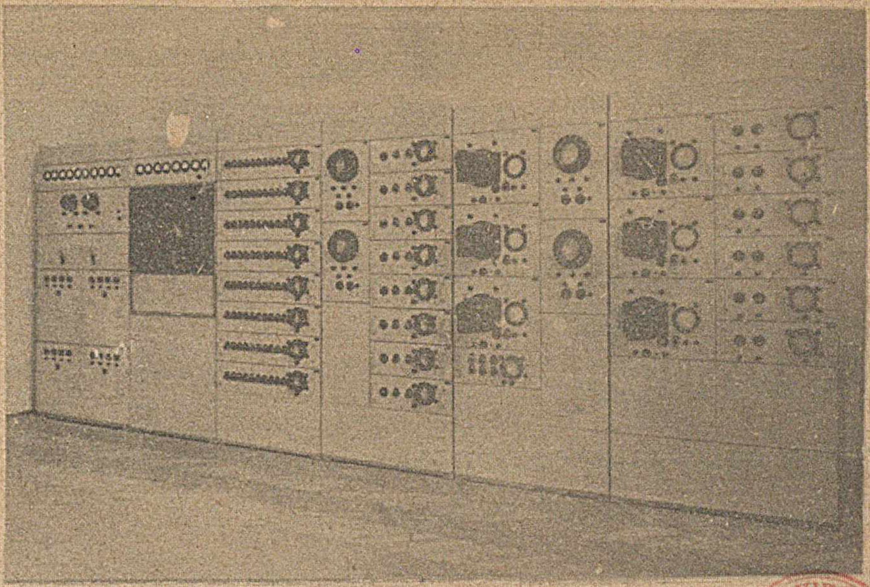
ANALIZATOR RÓWNAŃ RÓŻNICZKOWYCH "A R R"



rys 1

Analizator równań różniczkowych ARR /rys 1/ służy do rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych, posiadających zastosowanie do wielu zagadnień fizyki, techniki, przemysłu i ekonomii. ARR jest urządzeniem elektronowym, działającym na zasadzie analogii.

Rozwiązanie problemu na ARR otrzymujemy w postaci wykresu /rys 2 i rys 4/. Dokładność leży w granicach 1%-3% maksymalnej wartości rozwiązania. Analizator pozwala natychmiast zaobserwować zmiany rozwiązania, wywołane zmianą parametrów problemu. Jest więc szczególnie wygodny do opracowywania elementów konstrukcyjnych posiadających specjalne własności.

Problem "ustawia się" na analizatorze, łącząc odpowiednie układy urządzenia na specjalnej tablicy /rys 5/. Dzięki prostocie urządzenia praca przy analizatorze nie wymaga specjalnych kwalifikacji.

Rozwiązywanie równań różniczkowych i związanych z nimi jest na ogół niezwykle pracochłonne. Oszczędność czasu, uzyskana przy pomocy analizatora wynosi około 90% czasu, niezbędnego do wykonania obliczeń drogą rachunkową.

Jako przykłady, podamy najczęściej spotykane problemy szczególnie przystosowane do pracy na analizatorze:

<u>Przemysł lotniczy</u>

Badanie stabilności lotu

Badanie pilotażu automatycznego

Badanie zmian aerodynamicznych, wywołanych przez wiatr

Badanie zjawiska Fluttera

Badanie elementów konstrukcyjnych aparatów latających

<u>Przemysł samochodowy</u>

Badanie drgań konstrukcji samochodu

Badania zawieszenia i amortyzowania

<u>Przemysł okrętowy</u>

Badanie stabilności hydrodynamicznej

Badanie pilotażu automatycznego

Badanie drgań konstrukcji, w szczególności drgań rezonansowych

<u>Automatyka</u>

Badanie przejścia impulsów przez układ serwomechaniczny

Badania w celu optymalizacji parametrów układu serwomechanicznego

Badanie nieliniowości w układach serwomechanicznych:

tarcie nieliniowe

histereza

nasycenie wzmacniacza

Przemysł telekomunikacyjny i elektronika

Badanie trajektorii elektronu w lampie oscyloskopowej

Badanie sieci elektrycznych

Optymalizacja filtrów elektrycznych

Badanie urządzeń tranzistorowych

Badanie urządzeń telegraficznych w szczególności wyznaczanie dopuszczalnej częstości sygnałów

Przemysł kolejowy

Badanie hamowania pociągów

Badania trakcji elektrycznych

Geologia

Interpretacja danych eksperymentalnych, w szczególności:

- Magnetometrycznych
- Grawimetrycznych
- Eksplozometrycznych

Przemysł chemiczny

Badanie szybkości reakcji chemicznych

Badanie przebiegu destylacji

Przemysł hutniczy

Badanie procesów zachodzących w piecach hutniczych

Balistyka

Badanie trajektorii pocisku

Atomistyka

Modelowanie stosu atomowego

Badanie procesów, zachodzących w reaktorach termo-jądrowych

Badania akceleratorów cząstek elementarnych

<u>Ekonomia</u>

Badanie statystyczne zjawisk ekonomicznych

<u>Astronautyka</u>

Badanie lotu pocisków międzyplanetarnych

<u>Meteorologia</u>

Analiza harmoniczna funkcji okresowych

<u>Akustyka</u>

Analiza harmoniczna dźwięków

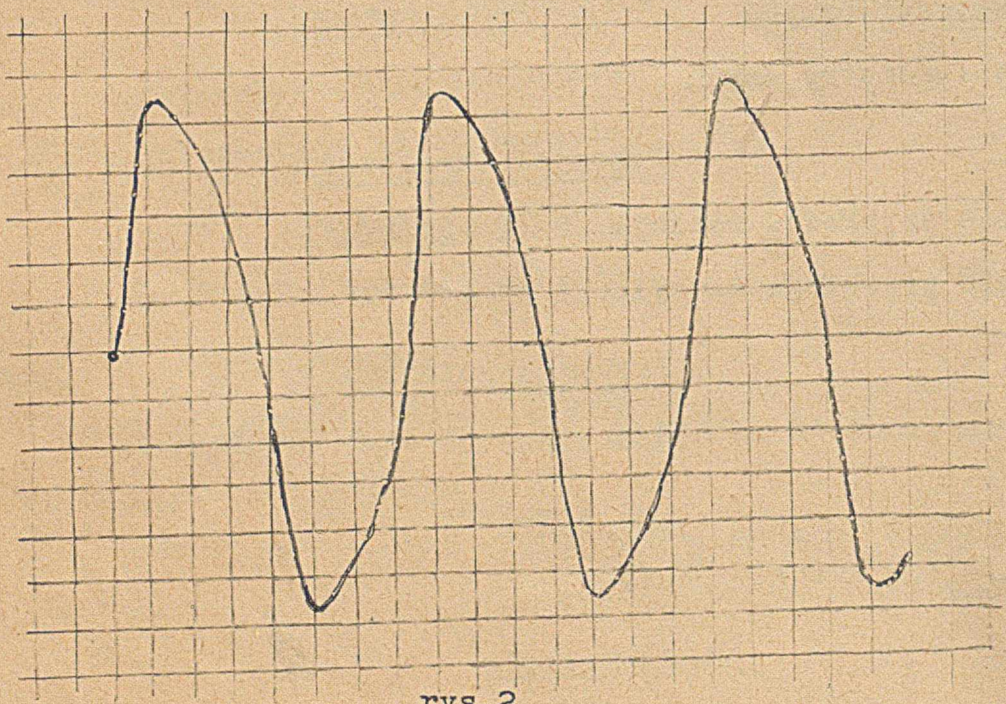
<u>Matematyka</u>

Rozwiązywanie równań różniczkowych zwyczajnych

Rozwiązywanie równań algebraicznych liniowych

Analiza harmoniczna

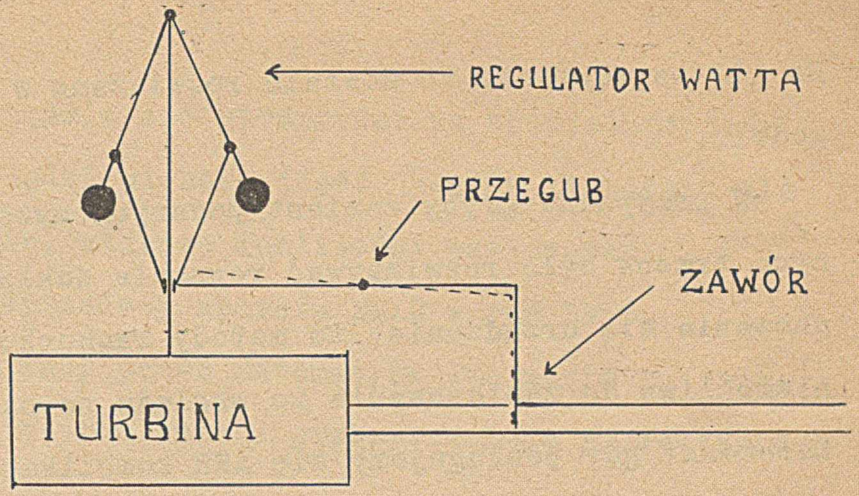
Przybliżone rozwiązywanie równań transcendentalnych



rys.2

Krzywa całkowa równania Van Der Polá

Podamy teraz przykład zastosowania ARR do znalezienia parametrów regulatora prędkości turbiny parowej.



rys.3

Mamy daną turbinę parową T i regulator szybkości obrotów turbiny R połączony z zaworem Z regulującym dopływ pary.

Zachowanie się układu w rozważanym przypadku jest, w przybliżeniu opisane następującymi równaniami:

$$\dot{\gamma}(t) = a\, x(t) + b$$
$$\ddot{x}(t) = p\, \dot{x}(t) + q \operatorname{sign} \dot{x}(t) + a_1 x(t) + b_1 \gamma_1(t) + c,$$

$$\text{gdzie} \quad \operatorname{sign} X = \begin{cases} +1 & \text{dla } x > 0 \\ 0 & \text{dla } x = 0 \\ -1 & \text{dla } x < 0 \end{cases}$$

Współczynniki p i q są odpowiednio wartościami tarcia lepkiego i suchego.

Rozwiązanie zagadnienia polega na:

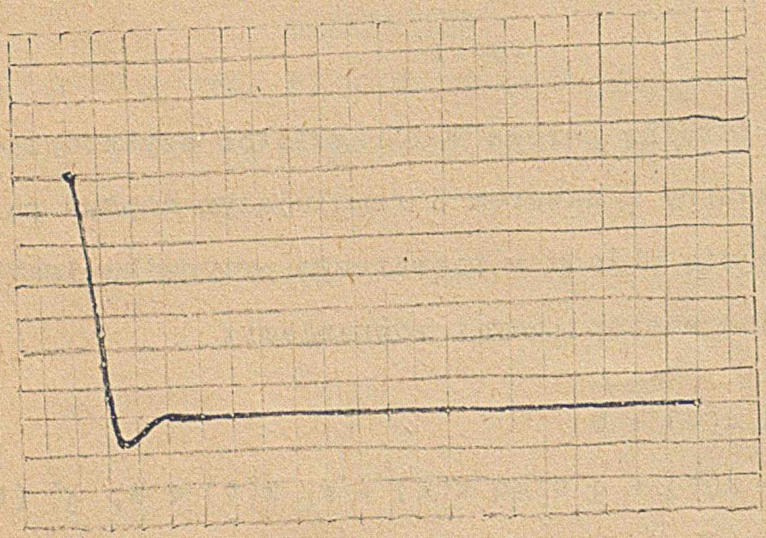
1. rozwiązaniu równań
2. zbadaniu charakteru rozwiązań przy różnych wartościach

Na tej podstawie można otrzymać optymalną wartość dla parametrów turbiny tego typu.

Aby rozwiązać te równania bez pomocy analizatora trzeba by wielu godzin pracy wysoce wykwalifikowanego personelu.

Na ARR zagadnienie to zostało rozwiązane w całości w ciągu 3 godzin.

W przypadku gdyby zamiast podanych wyżej równań uproszczonych trzeba było rozwiązywać równania dokładniej opisujące zachowanie się urządzenia, to metody rachunkowe byłyby prawie niemożliwe do zastosowania ze względu na ogromne trudności. Natomiast gdy posługujemy się ARR komplikacje te mają niewielki wpływ na czas rozwiązania.

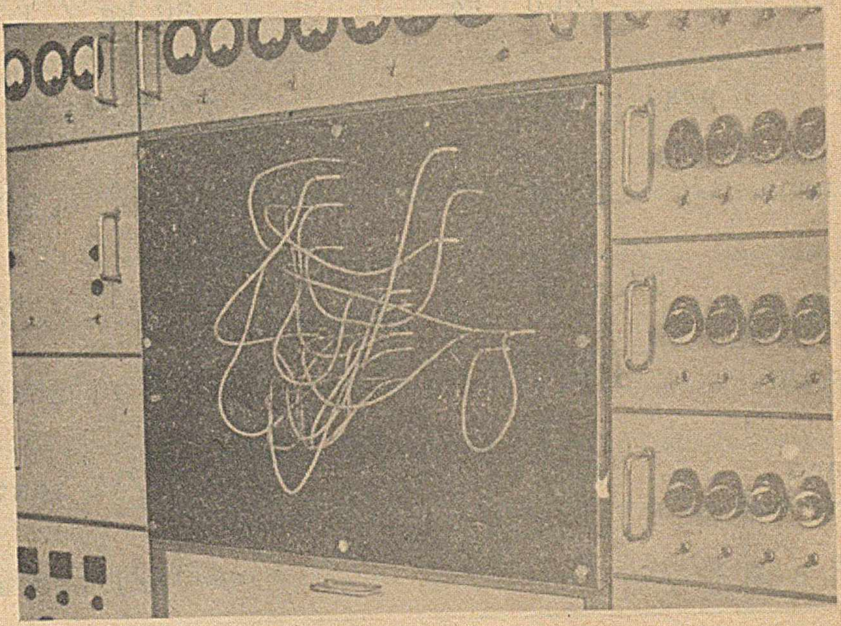


rys. 4

Wykres funkcji x/t/

Analizator równań różniczkowych jest udostępniony do eksploatacji w Instytucie Matematycznym PAN w Warszawie. Dokumentację techniczną posiada Zakład Aparatów Matematycznych tegoż Instytutu. Instytut Matematyczny przystąpił do budowy nowego analizatora, służącego również do rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych. Aparat ten będzie nosił nazwę EMIR. Zbudowany on będzie na nieco innej zasadzie niż ARR i będzie udostępniony do sprzedaży. Ważniejsze zastosowania tego aparatu - takie jak ARR. Działać będzie z większą dokładnością

/około 0.1%/. Wynik będzie się otrzymywać na specjalnej taśmie. EMIR będzie posiadał większą ilość układów liczących niż ARR, a co za tym idzie, większe możliwości zastosowań. Projektowany termin sprzedaży aparatu EMIR - rok 1958. EMIR może być obsługiwany przez matematyka lub magistra inżyniera zorientowanego w problemie i przeszkolonego na dwutygodniowym kursie.



rys. 5

Tablica połączeń ARR.

Dane techniczne aparatów ARR i EMIR

		A R R	E M I R
Wymiary		600 x 210 x 60 (w cm)	100 x 80 x 60 (w cm)
Ciężar		1800 kg	80 kg / 1 zestaw/
Zasilanie		prąd sieciowy	prąd sieciowy
Moc pobierana		3 kW	0.8 kW
Dokładność		1% - 3%	0.1% - 0.3%
Ilość układów	sumujące	8	8 /1 zestaw/
	całkujące	14	8 / 1 zestaw/
	mnożące	6	4 /1 zestaw/
	generatory funkcji	4	4 / 1 zestaw/
Cena			150 000 zł

ANALIZATOR RÓWNAŃ ALGEBRAICZNYCH LINIOWYCH "A R A L "

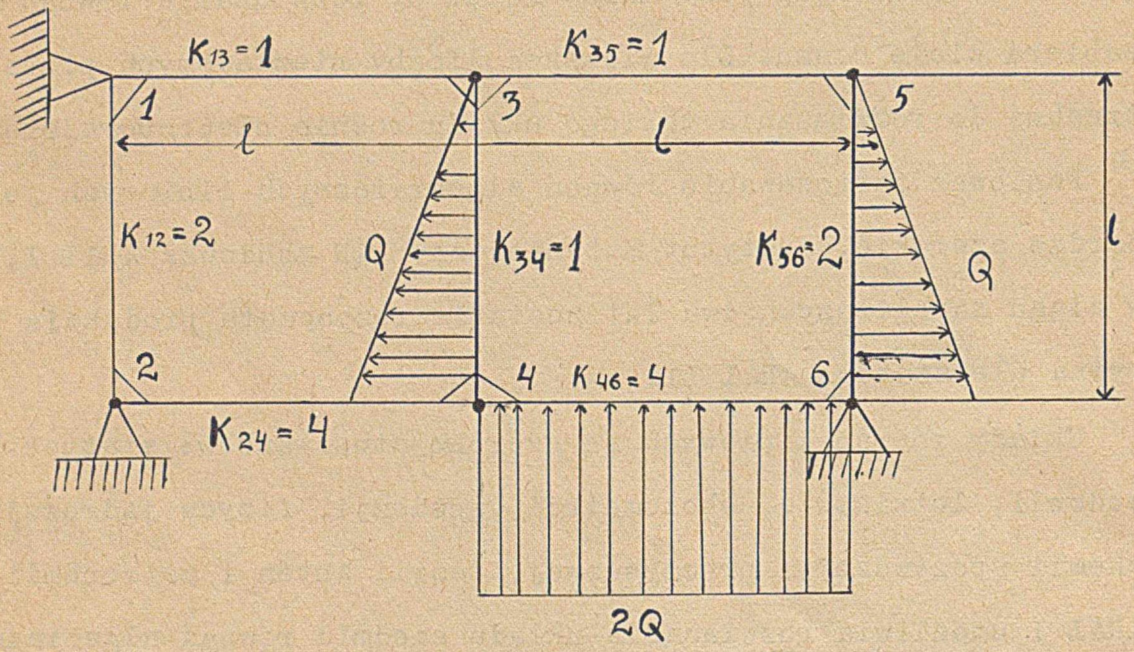
Jak wiadomo, w najrozmaitszych dziedzinach techniki występuje problem rozwiązywania równań algebraicznych liniowych. Gdy liczba niewiadomych jest mała 2 lub 3, rozwiązanie równań nie zabiera wiele czasu. Dla większej liczby niewiadomych praca potrzebna do rozwiązania takiego układu rośnie nieproporcjonalnie.

Ponieważ zastosowanie równań algebraicznych liniowych jest bardzo szerokie, Instytut Matematyczny PAN zbudował ARAL I, a w ciągu najbliższych dwu lat zostanie rozpoczęta produkcja seryjna ulepszonego ARAL II.

Układy równań liniowych są szeroko stosowane w: statyce budowli, lotnictwie, ekonometrii, geodezji, fizyce jądrowej, chemii spożywczej i przemysłowej, teorii anten i astronomii. ARAL I umożliwia rozwiązanie układu siedmiu równań algebraicznych liniowych, zaś ARAL II będzie umożliwiał rozwiązanie dwunastu równań, których współczynniki będzie można ustawić z dokładnością do trzech znaków. Błąd analizatora nie będzie przekraczać 1%, istnieje ponadto łatwa metoda iteracji, poprawiającej dokładność rozwiązania.

Użytkownika interesuje czas, potrzebny do rozwiązania jednego układu równań: rozwiązanie jednego układu równań o dwunastu niewiadomych na ARAL II będzie trwało czterdzieści minut, obliczenie poprawek i dokonanie jednej iteracji trwa dalsze czterdzieści minut. Jak wiadomo, rozwiązanie takiego układu bez pomocy analizatora kosztowałoby około trzydziestu roboczogodzin. Zysk czasu będzie więc w tym przypadku dwudziestokrotny.

Podamy przykład zastosowania ARAL'a do jednego z licznych problemów, wymagających rozwiązania układu równań liniowych. Należy obliczyć kratownicę z nieruchomymi węzłami, poddaną działaniu sił, przedstawioną schematycznie na rys.1:



rys.1

$$K_{ij} = \frac{I_{ij} . l_o}{I_o . l_{ij}}$$, I_{ij} = momentowi bezwładności belki ij względem węzła(i)

l_{ij} = długość belki $\vec{ij}$, I_o, l_o = pewnej średniej wartości momentu bezwładności i długości belek.

Zagadnienie prowadzi do następującego układu równań:

$$
\begin{aligned}
6\alpha_1 + 2\alpha_2 + \alpha_3 &= 0 \\
2\alpha_1 + 12\alpha_2 + 4\alpha_4 &= 0 \\
\alpha_1 + 6\alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 &= 0.8 \\
4\alpha_2 + \alpha_3 + 18\alpha_4 + \alpha_6 &= 3.2 \\
\alpha_3 + 6\alpha_5 + 2\alpha_6 &= -0.8 \\
4\alpha_4 + 2\alpha_5 + 12\alpha_6 &= 3.2
\end{aligned}
$$

Jest to układ 6-ciu równań z sześcioma niewiadomymi. Rozwiązanie takiego układu z dokł. 1% /n.b. bardzo prostego/ zajęłoby rachmistrzowi, pracującemu starymi metodami, około czterech godzin czasu /wraz ze sprawdzeniem/. W tym prostym przypadku ARAL skraca czas obliczeń dziesięciokrotnie, dając wyniki:

= -0.028 , = 0.165 , = 0.258

= -0.028 , = 0.080 , = 0.289

Rozwiązanie to różni się od idealnego o wartość nie przekraczającą 1% maksymalnej wartości współczynników równania.

Należy tu jeszcze raz podkreślić, że jest to jeden z najprostszych przykładów eksploatacji ARAL'a.

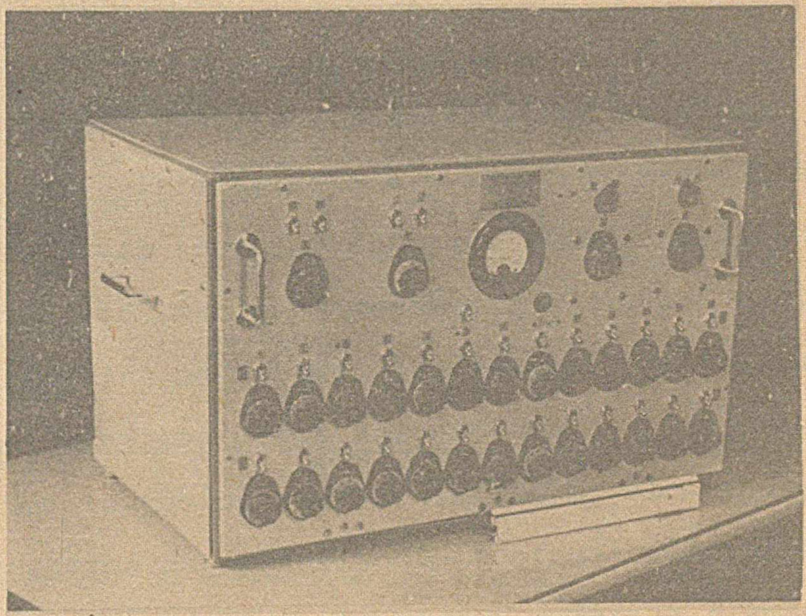
	ARAL I	ARAL II
Wymiary	240 170 60 w cm	100 80 60 w cm
Ciężar	250 kg	50 kg
Zasilanie	prąd sieciowy	prąd sieciowy
Moc pobierana	0,7 kW	0,3 kW
Rząd równań	7	12
Dokładność	1%	0.1%
Cena	———	70 000 zł

Analizator Wielomianów Algebraicznych

"A W A"

Zbudowany w Zakładzie Aparatów Matematycznych Instytutu Matematycznego P.A.N. Analizator Wielomianów Algebraicznych jest urządzeniem służącym do prędkiego znajdowania pierwiastków wielomianów algebraicznych stopnia do dwunastego włącznie o współczynnikach zespolonych.

Zagadnienia znajdowania pierwiastków wielomianów algebraicznych spotyka się we wszystkich niemal działach techniki, a w szczególności w radiotechnice, elektrotechnice, mechanice, technice pomiarowej itd.



rys. 1

Czas obliczeń na AWA jest bardzo krótki w porównaniu z czasem potrzebnym do ich wykonania na drodze numerycznej. Ustawienie na Analizatorze wielomianu stopnia dwunastego o współczynnikach zespolonych i znalezienie wszystkich jego pierwiastków zajmuje około trzydziestu minut czyli jest parędziesiąt razy krótsze od rozwiązywania rachunkowego.

Dokładność AWA jest w zasadzie techniczna. Daje on pierwiastki z dokładnością do trzech cyfr znaczących. Znajomość takich przybliżeń pierwiastków pozwala już w prędki i prosty sposób przy użyciu znanych metod uzyskać dokładność w zasadzie dowolną.

Dzięki prostocie AWA obsługiwać go może każdy, kto zna instrukcje jego obsługi i jest zorientowany w matematycznej problematyce zagadnienia. Może to być naprzykład inżynier po krótkim przeszkoleniu w zakresie zasad aparatów matematycznych.

Konserwacja AWA dzięki jednolitości i prostocie jego elementów jest łatwa i może być przeprowadzana naprzykład przez inżyniera łączności.

AWA działa na zasadzie realizacji /analogii/. Poszczególnym wielkościom występującym w wielomianie algebraicznym /a więc jego współczynnikom/, wartości zmiennej niezależnej, wartości wielomianu są przyporządkowane wartości zmiennych oporów /potencjometrów/. Ustawienie wielomianu na AWA polega na odpowiednim nastawieniu potencjometrów odpowiadającym jego współczynnikom, znalezienie jego pierwiastków polega na takim dobraniu wielkości potencjometrów odpowiadających zmiennej niezależnej, przy których strzałka urządzenia pomiarowego przyjmuje najniższe położenie.

Jako przykład jednego z licznych zastosowań AWA można przytoczyć zagadnienie ułożenia tablic dla przetwornika piezoelektrycznego służącego do pomiaru grubości płyt metalowych dostępnych tylko z jednej strony. Do ułożenia tych tablic potrzebna była znajomość pierwiastków zespolonych 132 wielomianów algebraicznych postaci

$$ax^{p+q} + bx^{p} - bx^{q} - a = 0$$

przy trzech wersjach a i b oraz 44 wersjach wykładników p i q przy p + q nie przekraczającym 12. Rozwiązanie tego zagadnienia na drodze numerycznej zajęło by conajmniej 700 godzin pracy. Czas pochłonięty przez te same obliczenia na AWA wynosił około trzydziestu godzin

A W A

Wymiary	72 42 40 / w centymetrach/
Ciężar	250 kg
Zasilanie	prąd sieciowy
Moc pobierana	150 W
Stopień równań	12
Dokładność	1 %
Cena	70.000 zł

Elektronowy Integrator Równań Cząstkowych
" E L I "

Zbudowany w Zakładzie Aparatów Matematycznych Instytutu Matematycznego P.A.N. Elektronowy Integrator Równań Cząstkowych jest przeznaczony do rozwiązywania równań, które występują w wielu zagadnieniach wytrzymałości materiałów, obliczaniu rozkładów temperatury i potencjału, zagadnieniach przepływu cieczy i gazów itd. W szczególności można przy pomocy tego urządzenia rozwiązywać następujące problemy:

Znajdowanie ugięć blach i bardzo cienkich płyt /membran/przy różnych ich kształtach i sposobach obciążenia oraz zamocowania na brzegu / np. wytrzymałość den zbiorników o różnych kształtach/.

Skręcanie prętów o dowolnym przekroju poprzecznym - wyznaczanie wszelkich wielkości statycznych /naprężeń i odkształceń/. Znajdowanie wytrzymałości prętów na skręcanie.

Znajdowanie ugięć płyt cienkich /np. stropów, den kotłów,podstaw silników itp./, wyznaczanie wszelkich wielkości statycznych /odkształceń, naprężeń, wytrzymałości na zginanie/. Kształt płyty i sposób jej obciążenia jest zupełnie dowolny.

Drgania płyt cienkich i membran o dowolnym kształcie. Wyznaczanie częstości drgań własnych.

Wyznaczanie sił krytycznych dla płyt cienkich o dowolnym kształcie, znajdowanie ich wytrzymałości na ściskanie.

Ustalone przepływy cieczy i gazów - znajdowanie linii prądu /np. linie opływu profilu skrzydła samolotu/, wielkości siły nośnej i cyrkulacji dla profilów o kształcie dowolnym. Wyznaczanie ustalonych rozkładów temperatury /zastosowanie np. w teorii naprężeń cieplnych/

Wyznaczanie rozkładów potencjału elektrostatycznego.

Ustawienie problemu na ELI łącznie z odczytaniem rozwiązania zajmuje około 2 - 3 godzin, co jest okresem kilkadziesiąt razy krótszym od pochłanianego przez rozwiązanie tego samego zadania na drodze rachunkowej. Takie skrócenie czasu pozwala na rozwiązywanie przy pomocy ELI zagadnień, które ze względu na ich pracochłonność nie były dotychczas rozwiązywane na drodze matematycznej, bądź też były rozwiązywane w sposób bardzo przybliżony.

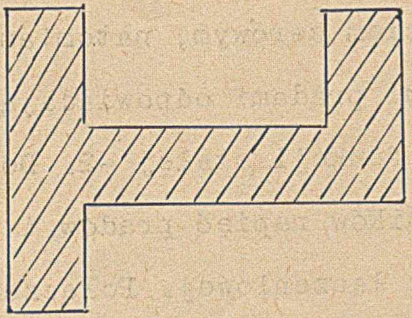
Dokładność ELI jest w zasadzie techniczna, tzn. błąd rozwiązania odczytanego z aparatu nie przekracza 2%. Dokładność ta w zupełności wystarczająca dla większości zagadnień mechaniki budowli i techniki konstrukcyjnej może być z niewielkim nakładem pracy przy użyciu samego aparatu i ewentualnie arytmometru dowolnie powiększona. Największa ilość punktów, w których ELI podaje rozwiązanie wynosi 504. /przy obliczeniach numerycznych ilość ta zwykle nie przekracza 20/.

Dzięki prostemu rozwiązaniu technicznemu ELI może być obsługiwany przez każdego, kto jest zorientowany w ogólnej problematyce matematycznej zagadnienia i zna zasadę działania aparatu, np. magistra inżyniera dowolnej specjalności po krótkim przeszkoleniu z zakresu aparatów matematycznych. Przy założeniu, że ułożony został schemat rozwiązania, połączeń i odczytów wyniku dokonać może laborant znający instrukcję obsługi ELI. W związku z tym obsługa ELI winna składać się z dwóch osób - układającego schematy rozwiązania i laboranta dokonującego połączeń.

Konserwacja ELI jest łatwa i może być przeprowadzana np. przez inżyniera łączności.

ELI jest aparatem działającym na zasadzie realizacji /analogii/. Realizuje w sposób bezpośredni przybliżenia różnicowe równań, do których prowadzą zagadnienia wymienione na wstępie. Realizacja ta oparta jest na prawie rozkładu napięcia elektrycznego na siatce oporowej / w przypadku ELI na siatce wyskalowanych potencjometrów/.

Jako prosty przykład jednego z wielu możliwych zastosowań ELI podamy przebieg rozwiązania zagadnienia skręcania kształtownika o przekroju podanym na rysunku 1.



rys. 1

Zagadnienie to prowadzi do równania

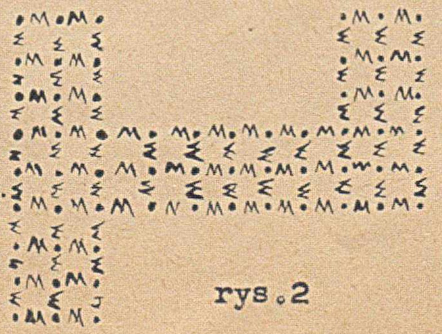
$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = -2$$

z warunkiem na brzegu $\Phi = 0$.

Szukana funkcja   jest tzw. funkcją naprężeń, której znajomość pozwala wyznaczyć wszystkie wielkości statyczne charakteryzujące stan skręconego kształtownika.

W celu znalezienia tej funkcji przy pomocy ELI postępujemy w sposób następujący.

Modelujemy na siatce oporowej przekrój kształtownika; otrzymujemy w ten sposób siatkę przedstawioną schematycznie na rys. 2 /w rzeczywistości siatka ta jest znacznie gęstsza/.



rys. 2

Z uwagi na to, że w rozwiązywanym równaniu współczynniki przy obu pochodnych są równe 1, wartości wszystkich oporów siatki są jednakowe /wszystkie potencjometry siatki nastawione są na tą samą wartość/.

Zgodne z warunkiem Φ = 0 na brzegu, wszystkie punkty brzegowe siatki połączone są z napięciem zerowym, natomiast punkty wewnętrzne zasilane są jednakowymi prądami odpowiadającymi stojącej po prawej stronie równania funkcji stałej -2. Dokonuje się tego przez doprowadzenie z dzielników napięć prądów i napięć do poszczególnych punktów tablicy łączeniowej. Połączeń tych dokonuje się przy pomocy sznurów telefonicznych.

Po takim ustawieniu zagadnienia znajduje się wartości funkcji szukanej Φ z pomiaru napięć w poszczególnych węzłach siatki. Pomiaru tego dokonuje się na specjalnej tablicy pomiarowej.

Ustawienie omawianego zagadnienia na ELI wraz z odczytaniem rozwiązania, przy wykorzystaniu 500 węzłów zajmuje ok. 3 godziny pracy. Numeryczne rozwiązanie zagadnienia z tą samą dokładnością zajęło by ok. 200 - 300 godzin.

E L I

Wymiary	330 210 100 /w centymetrach/
Ciężar	ok. 800 kg
Zasilanie	prąd sieciowy
Moc pobierana	300 W
Ilość węzłów	504
Dokładność	2%
Cena	100 000 zł

ELEKTRONOWA MASZYNA CYFROWA

W Zakładzie Aparatów Matematycznych Instytutu Matematycznego PAN trwają prace nad budową pierwszej w Polsce automatycznej maszyny cyfrowej. Aparat ten należy do typu maszyn matematycznych uniwersalnych tzn. będzie można na nim wykonywań niemal wszystkie obliczenia matematyczne. Jedyne ograniczenia związame są z "wielkością" stawianych problemów /tzn. z ilością działań, które musimy wykonać dla znalezienia rozwiązania i z ilością liczb z których musimy korzystać w samym procesie liczenia/. W początkowym okresie pracy maszyny przewiduje się rozwiązywanie problemów dla których ilość działań nie przekracza 10 mil. zaś ilość liczb z których musimy korzystać 20 tys.

Ograniczenia te pozwalają jednak w praktyce na rozwiązanie prawie wszystkich problemów jakie stawia technika.

Budowany obecnie aparat będzie przeprowadzać obliczenia na liczbach 10-cio cyfrowych. Pozwoli to w większości rozwiązywanych zagadnień na osiągnięcie dziesięciu cyfr dokładnych wyniku. Dokładność ta jest w praktyce najzupełniej wystarczająca. Użytkownicy żądają bowiem zazwyczaj co najwyżej wyników 6-cio cyfrowych.

W przypadkach szczególnych gdy wymagana jest większa dokładność można otrzymać na tej samej maszynie rozwiązania 20-to cyfrowe. Jednakże w tym przypadku problem nie może wymagać dla otrzymania wyniku więcej niż 200 tys. działań.

Omawiana maszyna cyfrowa oparta jest całkowicie na wykorzystaniu techniki elektronowej /posiada ona około 2.000. lamp elektronowych/ co pozwoliło na osiągnięcie znacznej szybkości liczenia - ponad stu działań na sekundę. Wziąwszy pod uwagę że wykwalifikowany rachmistrz wykonuje przy pomocy arytmometru elektrycznego w ciągu 8-mio godzinnego dnia pracy od 300 do 600 operacji to budowany aparat zastępuje w pewnym sensie biuro obliczeniowe złożone z 10 tys. rachmistrzów. Liczby te pozwalają nieco ocenić jak olbrzymią bazę obliczeniową stwarza uruchomienie jednej takiej maszyny.

Obsługa maszyny cyfrowej wymaga jednak wykwalifikowanych fachowców /matematyków i inżynierów/dla postawienia problemu maszynie /ułożenia programu/ oraz konserwacji i kontroli jej działania. Przygotowanie programu dla danego problemu wymaga znacznie więcej czasu niż otrzymanie samego rozwiązania przy pomocy maszyny. Warto jednak zwrócić uwagę, że program raz ułożony można wielokrotnie wykorzystać dla rozwiązania zagadnień tego samego typu. Daje to w efekcie możliwość znacznego przyspieszenia rozwiązania stawianych zagadnień.

ZASTOSOWANIA

Podamy tutaj kilka typowych przykładów możliwości zastosowania budowanej maszyny cyfrowej.

Geodezja: W problemach geodezyjnych spotykamy się z dużymi układami równań algebraicznych liniowych. Typowym jest tu układ 400 równań którego macierz zawiera tylko 15% współczynników niezerowych rozłożonych wzdłuż przekątnej. Zagadnienie to na maszynie cyfrowej może być rozwiązane w ciągu 2 dni.

Balistyka: W zagadnieniach balistyki zewnętrznej podstawowym problemem jest rozwiązanie układu równań różniczkowych zwyczajnych dla wyznaczenia trajektorii pocisku. Problem ten może być rozwiązany na rozpatrywanej maszynie cyfrowej w czasie krótszym niż 5 minut /dla jednej trajektorii/.

Astronautyka:

Podstawowym rozważanym tu problemem jest zagadnienie lotu rakiety. Problem ten daje się sformułować w postaci układu równań różniczkowych. Rozwiązanie tego zagadnienia na maszynie wymaga około 4 dni. Warto powiedzieć, że jest to już problem należący do maksymalnych jakie mogą być rozwiązywane na tym aparacie.

Meteorologia:

Rozwiązywane są dla potrzeb meteorologii tak zwane równania pogody; pozwalają one na otrzymywanie prognozy pogody o 50% lepszej od dotychczasowych. Rozwiązanie tych równań na maszynie cyfrowej wymaga 4,5 godziny.

Krystalografia: W badaniach nadstrukturą kryształów podstawowym problemem obliczeniowym jest sumowanie szeregów Fouriera. Przeciętny czas rozwiązania tego zagadnienia jest rzędu godziny.

Gospodarka Narodowa: W zagadnieniach gospodarczych zarówno rozliczeń jak i planowania powstaje cały szereg problemów obliczeniowych. Dotychczas obliczenia te jak np. w górnictwie były wykonywane na maszynach na karty dziurkowane /tabulatory/. Zastosowanie do tych problemów maszyn cyfrowych pozwoliłoby na znaczne przyspieszenie wykonywanych obliczeń.

Maszyny cyfrowe na skutek dużych kosztów budowy oraz trudności w obsłudze mogą być stosowane tylko w pewnych określonych warunkach, dlatego też pierwsza z maszyn cyfrowych budowana w Instytucie Matematycznym pozostanie do dyspozycji Grupy Obliczeniowej Instytutu. Dalsze maszyny mogą być budowane na specjalne zlecenia.

Przykład zastosowania maszyny cy

Dla zilustrowania dokładniejszego omawian cyfrowej zajmiemy się jednym z typowych zastosowań w geodezji. Problem ten nosi nazwę Wyrównania sieci geodezyjnej.

W obliczeniach geodezyjnych posługujemy się wielką ilością obserwacji, przy czym wielkości obserowane są wzajemnie zależne. Ponieważ każda obserwacja obarczona jest błędem, podstawowym zagadnieniem jest obliczenie poprawek dla wielkości obserwowanych.

Niech każda z wielkości obserowanych n_i^o $i=1,\dots,s$ zależy od tych samych n parametrów $x_1,\dots,$ xn. Pozwala to obliczyć przybliżone wartości wielkości obserwowanych n_i. Stąd już przez uwzględnienie przyrostów różniczkowych wielkości przybliżonych możemy określić konieczne poprawki na wielkości obserwowane. Oznaczamy

$$V_i = n_i^p - n_i^o + dn$$

Dla obliczenia wielkości v_i stosujemy metodę najmniejszych kwadratów. Problem sprowadza się obecnie do wyznaczenia:

$$\underset{(x_1,\dots,x_n)}{\text{minimum}} \left(v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2\right)$$

Znalezienie tego minimum łatwo sprowadza się do rozwiązania układu równań algebraicznych liniowych, tzw.układu normalnego. Ilość równań tego układu zależy oczywiście od ilości jednoczesnych i powiązanych ze sobą obserwacji. Pomiary danego obszaru są tym dokładniejsze im więcej punktów jednocześnie uwzględnimy. Dotychczas trudności rachunkowe uniemożliwiały wykonanie jednoczesnego wyrównania sieci dużych obszarów np. całego kraju, dlatego też w praktyce rozpatrywane układy nie miały na ogół ponad sto równań.

Stosując maszynę cyfrową do rozwiązania układu równań normalnych możemy posłużyć się metodą iteracyjną Gaussa-Seidel'a. Rozwiązywanie układu stu równań normalnych wymaga wykonania przez maszynę około dwu milionów operacji, co określa czas rozwiązania na kilkanaście minut. Warto tutaj zwrócić uwagę, że rozwiązanie tego problemu przez pięciu rachmistrzów na arytmometrach elektrycznych zajmuje kilka tygodni czasu.