5000 beträgt die Festigkeit nach 1 Minute Vibrationsdauer 75-82% der Festigkeit nach 12 Minuten, für n = 8000 aber noch nicht 50%.

Für W.:Z. = 0,5 wird bereits nach einer Vibrationsdauer von 15 bis 30 Sekunden fast die gleiche Festigkeit erzielt als nach 12 Minuten, für W.:Z. = 0,60 bereits nach 5 Sekunden.

Von Interesse ist noch die Reihe, bei der für n = 3000 die Vibrationsdauer bis 3 Stunden ausgedehnt wurde, wie nachstehende Zusammenstellung zeigt:

Würfelfestigkeit nach 7 Tagen (Würfel W.:Z. 10 cm Kantenlänge) für Vibrationsdauer			
	2 Minuten	1,5 Stunden	3 Stunden
0,40	480	530	470
0,50	325	375	415
0,60	206	300	355

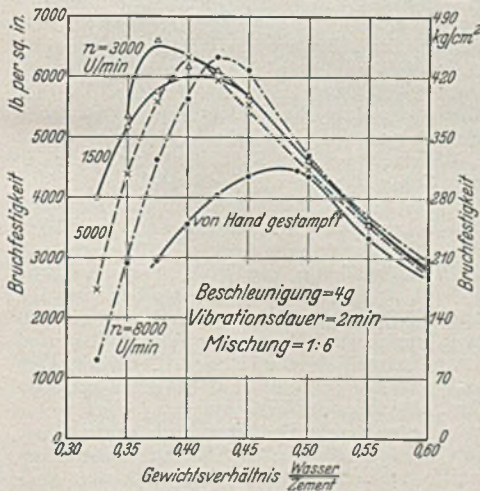


Abb. 1. Abhängigkeit der Bruchfestigkeit von der Frequenz und von W/Z.

Bei den feuchteren Mischungen W.:Z. = 0,50 und 0,60 tritt bereits nach ganz kurzer Vibrationsdauer eine gewisse Verdichtung ein, die dann längere Zeit gleichbleibt und erst nach 1 1/2-3 Stunden Vibrationsdauer weiter steigt (es ist zu vermuten, daß der Wasserverlust hierbei eine Rolle spielt).

**Reihe 3.** Bei diesen Versuchen wurde der Einfluß verschiedener Beschleunigung untersucht für n = 1500, 3000, 5000 und 8000 und W.:Z. = 0,40, 0,50 und 0,60 (vgl. Abb. 2).

Es zeigte sich, daß in allen Fällen eine kritische Beschleunigung vorhanden ist, unter der die Festigkeit rasch abfällt und über der nur ein unwesentlicher Anstieg erfolgt. Für W.:Z. = 0,40 liegt die kritische Beschleunigung ungefähr bei 4 g, für W.:Z. = 0,50 bei 2 g und für W.:Z. = 0,60 bei 1,5 g. Da für 4 g nahezu die Höchstwerte erreicht werden, war es berechtigt die Hauptversuche mit der Beschleunigung 4 g durchzuführen.

Untersuchungen über die Beschaffenheit der Oberfläche. Im Rahmen der Versuche wurde festgestellt, daß

höhere Frequenzen eine bessere Beschaffenheit der Oberfläche ergeben. Bei den nassen Mischungen (W.:Z. = 0,60) macht sich dies nur bei sehr kleiner Beschleunigung, unter 1,5 g bemerkbar. Für W.:Z. = 0,50 ist n = 8000 wesentlich günstiger als n = 1500. Bei sehr trockenen Mischungen hat sich gezeigt, daß hohe Frequenzen für die Verfestigung nicht so wirksam sind; sobald aber die Verdichtung eingetreten ist, wirkt die Anwendung höherer Frequenzen günstig auf die Oberflächenbeschaffenheit.

Aus den bisherigen Versuchen kann zusammenfassend gefolgert werden: Die Rüttelung des Betons bewirkt eine gute Verdichtung bei niedrigem Wassergehalt und eine wesentliche Erhöhung der Festigkeit. Die Beschleunigung muß zur Erzielung ausreichender Verfestigung einen gewissen Wert überschreiten, der im Rahmen der Versuche 4 g für W.:Z. = 0,40 und 1,5 g für W.:Z. = 0,60 beträgt. Die Frequenz ist nicht von gleicher Bedeutung wie die Beschleunigung. Für trockene Mischungen ist eine niedere Frequenz besser, für nasse Mischungen eine hohe Frequenz hinsichtlich der Erzielung großer Festigkeit und Dichte. Der Anstieg der Festigkeit ist nach einer gewissen kritischen Vibrationsdauer nur

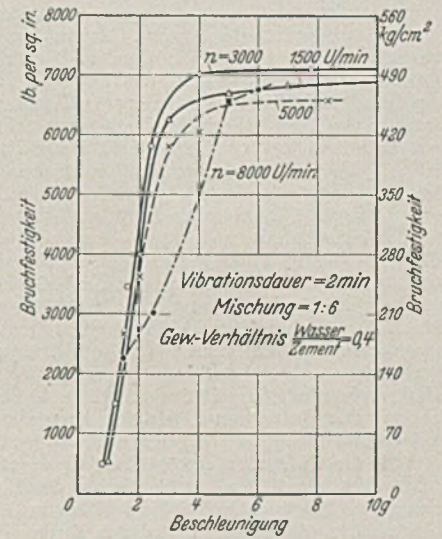
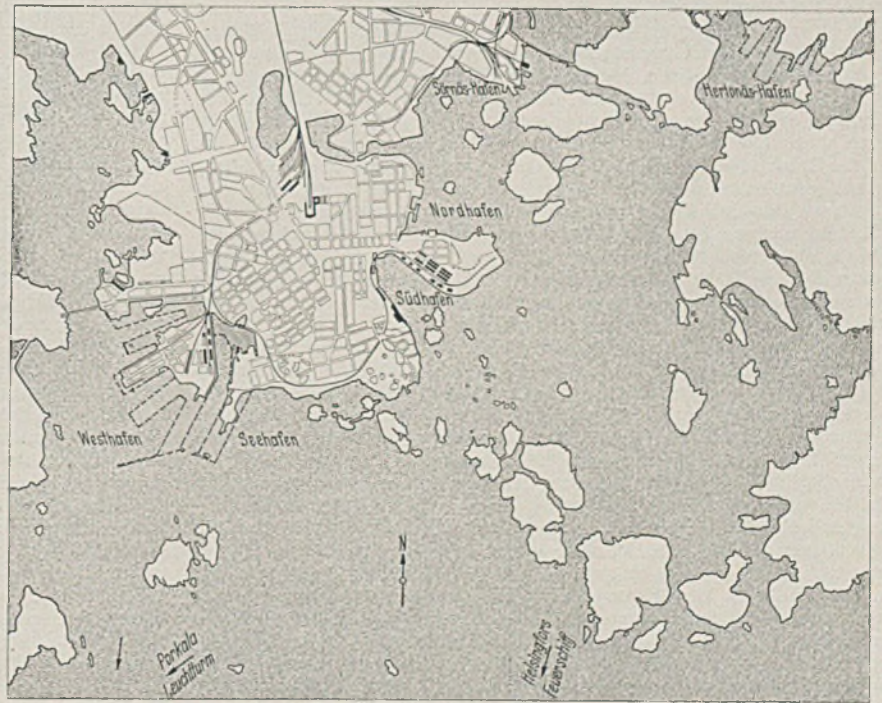


Abb. 2. Abhängigkeit der Bruchfestigkeit von der Beschleunigung und von der Frequenz.



Plan von Helsingfors.

noch unbedeutend; diese Vibrationsdauer liegt für 4 g bei ungefähr 5 Minuten für trockene Mischungen und bei 5 Sekunden für nasse Mischungen.

Die weiteren Versuche sollen Aufschluß bringen über die Wirkung verschiedener Vibrationsarten, über den Einfluß der Kornzusammensetzung und der größten Korngröße, über die Zementart usw. Dazu kommen Großversuche auf der Baustelle mit im Handel erhältlichen Vibratoren. [Nach Structural Engineer 15 (1937) S. 133.]

W. L y d t i n , Berlin.

### Der Hafen von Helsingfors (Helsinki).

Mehr als je ist das Gedeihen der kleineren Völker abhängig von ihren Verbindungen mit anderen Ländern. An der langgestreckten Küste Finnlands — am finnischen und baltischen Meerbusen — haben sich ver-

schiedene Plätze zu bedeutenden Häfen entwickelt, in erster Linie natürlich die Plätze, die in der Nachbarschaft von Mittelpunkten des Handels und der Industrie liegen, und die gute Verbindung mit den Teilen des Landes haben, von denen aus die Haupterzeugnisse des Landes ausgeführt werden, wie Holz, Papier u. a. m. Der wichtigste Hafen ist Helsingfors; er ist am besten mit Kais, Schuppen, Speichern und Kränen ausgerüstet. Über die Hälfte der Gesamteinfuhr des Landes geht über diesen Hafen. Ausgeführt werden über Helsingfors aber nur 12 vom Hundert der Gesamtausfuhr. 1936 liefen mehr als 2 Mill. Reg.-T. den Hafen an, hiervon 1,7 Mill. unter fremder Flagge. Helsingfors ist auch für den Fahrgastverkehr der erste Platz des Landes. Helsingfors litt in früheren Jahrhunderten stark unter dem Wettbewerb mit dem an der anderen Seite des finnischen Meerbusens gelegenen Hafen von Reval. Nach der russischen Umwälzung nahm die Stadt einen schnellen Aufschwung; sie hat zur Zeit fast 300 000 Einwohner. Neue Industrien entstanden in der Nähe. Die Hafenanlagen mußten ausgedehnt werden. (s. Abb. Plan von Helsingfors.) Im 18. Jahrhundert genügten einfache Anlagen in dem heutigen Südhafen und im Sörnäs-Hafen. Mit Anschluß des Hafens an das Eisenbahnnetz — 1895 — setzte eine stärkere Entwicklung ein, die dazu zwang, Pläne für die weitere Ausgestaltung des Hafens aufzustellen. Im wesentlichen wurden Ausbaurbeiten im Südhafen und dem jetzigen Westhafen durchgeführt. Die Pläne für die Anlagen im Hertönäs-Hafen sind späteren Ursprungs. 1936 verfügte Helsingfors bereits über 5 km Uferfront, und wenn die kleineren Piers und Landestege eingerechnet werden über 8 km. 100 000 m<sup>2</sup> Speicher und Schuppenflächen sind vorhanden. Die Hafenhahnleise haben eine Länge von mehr als 40 km. Der Hafen von Helsingfors ist wie lange Strecken der finnischen Küste gut durch die zahlreichen Inseln geschützt, zwischen denen tiefe Kanäle die Zufahrten ermöglichen, die durch Spierentonnen und Leuchttürme bezeichnet sind. Von großen Schiffen sind zwei Einfahrten zu benutzen. Der wichtigste Weg verläuft in Richtung auf das Helsingforsfeuerschiff; dieser Kanal ist durch Baggern auf eine Tiefe von reichlich 9 m unter Mittelwasser gebracht. Die zweite tiefe Fahrtrinne geht an der Küste entlang mit Richtung auf den Leuchtturm von Perkala; die Tiefe beträgt fast 8 m. Die Schwankungen des Wasserstandes an der Ostseeküste Finnlands sind vergleichsweise gering. Sie hängen nicht von den Gezeiten ab, sondern von den vorherrschenden Winden und ihrer Stärke. Bei West- und Südwestwinden wird das Wasser von der Ostsee in den Meerbusen gedrückt und bis zu 1 $\frac{1}{4}$  m über Null — gleich Mittelwasser — aufgestaut. Der niedrigste je beobachtete Wasserstand liegt 0,85 m unter Mittelwasser. Bei diesen nicht sehr großen Wasserstandsunterschieden ist es verständlich, daß man offene Häfen anlegte. Die Planungen müssen aber darauf abgestellt werden, daß sich die finnische Küste hebt. Die Südküste steigt jährlich um 2,5—5 mm. Im Winter sind die Zufahrtskanäle durch Eisbrecher offenzuhalten. Die Eisbildung beginnt gewöhnlich Ende Dezember. Wenn die Schifffahrt nach den Plätzen an der Ostküste eingestellt werden muß, nimmt der Verkehr in Helsingfors zu. In den Jahren 1910—37 konnte der Schiffsverkehr 16 Winter über vollständig offen gehalten werden, in den übrigen Jahren stockte die Schifffahrt einige Wochen, zuweilen aber auch zwei Monate. Es ist beabsichtigt, die Eisbrecherflotte so zu vermehren und zu verstärken, daß jede Behinderung durch Eis aufhört.

Der Hafen von Helsingfors mit Ausnahme von einigen Speichern ist Eigentum der Stadt. Der Hafen wird durch die Hafenverwaltung betrieben, die sich zusammensetzt aus einem Obmann und sechs Beisitzern, die von der Stadtverwaltung gewählt werden. Der Hafenverwaltung ist ein Direktor beigegeben, unter seiner Oberleitung arbeiten zwei Abteilungen: Das Hafenamts mit dem Hafenskapitän an der Spitze und die Finanzabteilung. Die Hafenabteilung der Verwaltung für die öffentlichen Arbeiten plant und bringt die Hafenerwerke zur Ausführung. Die Lagerhausgesellschaft gehört zu mehr als 50 vom Hundert der Stadt. Die Lagerhäuser genießen die Vorteile einer zollfreien Niederlage, in der Güter für einen Zeitraum bis zu 2 Jahren ohne Zollkontrolle lagern dürfen. Der Südhafen, der älteste aller Häfen, greift in das Stadttinnere ein. Hier werden in der Hauptsache die Fahrgastschiffe abgefertigt. Er dient aber auch dem Güterumschlag. Vor einigen Kaistrecken ist eine Tiefe von 10 m hergestellt. Die Kaimauern mußten für die große Tiefe umgebaut werden. Sie bestehen in der Hauptsache aus Holzkasten, die auf Steinschüttungen oder unmittelbar auf dem gewachsenen Fels ruhen. Sie sind mit Beton und Steinen gefüllt. Das aufgehende Mauerwerk ist aus Beton mit Granitverblendung geschüttet. Nur eine kurze Strecke, die 1933—34 gebaut wurde, ist neuzeitlicher Bauart, Pfahlgründung mit einer Larssenwand, Profil IV und V, an der Vorderseite.

Der Westhafen ist der am besten eingerichtete. Hier wickelt sich der Umschlag der Einfuhrgüter ab. Er ist reichlich mit Halbtorkranen, die zwei Eisenbahngleise überspannen, ausgerüstet. Im Westteil befindet sich der Kohlenhafen mit großen Brückenkranen und Volltorkranen. Die Konstruktion der Kaimauern weicht nicht von der in den vorerwähnten Häfen ab; nur wurde der Beton in den letzten Jahren in die Kasten im sog. „Contractor-Verfahren“ eingebracht, das darin besteht, daß der Beton mittels eiserner Röhren abgelassen wird, ohne daß er mit dem Wasser in Berührung kommt. Auf einer Strecke, auf der tragfähige Boden sehr tief lag, kamen Larssen-Eisen, Profil VI aus Resistastahl zur Anwendung. Die Pfähle wurden in eine Sandschüttung hinabgetrieben.

Der Sörnäs-Hafen liegt auf einer Halbinsel östlich der Stadt. Er ist der Haupt-Ausfuhrhafen; dient aber auch der Öleinfuhr. Der Petroleum-

hafen soll jedoch nach dem Hertönäs-Hafen verlegt werden. Die Uferfronten im Sörnäs-Hafen sind in Pierform ausgebaut. Helsingfors besitzt bis heute keinen eigentlichen Industriehafen, und die Petroleumlagerplätze befinden sich in bedrohlicher Nähe der Flächen für die Holzausfuhr. Deshalb wurde es dringlich, einen neuen Hafenabschnitt anzufangen. Die Wahl fiel auf Hertönäs an der östlichen Stadtgrenze. Ein Pier ist bereits in Benutzung genommen.

Über die aufgezählten Häfen hinaus verfügt Helsingfors noch über den Seehafen und den Nordhafen, die für den Küstenverkehr bestimmt sind. Im Westhafen befindet sich ein Trockendock von über 100 m Länge und ein Schwimmdock, das 2750 t-Schiffe aufnehmen kann. Im Nordhafen ist ein 1800 t-Dock ausgelegt. Im Hafen ist ein Schwimmkran der Regierung mit 60 t-Hubvermögen beheimatet.

Die Pläne für eine Erweiterung der Hafenanlagen sind auf dem Hafenplan gekennzeichnet; sie werden sobald noch nicht zur Durchführung kommen. In den nächsten Jahren wird man sich auf die Verbesserung der Kais, Kräne, Schuppen und Lagerhäuser beschränken können. [Nach S. Randellin und W. Westerholm in „The Dock and Harbour Authority“ 17 (1937) S. 269.] Bunnies, Hamburg.

## Betrachtungen über den Bau und den Betrieb von Häfen.

In einem Vortrag vor dem Institute of Transport, London, behandelte Sir Lionel A. P. Warner die Frage, welche Forderungen für die Verbesserung der Hafenbetriebe in den nächsten 25 Jahren zu stellen sind. Er ging davon aus, daß Verbesserungen entweder im Wege des Neubaus oder durch Anpassung der vorhandenen Anlagen an die neuzeitlichen Erfordernisse des Verkehrs durchgeführt werden können.

Jeder Neubau und jede Erweiterung wird natürlich vorgenommen in der Erwartung, daß die Anlagen für mehrere Jahrzehnte ausreichen. Nach dem Weltkrieg sind die führenden Häfen Englands in einem beträchtlichen Umfang ausgebaut, wodurch die für den Umschlag verfügbaren Kailängen wesentlich vermehrt wurden. In den kleineren Häfen ist vergleichsweise wenig geschehen, was darauf zurückzuführen ist, daß nach der Motorisierung und Vergrößerung der Küstenfahrzeuge Verbesserungen und Erweiterungen in den kleineren Häfen nicht notwendig waren; denn das Hinterland wird mehr als früher durch solche selbstfahrenden schwimmenden Fahrzeuge, die in den größeren Häfen beladen werden, und durch die Eisenbahn und Lastkraftwagen zu Ausnahmetarifen versorgt. Man sollte erwarten, daß der Handel im Lande in dem gleichen Verhältnis gestiegen ist wie die Häfen erweitert sind. Das ist aber nicht der Fall. Ausfuhrgüter sind bei ihrem Eintreffen in den Häfen meistens schon für bestimmte Schiffe bestimmt. Einfuhrgüter kommen aber in großen Mengen oft unverkauft und mit unbekannter Bestimmung an. Die Liverpooler Reedereivereinigung hat die Vergleichszahlen der eingeführten Waren für die Jahre 1913 und 1935 gegenübergestellt und daraus den Schluß gezogen, daß im Jahre 1913 in den damals weniger gut ausgerüsteten Häfen die gleichen Gewichtsmengen umgeschlagen wurden wie heute in den verbesserten und erweiterten Häfen. Dies ist wahrscheinlich in der Hauptsache darauf zurückzuführen, daß mehr Güter ab Kai verkauft werden und der Kai deshalb nicht so schnell wieder freigemacht wird. Mit einer gewissen Zurückhaltung führt der Verfasser aus, daß die heutige Zollpolitik den Überseehandel einschränkt, und weitere Rückgänge entstehen durch das erfolgreiche Bemühen anderer Länder mit niedrigerem Lebensstandard, England auf dem Weltmarkt zu verdrängen mittels Erzeugung von Gütern zu Preisen, mit denen England nicht Schritt halten kann. Auch der Transitverkehr leidet unter der Neigung der Völker, Rohstoffe unmittelbar von den Erzeugungsländern zu beziehen. Man glaubt in England, daß die Bevölkerungszahl in wenigen Jahren ihren Höhepunkt erreicht haben und nach einem gewissen Stillstand schnell abnehmen wird. Trotzdem läßt es sich nicht vermeiden, veraltete Anlagen wirtschaftlicher zu gestalten und sie den neuzeitlichen Anforderungen des Verkehrs anzupassen, wobei gleich Bedacht auf später zu erwartende Bedürfnisse zu nehmen ist. Beispielsweise wurde 1879 in Liverpool die Einfahrt in einen der größten Dockhäfen für 10000 t-Schiffe gebaut, obgleich damals die dort verkehrenden Schiffe nur 4500 t faßten. Im Jahre 1927 liefen Schiffe bis zu 24000 t Liverpool an, trotzdem wurde die Einfahrt in das Gladstone-Dock so groß angelegt, daß das Becken die „Queen Mary“ aufnehmen kann. Der Vortragende ist der Ansicht, daß die Abmessungen der Frachtschiffe nicht mehr gesteigert zu werden brauchen. Der Importeur will nicht mehr einführen als er für den Augenblick braucht, um nicht Gefahr zu laufen, daß die Preise fallen. Am liebsten verkauft er ab Kai und vermeidet damit zusätzliche Lagerkosten und Gebühren. Die in den letzten Jahren gebauten Schiffe überschreiten kaum 10—12000 t. Es gibt natürlich auch noch Schiffsneubauten, die größere Einfahrten erfordern, das sind aber Ausnahmen. Es handelt sich dabei meistens um Sonderschiffe, die zwischen bestimmten Häfen verkehren. Die großen englischen Häfen sind in erster Linie zugeschnitten auf Frachtschiffe und nicht auf Fahrgastschiffe. Die neueren Häfen Englands bieten den Reedern ausreichend Gelegenheit, die Waren umzuschlagen. Allgemein wird den Verfrachtern nur eine befristete Zeit gegeben, in der er den Kai wieder freizumachen hat; er wünscht Zwischenlagerung und doppelte Bewegung zu vermeiden. Der Vortragende hält eine mittel- oder unmittelbare Verbindung der Schuppen mit Speichern für erstrebenswert, und darauf möchte er Anpassungsarbeiten abgestellt sehen. Besondere Beachtung schenkt er der Frage, wie bestimmte Häfen, die heute

als getrennte Einheiten nebeneinander bestehen, geordnet werden können, um unnötigen Wettbewerb ausschalten und die Hafenkosten herabsetzen zu können. In den bedeutenderen Häfen, die sich im Eigentum einer Gesellschaft oder der Eisenbahn befinden, hält er eine Gruppierung für leichter, erachtet es aber für günstiger, wenn die Häfen entweder einer Gesellschaft oder der Eisenbahn gehören. Die heutigen Verhältnisse sind ungünstiger für die Hafengesellschaften, die ihre Unkosten aus den Hafeneinnahmen zu decken haben, während die Eisenbahnen sich nicht unmittelbar bezahlt zu machen brauchen. Eine zentrale Verwaltung der großen Häfen ist nicht am Platze, jedoch eine gemeinsame Hafenpolitik. Die bedeutenderen Häfen sollten die kleineren Plätze — die Trabantenhäfen — in ihrer Nachbarschaft durch Küstenfahrzeuge mit versorgen. Die Haupthäfen müßten schon heute ihre Gebühren veröffentlichen und angehalten werden, nicht davon abzuweichen, um den Verkehr von einem anderen Hafen abzuziehen.

Die normale Arbeitszeit in den englischen Häfen beträgt 44 Stunden je Woche. Überstunden werden allerdings gemacht bei Schiffen, die nach einem festgelegten Zeitplan verkehren. Es ist berechnet worden, daß in den Häfen von England 23000000 £ investiert sind. Für mindestens 16 Stunden von 24 liegt das Kapital brach. Die Schiffe werden für immer größere Geschwindigkeiten gebaut, und die Schiffseigner verlangen eine schnellere Abfertigung in den Häfen, um möglichst viele Reisen machen zu können. Das wird dazu führen, eine zweite Schicht einzulegen. Der Lastkraftwagenverkehr gestattet eine Anfuhr von Gütern, die sich auf eine längere Zeit verteilt, so daß Erleichterungen geschaffen werden müssen, um die Kais schnell wieder freimachen zu können. Die Güterschuppen sind aufnahmefähig genug, und die Eisenbahnen sind weit davon entfernt, überlastet zu sein. Die Speicher genügen für Friedenszeiten. Kühlhäuser sind wahrscheinlich übermäßig vorhanden, zumal wenn die Versuche, mehr gekühltes Fleisch anstatt Gefrierfleisch einzuführen, erfolgreich sind.

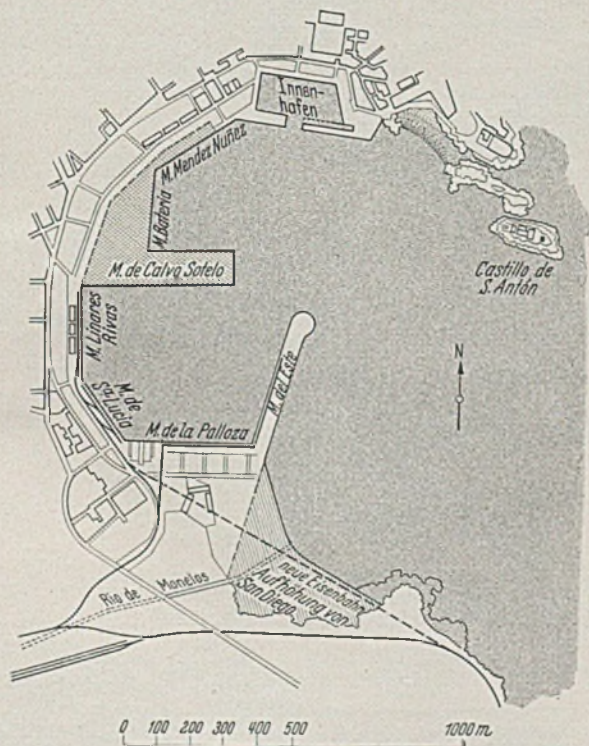


Abb. 1. Plan des Hafens von La Coruña.

Man bemüht sich, die Waren dem Großhändler oder dem Verbraucher unmittelbar zuzuführen; man kann dann Speicher im Inland entbehren oder auf eine Mindestzahl beschränken. Das trifft für Friedenszeiten zu; für Kriegszeiten liegen die Verhältnisse anders. Während des Weltkrieges behinderten die Regierungsstellen durch eine andere Inanspruchnahme der Häfen den Verkehr, so daß Verstopfungen unausbleiblich waren. Die Schwierigkeiten in einem etwa kommenden Krieg werden durch das Hinzukommen der Luftwaffe noch größer. Im letzten Krieg versorgte sich England mit einer großen Handelsflotte unter dem Schutz einer starken Kriegsmarine. Wohin gehören für einen neueren Kriegsfall die Lagerhäuser, in die Häfen oder ins Inland? Für den eisernen Bestand sollten sie weit im Inland liegen, um Angriffen nicht so leicht ausgesetzt zu sein. Städte im Inland stehen in guter Verbindung mit den Häfen; wird diese für eine Zeit unterbrochen, können die Folgen sehr ernster Natur sein. Wenn die Speicherung im Inland vermehrt wird, darf daraus nicht der Schluß gezogen werden, daß die Kriegs- und Handelsflotte geschwächt werden kann. Die Handelstonnage Englands hat schon stark abgenommen. Erst kürzlich ist festgestellt, daß England zu Beginn des Weltkrieges über reichlich 2800 Schiffe von 3000 t und

größer verfügte, mit einem Gesamtfassungsvermögen von fast 14 Millionen Br.-Reg.-T. Heute besitzt es nur noch etwa 1760 solche Schiffe mit nicht ganz 12 Millionen t, also 2 Millionen t weniger. Die Ansichten über die Frage der zusätzlichen Speicherung gehen auseinander, und der Vortragende behandelt sie mit einer gewissen Vorsicht, da sie die Staatspolitik berührt. [Nach Dock & Harb. Author, 17 (1937) S. 155.]

Bunnies, Hamburg.

### Hafenanlagen in La Coruña.

Die Lage des auf eine alte Geschichte zurückblickenden Hafens in La Coruña ist sehr günstig; auch bei schwersten Stürmen ist eine sichere Zufahrt gewährleistet. Der beigegebene Lageplan (Abb. 1) läßt sowohl die Gesamtanordnung des Hafens als auch die neu ausgebauten Teile (schraffiert) erkennen. Die älteren Kais del Este, Palloza, Santa Lucia und Linares Rivas weisen Tiefen zwischen 6 und 8,5 m bei Äquinoktial-Niedrigwasser auf. Der größte Wasserstandsunterschied des Hafens kann 4,5 m betragen. In den neu ausgebauten Teilen haben die Kais Mendez Nuñez und Bateria 8 m und der Pier von Calvo Sotelo 10 m Tiefe erhalten. Die neuen Kaimauern bestehen in ihrer Unterkonstruktion aus Betonblöcken, darüber Mauerwerk. Einzelheiten ergeben sich aus den Querschnitten (Abb. 2). Wie der Lageplan zeigt, ist im Süden auch noch eine Erweiterung der Hafenbahnanlagen vorgesehen. Für spätere Zeiten wird an einen Ausbau des Hafens im Norden anschließend an den Innenhafen bis zum Castillo de S. Antón gedacht.

Die jährliche Güterbewegung im Hafen wird auf 400000 t geschätzt. [Nach Dock & Harb. Author, 17 (1937) S. 177/179.]

Bolle, Hamburg.

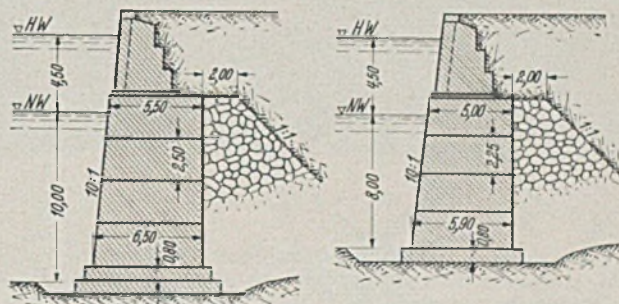


Abb. 2. Querschnitte der neuen Kaimauern.

### Der Wolga-Moskau-Kanal.

Der Wolga—Moskau-Kanal ist fertiggestellt und in Betrieb genommen. Damit ist der zweite Teil des Plans, die fünf Rußland umgebenden Meere miteinander in Verbindung zu bringen, durchgeführt. Der erste Schritt war der Bau des Kanals nach dem Weißen Meer, der dieses Meer über den Onega- und den Ladogasee mit der Ostsee verbindet. Diese Arbeit war 1933 vollendet. Mit der Ausschachtung für den Wolga—Moskau-Kanal hat man 1932 begonnen. Es war eine Bauzeit von fünf Jahren in Aussicht genommen. Um dies einhalten zu können, mußten die neuesten Maschinen eingesetzt werden. Vorauf gingen Flugzeugaufnahmen eines Gebiets von 5000 km<sup>2</sup>, die für die Planungen von großem Wert waren. Die wirtschaftliche Bedeutung des Kanals darf nicht unterschätzt werden; denn das Flußgebiet der Wolga, des längsten Flusses in Europa, umfaßt 1,5 Mill. km<sup>2</sup>. Dadurch ist ein Wasserveg geschaffen, der den Austausch der industriellen Erzeugnisse und des Getreides aus der Ukraine gegen Rohstoffe und Süßfrüchte vom Schwarzen, Asowschen- und Kaspischen Meer und gegen die Erzeugnisse der Eisengießereien im Norden des Landes möglich macht. Durch den Kanal ist der Schifffahrtsweg von Moskau nach Petersburg um 1100 km und nach Nishnij-Nowgorod um 110 km verkürzt. Der Wolga—Moskau-Kanal hat eine Länge von 128 km. Am Ausgangspunkt ist durch Errichtung eines Staudammes der sog. Moskau-See entstanden mit einer Oberfläche von 327 km<sup>2</sup> und einem Inhalt von mehr als 800 Mill. m<sup>3</sup>. Der Wasserspiegel wird auf 123 m NN gehalten. Der Kanal steigt unter Einschaltung von Schleusen um 38 m. Nahe bei Moskau senkt sich der Spiegel der Haltungen bis auf 126 m über NN. Der von einer Schleuse zu überwindende Höhenunterschied beträgt im Höchstfall fast 20 m. Die Schleusen haben die folgenden außergewöhnlichen Abmessungen: Länge 290 m, Breite 30 m und 5,60 m Tiefe; Tankleichter mit der ungeheuren Wasserverdrängung von 18 000 m<sup>3</sup> und 4,40 m Tiefgang sollen auf dem Kanal verkehren können. Der Verlauf des Kanals ist aus dem Plan zu entnehmen. Neben dem Moskau-See dienen auch noch fünf kleinere Staubecken in Nebenflüssen der Wasserversorgung des Kanals. Der erforderliche Wasserstand kann selbst bei großer Trockenheit gehalten werden. Trotzdem wird unter normalen Verhältnissen der größte Teil des benötigten Wassers aus der Wolga entnommen; es wird durch große Pumpenanlagen mit einer Leistung von 500 m<sup>3</sup>/sec in die Scheitelhaltung des Kanals gebracht. Den für den Betrieb der Pumpen und der übrigen elektrisch betriebenen Einrichtungen des Kanals benötigten Strom liefern die an der Wolgastufe und an den verschiedenen Seitenflüssen gebauten Kraftwerke. Am bei vollem Kanalbetrieb sicher zu gehen, ist das Starkstromnetz an das städtische Netz von Moskau angeschlossen.

Der vermehrte Wasserverbrauch von Moskau hat natürlich auch eine Zunahme der Abwässer zur Folge gehabt, die in die Moskwa abgeleitet werden. Obgleich die Reinigung verbessert wurde, hat die Verschmutzung stark zugenommen. Der nur langsam fließende Strom konnte das Wasser nicht schnell genug abführen. Durch die Anlage des Kanals ist es möglich gemacht, das überschüssige Wasser aus der Wolga für die Durchspülung des Moskwa zu verwerten. Der Kanal ist Studienzwecken nutzbar gemacht, um die Ergebnisse bei der Anlage weiterer Kanäle verwerten zu können. Es sind deshalb tief unter dem Wasserspiegel, teils auch in der Sohle und im armierten Beton Versuchsapparate eingebaut, die durch Kabel mit einer Beobachtungstafel in Verbindung stehen, an der der Druck auf die Bewehrung und auf den Beton, die Wärmegrade und der Druck des Betons auf den Boden festgestellt werden können.

einer beinahe unglaublichen Unregelmäßigkeit. Der jährliche Abfluß beträgt i. M. 120 hm<sup>3</sup>, fällt aber mitunter auf weniger als 20 hm<sup>3</sup>, während die regenreichen Jahre über 500 hm<sup>3</sup> liefern. Während das Niedrigwasser praktisch verschwindet, gibt es Hochwasserspitzen von über 10 000 m<sup>3</sup>/sec. Zu diesen ungünstigen wasserwirtschaftlichen Voraussetzungen gesellen sich denkbar schlechte Untergrundverhältnisse an der Sperrstelle. Während die Talhänge aus Sandsteinbänken von ungleichartiger Struktur mit dazwischen liegenden Linsen aus Ton gebildet werden, steht auf der Talsohle unter dem Geschiebe des Flußbettes eine 16 m mächtige Lage aus blauem nachgiebigem Mergel an, dann folgt eine 22 m mächtige Zone ziemlich klüftigen Sandsteins; darunter liegt wieder Mergel. Alle Schichten fallen in einer schwachen Neigung von 1,4° gegen die Waagrechte stromabwärts ein. Unter diesen Verhältnissen galt es, einer dop-

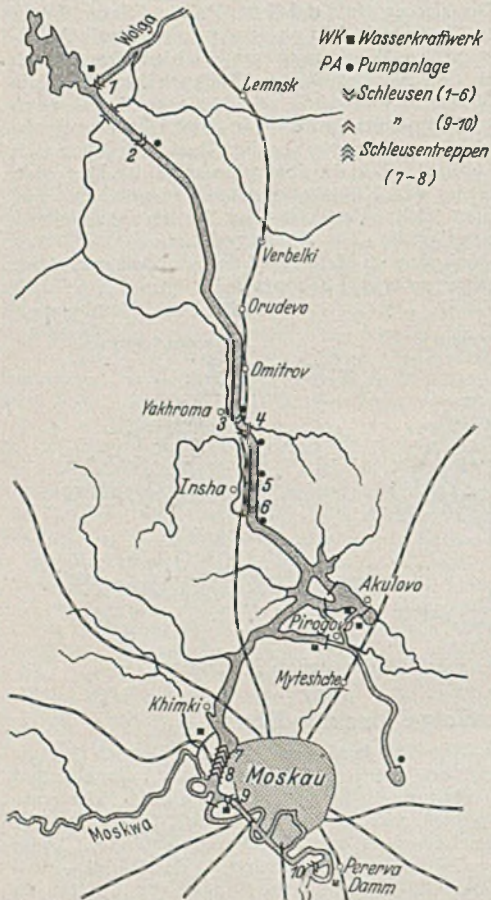


Abb. 1. Plan des Wolga-Moskau-Kanals.

Am Kanal ist vier Jahre mit 200 000 Zwangsarbeitern gearbeitet. Es wurden 184 Mill. m<sup>3</sup> Boden bewegt und 4 Mill. m<sup>3</sup> Beton geschüttet. (Für den Panamakanal betragen die Massen 263 Mill. und 3 Mill. m<sup>3</sup>.) Es mußten für die Schaffung des Moskwa-Sees und der anderen Staubecken 127 Dörfer verschwinden und 28 000 Menschen umgesiedelt werden. Der Kanal hat fast 2 Milliarden Rubel gekostet. Im ersten Monat nach der Inbetriebnahme war nur der Touristenverkehr zugelassen; mit dem 15. Juni 1937 ist er auch für den Güterverkehr freigegeben. Man rechnet für den Schluß des Jahres — solange die Schifffahrt offen bleibt — mit 1 000 000 Reisenden und 330 000 t Gütern. Die Fahrgastschiffe, die eine Geschwindigkeit von 23 km in der Stunde entwickeln, können über 200 Personen befördern, die in Kabinen mit 2 und 4 Betten untergebracht werden. Der Ortsverkehr soll durch Stromlinien-Boote wahrgenommen werden. [Nach „De Ingenieur“ 52 (1937) S. B. 124.]

Bunnies, Hamburg.

**Eine Talsperre aus Zyklopen-Trockenmauerwerk.**

Im Oberlauf des Chéllif in Algerien geht zur Zeit die sog. Ghrib-Talsperre ihrer Vollendung entgegen. Durch ihre bedeutenden Ausmaße sowohl als auch durch die Eigenart der Bauweise ist sie eine der bemerkenswertesten Anlagen in Nord-Afrika. Das riesige Sammelbecken faßt 280 hm<sup>3</sup> und wird durch ein über der Felssohle 71 m hohes Bauwerk geschaffen, welches man sowohl als Sperrmauer als auch als Staudamm ansprechen darf.

Das 23 000 km<sup>2</sup> große Einzugsgebiet wird größtenteils von einem regenarmen Hochplateau gebildet und spendet den Niederschlag mit

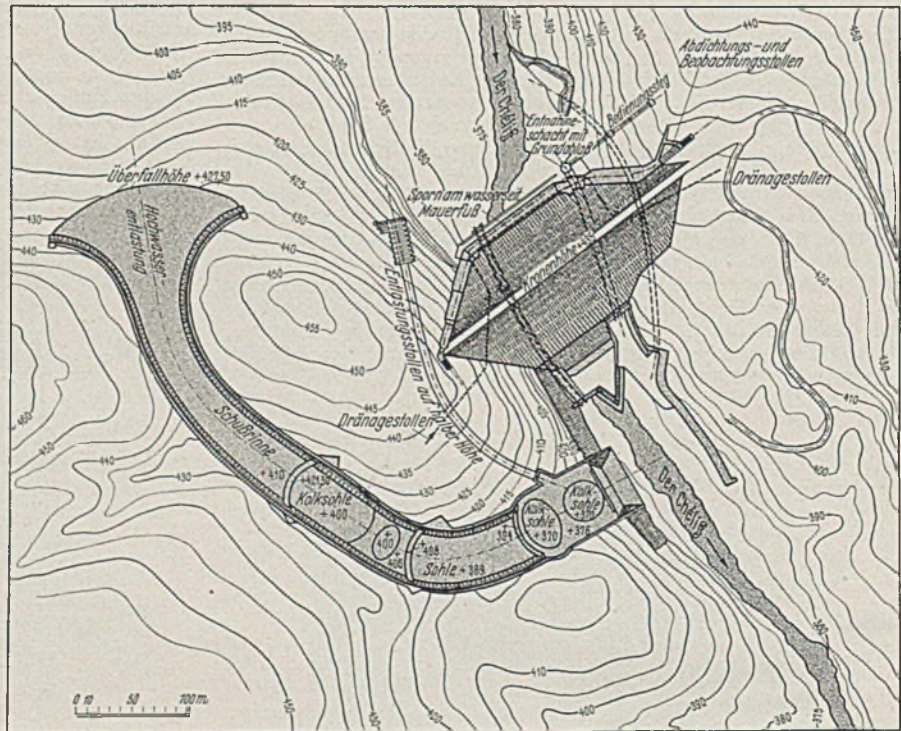


Abb. 1. Lageplan der Ghrib Talsperre.

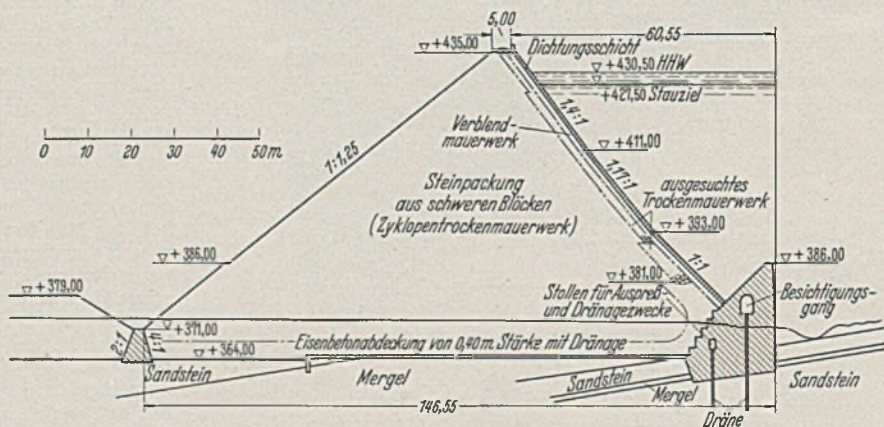


Abb. 2. Querschnitt des Staudamms.

pelten Gefahr zu begegnen: Der Nachgiebigkeit des Untergrundes und der bei dessen Klüftigkeit zu befürchtenden Unterspülung.

Für das Absperrbauwerk schied die starre Bauweise von vornherein aus. Die Ausführung eines Erddammes wurde wohl überlegt, jedoch fallengelassen, hauptsächlich weil die Eignung der vorkommenden Böden für einen Damm von solcher Höhe bezweifelt wurde. Der Umstand, daß in 5 km Entfernung von der Baustelle ein ausgezeichnete Kalkstein vorkommt, ließ die Herstellung der Talsperre in Steinpackung als die geeignetste erscheinen. Gewählt wurde das in Abb. 2 wiedergegebene Profil. Die Dichtungsschicht liegt, um den ganzen Mauerkörper zur Aufnahme des Wasserdrucks auszunutzen, und um den Sackungen der Steinpackung unbeschädigt folgen zu können, außen auf der Wasserseite. Der Mauerkörper selbst besteht nicht, wie bei den amerikanischen Dammbauten, aus einer Schüttung von Geröllmassen. Das hätte zu starke Sackungen zur Folge gehabt. Andererseits konnte man auch nicht an ein regelrechtes von Hand hergestelltes Trockenmauerwerk denken, wie es z. B. in Italien mehrfach ausgeführt wurde. Hierzu fehlte es an der

erforderlichen Menge gelernter Maurer. Nach langen Überlegungen entschied man sich zur Herstellung eines Zyklopen-Trockenmauerwerks aus z. T. riesigen Blöcken, welche mit Hilfe von Kranen versetzt wurden. Das erwähnte Vorkommen genügte nach Ergiebigkeit, Schichtung und Lagerung allen Anforderungen und lieferte regelmäßig geformte, lagerhafte Blöcke aus blauem Kalkstein von 1,5 bis 8 t Gewicht, ausnahmsweise wurden sogar solche von 15 t Gewicht eingebaut. Die schweren Blöcke bildeten jedoch nur ein Drittel der 655 000 m<sup>3</sup> großen Mauerwerksmasse. Um den Prozentsatz an Hohlräumen zu vermindern, wurde eine möglichst günstige Verteilung der Steingrößen angestrebt: Ein zweites Drittel des Mauerwerks bestand aus sog. mittleren Blöcken von 0,2—1,5 t Gewicht, während das letzte Drittel aus kleineren Brocken von 5 bis 200 kg gebildet wurde. Die auf einem Schmalspurgleis von 0,75 m fahrenden Trucks und Kastenwagen verbrachten die mit Wölfen oder Schlingen versehenen Blöcke zu den auf Raupenschleppern laufenden Kranen, welche stark genug bemessen waren, um Blöcke von 12—16 t auf 7 m zu verschwenken. Die Baustelleneinrichtung wies 6 solcher Krane auf. Jeder davon bildete für sich eine selbständige Arbeitsstelle, deren Belegschaft aus je 1 Kranführer, 1 Maurer und 5 Handlangern bestand. Die schweren Blöcke wurden so nah wie möglich aneinandergesetzt, dann wurden die Zwischenräume mit mittleren Blöcken passender Größe gefüllt und endlich die verbleibenden Hohlräume bis zu solchen von 10 cm mit Steinen gestopft. Die Stundenleistung einer Arbeitsstelle betrug i. M. 15—20 t fertigen Mauerwerks. Hatte man ursprünglich vorgelobt, die durchgehenden — in der Mauermitte horizontalen — Fugen nach den Außenflächen allmählich ansteigen zu lassen, um hier in die senkrecht zur Außenfläche gemauerte Verblendung überzugehen, so entschloß man sich aus praktischen Gründen doch zu einer Ausführung in horizontalen Fugen, wobei man sich an eine Lagenstärke von 1,50 m hielt und darauf achtete, daß die Güte des Mauerwerks vom Innern der Mauer nach außen hin zunahm. Der Übergang zur Verblendung erfolgt durch in treppenförmig auslaufendes, besonders sorgfältig ausgeführtes Trockenmauerwerk, welches an der Sohle 10 m stark ist und sich bis zur Kronhöhe auf 3 m verjüngt. Die beiderseitige Verblendung endlich besteht aus normalem Bruchstein-Mauerwerk von mindestens 0,80 m Stärke.

dem Schacht ein explosionsähnliches Krachen, woraus man schließen kann, daß im fertigen Mauerwerk nachträglich mit Zunahme der Belastung noch wesentliche Zustandsänderungen durch Verkeilen und Zerdrücken der kleinen Stücke, oder durch Abstumpfen der Ecken und Grate an den großen Blöcken vor sich gingen.

Bei einem Bauwerk, welches derartigen Formänderungen unterworfen, dabei aber völlig wasserdurchlässig ist, beginnt natürlich das wasserbauliche Problem mit der Dichtungsschicht. Sie muß nicht nur unbedingt dicht, sondern auch nachgiebig und in hohem Grade dehnbar sein, dabei aber eine ausreichende mechanische Widerstandsfähigkeit



Abb. 5. Bild der Baustelle.

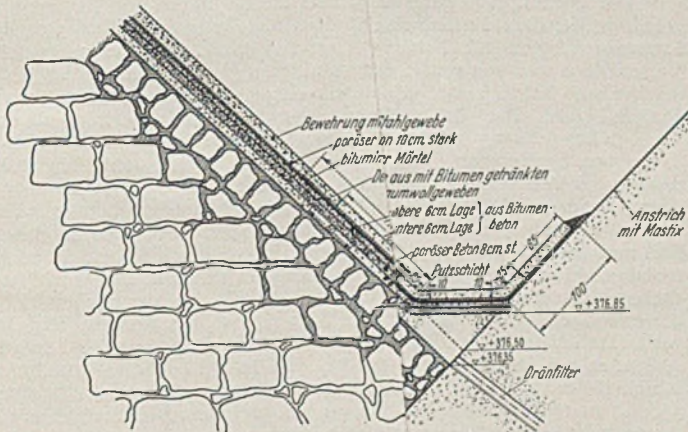


Abb. 3. Anschluß der Dichtungsschicht an den wasserseitigen Mauersporn.

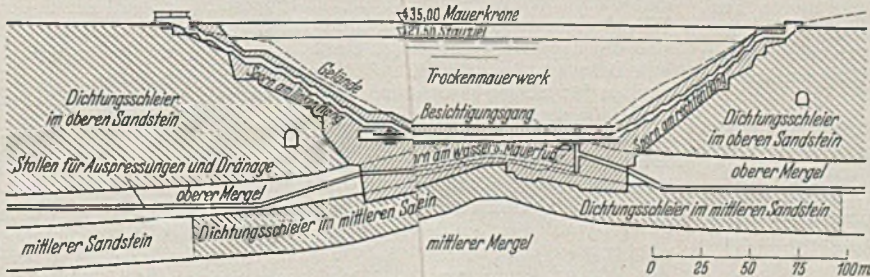


Abb. 4. Abgewickelter Schnitt durch den Besichtigungsgang des wasserseitigen Mersporns.

Durch die sorgfältige Ausführung wurde erreicht, daß das Hohlraumvolumen des gesamten Mauerkörpers mit mehr als 25—26% beträgt. Die Setzungen des Untergrundes und des Mauerkörpers konnten von einem senkrechten Schacht aus beobachtet werden, den man von der Sohle auf mit leichtem Mantel hochführte und später wieder verfüllte. Man stellte fest, daß der Untergrund sich nach und nach um ein Maß von 13 cm setzte, welches bei der Nachgiebigkeit des Mergels nicht überrascht. Die Sackungen innerhalb des Mauerkörpers erschraken jedoch das bei einer so kompakten Ausführung erwartete Maß: Ein in 19 m über Sohle markierter Punkt senkte sich, wenn man die 13 cm Bodensenkung abrechnet, noch um 57 cm! Während des Baues hörte man häufig aus

besitzen, um nicht übermäßigen Formänderungen zu verfallen. Auf Grund der Erfahrungen an den Deichen der Zuider-See wurde ein Bitumenbeton hergestellt, bei dessen Zusammensetzung peinlichst auf diese Eigenschaften geachtet wurde, insbesondere auch darauf, daß die Schicht an der verhältnismäßig steilen Mauerwand von 58 m Höhe nicht abrutsche oder abrollte. Die Dichtungsschicht muß gut auf der Unterlage aufliegen, sich auf der stark geneigten Fläche sicher aufringen und walzen lassen, einen guten Anschluß an die darüberliegende Schicht gestatten und endlich gegen Temperaturwechsel geschützt sein. Wie Abb. 3 zeigt, ist das wasserseitige Verblendmauerwerk zunächst mit einer Mörtelschicht verputzt und dann mit einer 8 cm starken Lage aus porösem Beton bedeckt, welche am Mauerfuß draniert ist. Die Dräns münden in den durch den wasserseitigen Mauersporn führenden Besichtigungsgang. Der poröse Beton bildet für die Dichtungsschicht eine gute Unterlage, verhindert jeglichen Auftrieb und gestattet die Beobachtung des etwa durchtretenden Wassers. Seine Außenfläche erhält einen Anstrich von einem Gemisch aus Bitumen und Öl. Dann folgt die 12 cm starke Dichtungsschicht aus Bitumenbeton. Um gleichmäßig und wirksam walzen zu können, setzt sie sich aus zwei je 6 cm starken und vollkommen aneinanderhaftenden Schichten zusammen. Der Bitumenbeton besteht zu 45 Gewichtsprozenten aus Kalkstein-Schotter von 0—12 mm Korngröße in erprobter Unterteilung, ferner aus 25% Quetschsand, 20% Dünen sand und 10% Steinmehl, dem sog. Füller. Auf diese Gesamtmasse kamen alsdann 8 Gewichtsprozent Bitumen, von genau vorgeschriebener Plastizität und Schmelzgrenze. Das Gemisch wurde heiß aufgebracht (Mindesttemperatur 95°) und durch eine in waagerechter Richtung laufende Walze von 80 cm Ø verdichtet. Die in einer Neigung von 45° angelegten Arbeitsfugen wurden mit bituminösem Mörtel gefüllt. Vor dem Erkalten dieser ersten Schicht wurde ihre Oberfläche mit heißem Bitumen gestrichen und nach dessen Erkalten die zweite Lage von Bitumenbeton in der gleichen Weise wie die erste aufgebracht, wobei streng darauf geachtet wurde, daß die Arbeitsfugen der zweiten Schicht sich

nicht mit denen der ersten deckten. Als Beschickungsgerät arbeitete eine auf waagerechten Gleisen laufende Portalbrücke von gleicher Neigung wie die Mauerfläche.

Der Übergang zwischen Mauerfuß und vorgelagertem Sporn ist wegen der hier zu erwartenden Verschiebungen besonders geschützt. Die Dichtungsschicht ist noch mit einer Decke belegt, die aus 7 Schichten eines mit bituminöser Emulsion getränkten Baumwollgewebes besteht und außerordentlich dehnbar ist. Als Abdeckung und zum Schutz gegen Wärme — Temperaturen bis zu 70° sind in Algerien nicht ausgeschlossen — folgt endlich eine 10 cm starke Lage aus porösem Beton, eingeteilt in Felder von 2 x 3 m und mit einem Stahlgewebe armiert. Während großer

Hitzepetoden wird die Außenfläche durch eine eingebaute *Berieselungsanlage* dauernd naß gehalten.

Den Anschluß der Dichtungsschicht an den Untergrund der Talsohle und der Hänge übernimmt ein dem eigentlichen Mauerkörper wasserseitig vorgelagertes selbständiges Bauwerk aus Beton in Gestalt eines bis zu 31 m unter Gelände niedergebrachten *Sporns*, welcher einen geräumigen Besichtigungsgang und einen Stollen für Auspreß- und Dränagezwecke beherbergt. Dieser Mauersporn stellt sozusagen einen Fangedamm dar, welcher alle Wasserdurchtritte, mögen sie durch die Dichtungsschicht oder zwischen Bauwerk und Untergrund erfolgen, abfängt, bevor sie den Mauerkörper erreichen. Der Sporn bildete auch die gegebene Operationsbasis für die umfangreichen Maßnahmen zur künstlichen Verdichtung des durchlässigen Untergrundes, namentlich des porösen und von Klüften durchsetzten Sandsteins. Demgegenüber erwies sich der Mergel, obwohl er bei Berührung mit dem Wasser sich sofort auflöst, als dicht und gegen Ausspülung weniger empfindlich. In der Ebene des Sporns wurden regelrechte senkrechte Dichtungsschleier in den Sandsteinzonen durch Bohrungen und Auspressungen hergestellt (Abb. 4). Seitlich finden die Dichtungsschleier freilich keinen Anschluß an wasserdichte Schichten, so daß sie vom Wasser umfahren werden können. Hier hilft nur das Mittel, die Sickerlinie so zu verlängern, daß zwischen dem wasserseitigen Eintritt und dem luftseitigen Austritt ein Druckverlust von solcher Höhe geschaffen wird, daß die Durchtrittsgeschwindigkeit unter der kritischen Grenze bleibt. Zum Auspressen der Bohrungen wurden Chemikalien und Zement verwandt. Namentlich die Chemikalien (kieselsaures Natrium und Aluminium-Sulfat, welche sich zu Aluminium-Silikat verbinden), erwiesen sich für den porösen Untergrund als unerlässliches Dichtungsmittel. Die Bohrungen wurden ziemlich eng gesetzt, nämlich in zwei um 1,50 m voneinander entfernten Reihen mit einem gegenseitigen Abstand der Löcher von 2 m. Mit Spezialgerät wurden Bohrlöcher bis zu 120 m Tiefe niedergebracht. Zusammen gerechnet hat man über 140 000 m gebohrt und 8340 t Zement sowie 12 000 Ztr. Chemikalien eingepreßt. Der damit erzielte Dichtungsschleier hat mehr als 30 000 m<sup>2</sup> Oberfläche. Die Kosten betragen rd. 50 Millionen Franc.

Damit waren die Maßnahmen gegen Wasserdurchtritte noch nicht erschöpft. Unterhalb des Dichtungsschleiers wurde noch ein geschlossenes *Dränagesystem* eingerichtet (Abb. 1). Damit nun die Dräns die Geschwindigkeit und Menge des durchdrückenden Wassers nicht noch künstlich erhöhen, wurden sie mit *Filtern* versehen. Diese Dränfilter bestehen aus Bohrlöchern von 200 mm  $\varnothing$  und 20 m Abstand, in deren Innerem Filterrohre aus Metall von 100 mm  $\varnothing$  angeordnet sind. Die waagerechten Schlitzlöcher der Filterrohre lassen sich von innen einstellen. Der Hohlraum zwischen Filterrohr und Wandung ist mit eingeschlämmttem Sand von geeigneter Körnung ausgefüllt, so daß etwaigem Wasser-Verkehr ein ausreichender Widerstand entgegenwirkt. Die bisherigen Beobachtungen (bei halber Stauhöhe) lassen nur auf verschwindend geringe Wasserdurchtritte schließen.

Eine besonders schwierige Aufgabe war der Entwurf der *Hochwasserentlastung*, weil die Abführung der höchstmöglichen Hochwasserspitze von 15 000 m<sup>3</sup>/sec praktisch unmöglich erschien. Glücklicherweise bot sich die Möglichkeit, die Hochwasser etwa 90 km oberhalb der Talsperre durch ein Rückhaltebecken, einen ehemaligen Binnensee von 800 hm<sup>3</sup> Fassungsvermögen, aufzufangen, so daß die Hochwasserentlastung der Ghrif Talsperre nur auf eine Leistung von 2500 m<sup>3</sup>/sec bemessen zu werden brauchte. Sie besteht aus einem Überlauf von 183 m Breite, einer Schußrinne und einer Reihe stufenförmig angeordneter Kammern bzw. Kolke, die durch senkrechte Gewölbe voneinander getrennt sind. Bei einem Freibord von 4,50 m bewältigt der Überlauf, unterstützt durch einen in halber Höhe angeordneten Entlastungsstollen die genannte Wassermenge. Die Anordnung ist auch insofern eine glückliche, als die Hochwasserentlastung durch einen kleinen Hügel völlig vom Damm getrennt ist. Der Entwurf fußt wesentlich auf Laboratoriumsversuchen.

Die Gesamtkosten betragen 290 Millionen Francs, also bei einem Fassungsvermögen von 280 hm<sup>3</sup> rd. 1 Franc pro m<sup>3</sup> gestauten Raumes, und liegen damit in Anbetracht der geschilderten Schwierigkeiten recht niedrig. Der Zweck der Anlage, die Bewässerung und Fruchtbarmachung von einigen 30 000 ha Ländereien, soll die Aufwendungen jedenfalls durchaus rechtfertigen. [Nach „Annales de l'Institut technique du Bâtiment et des Travaux publics“ 2 (1937) S. 53.]

Reg. Baumstr. a. D. Schatz, Aachen.

### Fertigbeton in den Vereinigten Staaten.

Schon vor dem Kriege hat es in Deutschland ein Werk zur Herstellung von Fertigbeton gegeben, also ein Werk, in dem der Beton fern von der Baustelle in einem fabrikmäßigen Betriebe aufbereitet und von dem aus er in einbaufertigem Zustande auf die Baustelle geliefert wurde. Der Gedanke hat aber in Deutschland keinen Anklang gefunden, das eben erwähnte Werk ist, so viel hier bekannt, bald wieder eingegangen, andere ähnliche Werke sind nicht geschaffen worden, und der dem Fertigbeton zugrunde liegende Gedanke ist wieder in Vergessenheit geraten, wenigstens hat sich das Fachschrifttum nicht mit ihm beschäftigt. Anders in Amerika. Dort hat man ihn vor etwa zehn Jahren wieder aufgegriffen, weiter entwickelt und zur Anerkennung verholfen. Daß die

fabrikmäßige Herstellung des Betons manche Vorzüge hat, ist klar, und wenn Beton auf einer Baustelle in großen Mengen verbraucht wird, so werden dazu Anlagen geschaffen, die man getrost als Fabriken bezeichnen kann. Auf kleineren Baustellen hat es aber gewisse Schwierigkeiten, die Betonbereitung so zu leiten und zu überwachen, daß die Gewähr für die Herstellung eines Betons übernommen werden kann, der voll den an ihn gestellten Anforderungen entspricht, und für solche Baustellen scheint es besonders zweckmäßig, von der Einrichtung der zur Betonbereitung nötigen Anlagen an der Baustelle abzusehen und den Beton fertig gemischt aus einem mit diesen Anlagen dauernd versehenen Werk zu beziehen. In den Vereinigten Staaten dient allerdings der Fertigbeton nicht nur den Zwecken der kleinen Verbraucher, sondern auch für Bauten, die Beton in größeren Mengen verwenden, wird neuerdings von dem Bezug des Baustoffs aus einem Betonwerk in steigendem Maße Gebrauch gemacht. Daneben hat aber auch der kleine Verbraucher die Vorteile erkannt, die er erreicht, wenn er den Beton fertig gemischt bezieht, und während die älteren Betonwerke in größeren Städten angelegt wurden, sind neuerdings solche Anlagen in Städten bis herunter zu 25 000 Einwohnern entstanden; sie haben eine Kundschaft gefunden und scheinen auf ihre Kosten zu kommen. Allerdings muß bei einer solchen Kleinanlage darauf gehalten werden, daß mit möglichst einfachen Hilfsmitteln gearbeitet wird, daß also das Anlagekapital nicht zu groß wird. Es darf aber deshalb nicht an den Vorrichtungen gespart werden, die zum Abmessen der Bestandteile des Betons dienen, denn das ist ja gerade der Vorteil des fabrikmäßigen Betriebes, daß er mit geringeren Schwierigkeiten, dabei aber sogar mit größerer Sicherheit einen Beton in der vorgeschriebenen Mischung mit den von ihm geforderten Eigenschaften liefern kann. Die fabrikmäßige Herstellung von Beton zur Verwendung auf der Baustelle, die unterschieden werden muß von der fabrikmäßigen Aufbereitung von Beton zur Herstellung von vertretbaren Baukörpern, hat sich in den Vereinigten Staaten so weit entwickelt, daß sich neuerdings ein Verband der Werke, die diesen Zweig der Betontechnik pflegen, die *National Ready-Mixed Concrete Association*, gebildet hat und daß die Zeitschrift „Concrete“ ankündigt, sie werde in Zukunft einen besonderen Abschnitt den Belangen des Fertigbetons und des zu seiner Förderung gegründeten Verbands widmen.

Der genannte Verband hat Anfang dieses Jahres eine Tagung abgehalten, bei dem die Hauptarbeit die Aufstellung eines Entwurfs für Liefervorschriften für Fertigbeton war. Das Vorhandensein solcher Vorschriften war von weiten Kreisen als nötig bezeichnet worden, und der Verband hat sich infolgedessen sehr eingehend mit den einschlägigen Fragen befaßt. Der jetzt vorliegende Entwurf, der immer noch als ein Versuch bezeichnet wird, ist defünte. Er unterscheidet zwischen drei Arten von Fertigbeton, je nachdem der Beton nur in dem Fuhrwerk, das ihn zur Verwendungsstelle bringt, gemischt wird, ob er in der festen Anlage vorgemischt und das Mischen dann unterwegs vollendet wird, oder ob er fertig gemischt in dem Fuhrwerk eingebracht wird. Im ersten Fall muß der Behälter zur Beförderung des Betons nach Art einer Mischtrommel mit inneren Schaufeln versehen sein und unterwegs in Umdrehung versetzt werden. Im zweiten Fall soll das Vormischen mindestens 30 sec gedauert haben, der Beton in das Fuhrwerk eingebracht wird. Im dritten Fall soll der Beton unterwegs umgewälzt und so am Abbinden verhindert werden. In den drei Fällen soll die Aufnahmefähigkeit der zur Beförderung des Betons dienenden Trommel zu 50 bis 57,5%, zu 66,7% und zu 80% ausgenutzt werden. Die Umdrehungsgeschwindigkeit der Trommel beim Mischen mindestens 4 Umdr./min ausmachen, dabei soll aber die Umfangsgeschwindigkeit von 70 m in der Minute nicht überschritten werden, was bei der üblichen Größe der Mischtrommeln ungefähr 10—15 Umdr./min entspricht. Wird der fertig gemischte Beton in der Trommel nur umgewälzt, so soll diese 2 bis 6 Umdr./min machen. Die Umdrehung der Mischzeit soll so bemessen sein, daß die Trommel mindestens 40 Umdr. macht, wenn alle Bestandteile des Betons auf einmal in die Trommel eingefüllt werden; 60 Umdr. werden für nötig gehalten, wenn der Zement und das Wasser für sich eingefüllt werden. Vorgemelter Beton soll in der zur Beförderung dienenden Trommel noch Umdr. unterworfen werden. Jedenfalls sollen nicht mehr als 150 Udr. der Trommel mit höherer als den angegebenen Geschwindigkeit gemacht werden. Im allgemeinen soll der Beton nicht später als eineinhalb Stunden, nachdem das Wasser zugesetzt worden ist, an der Baustelle abgeliefert werden, Versuche haben aber gezeigt, daß Beton, beim zwei bis drei Stunden seit dem Zusetzen des Wassers vergangen sein, noch durchaus verwendungsfähig war. Bei großer Hitze oder bei anderen Umständen, unter denen die Formbarkeit des Betons leiden kann, kann es nötig sein, diese Zeit abzukürzen. Über die Bestimmung der Menge der Bestandteile des Betons enthält der Entwurf nur die Vorsicht, daß eine Vorrichtung zum Messen des Wassers vorhanden sein muß, aus der Beschreibung einiger bestehender Anlagen geht aber hervor, es ist üblich, die Menge der Bestandteile nach Gewicht zu bestimmen. So wird z. B. angegeben, daß für das Mischungsverhältnis 1 : 2 : 2 verwendet sind 6 Sack Zement (1 Sack Zement = 94 Pfund = 42 kg), 600 kg Sand und 908 kg Kies.

Die Zeitschrift „Concrete“ hat in ihrem Märzheft 1937 ein Betonwerk von mittlerem Umfange in Milwaukee beschrieben, das im Jahre 1934 gegründet worden ist und im Jahre 1936, um der Nachfrage genügen zu können, seine Leistungsfähigkeit verdoppeln mußte. Das Werk kann Beton in ganz verschiedenen Mischungsverhältnissen liefern und legt Wert darauf, seine Abnehmer in bezug auf die Art des Betons, der sich

für ihre Zwecke am besten eignet, zu beraten. Es hat zu diesem Zwecke die Baustoffe, die es verarbeitet, genau untersucht, um festzustellen, welchen Anforderungen der aus ihnen hergestellte Beton genügen kann. Ebenso ist der fertige Beton Prüfungen unterworfen worden. Bei dem ersten Teil der Anlage konnte ein günstiges Gelände ausgenutzt werden, das es ermöglichte, Kies, Sand und Beton von einer hochgelegenen Fläche in die zu ihrer Aufnahme vorgesehenen Taschen zu stürzen und sie auf einer tieferliegenden Fläche aus diesen Taschen zu entnehmen. In vier Taschen von je etwa 20 m<sup>3</sup> Fassungsraum können zwei Sorten Sand und zwei Sorten Kies gelagert werden. Eine fünfte Tasche nimmt 11,5 t Zement auf. An der Entnahmeöffnung der Taschen werden die Bestandteile des Betons gewogen und zusammen mit dem Wasser in die Mischwagen gefüllt. Der Beton wird während der ganzen Fahrt in Bewegung gehalten. Die neue zur Erweiterung des Betriebes dienende Anlage ist ähnlich angeordnet, sie liegt jedoch in flachem Gelände. Die Bestandteile des Betons werden daher bei der Anlieferung in flache Gruben gestürzt, aus denen sie ein Greiferkran in die Taschen hebt. Sie werden auf einem Zweiggleis angefordert. Der Zement kommt in Trichterwagen in loser Schüttung an, wird von einem Schraubenträger erfaßt, der ihn bis an den Fuß des Behälters befördert, und dann mit einem Becherwerk gehoben. Im Anfang genügten drei Mischwagen, deren Füllung mit je 2 m<sup>3</sup> Beton fünf Minuten in Anspruch nimmt, zur Bedienung des Betriebes; bald mußten zwei weitere Wagen beschafft werden. In der vergrößerten Anlage arbeiten 16 Mischwagen mit 2 und 3 m<sup>3</sup> Fassungsraum.

Eine ältere Kleinanlage, im Gegensatz zu der erstgenannten nur zwei Sorten Beton, 1 : 2 : 3 und 4, hergestellt, besteht in Ann Arbour seit dem Jahre 1930. Sie arbeitet zunächst mit nur einem Wagen, mit dem der Kies und Sand aus 5 km entfernten Kiesgrube geholt wurde. Beide wurden im richtigen Mischungsverhältnis in den Aufzug des Mixers eingefüllt, der während der Fahrt um den Mischer herum, der seinen fertigen Inhalt in den Mischwagen ausschüttete. Im Anfang wurden nur Baustellen bedient, die 5 km von der Mischanlage entfernt waren, allmählich wurde die Entfernung bis auf ein Mehrfaches vergrößert. Zur Bedienung der Anlage arbeitete damals regelmäßig nur ein Mann, doch war es zuweilen nötig, Lastkraftwagen zur Beförderung des Betons und seiner Bestandteile zu mieten, wenn größere Aufträge zu erfüllen waren, unter denen sich solche der Straßenbauverwaltung zur Herstellung von Betonstraßendecken finden haben. Im allgemeinen wird jedoch der Beton in kleinen Mengen für Unterhaltungsarbeiten, Gründungen, zur Befestigung von Fußböden u. dgl. geliefert. Der Betrieb hat sich so ausgedehnt, daß das bisherige Arbeitsverfahren aufgegeben werden mußte und drei fahrbare Mischtrommeln angeschafft werden mußten, die voll beschäftigt zu sein, obgleich es in der kleinen Stadt, wo die Anlage sich befindet, nicht mit ihr im Wettbewerb stehende Werke gibt. Der Betrieb wird als möglich geschildert, indem der Verkaufspreis des Betons die Gesteinskosten beträchtlich übertrifft. [Nach Concrete April 1939, S. 15 u. 2. Januar 1937, S. 3, März 1935, S. 16.]  
rnekke, Berlin.

## PATENTBERICHTE.

### Bekanntgemachte Anmeldungen.

- Bekanntgemacht im Patentblatt Nr. 47 vom 25. November 1937 und von demselben Tage an im Reichspatentamt ausgelegt.
- Kl. 19 a, Gr. 11. H 145 671. Hammerwerke Haspe. Gebr. Kettler G. m. b. H., Hagen-Haspe. Schienenbefestigung auf eisernen mit Haltenocken versehenen Unterlegplatten. 18. XI. 35.
- Kl. 19 a, Gr. 11. K 132 442. Dr. Myrtill Kahn, Köln-Riehl. Schienenbefestigung mit zwischen Teilen des Oberbaus angeordneten Weichgummizwischenlagen. 12. XII. 33.
- Kl. 19 a, Gr. 20. B 172 097. Berliner Verkehrs-Akt.-Ges., Berlin. Schweißlose Befestigung von verschleißfesten Rillenkeilen in Schienen. 9. XII. 35.
- Kl. 19 a, Gr. 24. H 146 611. August Henkes, Hannover. Schienenbefestigung, insbesondere für Feldbahnen. 15. II. 36.
- Kl. 19 b, Gr. 6/02. R 95 339. A. Rawie Fabrik für Eisenbahnbedarf, Osnabrück-Schinkel. Schneehobel mit zwei keilförmig zur Fahrtrichtung gestellten Räumblechen. 28. I. 36.
- Kl. 19 c, Gr. 11/50. B 170 869. Ernst Busch, Overhaken bei Warwisch, Post Bergedorf-Land. Verfahren zum Herstellen von Fugen in zweischichtigen Betonstraßendecken. 28. VIII. 35.
- Kl. 19 e, Gr. 1. G 92 800. Jacob Glaser, Berlin-Steglitz. Handramme, insbesondere für den Straßenbau. 30. IV. 36.
- Kl. 80 a, Gr. 7/01. M 132 592. Otto Manfred, Brünn, Tschechoslowakische Republik; Vertr.: Dr. A. Mestern, Pat.-Anw., Berlin SW 68. Mischmaschine zum Herstellen von entlüftetem Beton, entlüfteten keramischen Massen, wie Schamotten o. dgl. 11. XI. 35.
- Kl. 80 a, Gr. 34/01. M 132 473. Thomas Geoffrey Marriott u. Arthur Ryner, London; Vertr.: Dipl.-Ing. F. Seemann u. Dipl.-Ing. E. Vorwerk, Pat.-Anwälte, Berlin SW 11. Verfahren zur Herstellung eines mit einem Überzug aus bituminösen Stoffen versehenen Betonrohrs. 28. X. 35. Großbritannien 28. XI. 34.
- Kl. 84 c, Gr. 6. T 43 437. Les Travaux Souterrains, Paris; Vertr.: Dr. G. Döllner, E. Maemecke, Dr. W. Kühl u. Dipl.-Ing. M. Ruffle, Pat.-Anwälte, Berlin SW 11. Verfahren zur Füllung und zum Abdichten von Böden oder Mauerwerken. 2. I. 34. Frankreich 2. VI. 33.
- Kl. 85 c, Gr. 1. S 113 971. Dr. F. Sierp, Essen-Stadtwald, u. F. Fränsemeier, Essen-Bellinghausen. Verfahren zur Reinigung von Sulfidabläugen oder solche enthaltenden Abwässern; Zus. z. Pat. 647 234. 12. V. 34.

### Bekanntgemachte Anmeldungen.

- Bekanntgemacht im Patentblatt Nr. 48 vom 2. Dezember 1937 und von demselben Tage an im Reichspatentamt ausgelegt.
- Kl. 18 d, Gr. 2/30. E 47 643. Eisenwerk-Gesellschaft Maximilianshütte, Sulz-Rosenberg. Stahl und Wärmebehandlung für Schienen. 23. XI. 35.
- Kl. 19 a, Gr. 11. L 87 884. Carl Löbl, Gauting b. München. Schienenbefestigung mittels in Schienenführungsrippe abgestützter Klemmplatten; Zus. z. Anm. L 87 247. 10. IV. 35.
- Kl. 19 a, Gr. 24. D 68 575. Hermann Doetz, Borna, Leipzig. Schienenbefestigung für Baggergleise. 10. VIII. 35.
- Kl. 37 a, Gr. 6. K 142 635. Fried. Krupp Akt.-Ges., Essen. Dach mit bogen-, rahmen- oder balkenartigen Bindern. 22. I. 36.
- Kl. 80 a, Gr. 6/07. H 147 462. G. Anton Seelmann & Söhne, Zustadt, Orla. Regelbare Zuteileinrichtung für Zement o. dgl. V. 36. Leipziger Frühjahrsmesse 1. III. 36.
- Kl. 80 b, Gr. 8/14. G 90 465. Dr. Victor Moritz Goldschmidt, Oslo; Vertr.: Dr. G. Lotterhos u. Dr.-Ing. A. von Kreisler, Pat.-Anwälte, Frankfurt a. M. Feuerfester Baustoff. 18. 35. V. St. Amerika 21. XI. 34.
- Kl. 80 b, Gr. 21/04. Sch 110 270. Karl Schönlau, Dortmund-Dene. Baukörper, insbesondere für Dächer und Kamine. 24. VI. 36.
- Kl. 84 b, Gr. 1. M 129 793. Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg A.-G., Nürnberg. Einrichtung zur Vernichtung der lebendigen Kraft des durch die Wasserdurchlässe von Schleusentoren strömenden Wassers. 18. I. 35.
- Kl. 84 b, Gr. 1. M 130 031. Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg A.-G., Nürnberg. Einrichtung zur Vernichtung der lebendigen Kraft des durch die Wasserdurchlässe von Schleusentoren strömenden Wassers. 11. II. 35.
- Kl. 84 d, Gr. 2. A 74 077. Mitteldeutsche Stahlwerke A.-G., Riesa. Bagger mit einer Portalbreite, die ein Mehrfaches der Fördergleisstrangbreite beträgt. 8. IX. 34.
- Kl. 84 d, Gr. 3. M 128 816. Menck & Hambrock G. m. b. H., Altona-Hamburg. Tieflöffelbagger mit einem am Spitzenausleger außerhalb des Löffelschwerpunkts schwenkbar angelenkten Baggerlöffel. 12. X. 34.
- Kl. 84 d, Gr. 3. M 132 038. Menck & Hambrock G. m. b. H., Altona-Hamburg. In ein anderes Gerät umwandelbarer Löffelbagger. 7. IX. 35.
- Kl. 85 c, Gr. 6/01. B 170 728. Bamag-Meguinn Akt.-Ges., Berlin. Regenwasserstaubecken und Kläranlage für städtisches Abwasser. 14. VIII. 35.
- Kl. 85 c, Gr. 6/05. M 116 619. Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg A.-G., Nürnberg. Vorrichtung zur Umwälzung von Faulschlamm. 19. VIII. 31.

## VERSCHIEDENE MITTEILUNGEN.

## Aufwandsentschädigungen und Steuer.

Aufwandsentschädigungen unterliegen nach neuerer Rechtsprechung des Reichsfinanzhofs der Umsatzsteuer, wenn die ehrenamtliche Tätigkeit dem Steuerpflichtigen als Angehörigen seines Berufs übertragen ist. In derartigen Fällen handelt es sich um Betriebseinnahmen aus Gewerbebetrieb, Landwirtschaft od. dgl. Dies gilt auch für Aufwandsentschädigungen, die von öffentlich-rechtlichen Körperschaften gewährt werden. Der Ersatz von Auslagen und sonstigen Unkosten ist dabei dem umsatzsteuerpflichtigen Entgelt hinzuzurechnen, da das Fehlen der Gewinnabsicht die Umsatzsteuerpflicht nicht schließt (RFH. vom 16. Juni 1937 V A 598/36 Stw. Nr. 445). Von der Abführung von Umsatzsteuer kann jedoch nach einer Verfügung des Reichsfinanzministeriums vom 4. Oktober 1937 (S. 4105/114 III) abgesehen werden, wenn durch die Entschädigung lediglich die tatsächlichen Aufwendungen in der nachgewiesenen Höhe ersetzt werden. Dagegen ist Umsatzsteuer von der Aufwandsentschädigung zu entrichten, wenn die Unkosten in einem Pauschalbetrag abgegolten werden.

Die Behandlung der Aufwandsentschädigung bei der Lohnsteuer ist nach der erwähnten Entscheidung des Reichsfinanzhofs für die Umsatzsteuer nicht unbedingt entscheidend. Es ist jedoch nach der Lohnsteuerdurchführungsverordnung (§ 1 Abs. 3) zu beachten, daß als Arbeitnehmer nicht lohnsteuerpflichtig ist wer umsatzsteuerpflichtige Entgelte vereinnahmt. Die Annahme der Umsatzsteuerpflicht führt also grundsätzlich zur Verneinung der Lohnsteuerpflicht. Für die Einkommensteuer sind Aufwandsentschädigungen — neben Reisekosten — aus öffentlichen Kassen regelmäßig steuerfrei, während Entschädigungen, die für Verdienstausschlag und Zeitverlust gezahlt werden, steuerpflichtig sind. Dies gilt jedoch nur, wenn öffentliche Dienste geleistet werden, d. h. die ehrenamtlich tätigen Personen sich ausschließlich oder überwiegend mit Hoheitsaufgaben befassen. Da eine Aufwandsentschädigung insoweit nicht vorliegt, als dem Empfänger ein Aufwand nicht oder offenbar nicht in Höhe der gewährten Aufwandsentschädigung erwächst, sind die Finanzämter in dieser Hinsicht zu einer Nachprüfung

berechtigt. Es besteht keine Vermutung, daß alle derartigen Aufwandsentschädigungen zur Bestreitung von steuerlich anzuerkennenden Dienstaufwand bestimmt sind. Andererseits braucht der Steuerpflichtige nicht unbedingt alle seine dienstlichen Aufwendungen bis in kleinste nachzuweisen. Es kommt darauf an, ob für die Tätigkeit erfahrungsgemäß steuerlich anzuerkennende Aufwendungen (z. B. für Fahrtkosten, Mehrverzehr usw.) in ungefährer Höhe der empfangenen Aufwandsentschädigung entstehen. Eine Nachprüfung kommt daher nur in Frage, wenn dazu ein Anlaß „von einigem Gewicht“ besteht (vgl. RStBl. 37 S. 289). Soweit die Aufwandsentschädigungen aus Reichs- und Landeskassen durch eine oberste Reichs- oder Landesbehörde z. B. im Haushaltsplan festgesetzt worden sind, ist ohne weiteres anzunehmen, daß die Beträge zur Bestreitung des Dienstaufwandes tatsächlich benötigt werden.

Soweit es sich um private Aufwandsentschädigungen handelt, die an selbständige Gewerbetreibende, Handelsvertreter usw. gezahlt werden, gehören sie neben der Umsatzsteuer (vgl. oben) zu den beruflichen einkommensteuerpflichtigen Einkünften. Die tatsächlich entstehenden Aufwendungen müssen grundsätzlich in der Buchführung als Betriebsausgaben ausgewiesen werden; anderenfalls findet eine Schätzung seitens des Finanzamts statt, die der Steuerpflichtige bei Fehlen von Aufzeichnungen schwer widerlegen kann.

Pauschale Aufwandsentschädigung an Arbeitnehmer können lohnsteuerfrei nur belassen werden, wenn es sich um Reisekostenvergütungen, Kostenersatz für die Benutzung eines eigenen Kraftwagens (Krafrades) in Form von Kilometersätzen oder Erstattung von Umzugskosten handelt, in allen Fällen ohne Nachweis im einzelnen bis zur Höhe der an vergleichbare Reichsbeamte vom Reich gezahlten Vergütungen. Sonstige Dienstaufwandsentschädigungen — mit Ausnahme von durchlaufenden Geldern oder reinem Auslagensatz — sind der Lohnsteuer zu unterwerfen; ergeben sich für die Arbeitnehmer höhere Werbungskosten und Sonderausgaben als 40 RM monatlich, so muß unter Vorlegung der Lohnsteuerkarte beim Finanzamt Zulassung eines besonders steuerfreien Abzugs beantragt werden.

W u t h, Berlin.

## PERSONALNACHRICHTEN.

## Friedrich Bohny,

unter diesen Titel erschien vor zehn Jahren in dieser Zeitschrift<sup>1</sup> ein Aufsatz von dem damaligen Nestor der deutschen Brückenbaukunst und -wissenschaft, Herrn Wirkl. Geh. Rat Dr.-Ing. Zimmermann, über den am 30. Dezember 1927 sechzig Jahre alt gewordenen Kgl. Baurat Direktor Dr.-Ing. F. Bohny in Sterkrade (Rhld.). Der ehrwürdige Altmeister Zimmermann ist inzwischen heimgegangen. Die so treffende Würdigung der hervorragenden Ingenieurleistung des jüngeren Fachgenossen F. Bohny war eine seiner letzten literarischen Arbeiten.

Am 30. Dezember 1937 vollendet Bohny sein 70. Lebensjahr. Welch ein Wandel ist in den verflorenen zehn Jahren eingetreten! Auch für den Jubilar selbst brachten diese Jahre manche Ereignisse einschneidender Art; wirtschaftlich und politisch miterlebte er in dieser kurzen Frist tiefsten Niedergang und unerhörtesten Wiederaufstieg seines Volkes. Wie tief muß gerade Bohny dies mitempfunden, wenn er an die Zeiten des welschen Ruhreinbruches denkt, da er als Geisel auf „Regie-Eisenbahnzügen“ mitfahren mußte. Es kam die Zeit der Scheinblüte, dann der Zusammenbruch um 1932. All diese Jahre erforderten von einem an leitender Stelle in der Stahlindustrie stehenden Mann gewaltige Anstrengungen in beruflicher und geistiger Hinsicht. Auch hier hat Bohny seinen Mann gestanden: vor allem stand er mit an erster Stelle bei der Wiedereroberung des Auslandsmarktes für die deutsche Stahlbauindustrie, so in Südamerika und auf dem Balkan. Hier muß besonders die letzte große Hängebrücke Europas, die Straßenbrücke über die Save bei Belgrad erwähnt werden. Viele Ehrungen wurden Bohny im Laufe der Jahre zuteil: verschiedene preußische Orden, der jugoslawische Orden Sveti Sava, Berufung als Mitglied der Preußischen Akademie des Bauwesens, Ehrendoktor der Technischen Hochschule in Darmstadt, wo er im Jahre 1905 „rite“ promoviert hatte.

Im Jahre 1932 trat Bohny, nach fast 40jähriger Tätigkeit im deutschen Stahlbau in den wohlverdienten Ruhestand. Über sein Leben

und seine so erfolgreiche berufliche Tätigkeit hat, wie oben gesagt, Zimmermann am 28. Dezember 1927 in dieser Zeitschrift eingehend und lebendig berichtet. Seine Ausführungen dürfen dahin ergänzt werden,

daß unter der Leitung von Bohny allein neun Rheinbrücken gebaut wurden, und daß er neben seinem anstrengenden Beruf als Leiter einer großen Brückenbauanstalt noch Muße fand, sich in etwa 80 Aufsätzen in technischen Zeitschriften zu wissenschaftlichen Fragen des Stahlbaues zu äußern. Ich möchte an dieser Stelle eine persönliche Erinnerung an mein erstes Zusammentreffen mit dem Jubilar erwähnen: es war im Frühjahr 1895, Bohny war mit 28 Jahren als verantwortlicher wissenschaftlicher Mitarbeiter des Montageleiters Möbus beim Bau der damals größten Eisenbahnbrücke Europas, bei Müngsten, etwa 110 m über der Wupper, tätig. Ich selbst war Studierender der Technischen Hochschule in Charlottenburg und besuchte die Baustelle der Brücke, die meine Heimatstadt Remscheid mit Solingen verbinden sollte. Bohny unterrichtete mich über den Bauvorgang. Ich habe die Eindrücke nie vergessen, ich glaube die hervorragende Bedeutung der gründlichen wissenschaftlichen Durchdringung der Vorgänge beim Bau großer Ingenieurbauwerke erkannt zu haben. Gerade auf diesem Gebiet hat Bohny Bahnbrechendes und Hervorragendes geleistet.

Seit 1932 lebt er mit seiner Gattin in seinem Heim auf dem Hoyerberg bei Lindau, seine geliebten heimatlichen Schweizer Berge vor Augen. Die Eltern haben das Glück, das tüchtige Leben und Streben ihrer drei Söhne mitzerleben: der Älteste ist Direktor der Brückenbauabteilung der G. H. H. in Sterkrade, der zweite Sohn wirkt als Filialleiter einer deutschen Großbauunternehmung in Rio de Janeiro, und der Jüngste ist ebenfalls Bauingenieur und bei der M.A.N. in Gustavsburg tätig.

Dem nunmehr 70jährigen Kgl. Baurat Dr.-Ing., Dr.-Ing. e. h. Friedrich Bohny wünschen wir noch manches Lebensjahr in Gesundheit und Glück und in dem Erleben der fortschreitenden Entwicklung der deutschen Ingenieur-Baukunst, deren Grundlagen er mit geschaffen hat.

E r l i n g h a g e n, K e t t w i g.



F. Bohny

<sup>1</sup> Bauing. 8 (1927) S. 951.