

Dr inż. STANISŁAW FRYZE

ELEKTROTECHNIKA OGÓLNA

Tom drugi

PRADY STAŁE

Część trzecia

ELEKTROMAGNETYZM

L W Ó W

Nakładem "Komisji Wydawniczej" Towarzystwa Bratniej
Pomocy Studentów Politechniki Lwowskiej

1930

S. 69
S. 96

S.05

621.3



12,609/2/III

ELEKTROMAGNETYZM.
XX

Wstęp.

ELEKTROMAGNETYZMEM nazywamy naukę o polu magnetycznym, wytworzonym przez prądy elektryczne. - Pole magnetyczne prądu stałego nie różni się w działaniach swych od pola magnetostatycznego, t.j. wytwarzanego przez magnesy stałe. Umieszczając w zamkniętej skrzynce drewnianej raz magnes a drugi raz odpowiednio dobrany solenoid pod prądem i wykonując pomiary zewnątrz tej skrzynki, nie potrafimy orzec, czy mamy do czynienia z polem magnetostatycznym, czy elektromagnetycznym. Zarówno bowiem w polu magnesów jak i w polu prądów obserwujemy:

Działania dynamiczne (przyciąganie względnie odpychanie materji namagnesowanej),

Działania indukcyjne (magnesowanie materji), oraz

Przemiany energetyczne, związane z pochłanianiem i wydzielaniem energii przez pole magnetyczne, gdy dokonywamy w niem zmian rozmieszczenia magnesów względnie prądów, lub zmian prądów.

Powyższy stan rzeczy, znany z licznych doświadczeń, znajduje uzasadnienie w tem że w myśl obecnego stanu wiedzy, źródłem każdego pola magnetycznego są prądy, oczywiście prądy w najogólniejszem znaczeniu tego terminu. Już Ampere wyraził w 1820^{x)} roku tezę, że magnes to zbiorowisko uporządkowanych prądów molekularnych, jakkolwiek w owym czasie nic nie wiedzano o elektrycznej budowie materji (teorja elektronowa), wskutek czego też ta teza Ampere'a nie zyskała należytego uznania.

Obecnie wiemy, że owe prądy molekularne Ampere'a, to wiry elektronów, okrążających dodatkowo naelektryzowane jądra atomów. W nowszych czasach rozpoczyna się też naukę o polu magnetycznym wprost od elektromagnetyzmu, negując w zupełności pojęcie masy magnetycznej (m), która w rozważaniach o polu magnesów stanowi czynnik zasadniczy. Metody tej nie zastosowałem w niniejszym podręczniku dlatego, że nastrożcza ona poważne trudności dla początkujących elektryków. Wszak nie wystarczy powiedzieć, że magnesy, igiełki magnetyczne, opiłki namagnesowane, lub wogóle materja namagnesowana, to zbiorowiska uszykowanych prądów molekularnych. Trzeba jeszcze opisać, jak te zbiorowiska wyglądają i podać zasady operowania niemi w abstrahowa-

x) André-Marie Ampere. Ann.Chim.Phys. 15.70 i 170. 1820.

niu od hipotetycznych mas magnetycznych. Żądanie takie jednak może być spełnione dopiero po przerobieniu głównych zasad elektromagnetyzmu, t.j. po poznaniu ustroju pola magnet. prądów, do badania którego wszak używamy właśnie opisek, igiełek magnet. i t.p. Pozatem wprowadzanie do rozważań pola prądów molekularnych zniewala z miejsca do wnikania w elektromagnetyczny ustrój materji namagnesowanej, co - jak dalej okażemy - wcale nie należy do zadań łatwych. Daleko prościej jest oprzeć początkowe rozważania o namagnesowanej materji na hipotetycznych masach magnetycznych, czyli poprzedzić Elektromagnetyzm Magnetostatyką, jak to zrobiliśmy w niniejszym podręczniku. To, że masy magnetyczne "faktycznie" nie istnieją, nie powinno być uważane za moment decydujący o odrzuceniu tego wyborczego środka pomocniczego. Wystarczy zaznaczyć, że masa magnetyczna m jest jedynie symbolem, pojęciem pomocniczym (Hilfsvorstellung), z pomocą którego w sposób łatwy i prosty opisać można cały szereg zjawisk fizykalnych. Wszak w nauce posiłkujemy się często tego rodzaju środkami pomocniczymi. Takim pojęciem pomocniczym jest n.p. nawet opór omowy R , który ściśle biorąc jest tylko ilorazem napięcia (U) i natężenia prądu stałego (J) a nie żadną właściwością materji. Entropja, ogólnie pojmowana temperatura w teorii kinetycznej, dawny eter kosmiczny, ba nawet tak popularne pojęcie jak ciepło i t.d. wszystko to są pojęcia pomocnicze, przyczem niektóre z nich są nawet bardziej abstrakcyjne od owej masy magnetycznej. Nie widzę przeto powodu, dlaczego ten właśnie środek pomocniczy, ułatwiający znacznie rozważania o polu magnet. materji namagnesowanej, miałby być odrzucony. Należy przecież uwzględnić, że odrzucenie masy magnetycznej zniewala konsekwentnie do odrzucenia także prawa Coulomba dla mas magnetycznych, na którym opiera się cała magnetostatyka i układ $M S$, zmusza do zarzucenia prostej definicji natężenia pola magnetycznego ($H = F/m$), wymaga abstrahowania w elektromagnetyzmie od prawa Laplace'a, prawa Biota-Sawarta, a ogólnie od bardzo ważnego prawa Gaussa ($\oint \vec{Q} = 4\pi \sum Q$), na którym opiera się dowód ciągłości strumienia indukcji \vec{Q} , a temsamem ciągłości linii indukcji.

Wielu autorów nowszych nie cofa się przed powyższymi konsekwencjami, jednakże rezultatem tych poczynań jest chaos w definicjach zasadniczych wielkości, uwydatniający się coraz dobitniej w ostatnich latach.^{x)}

x) Vide następną stronę. (Str.347).

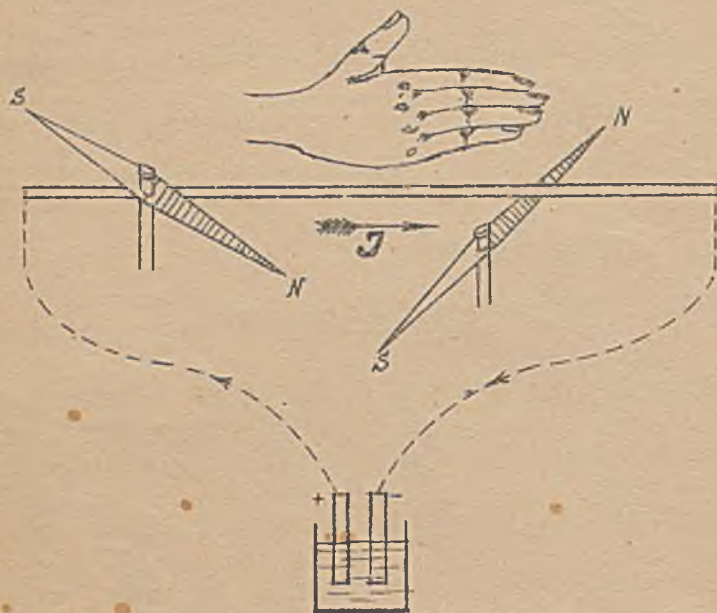
Nauki elektrotechniki nie można - mojem zdaniem - rozpoczynać od szczytów, tem bardziej, gdy szczyty te pokrywa jeszcze mgła niejasności. Studium od podstaw wymaga zaś pewnych środków pomocniczych, ułatwiających rozważania. Za taki środek pomocniczy uważam ciągle jeszcze masę magnetyczną i dlatego posiłkuję się nim nadal, także i w Elektromagnetyzmie. Ostatni ustęp rozważań o elektromagnetyzmie p.t. "Elektromagnetyczny ustrój materji namagnesowanej" wskaże właściwe znaczenie masy magnet. i pouczy, że tylko studjum pola magnet. w przestrzeni wypełnionej materją zniewala do rozróżnienia pola magnet. wytworzonego przez prądy od pola wytworzonego przez masy magnetyczne. Jednakże przejście od mas magnet. do prądów i odwrotnie ułatwiają genialne substytucje Ampere'a, które stanowią "pomost" łączący Magneto=statykę z Elektromagnetyzmem. Korzystając odpowiednio z tego "pomostu", mamy możliwość przystosowania wyników znalezionych przez "starą szkołę", która operowała masami magnetycznymi, do poglądów "nowej szkoły", która negując masy, na ich miejsce wprowadza prądy molekularne. Same wyniki nie doznają przez to żadnej zmiany, opierają się bowiem na doświadczeniach, wskutek czego są niezależne od naszych pojęć o strukturze materji namagnesowanej.

-
- x) Czytaj publikacje dyskusyj na temat wielkości magnetycznych (H i B) w Revue Générale d'Électricité (roczniki 1921 do 1923), w których brali udział: Abraham, Berthelot, Bryliński, Génillon, Hadamard, Ilievici, Janet, Langevin, Liénard, Picard, Pomey i Roy. Oraz prace następujące, dotyczące tego przedmiotu:
- Przegląd Elektrotechniczny 1924, Str.1. (Pożaryski)
- Zeitschrift für Physik 1922, Str. 329 (Wallot)
- E T Z 1922 Str. 1329 i 1381 (Wallot)
- E T Z 1926 Str. 1009, 1035 i 1555 (Wallot)
- Mitteilungen N D I 1926, tom 9, Str. 816
- Handbuch der Physik, Geiger u. Scheel, tom 2, Str. 1 do 41
- E T Z 1927 Str. 337, 426, 430, 482 (Diskusje)
- E u M 1928 Str. 585 i 1017 (Benischke).

I. Ogólne rozważania i podstawowe prawa elektromagnetyzmu.

1. Ustrój pola magnetycznego, wytworzonego przez prąd stały.

Prąd elektryczny wywiera działania magnetyczne. Najprostsze takie działanie, odchylenie igły magnetycznej przez prąd stały, odkrył Oerstedt w r.1820 (Rys.287).



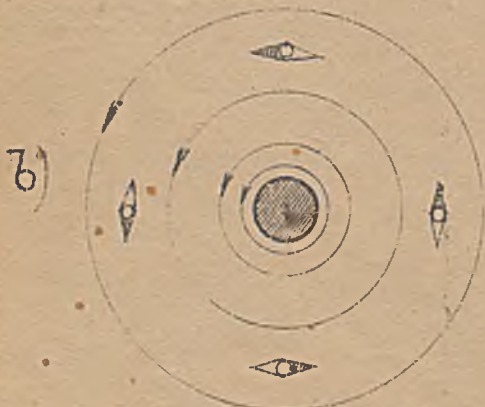
Rys.287.

Stając na gruncie magnetostatyki, która poucza, że na magnesy (tu igły) działać może tylko pole magnetyczne, musimy przyjąć, że w przestrzeni okalającej tor prądu istnieje pole magnetyczne. Ogólny wygląd tego pola ujawniają - podobnie jak w magnetostatyce - najprościej opiłki żelazne, oraz igielka magnetyczna. Z pomocą opiłek żelaznych uzyskujemy mianowicie t.zw.

widma magnetyczne, igielką magnetyczną stwierdzamy intensywność pola magnetycznego.



Prąd w kierunku za płaszczyznę rysunku.



Prąd w kierunku przed płaszczyznę rysunku. (Rys.288).

Ustrój pola magnetycznego prądu nie zależy od rodzaju wiodącego ten prąd przewodnika, z zastrzeżeniem, że materiał przewodnika nie jest ciałem ferromagnetycznym. W okół toru prądu ujawnia się mianowicie jednakowe pole magnetyczne, bez względu na to, czy tor ten stanowi drut miedziany, cynkowy, srebrny i t.d. albo rurka z elektrolitem, byle natężenie prądu było za każdym razem jednakowe. Kreśląc odpowiednio do rozkładu opiłek i intensywności pola według odchyień igielki magnetycznej linje magnetyczne, uzupełnione strzałkami, zorientowanymi w kierunku w jakim poruszałyby się swobodny

biegun północny otrzymujemy geometryczne charakterystyki magnetycznego pola prądu.

Na rys.288 a i b przedstawione są dwie takie zasadnicze charakterystyki, a mianowicie: a) Pole magnetyczne prostoliniowego przewodnika, przez który przepływa prąd za płaszczyznę rysunku (Rys.288 b).

b) Pole magnetyczne prostoliniowego przewodnika, przez który przepływa prąd przed płaszczyznę rysunku (Rys.288 b).

W obu przypadkach linje magnetyczne tworzą tu koła współśrodkowe z przewodem. Linjom magnetycznym przydajemy strzałki, orjentując je w kierunku w jakim zwraca się północny biegun igielki magnetycznej. Wynika stąd następująca reguła praktyczna, podana przez Maxwella: Reguła korkociągu:

Jeżeli kierunek prądu odpowiada kierunkowi posuwistego ruchu trzpienia korkociągu, wkręcanego względnie wykręcanego, to strzałki linii pola magnetycznego, wytworzonego przez ten prąd, są zgodne z kierunkiem obrotu trzpienia (Rys.289 i 290)



Ważną tę regułę należy sprawdzić przez porównanie rys.289 z rys.288a, a rys.290 z rys.288 b. Charakterystyki pola prądu, przedstawione na rys.288 a i b, odnoszą się do prostoliniowego prze-

Rys.289.Korkociąg wkręcany. Rys.290.Korkociąg wykręcany. wodnika o długości

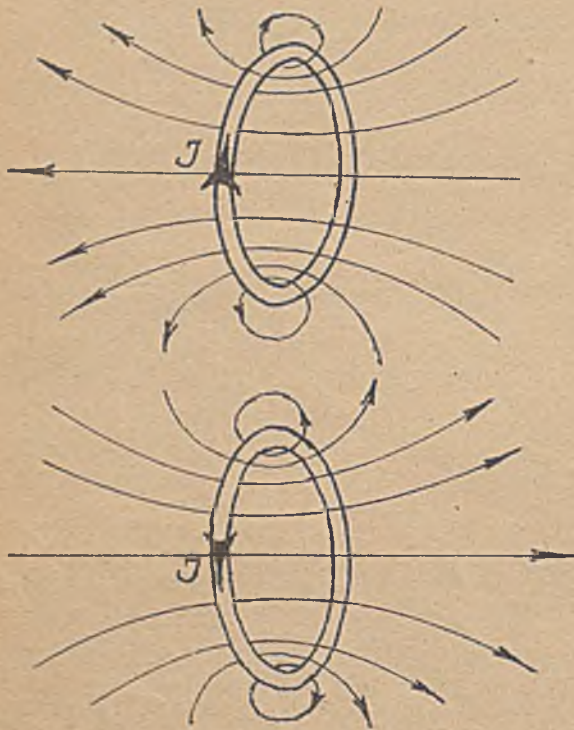
teoretycznie nieskończenie wielkiej. Pole takiego przewodnika pod prądem należy



Rys.291.Pole magnet.prostoliniowego przewodu pod prądem.

wyobrazić sobie przestrzennie, jak to zaznaczono na rys.291. Charakterystyki magnetycznego pola inaczzej ukształtowanych przewodów, zasilanych prądem stałym ilustruje kilka dalszych rysunków.

Rys.292 przedstawia n.p. pole magnetyczne pętli, a) gdy przepływa przez nią prąd według prawego skrętu, b) gdy przepływa przez nią prąd w kierunku przeciwnym.

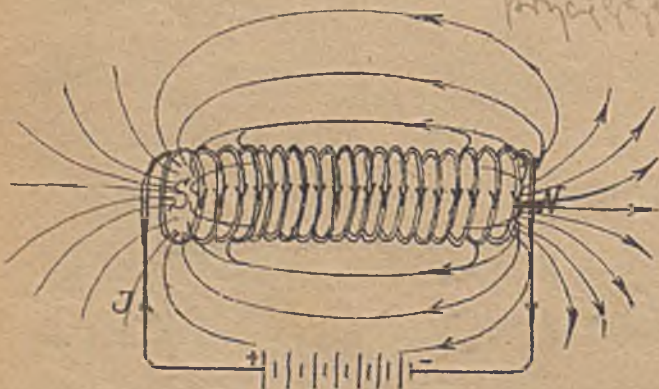


Rys.292. Pole magnetyczne pętli pod prądem.

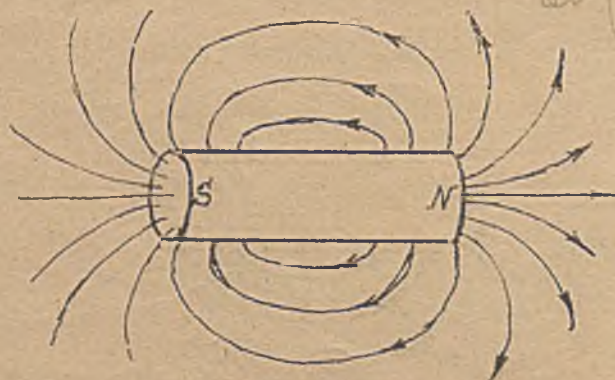
Zarówno na tych jak i na poprzednich rysunkach (Rys.287, 288) tudzież na dalszych, stwierdzić możemy zgodność reguły korkociągu z faktycznym stanem fizycznym. (Doświadczenia). (Przećwiczyć regułę korkociągu!). Na rys.293. przedstawione jest pole magnetyczne dwu prądów równoległych, zgodnie skierowanych, a na rys.294 dwu prądów równoległych przeciwnie skierowanych. Wypadkowe linje magnetyczne otrzymamy z konstrukcji widocznej na rys.293 i 294. - Zwojnica (solenoid), zasilana prądem (stałym) wytwarza pole zewnątrz zupełnie podobne do pola magnesu (rys.295 i 296).



Rys.293. Dwa prądy zgodnie skierowane. Rys.294. Dwa prądy przeciwnie skierowane.



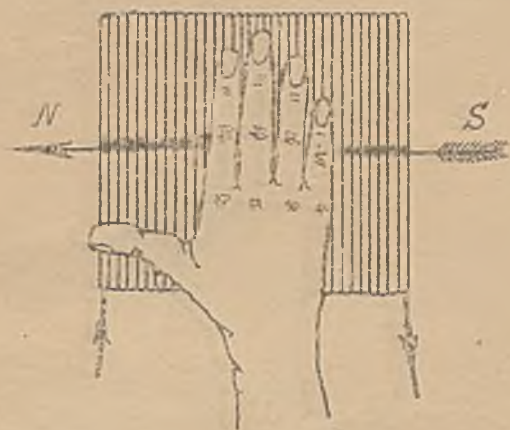
Rys.295. Pole solenoidu.



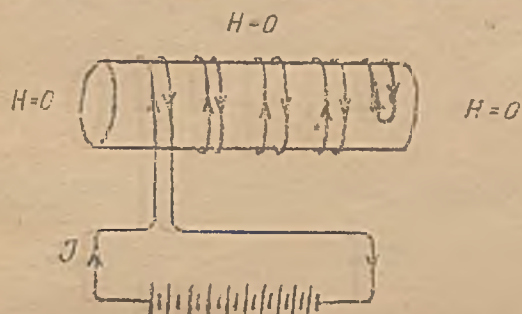
Rys.296. Pole magnesu.

Do wyznaczenia biegunów takiej zwojnicy (solenoidu) posługujemy się t.zw. regułą prawej ręki:

Gdy prawą ręką połączymy (dłonią) na zwojnicy, końcami palców w kierunku prądu płynącego w zwojach, to wielki palec wskaże biegun północny (rys.297). (i tę bardzo ważną regułę należy dobrze zapamiętać i przećwiczyć).



Rys. 297. Reguła prawej ręki.



Rys. 298. Uzwojenie bifilarne nie wytwarza pola magnetycznego.

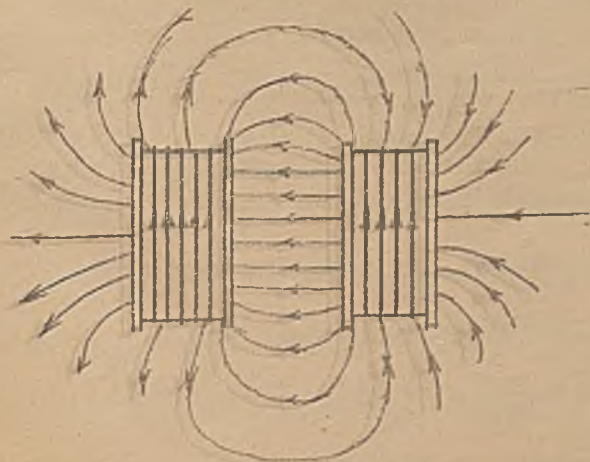


Rys. 299. Płaskie uzwojenie prawie nie daje pola magnetycznego.

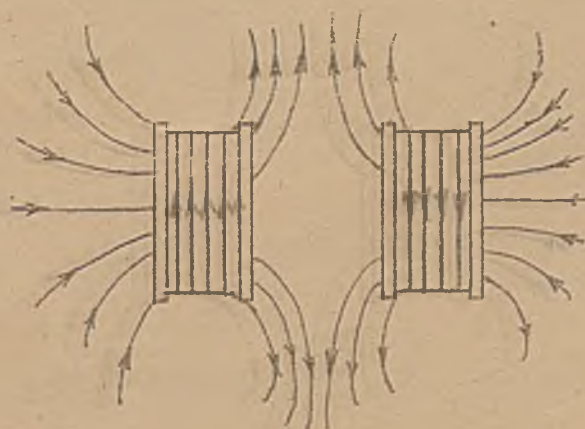
Z poprzednich rozważań wynika, że dwie strugi prądu, płynące tuż obok siebie, w dwie przeciwnie strony, nie wytwarzają (praktycznie) żadnego pola magnetycznego. Wyzykujemy ten fakt, stosując dla cewek, które mają być pozbawione pola magnetycznego t.zw. uzwojenie bifilarne, czyli dwunitkowe (Rys.298).

W ten sposób uziewają się n.p. cewki pomiarowych opornic zatyczkowych, celem wyeliminowania działań indukcyjnych, jakie mogłyby powstać przy zmianach prądu w czasie pomiarów oporu. (Zastosowanie sekometru, lub prądu zmiennego przy pomiarze oporu elektrolitów). Także uzwojenie okazane na rys.299 wytwarza pod prądem tylko bardzo słabe pole magnetyczne, które praktycznie może być pominięte. Rys.300 ilustruje pole magnetyczne

dwu cewek o zgodnych prądach, rys.301 pole dwu cewek o prądach przeciwnych.

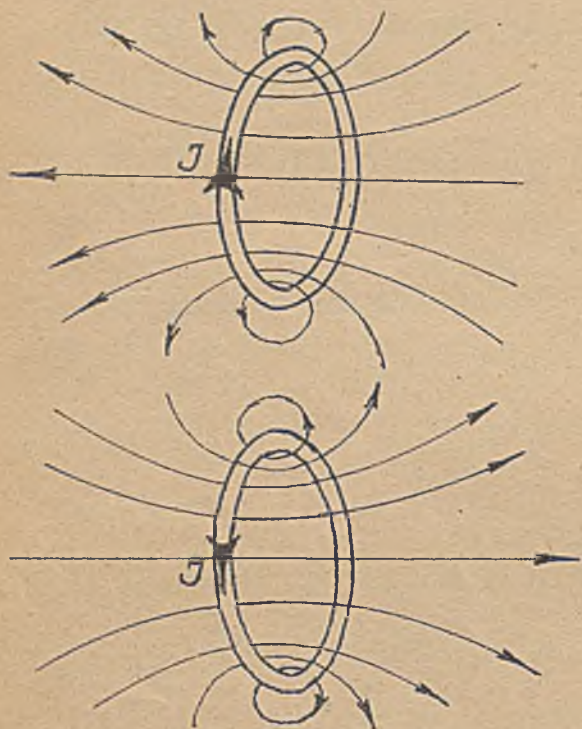


Rys. 300. Dwie cewki o zgodnie skierowanych prądach.



Rys. 301. Dwie cewki o przeciwnie skierowanych prądach.

Rys.292 przedstawia n.p. pole magnetyczne pętli, a) gdy przepływa przez nią prąd według prawego skrętu, b) gdy przepływa przez nią prąd w kierunku przeciwnym.

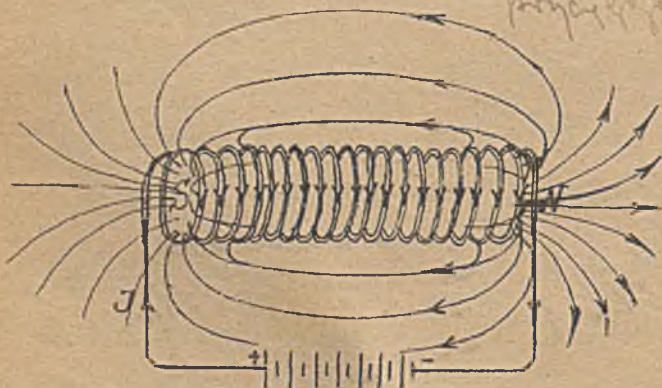


Rys.292. Pole magnetyczne pętli pod prądem.

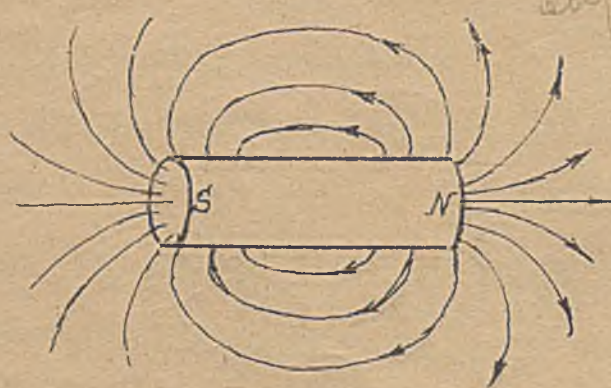
Zarówno na tych jak i na poprzednich rysunkach (Rys.287, 288) tudzież na dalszych, stwierdzić możemy zgodność reguły korkociągu z faktycznym stanem fizycznym. (Doświadczenia). (Przećwiczyć regułę korkociągu!). Na rys.293. przedstawione jest pole magnetyczne dwu prądów równoległych, zgodnie skierowanych, a na rys.294 dwu prądów równoległych przeciwnie skierowanych. Wypadkowe linie magnetyczne otrzymamy z konstrukcji widocznej na rys.293 i 294. - Zwojnica (solenoid), zasilana prądem (stałym) wytwarza pole zewnątrz zupełnie podobne do pola magnesu (rys.295 i 296).



Rys.293. Dwa prądy zgodnie skierowane. Rys.294. Dwa prądy przeciwnie skierowane.



Rys.295. Pole solenoidu.



Rys.296. Pole magnesu.

Do wyznaczenia biegunów takiej zwojnicy (solenoidu) posługujemy się t.zw. regułą prawej ręki:

Gdy prawą rękę położymy (dłonią) na zwojnicy, końcami palców w kierunku prądu płynącego w zwojach,

to wielki palec wskaże biegun północny (rys.297). (I tę bardzo ważną regułę należy dobrze zapamiętać i przeciwiczyć).

Z poprzednich rozważań wynika, że dwie strugi prądu, płynące tuż obok siebie, w dwie przeciwne strony, nie wytwarzają (praktycznie)

żadnego pola magnetycznego. Wyzyskujemy ten fakt, stosując dla cewek, które mają być pozbawione pola magnetycznego t.zw. uzwojenie bifilarne, czyli dwunitkowe (Rys.298).

W ten sposób uzwaja się n.p. cewki pomiarowych opornic zatyczkowych, celem wyeliminowania działań indukcyjnych, jakie mogłyby powstać przy zmianach prądu w czasie pomiarów oporu.

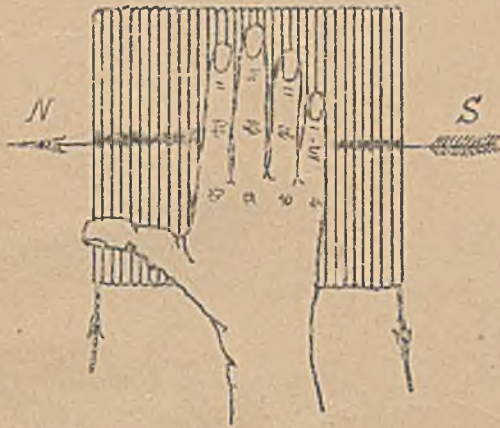
(Zastosowanie sakometru, lub prądu zmiennego przy pomiarze oporu elektrolitów). Także uzwojenie

okazane na rys.299 wytwarza pod prądem tylko bardzo słabe pole magnetyczne, które praktycznie

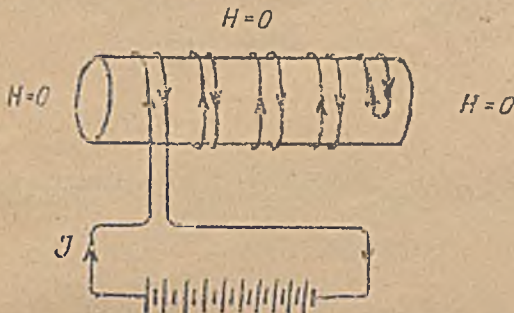
nie może być pominięte. Rys.300 ilustruje pole magnetyczne

dwu cewek o zgodnych prądach, rys.301 pole dwu cewek

o prądach przeciwnych.



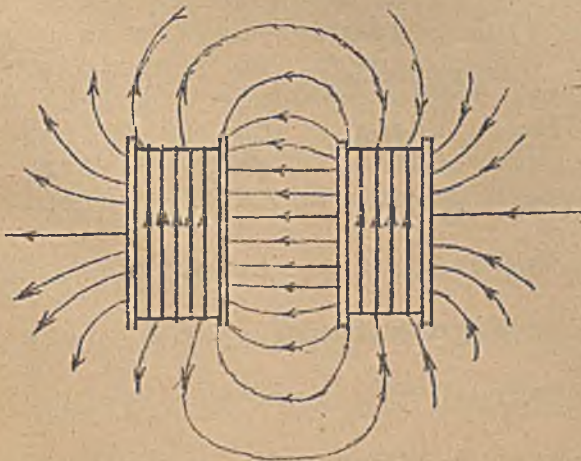
Rys.297. Reguła prawej ręki.



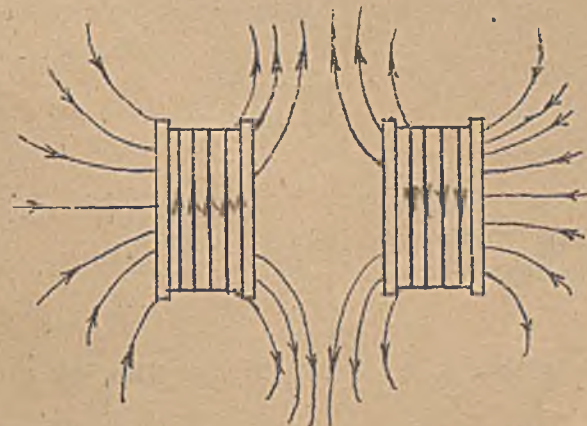
Rys.298. Uzwojenie bifilarne nie wytwarza pola magnetycznego.



Rys.299. Płaskie uzwojenie prawie nie daje pola magnetyczn.



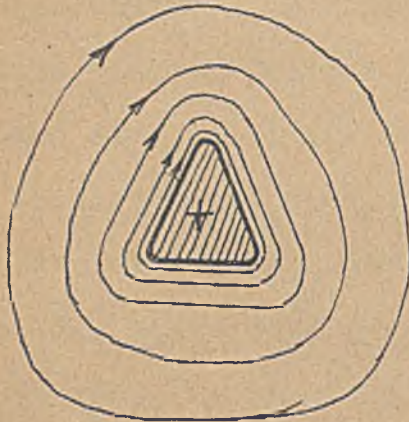
Rys.300. Dwie cewki o zgodnie skierowanych prądach.



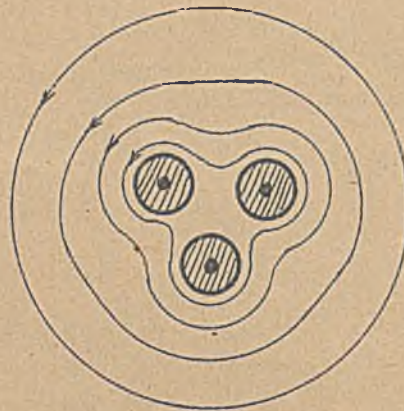
Rys.301. Dwie cewki o przeciwnie skierowanych prądach.

magnetyczne
dwu cewek
o zgodnych
prądach,
rys.301 pole
dwu cewek
o prądach
przeciwnych.

W pobliżu przewodnika linie magnetyczne pola przybierają kształt odpowiedni do przekroju tego przewodnika (Rys.302). W dalszej odległości od przewodu linie magnetyczne zbliżają się do kół. Pole w okół kilku prądów okazuje rys.303. W okół skupionych przewodów, których suma prądów równa się zeru, niema pola magnetycznego (Rys.304). Tę ostatnią tezę, bardzo ważną praktycznie, udowodnimy dalej z pomocą prawa Maxwella.



Rys.302. Pole przewodu pod prądem o przekroju nie kołowym.



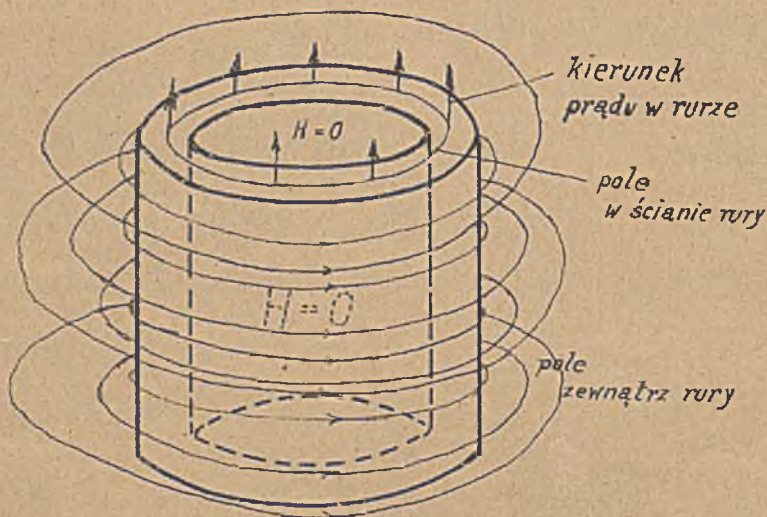
Rys.303. Pole kilku przewodów o zgodnych prądach.



Gdy $\sum J = 0$
w okół przewodników
niema pola magnetycznego.

Rys.304.

Bardzo ważny dla ustroju pola prądów jest fakt, że prąd wytwarza pole magnetyczne tylko na zewnątrz od swego toru. Możemy to stwierdzić n.p. badając wnętrze rury miedzianej, dużej długości, przez którą przepływa prąd osiowo.



Rys.305. Wewnątrz rurowych przewodów pod prądem niema pola.

Wewnątrz takiej rury niema pola magnetycznego (Rys.305).

Uwaga: Rurowe przewody, używane są przy bardzo wysokich napięciach (od 200 kV w górę), celem uniknięcia strat przez spływ elektryczności w powietrze (korona). Ponadto rurowych przewodów używa się w radio - technice celem zmniejszenia strat, jakie powoduje zjawisko wypierania strug prądu ku powierzchni przewodnika, powstające przy prądach zmiennych (skin - efekt).

Nie należy z powyższego wyciągać fałszywego wniosku, jakoby pole

magnetyczne rozciągało się tylko na zewnątrz od przekroju przez który płynie prąd. Wszak cały przekrój można podzielić na warstwy rurowe, z których każda wytwarza pole na zewnątrz od siebie. Wewnętrzne warstwy wytwarzają więc pole magnetyczne

w przyległych i dalszych warstwach, zewnątrz nich leżących (Rys. 306). Krótko:

Wewnątrz pełnego przewodu, przez który płynie osiowo prąd stały istnieje pole magnetyczne
Pole to ma największą intensywność tuż przy powierzchni, a jest coraz słabsze ku środkowi przekroju. W osi kołowego przekroju linowego przewodu pod prądem, o $l = \infty$, nie ma wcale pola magnetycznego.



Rys. 306. Pole magnetyczne wewnątrz pełnego kołowego przewodu pod prądem o $l = \infty$.

Prąd można pojmować jako ruch elektryczności. Zatem pole magnetyczne powstać musi

także w okół poruszających się naboji elektrycznych. Rys. 307 ilustruje c h w i = l o w e pole magnetyczne ruchomego naboju dodatniego. Na rys. 308 przedstawione jest c h w i l o w e pole lecącego elektronu.



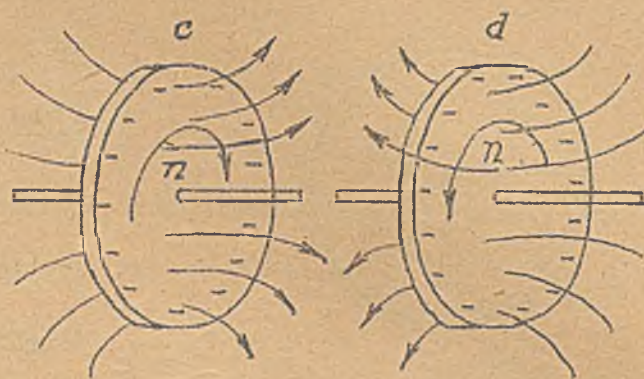
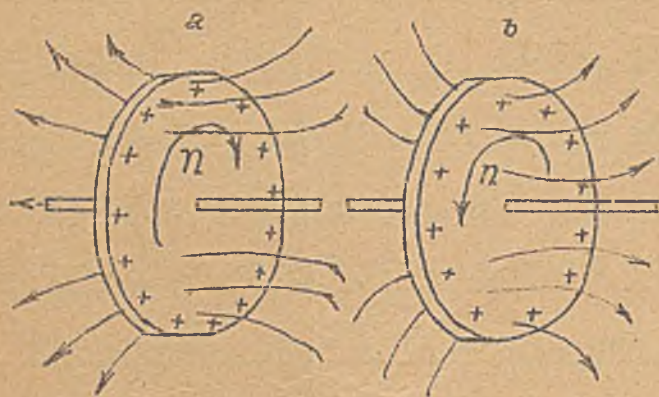
Rys. 307. Chwilowe pole ruchomego naboju dodatniego.



Rys. 308. Chwilowe pole ruchomego naboju ujemnego (więc także elektronu).

Nabój w ruchu indukuje pole magnetyczne na czole toru ruchu. Pole to ciągle powstaje przy równoczesnym zanikaniu pola z tyłu za nabojem. Na zjawisku tem oparte jest pojęcie t.zw. elektromagnetycznej masy elektronu. Aby wprowadzić w ruch nabój elektryczny, trzeba zużyć pewną ilość energii, celem wytworzenia owego, postępującego w kierunku ruchu naboju, pola magnetycznego. Przy zatrzymaniu naboju energia ta się oswobadza.

Rowland okazał, że w okół naelektryzowanej i obracającej się tarczy powstaje pole magnetyczne, analogiczne do pola pętli pod prądem (Rys. 309 i 310). Rysunki 309a i 310d pouczają, że tarcza naelektryzowana dodatnio i wirująca w prawo, wytwarza w przestrzeni ją okalającej takie same pole magnetyczne, jak tarcza naelektryzowana ujemnie i wirująca w lewo (oczywiście przy jednakowych innych warunkach).



Rys. 309. Pole wirującej tarczy Rowlanda, naelektryzowanej dodatnio.

Rys. 310. Pole wirującej tarczy Rowlanda, naelektryzowanej ujemnie.

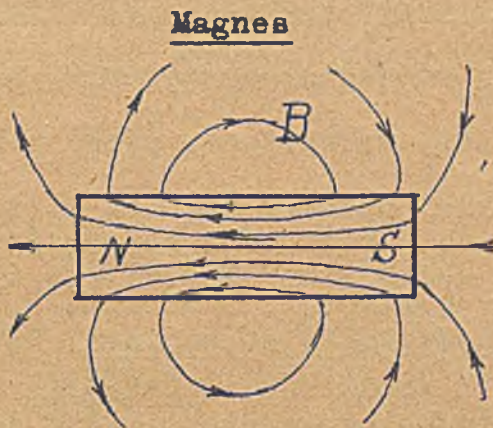
W myśl powyższego (naboje w ruchu), wprowadzenie tarczy Rowlanda, osadzonej na idealnej osi w próżni, wymaga nie tylko nakładu energii związanej z mechanicznym wprowadzeniem w ruch masy materialnej, lecz jeszcze dodatkowej energii, potrzebnej na wytworzenie pola magnetycznego w okół tarczy. Energia ta wyzwoli się przy zatrzymaniu tarczy (zanik pola) w postaci dodatkowej pracy hamowania.

2. Charakterystyczne cechy pola magnetycznego, wytworzonego przez prądy.

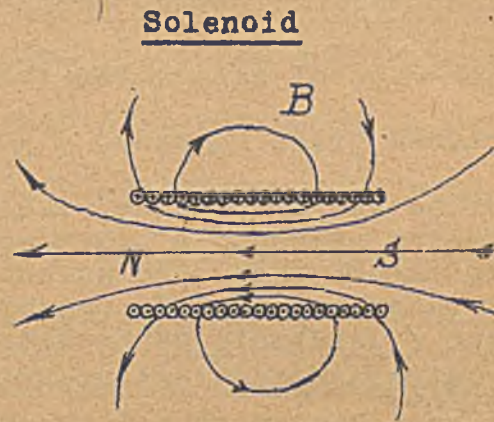
Czyniąc przegląd charakterystyk magnetycznego pola prądu stałego, skonstruowanych na podstawie danych, uzyskanych z widm magnetycznych i badań z pomocą igiełki magnetycznej, zauważamy, że w charakterystykach tych występują linje magnetyczne zamknięte. Z magnetostatyki wiemy, że taką cechę posiadają tylko linje indukcji magnetycznej. Wynikałoby stąd, że linje charakteryzujące magnetyczne pola prądów są linjami indukcji. Doświadczalnie stwierdzamy jednak, że w magnetycznym polu prądu ujawniają się takie same działania, jak w polu wytworzonym przez magnesy, więc zarówno działania indukcyjne (indukowanie mas magnetycznych na magnesujących się ośrodkach), jak i działania dynamiczne (przyciąganie względnie odpychanie ciał namagnesowanych). Poza to w próżni a praktycznie w powietrzu, linje indukcji mają taki sam przebieg, jak linje sił. Musimy tedy przyjąć, że linje, któremi charakteryzowaliśmy pola magnetyczne, wytworzone przez prądy w pustej przestrzeni (praktycznie w powietrzu), mogą być traktowane zarówno jako linje sił, jak i jako linje indukcji. Wynika stąd następujący, nader ważny, wniosek:

W polu magnetycznym, wytworzonym przez prąd, występują zarówno linie indukcji, jak i linie sił, jako linie zamknięte. - Celem stwierdzenia tego wniosku, porównajmy ze sobą pole magnetyczne magnesu i solenoidu pod prądem.

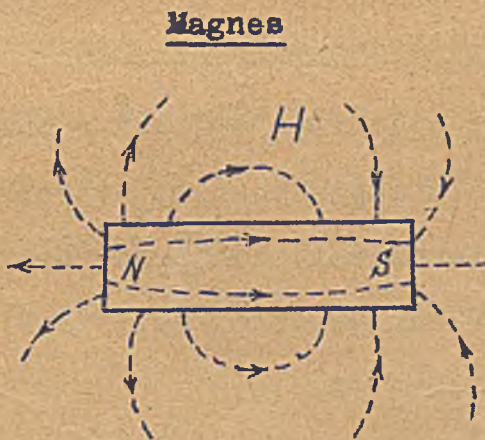
Na rys.311 przedstawiona jest charakterystyka cech indukcyjnych a na rys.313 cech dynamicznych pola magnesu stalowego, tak jak je poznaliśmy i przedstawialiśmy w magnetostatyce. Rys.312 i 314 przedstawiają charakterystyki cech indukcyjnych i dynamicznych pola solenoidu pod prądem, skonstruowane na zasadzie widma magnetycznego (opiłki) i pomiarów igiełką magnetyczną.



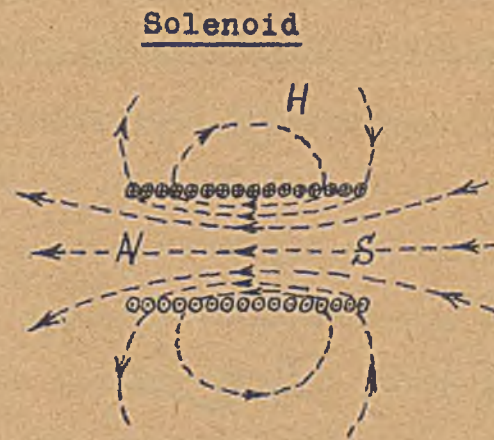
Rys.311. Charakterystyka indukcyjnych cech pola magnesu.



Rys.312. Charakterystyka indukcyjnych cech pola solenoidu.



Rys.313. Charakterystyka dynamicznych cech pola magnesu.



Rys.314. Charakterystyka dynamicznych cech pola solenoidu.

Przy odpowiednim doborze magnesu i solenoidu można uzyskać pola magnetyczne identyczne zewnątrz tych źródeł pola i to identyczne tak co do cech indukcyjnych, jak i dynamicznych nawet w przypadku, gdy magnes i solenoid otacza ośrodek o $\mu > 1$. Także charakterystyki cech indukcyjnych pola wewnątrz magnesu i solenoidu mogą wypaść podobnie przy odpowiednim doborze magnesu i solenoidu (Rys.311 i 312).

Gdy jednak porównamy dynamiczne charakterystyki pola wewnątrz magnesu i wewnątrz solenoidu, spostrzegamy zasadnicze różnice. Linje sił wewnątrz magnesu mają kierunki (strzałki) zorjentowane od N do S, czyli przeciwnie jak linje indukcji wewnątrz magnesu. Linje sił wewnątrz solenoidu (próżniowego lub powietrznego) mają kierunki (strzałki) zorjentowane od S do N, czyli zgodnie z linjami indukcji, na które zresztą padają.

W polu magnesu wszystkie linje indukcji są zamknięte a wszystkie linje sił otwarte.

W polu (próżniowego) solenoidu wszystkie linje indukcji i wszystkie linje sił są zamknięte, bo wszak w próżni linje indukcji i linje sił padają na siebie.

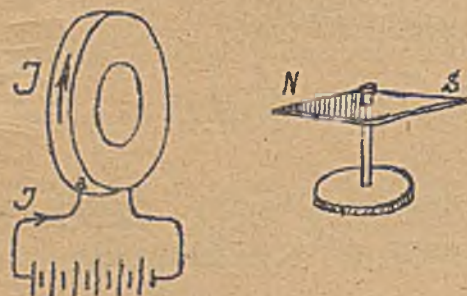
Wynik ten stanowi zasadniczą różnicę między polem magnetostatycznym, czyli polem wytworzonym przez magnesy, a polem magnetycznym, wytworzonym przez prądy.

Uwaga: Narzuca się tu pytanie, skąd pochodzą powyżej opisane różnice między polem wewnątrz magnesu, a polem wewnątrz solenoidu, skoro ostatecznym źródłem pola magnetycznego są zawsze tylko prądy, skoro więc magnes jest tylko zbiorem prądów? Na pytanie to odpowiemy krótko:

Tylko w działaniu na zewnątrz magnesu można zastąpić solenoidem. Ustrój pola wewnątrz magnesu jest najzupełniej różny od ustroju pola wewnątrz solenoidu, gdyż magnes to zbiorowisko wielu prądów molekularnych, które działają nie jak jeden solenoid, tylko jak zespół wielu molekularnych solenoidów, ułożonych obok siebie, mniej więcej równolegle do osi magnesu. (Patrz dalej ustęp VII. Elektromagnetyczny ustrój materji namagnesowanej).

3. Zasadnicze wielkości charakteryzujące pole magnetyczne prądu.

W polu magnetycznym, wytworzonym przez prądy, ujawniają się takie same działania jak w polu magnetycznym, wytworzonym przez magnesy: Pole magnetyczne prądu przyciąga lub odpycha masy magnetyczne, czyli wywiera działania dynamiczne (Rys.315).

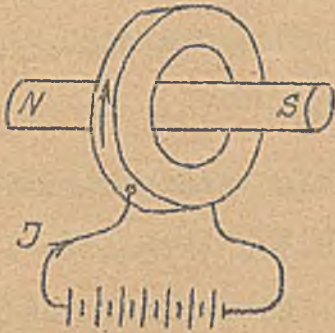


Rys.315. Działania dynamiczne magnetycznego pola prądu.

Pole magnetyczne prądu magnesuje materję, czyli indukuje masy magnetyczne, a więc wywiera działania indukcyjne (polaryzacja magnetyczna), (Rys.316).

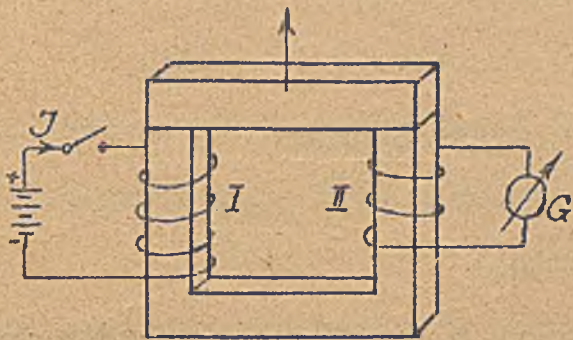
Pozatem pole magnetyczne prądu mieści pewien zapas energji potencjalnej, która gromadzi

się, gdy prąd wzrasta a wydziela się, gdy prąd maleje. Ostatnio wymienioną właściwość pola prądu stwierdzamy, wykonując doświadczenie następujące: Rdzeń żelazny



Rys.316. Żelazo lub stal namagnesowane w polu magnet. wytworzonym przez prąd. (Działanie indukcyjne pola).

w kształcie litery U zamykamy zworą żelazną (Rys.317). Przez cewkę I, nałożoną na ten rdzeń, przepuszczamy prąd stały. Po przerwaniu prądu w I wyłącznikiem, stwierdzamy, że zwora trzyma się silnie rdzenia, co wskazuje, że wewnątrz żelaza mamy pole magnetyczne (remanent). Gdy zworę oderwiemy (przemocą) od rdzenia, stwierdzamy wychylenie galwanometru (G) załączonego na cewkę II, nałożoną również na rdzeń. W obwodzie galwanometru zużyta została energia (ciepło Joule'a, ruch wskazówki), która mogła pochodzić jedynie z zapasu energii, mieszczącej się w polu magnetycznym, pozostałym w rdzeniu po przerwaniu prądu. Energia ta została zamagazynowana



Rys.317. Energia pola magnetycznego. wana w polu magnet. w czasie załączania cewki I pod prąd. Powtarzając powyższe doświadczenie przy różnym stopniu namagnesowania rdzenia, t.j. przy różnych wartościach końcowych prądu J, doprowadzonego do cewki I, stwierdzamy różne wychylenia G, a więc różne ilości odzyskanej energii. Z powyższego wynika, że także magnetyczne pole prądu należy charakteryzować co do cech dynamicznych, indukcyjnych i energetycznych. Nie widzimy żadnych powodów, które by zniewalały do przeprowadzenia tych charakterystyk inaczej jak w polu magnetostaticznym. - Do scharakteryzowania dynamicznych cech pola prądów użyjemy więc, tak samo jak w magnetostatyce, wektora natężenia prądu H, określając go identycznie jak tam, relacją:

$$H = \frac{F}{m} \dots \dots \dots (1)$$

W polu wytworzonym przez prądy w pustej przestrzeni odpadnie tylko relacja

$$H = \sum \frac{m_1}{r_1^2} \dots \dots \dots (2)$$

gdyż w polu takim niema żadnych mas magnetycznych. Zamiast wzoru (2) trzeba będzie ustalić związek między natężeniem prądu i kształtem toru prądu a natężeniem pola magnetycznego H, co uskutecznimy dalej, z pomocą fundamentalnego dla elektromagnetyzmu prawa Biota - Sawarta.

Gdy jednak w polu wytworzonym przez prądy znajdują się także masy magnetyczne, to oczywiście pole to można traktować jako pochodzące od dwu czynników i odpowiednio do tego analizować. W przypadku takim także i wzór (2) znajdzie zastosowanie, jakkolwiek z pomocą niego wyznaczymy tylko składową wektora H_m pochodzącą od mas magnetycznych. Drugą składową tworzyć będzie H_i , to jest wektor natężenia, pochodzącego od prądów. W myśl prawa superpozycji, wypadkowe natężenie pola magnetycznego (H) określone będzie zatem relacją

$$H = H_m + H_i \dots\dots\dots (3)$$

przyczem H_m i H_i należy dla każdego punktu składać geometrycznie, bo zarówno H_m jak i H_i są wektorami. - Oczywiście i jednostka natężenia pola magnetycznego, ustalona poprzednio w magnetostatyce, pozostaje bez zmian:

Jednostkowe natężenie $H = 1$ posiada pole magnetyczne, w którym na jednostkę masy magnetycznej $m = 1$ (w EM) działa siła (F) równa jednej dynie.*)

Jednostkę taką (H) nazwano oerstedem (Symbol Oe)*, na cześć odkrywcy pola magnetycznego prądu, duńskiego fizyka Oerstedta. (Uchwała Międzynarodowej Komisji elektrycznej C E I, Commission Electrotechnique Internationale, z roku 1930).

Indukcyjne cechy pola magnetycznego, wytworzonego przez prądy, scharakteryzujemy przy pomocy wektora indukcji magnetycznej B. - Poprawną definicję indukcji magnetycznej B podamy później, posiłkując się zjawiskiem indukcji elektromagnetycznej. Tu zadowolić się musimy narazie definicją formalną, opartą na relacji

$$B = H \cdot \mu \dots\dots\dots (4)$$

gdzie H przedstawia wektor natężenia pola magnetycznego, a μ przenikalność magnetyczną. Już z magnetostatyki wiemy jednak, że wzór (4) niema ważności ogólnej, bo możliwe są przypadki, w których $H = 0$, a $B \neq 0$ (nieskończenie długa sztaba, jedno-

*) Jeżeli chodzi o H w ośrodku, trzeba dodać, że masę magnetyczną m należy pomieścić w kanaliku podłużnym (patrz Magnetostatyka Tom I, Część 2-ga).

*) dołychczas symbolów oerstedta, gaussa, maxwella i t.p. nie ustalono.

stajnie namagnesowane, względnie Toroid, lub w których $H \neq 0$, a $B = 0$ (nieskończenie rozległa płaszczyzna, jednostajnie namagnesowana, względnie kula jednostajnie namagnesowana promieniowo).

Jednostką indukcji magnetycznej jest - według uchwały C E I (1930) gauss (Symbol) (na cześć sławnego matematyka niemieckiego Gaussa). - Pole magnetyczne w próżni posiada indukcję $B = 1$ gauss w punkcie, gdzie natężenie pola $H = 1$ oerstedt. W ośrodku odpowiada B liczbowo sile w dynach, działającej na masę magnetyczną (punktową) umieszczoną w szczelinie poprzecznej do linii indukcji (Magnetostatyka).

Uwaga: Nowoczesna naukowa definicja jednostki indukcji (gauss) oparta jest na indukcji elektromagnetycznej. Jednostkę indukcji magnet. $B = 1$ gauss posiada pole w punkcie, gdzie w pętli o powierzchni ds , ustawionej prostopadle do linii indukcji, indukuje się przy zmianie B od B do zera w czasie dt , SEM-czna określona wzorem

$$e = B \cdot \frac{dB}{dt} \cdot 10^{-8} \text{ volt} \dots\dots\dots (5)$$

Zmianę B od B do zera możemy sobie wyobrazić uskutecznioną przez obrót pętli o powierzchni ds o 90° , czyli z położenia prostopadłego do linii indukcji w położenie równoległe do tychże. Praktyczny pomiar B można wykonać na zasadzie wzoru (5) z pomocą małej cewki, którą obracamy z położenia prostopadłego do linii indukcji o 180° . Wówczas

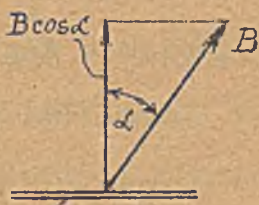
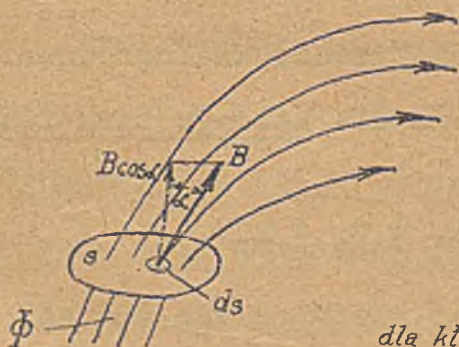
$$e = 2 \cdot B \cdot \frac{dB}{dt} \cdot 10^{-8} \text{ volt} \dots\dots\dots (6)$$

mamy bowiem wtedy zmianę od $+B$ do $-B$ (Patrz: "Indukcja elektromagnetyczna" Oczywiście pomiar taki daje wartość B tylko dla przypadku, gdy wewnątrz pola ds (względnie s cewki) mamy pole jednostajne.

Strumień indukcji magnetycznej Φ określa - analogicznie jak w magnetostatyce - relacja ogólna i ogólnie ważna

$$\Phi_B = \int_B ds \cdot \cos \alpha \dots\dots\dots (7)$$

Znaczenie tego wyrażenia ilustruje rys.318. Iloczyn $B \cdot \cos \alpha$ reprezentuje składową



Element powierzchni ds ,

dla której wyznaczamy $d\Phi = B \cdot \cos \alpha \cdot ds$

B , prostopadłą do elementu powierzchni ds , dla której strumień $d\Phi$ wyznaczamy. Wektor B jest odchylony od normalnej do ds o kąt α .

Rys.318. Strumień indukcji Φ względnie $d\Phi$.

Strumień indukcji (Φ)

jest skalarem i w odniesieniu do geometrycznej charakterystyki indukcyjnych cech

ji) odpowiada ilości linii indukcji, przenikają-

cych przez powierzchnię s , dla której go wyznaczamy. (Na rys.318 $\Phi_s = 4$ cgs czyli maxwelle). - Jednostką strumienia indukcji jest według uchwały C E I maxwell (Symbol) (na cześć angielskiego fizyka Maxwella).

10^8 maxwelli nazwano pramaxwellem

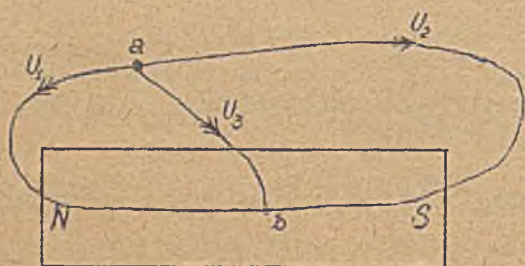
(dodatek „pra” ma przypominać pierwszą zgłoskę słowa „pratique” = praktyczny).

Napięcie magnetyczne, które zdefiniowaliśmy w magnetostatyce jako całkę linjową natężenia pola magnetycznego według określonego toru

$$U_{ab} = \int_a^b H dl \cos \alpha \dots \dots \dots (8)$$

pozostaje bez zmian w tej definicji także odnośnie do pola magnetycznego, wytworzonego przez prądy. Tu - w elektromagnetyzmie - jednakże wartość napięcia magnetycznego U zależy ogólnie od toru, dla którego ją obliczamy i może mieć dla torów łączących te same dwa punkty, różne wartości.

W polu magnesu (Rys.319) napięcie magnetyczne między punktami (a) i (b) jest jednakowe bez względu na tor całkowania:



Rys.319. Tory i kierunki całkowania dla obliczenia napięcia magnetycznego w polu magnesu.

$$U_1 = U_2 = U_3$$

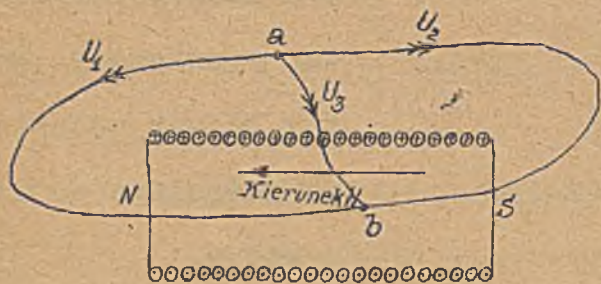
$$U_1 = \int_a^b H dl \cos \alpha \quad (\text{tor 1})$$

$$U_2 = \int_a^b H dl \cos \alpha \quad (\text{tor 2})$$

$$U_3 = \int_a^b H dl \cos \alpha \quad (\text{tor 3})$$

Dla solenoidu pod prądem (Rys.320) napięcie magnetyczne między analogicznymi punktami (a) i (b) ma dla każdego toru inną wartość.

Kierunek H



$$U_1 \neq U_2 \neq U_3$$

Wystarczy rzucić okiem na rys.320, aby ocenić, że napięcie U_2 (dla toru 2) będzie mieć w polu solenoidu wartość dodatnią, zaś napięcie U_1 (dla toru 1) wartość ujemną. Na

Rys.320. Tory i kierunki całkowania dla obliczenia napięcia magnetycznego w polu solenoidu.

torze 2 jakby bowiem. Część 2-ga całkowania
ustalono.

(strzałka podwójna) przeważnie zgodny z kierunkiem linii sił, czyli z kierunkiem wektora H . Natomiast na torze 1 kierunek całkowania jest przeważnie przeciwny kierunkom linii sił, czyli kierunkowi wektora H . Napięcie U_3 ma znów inną, różną od H_1 i H_2 wartość, odnosi się bowiem do toru 3. Różnice między poszczególnymi wartościami napięć wystąpią dobitnie przy rozważaniu powierzchni ekwipotencjalnych, o czym dalej.

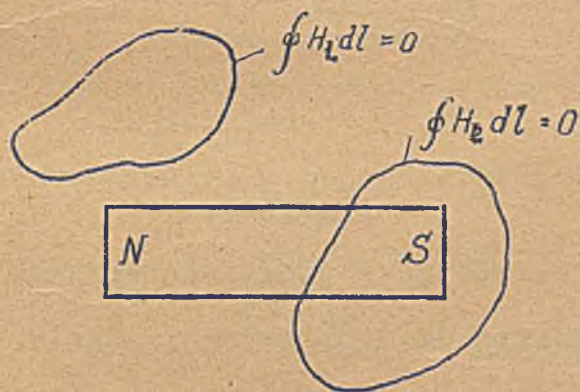
Nierówność napięć magnetycznych dla różnych torów, przeprowadzonych między temi samymi dwoma punktami w polu magnetycznym prądów, znajduje uzasadnienie w tem, że w polu takim występują zamknięte linje sił. Z tego też powodu w polu magnetycznym, wytworzonym przez prądy, jest ogólnie dla zamkniętego toru całkowania

$$\oint H dl \cos \alpha \neq 0 \dots \dots \dots (9)$$

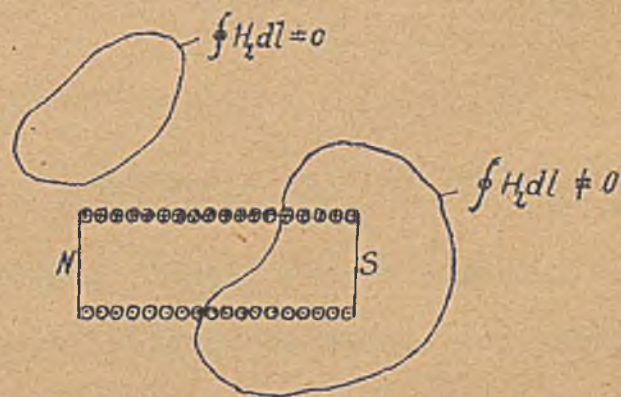
odmiennie jak w polu magnetycznym, wytworzonym przez masy magnetyczne, gdzie dla każdego zamkniętego toru całkowania jest

$$\oint H dl \cos \alpha = 0 \dots \dots \dots (10)$$

Wynik powyższy, nader ważny dla dalszej analizy ilustrują poglądowo rys.321 (dla pola magnesu) i rys.322 (dla pola solenoidu pod prądem).



Rys.321. Pole magnesu.



Rys.322. Pole solenoidu pod prądem.

Wzór (10) obowiązuje dla pola magnetycznego prądów ogólnie tylko dla torów nie przechodzących przez solenoid, względnie dla torów obejmujących prądy, których suma algebraiczna równa się zeru, jak tego dalej dowiedziemy (Prawo Maxwella).

Wobec powyższego zastosowanie do elektromagnetyzmu teorii potencjału nastęrcza poważne trudności. Ogólnie nie będzie można wyrażać napięcia różnicą potencjałów - ~~jak to~~ zresztą zaraz wykazemy. -

Potencjał magnetyczny w polu magnetycznym wytworzonym przez prąd.

Potencjałem magnetycznym nazwaliśmy w magnetostatyce wielkość określoną relacją

$$V_a = \int_a^{\infty} H dl \cos \alpha \dots\dots\dots (11)$$

Relacja ta wyrażała tam napięcie magnetyczne obliczone od a do ∞ wzdłuż dowolnego toru, poprowadzonego z punktu a, dla którego potencjał V wyznaczamy do nieskończoności.

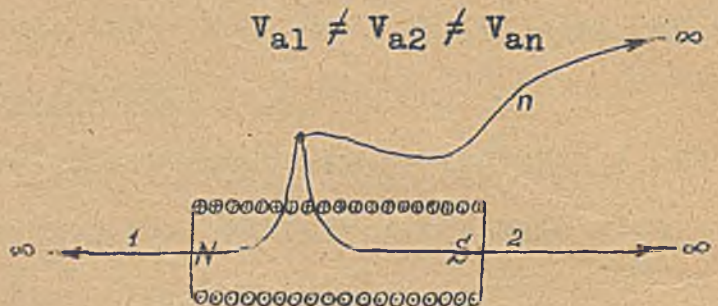
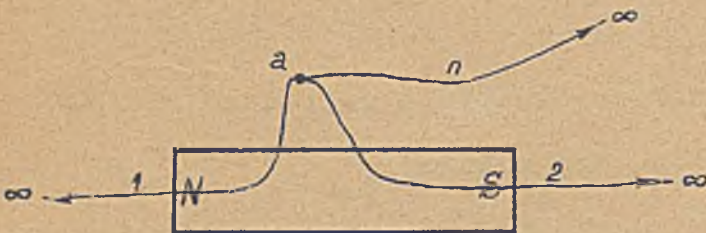
Wobec wyników znalezionych poprzednio (napięcie) musimy się pogodzić z tym faktem, że w polu magnetycznym prądu potencjał magnet. V nie może być jednoznacznie określony, wartość V zależy bowiem od obioru toru z punktu (a) do ∞ . Wynik ten uzmysławiać ma rys. 323 na którym $V_{a1}, V_{a2}, \dots, V_{an}$ oznaczają potencjały magnetyczne w punkcie (a) obliczone dla torów 1, 2 \dots n.

W polu magnesu (rys. 323) jest

W polu solenoidu (rys. 324) jest

$$V_{a1} = V_{a2} = V_{an}$$

$$V_{a1} \neq V_{a2} \neq V_{an}$$



Rys. 323. Potencjał w polu magnesu.

Rys. 324. Potencjał w polu solenoidu pod prądem.

Niemniej jednak i w polu magnet. prądów można korzystać z teorii potencjału, gdy ograniczymy rozważania do punktów leżących zewnątrz utworów, wytwarzających pole magnetyczne i gdy zastrzeżemy, że wielkość

$$V_a = \int_a^{\infty} H dl \cos \alpha$$

ma oznaczać potencjał magnetyczny szczególny t.j. wyznaczony z pewnymi zastrzeżeniami. Główne takie zastrzeżenie stanowi warunek, aby tor całkowania od (a) do (∞) nie przechodził przez cewki (solenoidy) pod prądem, czyli aby w całości wyznaczony był w polu magnet. zewnątrz utworów wytwarzających to pole. Zastosowanie takich szczególnych wartości potencjału okażemy w dalszym ciągu, tu wystarczy już,

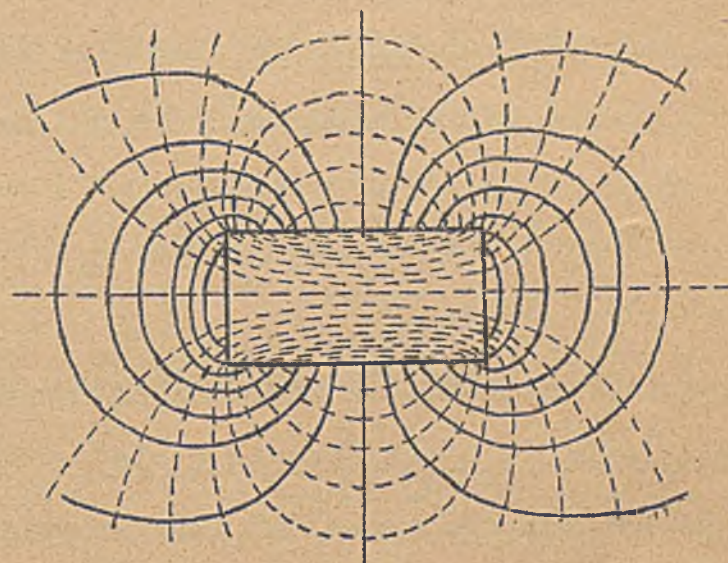
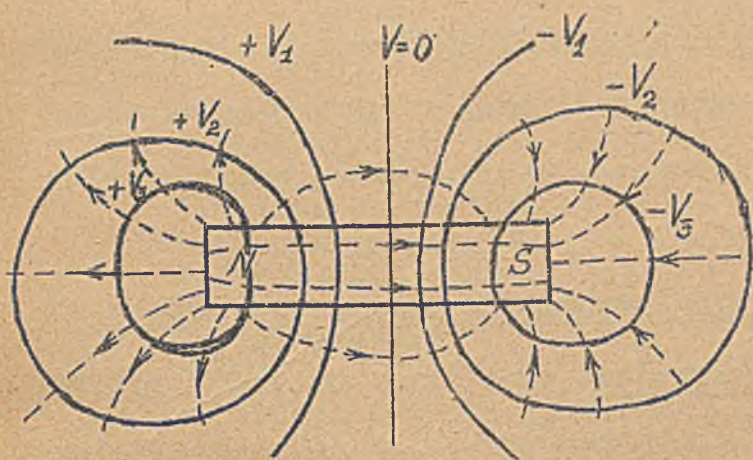
że dla szczególnych potencjałów pozostaje ważna relacja

$$H_l = - \frac{dV}{dl} \dots\dots\dots (12)$$

We wzorze tym oznacza H_l składową natężenia pola w kierunku „ l ”, dla której obliczono spadek potencjału na jednostkę długości (dV/dl).

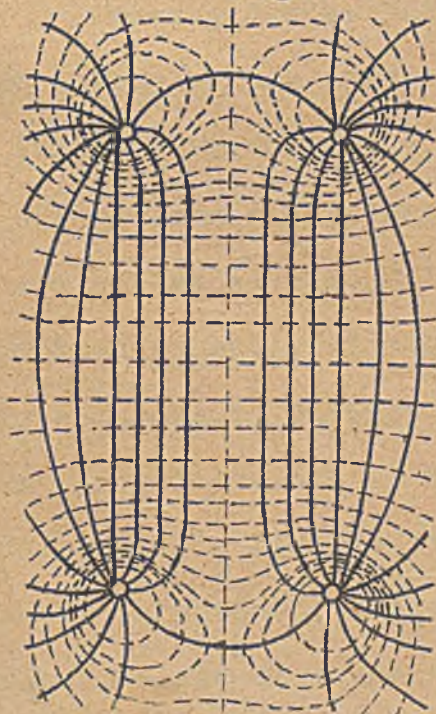
Powierzchnie ekwipotencjalne i powierzchnie wertykalne.

Także w polu magnetycznym, wytworzonym przez prądy, wyznaczyć możemy powierzchnie prostopadłe do linii sił, czyli prostopadłe w każdym punkcie do wektora H . Ślady takich powierzchni oznaczone są linjami pełnymi na rys.325 dla magnesu, a na rys.326 dla solenoidu.



Rys.325. Powierzchnie ekwipotencjalne magnesu.

Rys.326. Powierzchnie ekwipotencjalne solenoidu pod prądem.



Rys.327. Powierzchnie ekwipotencjalne solenoidu o 2 zwojach.

Na pierwszy rzut oka wydaje się, że między powierzchniami ekwipotencjalnymi magnesu i solenoidu niema żadnej różnicy. Dokładniejsze badanie sprawy okazuje jednak, że różnice są i to znaczne. W polu magnesu powierzchnie ekwipotencjalne są zamknięte, to znaczy nie posiadają żadnych granicznych krawędzi. W polu solenoidu powierzchnie ekwipotencjalne są ogólnie otwarte, to znaczy posiadają krawędzie, które stanowią przewody z prądami. - Widać to dokładnie na rys.327, w którym dla jasności oznaczone są linje sił (kreskowane)

i powierzchnie ekwipotencjalne (pełne) dla dwu kołowych pętli prądu, ustawionych równoległe względem siebie, a prostopadle do płaszczyzny rysunku. Krawędzią każdej z powierzchni ekwipotencjalnych jest jeden lub drugi zwój przewodnika. Jedynie tylko środkowa powierzchnia (symetrii) przechodząca między obu zwojami, ciągnie się w nieskończoność. Powierzchnie ekwipotencjalne mają ogólnie tę właściwość, że całka linjowa natężenia pola H , wyznaczona dla jakiegokolwiek toru, na nich w całości pomieszczonego, równa się zeru. Fizycznie znaczy to, że transport masy magnetycznej po tych powierzchniach nie jest połączony z żadnym nakładem pracy (ruch prostopadły do kierunku siły $F = m.H$, bo prostopadły do kierunku wektora H). Powierzchniom ekwipotencjalnym prądów można przypisać tylko potencjały szczególne, t.j. wyznaczone dla pewnych szczególnych torów, z punktu do nieskończoności.

Praca transportu masy magnet. z jednej powierzchni ekwipotencjalnej na drugą zależy przeto nie tylko od położenia tych powierzchni, lecz ogólnie także od toru transportu. Inaczej:

Napięcie między dwiema powierzchniami ekwipotencjalnymi pola prądu może mieć wiele (ogólnie nieskończenie wiele) różnych wartości. (Porównaj rys.320 z rys.326, uwzględniając, że punkt "a" leży na jednej a punkt "b" na innej powierzchni ekwipotencjalnej). - Powyższe wyniki wskazują, że ustrój pola prądów jest nierównie bardziej skomplikowany, niż ustrój pola hipotetycznych mas magnetycznych.



Rys.328. Powierzchnie wertykalne przewodnika pod prądem.

Trudności jeszcze się zwiększą, przy uwzględnieniu pola także wewnątrz przewodników, przez które przepływają prądy. Na rys.328 okazane są linje sił i powierzchnie prostopadłe do tychże, dla prostoliniowego przewodnika pod prądem o $l = \infty$. Stwierdzamy tu, że powierzchnie te schodzą się (wszystkie!) w osi przewodnika. Dokonując transportu masy m po obwodzie zakreskowanego trójkąta na rys.328 w kierunku podwój-

nych strzałek zyskiwalibyśmy za każdym obejściem tegoż w około, pewną ilość pracy, którą dalej obliczymy z pomocą prawa Maxwella. Praca ta wykonana, by została oczywiście na koszt innej energii - jak potem wykazemy - na koszt energii prądu (Patrz Elektrodynamika i indukcja elektromagnetyczna). Lecz nie o to tu chodzi. Zadaniem naszym było wskazać, że między powierzchniami prostopadłymi w polu mas magnet. a tekiemż powierzchniami w polu prądów, istnieją zasadnicze różnice. Dlatego dobrze będzie, gdy zaznaczymy te różnice także w nazwach. Powierzchnie prostopadłe do linii sił w polu prądów, nazywamy powierzchniami wertykalnymi. Powierzchnie wertykalne charakteryzuje ta wspólna cecha z powierzchniami ekwipotencjalnymi, że napiecie magnet. dla dowolnego toru, leżącego w całości na tych powierzchniach, jest równe zeru. Pozatem oba rodzaje powierzchni różnią się zasadniczo od siebie.

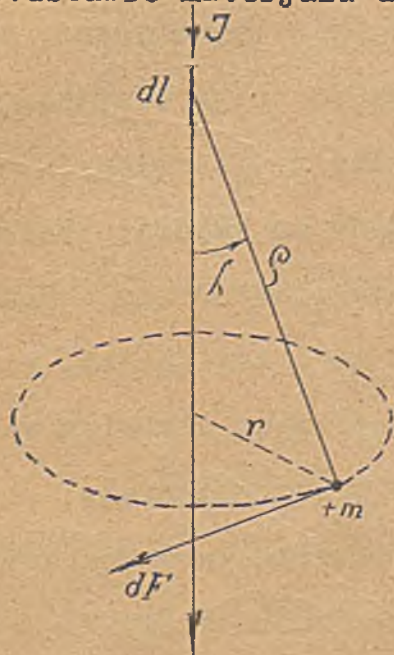
Uwaga: Z powyższego wynika, że zastosowanie teorii potencjału do elektromagnetyzmu natrafia na duże trudności, a w pewnych przypadkach nawet się wogóle nie da przeprowadzić. Gdzie jednak przy analizie nie chodzi nam o ustrój pola wewnątrz solenoidów, radzimy sobie w ten sposób, że solenoid zastępujemy równoważnym magnesem, o identycznych działaniach na zewnątrz i rozpatrujemy tylko pole zewnętrzne, do którego zastosować możemy teorię potencjału bez ograniczeń (Patrz obliczenie natężenia H zewnątrz kołowej strugi prądu z pomocą wzoru

$$H = - \frac{dV}{dl}$$

w rozdziale II-gim). Oczywiście otrzymane w ten sposób wyniki będą się stosować do pola w przestrzeni nie objętej solenoidem, t.j. z wyłączeniem wnętrza solenoidu. -

4. Prawo Biota - Savarta (1820).

Na podstawie materiału doświadczalnego, zebranego przez Biota i Savarta (1820)^x



wyprowadził Laplace prawo, określające działanie dynamiczne prądu na masę magnetyczną punktową.

Prawo Laplace'a przedstawia w związku z rys.329,

wzór

$$dF = k.m.J \frac{dl \cdot \sin \alpha}{\rho^2} \dots \dots \dots (13)$$

Wzór ten wyraża, że element prądu (J dl) działa na masę magnetyczną punktową (m), umieszczoną w odległości rho od elementu (dl) z siłą (F) proporcjonalną do iloczynu m.J a odwrotnie proporcjonalną do kwadratu odległości (rho²) (k jest

Rys.329.

x) Annalen Chimie et Pfyisque 15, 222, 1820.

równoważnikiem jednostek, czyli ma służyć do uzgodnienia jednostek po obu stronach znaku równości). - Prawem Laplace'a zajmiemy się dalej (w rozdziale następnym, traktującym o dynamicznych działaniach prądu). Tu spożytkujemy je do wyprowadzenia wzoru umożliwiającego obliczenia natężenia pola magnetycznego, czyli przekształcimy je w prawo Biota - Savarta.

Podzielmy obustronnie równanie (13) przez m, to otrzymamy

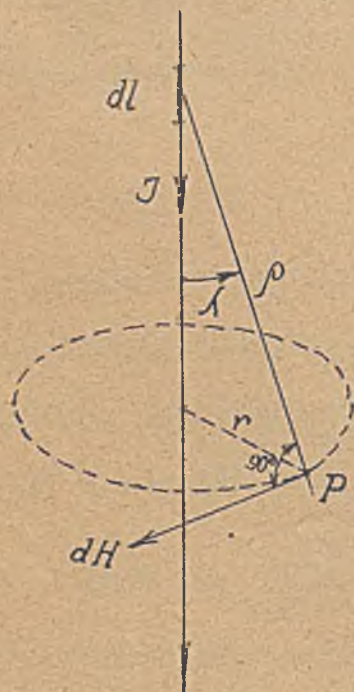
$$\frac{dF}{m} = k.J \oint \frac{dl \sin \lambda}{r^2}$$

Jednakże iloraz F/m przedstawia natężenie pola magnetycznego H w punkcie, gdzie znajduje się masa magnetyczna m. Możemy przeto napisać

$$\underline{\underline{dH = k.J \frac{dl \sin \lambda}{r^2} \dots \dots \dots (14)}}$$

Równanie to nazywać będziemy prawem Biota - Savarta, na cześć tych dwu uczonych, którzy pierwsi w żmudnych badaniach ustalili eksperymentalnie zależność między prądem, kształtem toru prądu, a natężeniem pola magnetycznego H.

Uwaga: Wielu autorów nazywa i ten wzór (14) prawem Laplace'a. Uważam, że nieśluszenie, bo Laplace zmodyfikował tylko wzory podane przez Biota - Savarta. Pozaatem prawem Laplace'a nazywać będziemy wzór (13), określający dynamiczne działanie prądu na masę magnetyczną, tak, jak go podał Laplace.



Różniczkowej formie prawa Biota - Savarta (14) odpowiada konstrukcja, przedstawiona na rys.330.

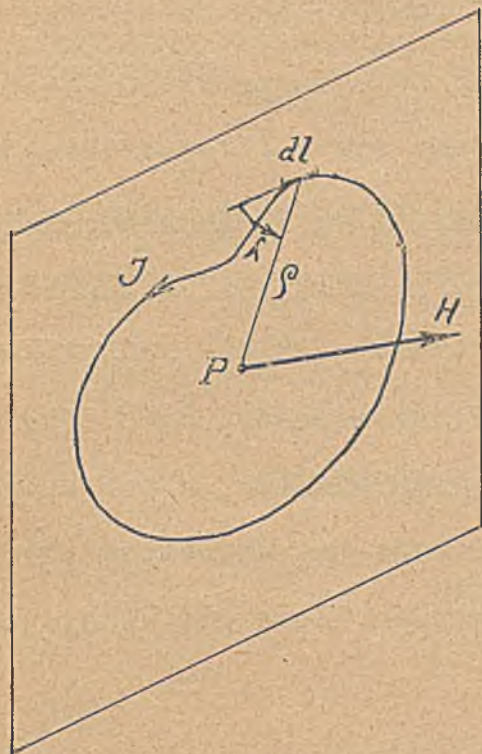
Wzór (14) w związku z tą konstrukcją (rys.330) wyraża, że w punkcie P, oddalonym o r od elementu prądu J dl, ujawnia się pole magnetyczne, którego natężenie dH, pochodzące od owego elementu prądu, jest wprost proporcjonalne do iloczynu J.dl.sin lambda, a odwrotnie proporcjonalne do kwadratu odległości (r²). Różniczkowej formie prawa Biota - Savarta zarzucano (i słusznie), że w tej postaci nie da się sprawdzić eksperymentalnie, albowiem według Maxwella istnieją tylko prądy zamknięte.

Rys.330.

Żądanie, by eksperymentalne prawo Biota - Savarta odpowiadałowarunkom doświadczania (prądy zamknięte) uczynimy zadość, wyrażając je w formie całkowej

$$\underline{\underline{H = k.J \oint \frac{dl \sin \lambda}{r^2} \dots \dots \dots (15)}}$$

Znak \oint ma tu wskazywać, że całkowanie należy wykonać wzdłuż zamkniętego toru prądu o natężeniu J . Kształt tego toru może być dowolny, byle tor ten leżał w całości na



Rys.331.

jednej płaszczyźnie (rys.331). Wektor natężenia pola magnetycznego H jest wtedy prostopadły do płaszczyzny toru prądu, a kierunki H i J związane są regułą korkociąga. W przypadkach, gdy tor prądu jest "w i c h r o w a t y", t.j. nie leży na jednej płaszczyźnie, całkowita forma prawa Biota - Savarta przechodzi w relację wektorjalną czyli wymaga zastosowania analizy wektorowej, w co tu wchodzić nie będziemy. Zaznaczamy tylko, że bez względu na ukształtowanie toru prądu, prawo Biota - Savarta możemy wyrazić ogólnie równaniem

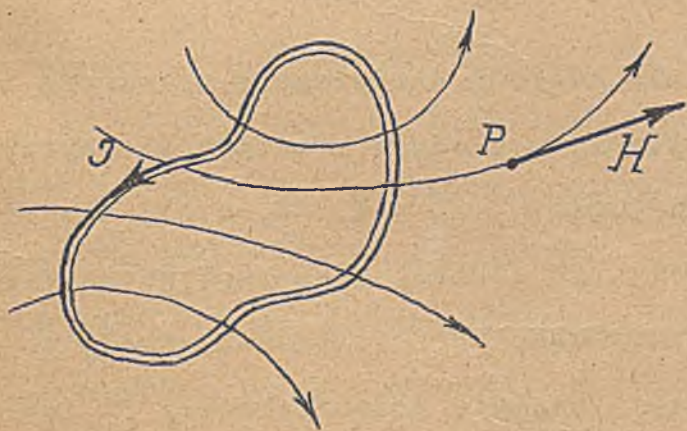
$$\underline{H = k \cdot J \cdot g} \dots\dots\dots (16)$$

Wzór ten wskazuje, że natężenie pola magnetycznego H, jest w każdym punkcie pola proporcjonalne do natężenia prądu J. Spółczynnik g ma w każdym punkcie pola inną

wartość i zależy zarówno od ukształtowania toru prądu, jak i od położenia w prze-

strzeni punktu P, dla którego H wyznaczamy. Przy wyznaczeniu wektora H należy uwzględnić, że kierunek H jest zgodny z kierunkiem stycznej do linii sił w punkcie, dla którego H wyznaczamy.

(Rys.332). Zarówno wzór (16) jak i wzory poprzednie wskazują, że natężenie prądu J niema żadnego wpływu na kierunek wek-



Rys.332.

tora H, decyduje ono jedynie o wartości natężenia pola magnetycznego H. Ważny ten wniosek poucza, że kierunki wektora H w różnych punktach pola magnetycznego pozostają stałe przy wszelkich wartościach natężenia prądu J. (Ulegają tylko odwróceniu

przy zmianie kierunku prądu)^{x)}. Prawo Laplace'a, względnie Biota - Savarta, powstało w czasach, gdy jeszcze nie zwracano uwagi na wpływ ośrodka, otaczającego tor prądu. Biot i Savart przeprowadzili badania i pomiary w powietrzu ($\mu = 1$) i wcale nie rozpatrywali wpływu ośrodka na wytworzone przez prąd pole magnetyczne. Należy przeto brak ten uzupełnić. Uwzględnieniem ośrodka zajmiemy się w III-ciej części Elektromagnetyzmu. Tu wystarczyć musi uwaga, że na natężenie pola magnetycznego H_i wytworzone przez prądy i określone prawami Biota - Savarta, ośrodek otaczający tor prądów niema żadnego wpływu. Celem uniknięcia nieporozumień należy jednak zaraz dodać, że powyższa uwaga nie narusza teorii o działaniu mas magnetycznych. Gdy więc pod wpływem pola prądu ośrodek, n.p. żelazo, ulegnie namagnesowaniu w ten sposób, że powstaną w nim jawne masy magnetyczne, to oczywiście masy te, niezależnie od prądów, wytworzą swoje własne pole magnetyczne. W przestrzeni powstaje wtedy pole magnet. wypadkowe

$$H = H_i + H_m$$

Jakkolwiek więc wektor H_i , pochodzący od prądów, nie uległ zmianie, to jednak w przestrzeni mamy wektor wypadkowy H , zależny od H_m pochodzącego od zindukowanych jawnych mas magnetycznych. - Brak tych uwag w podręcznikach spowodził chaos i pomieszanie pojęć zarówno w elektromagnetyzmie, jak i w elektrodynamice i indukcji.

Brak we wzorze Biota - Savarta przenikalności μ wskazuje na niezależność wektora H_i od ośrodka.

Należy przywyknąć do wstawiania we wzory, dla których stwierdzono zależność od ośrodka, współczynnika μ (przenikalność magnetyczna) względnie ϵ (stała dielektryczna) nawet w przypadkach, gdy chodzi o wzór dla próżni ($\mu_0 = 1$, $\epsilon_0 = 1$). Gdy odnośny wzór nie zawiera μ względnie ϵ , znaczy to, że ośrodek niema wpływu na wielkość przez wzór ten wyrażoną. Zasady tej będziemy dalej ściśle przestrzegać. Tu podkreślamy jeszcze raz, że brak w prawie Biota - Savarta przenikalności μ , nie pochodzi z bezkrytycznego przepisania tego prawa z prac pierwotnych, gdzie jeszcze nie uwzględniono μ , lecz oznacza niezależność H_i od μ .

x) Wniosek ten dotyczy tylko pojedynczych układów. Pole wielu układów prądowych jest geometryczną superpozycją szczególnych wektorów H_i , więc wypadkowy wektor H zależy tak co do wartości jak i kierunku od poszczególnych prądów.

Uwaga: W nowszej literaturze elektrotechnicznej widać tendencje, zmierzające do wyrugowania prawa Biota - Savarta i to zarówno w postaci wzoru różniczkowego (14) jak i całkowego (15). Zarzuty podnoszone przeciw różniczkowej formie, już przytoczyliśmy poprzednio. Całkowej formie zarzuca się, że wparta jest na niesprawdzalnej formie różniczkowej, wskutek czego niewiadomo, czy ta całkowita forma jest ścisła w znaczeniu matematyczno-fizycznym. Do każdej całki okrężnej (\oint) można wszak dodać funkcję, której całka okrężna równa się zeru, nie zmieniając tym dodatkiem wartości wyrażonej całością:

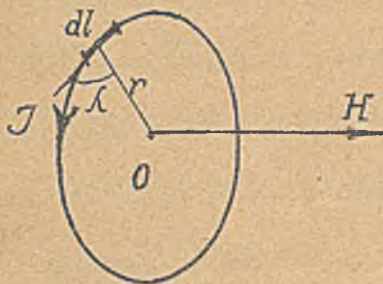
$$H = k \cdot J \cdot \oint \left(\frac{dl \cdot \sin \lambda}{\varrho^2} + F \cdot dl \right) = k \cdot J \cdot \oint \frac{dl \cdot \sin \lambda}{\varrho^2}$$

gdy $\oint F \cdot dl = 0$

Nie będziemy tu wdawali się w te bezpłodne spekulacje matematyczne, okaże się bowiem w następnym rozdziale (Elektrodynamika), że działanie dynamiczne, wywierane na nabój elektryczny, poruszający się w polu magnetycznym, zgodne jest z prawem Laplace'a (13). Element prądu $J \cdot dl$, to nabój Q lecący z prędkością $v = \frac{dl}{dt}$. Wynik ten, stwierdzalny doświadczalnie, może służyć za sprawdzian różniczkowej formy prawa Laplace'a, a temsamem uzasadnia ścisłość prawa Biota-Savarta.

5. Prawo Biota - Savarta podstawą Układu Elektromagnetycznego.

Obliczmy z pomocą prawa Biota - Savarta natężenie pola magnetycznego H w środku (0) kołowej strugi prądu (rys.333).



$$H = k \cdot J \cdot \oint \frac{dl \cdot \sin \lambda}{\varrho^2}$$

Ponieważ $\varrho = r$, a $\lambda = 90^\circ$ dla każdego elementu dl kołowej strugi prądu o natężeniu prądu J , przeto

$$\oint \frac{dl \cdot \sin \lambda}{\varrho^2} = \frac{2\pi r}{r^2} = \frac{2\pi}{r}$$

$$H = k \cdot \frac{2\pi \cdot J}{r} \dots \dots \dots (17)$$

Rys.333.

Pole magnetyczne, wytworzone przez kołową strugę prądu o natężeniu J posiada zatem w środku tego koła natężenie H , proporcjonalne do J , a odwrotnie proporcjonalne do promienia r . Wartość współczynnika k we wzorze (17) zależy od doboru jednostek po obu stronach tegoż. Przyjmując $r=1$ cm, $J = 1$ jednostka i $k = 1$ bez wymiaru, otrzymamy $H = 2\pi$ jednostek. Jeżeli założymy, że H ma być wyrażone w tych samych jednostkach, które zdefiniowaliśmy już w Magnetostatyce, czyli w jednostkach układu MS, więc w oerstedach ^{x)}, to musimy natężenie prądu J wyrazić w jednostkach nowego układu, w myśl założenia $J = 1$ jednostka.

Nowy ten system jednostek nazwano bezwzględny układem elektromagnetycznym (skrót EM). Natężenie prądu (J) kołowej strugi prądu o promieniu $r = 1$ cm, przy którym w środku owego koła (0) powstaje natężenie pola magnetycznego $H = 2\pi$ oer-

x) Od roku 1930 jednostka cgs natężenia H nazywa się oerstedem, jak to już poprzednio zaznaczyliśmy.

stedtów, czyli przy którym na jednostkę masy magnetycznej ($m = + 1$ cgs) umieszczo-
nej w środku 0 działa siła 2π dyn, przyjmujemy za jednostkę natężenia prądu w bez-
względny układzie Elektro - Magnetycznym (skrót EM). Tak oznaczoną jednostkę EM
natężenia prądu można ustalić z pomocą absolutnego pomiaru t.zw. busola stycznych,
o czym dalej. Techniczną jednostką natężenia prądu jest amper (znak A)

$$1 \text{ A} = \frac{1}{10} \text{ jednostki EM natężenia prądu}$$

Dziesiątna wielokrotność ampera względem jednostki EM natężenia prądu nie jest
prypadkiem, wszystkie bowiem elektrotechniczne jednostki praktyczne wyprowadzono
z jednostek absolutnych układu EM, przyjmując, że mają one być dziesiątnymi wielo-
krotnościami tego układu.

Układ magnetostatyczny (MS) wcielono do układu elektromagnetycznego (EM), dla-
tego też wielu autorów nazywa układ MS wprost układem EM. Jednostki masy magnetycz-
nej (m), natężenia pola magnetycznego (H), indukcji (B), strumienia indukcji (Φ),
potencjału magnet. (V_m), napięcia magnet. (U_m) i t.d. są więc identyczne w układzie
MS i EM. Dodatek "bezwzględny" do nazwy EM ma oznaczać, że i ten układ wspiera się
na systemie c g s (centymetr - gram - sekunda), analogicznie jak dwa poprzednio
poznane układy (ES i MS).

W fizyce rozróżniamy więc trzy układy:

- a) Bezwzględny układ elektrostatyczny (ES), używany w elektrostatyce. (W ostatnich
latach wypierany przez układ EM).
- b) Bezwzględny układ magnetostatyczny (MS), stosowany w magnetostatyce i stano-
wiający w myśl powyższego część składową nowego, tu poznanego trzeciego układu,
którym jest
- c) Bezwzględny układ elektromagnetyczny (EM).

Układy ES i MS wywodzą się z prawa Coulomba

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{l^2} \quad \text{względnie} \quad F = k \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{l^2}$$

odniesionego do mas elektrycznych (Q) względnie magnetycznych (m), gdy założymy
 $k = 1$, $Q_1 = Q_2 = 1$ jednostka, $l = 1$ cm, $F = 1$ dyna.

Układ EM wspiera się na prawie Biota-Savarta

$$H = k \cdot J \oint \frac{dl \cdot \sin \lambda}{r^2}$$

odniesionego do kołowej strugi prądu o promieniu $r = 1$ cm w sposób powyżej podany. W elektrotechnice operujemy t.zw. "układem praktycznym, czyli technicznym", którego jednostki magnetyczne przynależą do układu MS czyli EM, a jednostki elektryczne stanowią wielokrotności (dziesiątne) układu EM.

Na końcu części 2-giej tomu II. podane jest zestawienie porównawcze wymienionych wyżej układów (Tablica jednostek), oraz objaśnienia do tychże.

6. Elektromagnetyczne substytucje Ampère'a.

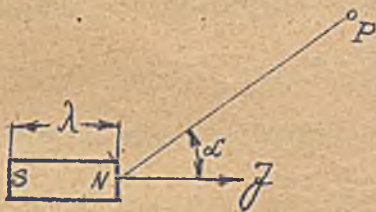
Ampère dowiódł, że magnes można zastąpić w działaniu na zewnątrz odpowiednio dobrany solenoidem, zasilany prądem stałym. Substytucja taka jest dopuszczalna, gdy w każdym punkcie pola zewnątrz magnesu, względnie zewnątrz solenoidu, wektor natężenia H będzie mieć w obu przypadkach jednakowe wartości i kierunki. Warunek ten będzie spełniony, gdy według Ampère'a:

Moment magnetyczny magnesu i solenoidu będą sobie równe

(I-sza zasada elektromagnetycznej równoważności Ampère'a).

Ogólnie bowiem dla pola zewnątrz magnesu i solenoidu można położyć, według 12.

$$H_L = - \frac{dV}{dl}$$



Dla elementarnego magnesu (rys.334) jest

$$dV = dM \cdot \frac{1}{r^2} \cos \alpha \dots \dots \dots (18)$$

przyczem dM oznacza moment owego magnesu

$$dM = dm \cdot \lambda \dots \dots \dots (19)$$

Rys.334.

Do momentu magnetycznego solenoidu dojdziemy, kładąc w(19), w myśl prawa Gaussa

$$dm = \frac{d\Phi}{4\pi}$$

przyczem $d\Phi$ oznacza strumień indukcji elementarnego solenoidu. Otrzymamy wówczas dla solenoidu

$$dM = \frac{d\Phi}{4\pi} \cdot \lambda$$

lub, gdy położymy (dla próżni)

$$\begin{aligned} d\Phi &= \frac{4\pi \cdot J \cdot z}{\lambda \mu_0 \cdot ds} \\ dM &= \frac{4\pi \cdot J \cdot z}{4\pi \frac{\lambda}{\mu_0 \cdot ds}} \cdot \lambda = J \cdot z \cdot \mu_0 \cdot ds \\ dM &= J \cdot z \cdot \mu_0 \cdot ds \dots \dots \dots (20) \end{aligned}$$

Równoważność (w działaniach na zewnątrz) elementarnego magnesu i elementarnego solenoidu zachodzi, gdy mamy równość momentów, czyli, gdy dla próżni jest

$$dM = dm \cdot \lambda = J \cdot z \cdot \mu_0 \cdot ds \dots \dots \dots (21)$$

Zakładając, że magnes elementarny ma kształt graniastosłupa o powierzchni czołowej ds równej przekrojowi solenoidu i przyjmując, że solenoid ma tylko jeden zwoj ($z = 1$) o szerokości λ , czyli, że stanowi obwiednię magnesu (rys.335), oraz kładąc dla próżni $\mu_0 = 1$ otrzymamy następujący wzór Ampère'a na moment solenoidu

o jednym zwoju $dM = J \cdot ds \dots \dots \dots (22)$

Stąd, gdy położymy dla równoważnego magnesu

$$dM = dm \cdot \lambda$$

$$J = \frac{dm}{ds} \cdot \lambda \dots \dots \dots (23)$$



Rys.335.

Kształt magnesu elementarnego jest tu dowolny, warunek równoważności wymaga tylko, aby przy równych momentach magnesu i solenoidu (względnie zwoju o szerokości λ),

prąd J opływał obwiednię magnesu. Magnes może więc posiadać kształt płytki a nawet czaszy, byle obwiednia ograniczała pole ds i byle jawne masy magnetyczne magnesu rozpostarte były tylko na czołowych ścianach tegoż ($dm = \sigma \cdot ds$).

Dla płytki magnetycznej o czołach ds , na których jedynie znajduje się jawna masa magnetyczna, możemy położyć (patrz Magnetostatyka)

$$dM = dm \cdot \lambda = \sigma \cdot ds \cdot \lambda = \mathcal{J} \cdot ds \cdot \lambda = N \cdot ds$$

Symbol

$$N = \mathcal{J} \cdot \lambda = \frac{dM}{ds}$$

oznacza tu potęgę magnetyczną płytki, a $\mathcal{J} = \frac{dM}{dV}$ magnetyzację.

Po podstawieniu za dM wartości $N \cdot ds$, otrzymamy ogólny wzór Ampère'a

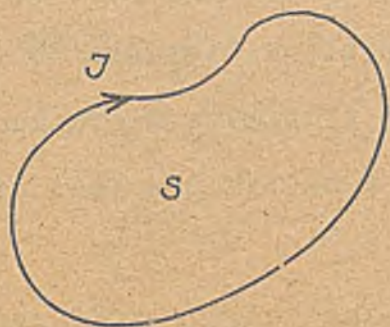
$$\underline{N} = \underline{J(EM)} \dots \dots \dots (24)$$

który wyraża następujące, słynne twierdzenie Ampère'a:

Dowolna, zamknięta struga prądu o natężeniu J jedn. EM jest równoważna w działaniu na zewnątrz i w próżni płytce magnetycznej o potędze magnetycznej N , równej natężeniu prądu J (i na odwrót). (II-ga zasada elektromagnetycznej równoważności Ampère'a).-

Substytucje Ampere'a dają wiele korzyści. Jedną z nich stanowi wzór na potencjał (V_m) pola magnetycznego, dowolnie ukształtowanej, zamkniętej strugi prądu.^{x)}

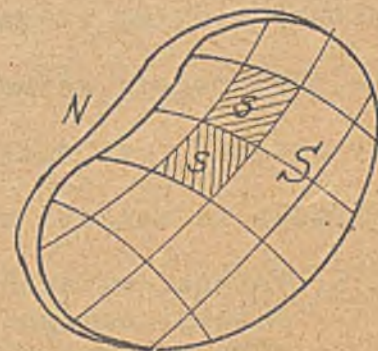
Dowolną, zamkniętą strugę prądu o natężeniu J (rys.336) można, według Ampere'a zastąpić w działaniu na zewnątrz zespołem elementarnych prądów cyklicznych o takim samym natężeniu J , opływających nieskończenie małe oczka "sieci", jaka powstaje, gdy powierzchnię s , ograniczoną obwiednią J przetniemy zespołem linii podłużnych i poprzecznych, nieskończenie blisko siebie położonych (rys.337).



Rys.336. Pierwotna struga prądu.



Rys.337. Substytucja strugi elementarnymi prądami cyklicznymi.



Rys.338. Substytucja elementarnych prądów cyklicznych elementarnymi płytkami magn.

Ponieważ w myśl poprzednich rozważań każdy dowolnie ukształtowany prąd elementarny można zastąpić równoważną w działaniu na zewnątrz elementarną płytką magnetyczną, przeto zespół prądów cyklicznych na rys.337. zastąpimy zespołem takich płytek (rys.338). Utworzą one razem płytkę magnetyczną o obwiedni odpowiadającej pierwotnej strudze prądu (rys.338) przyczem moment tej płytki będzie, według (24)

$$M = \int_s dM = M \int_s ds = N \cdot s = J \cdot s \dots \dots \dots (25)$$

Potencjał magnetyczny płytki o potężce magnet. N określa dla próżni wzór

$$V_m = - N(\omega) \dots \dots \dots (26)$$

(patrz Magnetostatyka). Podstawiając w tym wzorze według (24)

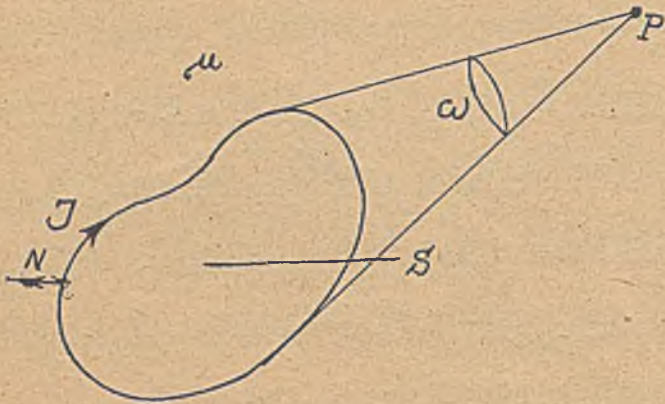
$$N = J_{EM}$$

otrzymamy fundamentalny wzór Ampere'a na potencjał magnetyczny zamkniętej strugi prądu o natężeniu J_{EM} , w postaci

$$V_P = - J_{EM}(\omega) \dots \dots \dots (27)$$

x) Dalsze zastosowanie elektromagnetycznych substytucyj Ampere'a podano w ustępie XII. (Elektromagnetyczny ustrój materji namagnesowanej).

Wzór ten odnosi się tylko do punktów zewnątrz strugi leżących i dla próżni. Jest



Rys.339.

on ważny jednak także i dla jedno-rodnego ośrodka, rozciągającego się w nieskończoność, w ośrodku takim nie powstają bowiem żadne, jawne masy magnetyczne.

Kąt bryłowy (ω) wyznaczamy z punktu P, dla którego potencjał magnetyczny obliczamy. Gdy patrząc

z punktu P widzimy strzałkę oznaczającą biegunowość pola pętli w kierunku \overrightarrow{SN} (jak na rys.339) należy wstawić ω ze znakiem +, gdy strzałkę tę widzimy w kierunku \overrightarrow{NS} należy wstawić ω ze znakiem - . (Potencjał magnet. punktu P na rys.339 jest ujemny, bo ω trzeba tu wstawić we wzór 27 ze znakiem dodatnim.

Uwaga 1. Warunek nieskończonej rozległości ośrodka ma wyrażać jedynie taki rozkład materii namagnesowanej (spolaryzowanej), aby w niej nigdzie nie było jawnych mas magnetycznych. Jawne masy ośrodka zmieniłyby bowiem wartość potencjału, dodając do (27) nowy człon, pochodzący od mas magnetycznych. Potencjał w punkcie P byłby wtedy sumą potencjałów składowych

$$V_P = V_{Pi} + V_{Pm} \dots \dots \dots (28)$$

przyczem V_{Pi} określa wzór (27) a V_{Pm} wzór (26).

Uwaga 2. O potencjale strug prądu można mówić tylko w odniesieniu do przestrzeni zewnątrz tych strug. Objasnia to rys.340. W punkcie P_1 potencjał magnet. ma wartość

$$V_{P_1} = - J_{EM} (-\omega) \cong + 2\pi \cdot J_{EM}$$

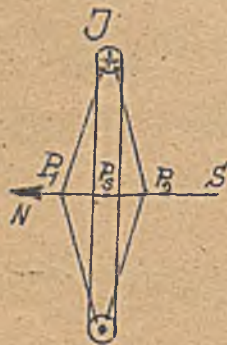
w punkcie P_2 ma taką samą wartość, lecz znak - :

$$V_{P_2} = - J_{EM} (+\omega) \cong - 2\pi \cdot J_{EM}$$

W punkcie środkowym P_3 jest

$$V_{P_3} = - J_{EM} (\frac{1}{2}\omega) = \pm 2\pi \cdot J_{EM}$$

czyli V_{P_3} jest wielowartościową funkcją położenia punktu P_3 . Dotyczy to zresztą wszystkich punktów, leżących wewnątrz przestrzeni objętej przez strugę prądu (patrz ustęp 3. "Zasadnicze wielkości charakteryzujące pole magnetyczne prądu).



Rys.340.

7. Prawo Maxwella.

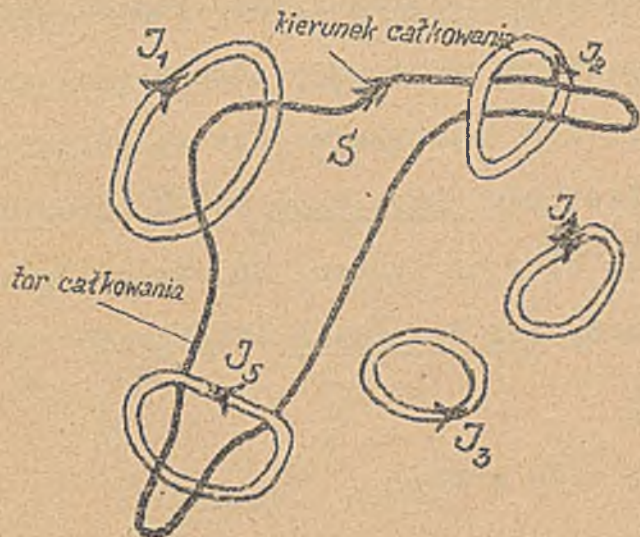
W polu magnetycznym, wytworzonym przez masy magnetyczne czyli w polu magnetycznym statycznym jest

$$\oint H \cdot dl \cdot \cos \alpha = 0 \dots \dots \dots (29)$$

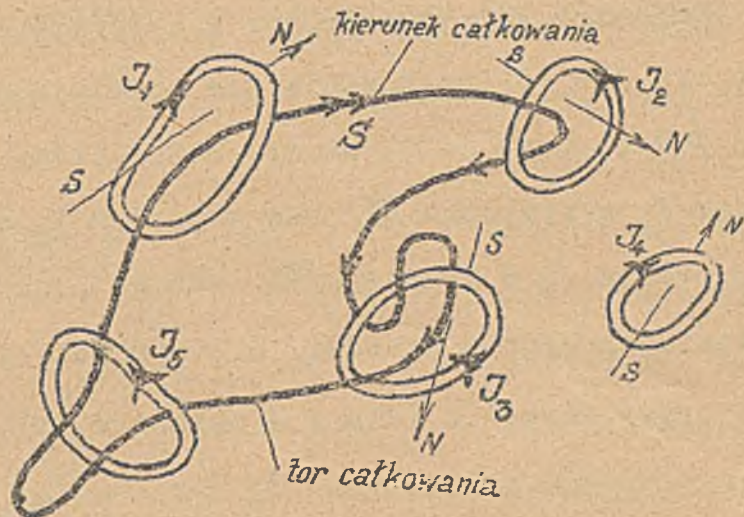
W polu wytworzonym przez prądy stałe, całka określona natężenia pola magnetycznego H jest równa zero tylko dla takich torów całkowania, które nie splatają się

z torami prądów (rys.341). Dla torów całkowania, splatających się ze strugami prądów (rys.342), całka okrężna natężenia pola H jest różna od zera

$$\oint H \cdot dl \cdot \cos \alpha \neq 0$$



Rys.341. $\oint H \cdot dl \cdot \cos \alpha = 0$



Rys.342. $\oint H \cdot dl \cdot \cos \alpha = 4\pi(J_1 - J_2 + 2J_3)$

Obliczenie wartości powyższej całki dla przypadków, gdy jest ona różna, od zera, podał Maxwell w formie ogólnego a fundamentalnego równania, które nazywać będziemy prawem Maxwella:

$$\oint H \cdot dl \cdot \cos \alpha = 4\pi \sum (J)_{EM} \dots \dots \dots (30)$$

lub przy założeniu, że $H \cdot \cos \alpha = H_l$

$$\oint H_l \cdot dl = 4\pi \cdot \sum (J) \dots \dots \dots (31)$$

(H_l w układzie MS czyli EM, l w cm, J w układzie EM).

Dla J w amperach napiszemy

$$\oint H_l \cdot dl = 0,4\pi \cdot \sum (J) \dots \dots \dots (32)$$

bo 1 jedn. EM natężenia prądu = 10 Amperów.^{x)}

Całka okrężna natężenia pola magnetycznego H obliczona dla dowolnego, zamkniętego toru jest równa algebraicznej sumie prądów splecionych z owym torem, pomnożonej przez czynnik 4π . Gdy postępując w kierunku całkowania (strzałka na rys.341 i 342) przekraczamy zamkniętą strugę prądu w kierunku jej linii sił tj. w kierunku

^{x)} Wszystkie wzory w elektromagnetyzmie zawierające J należy rozumieć w ten sposób w jednostkach absolutnych układu EM odnośnie do J lub po podzieleniu przez 10 dla J w amperach.

\overline{SN} , należy w $\sum J$ wstawić odnośne natężenie prądu J ze znakiem $+$, gdy przekraczamy ją w kierunku odwrotnym t.j. \overline{NS} , należy wstawić J ze znakiem $-$ (Sprawdzić na rys.342). Na rys.341 i 342 oznaczają J_1, J_2, J_3, J_4, J_5 natężenia zamkniętych strug prądu stałego, dowolnie rozmieszczonych w przestrzeni. Grubą czarną linią oznaczono zamknięty tor całkowania, a podwójną strzałką S kierunek całkowania. Ponieważ na rys.341 tor całkowania nie spleta się z żadną ze strug prądów $J_1 \dots J_5$ przeto $\oint H \cdot dl \cdot \cos \alpha = 0$. Na rys.342 widzimy, że tor całkowania jest spleciony raz z prądem J_1 w kierunku \overline{SN} , raz z prądem J_2 w kierunku przeciwnym do \overline{SN} , oraz dwa razy z prądem J_3 w kierunku \overline{SN} . Struga prądu J_4 stoi na uboczu. Do strugi J_5 tor całkowania wprowadzić wchodzi, ale wychodzi z niej bez splecenia. Napiaszemy zatem w myśl prawa Maxwella (dla J w układzie EM)

$$\oint H \cdot dl \cdot \cos \alpha = 4\pi \cdot \sum(J) = 4\pi(J_1 - J_2 + 2J_3)_{EM}$$

lub gdy natężenia prądów wstawimy w amperach i położymy $H \cdot \cos \alpha = H_L$

$$\oint H_L \cdot dl = 0,4\pi(J_1 - J_2 + 2J_3)$$

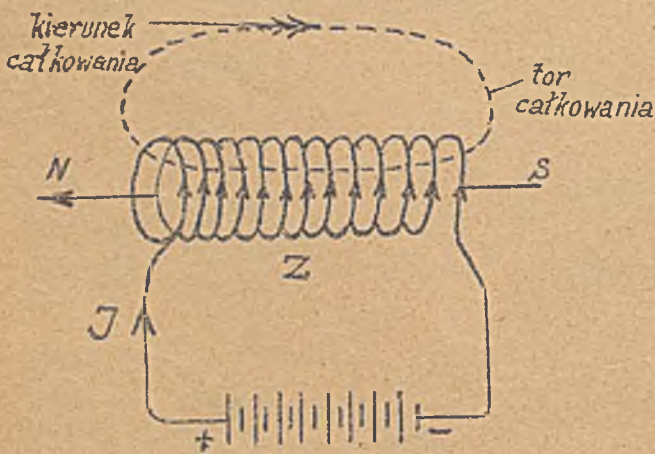
(H_L w obu wzorach w układzie MS czyli EM, l w cm).

Dla solenoidu zasilanego prądem J amp. (jednakowy prąd w każdym zwoju, rys.343)

prawo Maxwella prowadzi do nader ważnego wzoru

$$\oint H_L \cdot dl = 0,4\pi \cdot J \cdot z \dots \dots \dots (33)$$

w którym lewa strona odnosi się do dowolnego zamkniętego toru całkowania, spleatającego się z wszystkimi (z) zwojami solenoidu, przez które przepływa prąd stały J (amp). Aby prawa strona powyższego równania wypadła



Rys.343.

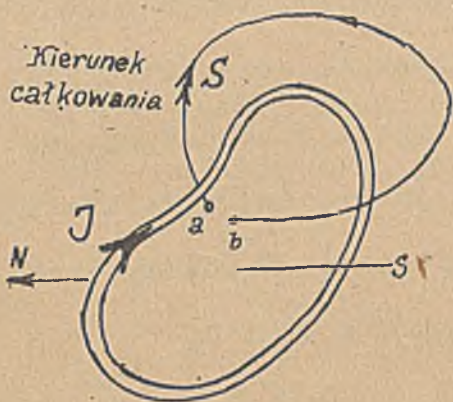
ze znakiem dodatnim, należy całkowanie naznaczone po lewej stronie wykonać po torze przechodzącym przez wnętrze solenoidu w kierunku \overline{SN} , czyli w kierunku linii sił solenoidu.

Prawo Maxwella posiada nader ważne znaczenie w teorii elektromagnetyzmu.

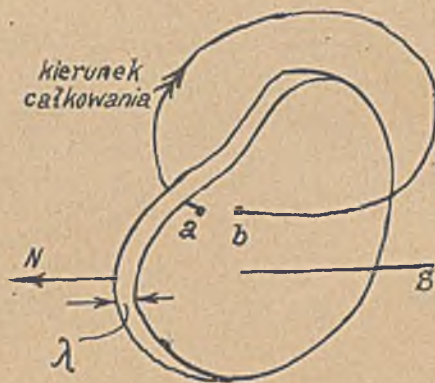
W najnowszej literaturze fizycznej i elektrotechnicznej wysunięto je nawet na

czoło rozważań, z zupełnym pominięciem prawa Biota - Savarta. Metody tej nie zależą, bo każde z tych praw ma inne znaczenie, a oba stanowią najzupełniej różne "narzędzia operacyjne". Pewne zagadnienia rozwiążemy łatwiej przy pomocy prawa Maxwella, inne łatwiej przy pomocy prawa Biota - Savarta.

Prawo Maxwella można wyprowadzić w następujący sposób. Dowolną, zamkniętą strugę prądu (rys.344) zastępujemy (posiłkując się zasadą równoważności Ampère'a) płytką magnetyczną (rys.345). Dla płytki magnetycznej napięcie magnetyczne między



Rys. 344. Struga prądu.



Rys. 345. Równoważna płytką magnetyczna.

dwoma punktami ab, oddalonymi od siebie o małą grubość płytki (λ) jest, jak to wyprowadzono w Magnetostatyce (Tom I. Cz. 2-ga) w próżni:

$$U_{ab} = \int_a^b H \cdot dl \cdot \cos \alpha \cong 4\pi \cdot N$$

Ponieważ płytkę magn. o potężdze magnet. N można, w myśl prawa Ampère'a (25) zastąpić strugą prądu o prądzie

$$J_{EM} = N \times$$

przeto dla punktów ab w polu zamkniętej strugi prądu (rys.344) napiszemy

$$U_{ab} = \int_a^b H \cdot dl \cdot \cos \alpha \cong 4\pi \cdot J_{EM}$$

Gdy punkty ab leżą nieskończenie blisko siebie, jest $U_{ab} = 4\pi \cdot N$, zatem w polu prądu, gdzie (a) pada na (b) możemy położyć

$$U_0 = \oint H \cdot dl \cdot \cos \alpha = 4\pi \cdot J_{EM} \dots \dots \dots (34)$$

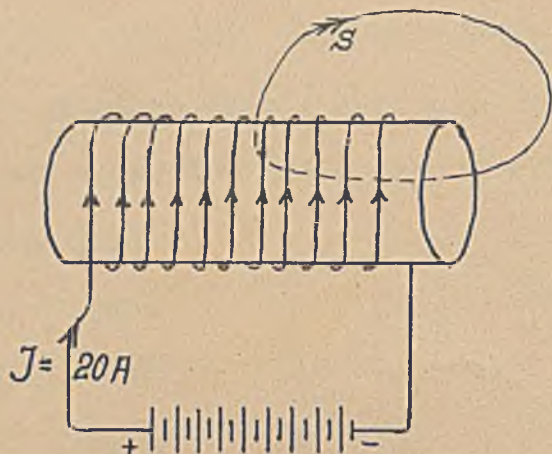
Magnetyczne napięcie okrężne równa się w polu prądu (dokładnie) $4\pi \cdot J$. W polu magnetycznym całka natężenia H od (a) do (b) po torze zewnątrz płytki (tor S na rys.344) jest równa całce natężenia H od (a) do (b) po torze wewnątrz płytki, zatem w polu płytki, magnetyczne napięcie okrężne równa się zeru, $U_0 = 0$, czyli dla pola magne=

x) Zakładamy tu wszędzie $\mu_0 = 1$ i pomijamy we wzorach, aby nie odbiegać od wzorów Ampère'a. Uwzględnieniem μ zajmiemy się w końcowym rozdziale "Elektromagnetyczny ustrój materji namagnesowanej".

tycznego, wytworzonego przez magnesy, jest zawsze

$$U_0 = \oint H \cdot dl \cdot \cos \alpha = 0$$

Prawo Maxwella nie zawiera wcale przenikalności μ i jest też zupełnie niezależ-



Rys. 346.

ne od ośrodka. Dla toru całkowania oznaczonego linią kreskowaną na rys. 346 i kierunku całkowania (S) mamy $\oint H \cdot dl \cdot \cos \alpha = 0,4\pi \cdot 5 \cdot 20 \approx 125,5$ cgs bez względu na to, czy uwidoczony na rys. 346 rdzeń sporządzony jest z drzewa ($\mu = 1$), czy z żelaza ($\mu \gg 1$). Wynika to stąd, że H możemy traktować jako wypadkową z H_i i H_m

$$H = H_i \hat{+} H_m$$

czyli, że

$$\oint H \cdot dl \cdot \cos \alpha = \oint H_i \cdot dl \cdot \cos \alpha + \oint H_m \cdot dl \cdot \cos \alpha \dots \dots \dots (35)$$

Jednakże dla pola magnet. pochodzącego od mas magnetycznych jest zawsze

$$\oint H_m \cdot dl \cdot \cos \alpha = 0$$

a dla pola pochodzącego od prądów

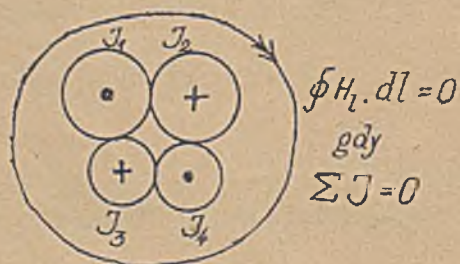
$$\oint H_i \cdot dl \cdot \cos \alpha = 0,4\pi \cdot \sum (J_{amp})$$

Zatem $\oint H \cdot dl \cdot \cos \alpha$ daje tę samą wartość, co $\oint H_i \cdot dl \cdot \cos \alpha$.

Tu $\sum (J) = 5 \cdot J$, bo tor całkowania spleciony jest z 5-ciomą zwojami, przez które płynie prąd $J = 20$ amperów.

Wartość całki okrężnej H stanowi kryterjum rodzaju pola magnetycznego. Gdy dla wszelkich torów prawo Maxwella (30) daje wartości równe zeru, mamy do czynienia z polem magnetostatycznym. Gdy natomiast dla pewnych torów prawo Maxwella daje wartości różne od zera, pole magnetyczne ma charakter elektromagnetyczny, czyli pochodzi w całości lub w części od prądów. -

Z prawa Maxwella wynika odrazu bardzo ważny praktycznie wniosek, że w okół



Rys. 347.

sumy prądów równej zeru, niema pola magnetycznego (rys. 347). Gdy bowiem

$$\sum (J) = 0$$

musi być także

$$\oint H \cdot dl \cdot \cos \alpha = 0$$

czyli w okół $\Sigma (J)$ nie może istnieć żadna zamknięta linja sił, a tem samem nie może istnieć pole magnetyczne, o ustroju linii sił okrężających zespół owych prądów (tu J_1, J_2, J_3, J_4).

Uwaga: Narzuca się tu pytanie, dlaczego w polu magnesów, dla każdego toru, a więc także dla toru przechodzącego przez wnętrze magnesu, jest zawsze

$$\oint H_t \cdot dl = 0$$

Wszak magnes to, według Ampère'a, zbiorowisko prądów molekularnych, zatem i dla pola magnesów winno obowiązywać prawo Maxwella w postaci

$$\oint H_t \cdot dl = 4\pi \cdot \Sigma (J)$$

Na pytanie to znajdziemy odpowiedź dopiero w ustępie VII. (Elektromagnetyczny ustrój materji). Ustęp ten uważam za nader ważny dla należytego zrozumienia podstawowych praw elektromagnetyzmu, oraz dla należytego pojmowania podstawowych wektorów H i B. Wyjaśnia on wiele nieporozumień, ujawnionych w dyskusjach na temat znaczenia H, B i μ .

8. Uwagi do rozdziału I-go.

Teorja elektromagnetyzmu wspiera się na trzech głównych "filarach", które stanowią co dopiero poznane prawo Biota - Savarta, Substytucje Ampère'a i Prawo Maxwella.

Prawo Biota - Savarta służy do obliczenia natężenia pola magnetycznego H w dowolnym punkcie pola, a pozatem stanowi podstawę układu Elektro - Magnetycznego (EM) i układu praktycznego (technicznego) jednostek.

Substytucja Ampère'a stanowi "pomost" łączący magnetostatykę, czyli naukę o polu wytworzonym przez magnesy, z elektromagnetyzmem, czyli nauką o polu pochodzącem od prądów. Ważne znaczenie substytucyj Ampère'a ujawni się dobitniej w dalszym ciągu, gdy zajmiemy się badaniem wnętrza magnesu, stając przytem na stanowisku tezy Ampère'a, że materja namagnesowana, to zbiorowisko uporządkowanych prądów molekularnych. (Ustęp VII. "Elektromagnetyczny ustrój materji namagnesowanej").

Prawo Maxwella określa ogólnie wartość całki okrężnej

$$\oint H \cdot dl \cdot \cos \alpha$$

dla przypadku, gdy całka ta ma wartość różną od zera. Pozatem zaś służy do obliczeń natężenia pola H w układach, gdzie H jest jednakowe dla każdego punktu toru całkowania. W przypadku takim, możemy bowiem H wyciągnąć przed znak całki i napisać

$$H \oint dl \cdot \cos \alpha = 0,4\pi \cdot \Sigma J \text{ amp}$$

lub

$$H = \frac{0,4\pi \cdot \Sigma J \text{ amp}}{\oint dl \cdot \cos \alpha} \dots \dots \dots (56)$$

W pewnych przypadkach (pole prostoliniowego, nieskończenie długiego przewodu pod prądem, pole toroidu pod prądem i t.p.) obliczenie H z pomocą prawa Maxwella daje znaczne ułatwienia, jak to jeszcze dalej (w Rozdziale II) okazemy. Ogólnie, prawo Biota - Savarta, prawo Maxwella i Substytucja Ampère'a należy traktować jako pewnego rodzaju "narzędzie operacyjne", którymi posługujemy się w teorii elektromagnetyzmu, odpowiednio do badanych zagadnień. W jednych przypadkach dochodzimy łatwiej do celu z pomocą prawa Biota - Savarta, w innych z pomocą prawa Maxwella, niektóre problemy wymagają posilkowania się substytucjami Ampère'a. Podobnie jak w praktyce gdzie nie wszystko da się wykonać z pomocą tych samych narzędzi, tak i w teorii należy przyzwyczaić się do tego, że rozwiązanie pewnych rodzaj zagadnień wymaga zastosowania pewnych środków (praw, wielkości pomocniczych i t.p.). Im prostszą drogą wiodą te środki do celu, tem są cenniejsze.

Celem ułatwienia analizy, rozpatrzmy przedewszystkiem pole magnetyczne, wytworzone przez prądy w pustej przestrzeni (II) a następnie dopiero uwzględnimy wpływ ośrodka (III). W ten sposób wnikniemy najłatwiej w dziedzinę elektromagnetyzmu, bardzo ważną dla elektrotechniki, a bynajmniej nie łatwą do opanowania. W ustępie II-gim celem naszym będzie określenie dla różnych przypadków wartości natężenia pola magnet. H . Gdy bowiem znany jest wektor H , możemy obliczyć indukcję B , a następnie strumień Φ . Praktyczne obliczenia zmierzają przedewszystkiem do znalezienia strumienia w ośrodkach. Dlatego też w ustępie III-cim poświęcamy temu problemowi szczególną uwagę. Już tu musimy jednak zaznaczyć, że ściśle naukowe obliczenie strumienia Φ w ośrodkach ferromagnetycznych natrafia na niepokonane trudności matematyczno - fizykalne. Spowodowało to konieczność wprowadzenia nowego "narzędzia operacyjnego" w postaci t.zw. "prawa" obwodu magnetycznego, naśladowującego prawo Ohma dla obwodu elektrycznego (prądu). Zajmiemy się tem "prawem" oświetlając należycie jego znaczenie i wyjaśniając przytem, że mimo ogromnego znaczenia praktycznego "prawo" obwodu przedstawia tylko regułę obliczeniową, zresztą nader prostą i bardzo pomysłową.

II. Pole magnetyczne prądu w pustej przestrzeni.

1. Natężenie pola magnetycznego H wewnątrz kołowej strugi prądu.

Obliczenie natężenia pola magnetycznego, pochodzącego od kołowej strugi prądu dla punktu P prowadzi do prostego wzoru jedynie w przypadku, gdy punkt ten leży w środku owego koła. Dla punktu środkowego i $Z = 1$ otrzymaliśmy z prawa Biota - Savarta wzór

$$H = J \oint \frac{dl \cdot \sin \lambda}{\rho^2} = J \cdot \frac{2\pi r}{r^2} = J \cdot \frac{2\pi}{r} \text{ oerstedtów, (J w jedn. EM) ... (36)}$$

(patrz str. 369, wzór 17).

Natężenie pola cewki o (z) zwojach skupionych tak, że można je traktować jak jedną strugę o promieniu r, określa wzór

$$H = \frac{2\pi \cdot J \cdot z}{10 \cdot r} \text{ oerstedtów (37)}$$

(dla J w amp, r w cm).

Gdy punkt P leży w płaszczyźnie kołowej strugi prądu, ale jest odległy od środka O o δ , wtedy natężenie pola magnetycznego H w tym punkcie wyraża się

funkcją eliptyczną.

Wyprowadzenie tej funkcji można uskutecznić w następujący sposób (rys. 348)

$$r^2 = \rho^2 + \delta^2 - 2\rho \cdot \delta \cdot \cos \omega$$

lub

$$\rho^2 - 2\delta \cos \omega \cdot \rho + \delta^2 - r^2 = 0$$

$$\rho = \delta \cdot \cos \omega \pm \sqrt{\delta^2 \cdot \cos^2 \omega - \delta^2 + r^2}$$

Znak "-" nie wchodzi u nas w rachubę,

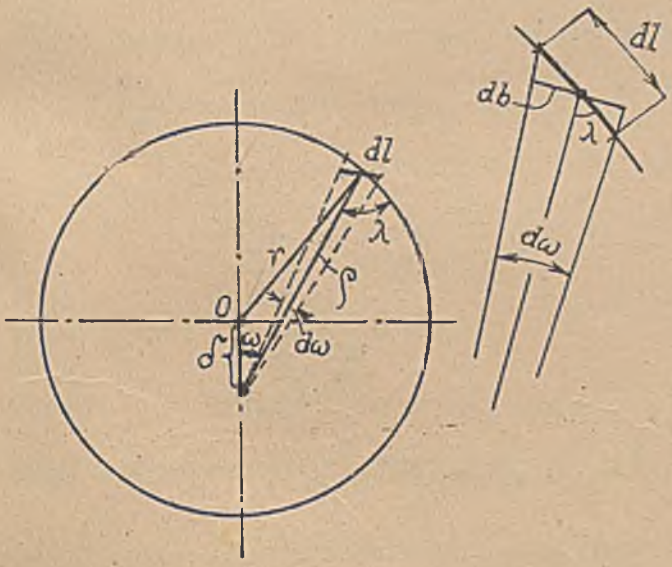
ponieważ ρ jest zawsze dodatnie. (Dla $\omega = \frac{\pi}{2}$ otrzymalibyśmy, stosując znak "-",

ρ ujemne).

$$\rho = \delta \cdot \cos \omega + \delta \cdot \sqrt{\left(\frac{r}{\delta}\right)^2 - \sin^2 \omega} = \delta \cdot \left[\cos \omega + \sqrt{\left(\frac{r}{\delta}\right)^2 - \sin^2 \omega} \right]$$

Według Biota - Savarta jest:

$$H = J \oint \frac{dl \cdot \sin \lambda}{\rho^2}$$



Rys. 348.

ale $dL \cdot \sin \lambda = db = \rho \cdot d\omega$, zatem możemy napisać

$$H = J \int_{\omega=0}^{\omega=2\pi} \frac{\rho \cdot d\omega}{\rho^2} = J \int_{\omega=0}^{\omega=2\pi} \frac{d\omega}{\rho} = J \int_{\omega=0}^{\omega=2\pi} \frac{d\omega}{\sqrt{[\cos \omega + \sqrt{(\frac{r}{\rho})^2 - \sin^2 \omega}]}}$$

czyli

$$H = J \int_{\omega=0}^{\omega=2\pi} \frac{d\omega}{\rho} \dots \dots \dots (38)$$

lub

$$H = \frac{J}{\rho} \int_{\omega=0}^{\omega=2\pi} \frac{d\omega}{\cos \omega + \sqrt{(\frac{r}{\rho})^2 - \sin^2 \omega}} \dots \dots \dots (39)$$

(W powyższych wzorach jest J wyrażone w jednostkach elektromagnetycznych. Gdybyśmy chcieli wyrazić prąd w amperach, to musielibyśmy w miejsce J podstawić wszędzie $\frac{J}{10}$). Wzór (39) nie daje korzyści, gdyż zawiera całkę eliptyczną, co oznacza, że H w zależności od r i ρ da się przedstawić jedynie w formie tablic liczbowych lub wykresów. W praktyce możemy się jednak zadowolić przybliżonym obliczeniem, kładąc

$$H = \frac{2\pi \cdot J}{10 \cdot r_z} \dots \dots \dots (40)$$

We wzorze (40) oznacza r_z promień umyślonej kołowej strugi o prądzie J amp, w środku której natężenie H odpowiadać ma szukanej wartości H w ekscentrycznie położonym punkcie O strugi rzeczywistej (rys. 349).

Do wzoru (40) dochodzimy, kładąc dla przybliżonej wartości H zamiast (38)

$$H \approx J \cdot \sum_{p=1}^{p=n} \frac{\Delta\omega}{\rho_p}, \text{ przy czym } \Delta\omega = \frac{2\pi}{n}$$

Możemy wówczas napisać

$$H \approx \frac{2\pi \cdot J}{n} \sum_{p=1}^{p=n} \frac{1}{\rho_p} \approx \frac{2\pi \cdot J}{r_z}$$

przy czym

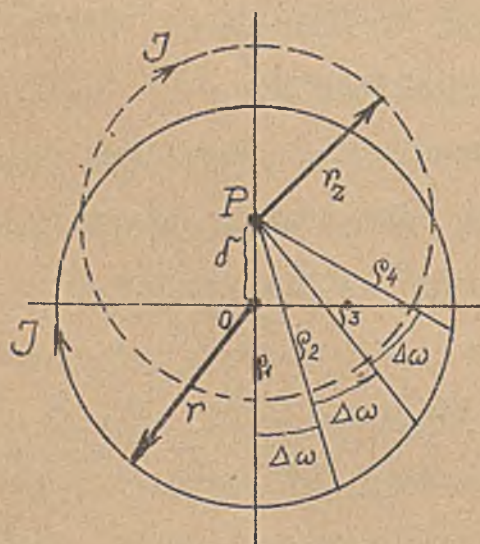
$$r_z \approx \frac{n}{\sum_{p=1}^{p=n} \frac{1}{\rho_p}} \dots \dots \dots (41)$$

czyli

$$r_z \approx \frac{n}{\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} + \frac{1}{\rho_3} + \dots + \frac{1}{\rho_n}} \dots (42)$$

Gdy n dąży do nieskończoności, $\Delta\omega$ dąży do zera a nasza suma $\sum \frac{\Delta\omega}{\rho_p}$ przechodzi w całkę $\int \frac{d\omega}{\rho}$. Wartość r_z określa wtedy relacja

$$r_z = \frac{2\pi}{\int_{\omega=0}^{\omega=2\pi} \frac{d\omega}{\rho}} \dots \dots \dots (43)$$



Rys. 349.

Przykład: Dla koła przedstawionego na rys. 349 o promieniu $r = 5$ cm, ekscentryczności $\rho = 2,5$ cm i prądzie $J = 10$ A = 1 jedn. EM nat. prądu, otrzymamy przy przyjęciu $n = 12$ następujące wartości na $\rho_p = \frac{1}{\rho_p}$

ρ	2,5	2,65	3,25	4,3	5,8	7,05	7,5	7,05	5,8	4,3	3,25	2,65
$\frac{1}{\rho}$	0,4	0,3775	0,308	0,2328	0,1725	0,142	0,1335	0,142	0,1725	0,2328	0,308	0,3775

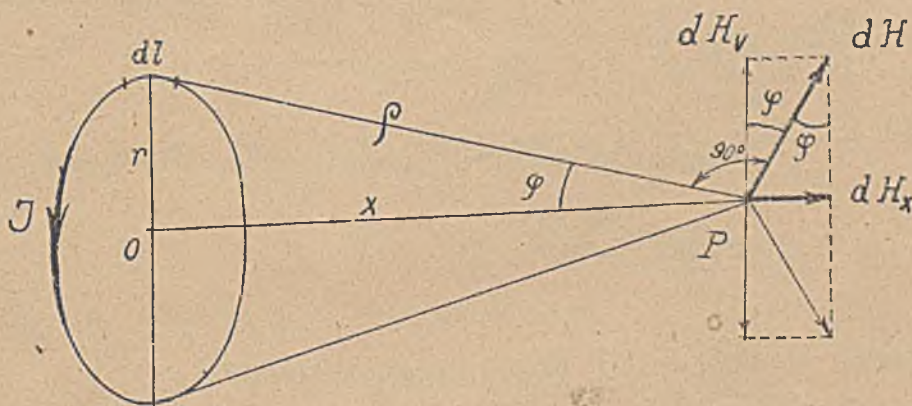
$$r_z \approx \frac{n}{\sum \frac{1}{\rho}} = \frac{12}{2,9991} \approx \frac{12}{3} = 4 \text{ cm}$$

Natężenie w punkcie P oddalonym od środka O o $\rho = 2,5$ cm jest zatem

$$H = \frac{2\pi JEM}{r_z} = \frac{2\pi Jn}{10r_z} \approx \frac{2\pi \cdot 10}{10 \cdot 4} = \underline{\underline{\sim 1,57 \text{ oerstedów}}}$$

2. Natężenie pola magnetycznego H zewnątrz kołowej strugi prądu stałego.

Obliczenie ograniczymy jedynie do wyznaczenia H w punkcie P leżącym w odległości x na osi prostopadłej do płaszczyzny kołowej strugi prądu (rys.350) x).



Rys.350.

lub- ponieważ $\lambda = 90^\circ$, przeto $dH = \frac{1}{10} J \frac{dl}{\rho^2}$

Elementarne te natężenia rozkładamy na składowe dH_x i dH_y , wzajemnie prostopadłe, tak, aby składowa dH_x padała w oś x-ów. Składowe dH_y pochodzące od par elementów dl leżących po przeciwnych stronach koła prądu znoszą się wzajemnie, pozostaje więc tylko działanie wypadkowe ze sumy składowych w kierunku osi x-ów

$$dH_x = dH \cdot \sin \varphi$$

przyczem

$$H_x = \frac{Jn}{10} \sin \varphi \cdot \oint \frac{dl}{\rho^2} = \frac{Jn}{10} \cdot \frac{2\pi r}{\rho^2} \cdot \sin \varphi$$

x) Obliczenie H w punktach nie leżących na osi, napotyka na znaczne trudności matematyczne i da się przedstawić w zależności od r i x i ρ jedynie w formie tablic.

Poszczególne elementy prądu dl wytwarzają elementarne natężenia dH skierowane pod kątem 90° do ρ , przyczem w myśl prawa Biota - Savarta i dla J w amperach jest $dH = \frac{1}{10} J \frac{dl \sin \lambda}{\rho^2}$.

Podstawiając $\rho^2 = r^2 + x^2$ i $\sin \varphi = \frac{r}{\rho} = \frac{r}{\sqrt{r^2+x^2}}$ i uwzględniając, że H_x jest jedynym wektorem H w punkcie P (bo wszystkie składowe H_y znoszą się wzajemnie), możemy opuścić index "x" i napisać

$$H = \frac{J_R}{10} \cdot \frac{2\pi r^2}{(r^2+x^2)^{3/2}} \text{ oerstedów} \dots\dots\dots (44)$$

Gdy w rozważanym przypadku nie jeden lecz z skupionych razem zwoji możemy napisać

$$H = \frac{2\pi \cdot r^2 \cdot J_z}{10(r^2+x^2)^{3/2}} \text{ oerstedów} \dots\dots\dots (45)$$

W powyższych wzorach należy wstawić J w amp. r i x w cm. Ostatnie wzory dadzą się jeszcze przekształcić. Ponieważ

$$\frac{r}{\sqrt{r^2+x^2}} = \sin \varphi, \text{ przeto } \sin^3 \varphi = \frac{r^3}{(\sqrt{r^2+x^2})^3}$$

przeto

$$H = \frac{2\pi \cdot J}{10 \cdot r} \sin^3 \varphi \dots\dots\dots (46)$$

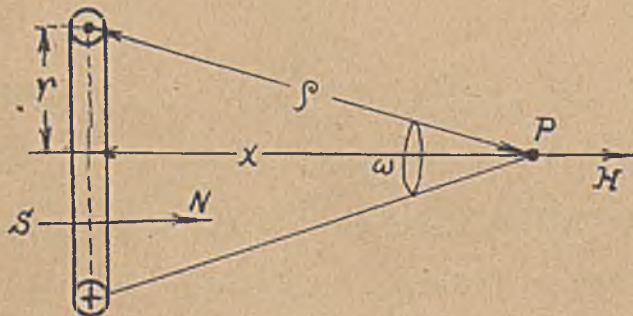
$$H = \frac{2\pi J_z}{10 \cdot r} \sin^3 \varphi \dots\dots\dots (47)$$

Podstawiając we wzorze (44) $x = 0$, a we wzorze (46) $\varphi = 90^\circ$, otrzymamy poprzednio znaleziony wzór (37)

$$H = \frac{2\pi \cdot J_z}{10 \cdot r}$$

określający H w środku (0) kołowej cewki o (z) skupionych zwojach.

Powyższe obliczenie możemy wykonać także przy pomocy substytucji Ampère'a.



Rys. 351.

Kołową strugę prądu J na rys. 351 zastępujemy kołową płytką magnetyczną o potęgze magnetycznej

$$H = J_{(KM)}$$

i obliczamy potencjał magnetyczny V w punkcie P , a następnie stosujemy wzór

$$H_x = - \frac{dV}{dx}$$

dla obliczenia natężenia H_x w kierunku x .

Potencjał V w punkcie P jest, w myśl (24)

$$V = - N(\omega) = - J(\omega)$$

przyczem ω uważamy za dodatnie, gdy z punktu P patrzymy na płytkę, względnie na strugę prądu w kierunku \vec{SN} . Tu patrzymy z punktu P w kierunku przeciwnym, zatem kładziemy

$$V = - N(-\omega) = N\omega, \quad \text{czyli} \quad H_x = - N \frac{d\omega}{dx}$$

Kąt bryłowy ω obliczymy, uważając płytkę magnetyczną za podstawę odcinka kuli, czyli za część o promieniu ρ (x). Kąt ω ma się tak do 4π (całkowity kąt bryłowy kuli) jak się ma powierzchnia odcinka kuli do powierzchni kuli:

$$\omega : 4\pi = 2\pi\rho(\rho - x) : 4\pi\rho^2$$

$$\omega = \frac{2\pi(\rho - x)}{\rho} = 2\pi - \frac{2\pi x}{\sqrt{r^2 + x^2}}$$

Zatem

$$\frac{d\omega}{dx} = \frac{d}{dx} \left(2\pi - \frac{2\pi x}{\sqrt{r^2 + x^2}} \right) = - \frac{2\pi r^2}{(r^2 + x^2)^{3/2}}$$

Dla naszej płytki magnetycznej jest więc

$$H_x = - \frac{dV}{dx} = - N \frac{d(\omega)}{dx}$$

czyli, po podstawieniu poprzedniej wartości

$$H_x = + N \frac{2\pi r^2}{(r^2 + x^2)^{3/2}}$$

Zaś dla kołowej strugi prądu ($N = J_{EM} = J \text{ amp}/10$)

$$H_x = - \frac{dV}{dx} = - J_{EM} \frac{d\omega}{dx}$$

$$H_x = + \frac{2\pi r^2 J \text{ amp}}{10(r^2 + x^2)^{3/2}}$$

Otrzymaliśmy więc ten sam wynik co poprzednio, z prawa Biota- Savarta.

Obliczenie natężenia H w punkcie P , leżącym zewnątrz kołowej strugi prądu i po za osią x nastęrcza - jak już poprzednio wspomnieliśmy - poważne trudności matematyczne i daje się wyrazić tylko w formie tablic. W przybliżeniu możemy przyjąć, że nieskończenie blisko przewodu, o przekroju kołowym (rys.352) natężenie H_r ma taką wartość, jak dla przewodu linowego o długości $l = \infty$, czyli

$$H_r \approx \frac{2Jl}{10 \cdot r} \text{ oersteds}$$

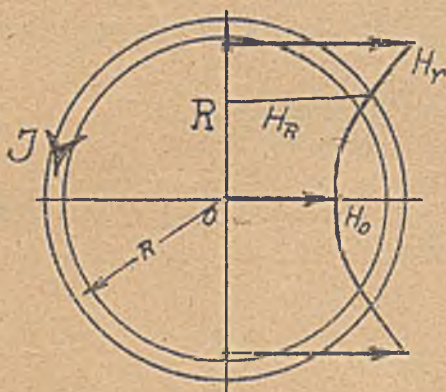
x) Jest to dopuszczalne, bo wewnątrz płytki może być dowolne, byle obrzeże płytki odpowiadało kształtowi strugi prądu. Pozatem potencjał czaszy jest taki sam jak płytki o tym samym kącie bryłowym, w punkcie P (Magnetostatyka).

(dla $R \gg r$). (Wyprowadzenie wzoru $H = \frac{2J}{10r}$ podane dalej w ustępie 4-tym).

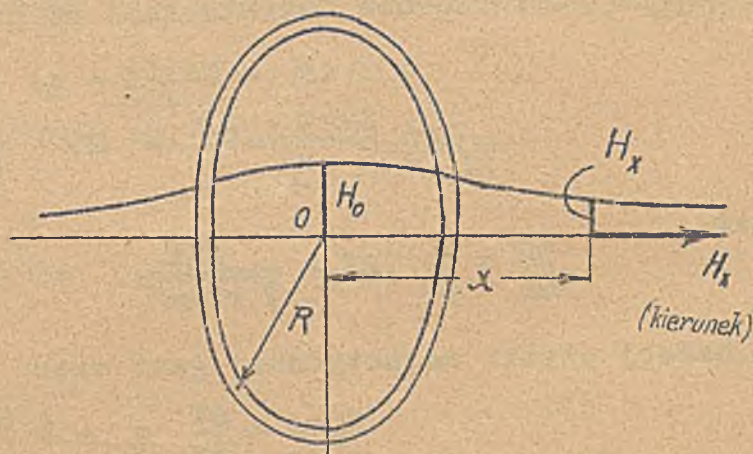
W środku (0) kołowej strugi prądu jest, według (36)

$$H_0 = \frac{2\pi J_R}{10 \cdot R} \text{ oerstedt}$$

Jest to równocześnie najmniejsza wartość na płaszczyźnie kołowej strugi. Wartości natężeń H_R wzdłuż promienia R rosną w miarę oddalenia się od środka 0 ku obwodowi (krzywa $H_0 \rightarrow H_R$, rys.352). Kształt krzywej $H_0 \rightarrow H_R$ możemy wyznaczyć z pomocą podanego poprzednio wzoru (40).



Rys.352. Krzywa rozkładu wartości natężeń poprzecznej.
w osi



Rys.353. Krzywa rozkładu wartości natężeń podłużnej.
w osi

Wartości natężeń H_x wzdłuż osi x , normalnej do koła prądu J maleją w miarę oddalenia się od środka 0 (rys.353). W środku 0 jest oczywiście

$$H_0 = \frac{2\pi J_R}{10 \cdot R}$$

W dowolnej odległości od 0 na osi x jest według (41)

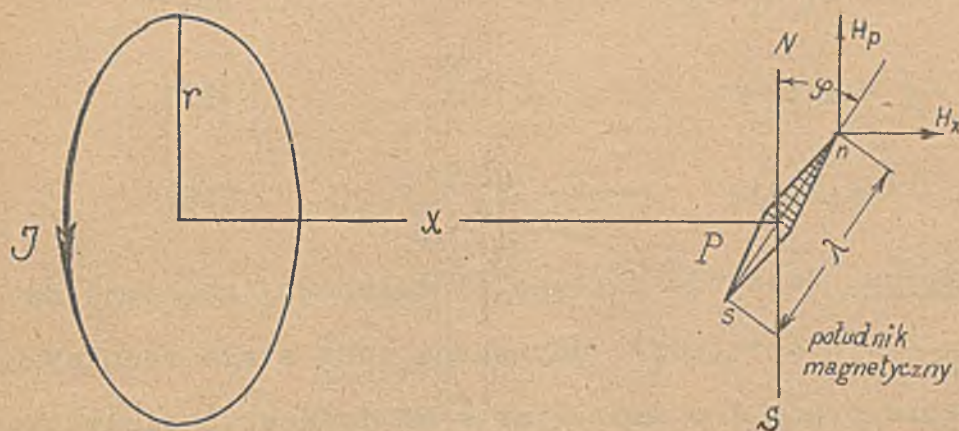
$$H_x = \frac{J_R}{10} \cdot \frac{2\pi R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \text{ oerstedt}$$

3. Absolutny pomiar natężenia prądu kompasem (busołą stycznych).

Wyprowadzony w poprzednim ustępie wzór na natężenie pola magnetycznego H w osi kołowej cewki, można wykorzystać do absolutnego pomiaru J z pomocą kompasu (igielki magnetycznej z podziałką kołową w stopniach).

Umieścimy w punkcie P, odległym o x od środka kołowej cewki o zwojach i leżącym na osi cewki, krótką igielkę magnetyczną (rys.354). Gdy płaszczyznę cewki ustawimy w płaszczyźnie magnetycznego południka ziemskiego, będzie ona równoległa do płaszczyzny, na której leży oś igły. Po przepuszczeniu przez cewkę prądu sta-

tego J , igiełka się odchyli z tego położenia o kąt φ pod działaniem momentu mech.



Rys. 354.

$$M_i = m \cdot H_x \cdot \lambda \cdot \cos \varphi,$$

który powstanie wskutek działania natężenia pola H w punkcie P , pochodzącego od cewki, na masę magnetyczną m igiełki o długości λ . Wzór na M zawiera pewne nieścisłości, bo natężenie H w miejscu gdzie znajduje się koniec

igiełki jest nieco różne od H w punkcie P (środek igiełki), pozatem punktowe masy magnetyczne igiełki należałoby przyjąć w odległości mniejszej od λ . Błędy te jednak są drobne przy małej długości igiełki, a pozatem mogą być uwzględnione w stałej redukcyjnej kompasu, o czym dalej.

Moment M_i działający na igłę (przy przepływie prądu J przez cewkę) jest kompensowany, po nastaniu równowagi t.j. po ustaleniu się wychylenia (φ), momentem pochodzącym od magnetycznego pola ziemskiego

$$M_K = m \cdot H_p \cdot \lambda \cdot \sin \varphi$$

H_p oznacza tu składową poziomą natężenia magnetycznego pola ziemskiego, m znów masę bieguna igiełki, a $\lambda \sin \varphi$ ramię siły ($m H_p$), działającej na igiełkę, po wychyleniu tejże o kąt φ .

Kładąc (dla warunku równowagi) $M_i = M_K$ i podstawiając według (45)

$$H_i = \frac{2\pi \cdot J \cdot z \cdot r^2}{(r^2 + x^2)^{3/2}}, \quad (J \text{ w jedn. EM})$$

otrzymamy

$$J = \frac{(r^2 + x^2)^{3/2} \cdot H_p}{2\pi \cdot r^2 \cdot z} \operatorname{tg} \varphi \dots \dots \dots (48)$$

dla J w jedn. EM względnie

$$J = \frac{(r^2 + x^2)^{3/2} \cdot H_p}{0,2\pi \cdot r^2 \cdot z} \operatorname{tg} \varphi \dots \dots \dots (49)$$

dla J w amperach.

Gdybyśmy ustawili igiełkę w środku kołowej cewki, byłoby $x = 0$, czyli dla

J w amperach

$$J = \frac{r \cdot H_p}{0,2\pi \cdot z} \operatorname{tg} \varphi \dots \dots \dots (50)$$

Dla danej cewki jest r, x, z znane, możemy zatem położyć

$$J = k_1 \cdot H_p \operatorname{tg} \varphi \dots\dots\dots (51)$$

lub

$$J = k \cdot \operatorname{tg} \varphi \dots\dots\dots (52)$$

Spółczynnik $k = \frac{(r^2+x^2)^{3/2}}{0,2\pi \cdot r^2 z} H_p$, względnie $\frac{r}{0,2\pi \cdot z} H_p \dots\dots\dots (53)$

nazywa się stałą redukcyjną kompasu. Jest ona zależna od składowej poziomej magnetyzmu ziemskiego (średnio $H_p = 0,2$ oerstedt). Gdy znana jest stała redukcyjna kompasu, możemy obliczyć natężenie prądu J w amp. (lub w EM jednost.) odczytując kąt wychylenia φ . Przy znanem J można z pomocą powyższego urządzenia i wzoru (51) obliczyć H_p .

Pomiar natężenia prądu J z pomocą kompasu nazywamy absolutnym. Ma on dziś tylko znaczenie historyczne, w myśl Uchwały międzynarodowej wspiera się bowiem pomiar J na działaniach chemicznych. (Amper odpowiada natężeniu prądu, przy którym w ciągu sekundy wydziela się z azotanu srebra-1,118 mg srebra). Pomiar J kompasem nastroicza pewne trudności ze względu na obce pola magnet. a przytem posiada zbyt małą dokładność w stosunku do chemicznej metody pomiaru.

Z pomocą opisanej powyżej metody, można dokonywać pomiarów J z tem większą dokładnością, im mniejsza jest długość igiełki λ . Gdy $\lambda = \frac{1}{12}$ średnicy koła prądu daje wzór (50) wartości z dokładnością 1% przy dowolnych odchyleniach.

Gdy ustawimy igłę w odległości $x = \frac{r}{2}$ od środka (0) koła prądu (układ mierniczy systemu Gauss'a), błąd spowodowany długością igły będzie jeszcze mniejszy, albowiem wtedy będzie:

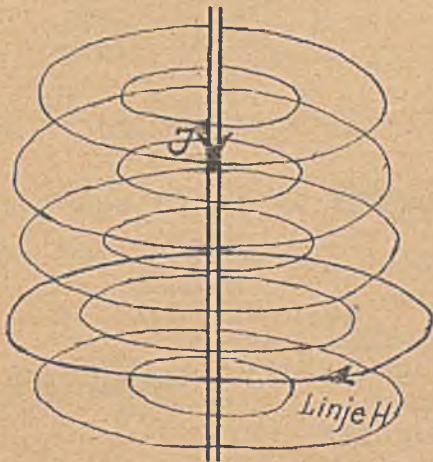
$$J = \frac{[r^2 + (\frac{r}{2})^2]^{3/2} \cdot H_p}{2\pi \cdot z \cdot r^2} \operatorname{tg} \varphi = \frac{r^3 (\frac{5}{4})^{3/2} \cdot H_p}{2\pi \cdot z \cdot r^2} \operatorname{tg} \varphi = \frac{\sqrt{125} \cdot r \cdot H_p}{16 \cdot \pi \cdot z} \operatorname{tg} \varphi = 0,2225 \frac{r \cdot H_p}{z} \operatorname{tg} \varphi$$

Urządzeniem takim można uskutecznić pomiary aż do wychyleń igły 56° przy długości igły $\lambda = \frac{r}{3}$ (!) i błędzie nie przekraczającym $1/2$ 0/00

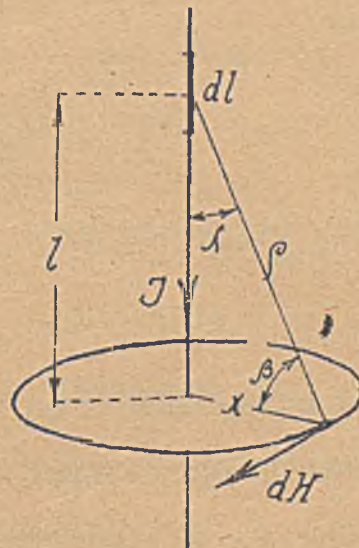
4. Natężenie pola magnetycznego (H) linjowej strugi prądu stałego.

W okół bardzo długiego przewodnika pod prądem powstaje pole magnetyczne o liniach sił (linjach natężenia) w kształcie kół współśrodkowych (rys. 355).

Strzałki tych linii zorjentowane są w myśl reguły korkociąga.



Rys. 355.



Rys. 356.

Traktując prąd w drucie jako linjową strugę, obliczamy natężenie pola H w punkcie odległym (prostopadle) o x (cm), jak następuje:

a) Obliczenie z zastosowaniem prawa Biota - Savarta (rys. 356).

Elementarne natężenie pola dH, pochodzące od elementu prądu dl (rys. 356) ma (w myśl prawa Biota - Savarta) kierunek styczny do koła o promieniu x i wartości (dla J w amp)

$$dH = \frac{1}{10} J_{\text{A}} \cdot \frac{dl \cdot \sin \lambda}{r^2}$$

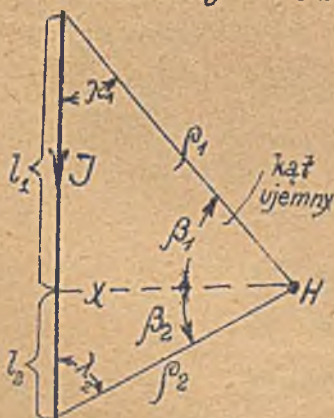
Położmy $\sin \lambda = \cos \beta$, $r = \frac{x}{\cos \beta}$ i $l = x \cdot \operatorname{tg} \beta$, czyli

$$dl = \frac{x}{\cos^2 \beta} d\beta, \text{ to możemy napisać}$$

$$H = \frac{1}{10} J \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{x \cdot d\beta \cdot \cos \beta \cdot \cos^2 \beta}{\cos^2 \beta \cdot x^2} = \frac{J}{10x} \int_{\beta_1}^{\beta_2} \cos \beta \cdot d\beta$$

$$H = \frac{J}{10x} \left[\sin(\beta_2) - \sin(\beta_1) \right] \dots \dots (54)$$

Wartości kątów β_1 i β_2 zależą od długości l_1 i l_2 (rys. 357) i należy je mierzyć



Rys. 357.

od promienia x ku ρ i wstawić ze znakami odpowiednio do kierunku strzałek kątów.

W przypadku przedstawionym na rys. 357. jest

$$\sin \beta_1 = \frac{l_1}{\rho_1}, \quad \sin \beta_2 = \frac{l_2}{\rho_2}$$

przytem kąt β_1 jest ujemny, a kąt β_2 dodatni.

Poprzedni wzór możemy zatem przedstawić także w tej formie:

$$H = \frac{J}{10 \cdot x} \left(\frac{l_1}{\rho_1} + \frac{l_2}{\rho_2} \right) \dots \dots \dots (55)$$

Dla przypadku nieskończenie długiej strugi prądu $l = \infty$ będzie $\beta_1 = -\pi/2$,

a $\beta_2 = +\pi/2$, zatem

$$H = \frac{J}{10x} \left[\sin(+\pi/2) - \sin(-\pi/2) \right] = \frac{2 \cdot J}{10 \cdot x}$$

$$H = \frac{2 \cdot J_A}{10 \cdot x} \text{ oerstedt} \dots \dots \dots (56)$$

gdy J w amp, x w cm. Otrzymany wzór jest analogiczny do wzoru znanego z Elektrostatyki

$$K = \frac{2 \cdot q}{x}$$

na natężenie pola w odległości x od przewodnika prostoliniowego o $l = \infty$ naelektryzowanego równomiernie q jednostkami ES na cm długości.

Uwaga: Wzoru (56) dla $l = \infty$ eksperymentalnie sprawdzić nie można. Doświadczenie wykazuje jednak, że w odległości x od bardzo długich przewodów, H wcale dobrze odpowiada wartości określonej wzorem 56 (z wyłączeniem miejsca w pobliżu końców).

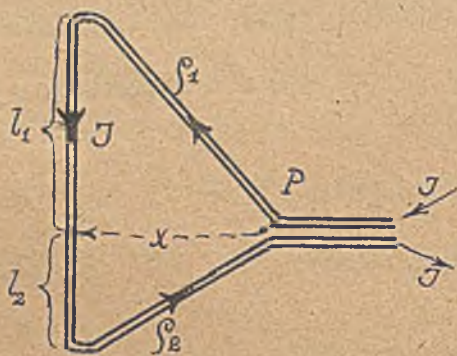
Wzór (55) można stwierdzić eksperymentalnie (w przybliżeniu) tworząc z drutu pod prądem trójkąt (rys.358) i badając H w pobliżu wierzchołka P tego trójkąta.

W myśl prawa Biota - Savarta jest w tym punkcie dla linjowej strugi

$$H_P = \frac{J}{10} \int \frac{dl \cdot \sin \lambda}{\rho^2}$$

Całka ta daje wartość zero dla części toru ρ_1 i ρ_2 , bo dla nich jest $\lambda = 0$, zatem

$$H_P = \frac{J(A)}{10x} \left(\frac{l_1}{\rho_1} + \frac{l_2}{\rho_2} \right)$$



Rys.358.

czyli natężenie pola magnetycznego w punkcie P

trójkątnej strugi prądu jest takie same jak dla odcinka strugi $l_1 + l_2$.

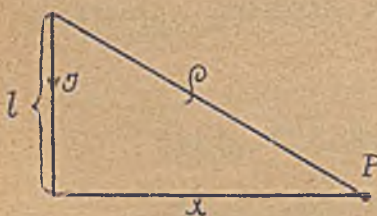
Części strugi ρ_1 i ρ_2 nie wpływają na wartość H w punkcie P (wierzchołek trójkąta)

Działanie dalszej części strugi, po za punktem P, jest zerem, bo prądy tych strug (leżących na sobie) mają kierunki przeciwne.^{x)}

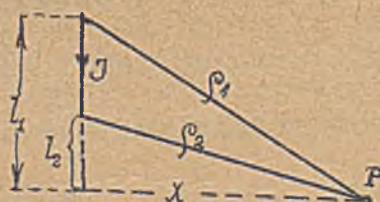
Dla trójkąta prostokątnego, rys.359 możemy napisać $H_P = \frac{J(A)}{10x} \int$

Dla trójkąta na rys.360 będzie natomiast

$$H_P = \frac{J(A)}{10x} \left(\frac{l_1}{\rho_1} - \frac{l_2}{\rho_2} \right)$$



Rys.359.

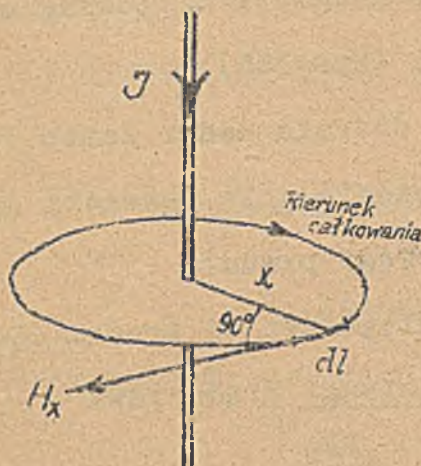


Rys.360.

x) Biot - Savart badali działania takich właśnie figur na magnesy i z nich wyprowadzili wnioski, które posłużyły Laplace'owi do ustalenia podanego poprzednio prawa.

b) Obliczenie z pomocą prawa Maxwella (rys.361).

Całka okrężna natężenia pola magnetycznego, obliczona dla każdego $\delta o w o l =$



n e g o toru zamkniętego, oplatającego strugę J, ma wartość $4\pi J_{(EM)}$ lub $0,4\pi \cdot J_{(A)}$. Wyznaczymy w okół strugi J tor k o ł o w y o promieniu x (rys.361).

Z powodu symetrii, natężenie H ma w każdym punkcie tego toru kołowego jednakową wartość i kierunek

styczny do jego obwodu. Możemy zatem napisać:

$$\oint H_x dl \cdot \cos \alpha = H_x \oint dl \cdot \cos \alpha = 4\pi \cdot J_{EM}$$

lub uwzględniając, że kąt $\alpha = 0$, bo H ma kierunek toru całkowania

Rys.361.

$$H_x \oint dl = 4\pi \cdot J_{(EM)}, \quad H_x \cdot 2\pi \cdot x = 4\pi \cdot J_{EM}$$

skąd, po opuszczeniu indeksu x przy H wypadnie poprzednio znaleziony wzór

$$H = \frac{2J_{(EM)}}{x} = \frac{2 \cdot J(\text{amp})}{10 \cdot x}$$

Otrzymaliśmy więc tu ten sam wynik co poprzednio, przy zastosowaniu prawa Maxwella w sposób nieporównanie prostszy. -

Uwaga: Dla przypadków podanych na rys.358, 359, 360 zastosowanie prawa Maxwella nie daje żadnych korzyści, bo tam natężenie pola magnet. H ma różne wartości w odległości x od elementów l_1, l_2 . Nie można przeto wyciągnąć H przed znak całki, a więc nie można też i obliczyć H z pomocą prawa Maxwella. Także substytucyj Ampère'a nie można zastosować do powyższych przypadków, chodzi tu bowiem o obliczenie natężenia H na brzegu strugi, poprzednio zaś zastrzegaliśmy, że substytucje Ampère'a obowiązują dla punktów zewnątrz niej leżących.

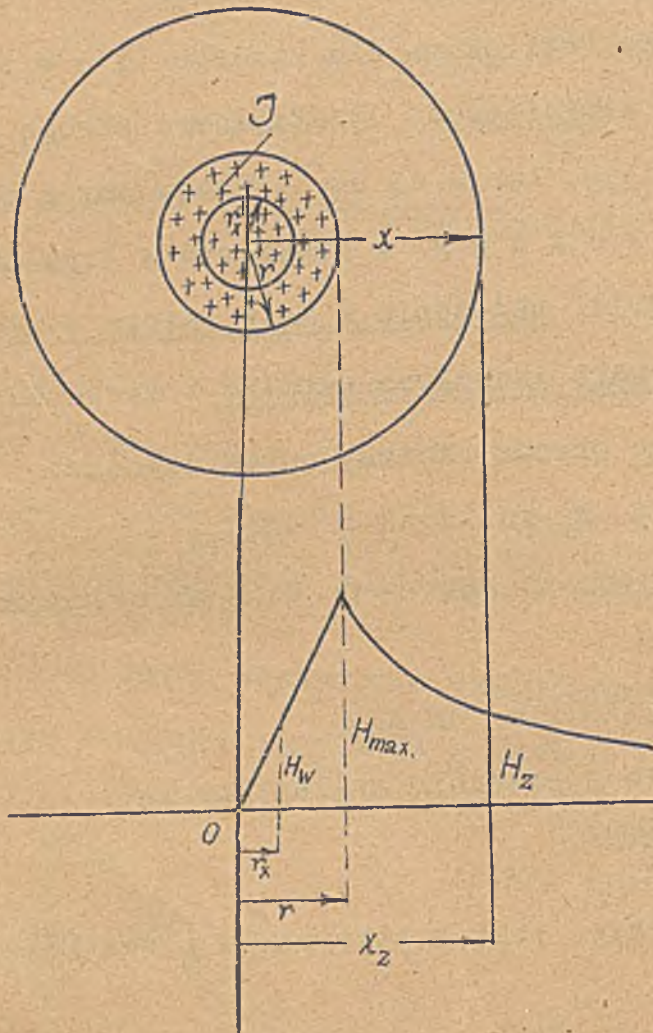
5. Natężenie pola zewnątrz i wewnątrz przewodnika o $l = \infty$ i przekroju kołowym.

Rozwiązanie uzyskane z pomocą prawa Maxwella jest ściśle ważne nie tylko dla strugi linjowej, lecz także dla strugi o dowolnie wielkim przekroju kołowym r (czyli dla realnego przewodnika pod prądem). W odległości $x > r$ od prostoliniowego przewodu o $l = \infty$ i przekroju kołowym, przez który przepływa prąd stały J, jest natężenie (z e w n ę t r z n e)

$$H_z = \frac{2J(A)}{10x} \text{ oerstedów}$$

Maksymalną wartość osiąga H w odległości $x = r$, czyli przy powierzchni przewodu

$$H_{max} = \frac{2 \cdot J(r)}{10 \cdot r} \text{ oerstedt} \dots (57)$$



Rys.362.

W miarę wzrostu x maleje H podług odciinka hiperboli (rys.362).

Prawo Maxwella pozwala nader łatwo obliczyć także natężenie pola wewnątrz drutu (wewnątrz strugi prądu).

Dla dowolnej odległości od środka $r_x < r$, czyli wewnątrz strugi prądu jest

$$H_w = \frac{2J_w}{10 \cdot r_x}$$

przyczem J_w odpowiada prądowi o bieżącym t em u przez koło o promieniu r_x .

Z uwagi, że gęstość prądu w drucie jest

$$\sigma = \frac{J}{r^2 \pi}$$

możemy położyć

$$J_w = \sigma \cdot r_x^2 \cdot \pi = \frac{J \cdot r_x^2 \cdot \pi}{r^2 \pi} = \frac{J \cdot r_x^2}{r^2}$$

Zatem natężenie pola wewnątrz kołowej strugi jest

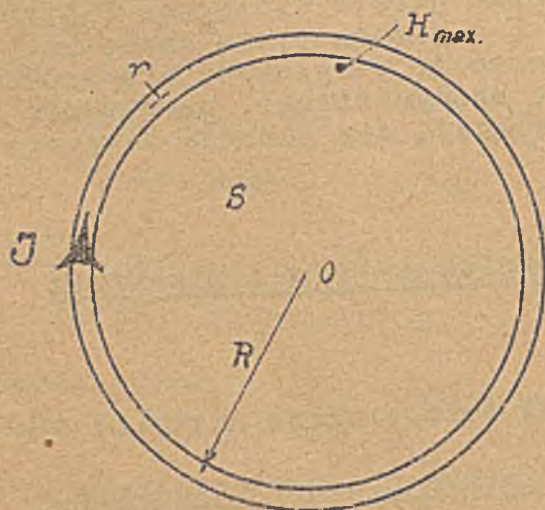
$$H_w = \frac{2J(r)}{10 \cdot r^2} \cdot r_x \text{ oerstedt} \dots (58)$$

czyli zmienia się w zależności od odległości r_x według linii p r o s t e j

(rys.362). Na rys.362 przedstawiony jest przebieg H w zależności od x dla kołowego przewodu o prądzie J . Jak widać

w środku drutu jest $H = 0$ a na obwodzie

jest H_{max} .



Rys.363.

Największe natężenie osiąga pole zewnątrz tuż przy powierzchni przewodu wiącego

prąd. Duże pętle kołowe utworzone z przewodnika okrągłego pod prądem (rys.363)

można traktować, ze względu na H_{max} , jak przewody o $l = \infty$ i przyjąć, że H_{max}

(które wypada tu tuż przy wewnętrznej powierzchni przewodu) jest w przybliżeniu określone wzorem

$$H_{\max} \approx \frac{2J_A}{10r} \dots \dots \dots (59)$$

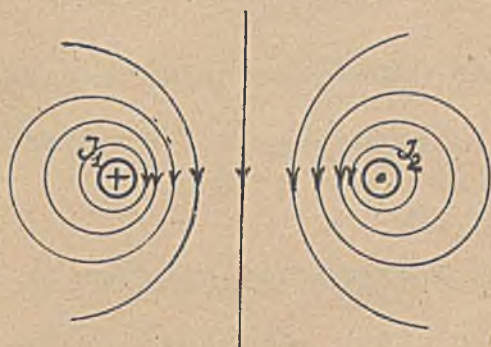
gdzie r oznacza promień kołowego przekroju przewodu o $R \gg r$. Minimalna wartość H na powierzchni s wypada w środku O

$$H_{\min} = \frac{2\pi J_A}{10 \cdot R} \dots \dots \dots (60)$$

Wzór (59) zastosowaliśmy poprzednio przy rys. 352.

6. Pole magnetyczne dwu przewodów równoległych.

Pole magnetyczne linii dwuprzewodowej, której przewody biegną równoległe do siebie i posiadają jednakowe, lecz przeciwnie skierowane prądy J (dopływ, odpływ) okazuje rys. 364



Rys. 364.

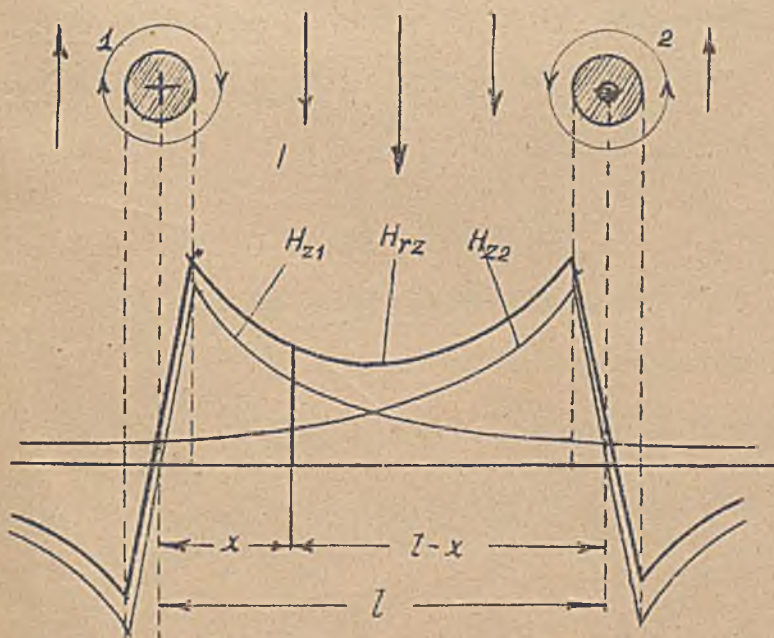
w charakterystyce linjami magnetycznymi, a rys. 365 w rozkładzie natężeń H , odniesionych do płaszczyzny przechodzącej przez osie obu przewodów przy kołowych przekrojach przewodów.

Oznaczmy przez H_{z1} i H_{z2} natężenia zewnątrz przewodów, pochodzące od J_1 względnie od J_2 , a przez H_{w1} i H_{w2} natężenia wewnętrzne pochodzące od prądów własnych J_1 względnie J_2 . Wreszcie przez H_{rz} wypadkowe natężenie zewnętrzne a przez H_{rw1}

i H_{rw2} wypadkowe natężenia wewnętrzne w drutach 1 i 2. Przy założeniu, że $J_1 = J_2 = J$ będzie:

$$H_{z1} = \frac{2J}{10 \cdot x}$$

$$H_{z2} = \frac{2J}{10 \cdot (l-x)}$$



Rys. 365.

Wypadkowe natężenie zewnętrzne H_{rz} dla punktów leżących na płaszczyźnie przechodzącej przez oba druty i między nimi będzie sumą H_{z1} i H_{z2} , bo oba te natężenia składowe mają w tych punktach jednakowe kierunki

Napiszemy więc

$$H_{rz} = H_{z1} + H_{z2} = \frac{2J}{10} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{l-x} \right) = \frac{2J}{10} \cdot \frac{l}{x(l-x)} \dots \dots \dots (61)$$

Dla punktów leżących na tej płaszczyźnie lecz wewnątrz drutów, jest

$$H_{w1} = \frac{2J}{10 \cdot r^2} \cdot x_1, \quad H_{w2} = \frac{2J}{10 \cdot r^2} (l - x_2), \quad (x_1 < r) \text{ i } (l - x_2) < r.$$

Zatem wewnątrz drutu „1” od strony wewnętrznej (gdzie się sumują natężenia H_{w1} i H_{z2}) będzie

$$H_{rw1} = H_{w1} + H_{z2} = \frac{2J}{10} \left(\frac{x_1}{r^2} + \frac{1}{l-x_1} \right) \text{ ważne dla } x_1 < r \dots \dots (62)$$

zaś wewnątrz drutu „2” od strony wewnętrznej

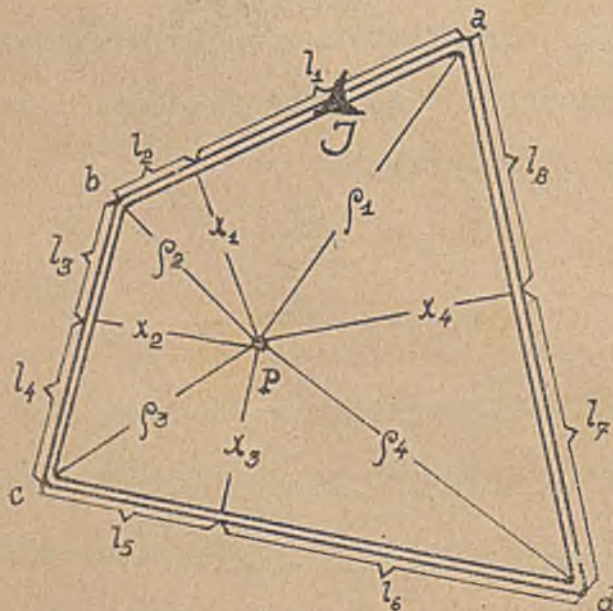
$$H_{rw2} = H_{w2} + H_{z1} = \frac{2J}{10} \left(\frac{l-x_2}{r^2} + \frac{1}{x_2} \right) \text{ ważne dla } (l-x_2) < r \dots \dots (63)$$

Powyższe wyniki ilustruje wykres na rys. 365. Rzędne nad osią oznaczają tu wartości H dla kierunku prostopadłego do płaszczyzny drutów i skierowanego w dół. Rzędne pod osią oznaczają H dla kierunku przeciwnego.

Zewnątrz pętli utworzonej przez oba druty, natężenia wypadkowe są różnicą natężeń składowych ze względu na kierunki H_1 i H_2 , jak to łatwo stwierdzić na rys. 365

7. Natężenie pola (H) strugi prądu kształtu wieloboku płaskiego.

a) Wielobok płaski (H w dowolnym punkcie P leżącym na płaszczyźnie strugi



w e w n ą t r z wieloboku) (rys. 366)

Stosując tu wzór (55), znaleziony poprzednio dla odcinka strugi, oznaczonego na rys. 357

$$H = \frac{J}{10x} \left(\frac{l_1}{\rho_1} + \frac{l_2}{\rho_2} \right)$$

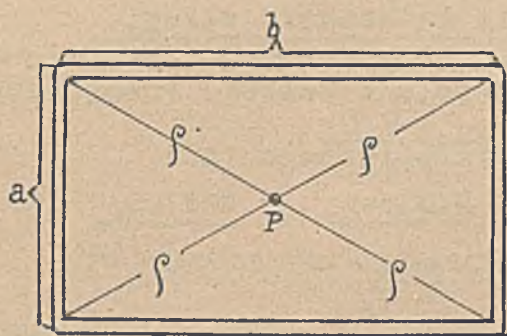
napiżemy dla wieloboku na rys. 366

wprost:

$$H = \frac{J}{10} \left\{ \frac{1}{x_1} \left(\frac{l_1}{\rho_1} + \frac{l_2}{\rho_2} \right) + \frac{1}{x_2} \left(\frac{l_3}{\rho_2} + \frac{l_4}{\rho_3} \right) + \frac{1}{x_3} \left(\frac{l_5}{\rho_3} + \frac{l_6}{\rho_4} \right) + \frac{1}{x_4} \left(\frac{l_7}{\rho_4} + \frac{l_8}{\rho_1} \right) \right\} \dots \dots (64)$$

Rys. 366.

Przykład: Natężenie w środku prostokątnej strugi prądu (rys.367). W przypadku tym



jest: $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho_4 = \rho$
 $\rho^2 = \frac{1}{4}(a^2 + b^2),$

$l_1 = l_2 = l_5 = l_6 = \frac{b}{2}$

$l_3 = l_4 = l_7 = l_8 = \frac{a}{2}$

$x_1 = x_3 = \frac{a}{2}, \quad x_2 = x_4 = \frac{b}{2}$

Rys.367.

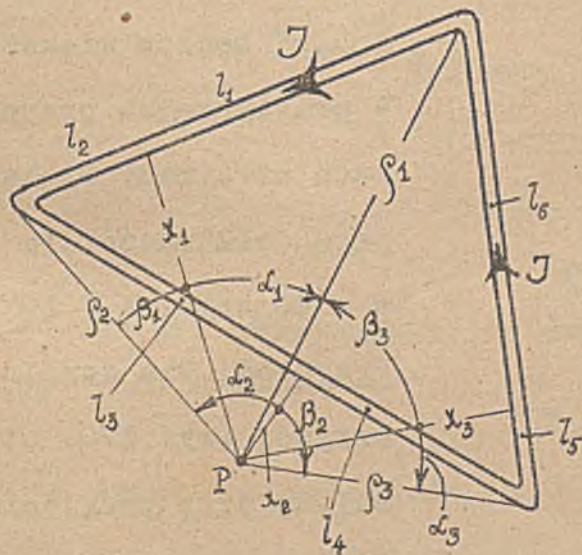
Po wstawieniu tych wartości otrzymamy:

$$H = \frac{J}{10\rho} \left\{ \frac{2}{a} \left(\frac{b}{2} + \frac{b}{2} \right) + \frac{2}{b} \left(\frac{a}{2} + \frac{a}{2} \right) + \frac{2}{a} \left(\frac{b}{2} + \frac{b}{2} \right) + \frac{2}{b} \left(\frac{a}{2} + \frac{a}{2} \right) \right\} =$$

$$= \frac{J \cdot 2}{10 \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} \left\{ 4 \frac{b}{a} + 4 \frac{a}{b} \right\} = \frac{8 \cdot J (a^2 + b^2)}{10ab \sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$H = \frac{0,8 J_{(H)} \cdot (a^2 + b^2)}{ab \sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{0,8 J_{(H)} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}}{ab} \dots \dots \dots (65)$$

b) Wielobok płaski (H w punkcie P leżącym na płaszczyźnie strugi zewnątrz



Rys.368.

wieloboku) (rys.368).

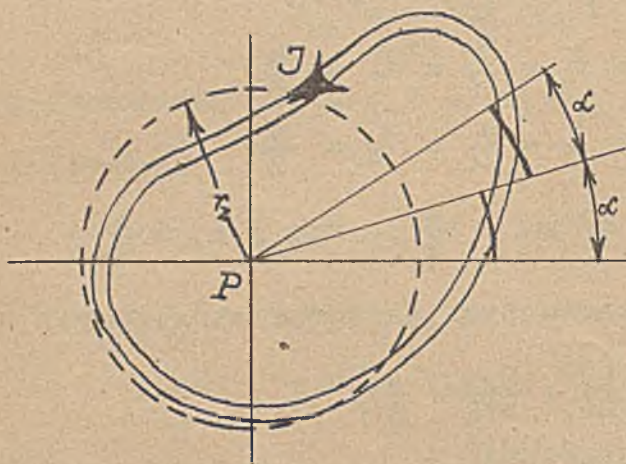
Przy obliczaniu natężenia H należy uwzględnić kierunki składowych H, pochodzących od poszczególnych boków. Odnośnie do rys.368 jest H₁ (natężenie w punkcie P pochodzące od l₁ i l₂) skierowane prostopadle do płaszczyzny rysunku i skierowane ku górze. To samo dotyczy natężenia H₃, pochodzącego od l₅ i l₆. Natomiast natężenie H₂ pochodzące od l₃ i l₄ ma

kierunek przeciwny. Napiszemy więc

$$H_P = H_1 - H_2 + H_3$$

$$H_P = \frac{J}{10} \left\{ \frac{1}{x_1} \left(\frac{l_1}{\rho_1} + \frac{l_2}{\rho_2} \right) - \frac{1}{x_2} \left(\frac{l_3}{\rho_2} + \frac{l_4}{\rho_3} \right) + \frac{1}{x_3} \left(\frac{l_5}{\rho_3} + \frac{l_6}{\rho_1} \right) \right\}$$

8. Natężenie pola (H) płaskiej strugi prądu dowolnie ukształtowanej, w punkcie P leżącym na płaszczyźnie i wewnątrz strugi.

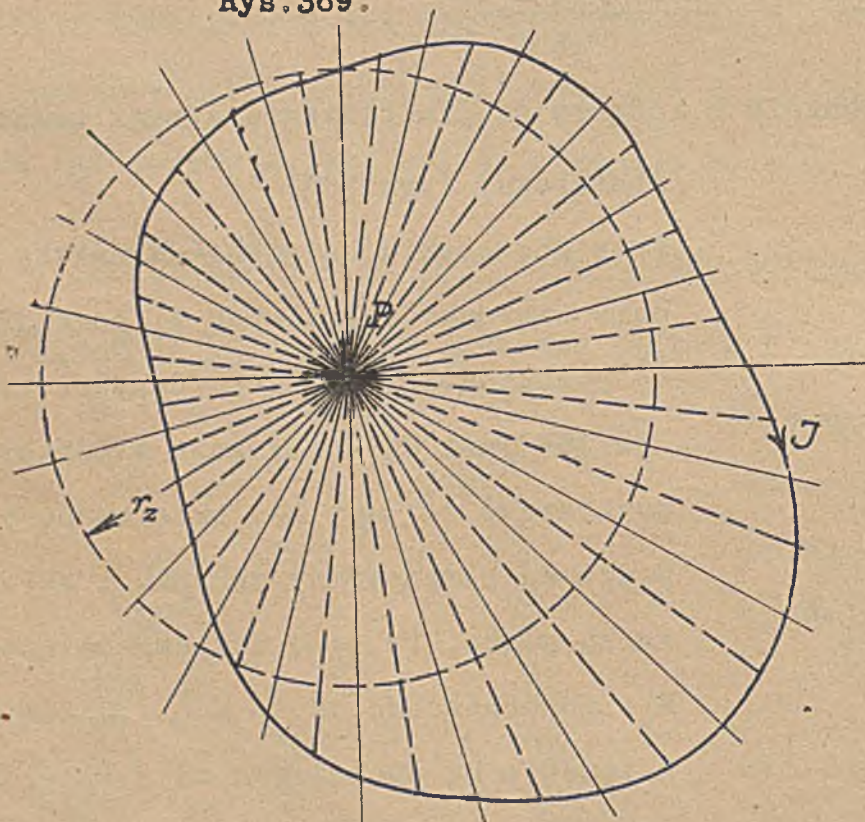


Natężenie pola w punkcie P obliczymy z wzoru przybliżonego (40)

$$H \sim \frac{2\pi J (EM)}{\sum_{\rho=1}^n \frac{1}{\rho}} = \frac{2\pi J (EM)}{r_z}$$

r_z odpowiada promieniowi kołowej strugi zastępczej o środku P, która wytworzyłaby w punkcie P takie samo natężenie pola jak rozważana struga płaska o kształcie dowolnym.

Rys. 369.



Rys. 370.

Obliczenie r_z będzie oczywiście tem dokładniejsze, im „n” będzie większe.

W praktycznych przypadkach otrzymamy wystarczającą dokładność dla $n = 36$ czyli $\alpha = 10^\circ$.

Przykład: Dla dowolnej krzywej (rys. 370) otrzymujemy przy przyjęciu $n = 24$ następujące wartości na ρ , $\frac{1}{\rho}$ i r_z :

ρ	4,2	4,6	4,85	4,8	4,75	4,95	5,6	6,25	6,6	6,5	6,0	5,5
$\frac{1}{\rho}$	0,2381	0,2174	0,2062	0,2083	0,2105	0,202	0,1786	0,16	0,1515	0,1538	0,1667	0,1818

ρ	4,9	4,1	3,3	2,75	2,5	2,5	2,6	2,9	3,25	3,5	3,75	3,9
$\frac{1}{\rho}$	0,2041	0,2439	0,303	0,3636	0,4	0,4	0,3846	0,3448	0,3077	0,2857	0,2667	0,2564

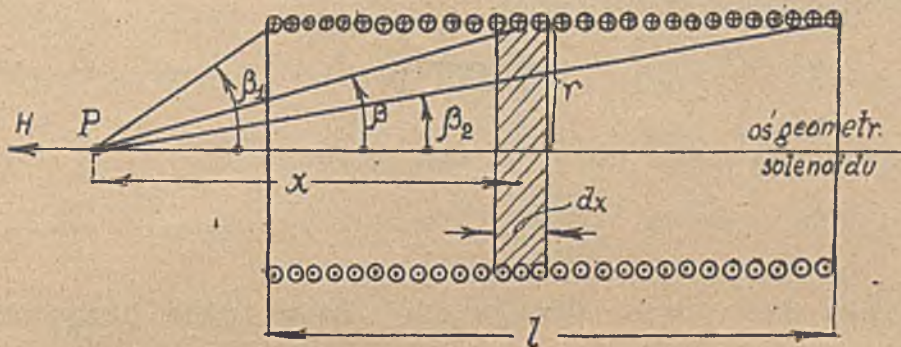
$$r_z = \frac{n}{\sum \frac{1}{\rho}} = \frac{24}{6,0354} = \sim 3,9765 \text{ cm}$$

Dla natężenia prądu $J = 10 \text{ amp} = 1 \text{ Jedn. EM}$ otrzymamy natężenie pola H w punkcie P

$$H = \frac{2\pi \cdot J(r)}{10r_z} = \frac{2\pi \cdot 10}{10 \cdot 3,9765} = \sim 1,58 \text{ oersted}$$

9. Natężenie pola magnetycznego wewnątrz solenoidu.

Ograniczymy się tylko do obliczenia natężenia H w dowolnym punkcie P , leżącym w osi geometrycznej solenoidu, o długości l (cm) przekroju kołowym i ilości zwojów z , czyli amperozwojów Jz , (rys.371). Obliczenie H w innych punktach natrafia bowiem na znaczne trudności matematyczne i da się uskutecznić jedynie w formie tablic.



Rys.371.

Odnośnie do rys.371 przyjmujemy, że warstwa amperozwojów o długości dx , a więc zawierająca

$$\frac{Jz}{l} dx$$

amperozwojów działa na odległość jak pierścień o promieniu r . Natężenie dH w punkcie P pochodzące od tej warstwy będzie więc, w myśl 47

$$dH = \frac{2\pi \cdot Jz}{10 \cdot r \cdot l} \sin^3 \beta \cdot dx$$

Uwzględniając, że

$$x = r \cdot \cotg \beta, \text{ więc że } dx = - \frac{r}{\sin^2 \beta} d\beta$$

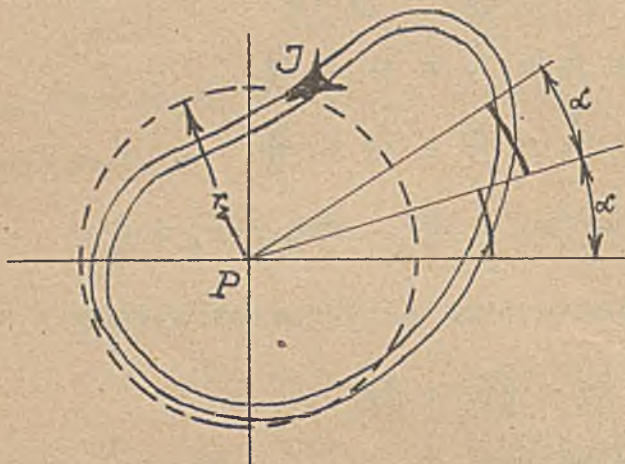
możemy napisać

$$H = \frac{2\pi Jz}{10 \cdot l} \int_{\beta_1}^{\beta_2} - \sin \beta \cdot d\beta = + \frac{2\pi Jz}{10 \cdot l} (\cos \beta_2 - \cos \beta_1)$$

$$H = \frac{2\pi Jz}{10 \cdot l} (\cos \beta_2 - \cos \beta_1) \text{ oersted} \dots \dots \dots (66)$$

(J w amp, czyli Jz amperozwoje, l w cm)

8. Natężenie pola (H) płaskiej strugi prądu dowolnie ukształtowanej, w punkcie P leżącym na płaszczyźnie i wewnątrz strugi.

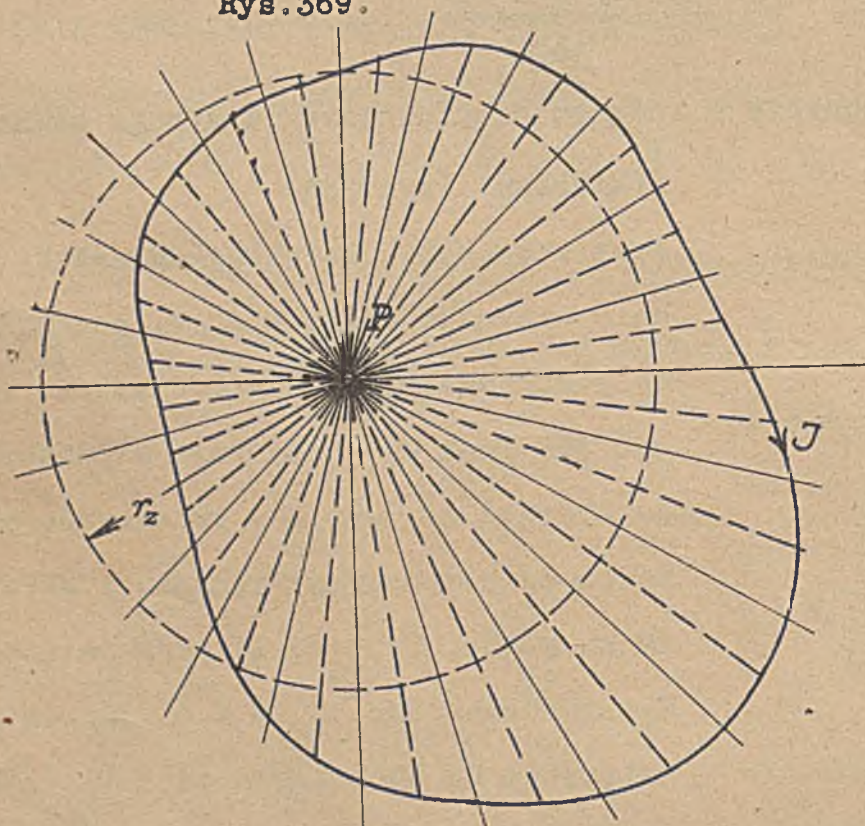


Natężenie pola w punkcie P obliczymy z wzoru przybliżonego (40)

$$H \sim \frac{2\pi J (EM)}{\frac{n}{\sum_{\rho=1}^n \frac{1}{\rho}} \cdot r_z}$$

r_z odpowiada promieniowi kołowej strugi zastępczej o środku P, która wytworzyłaby w punkcie P takie samo natężenie pola jak rozważana struga płaska o kształcie dowolnym.

Rys. 369.



Rys. 370.

Obliczenie r_z będzie oczywiście tem dokładniejsze, im „n” będzie większe. W praktycznych przypadkach otrzymamy wystarczającą dokładność dla $n = 36$ czyli $\alpha = 10^\circ$.

Przykład: Dla dowolnej krzywej (rys. 370) otrzymujemy przy przyjęciu $n = 24$ następujące wartości na ρ , $\frac{1}{\rho}$ i r_z :

ρ	4,2	4,6	4,85	4,8	4,75	4,95	5,6	6,25	6,6	6,5	6,0	5,5
$\frac{1}{\rho}$	0,2381	0,2174	0,2062	0,2083	0,2105	0,202	0,1786	0,16	0,1515	0,1538	0,1667	0,1818

ρ	4,9	4,1	3,3	2,75	2,5	2,5	2,6	2,9	3,25	3,5	3,75	3,9
$\frac{1}{\rho}$	0,2041	0,2439	0,303	0,3636	0,4	0,4	0,3846	0,3448	0,3077	0,2857	0,2667	0,2564

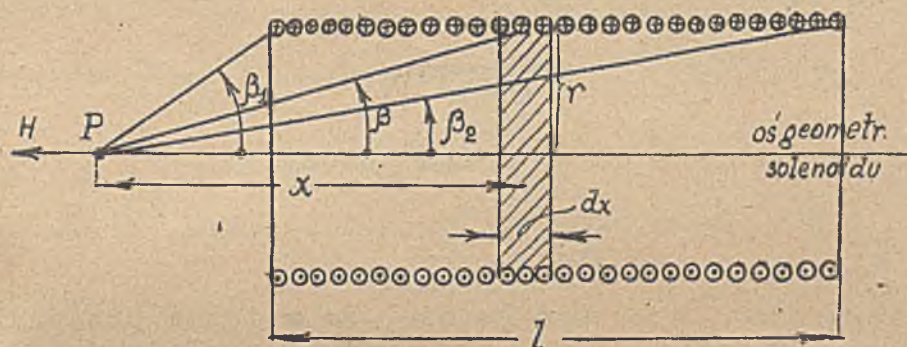
$$r_z = \frac{n}{\sum \frac{1}{r_p}} = \frac{24}{6,0354} = \sim 3,9765 \text{ cm}$$

Dla natężenia prądu $J = 10 \text{ amp} = 1 \text{ Jedn. EM}$ otrzymamy natężenie pola H w punkcie P

$$H = \frac{2\pi \cdot J_{(H)}}{10r_z} = \frac{2\pi \cdot 10}{10 \cdot 3,9765} = \sim 1,58 \text{ oersted}$$

9. Natężenie pola magnetycznego wewnątrz solenoidu.

Ograniczymy się tylko do obliczenia natężenia H w dowolnym punkcie P , leżącym w osi geometrycznej solenoidu, o długości l (cm) przekroju kołowym i ilości zwojów z , czyli amperozwojów Jz , (rys.371). Obliczenie H w innych punktach natrafiamy bowiem na znaczne trudności matematyczne i da się uskutecznić jedynie w formie tablic.



Rys.371.

Odnosnie do rys.371 przyjmujemy, że warstwa amperozwojów o długości dx , a więc zawierająca

$$\frac{Jz}{l} dx$$

amperozwojów działa na odległość jak pierścień o promieniu r . Natężenie dH w punkcie P pochodzące od tej warstwy będzie więc, w myśl 47

$$dH = \frac{2\pi \cdot Jz}{10 \cdot r \cdot l} \sin^3 \beta \cdot dx$$

Uwzględniając, że

$$x = r \cdot \cotg \beta, \text{ więc że } dx = - \frac{r}{\sin^2 \beta} d\beta$$

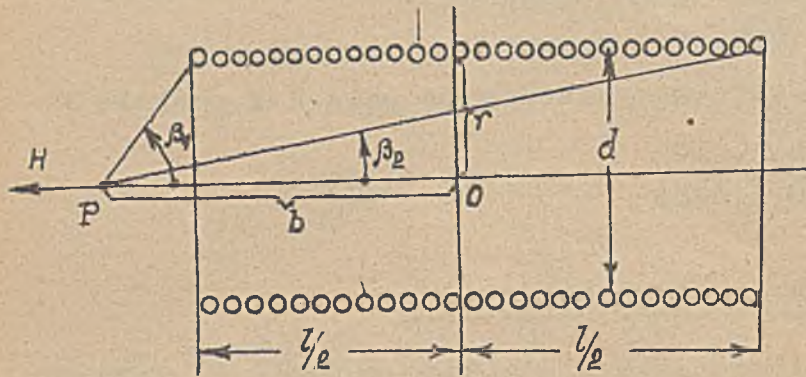
możemy napisać

$$H = \frac{2\pi Jz}{10 \cdot l} \int_{\beta_1}^{\beta_2} - \sin \beta \cdot d\beta = + \frac{2\pi Jz}{10 \cdot l} (\cos \beta_2 - \cos \beta_1)$$

$$H = \frac{2\pi Jz}{10 \cdot l} (\cos \beta_2 - \cos \beta_1) \text{ oersted} \dots \dots \dots (66)$$

(J w amp, czyli Jz amperozwoje, l w cm)

Oznaczmy przez b odległość punktu P od środka solenoidu O (rys.372), to możemy



napisać

$$\cos \beta_1 = \frac{b - l/2}{\sqrt{r^2 + (b - l/2)^2}}$$

$$\cos \beta_2 = \frac{b + l/2}{\sqrt{r^2 + (b + l/2)^2}}$$

Podstawiając te wartości w (66) otrzymamy:

Rys.372.

$$H = \frac{2\pi Jz}{10 \cdot l} \left(\frac{b + l/2}{\sqrt{r^2 + (b + l/2)^2}} - \frac{b - l/2}{\sqrt{r^2 + (b - l/2)^2}} \right) \dots \dots \dots (67)$$

Dla punktu środkowego jest $b = 0$, czyli

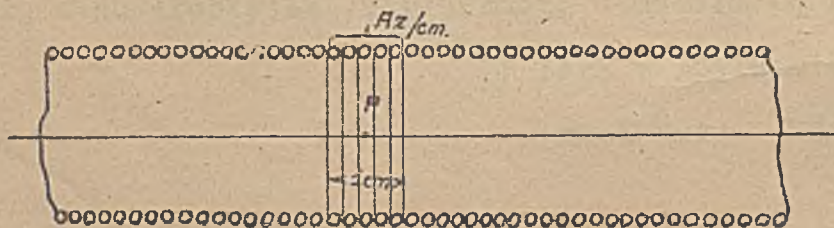
$$H = \frac{4\pi Jz}{10 \cdot l} \cdot \frac{l}{\sqrt{d^2 + l^2}} \dots \dots \dots (68)$$

Gdy l bardzo wielkie w stosunku do d , można położyć

$$H = \frac{4\pi Jz}{10 \cdot l} \dots \dots \dots (69)$$

Wzór ten będzie ścisły dla $l = \infty$. Wydaje się, że w takim przypadku będzie $H = 0$, bo $l = \infty$ jest w mianowniku. Tak jednak nie jest, należy bowiem uwzględnić, że przy $l = \infty$ będzie także $Jz = \infty$. Natężenie H przechodzi tu więc raczej w symbol nieoznaczony, którego się jednak łatwo pozbedziemy, dzieląc w (69) licznik i mianownik przez l i kładąc

$$\frac{Jz}{l} = Az/cm \text{ (amperozwoje na centymetr)}$$



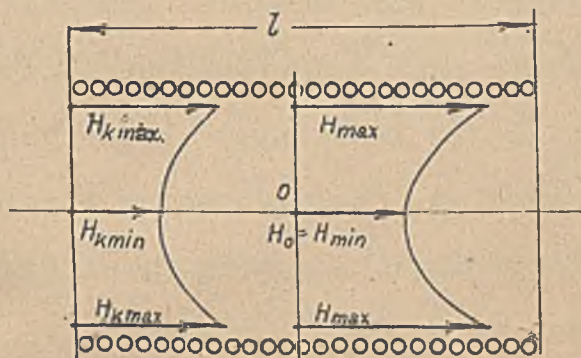
W geometrycznej osi nieskończenie
długiego solenoidu (rys.373) natę-
żenie pola magnetycznego jest
w każdym punkcie jednakowe i wy-
nosi

Rys.373. Solenoid nieskończenie długi.

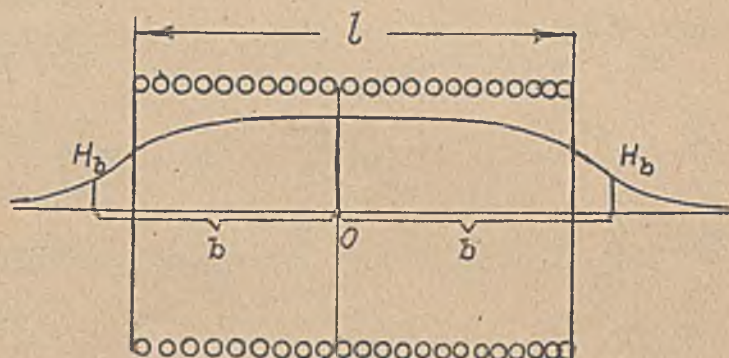
$$\underline{H = 0,4 \pi \cdot Az/cm} \dots \dots \dots (70)$$

Jest charakterystyczne i ważne, że zewnątrz takiego solenoidu nie ma pola magne-
tycznego, $H = 0$ (!).

Wewnątrz solenoidu największe natężenie jest tuż przy zwojach (H_{max}) a najmniejsze w osi geometrycznej ($H_0 = H_{min}$) (rys.374). W podłużnej osi geometrycznej

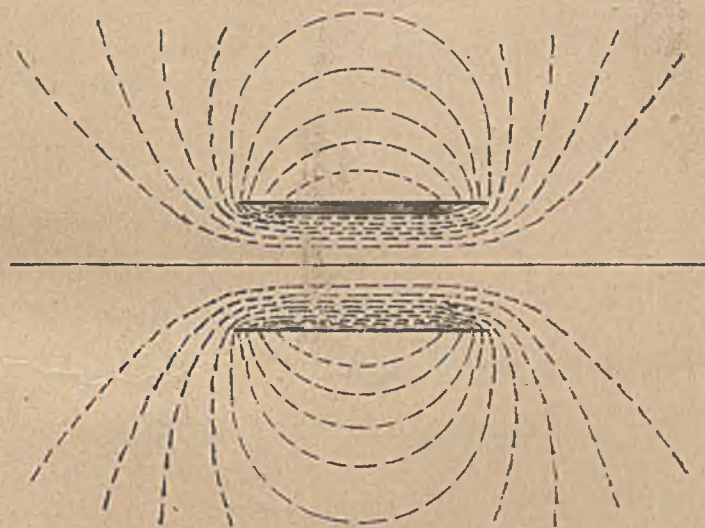


Rys.374.



Rys.375.

największe natężenie H jest w środku solenoidu (O). W miarę oddalania się od środka, natężenia H są znacznie mniejsze jak w środku ($H_k \max$, $H_k \min$, rys.374).



Rys.376. Pole magnet. solenoidu.

Różnice między wartościami przy końcach (H_k) i w środku, zależne są od długości solenoidu (l).

Na rys.376. przedstawione jest pole solenoidu z pomocą charakterystyki linjami sił (linjami H).

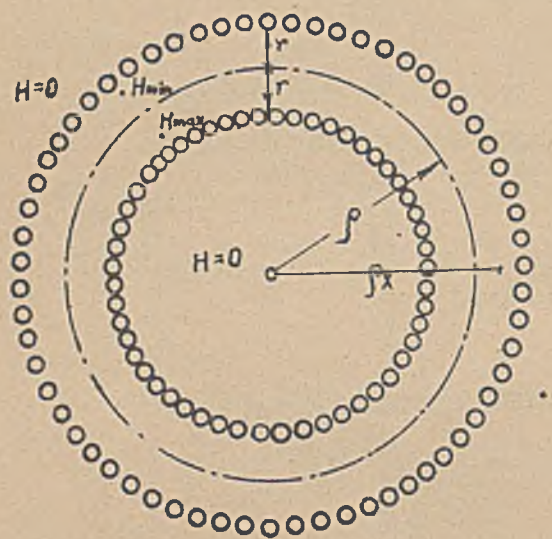
Charakterystyka ta orientuje, że wybitne zmiany w gęstościach linii, a więc i w wartościach H , występują dopiero przy końcach solenoidu.

10. Natężenie pola H w solenoidzie pierścieniowym (Toroid).

Solenoid pierścieniowy (toroid) (rys.377) stanowi podstawową formę w elektromagnetyzmie. Uzwojenie takiego solenoidu należy sobie wyobrazić złożone przynajmniej z dwu warstw, nawiniętych w ten sposób, aby nie tworzyły pętli kolistej.

(Gdy jedną warstwę nawija się postępując naprzód, trzeba drugą nawijać postępując w tył). W ten sposób działanie pętli pierwszej warstwy znosi działanie magnetyczne warstwy drugiej. Na rys.377 oznaczono tylko jedną warstwę uzwojenia).

W uzwojonym w ten sposób toroidzie (pod prądem) mamy pole magnetyczne tylko



Rys. 377. Solenoid pierścieniowy. (Toroid).

w przestrzeni objętej zwojami. Zewnątrz uzwojenia (oczywiście równomiernie rozmieszczonego) niema wcale pola magnetycznego (Doświadczenie). Natężenie H wewnątrz przestrzeni objętej uzwojeniem, czyli wewnątrz toroidu, obliczymy najprościej z pomocą prawa Maxwella

$$\oint H \cdot dl \cdot \cos \alpha = 0,4\pi \cdot \sum (J)_R$$

Przyjmując za tor całkowania oś pierścieniową, współśrodkową z osią geometryczną toroidu, czyli koło o promieniu ρ_x , położymy, ze względu na rozkład linii magnetycznych i na symetrię układu

$$\alpha = 0, \quad \oint H \cdot dl = H \oint dl = H \cdot 2\pi \rho_x, \quad \sum (J) = Jz$$

Stąd

$$H = \frac{0,4\pi \cdot J \cdot z}{2\pi \rho_x}, \quad l = 2\pi \rho_x$$

Dla geometrycznej osi toroidu wypadnie

$$H = \frac{0,4\pi \cdot Jz}{2\pi \rho} \dots \dots \dots (71)$$

Maksymalne H wypadá dla $\rho_x = \rho - r$; minimalne dla $\rho_x = \rho + r$. Zewnątrz uzwojenia jest wszędzie $H = 0$, bo dla każdego toru całkowania, nie splecionego ze zwojami, (pod prądem) musi być w myśl prawa Maxwella

$$\oint H_l \cdot dl = 0$$

Toroid stanowi punkt wyjścia dla teorii t.zw. obwodu magnetycznego, o czym dalej. Pozatem z pomocą pierścieniowych próbek ferromagnetycznych, uzwojonych w sposób powyżej podany, określa się właściwości magnetyczne tych ciał. (Toroidu używa się zamiast elipsoidu do ścisłych badań magnetycznych, ma on tę przewagę nad elipsoidem, że nie występuje w nim oddziaływanie końców (jawnych biegunów), które trzeba uwzględniać przy zastosowaniu elipsoidu.

11. Wektor indukcji magnetycznej B w polu prądów.

W przypadkach gdzie to jest dopuszczalne ^{x)} obliczymy indukcję magnetyczną B mnożąc H przez przenikalność μ

$$B = H \cdot \mu$$

Za H należy jednak podstawić natężenie wypadkowe, t.j. nietylko składową pochodzącą od prądów, w myśl prawa Biota - Savarta

$$H_i = J \oint \frac{dl \cdot \sin \lambda}{r^2}$$

lecz także składową pochodzącą od wszystkich jawnych mas magnetycznych

$$H_m = \sum \frac{mj}{r^2}$$

Czyli należy podstawić

$$H = H_i + H_m \dots \dots \dots (72)$$

(suma wektorjalna).

Uwaga: We wzorze na H_m uderza brak w mianowniku przenikalności μ . Spółczynnik ten odpada jednak, gdy uwzględnimy w sumie geometrycznej $\sum \frac{mj}{r^2}$ wszystkie jawne masy magnetyczne, a więc nietylko jawne masy działających magnesów, czyli źródeł pola magnetycznego, lecz także jawne masy magnetyczne spolaryzowane go ośrodka.

Do tej sprawy powrócimy jeszcze w rozdziale następnym (III). („Pole magnetyczne prądów w ośrodkach ferromagnetycznych“).

Gdy w polu niema jawnych mas magnetycznych, składowa H_m we wzorze (72) odpada.

Dla takiego przypadku jest

$$B = H_i \cdot \mu$$

Przypadek taki zachodzi ogólnie, gdy pomieszcimy pętle z prądami w ośrodku jednorodnym izotropowym, rozciągającym się teoretycznie do nieskończoności. (Bliższe szczegóły ~~podane~~ są w następnym rozdziale).

Dla próżni kładziemy

$$B = H \mu_0 \dots \dots \dots (73)$$

przyczem w układzie EM jest $\mu_0 = 1$.

12. Strumień indukcji w polu magnetycznym prądów.

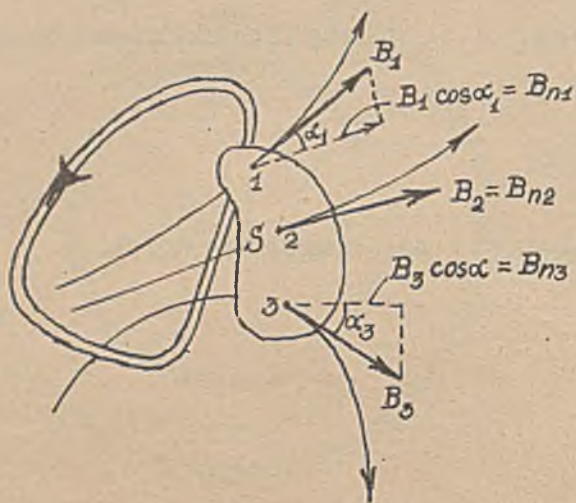
Strumień indukcji magnetycznej określa ogólnie całka powierzchniowa wektora indukcji B według wzoru:

$$\Phi = \int_S B \cdot ds \cdot \cos \alpha = \int_S B_n \cdot ds \text{ maxwell }^{xx)}$$

x) Zasadniczo tam, gdzie H i B mają jednakowe kierunki.

xx) Jednostką strumienia indukcji magnetycznej układu CGS nazwano maxwellem (C E I, 1930). Symbolu dla tej jednostki jeszcze nie ustalono.

Wyrażenie to oznacza, że celem obliczenia strumienia Φ (skalar) trzeba wyznaczyć w każdym punkcie powierzchni s (dla której Φ obliczamy) wartość i kierunek wektora B , a po wyznaczeniu składowych normalnych (B_n) obliczyć całkę z iloczynów $B_n ds$



Rys.378.

dla powierzchni. Rys.378 ma ilustrować tego rodzaju obliczenie strumienia dla powierzchni s w polu wytworzonym przez dowolną strugę prądu. (Podano na rysunku wartości B_n dla trzech punktów pola s .)

Ścisłe obliczenie strumienia Φ napotyka nawet dla strug prądu o geometrycznie prostych kształtach na poważne trudności matematyczne i daje się uskutecznić elementarnym sposobem tylko w kilku nielicznych przypadkach. Do takich należą, między innymi, pole pochodzące od prostoliniowej, nieskończenie długiej strugi prądu, pole wewnątrz "pętli" utworzonej z dwóch prostych, nieskończenie długich i równoległych strug prądu, oraz pole wewnątrz toroidu o bardzo dużej ilości zwojów.



Rys.379.

Pole pochodzące od nieskończenie długiej, prostoliniowej strugi prądu w powietrzu obliczymy w sposób następujący:

$$\Phi = \int_s B \cdot ds \cdot \cos \alpha$$

W powietrzu $B = H\mu_0 = 0,2 \frac{J(A)}{r} \mu_0$.

Z rys.379 widać, że $\cos \alpha = 1$, $ds = l \cdot dr$. Podstawiając dla układu EM $\mu_0 = 1$, możemy więc napisać

$$\begin{aligned} \Phi &= 0,2 \cdot J(A) \cdot l \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} \\ \Phi &= 0,2 \cdot J(A) \cdot l \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} \dots \dots \dots (74) \end{aligned}$$

(J w amp, l w cm).

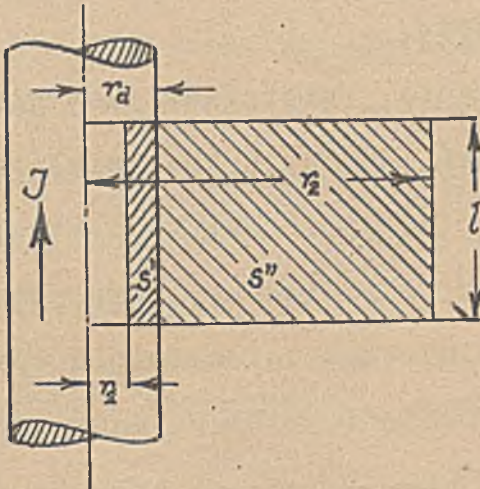
Wzór ten jest ważny dla $r_1 > r_d$, gdzie r_d oznacza promień drutu, przez który przepływa prąd. Gdy $r_1 < r_d$, to musimy obliczać Φ oddzielnie dla powierzchni s'' zewnątrz drutu i powierzchni s' leżącej wewnątrz drutu (rys.380). Zatem

$$\Phi = \Phi' + \Phi''$$

Wewnątrz drutu wyraża się natężenie pola H' wzorem:

$$H' = 0,2 \frac{J_{(A)}}{r_d} \cdot r$$

(przy założeniu jednostajnej gęstości prądu w drucie), zatem strumień (w ośrodku



Rys. 380.

o stałej $\mu = 1$) obliczy się z wzoru:

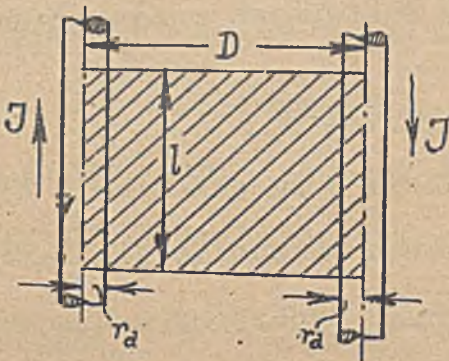
$$\begin{aligned} \Phi' &= \int_S B \cdot ds \cdot \cos \alpha = 0,2 \cdot \frac{J_{(A)}}{r_d} \cdot l \int_{r_1}^{r_2} r \cdot dr = \\ &= 0,1 \frac{J_{(A)}}{r_d} \cdot l \cdot (r_d^2 - r_1^2) \end{aligned}$$

zaś

$$\Phi'' = 0,2 \cdot J_{(A)} \cdot l \cdot \ln \frac{r_2}{r_d}$$

jak poprzednio wyprowadzono.

Przy pomocy tych wzorów znajdziemy z łatwością strumień w obrębie prostokąta, utworzonego przez osie dwóch równoległych, prostoliniowych, nieskończenie długich strug prądu, oddległych od siebie o D (rys.381). Natężenie obu prądów jest równe i wynosi J amp., promienie obu drutów wynoszą r_d cm, nadto zakładamy jednostajną gęstość prądu w każdym drucie.



Rys. 381.

$$\Phi = 2 \left[0,1 \frac{J_{(A)}}{r_d} \cdot l \cdot r_d^2 + 0,2 J_{(A)} \cdot l \cdot \ln \frac{D}{r_d} \right]$$

$$\Phi = J_{(A)} \cdot l \cdot \left[0,4 \cdot \ln \frac{D}{r_d} + 0,2 \right] \dots \dots \dots (75)$$

W prosty sposób da się jeszcze obliczyć strumień objęty zwojami toroidu. Wewnątrz toroidu (rys.382) mamy natężenie pola

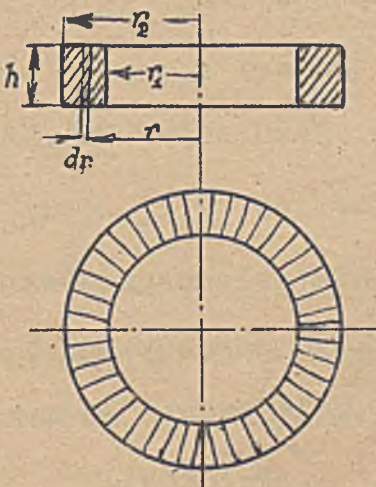
$$H = \frac{0,4 \pi \cdot J_{(A)} \cdot Z}{2 \pi r} = 0,2 \frac{J_{(A)} \cdot Z}{r}$$

zatem w powietrzu będzie:

$$\Phi = \int_{r_1}^{r_2} 0,2 \frac{J_{(A)} \cdot Z}{r} \cdot h \cdot dr = 0,2 \cdot h \cdot J_{(A)} \cdot Z \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}$$

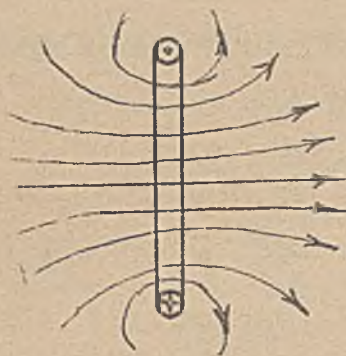
$$\Phi = 0,2 \cdot h \cdot J_{(A)} \cdot Z \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} \dots \dots \dots (76)$$

Obliczenie strumienia pochodzącego od płaskiej kołowej strugi prądu (rys.383) prowadzi do funkcji eliptycznych, bo już wzór na natężenie pola w punkcie leżącym na płaszczy-



Rys. 382.

źnie strugi po za środkiem koła zawiera całkę eliptyczną. Obliczenie strumienia wytworzonego przez solenoid nastręcza oczywiście jeszcze większe trudności rachunkowe i musi tu być z tego względu pominięte.



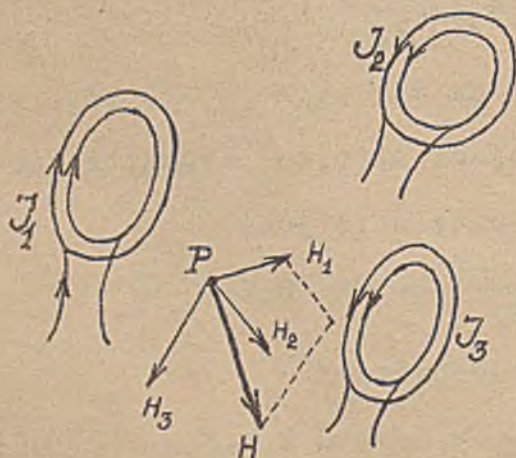
Rys.383.

Znajomość strumienia potrzebna jest głównie przy obliczeniu działań indukcyjnych. Działania te zależą jednak nie tylko od wielkości tego strumienia ale także od położenia linii indukcji względem przewodników. Aby się od tego niezależnić wprowadzamy tam pojęcie t.zw. spółczynnika indukcji, do obliczenia którego mamy wzory przybliżone i tablice. Dokładne obliczenie nastręcza bowiem podobne trudności jak obliczenie strumienia. Wartości współczynników indukcji (własnej i wzajemnej) i związki tychże ze strumieniami Φ podane będą dalej w następnym rozdziale.

dzamy tam pojęcie t.zw. spółczynnika indukcji, do obliczenia którego mamy wzory przybliżone i tablice. Dokładne obliczenie nastręcza bowiem podobne trudności jak obliczenie strumienia. Wartości współczynników indukcji (własnej i wzajemnej) i związki tychże ze strumieniami Φ podane będą dalej w następnym rozdziale.

13. Geometryczna superpozycja natężeń H i indukcji B.

Zarówno natężenie pola magnetycznego H jak i indukcja B są wektorami. Wypadkowe natężenie H lub wypadkową indukcję B, znajdujemy więc składając dla każdego punktu w przestrzeni, wektory H względnie B geometrycznie. Wyobraźmy sobie n ce-



Rys.384.

wiek, rozmieszczonych dowolnie w przestrzeni (na rys.384 uwidoczniono tylko 3 cewki 1, 2, 3,). Jeżeli przez cewki te przepływają prądy stałe $J_1, J_2, J_3, \dots, J_n$ to w przestrzeni ujawni się pole magnetyczne wypadkowe, jako objaw łącznego działania amperozwojów J_1z_1, J_2z_2, J_3z_3 . Wypadkowe natężenie pola magnetycznego H i wypadkowa indukcja magnetyczna B w dowolnym punkcie P będą sumami geometrycz-

nemi składowych wektorów H_1, H_2, \dots, H_n względnie B_1, B_2, \dots, B_n , czyli

$$\underline{H = H_1 \uplus H_2 \uplus \dots \uplus H_n \dots \dots \dots (77)}$$

$$\underline{B = B_1 \uplus B_2 \uplus \dots \uplus B_n \dots \dots \dots (78)}$$

Równania powyższe wyrażają prawo superpozycji natężeń H względnie indukcji B. Jak widać z (77) i (78) zarówno natężenia H jak i indukcje B trzeba składać geometrycznie (daszki nad znakami †). Pochodzi to stąd, że H i B są wektorami. Naogół więc w przestrzeni wypełnionej dowolnym ośrodkiem, wektory H i B nie muszą padać na siebie, ani też ogólnie nie obowiązuje relacja $B = \mu \cdot H$. Gdy jednak założymy, że przestrzeń wypełniona jest aż do nieskończoności jednorodnym, izotropowym ośrodkiem o jednakowej przenikalności μ w każdym punkcie pola, można dla pewnych punktów pola położyć

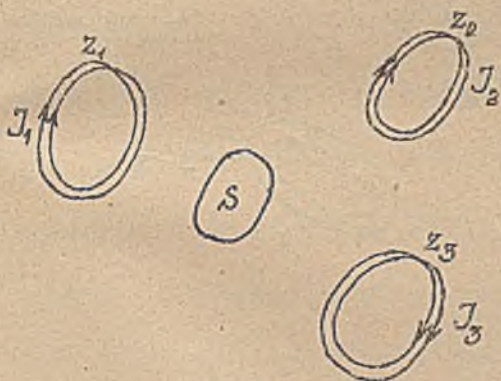
$$B = \mu \cdot H$$

W przypadku takim bowiem, wektory H i B padają na siebie.

14. Algebraiczna superpozycja strumieni indukcji.

(Prawo superpozycji strumieni, Maxwella).

Wyobraźmy sobie, że w polu magnetycznym, wytworzonym przez n cewek o prądach J_1, J_2, \dots, J_n i zwojach Z_1, Z_2, \dots, Z_n umieściliśmy pętlę s ograniczoną dowolną linią wichrowatą. Zadaniem naszym jest obliczenie strumienia indukcji Φ_s przechodzącego przez powierzchnię s tej pętli (rys. 385). Strumień indukcji elementu o po-



wierzchni s określa relacja

$$\Phi_s = \int_s B \cdot ds \cdot \cos \alpha = \int_s B_n \cdot ds$$

gdzie B_n oznacza składową, prostopadłą do elementu ds.

W każdym punkcie pola s wektor indukcji magnetycznej B jest, według (78), sumą geometryczną wektorów składowych

$$B = B_1 + B_2 + B_3 + \dots + B_n \dots \quad (79)$$

zatem dla każdego punktu pola s jest

$$B_n = B_{1n} + B_{2n} + B_{3n} + \dots + B_{nn}$$

i przedstawia sumą algebraiczną, albowiem wszystkie składowe $B_{1n}, B_{2n}, \dots, B_{nn}$ mają ten sam kierunek, normalny do ds w każdym punkcie powierzchni s i zgodny z kierunkiem B_n lub do niego przeciwny. Możemy tedy napisać

$$\Phi_s = \int_s B_n \cdot ds = \int_s B_{1n} \cdot ds + \int_s B_{2n} \cdot ds + \dots + \int_s B_{nn} \cdot ds$$

Jednakże poszczególne całki w powyższej sumie przedstawiają strumienie składowe powierzchni s, pochodzące od poszczególnych cewek w przestrzeni.

Kładąc $\int_S \mathbf{B}_{n1} \cdot d\mathbf{s} = \Phi_{1s}, \int_S \mathbf{B}_{n2} \cdot d\mathbf{s} = \Phi_{2s}, \dots, \int_S \mathbf{B}_{nn} \cdot d\mathbf{s} = \Phi_{ns}$

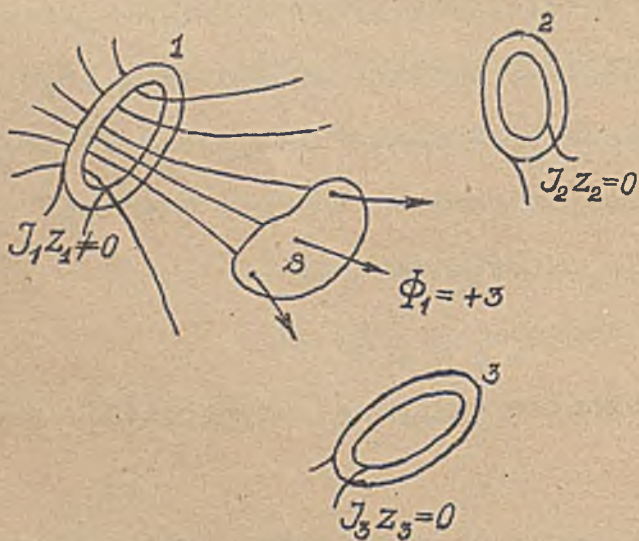
otrzymamy następującą, niezmiernie ważną relację

$$\Phi_s = \Phi_{1s} + \Phi_{2s} + \Phi_{3s} + \dots + \Phi_{ns} \dots \dots \dots (80)$$

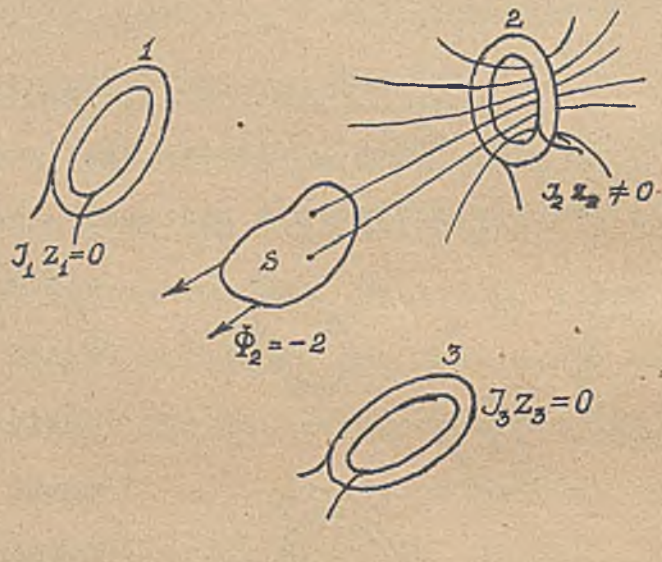
Wyraża ona prawo superpozycji strumieni Maxwella i głosi, że:

W polu magnetycznym, wytworzonym przez n cewek, dowolnie rozmieszczonych, strumień magnetyczny dowolnego elementu powierzchni s równa się sumie algebraicznej strumieni magnetycznych, wytworzonych samoistnie i oddzielnie przez każdą z cewek z osobna i przechodzących przez ów element s. (Prawo superpozycji Maxwella).

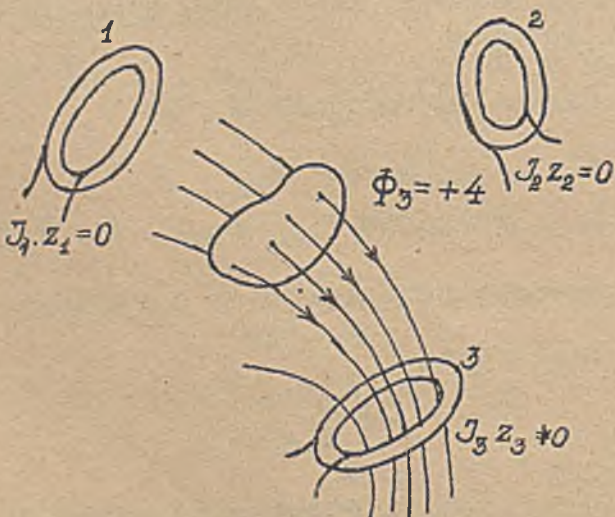
Ze względu na wielką ważność tego prawa, zilustrujemy je przykładem, wskazanym na ryc. 386 do 389.



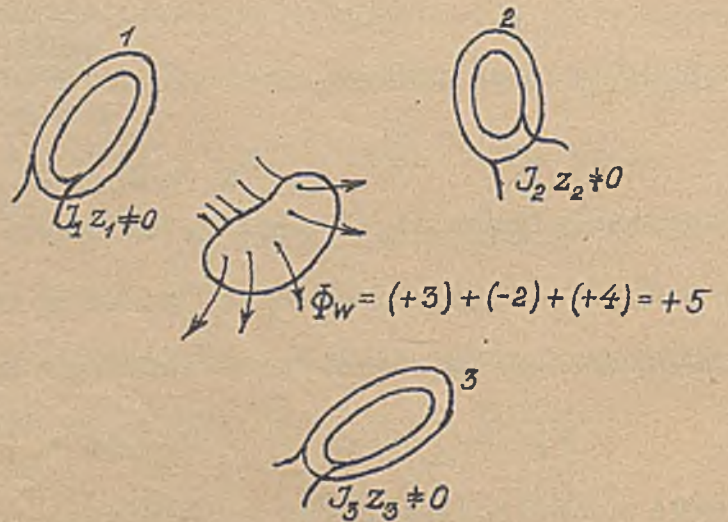
Rys. 386.



Rys. 387.



Rys. 388.



Rys. 389.

Załączamy tylko prąd J_1 w cewce "1". Niech przez element powierzchni s przenika wtedy strumień $\Phi_1 = +3$ (znak + lub - ma orjentować o kierunku przenikania przez s). Wyłączamy teraz J_1 , a załączamy J_2 w cewce "2"; przez element s niech przenika teraz strumień $\Phi_2 = -2$ (minus kładziemy dlatego, bo strumień Φ_2 przenika s w przeciwną stronę, niż Φ_1). Wyłączamy wreszcie J_2 , a załączamy J_3 ; przez element s niech przenika teraz strumień $\Phi_3 = +4$. Gdy załączymy prądy J_1, J_2, J_3 , wypadkowy strumień Φ_s przenikający element powierzchni s będzie równy sumie algebraicznej poprzednich trzech wartości, czyli

$$\Phi_s = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = (+3) + (-2) + (+4) = +5 \text{ maxwelli}$$

Oczywiście linje tego strumienia będą mieć rozłożenia odpowiednie do wypadkowego działania $J_1 z_1 \quad J_2 z_2 \quad J_3 z_3$, lecz ilość tych linii (indukcji) czyli wartość strumienia będzie określona ową sumą algebraiczną. Powyższy rachunek unaocznia, że strumień Φ nie jest wektorem, tylko skalarem.

Prawo superpozycji strumieni magnetycznych możemy odnieść do dowolnego elementu powierzchni, a więc i do powierzchni objętych obwiednią każdej z cewek o zwojach skupionych. Gdy w cewkach 1, 2, 3 płyną prądy J_1, J_2, J_3 , każdą z cewek przenika strumień wypadkowy, pochodzący od jej własnych amperozwoji, oraz od amperozwoji wszystkich innych cewek w przestrzeni działających.

Oznacza dla cewek o zwojach skupionych:

Φ_{11} strumień przenikający cewkę 1-szą i wytworzony przez cewkę 1-szą;

Φ_{12} strumień przenikający cewkę 1-szą a wytworzony przez cewkę 2-gą;

Φ_{13} strumień przenikający cewkę 1-szą a wytworzony przez cewkę 3-cią;

.....

Φ_{1n} strumień przenikający cewkę 1-szą a wytworzony przez cewkę n-tą,

to w myśl poprzedniego prawa superpozycji, możemy napisać

$$\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12} + \Phi_{13} + \dots + \Phi_{1n} \dots \dots \dots (81)$$

Φ_1 oznacza tu wypadkowy strumień cewki 1-szej, przenikający tę cewkę, gdy płyną prądy we wszystkich cewkach. Gdy którykolwiek z prądów wyłączymy, odpada przynależny mu strumień. N.p. dla $J_1 = 0$ jest $\Phi_{11} = 0$, ale $\Phi_1 \neq 0$, bo pozostaje reszta składników sumy Φ_1 . Gdy $J_2 = 0$, jest $\Phi_{12} = 0$ i t.d.

Analogicznie do powyższego można napisać także

$$\Phi_2 = \Phi_{21} + \Phi_{22} + \Phi_{23} + \dots + \Phi_{2n}$$

$$\Phi_3 = \Phi_{31} + \Phi_{32} + \Phi_{33} + \Phi_{34} + \dots + \Phi_{3n} \text{ i t.d.}$$

$\Phi_2, \Phi_3, \dots, \Phi_n$ oznaczać tu będą wypadkowe strumienie przenikające cewki 2, 3 ... n. Uwzględniając, że ogólnie strumień magnetyczny jest proporcjonalny do amperozwoji, które go wytworzyły, możemy powyższy zespół równań, wyrażający prawo superpozycji strumieni napisać także w formie następującej:

$$\Phi_1 = a_{11} J_1 z_1 + a_{12} J_2 z_2 + a_{13} J_3 z_3 + \dots + a_{1n} J_n z_n$$

$$\Phi_2 = a_{21} J_1 z_1 + a_{22} J_2 z_2 + a_{23} J_3 z_3 + \dots + a_{2n} J_n z_n$$

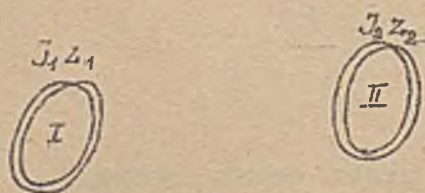
..... (82)

$$\Phi_n = a_{n1} J_1 z_1 + a_{n2} J_2 z_2 + a_{n3} J_3 z_3 + \dots + a_{nn} J_n z_n$$

Dla $\mu = \text{const}$ i niezależnego od J (powietrze, oraz wszelkie ośrodki para i diamagnetyczne) spółczynniki a_{11} a $a_{12} \dots a_{nn}$ mają wartości stałe i niezależne od wartości prądów $J_1 J_2 \dots J_n$. W przypadku, gdy współczynniki (a) mają wartości stałe dla wszelkich wartości prądów (J) jest - jak dowiódł Maxwell -

$$a_{pr} = a_{rp} \dots \dots \dots (83)$$

czyli współczynniki o indeksach parami równych są sobie równe. Wynika stąd nader



Rys. 390.

ważny wniosek następujący:

Jeżeli przy amperozwojach $J_1 z_1$ cewki I przenika przez cewkę II o skupionych zwojach z_2 strumień Φ_{21} , to przy jednakowych amperozwo-

jach cewki II ($J_2 z_2 = J_1 z_1$) przenika przez cewkę I o skupionych zwojach z_1 taki

sam strumień $\Phi_{12} = \Phi_{21}$. Dla cewek I i II o zwojach skupionych, umieszczonych w ośrodku nieskończenie rozległym o $\mu = \text{const}$, możemy bowiem napisać

$$\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12} = a_{11} J_1 z_1 + a_{12} J_2 z_2$$

$$\Phi_2 = \Phi_{21} + \Phi_{22} = a_{21} J_1 z_1 + a_{22} J_2 z_2$$

W myśl (83) jest jednak

$$a_{12} = a_{21}$$

zatem przy $J_1 z_1 = J_2 z_2$ musi być także

$$\Phi_{12} = \Phi_{21} \dots \dots \dots (84)$$

(Ogólne twierdzenia dotyczące Zasady wzajemności patrz Nowacki i Rosenzweig "Zasada wzajemności w elektrotechnice", Przegląd Elektrotechniczny 1928).

13. I. 32

III. Pole magnetyczne prądów w ośrodkach ferromagnetycznych.

1. Wpływ ośrodka na ustrój pola magnetycznego prądów.

Materia ulega w polu magnetycznym spolaryzowaniu magnetycznemu. Jest obojętnym dla wyniku, czy rozważania o polaryzacji oprzemy na fikcyjnych przesunięciach mas magnetycznych, porządkowaniu magnetonów, czy na prądach molekularnych. W każdym bowiem razie stwierdzamy, że spolaryzować materję, znaczy ją namagnesować. Namagnesowaną materję charakteryzujemy przy pomocy wektora magnetyzacji \mathcal{J} , przyjmując że wektor \mathcal{J} ma padać w podłużną oś magnetonu, względnie elementarnego solenoidu, złożonego z prądów molekularnych i że wartość magnetyzacji $|\mathcal{J}|$ określa gęstość

masz magnetycznej na czole magnetonu (σ), względnie "gęstość amperozwoji" elementarnego solenoidu

$$\mathcal{J} = \frac{J \cdot Z}{\lambda}$$

(Patrz "Elektromagnetyczny ustrój materji")

Na rys. 391 oznaczone są wektory magnetyzacji $\mathcal{J}_1, \mathcal{J}_2, \mathcal{J}_3$ dla trzech (dowolnie obranych) punktów. Jak widać, orientują te wektory

o położeniu magnetonów (solenoidów molekularnych) w odnośnych punktach materji namagnesowanej (kierunek \mathcal{J}). Długość wektorów $\mathcal{J}_1, \mathcal{J}_2, \mathcal{J}_3$ odpowiada wartości magnetyzacji \mathcal{J} w danym punkcie. Wektor \mathcal{J} (magnetyzacja) może mieć w każdym punkcie pola inną wartość i inny kierunek, co oznacza, że magnetyzacja \mathcal{J} niema ciągłości (może wykazywać skoki wartości i kierunków).

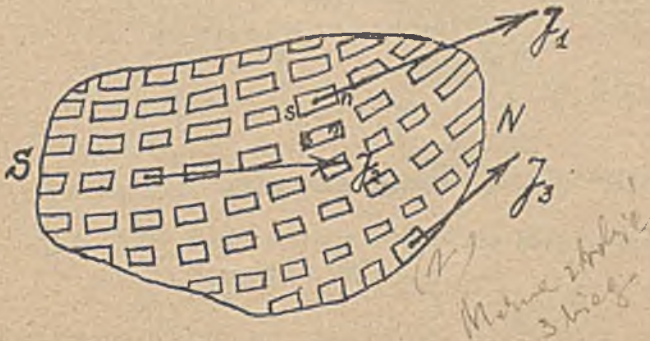
W dowolnym punkcie pola, wewnątrz ośrodka spolaryzowanego, indukcję B określa relacja

$$B = H \ddagger 4\pi \mathcal{J} \dots \dots \dots (85)$$

H oznacza tu natężenie pola magnetycznego a \mathcal{J} magnetyzację, znak \ddagger wskazuje, że B, H i \mathcal{J} należy traktować wektorjalnie (suma geometryczna).

Ogólnie wektory H i \mathcal{J} mają różne wartości i różne kierunki w przetrzeni. Indukcja B stanowi w myśl (85) wektor wypadkowy z H i \mathcal{J} (patrz odnośne ustępy Magnetostatyki).

Jeżeli do pola prądów wprowadzimy materję nienamagnesowaną, materja ta ulegnie



$J = \frac{\Delta M}{\Delta V}$
 $J = \frac{dM}{dV}$

spolaryzowaniu. Pierwotne pole prądów, nacechowane wektorami H_i i B_i ulegnie wskutek tego zmianom, albowiem do pierwotnych wektorów H_i i B_i dojdą nowe wektory H_m i B_m , pochodzące od mas polaryzacyjnych. Wektory H_i i H_m oraz B_i i B_m należy więc traktować jako składowe, które w sumie geometrycznej dają wypadkowe natężenie H i wypadkową indukcję B . Wypadkowe pole pochodzące od prądów i od mas polaryzacyjnych, wytworzonych w tem polu, otrzymamy zatem, superponując pole składowe. Wypadkowe natężenie H w polu prądów wypełnionem materją namagnesowaną, określa wzór ogólny

$$\underline{H} = H_i + H_m \dots\dots\dots (86)$$

Składowe natężenia obliczamy z wzorów

$$H_i = \sum J \int \frac{dl \sin \lambda}{r^2} \dots\dots\dots (87)$$

$$H_m = \sum \frac{m_j}{r_j^2} \dots\dots\dots (88)$$

Wypadkową indukcję B w polu prądów wypełnionem materją namagnesowaną, określają relacje

$$\underline{B} = B_i + B_m \dots\dots\dots (89)$$

przyczem

$$B_i = H_i \mu_0 \dots\dots\dots (90)$$

$$B_m = H_m + 4\pi J \dots\dots\dots (91)$$

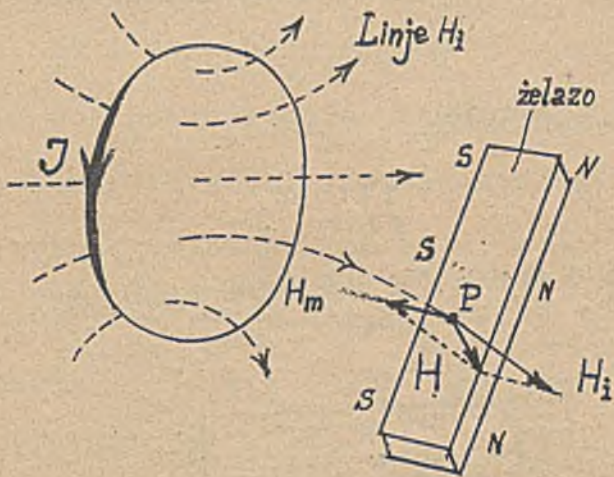
We wszystkich powyższych wzorach należy traktować wielkości H_i , H_m , H ; B_i , B_m , B i J jak wektory, które ogólnie mogą mieć różne wartości i kierunki. Powyższe rozważania pouczają, że składowe H_i i B_i oblicza się tak jak gdyby prądy pomieszczone były w pustej przestrzeni, zaś składowe H_m i B_m tak jak gdyby w przestrzeni była tylko namagnesowana materja bez prądów. (Prawo superpozycji wektorów H i B).

Wpływ ośrodka namagnesowanego na ustrój pola redukuje się więc do wpływu mas polaryzacyjnych tego ośrodka, tak jak gdyby materji w przestrzeni wcale nie było. Rzeczywiście też sama materja jako taka nie może wywierać żadnego wpływu na ustrój pola magnetycznego. Dlatego też uwzględniając wszystkie jawne masy magnetyczne możemy pominąć współczynnik przenikalności μ we wzorze na natężenie H_m (88).

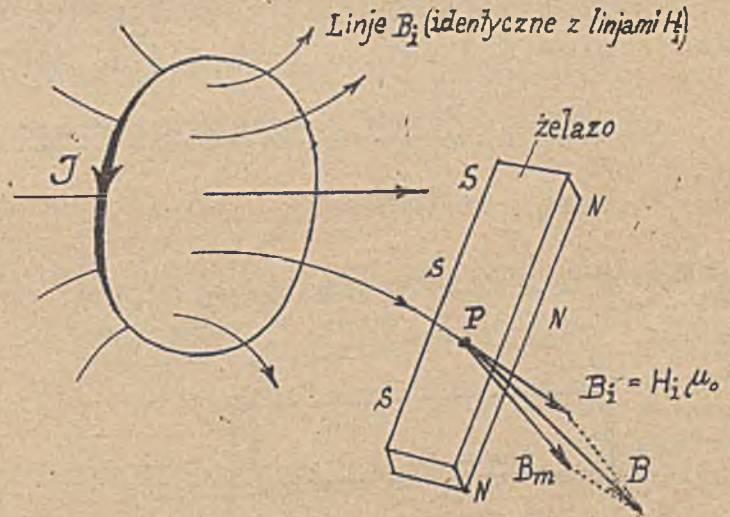
Analizę pola magnetycznego przeprowadzamy albo przy założeniu, że ośrodek

wstawiony w sferę działania prądów był poprzednio nie magnesowany (n.p. rdzeń z miękiego żelaza umieszczony w solenoidzie, przez który następnie przepuszczamy prąd), lub też przyjmując pewien stan magnetyczny pierwotny (n.p. magnes stalowy w polu prądów). - Wybitną różnicę odnośnie do obu założeń okazują rys.392 (sztabka miękiego żelaza w polu prądu) i rys.393 (idealnie stały magnes stalowy w polu prądu).

Sztabka miękiego żelaza w polu prądu.



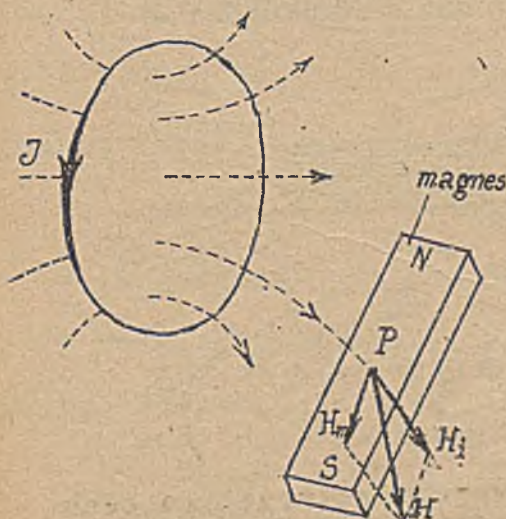
Rys.392. Wektor natężenia magnet. H w punkcie P.



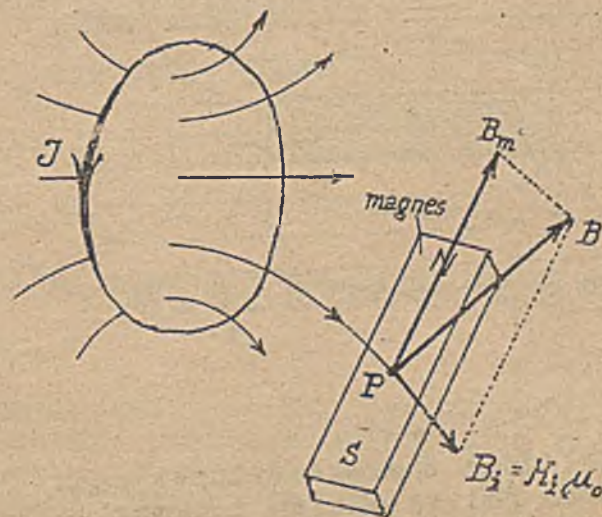
Rys.393. Wektor indukcji magnet. B w punkcie P.

Sztabka z miękiego żelaza zostanie namagnesowana w polu prądu J mniejwięcej poprzecznie do swej osi podłużnej (bieguny S i N). Natężenie wypadkowe H będzie sumą geometryczną H_i pochodzącego od prądu (jak gdyby sztabki wcale nie było) i H_m pochodzącego od jawnych mas spolaryzowanej sztabki (jak gdyby pola prądu nie było). To samo dotyczy wektorów B_i i B_m . Należy zwrócić uwagę, że wektor H_m ma kierunek prawie przeciwny do B_m , albowiem H_m jest skierowane od N do S a B_m od S do N.

Idealnie stały magnes stalowy w polu prądu.



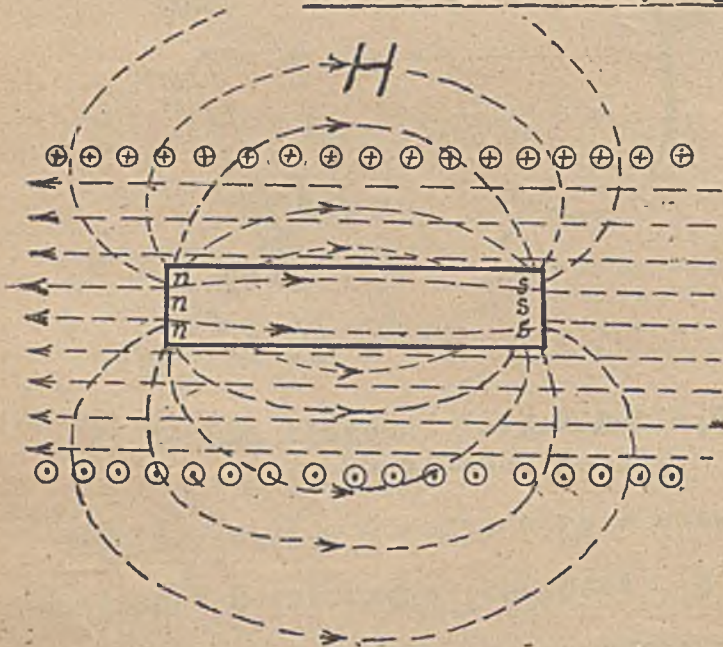
Rys.394. Wektor natężenia magnet. H w punkcie P.



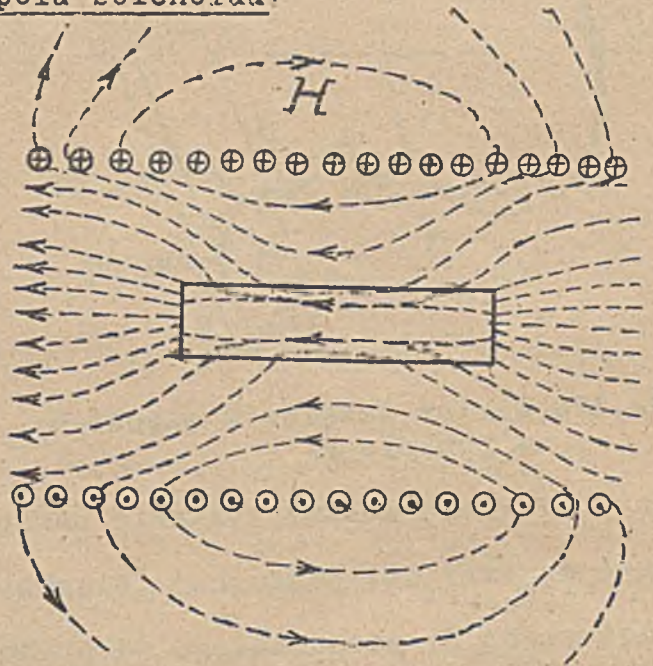
Rys.395. Wektor indukcji magnet. B w punkcie P.

Przy założeniu idealnie stałego (niepolaryzującego się) magnesu, mamy w przestrzeni (więc także w punkcie P) wektory H_m i B_m zupełnie niezależne od prądu J , czyli takie jak w odosobnionym magnesie. Do tych wektorów dochodzą wektory H_i i B_i , pochodzące od prądów, przyczem liczbowo $B_i = H_i$, bo B_i odpowiada indukcji magnet. w próżni, dla której $\mu_0 = 1$. - Powyższe rys. 392 do 395 ułatwią zrozumienie charakterystyk pola magnetycznego solenoidu pod prądem, zawierającego walcowaty rdzeń z miękiego żelaza (rys. 396 do 399)

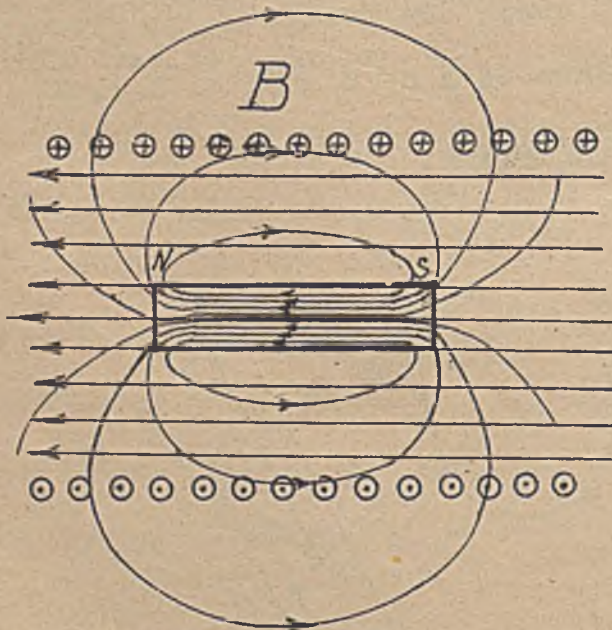
Rdzeń z żelaza miękiego w polu solenoidu.



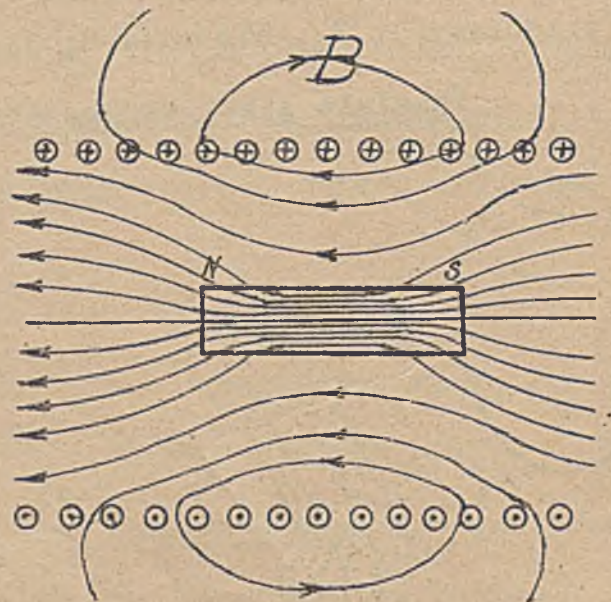
Rys. 396. Składowe charakterystyki cech dynamicznych pól solenoidu i namagnesowanej sztabki żelaznej.



Rys. 397. Wypadkowa charakterystyka cech dynamicznych pola układu złożonego z solenoidu i sztabki żelaznej.



Rys. 398. Składowe charakterystyki cech indukcyjnych pól solenoidu i namagnesowanej sztabki żelaznej.



Rys. 399. Wypadkowa charakterystyka cech indukcyjnych pola układu złożonego z solenoidu i sztabki żelaznej.

Pod działaniem pierwotnego pola magnetycznego solenoidu rdzeń żelazny ulega spolaryzowaniu t.j. powstają w nim jawne i utajone masy magnetyczne. Jawne masy rdzenia wzniecają pole magnetyczne, którego charakterystykę co do cech dynamicznych okazuje rys.396. Utajone masy magnetyczne rdzenia powodują, że w jego wnętrzu zwiększa się pierwotna indukcja B_1 do wartości $B = B_1 + B_m$, przy czym $B_m = H_m + 4\pi J$ (rys.398). Wypadkowe charakterystyki cech dynamicznych i indukcyjnych okazują rys.397 i 399. Otrzymujemy je superponując charakterystyki pól składowych, t.j. pola solenoidu i pola sztabki spolaryzowanego żelaza. Składowe pola solenoidu wyznaczamy jak gdyby rdzenia nie było. Składowe pola spolaryzowanego rdzenia żelaznego wyznaczamy tak, jak gdyby solenoidu nie było. Charakterystyki cech indukcyjnych i dynamicznych różnią się tylko odnośnie do przestrzeni objętej rdzeniem. Zewnątrz rdzenia linje sił (H) i linje indukcji padają na siebie, jak być powinno z uwagi na to, że w powietrzu jest $\mu \approx 1$. Wewnątrz rdzenia linje sił i linje indukcji ^{pochozące od mas} mają kierunki przeciwne. W porównaniu do pierwotnego pola solenoidu bez sztabki, natężenia H wewnątrz sztabki uległy wydatnemu zmniejszeniu, a indukcja B wewnątrz sztabki doznała znacznego zwiększenia. Zewnątrz sztabki w płaszczyźnie prostopadłej do podłużnej osi sztabki i przechodzącej przez jej środek, zarówno H jak i B uległy zmniejszeniu w porównaniu z wartościami pierwotnymi (sam solenoid). Natomiast zewnątrz przy końcach (biegunach) sztabki zarówno H jak i B uległy znacznemu powiększeniu. Ogólnie możemy powiedzieć, że pierwotny ustrój pola solenoidu uległ po włożeniu do jego wnętrza żelaza wydatnym zmianom. Przyczyną tych zmian są masy polaryzacyjne rdzenia, powstałe wskutek namagnesowania żelaza pod działaniem pierwotnego pola solenoidu H_1 . Dlatego też ogólnie natężenie H_1 nazywa się magnesującym i oznacza symbolem H_m . Oznaczenia tego nie będziemy tu wprowadzać z dwu powodów: 1° bo koliduje z oznaczeniem natężenia H_m pochodzącego od mas magn. 2° bo magnesujące działania wywołują nie tylko natężenia prądu H_1 lecz także powstające wskutek polaryzacji masy polaryzacyjne.

Uwaga: Polaryzacja każdego ośrodka trwać musi pewien czas. Początkowo wytworzone masy polaryzacyjne oddziałują na dalszy przebieg polaryzacji na równi z prądami. Stan pola jaki obserwujemy po skończonej polaryzacji jest więc wynikiem działania zarówno prądów jak i przez nie wznieconych mas polaryzacyjnych. Niemniej jednak prąd nadaje impuls i ogólny charakter przebiegowi całego zjawiska. I w dalszym ciągu będziemy się więc posługiwać

symbolami H_1 i B_1 oraz H_m i B_m , gdyż są nierównie jaśniejsze od dotychczas stosowanych i lepiej przystosowane do opisu pola elektromagnetycznego.

Resumując dociekania niniejszego ustępu, powiemy ogólnie:

Ośrodek wpływa na ustrój pola prądów dlatego, bo ulega w polu magnetycznym spolaryzowaniu. Spolaryzowany ośrodek to materja, zawierająca jawne i utajone masy magnetyczne. Sama materja jako taka niema żadnego wpływu na działania magnetyczne, a więc także na ustrój pola magnetycznego.

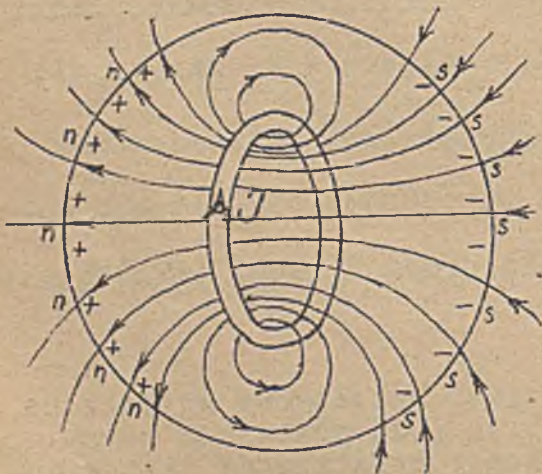
Spolaryzowana materja wpływa na ustrój pola przez swe masy polaryzacyjne. Na natężenie pola magnetycznego mają wpływ tylko jawne masy magnetyczne. Utajone masy polaryzacyjne wpływają na indukcję magnetyczną B .

Wszystkie te wpływy ośrodka na ustrój pola magnetycznego prądów są oczywiście tem silniejsze, im większą wartość ma przenikalność μ , czyli im łatwiej ośrodek ulega spolaryzowaniu. Ośrodki ferromagnetyczne zmieniają zatem pierwotny ustrój pola prądów nieporównanie więcej jak n.p. ciała paramagnetyczne.

2. Wpływ ukształtowania ośrodka pomieszczonego w polu prądów na ustrój pola wypadkowego.

Rozmieszczenie jawnych i utajonych mas magnetycznych w spolaryzowanym ośrodku zależy od ukształtowania tegoż. Wynika stąd, że na ustrój pola magnetycznego ma wpływ nie tylko rodzaj lecz także ukształtowanie ośrodka. Omówimy tu kilka przypadków zasadniczego znaczenia dla dalszych rozważań.

a) Pętla prądu pomieszczone w ośrodku o rozciągłości ograniczonej.



Rys. 400.

Wyobraźmy sobie, że pętla prądu zanurzona jest w ośrodku o przenikalności μ w sposób przedstawiony na rys. 400. Pod wpływem pierwotnego pola prądu H_1 B_1 , ośrodek otaczający pętlę ulegnie spolaryzowaniu, przyczem (przy podanym na rys. 400 kierunku prądu) powstaną na powierzchni ograniczającej ośrodek, jawne masy powierzchniowe ($n n n$ i $s s s$). Poza tem, zależnie od rodzaju ośrodka, mogą powstać także jawne masy

wewnątrz tegoż. W myśl poprzednich rozważań możemy teraz powiedzieć, że pierwotne pole prądu ulegnie zmianom, wskutek powstania w ośrodku mas magnetycznych (polaryzacyjnych). Jawne masy polaryzacyjne ośrodka spowodują zmianę pierwotnych natężeń H w każdym punkcie pola. Utajone masy polaryzacyjne wpłyną na zmianę pierwotnych indukcyj B w każdym punkcie pola.

Jawnych mas magnetycznych, powstających pod działaniem pola na granicznej ścianie ośrodka, a więc jawnych mas powierzchniowych, możemy się pozbyć zakładając, że ośrodek rozciąga się do nieskończoności. Gdy zastrzeżemy, że ośrodek jest jednorodny izotropowy i że w każdym punkcie pola przenikalność μ ma jednakową wartość, możemy abstrahować także od jawnych mas wewnętrznych. Na ogół bowiem w ośrodku takim, spolaryzowanym pod wpływem pola prądów, powstaną tylko masy polaryzacyjne utajone. W idealnym takim przypadku, pierwotne natężenia pola H_1 , pochodzące od prądów pomieszczonych w pustej przestrzeni, nie ulegną zmianie, gdy przestrzeń tę wypełnimy do nieskończoności jednorodnym, izotropowym ośrodkiem o jednakowej przenikalności μ w każdym miejscu. Ogólnie bowiem, natężenie H pochodzić może tylko od prądów i od jawnych mas magnetycznych. Gdy więc prądy pozostały niezmiennione a masy jawne nie powstały, odpadnie w równaniu ogólnym

$$H = H_1 + H_m$$

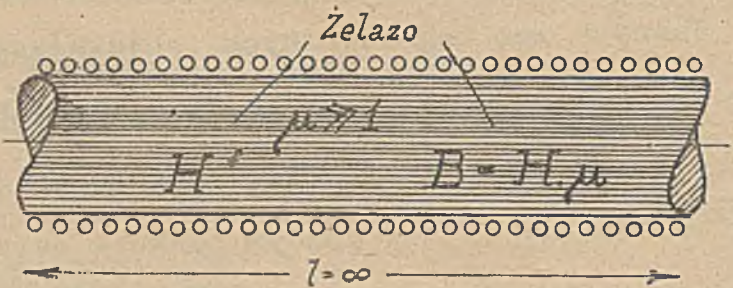
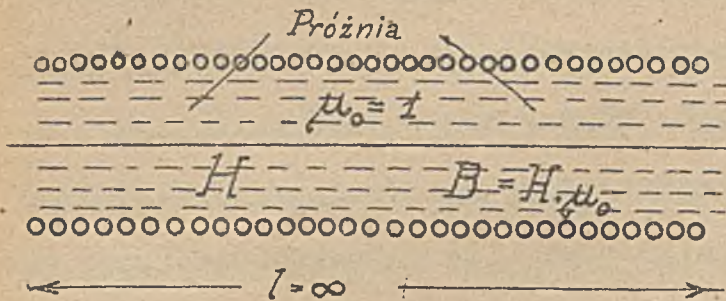
wektor H_m . To znaczenie ma uwaga, wyrażona przy prawie Biota - Savarta, w słowach: Natężenie pola magnetycznego H określone prawem Biota - Savarta, nie zależy od przenikalności μ ośrodka otaczającego strugę prądu, byle ośrodek ten był jednorodny, izotropowy i rozciągał się w nieskończoność i byle μ miało wszędzie jednakową wartość. W ośrodku takim ulegnie tylko μ -krotnemu zwiększeniu (w stosunku do pierwotnej wartości w próżni) wektor B , albowiem w próżni jest

$$\begin{aligned} \text{a w ośrodku} \quad B &= H \cdot \mu_0, & (\mu_0 = 1) \\ B &= H \cdot \mu, & (\mu > 1) \end{aligned}$$

Ośrodek nieskończenie rozległy to fikcja, niemniej jednak ułatwia zrozumienie dalszych przypadków, poucza bowiem, że przez wyeliminowanie jawnych mas polaryzacyjnych ośrodka, można uzyskać niezależność H od rodzaju ośrodka umieszczonego w polu prądów. Wyeliminowanie jawnych mas magnetycznych można uskutecznić przez nadanie ośrodkowi odpowiedniego kształtu.

b) Nieskończenie długi solenoid z nieskończenie długim rdzeniem.

Jawne masy magnetyczne nie wystąpią, gdy w nieskończenie długim solenoidzie, o równomiernie rozłożonych amperozwojach, pomieścimy osiowo nieskończenie długą, jednorodną sztabę ferromagnetyczną (rys.401).



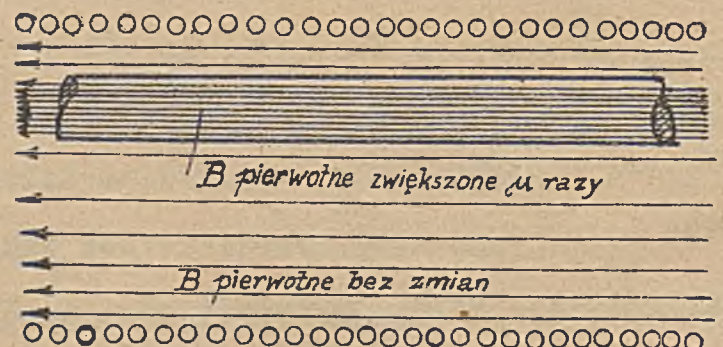
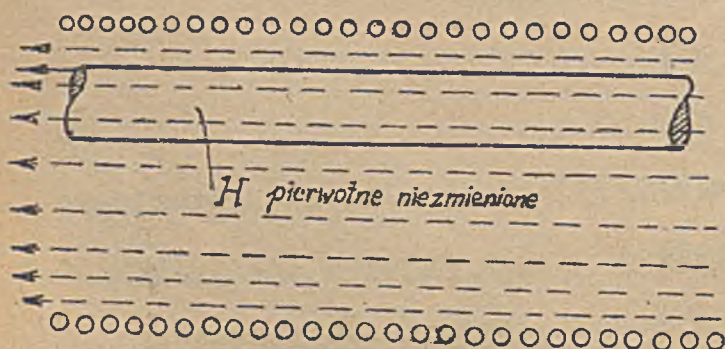
Rys.401. Solenoid próżniowy.

Rys.402. Solenoid z rdzeniem żelaznym.

Zarówno wewnątrz solenoidu próżniowego, jak i wewnątrz solenoidu wypełnionego rdzeniem żelaznym, natężenie pola jest jednakowe i w osi solenoidu wynosi

$$H = 0,4\pi AZ / \text{cm oerstedów}$$

Jedynie tylko wektor B ma różne wartości, a mianowicie w próżniowym solenoidzie jest $B = H \cdot \mu_0$, a w rdzeniowym $B = H \cdot \mu$, czyli indukcja w rdzeniu zwiększyła się μ razy. Rdzeń żelazny o $l = \infty$ pozostaje bez wpływu na H dlatego, bo w skończoności nie powstają w nim żadne jawne masy magnetyczne. Indukcja B doznaje μ -krotnego zwiększenia dzięki powstaniu (wskutek polaryzacji) utajonych mas magnetycznych. - Nie jest koniecznym aby rdzeń żelazny szczelnie wypełniał solenoid o $l = \infty$. Analogiczne do poprzednich wyniki uzyskamy bowiem także, (rys.403 i 404), gdy równoległe do osi solenoidu wstawimy sztabę żelazną o $l = \infty$ a przekroju dowolnie mniejszym od wewnętrznego prześwitu solenoidu.



Rys.403. Sztaba żelazna o $l = \infty$ nie ma żadnego wpływu na natężenie H .

Rys.404. μ -krotne powiększenie B wewnątrz sztaby żelaznej o $l = \infty$.

Z rys. 403 i 404 widać, że wewnątrz sztaby ulegnie zmianie tylko indukcja B. Zewnątrz sztaby, pierwotne natężenie H i pierwotna indukcja B pozostaną bez zmian, czyli są takie same, jak przed włożeniem sztaby. Zarówno ten jak i poprzedni przypadek znajduje uzasadnienie w równaniach zasadniczych

$$H = H_i + H_m, \quad B = B_i + B_m$$

Ponieważ tu $H_m = 0$, bo w nieskończenie długiej sztabie, równomiernie, osiowo namagnesowanej, niema w skończoności jawnych mas magnetycznych, przeto

$$\underline{H = H_i} \dots\dots\dots (92)$$

Dla solenoidu o $l = \infty$ i zawierającego jednorodny ośrodek, możemy położyć

$$B = H + 4\pi J = H + 4\pi \sigma_p$$

(J wektor magnetyzacji, zależny od powstałych w sztabie utajonych mas polaryzacyjnych σ_p ma tu kierunek zgodny z H_i i B).

Dla naszego przypadku ($H = H_i$) i przy uwzględnieniu, że

$$J = \sigma, \quad \text{a} \quad \sigma = \frac{\mu-1}{\mu} \frac{B}{4\pi} \quad (\text{patrz Magnetostatyka})$$

napiżemy zatem

$$B = H_i + 4\pi J = H_i + 4\pi \sigma = H_i + 4\pi \frac{\mu-1}{\mu} \frac{B}{4\pi}$$

skąd wypływa równość

$$\underline{B = H_i \mu} \quad \text{lub} \quad \underline{B = H_i} \dots\dots\dots (93)$$

bo

$$B = H_i + 4\pi \frac{\mu-1}{\mu} \frac{B}{4\pi} = H_i + \frac{\mu-1}{\mu} B, \quad B(1 - \frac{\mu-1}{\mu}) = H_i,$$

$$\frac{B \mu}{\mu} = H_i, \quad B = H_i \mu$$

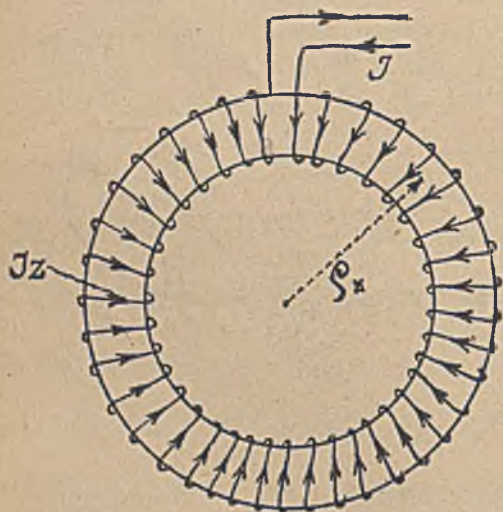
Równania (92) i (93) wyrażają następujące, nader ważne wyniki:

- 1^o W nieskończenie długim rdzeniu żelaznym (ogólnie ferromagnetycznym), pomieszczone osiowo w nieskończenie długim solenoidzie o równomiernie rozłożonych amperozwojach (az), natężenie H wewnątrz rdzenia jest takie same jak gdyby rdzenia wcale nie było, czyli zależy jedynie od prądu (amperozwoji) solenoidu, a nie zależy od materiału sztaby ($H = H_i$).
- 2^o W nieskończenie długiej sztabie ferromagnetycznej, pomieszczonej osiowo w nieskończenie długim solenoidzie, indukcja B jest μ razy większa od natężenia $H = H_i$ wewnątrz sztaby.

Ważność powyższych wyników polega na tem, że umożliwiają one w prosty sposób określenie właściwości ciał ferromagnetycznych H i B . Natężenie H jest równe H_i , zatem da się wyznaczyć wprost z wartości prądu J . Indukcję B wyznaczamy z pomocą działań indukcyjnych (pomiar galwanometrem balistycznym, wagą du Bois lub przyrządem Köpfla - patrz "Pomiary magnetyczne"). Jediną trudność sprawia tylko warunek $l = \infty$, który jednakże zaraz usuniemy, przechodząc z nieskończonej sztaby do skończonego toroidu.

c) Toroid, czyli solenoid pierścieniowy z rdzeniem pierścieniowym.

Nieskończenie długi solenoid i nieskończenie długa sztaba, to nieziszczalna fikcja. Trzeba rozglądać się za takim układem realnym, czyli o wymiarach skończonych, gdzie powyższe związki ($H = H_i$, $B = H_i \mu$) dałyby się jednak utrzymać. Układ taki, niezmiernie ważny teoretycznie i praktycznie, stanowi t.zw. toroid, czyli pierścień ferromagnetyczny, równomiernie uzwojony w sposób podany poprzednio



Rys.405. Toroid.

(patrz str.399). W jednorodnym toroidzie, namagnesowanym równomiernie przez równomiernie rozłożone amperozwoje J_z nie powstają nigdzie jawne masy magnetyczne, zatem i dla toroidu obowiązują znalezione poprzednio równości

$$\underline{H = H_i, \quad B = H \mu \quad \dots\dots(94)}$$

Równania te dają tu te same korzyści co w przypadku sztaby nieskończenie długiej. I w toroidzie więc natężenie pola magnetycznego wewnątrz dowolnego rdzenia

(żelazo, nikiel, drzewo, powietrze) jest równe H_i , czyli ma taką samą wartość jak w pustym (próżniowym) toroidzie. Indukcja B jest μ razy większą od H_i . Gdy zmierzmy $H_i = H$ (przez pomiar prądu J)

$$H = H_i = \frac{0,4\pi \cdot J_z}{2\pi \cdot r_x}$$

oraz B (z pomocą galwanometru balistycznego) możemy określić wartość przenikalności, kładąc

$$\mu = \frac{B}{H}$$

albowiem i tu wektory $H = H_i$ i B padają na siebie.

Teorią toroidu oraz zastosowaniem tej teorii do praktycznych obliczeń, zajmiemy się w dalszym ciągu. Tu musimy zwrócić uwagę, że jeżeli chodzi o badanie właściwości magnetycznych ośrodków ferromagnetycznych (zależność B od H w różnych gatunkach żelaza, w niklu, kobaltie, różnych stopach), to posiłkowanie się toroidem stanowi klasyczną (podstawową) metodę pomiarową. Stosujemy też toroid w badaniach, gdzie chodzi o duży stopień dokładności, więc w badaniach naukowych własności magnetycznych ciał ferromagnetycznych. Zastosowanie toroidu wymaga wycięcia z jednorodnego materiału pierścienia i następnie wykonania na tym pierścieniu dwu uzwojeń, jednego dla prądu magnesującego J , drugiego dla galwanometru balistycznego, celem wyznaczenia B . Uzwojenie toroidu trzeba wykonać ręcznie dla każdej pierścieniowej próbki oddzielnie, co nastęrcza dużo pracy. Gdy chodzi o badanie wielu próbek, korzystniej jest zastosować próbki "otwarte", wtedy bowiem można połączyć się temi samymi uzwojeniami dla wielu próbek. Podstawowym kształtem dla próbek otwartych jest elipsoid.

d) Elipsoid w solenoidzie dostatecznie długim.

Teoretyczne opanowanie układu składającego się z solenoidu i sztabki okrągłej, czworokątnej czy innego kształtu, jest niemożliwe. Jedynym kształtem próbki magnetycznej dopuszczającym ścisłą analizę matematyczno - fizykalną, jest elipsoid. (Bryła, powstająca przy obrocie elipsy w około osi wielkiej - owoid - lub małej - sferoid; szczególną formą elipsoidu jest kula).

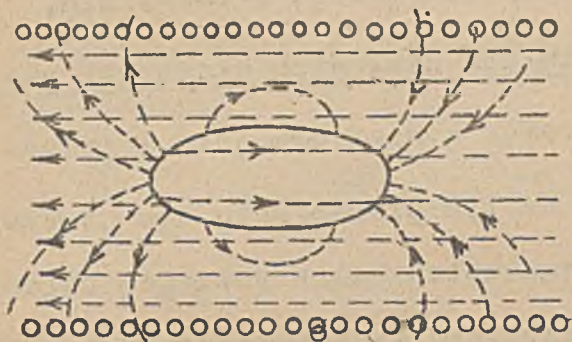
Wewnątrz elipsoidu ułożonego osiowo w jednostajnym polu magnetycznym, ustrój pola magnet. wykazuje również osiowy układ wektorów H i B . (rys. 406 do 409). Jakkolwiek tu (solenoid z elipsoidem osiowo ułożonym) nie zachodzi równość $H_1 = H$, bo z powodu oddziaływania końców elipsoidu jest $H = H_1 - kJ$ (Magnetostatyka), to jednak zastosowanie elipsoidu daje tę wielką korzyść, że wypadkowe wektory H i B mają kierunek wektorów H_1 i B_1 i dadzą się łatwo obliczyć.

Ustrój pola solenoidu pod prądem, zawierającego elipsoid żelazny, okazuje rys. 406, 407 (cechy dynamiczne) i rys. 408, 409 (cechy indukcyjne).

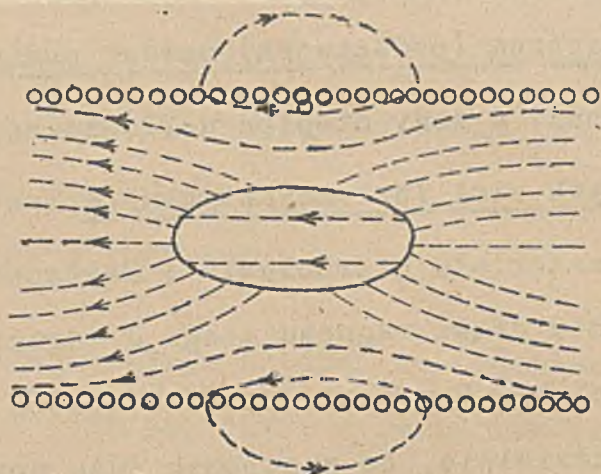
Porównując rys. 407 i 409 z rys. 397 i 399 dla próbki walcowej, widzimy, że wewnątrz elipsoidu zarówno linje H jak linje B przebiegają osiowo, czyli mają

taki kierunek jak w próżni, podczas gdy w próbce walcowej kierunki H i B , szczególnie przy końcach wewnątrz próbki, są różne. Cenna ta właściwość elipsoidu, ugruntowana analizą matematyczną, sprawia, że elipsoid na równi z toroidem uważamy za zasadniczy kształt próbki przeznaczonej do dokładnych badań magnetycznych.

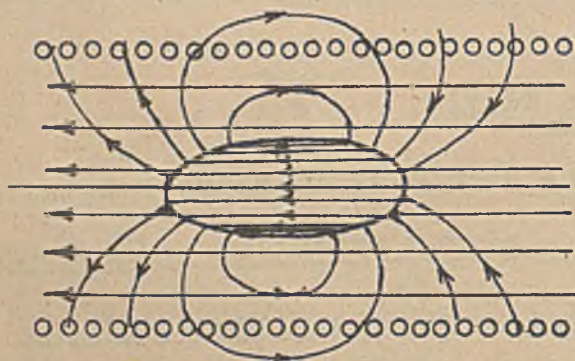
Elipsoidalny rdzeń żelazny w polu solenoidu.



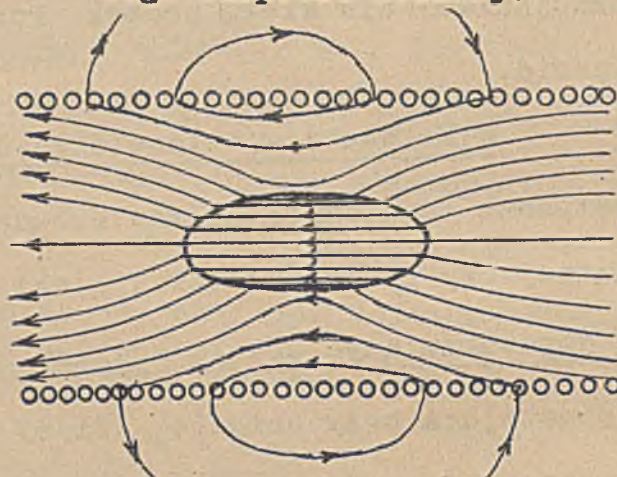
Rys. 406. Składowe charakterystyki cech dynamicznych solenoidu, zawierającego elipsoid żelazny.



Rys. 407. Wypadkowe charakterystyki cech dynamicznych pola solenoidu, zawierającego elipsoid żelazny.



Rys. 408. Składowe charakterystyki cech indukcyjnych solenoidu, zawierającego elipsoid żelazny.



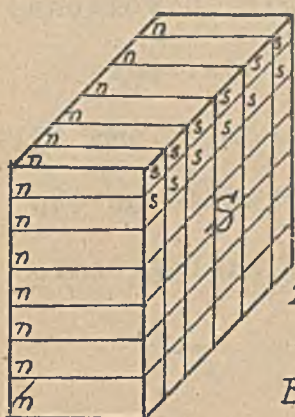
Rys. 409. Wypadkowe charakterystyki cech indukcyjnych pola solenoidu, zawierającego elipsoid żelazny.

Badania takie uskutecznione są w hutach przy nadzorowaniu przebiegu fabrykacji i celem stwierdzenia osiągniętych rezultatów po wyprodukowaniu danego materiału (badanie stali, przeznaczonej na magnesy, żelaza na rdzenie przyrządów i t.p.).

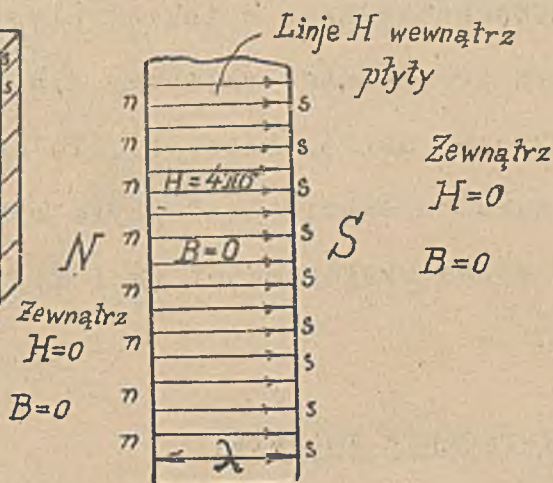
Przy mniej dokładnych pomiarach praktycznych, zastępuje się solenoid próbką walcową o wymiarach ściśle określonych i przystosowanych do odnośnego przyrządu (n.p. w przyrządzie Köpala). W przypadku takim ustala się H i B dla środka próbki. Zastosowanie zamiast próbki pierścieniowej, próbki o kształcie elipsoidu (a także walcowej) wymaga uwzględnienia oddziaływania końców (biegunów jawnych) co uskuteczniamy przez t. zw. ścinanie (Magnetoostetka)

e) Nieskończenie rozległa płyta namagnesowana.

Ustęp o wpływie kształtu ośrodka na ustrój pola magnetycznego byłby nie kompletny, gdybyśmy pominęli w nim rozważania, dotyczące nieskończenie rozległej płyty namagnesowanej. Wyobraźmy sobie, że z jednakowych stałych magnesów idealnych o równych długościach λ i równych masach magnetycznych czołowych ułożyliśmy płaską



Rys. 410.



Rys. 411.

płytę magnetyczną, nieskończenie rozległą (rys. 410, 411).

Zewnątrz takiej płyty jest wszędzie

$$\underline{\underline{H = 0 \quad i \quad B = 0}}$$

bo na zewnątrz działają dwie płaskie, nieskończenie rozległe ściany magnetyczne, z których jedna pokryta jest masą magnetyczną północną, a druga południową.

Wewnątrz nieskończenie rozległej płyty magnetycznej, jest

$$\underline{\underline{H = 4\pi\sigma}} \text{ a wektor } H \text{ ma kierunek } \overline{NS}$$

σ oznacza tu jednostajną wszędzie na powierzchni gęstość jawnej masy magnetycznej powierzchniowej. Wektor indukcji B wyraża się ogólnie relacją

$$B = H + 4\pi J$$

w której J odpowiada gęstości σ jednakowej w omawianym przypadku (idealne magnesy) tak na człach jak i na wewnętrznych przekrojach prostopadłych do osi magnesów.

Ponieważ $J = \sigma$ a wektor J ma kierunek od S do N czyli przeciwny do H, przeto wewnątrz nieskończenie rozległej płyty jednostajnie namagnesowanej musi być

$$B = 0$$

Wynik ten nie może dziwić, już choćby z tego względu, że linje indukcji muszą mieć ciągłość okrężną, skoro zaś zewnątrz płyty jest $B = 0$, to i wewnątrz musi być $B = 0$, inaczej bowiem linje B musiałyby się zaczynać i kończyć na powierzchniach płyty, co w magnetyzmie jest niemożliwe.

Analogiczne wyniki otrzymamy, składając "płytę" z jednakowych solenoidów o nieskończenie małej średnicy, zasilanych tym samym prądem J (rys. 412). Zewnątrz

takiej "płyty" nieskończenie rozległej, niema wcale pola magnetycznego, czyli że wewnątrz niej jest $H = 0$ i $B = 0$, bo każdy solenoid można

zastąpić elementarnym magnesem, o czołowych masach

$$dm = ds \cdot \sigma = \frac{d\Phi}{4\pi}$$

gdzie $d\Phi$ oznacza strumień własny pojedynczego solenoidu.

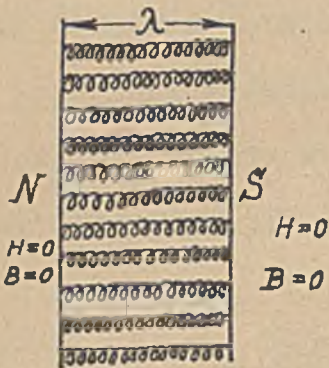
Ustrojem pola magnetycznego w takiej płycie, utworzonej z molekularnych solenoidów, zajmiemy się oddzielnie

(Elektromagnetyczny ustrój materji). Tu nadmieniamy tyl-

ko, że także taka "solenoidalna" płyta wykazuje po obu

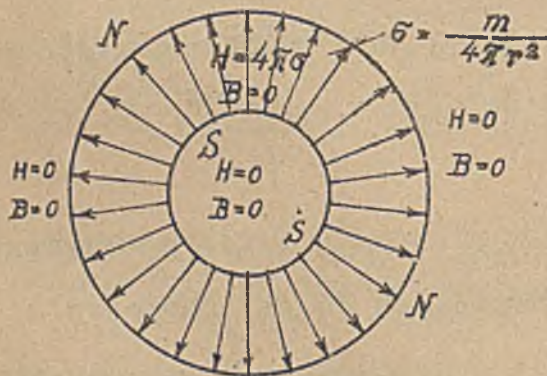
Rys.412.

Płyta z solenoidów. stronach dwie różne biegunowości (N i S), analogicznie jak w przypadku poprzednim rys.411.

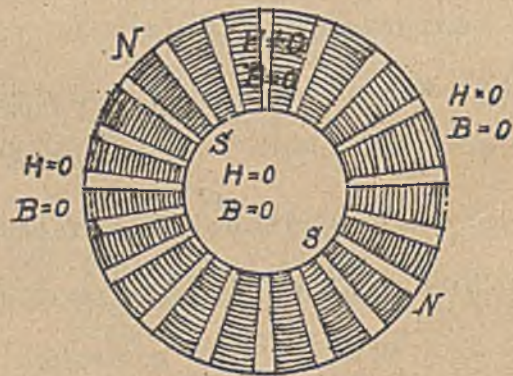


f. Magnetyczna powierzchnia kulista.

Także zewnątrz kulistej powierzchni, namagnesowanej promieniście w ten sposób, że na czołowych ścianach tej powierzchni znajdują się jednakowe masy magnetyczne równomiernie rozłożone, jest wszędzie $H = 0$ i $B = 0$. (Rys.413).



Rys.413. Kulista powierzchnia namagnesowana.



Rys.414. Kulista powierzchnia utworzona z jednakowych solenoidów.

Wewnątrz namagnesowanej materji owej kuli, jest znów

$$H = 4\pi\sigma, \text{ przyczem } \sigma = \frac{m}{4\pi r^2}$$

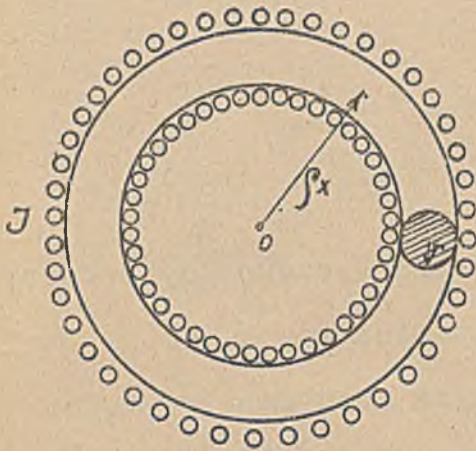
a r oznacza odległość od środka kuli punktu dla którego wyznaczamy H .

Analogiczne wyniki otrzymamy, składając taką powierzchnię kulistą z elementarnych solenoidów, ułożonych promieniście i zasilanych jednakowym prądem stałym (Patrz Elektromagnetyczny ustrój materji) (Rys.414.)

3. Teoria toroidu wypełnionego ośrodkiem.

a) Toroid całkowicie wypełniony ośrodkiem (rys. 415).

Teoria toroidu całkowicie wypełnionego ośrodkiem, jest nader prosta. Gdy ośrodek ten jest jednorodny i izotropowy, nie powstaną w nim nigdzie jawne masy magnetyczne. Powstaną tylko masy utajone o gęstości



$$j = J$$

normalnie do wektora magnetyzacji J .

W każdym punkcie wewnątrz toroidu jest

$$H = H_1 = \frac{0,4\pi \cdot Jz}{2\pi \cdot \rho_x} \dots \dots \dots (95)$$

bo we wzorze ogólnym

$$H = H_1 + H_m$$

Rys. 415.

odpada wektor H_m z powodu braku jawnych mas magnetycznych. Ponieważ indukcja

$$B = B_1 + B_m$$

przyczem $B_1 = H_1 \mu_0$, $\mu_0 = 1$, $B_m = 4\pi \cdot J$, bo $H_m = 0$, przeto

$$B = H_1 + 4\pi \cdot J \dots \dots \dots (96)$$

lub ponieważ według (95) jest $H_1 = H$, a H_1 i J mają te same kierunki, przeto

$$B = H + 4\pi \cdot J \dots \dots \dots (97)$$

Uwaga W podręcznikach elektrotechnicznych operuje się wzorem

$$B = H + 4\pi \cdot J$$

tak jak gdyby to był wzór ogólny. Należy podkreślić, że ogólną ważność ma tylko wzór wektorowy

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + 4\pi \cdot J$$

który w niniejszym podręczniku piszemy w formie

$$B = H + 4\pi \cdot J$$

(suma geometryczna).

Przy dużych wymiarach ρ w stosunku do wymiarów przekroju solenoidu (r) można przyjąć, że $H_1 = H$, obliczone dla punktów leżących na pierścieniowej osi solenoidu, czyli odległych od środka O o ρ

$$H = H_1 = \frac{0,4\pi \cdot Jz}{2\pi \cdot \rho}$$

przedstawia średnią wartość natężenia pola magnetycznego wewnątrz spolaryzowanej materji, wypełniającej wewnątrz toroidu. Dla przypadku takiego możemy napisać

$$H = \frac{0,4\pi \cdot Jz}{l} \dots \dots \dots (98)$$

i położyć $l = 2\pi \rho$.

Jak widać, średnie natężenie H (wzór 98) łatwo określić przez pomiar prądu J . Wyznaczając z pomiaru galwanometrem balistycznym indukcję B mamy określone dwie zasadnicze wielkości toroidu, a mianowicie średnie natężenie H i średnią indukcję B . Z pomocą tych dwu wielkości obliczamy wszystkie dalsze jak następuje:

Magnetyzacja $J = \frac{B - H}{4\pi} \dots\dots\dots (99)$

Przenikalność magnetyczna $\mu = \frac{B}{H} \dots\dots\dots (100)$

Podatność magnetyczna $\kappa = \frac{\mu - 1}{4\pi} \dots\dots\dots (101)$

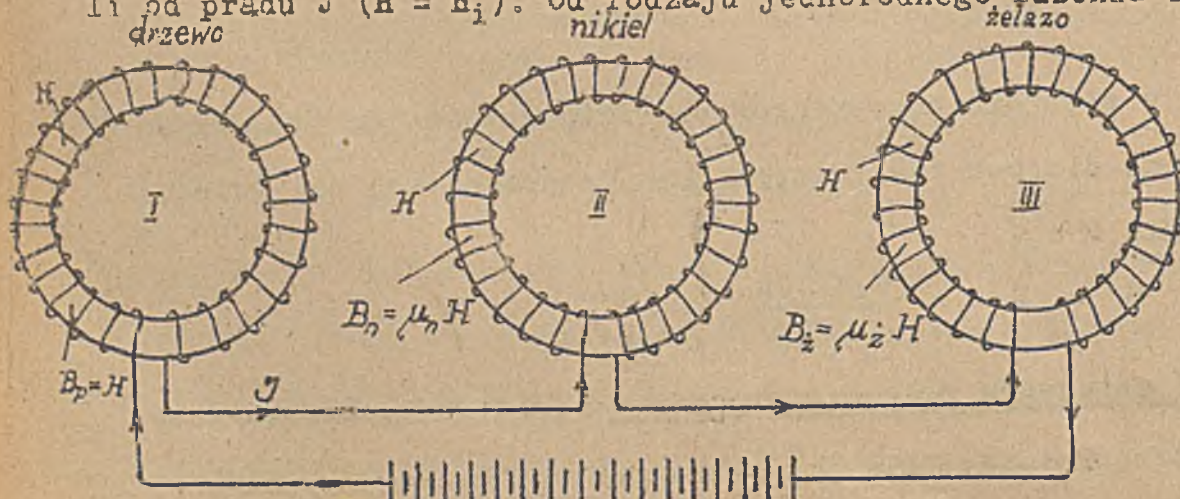
Wzory te określają oczywiście wartość dla J, μ, κ dla wypadku gdy wektory H, J, B mają jednakowe kierunki (o czym się z reguły zapomina).

Wykonując pomiar B dla różnych wartości κ i obliczając dotyczące wartości J, μ, κ możemy skonstruować następnie charakterystyki magnetyczne znane już z Magnetostatyki. Powtarzamy je tu dalej, zwracając uwagę, że najważniejszą z nich jest charakterystyka zależności B od H .

Wzór

$$H = \frac{0,4\pi Jz}{l}$$

poucza, że natężenie pola magnetycznego wewnątrz jednorodnego izotropowego ośrodka wypełniającego toroid, nie zależy wcale od przenikalności μ tego ośrodka. W toroidzie o stałych amperozwojach Jz i rdzeniu drewnianym jest takie same natężenie H jak w jednorodnym rdzeniu żelaznym, niklowym, kobaltowym i t.d. Wypadkowe natężenie H zależy bowiem od prądów (H_i) i od jawnych mas magnetycznych (H_m). Skoro zaś jawne masy w toroidzie nie występują, jest H zależne tylko od amperozwoji Jz , czyli od prądu J ($H = H_i$).

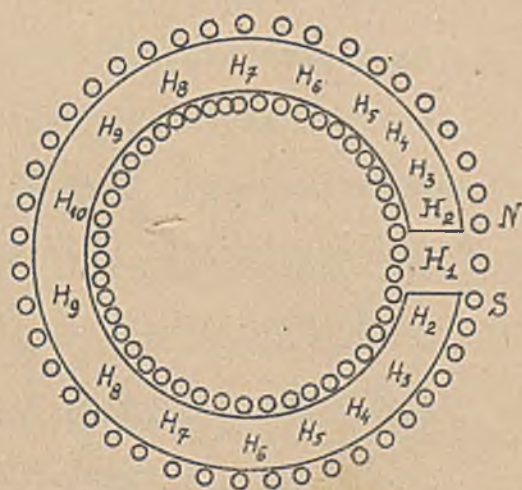


indukcja B . W powietrznym toroidzie jest $B = H$, w niklowym $B = H\mu_n$, w żelaznym $B = H\mu_z$. Natężenie jest w tych rdzeniach przy tych samych amperozwojach jednakowe i określone wzorem (98). (Rys.416).

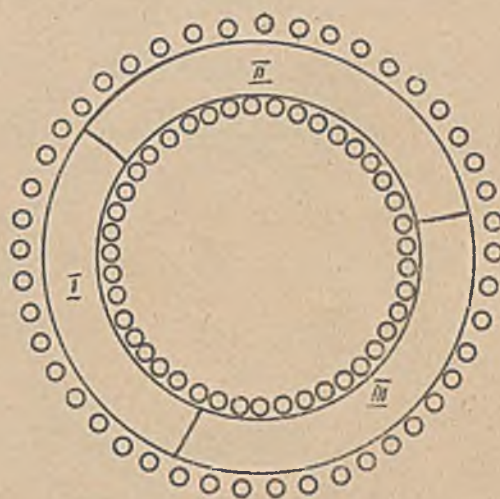
Rys. 416. ($B_p < B_n < B_z$)

b) Toroid częściowo wypełniony ośrodkiem lub toroid o ośrodku
niejednorodnym.

Niezmiernie prosta teoria, obowiązująca dla toroidu całkowicie wypełnionego ośrodkiem, ulega poważnym komplikacjom, gdy założymy, że ośrodek nie wypełnia całego wnętrza toroidu (toroid ze szczeliną powietrzną rys.417) lub gdy przyjmiemy, że rdzeń toroidu składa się z kilku różnych ośrodków, ułożonych szeregowo (rys.418).



Rys.417. Toroid ze szczeliną powietrzną.



Rys.418. Toroid z rdzeniem złożonym z różnych ośrodków I, II, III.

W toroidzie ze szczeliną powietrzną mamy w każdym punkcie wewnątrz rdzenia inne natężenie pola H , albowiem do natężenia H_1 , pochodzącego od amperozwoji, dochodzi jeszcze natężenie H_m , pochodzące od jawnych mas magnetycznych ośrodka.

W rdzeniu ferromagnetycznym, otwartym, powstają jawne masy magnetyczne zarówno na końcach rdzenia, (bieguny N S) jak i wewnątrz rdzenia. Natężenie pola H , które ogólnie jest sumą wektorjalną natężenia H_1 , pochodzącego od amperozwoji, jak i natężenia H_m , pochodzącego od jawnych mas magnetycznych, przedstawia więc ogólnie wypadkowy wektor określony wzorem

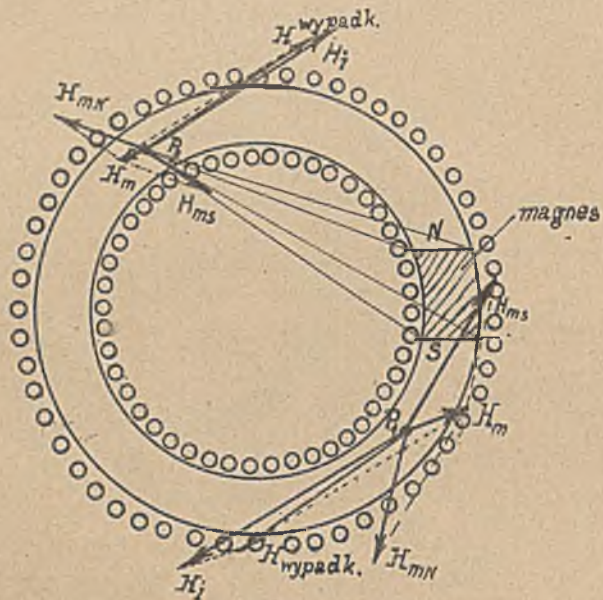
$$H = H_1 \ddagger H_m$$

który, ze względu na to, że tu $H_m \neq 0$ nie może być równy H_1 , jak w przypadku rdzenia zamkniętego. Największe natężenie pola magnetycznego H występuje między końcami (biegunami) rdzenia (H_1) na rys.417, bo w szczelinie powietrznej wektory H_1 i H_m mają zgodne kierunki, a przytem H_m w szczelinie ma największą wartość. Najmniejsze wartości ma natężenie H wewnątrz rdzenia, tuż przy biegunach (H_2), bo tam najmniej występuje oddziaływanie odnośnego bieguna. W miarę zbliżania się do części

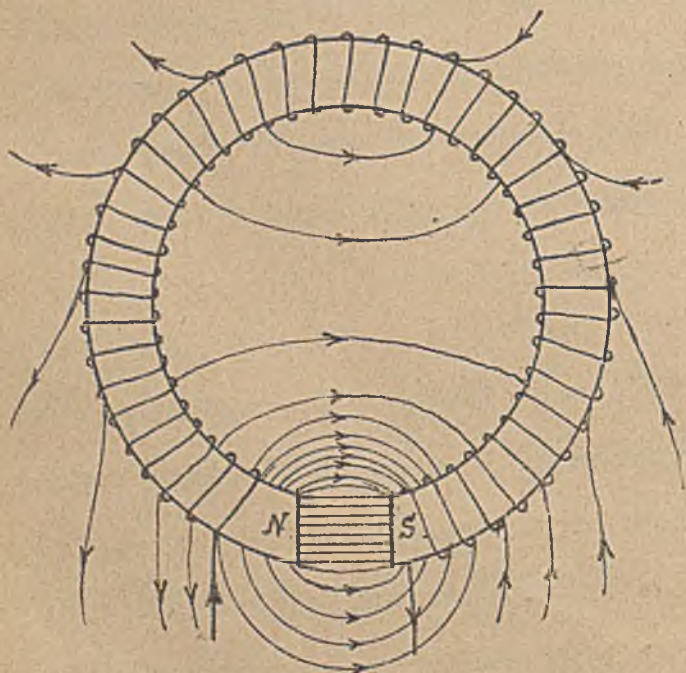
rdzenia, przeciwległej szczeliny powietrznej, H rośnie

$$H_1 > H_{10} > H_9 > H_8 > H_7 > H_6 > H_5 > H_4 > H_3 > H_2$$

Im dalej bowiem od szczeliny, tem mniejszy jest wpływ oddziaływania biegunów rdzenia. Natężenie H_9 po przeciwległej stronie szczeliny jest niewiele mniejsze od natężenia H_i , pochodzącego w tem miejscu od samych amperozwoji.



Rys. 419



Rys.420. Pole magnetyczne toroidu rozciętego.

Pole toroidu z ferromagnetycznym rdzeniem otwartym, odpowiada w przybliżeniu co do wartości H polu, jakie otrzymalibyśmy zakładając, że w pustym toroidzie umieszczony jest magnes o wymiarach równych szczelinie powietrznej i o masach magnetycznych równych masom znajdującym się na końcach (biegunach) otwartego rdzenia (rys.419). Na rys.419 oznacza H_{mN} natężenie pola, pochodzące od bieguna północnego a

H_{mS} natężenie, pochodzące od bieguna południowego rdzenia ferromagnetycznego. Wektor H_m odpowiada natężeniu wypadkowemu, pochodzącemu od obu biegunów. Wektor H_i przedstawia natężenie pola, pochodzącego od amperozwoji, a H jest wypadkowym wektorem natężenia, w myśl ogólnego wzoru

$$H = H_i + H_m$$

Już w przypadku rdzenia ze szczeliną powietrzną obliczenie natężeń H i indukcji B napotyka na bardzo duże trudności.

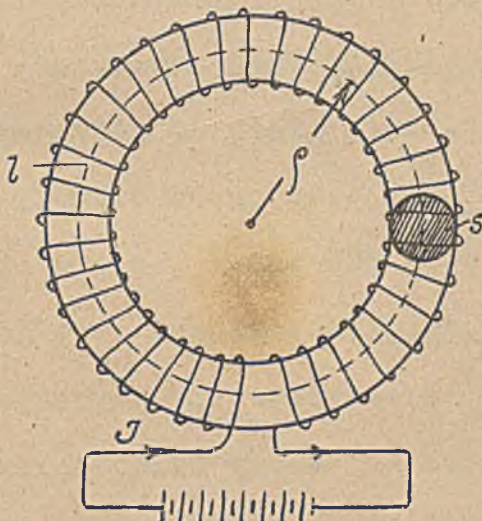
Albowiem pole magnetyczne toroidu z rdzeniem rozciętym rozpościera się teoretycz= nie do nieskończoności i ma ustrój dość skomplikowany (rys.420).

W przypadku gdy rdzeń składa się z wielu różnych części (rys.418), ścisłe teo= retyczne wyznaczenie wektorów H i B jest zgoła niemożliwe. Poza bowiem jawnymi masami na czołach różnych części rdzenia występują jawne masy magnetyczne także i wewnątrz tych części (jawne masy wewnętrzne). W praktyce jednak największe zna= czenie mają właśnie takie zespoły elektromagnetyczne, w których amperozwoje dzia= łają na rdzenie złożone z części o różnych własnościach magnetycznych i posiadają= cych w różnych miejscach szczeliny powietrzne.

Celem opanowania tych układów wprowadzili praktycy pojęcie t.zw. obwodu magne= tycznego i upodobnili go przez analogję z obwodem elektrycznym prądu.

4.Obwód magnetyczny, jako analogja z obwodem elektrycznym.

Dla toroidu wypełnionego jednorodnym rdzeniem o przenikalności μ (rys.421) mo= żemy w myśl poprzednich dociekań wypisać nastę= pujące wzory



$$H = \frac{0,4\pi Jz}{l}$$

$$l = 2\pi \cdot \rho$$

$$\Phi = B \cdot s = H \cdot \mu \cdot s = \frac{0,4\pi Jz}{l} \cdot \mu s$$

Strumień magnetyczny toroidu określony wzorem

$$\Phi = \frac{0,4\pi Jz}{l} \cdot \mu s \dots\dots\dots(102)$$

nie doznaje praktycznie wielkiej zmiany, gdy amperozwoje Jz skupimy w jednym miejscu rdze= nia (rys.422). I w takim przypadku bowiem prze= ważna ilość linii magnetycznych przechodzi

Rys.421.

przez wnętrze rdzenia o dużej przenikalności μ . W odniesieniu jednak do rys.422.. wzór 102 nasuwa analogję z wzorem

$$J = \frac{E}{R_c}$$

dla koła prądu (rys.423.) w którym E oznacza SEM-czną, J natężenie prądu a

$$R = \frac{l}{q \cdot \sigma}$$

całkowity opór koła prądu.

Przez analogję z kołem prądu, możemy położyć

$$\Phi = \frac{N}{S} \dots\dots\dots(103)$$

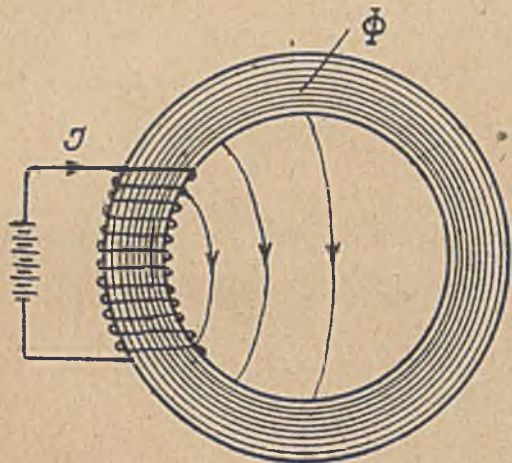
i nazwać

$$N = 0,4 \pi \cdot Jz \dots\dots\dots(104)$$

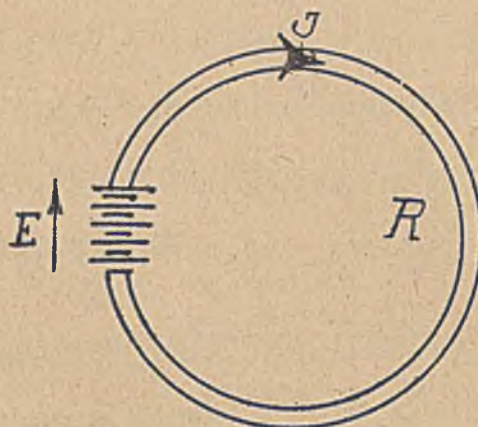
siłą magnetomotoryczną (skrót S M M), a

$$S = \frac{l}{S \cdot \mu} \dots\dots\dots(105)$$

oporem magnetycznym.



Rys.422.

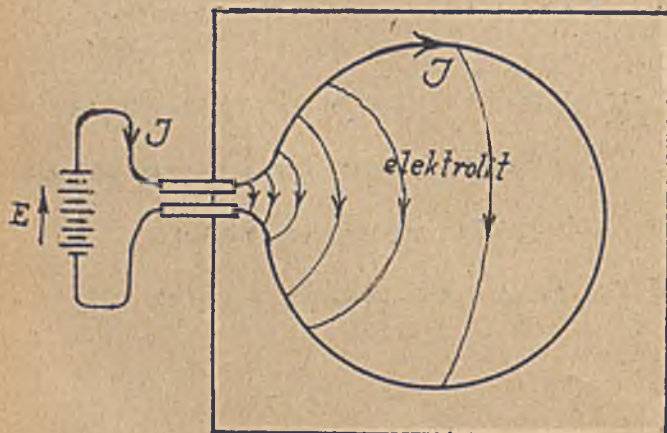


Rys.423.

W analogji takiej, strumień Φ przenikający całe koło magnetyczne, utworzone z rdzenia o przenikalności μ , upodobniony jest do natężenia prądu J , płynącego w kole o oporze R . Wartość strumienia Φ zależy tu od S M M i od oporu magnetycznego S , podobnie, jak wartość natężenia prądu J zależy od SEM-cznej i oporu omowego R . Przenikalność μ spełnia tu w obwodzie magnetycznym analogiczną rolę jak

przewodność γ w obwodzie elektrycznym, przekrój s rdzenia, który przenika strumień Φ odpowiada w kole prądu przekrojo-
wi q przewodnika wiodącego prąd J .

Wprowadzcie w kole magnetycznym część li-
nij magnetycznych odbacza się i przecho-
dzi przez powietrze, jednakże i w tym
względzie możemy mieć analogję z obwodem
elektrycznym, jeżeli wyobrazimy sobie,
że przewodnik o dużej przewodności γ



Rys.424.

umieszczono w elektrolicie (rys.424). Przy małej przewodności γ elektrolitu, natężenie prądu J w przewodniku będzie niewiele różne od wartości J , jaka będzie gdy obwód elektryczny znajduje się w powietrzu. Jeżeli więc chodzi o rachunek przybliżony, można, przy dużych wartościach γ (dobre przewodniki) położyć i dla przypadku gdy przewodnik znajduje się w elektrolicie (o małej przewodności)

$$J \approx \frac{E}{R}$$

gdzie R oznacza opór całego koła prądu bez uwzględnienia elektrolitu. Linje magnetyczne, przenikające przez powietrze (rys.422) stanowią strumień rozprószony, który uwzględnimy dalej w formie spółczynników rozprószania; na razie zaś wzór

$$\Phi = \frac{N}{S} = \frac{S M M}{\text{Opór magnetyczny}} \dots\dots\dots (106)$$

uważać będziemy za punkt wyjścia do wyprowadzenia dalszych wzorów wspartych na analogji z obwodami elektrycznymi.

5. Prawa obwodu magnetycznego.

Korzystając z analogji między kołem magnetycznym a kołem prądu przystosowujemy do obliczeń elektromagnetycznych prawo Ohma i prawa Kirchhoffa.

A. Magnetyczne prawo Ohma.

Oznacza

$$S_1 = \frac{l_1}{\mu_1 S_1}, \quad S_2 = \frac{l_2}{\mu_2 S_2} \dots\dots S_n = \frac{l_n}{\mu_n S_n}$$

opory magnetyczne szeregowo ułożonych ośrodków przez które przenika strumień magnetyczny Φ , wytworzony przez SMM-czną

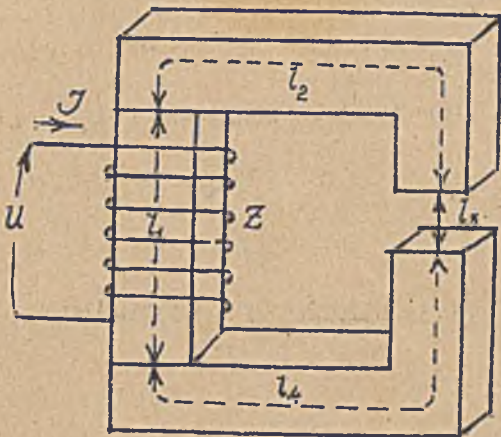
$$H = 0,4 \pi Jz$$

to posługując się analogją z obwodem elektrycznym, możemy położyć

$$\Phi = \frac{H}{S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n} \dots\dots (107)$$

W odniesieniu do rys.425, napiszemy więc

$$\Phi = \frac{0,4 \pi Jz}{\frac{l_1}{\mu_1 S_1} + \frac{l_2}{\mu_2 S_2} + \frac{l_3}{\mu_3 S_3} + \frac{l_4}{\mu_4 S_4}} \dots\dots (108)$$



Rys.425.

lub

$$Jz = \frac{\Phi}{0,4 \pi} (S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n) \dots\dots\dots (109)$$

Ostatnie równanie (109) wyraża ile amperozwoji potrzeba na wytworzenie strumienia Φ w kole magnetycznym, złożonym z szeregowo ułożonych części o oporach magnetycznych $S_1 S_2 S_3 \dots S_n$. Uwzględniając w (109) że $1/0,4\pi \approx 0,8$ oraz, że

$$\Phi = B \cdot s, \text{ że zatem } \Phi S = B \cdot s \frac{l}{\mu_B} = \frac{B}{\mu} l = H \cdot l$$

możemy napisać

$$\underline{J_z = 0,8 (H_1 l_1 + H_2 l_2 + \dots + H_n l_n) \dots \dots \dots (110)}$$

(J w amp, H w oerstedach, l w cm).

W równaniu (110) wyrażonem w formie sumy

$$J_z = 0,8 H_1 l_1 + 0,8 H_2 l_2 + \dots + 0,8 H_n l_n$$

iloczynny $0,8 H l$ odpowiadają widocznie liczbie amperozwoji potrzebnej na "przepędzenie" strumienia Φ przez ośrodek o długości l . Iloczyn $0,8 H$ odpowiada zatem liczbie amperozwoji na cm długości drogi strumienia. Praktyczni elektrotechnicy posiłkują się tą interpretacją i nawet w charakterystykach magnetycznych wypisują na osi H obok wartości H jeszcze także wartości amperozwoji na cm (az/cm). Skalę w az/cm uzyskuje się przez pomnożenie skali H przez 0,8.

Równanie (110) ma nader ważne znaczenie praktyczne, umożliwia bowiem obliczenie ilości amperozwoji J_z potrzebnych do wytworzenia strumienia Φ przenikającego obwód magnetyczny, złożony z szeregowo ułożonych ośrodków o długościach l (w cm). Długości l dane są w wymiarach koła magnetycznego, które konstruujemy dla pewnych, z góry wiadomych celów. Wiadome są także przekroje s (w cm^2) poszczególnych części koła magnetycznego, dobieramy je bowiem odpowiednio do wartości strumienia Φ , który ma być w owym kole magnetycznym wytworzony.

Dzieląc Φ przez odnośne przekroje $s_1 s_2 \dots s_n$ (w cm^2)- otrzymujemy wartości indukcji

$$B_1 = \frac{\Phi}{s_1}, \quad B_2 = \frac{\Phi}{s_2} \dots \dots B_n = \frac{\Phi}{s_n}$$

Dla indukcji tych znajdujemy z pomocą charakterystyk magnetycznych przynależne wartości natężeń

$$H_1 \quad H_2 \quad \dots \quad H_n$$

Wartości te wstawione we wzór (110) łącznie z długościami l (w cm) pomnożone przez czynnik 0,8 dają ilość amperozwoji J_z potrzebną na wytworzenie żadanego strumienia Φ . (Patrz dalej przykłady).

Ze względu na rozprószenie magnetyczne obliczoną ilość amperozwoji zwiększamy nieco, mnożąc ją przez współczynnik rozprószenia σ , o czym dalej.

W tak prosty sposób dochodzimy, dzięki analogji koła magnetycznego z kołem prądu, do wyniku w przypadkach, które wymykają się z pod ścisłego teoretycznego obliczenia. Nie należy jednak sądzić, że magnetyczne prawo Ohma ma równe znaczenie teoretyczne jak prawo Ohma w obwodach elektrycznych. W zastosowaniu do przypadków z jakimi mamy do czynienia w praktyce, analogja powyższa daje wprawdzie dość dokładne wartości Jz , niemniej jednak magnetyczne prawo Ohma jest tylko regułą obliczeniową, a nie żadnym prawem. Nie należy sądzić, że da się ono zastosować w dowolnych przypadkach. Przy bardzo wielkich oporach magnetycznych (S) wypadają dla Jz wartości za małe, ze względu na duże rozprószenie magnetyczne.

B. Magnetyczne prawa Kirchhoffa.

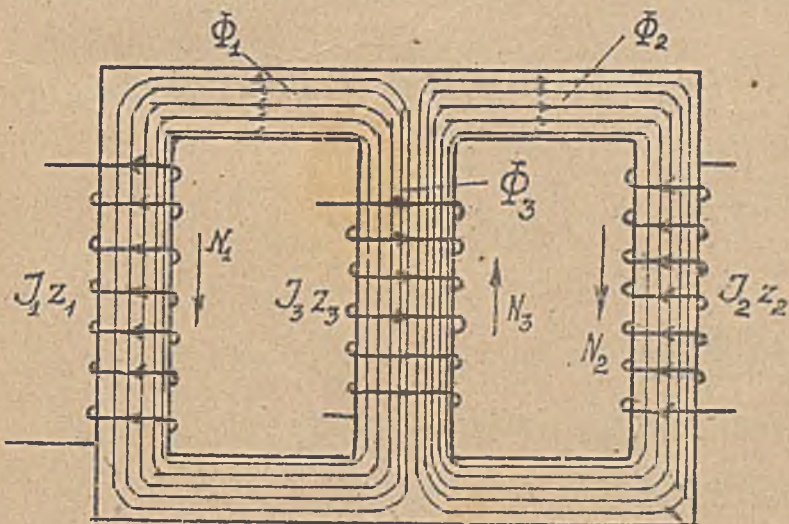
Posiłkując się analogjami między obwodami magnetycznymi a elektrycznymi, możemy przystosować do obliczeń magnetycznych także prawa Kirchhoffa.

Linje indukcji są zawsze zamknięte. Strumień indukcji (Φ) przedstawia prak-

tycznie ilość linii indukcji, przechodzących przez przekrój pola s dla którego Φ wyznaczamy. Jeżeli więc w pewnych częściach obwodu magnetycznego schodzi się kilka strumieni ($\Phi_1 \Phi_2 \Phi_3$ rys.426), musi być

$$\underline{\sum (\Phi) = 0 \dots\dots (111)}$$

wzór (111) naśladujący I. Prawo Kirchhoffa w obwodach elektrycznych nazwiemy tu, odnośnie do obwodów



Rys.426. Obwód magnetyczny rozgałęziony.

magnetycznych I-szem prawem Kirchhoffa. Wyraża ono, że suma algebraiczna strumieni schodzących się w "węźle magnetycznym" jest równa zeru.

Kładąc analogicznie do II-go prawa Kirchhoffa w obwodach elektrycznych

$$\underline{\sum (\Phi s) = \sum (N) \dots\dots\dots (112)}$$

otrzymamy II-gie prawo Kirchhoffa dla obwodów magnetycznych. Wyraża ono, że suma algebraiczna iloczynów strumieni i oporów magnetycznych, obliczona dla dowolnego, zamkniętego koła magnetycznego, jest równa sumie algebraicznej sił magnetomotorycznych. Oba te "prawa" są oczywiście ważne jedynie w przybliżeniu, t.zn. wyrażają jedynie reguły obliczeniowe, zależne w wysokim stopniu od rozprószeń magnetycznych w obwodzie magnetycznym. Niemniej jednak reguły te mogą być w wielu przypadkach praktycznych z korzyścią stosowane.

Dla górnego "węzła" obwodu magnetycznego na rys.426 napiszemy n.p.

$$-\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 = 0 \quad (\text{I-sze prawo Kirchhoffa})$$

$$\Phi_1 S_1 + \Phi_3 S_3 = 0,4\pi J_1 z_1 + 0,4\pi J_3 z_3$$

(II-gie prawo Kirchhoffa)

$$\Phi_3 S_3 + \Phi_2 S_2 = 0,4\pi J_3 z_3 + 0,4\pi J_2 z_2$$

Strumienie Φ skierowane ku "węzłowi magnetycznemu" wstawiamy w I-szem prawie Kirchhoffa ze znakiem dodatnim, skierowane przeciwnie, ze znakiem ujemnym. W równaniach ustawionych według II-go prawa Kirchhoffa, amperozwoje działające w kierunku linii odnośnego strumienia Φ uważamy za ~~SMM~~-czną (N) o kierunku strumienia, amperozwoje przeciwnie działające za ~~SMM~~-czną o kierunku przeciwnym do strumienia (strzałki N na rys.426 !).

Równania ustawiane według II-go prawa Kirchhoffa możemy przekształcić. Uwzględniając mianowicie, że

$$\Phi = B \cdot s, \quad \text{ i że } \Phi S = B \cdot s \frac{l}{\mu s} = \frac{B}{\mu} l = H \cdot l$$

możemy je napisać w formie równości

$$\underline{\sum (H l)} = 0,4\pi \sum J z \quad \dots\dots\dots (113)$$

W tej formie przypominają równania Kirchhoffa prawo Maxwella

$$\oint H \cdot dl = 0,4\pi \sum J z^{(A)}$$

w którym całka okrężna zastąpiona jest sumą $\sum H \cdot l$

Dla układu przedstawionego na rys.426 napiszemy n.p. według 113

$$H_1 l_1 + H_3 l_3 = 0,4\pi J_1 z_1 + 0,4\pi J_3 z_3$$

$$H_3 l_3 + H_2 l_2 = 0,4\pi J_3 z_3 + 0,4\pi J_2 z_2$$

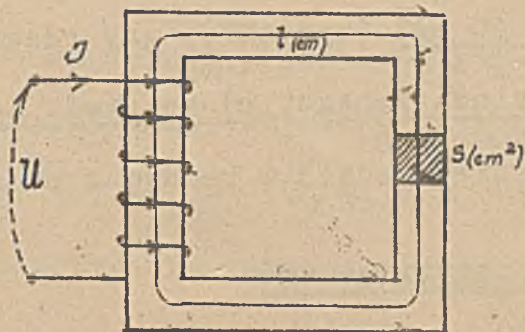
$$H_1 l_1 - H_2 l_2 = 0,4\pi J_1 z_1 - 0,4\pi J_2 z_2$$

6. Zastosowanie magnetycznego prawa Ohma do obliczeń praktycznych.

Korzystając z magnetycznego prawa Ohma przeprowadzamy obliczenia obwodów magnetycznych jak następuje:

a) Koło magnetyczne z jednorodnego materiału, o stałym przekroju (s) (rys.427)

$$\Phi = \frac{0,4\pi \cdot Jz}{\mu B}, \quad B = \mu \cdot H, \quad \Phi = B \cdot s$$



Obliczenie możemy przeprowadzić zarówno szukając Φ dla danego Jz, albo szukając Jz dla danego Φ . Według prawa powyższego jest bowiem

$$0,4\pi \cdot Jz = \Phi \frac{l}{\mu B} = \frac{B}{\mu} l = H \cdot l, \quad \text{czyli}$$

$$H = \frac{0,4\pi Jz}{l}$$

Rys.427.

Mając więc dane Jz, obliczamy H, następnie

z charakterystyk magnetycznych wyznaczamy B, poczem obliczamy

$$\Phi = B \cdot s$$

Odwrotnie, gdy dane jest Φ , a szukamy Jz, obliczamy

$$B = \frac{\Phi}{s}$$

z charakterystyk magnetycznych wyznaczamy H, poczem obliczamy

$$Jz = \frac{1}{0,4\pi} H \cdot l \approx 0,8 H \cdot l$$

$$Jz \approx 0,8 H \cdot l \text{ cm amperozwoji}$$

Oba te obliczenia opierają się na założeniach, że przekrój s jest jednakowy na całej długości strumienia (l) i że natężenie pola magnetycznego H jest tu określone taką samą relacją, jak dla pierścienia uzwojonego na całym obwodzie. Abstrahujemy tu więc od rozprószczenia magnetycznego i od wpływu kształtu toru na wartość strumienia Φ . Wynik otrzymany przy takich założeniach nie będzie całkowicie zgodny z wartościami faktycznymi, czyli zmierzonymi doświadczalnie. Praktycznie otrzymujemy mianowicie przy danych amperozwojach mniejszy strumień (Φ) niż wypadło z obliczenia, a przy danym strumieniu (Φ) za małą ilość amperozwoji, t.zn., że obliczona ilość amperozwoji (Jz) nie wystarcza praktycznie do wytworzenia danego Φ . Uwzględniamy tę niezgodność, wprowadzając tak zwany spółczynnik rozprószczenia, o czym dalej.

W powyższym przykładzie możliwe było obliczenie zarówno Φ jak Jz; tak jest tylko w przypadku jednorodnego rdzenia. Na ogół obliczamy Jz, natomiast obliczenie Φ napotyka na niepokonane trudności.

Przykłady liczbowe.

- 1) Obliczyć ilość amperozwoji, potrzebną na wytworzenie strumienia

$$\Phi = 100\ 000 \text{ cgs czyli maxwelli}$$

w rdzeniu o długości $l = 50 \text{ cm}$, przekroju $s = 10 \text{ cm}^2$ (rys. 427), gdy rdzeń ten sporządzony jest a) z żelaza miękiego, b) z żelaza lanego, c) ze stali lanej.

Przy danym przekroju $s = 10 \text{ cm}^2$ indukcja B będzie wynosić w każdym z podanych rdzeni

$$B = \frac{\Phi}{s} = \frac{100\ 000}{10} = \underline{10\ 000 \text{ cgs, czyli gaussów}}$$

Wartości tej odpowiadają, według charakterystyk magnetycznych (tablice) następujące wartości natężeń magnetycznych H:

a) dla żelaza miękiego $H_z = \underline{4,8}$

b) dla żelaza lanego $H_m = \underline{170}$

c) dla stali lanej $H_s = \underline{9,9}$

Do wytworzenia strumienia $\Phi = 100\ 000 \text{ cgs}$ (maxwelli) potrzeba więc

- a) W przypadku rdzenia z żelaza miękiego

$$Jz = 0,8 H_z l = 0,8 \cdot 4,8 \cdot 50 = \underline{192 \text{ amperozwoji}}$$

- b) W przypadku rdzenia z żelaza lanego

$$Jz = 0,8 H_l l = 0,8 \cdot 170 \cdot 50 = \underline{6800 \text{ amperozwoji}}$$

- c) W przypadku rdzenia ze stali lanej

$$Jz = 0,8 H_s l = 0,8 \cdot 9,9 \cdot 50 = \underline{396 \text{ amperozwoji}}$$

Na przykładzie tym widzimy wpływ rodzaju ośrodka na ilość amperozwoji, potrzebną do wzniesienia żadanego strumienia Φ . Im mniejszą jest przenikalność μ ośrodka tem więcej potrzeba amperozwoji na wzniesienie w nim takiego samego strumienia indukcji.

- 2) Obliczyć liczbę amperozwoji dla poprzedniego przykładu, przyjmując dla rdzeni dwa razy większy przekrój s, czyli $s = 20 \text{ cm}^2$.

Przy $s = 20 \text{ cm}^2$ będzie

$$B = \frac{\Phi}{s} = \frac{100\ 000}{20} = \underline{5\ 000 \text{ gaussów.}}$$

Wartości tej indukcji $B = 5\ 000$ gaussów, odpowiadają według charakterystyk magnetycznych (tablice) następujące wartości natężeń magnetycznych H :

a) dla żelaza miękiego $H_z = \underline{1,1}$

b) dla żelaza lanego $H_m = \underline{24}$

c) dla stali lanej $H_s = \underline{2,7}$

Do wytworzenia strumienia $\Phi = 100\ 000$ cgs (maxwelli) potrzeba więc

a) W przypadku rdzenia z żelaza miękiego

$$Jz = 0,8 H_z \cdot l = 0,8 \cdot 1,1 \cdot 50 = \underline{44 \text{ amperozwoji}}$$

b) W przypadku rdzenia z żelaza lanego

$$Jz = 0,8 H_m \cdot l = 0,8 \cdot 24 \cdot 50 = \underline{960 \text{ amperozwoji}}$$

c) W przypadku rdzenia ze stali lanej

$$Jz = 0,8 H_s \cdot l = 0,8 \cdot 2,7 \cdot 50 = \underline{108 \text{ amperozwoji}}$$

Porównując otrzymane tu wartości amperozwoji z poprzednio obliczonymi dla $s = 10 \text{ cm}^2$ widzimy duże różnice, szczególnie odnośnie do rdzenia z żelaza lanego. Wytworzenie strumienia $\Phi = 100\ 000$ cgs w rdzeniu z żelaza lanego o przekroju $s = 10 \text{ cm}^2$ i długości $l = 50 \text{ cm}$, wymaga (bez uwzględnienia rozpróśnienia) aż 960 amperozwoji, podczas gdy do wytworzenia tego samego strumienia w rdzeniu o tej samej długości ale o 2 razy większym przekroju ($s = 20 \text{ cm}^2$) potrzeba tylko 108 amperozwoji. Stąd nauka, że w rdzeniach o małych przenikalnościach należy dopuszczać niewielkie indukcje B , czyli, że rdzeniom takim należy dawać duże przekroje.

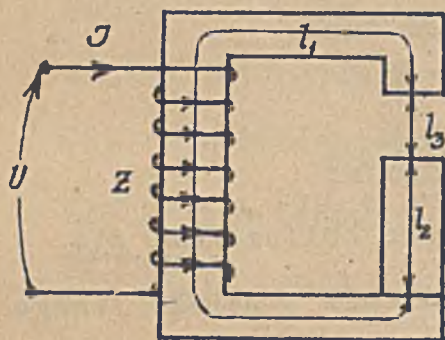
Żelazo lane stosujemy dla części obwodu magnetycznego o skomplikowanych formach, które wymagają sporządzenia odlewu. Części te muszą mieć kilkakrotnie większe przekroje, od części sporządzonych z żelaza miękiego, przez które przechodzi identyczny strumień.

W przypadkach gdzie chodzi o lekkość lub gdzie pożądane są małe wymiary przy skomplikowanych kształtach, nie pozwalających na zastosowanie żelaza miękiego, stosuje się stal laną. Przegląd krzywych magnesowania, jakoteż poprzednie obliczenia przekonują, że stal lana i żelazo miękkie są magnetycznie (odnośnie do potrzebnych dla danego Φ amperozwoji) prawie równoważne.

Nie należy jednak stosować stali lanej tam, gdzie rdzeń ulega przemagnesowywaniu, ze względu na duże straty histerezy. (Równanie dla obwodów prądów zmiennych sporządza się zawsze z blach wykonanych z żelaza miękkiego, względnie specjalnego t.zw. aliazowego).

Rozważania powyższe pouczają, że w kole magnetycznym, złożonym z rdzeni sporządzonych z różnych materiałów, należy dla każdego rdzenia dobrać odpowiednio taki przekrój (s), aby "przepędzenie" przez niego strumienia Φ mogło być dokonane przy umiarkowanej liczbie amperozwoji. Odnośne obliczenie okazuje następujący przykład liczbowy.

b) Koło magnetyczne niejednorodne (złożone z różnych części) (rys.428).



Stosując tu prawo Ohma, dla 3-szeregowo ułożonych oporów magnetycznych, napiszemy

$$\Phi = \frac{0,4 \pi Jz}{\frac{l_1}{\mu_1 B_1} + \frac{l_2}{\mu_2 B_2} + \frac{l_3}{\mu_3 B_3}}$$

Obliczenie dla danych Jz jest tu niemożliwe, bo wartości μ_1, μ_2, μ_3 są nieznane i zależą od wartości B_1, B_2, B_3 , których nie znamy.

Możliwe jest natomiast obliczenie Jz dla dane-

Rys.428.

go Φ , w myśl wzoru

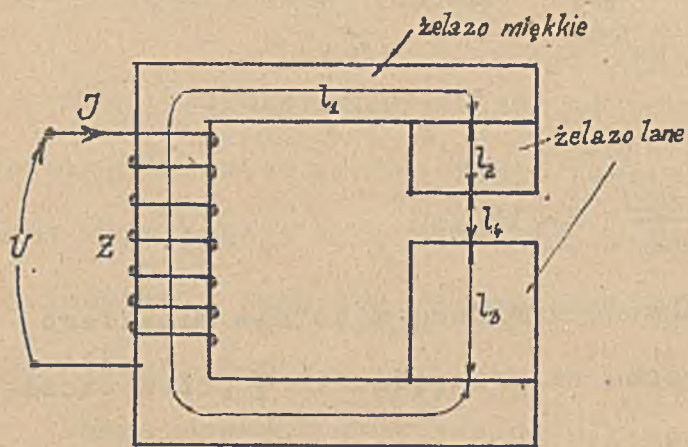
$$0,4 \pi Jz = \Phi \frac{l_1}{\mu_1 B_1} + \Phi \frac{l_2}{\mu_2 B_2} + \Phi \frac{l_3}{\mu_3 B_3}$$

$$\underline{Jz = 0,8 H_1 l_1 + 0,8 H_2 l_2 + 0,8 H_3 l_3}$$

Wzory te opierają się na założeniu, że strumień Φ przechodzi w całości przez przekroje s_1, s_2, s_3 , to znaczy, że w rozważanym kole magnetycznym niema rozprószania. Warunek ten nie jest wprawdzie spełniony, ale rozprószanie magnetyczne uwzględnimy dalej przez pomnożenie otrzymanych z obliczenia amperozwoji przez współczynnik rozprószania σ (o czym dalej).

Jako przekrój szczeliny powietrznej s przyjmujemy się powierzchnię końcówek ostroka, ograniczających szczelinę, jednakże tylko w przypadku, gdy końcówki te mają jednakowe powierzchnie, i gdy długość szczeliny powietrznej (l) jest mała (kilka mm). Dla innych przypadków obliczenie ilości amperozwoji potrzebnych na przepędzenie strumienia Φ przez szczelinę powietrzną trzeba uskutecznić według wzorów specjalnych podanych. (Szczelina powietrzna).

Przykład liczbowy. Obliczyć liczbę amperozwoji J_z , dla przedstawionego na rys.



Rys. 429.

429 obwodu magnetycznego, w którym

$$\Phi = 100\,000 \text{ cgs,}$$

$$l_1 = 60 \text{ cm, } l_2 + l_3 = 20 \text{ cm, } l_4 = 2 \text{ cm}$$

$$S_1 = 10 \text{ cm}^2, \quad S_2 = 25 \text{ cm}^2, \quad S_4 = 25 \text{ cm}^2$$

$$B_1 = \frac{\Phi}{S_1} = \frac{100\,000}{10} = 10\,000 \text{ cgs (maxwelli)}$$

$$B_2 = B_3 = \frac{\Phi}{S_2} = \frac{100\,000}{25} = 4\,000 \text{ cgs "}$$

$$B_4 = \frac{\Phi}{S_4} = \frac{100\,000}{25} = 4\,000 \text{ cgs "}$$

Z charakterystyk magnesowania znajdujemy:

$$\text{Dla } B_1 = 10\,000 \text{ (żelazo miękkie)} \quad H_1 = 4,8 \text{ cgs}$$

$$B_2 = B_3 = 4\,000 \text{ cgs (żelazo lane)} \quad H_2 = H_3 = 16 \text{ cgs}$$

$$B_4 = 4\,000 \text{ cgs (powietrze), zatem } H_4 = 4\,000 \text{ cgs (powietrze).}$$

$$J_z \approx 0,8 H_1 l_1 + 0,8 H_2 (l_2 + l_3) + 0,8 H_4 l_4 =$$

$$= 0,8 \cdot 4,8 \cdot 60 + 0,8 \cdot 16 \cdot 20 + 0,8 \cdot 4\,000 \cdot 2 =$$

$$= 3,84 \cdot 60 + 12,8 \cdot 20 + 3\,200 \cdot 2 =$$

$$= \quad 230 \quad + \quad 256 \quad + \quad 6\,400 \quad =$$

$$= \quad 486 \quad + \quad 6\,400 \quad \approx \quad \underline{\underline{6\,886 \text{ Az}}}$$

Wyniki te można interpretować w następujący sposób:

Na przepędzenie strumienia $\Phi = 100\,000$ cgs przez żelazo miękkie o długości $l_1 = 60$ cm potrzeba ~ 230 amperozwoji, na przepędzenie tego strumienia Φ przez żelazo lane o długości 20 cm potrzeba 256 (Az), a na przepędzenie Φ przez szczelinę powietrzną o długości 2 cm potrzeba 6 400 (Az).

Na przepędzenie strumienia Φ przez 1 cm dłuż. żelaza miękkiego potrzeba 3,84 (az), żelaza lanego 12,8 (az), powietrza 3 200 (az). Najwięcej amperozwoj. wymaga więc przepędzenie strumienia przez szczelinę powietrzną, a to z tego powodu, że ma ona największy opór magnetyczny. Bzględniając mianowicie, że $\mu = B/H$.

$$\text{obliczamy } \mu_1 = \frac{B_1}{H_1} = \frac{10\,000}{4,8} = 2\,083 \quad \mu_2 = \mu_3 = \frac{B_2}{H_2} = \frac{4\,000}{16} = 250$$

$$\mu_4 = \frac{B_4}{H_4} = \frac{4\,000}{4\,000} = 1$$

$$S_1 = \frac{l_1}{\mu_1 B_1} = \frac{60}{2083 \cdot 10} = 0,00288 \text{ cgs}, \quad S_{2,3} = \frac{l_{2,3}}{\mu_2 B_2} = \frac{20}{250,25} = 0,0032 \text{ cgs}$$

$$S_4 = \frac{l_4}{\mu_4 B_4} = \frac{2}{1,25} = 0,08 \text{ cgs}$$

Opór magnetyczny szczeliny powietrznej jest więc

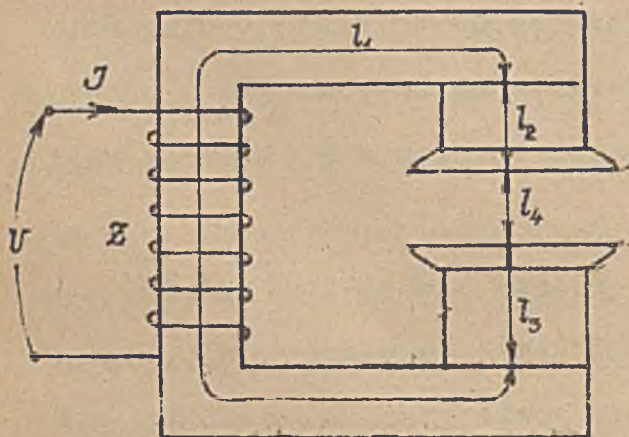
$$\frac{S_4}{S_1 + S_{2,3}} = \frac{0,08}{0,00288 + 0,0032} = \frac{0,08}{0,00608} = \frac{8\,000}{608} = \sim 13,15$$

około 13,2 razy większy od sumy oporów części obwodu złożonej z żelaza miękkiego i lanego, tyle też razy więcej amperozwoji potrzeba na przepędzenie Φ przez szczelinę powietrzną

$$\frac{6\,400}{486} = 13,15$$

Przy długich szczelinach powietrznych a niezbyt wielkiej (średniej) długości Φ w żelazie i małych nasyceniach żelaza (małe B), można wogóle abstrahować od obliczenia amperozwoji dla żelaza i zadowolić się tylko obliczeniem Az dla szczeliny. W naszym przypadku n.p. otrzymalibyśmy przy nieuwzględnieniu żelaza 6 400 Az, a przy uwzględnieniu 6 886 Az. Błąd przy nieuwzględnieniu żelaza wyniósłby więc tylko $\frac{6\,886 - 6\,400}{6\,400} \cdot 100 = \frac{48\,600}{6\,400} = \sim 7,5\%$.

Powyzsze obliczenia wykonaliśmy znów przy założeniu, że w obliczanym obwodzie niema rozprószenia, wskutek czego otrzymaliśmy w wyniku za mało amperozwoji (Az). W rzeczywistości trzeba będzie więcej Az na to, aby w szczelinie uzyskać $\Phi = 100\,000$ cgs (Patrz dalej rozprószenie magnetyczne).



Rys. 430

Obliczmy ten sam przykład, ale dla zwiększonej powierzchni szczeliny powietrznej (nasady biegunowe rys 430), tak, aby było

$$S_4 = 50 \text{ cm}^2 \quad l_4 = 2 \text{ cm}$$

Amperozwoje potrzebne na przepędzenie strumienia $\Phi = 100\,000$ cgs przez szczelinę powietrzną wyniosą teraz połowe (sz dwa razy większe), bo

$$B_4 = \frac{\Phi}{S_4} = \frac{100\,000}{50} = 2\,000 \text{ cgs}$$

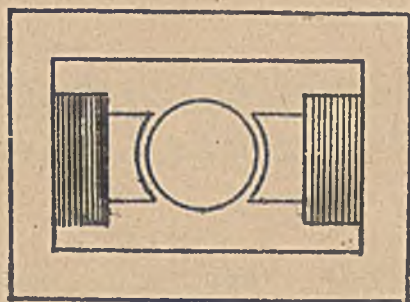
$$I_2(4) = 0,8 \cdot 2\,000 \cdot 2 = 1\,600 \cdot 2 = \underline{3\,200 \text{ Az}}$$

Amperozwoje innych części rozważanego obwodu magnetycznego możemy przyjąć niezmiennione, będzie więc

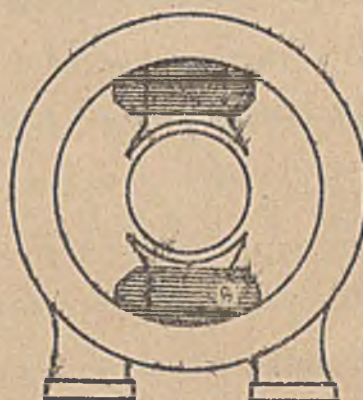
$$J_z = 486 + 3\ 200 = \underline{3\ 686\ Az}$$

Przez rozszerzenie szczeliny powietrznej (za pomocą t.zw. nasad biegunowych) uzyskaliśmy więc zmniejszenie amperozwoji o 3 200 Az ! Korzystamy z tego wydatnie przy konstrukcji maszyn elektrycznych, jakkolwiek nasady biegunowe w maszynach mają jeszcze i inny cel, a mianowicie uzyskanie sinusoidalnego rozmieszczenia linii magnetycznych i t.d.

Dawne maszyny elektryczne nie posiadały nasad biegunowych (rys.431), w nowoczesnych maszynach stosuje się stale nasady biegunowe (rys.432).



Rys.431.Stara konstrukcja magneśnicy.



Rys.432.Nowoczesna konstrukcja magneśnicy.

7.Szczelina powietrzna w obwodzie magnetycznym.

niezmienniczość

Przepędzenie strumienia Φ przez szczelinę powietrzną wymaga nader dużych ilości amperozwoji. Tłumaczy się to - jak już poprzednio zauważyliśmy - dużym oporem magnetycznym powietrza. Szczelina powietrzna o długości l cm przekroju s cm² posiada opór magnetyczny

$$S = \frac{l}{\mu \mu_0} = \frac{l}{\mu}$$

bo dla powietrza jest $\mu = 1$.

Na przepędzenie więc przez tę szczelinę strumienia Φ potrzeba SMM-cznej N o wartości

$$N = \Phi \cdot S = B \cdot s \cdot \frac{l}{\mu} = B \cdot l$$

W szczelinach powietrznych maszyn elektrycznych dochodzi indukcja B do wartości od 5 000 do 12 000 gaussów. Utrzymanie takiej indukcji w szczelinie wymaga więc na 1 cm długości szczeliny SMM-cznej $N = 5\ 000$ do $12\ 000$ cgs, czyli liczby ampero-

zwoji od $J_z = \frac{N}{0,4\pi} = 0,8 N = 0,8 \cdot 5\ 000 = \underline{4\ 000\ Az}$

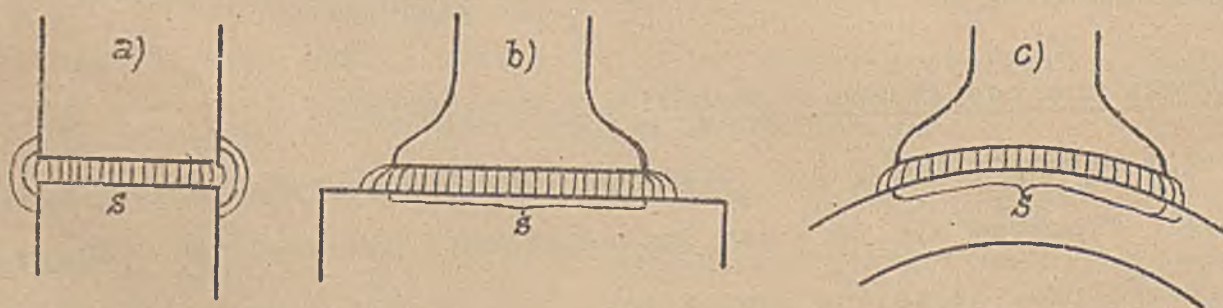
do $J_z = \frac{N}{0,4\pi} = 0,8 N = 0,8 \cdot 12\ 000 = \underline{9\ 600\ Az}$

W maszynach prądu stałego szczelina posiada około 1/2 cm długości. Na samo przepędzenie strumienia o indukcji 5 000 do 12 000 cgs przez taką szczelinę, potrzeba więc od 4 000 do 9 600 Az. Nic dziwnego przeto, że cewki magnetycy generatorów prądu stałego posiadają po kilka tysięcy amperozwoji. Do amperozwoji potrzebnych do przepędzenia strumienia przez szczelinę powietrzną dochodzą jeszcze amperozwoje potrzebne do przepędzenia strumienia przez inne części koła magnetycznego. Pewne części tego koła mają z konieczności duże nasycenie magnetyczne (zęby twornika dynamomaszyn), co jeszcze wzmagą ilość amperozwoji, jakie muszą mieć cewki magnesujące (wytwarzające strumień Φ w obwodzie).

Obliczenie amperozwoji dla szczeliny powietrznej można uskutecznić według wzoru

$$\underline{J_z = 0,8 H \cdot l = 0,8 B \cdot l}, \quad (\text{bo } \mu_0 = 1)$$

tylko w przypadkach, gdy długość szczeliny l jest bardzo mała (rzędu kilku milimetrów) i gdy powierzchnie żelazne rdzeni, ograniczających szczelinę są równoległe (rys. 433).



Rys. 433. Szczeliny powietrzne o małej długości.

W przypadkach, gdy szczelina powietrzna ma dużą długość (ponad 1 cm) nie można we wzorze $S = \frac{l}{S}$ podstawiać za s powierzchni czołowej żelaza, tylko należy wprowadzić pewną umyśloną powierzchnię równoważną s' obliczaną z równania linjowego

$$s' = s + k \cdot l$$

Spółczynnik k jest funkcją powierzchni czołowej s . Wartość jego należy wziąć z odpowiedniego wykresu (rys. 434).

Przy specjalnym ukształtowaniu końcówek ośrodka, ograniczającego szczelinę powietrzną, stosuje się do obliczenia amperozwoji, potrzebnych na przepędzenie strumienia Φ przez szczelinę wzór:

mienia Φ przez szczelinę wzór:

$$N = 0,4 \pi Jz = \Phi \cdot S \dots \dots \dots (114)$$

przyczem opór magnetyczny S określamy z pomocą następujących formuł empirycznych:

a) Dla szczeliny przedstawionej na rys.435

$$S = \frac{l}{\frac{S_1 + S_2}{2}} = \frac{2l}{S_1 + S_2} \dots \dots \dots (115)$$

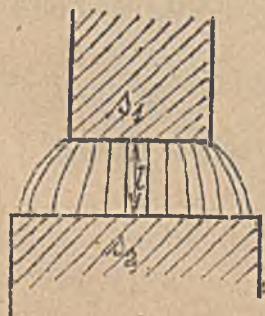
b) Dla przypadku przedstawionego na rys.436

$$S = \frac{\pi}{a \cdot \lg \text{nat} \frac{r_2}{r_1}} \dots \dots \dots (116)$$

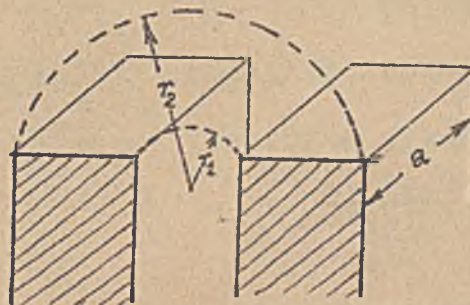
a oznacza wymiar rdzenia w kierunku prostopadłym do płaszczyzny rysunku.

c) Dla przypadku przedstawionego na rys.437, gdzie b jest duże w stosunku do d

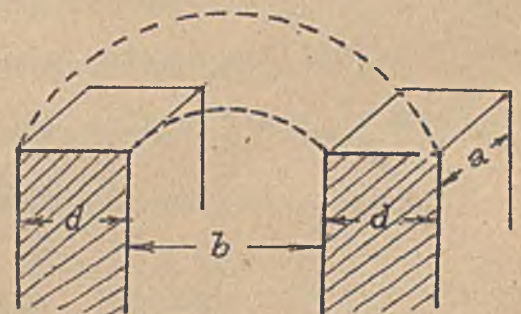
$$S = \frac{\pi}{a \cdot \lg \text{nat} \left(1 + \frac{\pi d}{b}\right)} \dots \dots \dots (117)$$



Rys.435.



Rys.436.

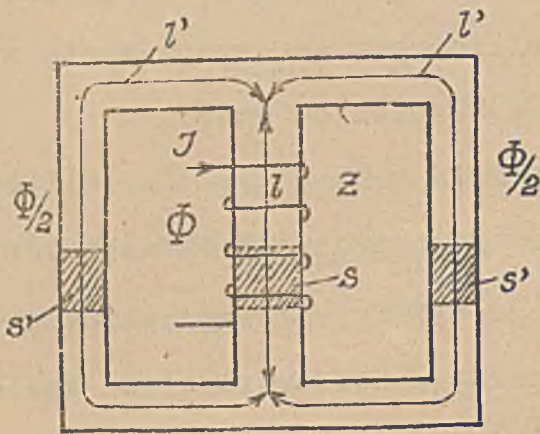


Rys.437.

8. Zastosowanie magnetycznych praw Kirchhoffa do obliczeń praktycznych.

Prawa Kirchhoffa stosujemy do obliczeń magnetycznych w przypadkach obwodów magnetycznych, rozgałęzionych. (Maszyny wielobiegunowe, transformatory wielofazowe i t.d.). Szczególnie wydatnie korzystamy z I-go prawa Kirchhoffa, umożliwia ono bowiem w pewnych przypadkach wyznaczenie niewiadomego strumienia Φ przez proste napisanie równania dla "węzła magnetycznego" obwodu (Patrz dalej "Opory magnetyczne").

Tak n.p. dla obwodu magnetycznego podanego na rys. 438, w którym rdzeń żelazny opatrzony amperozwojami Jz "rozgałęzia się" na



dwie jednakowe gałęzie, możemy podać wprost że strumień Φ wytworzony przez amperozwoje Jz dzieli się na dwie połowy, przechodzące przez owe gałęzie, wskutek czego można położyć

$$\Phi = \frac{N}{s + \frac{s' \cdot s'}{s' + s}} = \frac{0,4\pi \cdot Jz}{s + \frac{s'}{2}} = \frac{0,4\pi \cdot Jz}{\frac{l}{\mu s} + \frac{1}{2} \cdot \frac{l'}{\mu' s'}}$$

Gdy obwód magnetyczny na rys. 438 jest sporządzony z jednakowego materiału, kładziemy

Rys. 438.

$$s' = \frac{s}{2} \quad \text{wskutek czego będzie także } \mu' = \mu$$

Otrzymamy wtedy

$$\Phi = \frac{0,4\pi \cdot Jz}{\frac{l+l'}{\mu \cdot s}} \dots \dots \dots (118)$$

Z równania tego można obliczyć zarówno Φ przy znanych wartościach Jz, l, l' i s, jakoteż i Jz przy danych wartościach Φ , l, l' i s.

Przykład liczbowy.

Dane l = 20 cm; l' = 30 cm, s = 16 cm², s' = $\frac{s}{2} = 8$ cm², Jz = 1 000, całość wykonana z jednolitego materiału (żelaza miękkiego). Obliczyć strumień Φ .

Ponieważ s' = s/2 i $\mu' = \mu$ (jednolity materiał), przeto możemy użyć wzoru

$$\Phi = \frac{0,4\pi \cdot Jz}{\frac{l+l'}{\mu s}}$$

We wzorze tym nie znamy μ , obliczamy przeto H

$$H = \frac{0,4\pi \cdot Jz}{l+l'} = \frac{0,4\pi \cdot 1000}{50} = \sim 25,2 \text{ oerstędów}$$

Z charakterystyki znajdujemy odpowiadające B = ~ 14 550, poczem znajdujemy

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{14\ 550}{25,2} = \sim 580, \quad \Phi = \frac{0,4 \cdot 1000}{580 \cdot 16} = \sim 2,33 \cdot 10^5 \text{ maxwelli}$$

Podobnie można obliczyć amperozwoje, potrzebne do uzyskania żadanego strumienia Φ .

Niech będzie n.p. dany strumień $\Phi = 2 \cdot 10^5$ maxwelli. Obliczyć potrzebne amperozwoje (bez uwzględnienia rozpróśzenia), gdy rdzeń ma kształt i wymiary jak w poprzednim przykładzie. Obliczamy

$$B = \frac{\Phi}{s} = \frac{2 \cdot 10^5}{16} = 12\ 500 \text{ cgs}$$

Z charakterystyki magnetycznej znajdziemy $H \approx 12000$

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{12000}{12} \approx 1000$$

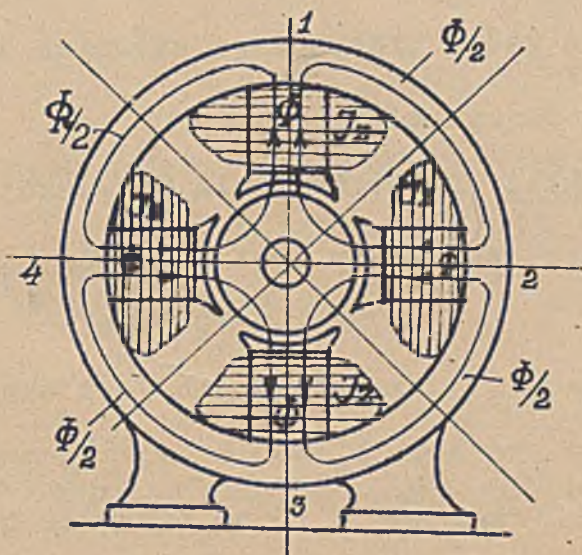
Zatem

$$J_z = \frac{1}{0,4\pi} \cdot \Phi \cdot \frac{l+l'}{\mu s} \approx 0,8 \Phi \cdot \frac{l+l'}{\mu s} = 0,8 \cdot 2 \cdot 10^5 \frac{50}{1000 \cdot 16} \approx 480 \text{ Az}$$

Na ogół nie można z pomocą równań Kirchhoffa obliczyć strumieni, gdyż opory magnetyczne (S) zawarte w tych równaniach zawierają współczynniki przenikalności μ , które zależą od wartości tych strumieni ($\Phi = B \cdot s$, $B = H \cdot \mu$). Tylko w pewnych przypadkach (przy małych nasyceniach) można założyć $\mu = \text{const}$ i obliczać Φ ; ogólnie służą także równania Kirchhoffa do obliczania amperozwoji J_z .

Jako przykład zastosowania magnetycznych równań Kirchhoffa przerobimy obliczenie amperozwoji cewek maszyny dynamo.

Amperozwoje cewek maszyny dynamo.



Rys. 439.

Rozkład strumieni magnetycznych maszyny dynamo przedstawia rys. 439. Przy centrycznym osadzeniu twornika, równych amperozwojach wszystkich cewek i symetrycznej budowie, strumienie $\Phi/2$ w wieńcu magnetycznym są jednakowe. Przez każdy biegun magnesu przechodzi strumień

$$\Phi = \frac{\Phi}{2} + \frac{\Phi}{2}$$

Zakładając, że strumienie Φ utworzone są czterema jednakowymi cewkami, każda o J_z amperozwojach, możemy w myśl II-go

magnetycznego prawa Kirchhoffa napisać:

$$0,4\pi [(J_z)_1 + (J_z)_2] = \Phi \cdot S_p + \frac{\Phi}{2} \cdot S_w + \Phi \cdot S_p + \Phi \cdot S_s + \frac{\Phi}{2} \cdot S_{tw} + \Phi \cdot S_s$$

gdzie S_p oznacza opór magnetyczny jednego bieguna

S_w " " " " $\frac{1}{2p}$ części wieńca

S_{tw} " " " " na $\frac{1}{2p}$ części twornika

S_s " " " " jednej szczeliny między magnosem a twornikiem

W myśli założenia jest $(Jz)_1 = (Jz)_2$, możemy przeto napisać:

$$0,4\pi \cdot 2Jz = 2\Phi S_p + \frac{\Phi}{2} (S_w + S_{tw}) + 2\Phi S_s$$

lub

$$Jz = 0,8 (H_b \cdot l_b + H_w \cdot \frac{l_w}{2} + H_{tw} \cdot \frac{l_{tw}}{2} + H_s l_s)$$

przysksem oznaczają:

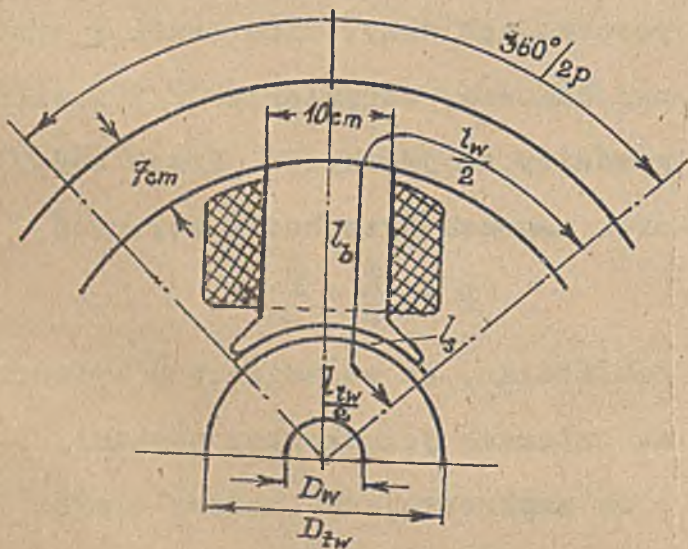
l_b długość drogi linii magnetycznych w jednym biegunie

l_w " " " " " w $\frac{1}{2p}$ części wieńca

l_{tw} " " " " " na $\frac{1}{2p}$ części twornika

l_s " " " " " w jednej szczelinie.

Amperozwoje jednej cewki magnetycznej o $2p$ biegunach równają się więc sumie amperozwojów potrzebnych do "przepędzenia" strumienia Φ przez jedną szczelinę ($0,8 H_p l_p$) jeden biegun ($0,8 H_b l_b$), $\frac{1}{4p}$ - tą część wieńca ($0,8 H_w \cdot \frac{l_w}{2}$) i $\frac{1}{4p}$ - tą część twornika ($0,8 H_{tw} l_{tw}$). Całkowita długość drogi, przez którą przepędzają strumień amperozwoje cewki jednego bieguna, jest przedstawiona na rys.440.



Rys.440.

osi $b_w = 25$ cm. Przekrój szczeliny wynosi około 300 cm^2 ,

indukcja w szczelinie $B_s = \frac{2,1 \cdot 10^6}{300} = 7 \text{ 000 oerstedtów}$, zatem

$$0,8 \cdot H_s \cdot l_s = 0,8 \cdot 7 \text{ 000} \cdot 0,5 = \underline{2 \text{ 800 Az}} \text{ (dla szczeliny)}$$

Jednostronny przekrój twornika wynosi

$$s_{tw} = \frac{D_{tw} - D_w}{2} \cdot \frac{b_{tw}}{1,1} \text{ (spółczynnik 1,1 uwzględnia przedzie=}$$

Przykład: Do wytworzenia SEM-cznej w maszynie, potrzebny jest strumień

$$\Phi = 2,1 \cdot 10^6 \text{ cgs.}$$

Droga linii magnetycznych jest oznaczona na rys.440. $l_s = 0,5$ cm; $l_b = 15$ cm

$$\frac{l_w}{2} = 30 \text{ cm, } \frac{l_{tw}}{2} = 10 \text{ cm (twornik gładki)}$$

$D_{tw} = 30$ cm, $D_w = 19$ cm. Długość twornika w kierunku osi $b_{tw} = 18$ cm.

Długość magnesów w kierunku osi

$b_m = 18$ cm. Długość wieńca w kierunku

lenie blach twornika bibułka papierową, celem zmniejszenia strat w blachach wskutek prądów wirowych. Zwykle dajemy blachy o grubości 0,5 m/m, a bibułkę grubości 0,05 m/m).

$$s_{tw} = \frac{30 - 19}{2} \cdot \frac{18}{1,1} = 90 \text{ cm}^2$$

$$B_{tw} = \frac{\Phi/2}{s_{tw}} = \frac{1,05 \cdot 10^6}{90} = \sim 11\,700; \quad H_{tw} \sim 9 \text{ cgs (blacha twornika)}$$

$$0,8 \cdot H_{tw} \cdot \frac{l_{tw}}{2} = 0,8 \cdot 9 \cdot 10 = \underline{72 \text{ Az}}$$

Strumień w magnesach będzie większy od strumienia w szczelinie o strumień rozprószenia. W praktyce stosuje się formułę empiryczną $\Phi_b = 1,25\Phi$.

U nas
$$\Phi_b = 1,25\Phi = 1,25 \cdot 2,1 \cdot 10^6 = 2,625 \cdot 10^6$$

$$B_b = \frac{\Phi_b}{s_b} = \frac{2,625 \cdot 10^6}{10 \cdot 18} = \sim 14\,600; \quad H_b = \sim 26 \text{ cgs (żelazo miękkie)}$$

$$0,8 \cdot H_b \cdot l_b = 0,8 \cdot 26 \cdot 15 = \underline{312 \text{ Az}}$$

$$B_w = \frac{\Phi_b/2}{s_w} = \frac{1,31 \cdot 10^6}{7 \cdot 25} = \sim 7\,500; \quad H_w \sim 67 \text{ cgs (żelazo lane)}$$

$$0,8 \cdot H_w \cdot \frac{l_w}{2} = 0,8 \cdot 67 \cdot 30 = \underline{1\,608 \text{ Az}}$$

Zatem całkowita ilość amperozwoji jednej cewki maszyny będzie:

$$J_z = 2\,800 + 72 + 312 + 1\,608 = \underline{4\,792 \text{ Az}}$$

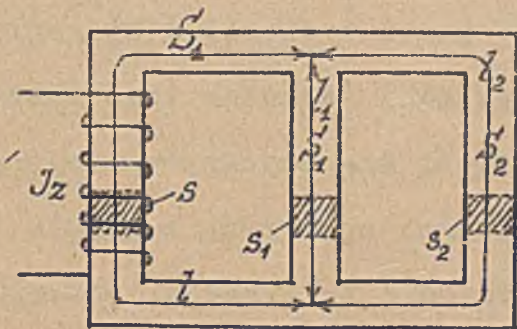
czyli około 4 800 Az, a nawet 5 000 Az ze względu na regulację napięcia maszyny.

3. Opory magnetyczne.

W obwodach magnetycznych złożonych dzieli się strumień na gałęzie, analogicznie jak prąd w obwodach rozgałęzionych. Opierając się na prawach Ohma i Kirchhoffa możemy więc n.p. napisać dla obwodu magnetycznego, przedstawionego na rys. 441

$$S_w = S + \frac{S_1 \cdot S_2}{S_1 + S_2}$$

S_w oznacza tu wypadkowy opór magnetyczny, ze względu na SMM-czną ($0,4\pi \cdot J_z$), S_1, S_2 opory oznaczonych na rys. 441 gałęzi.

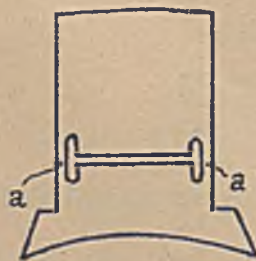


Rys. 441.

W pewnych przypadkach (n.p. teoria transformatora) zakładamy stałe wartości S, S_1, S_2 , wówczas i wypadkowy opór S_w określony powyższym wzorem, będzie mieć

stałą wartość. Ogólny jednak opór wypadkowy jest zmienny i to w różny sposób w zależności od stosunku przekrojów s_1 , s_2 i s . Od przekroju bowiem są zależne nasycenia, więc także i przenikalność μ , która zmienia się z nasyceniem. Początkowo rośnie z indukcją, osiąga dla pewnej wartości indukcji swe maximum, potem znowu maleje, zbliżając się asymptotycznie do wartości 1, którą osiągnęłoby dla B nieskończenie wielkiego. Widać stąd, że przy bardzo dużym nasyceniu opór magnetyczny żelaza nie jest znikomy wobec oporu powietrza i że zależnie od przekroju mogą różne części obwodu magnetycznego zmieniać w różny sposób swe opory magnetyczne przy zmieniających się amperozwojach. Niech będzie n.p. przekrój s_1 na rys.441 bardzo mały wobec s_2 . Gdy prąd w uzwojeniu rośnie od zera w górę, to opór S_1 z powodu nasycenia szybko rośnie, tak, że główna część całkowitego strumienia przejdzie drogą l_2 , jakkolwiek ta może być znacznie dłuższa od drogi l_1 . Obecność materiału o innych własnościach magnetycznych (n.p. szczeliny powietrznej), w pewnej części obwodu magnetycznego zmienia oczywiście rozkład strumieni magnetycznych, który może być wtedy zupełnie odmienny od tego, jaki był w przypadku jednolitego obwodu magnetycznego.

Sposób stosowania szczeliny powietrznej, celem uzyskania określonej krzywej zmiany strumienia magnetycznego w zależności od amperozwoji, bywa używany w praktyce przy budowie maszyn wzbudzających (zasilających magnesnicę generatorów prądu zmiennego). Przy maszynach tych jest pożądana (ze względów, które później poznamy) charakterystyka strumienia Φ w zależności od amperozwojów o kształcie możliwie krzywoliniowym (t.zn. bez odcinków prostych). Charakterystykę taką uzyskuje firma



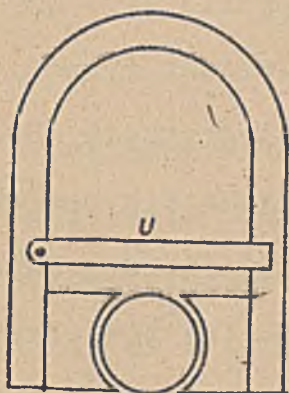
Rys.442.

Brovn Boveri et Cie A.G. przez wycięcie w biegunie szpary kształtu litery H (rys.442). Wskutek tego rośnie dość szybko nasycenie i opór magnetyczny w miejscach a, podczas gdy w reszcie bieguna opór rośnie powoli. Gdy amperozwoje coraz bardziej się zwiększają, następuje szybszy wzrost oporu magnetycznego w części bieguna poza szczeliną, zaś opór magnetyczny części w okolicy szczeliny prawie się nie zmienia, bo przerwa powietrzna

małały opór, a części "a" są tak silnie nasycone, że ze wzrostem amperozwoji mało

co zwiększają swój opór magnetyczny. W rezultacie zatem otrzymujemy łagodny ale ciągły i bardziej równomierny wzrost oporu magnetycznego całego bieguna w zależności od rosnących amperozwoji i odpowiednio krzywoliniową charakterystykę. Kształt tej charakterystyki można nawet przy wykonanym już biegunie nieco zmieniać, przez wkładanie blach do poziomej części szczeliny.

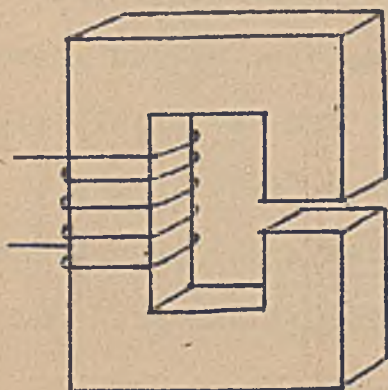
W technice przyrządów pomiarowych stosuje się często t.zw. upust czyli bocznik magnetyczny, którego wartość dobiera się tak, aby uzyskać w pozostałej gałęzi ściśle określony strumień magnetyczny. Tak n.p. dobieramy w galwanometrach systemu Deprez d'Arsonval magnes stały o strumieniu nieco większym niż chcemy mieć w szczelinie między nabiegunkiem a tworniczkim, a dajemy za to żelazny "upust" magnetyczny u (rys.443), którym możemy, przy cechowaniu instrumentu odgałęzić części strumienia tak, aby strumień w szczelinie miał dokładnie żadaną wartość.



Rys.443.

10. Wpływ szczeliny powietrznej na krzywą magnesowania.

Charakterystyki magnetyczne podane w dalszym ciągu odnosiły się do próbki pierścieniowej lub bardzo długiej sztabki linjowej (więc utworów magnetycznych, w których nie powstają żadne jawne masy magnetyczne. Inaczej będą wyglądały te krzywe w przypadku próbki o kształcie pozwalającym na wytworzenie się jawnych mas. Wyznaczymy charakterystykę magnesowania dla koła magnetycznego, zawierającego szczelinę powietrzną (rys.444).



Rys.444.

Oznacza S_z oporność magnetyczną żelaza
 S_p " " " " szczeliny powietrznej
 to oporność całkowitego koła magnetycznego, wyniesie

$$S = S_z + S_p$$

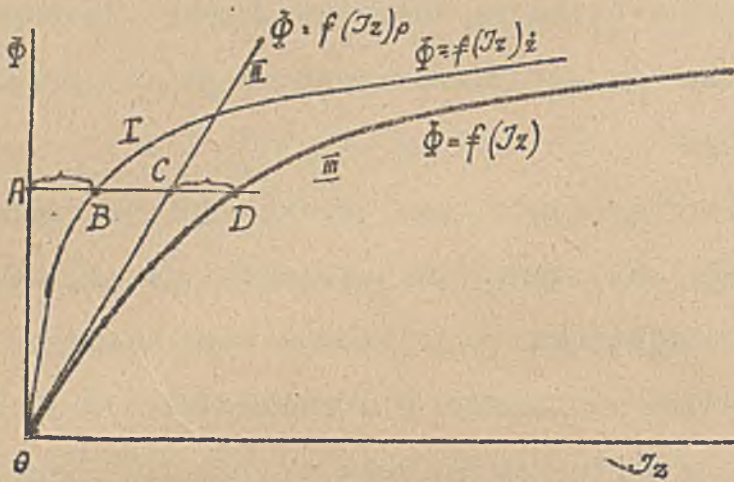
Stosując prawo Ohma dla koła magnetycznego, napiszemy:

$$\Phi \cdot S_z + \Phi \cdot S_p = 0,4 \pi \cdot Jz$$

lub

$$Jz = \frac{S_z}{0,4 \pi} \Phi + \frac{S_p}{0,4 \pi} \Phi = (Jz)_z + (Jz)_p$$

Wyraz $(Jz)_p$ jest proporcjonalny do Φ , bo opór magnetyczny powietrza S_p jest wartością stałą. Zatem krzywa II $\Phi = f(Jz)_p$ przedstawi się na wykresie linią pro-

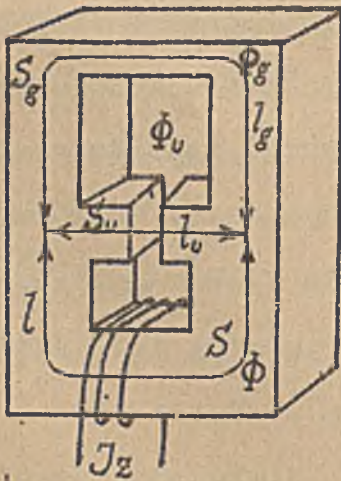


Rys. 445.

sta, (rys. 445). Krzywa I $\Phi = f(Jz)_z$ przedstawia w pewnej skali charakterystykę próbki, w której nie wytwarzają się jawne masy magnetyczne. Wypadkową charakterystykę III $\Phi = f(Jz)$ znajdziemy, dodając dla każdej rzędnej odcięte krzywych I i II. Tak np. odpowiada rzędnej $\Phi = OA$ odcięta wypadkowa $(Jz) = AD$, gdzie $AD = AB + AC$

W magnetostatyce zajmowaliśmy się odwrotnym problemem, szukaliśmy mianowicie krzywej I z krzywej III i krzywej II, którą nazwaliśmy tam krzywą ścinania. Uwzględniła ona wpływ odmagnesujący jawnych mas, powstałych na powierzchniach czołowych szczeliny. W myśl obecnych rozważań możemy uważać ścinanie za zmniejszenie oporu magnetycznego dla całkowitego strumienia o opór magnetyczny szczeliny powietrznej.

Z rys. 445 widać wyraźnie wpływ szczeliny na wypadkową charakterystykę. Przebieg jej będzie, w miarę wzrostu szczeliny, coraz bardziej płaski i zbliżony do kierunku poziomego.



Rys. 446.

Inaczej zupełnie wpływa na charakterystykę szczelina, leżąca bocznie względem obwodu głównego. W rdzeniu przedstawionym na rys. 446 dzieli się całkowity strumień Φ na strumień "główny" Φ_g i "upustowy" Φ_u . Jeżeli pominiemy opór magnetyczny S tej części, przez którą przechodzi strumień całkowity Φ ,

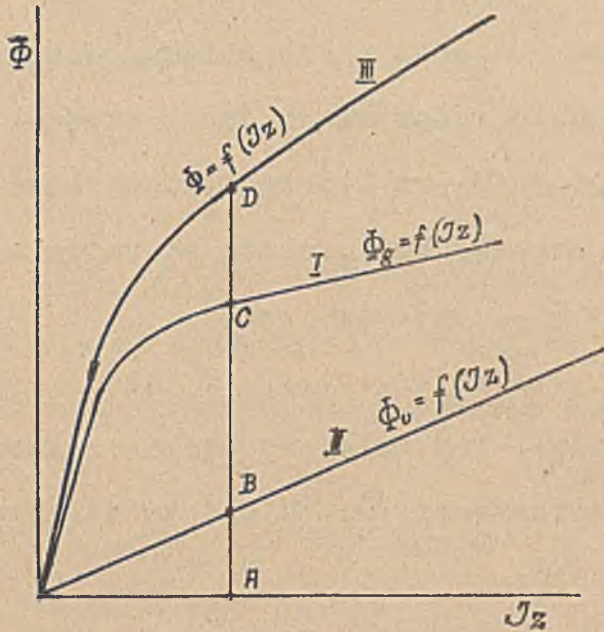
jako bardzo mały wobec oporów S_u i S_g , to możemy napisać

$$0,4\pi Jz = \Phi_u S_u = \Phi_g S_g$$

lub

$$\Phi_u = \frac{0,4\pi Jz}{S_u} \quad \Phi_g = \frac{0,4\pi Jz}{S_g}$$

Opór magnetyczny S_u jest prawie równy oporowi samej szczeliny, a zatem stały



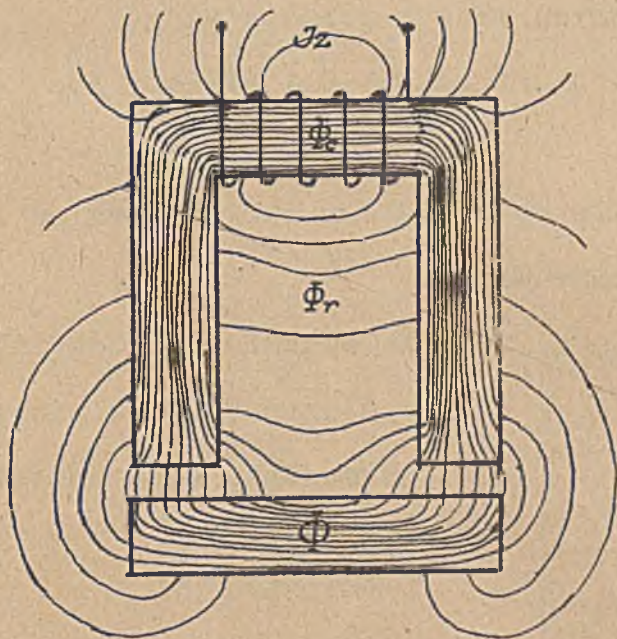
Rys.447.

w przybliżeniu. Funkcja $\Phi_u = f(Jz)$ przedstawia się więc linią prostą (rys.447). Strumień całkowity Φ będzie (według I-go prawa Kirchhoffa) sumą strumieni Φ_g i Φ_u , czyli rzędne krzywej III będą sumą rzędnych krzywych I i II: $AD = AB + AC$.

Rys.447 unaocznia, że szczelina, leżąca w ułamku do obwodu głównego czyni charakterystykę bardziej stromą.

11. Rozprószenie magnetyczne.

W praktycznych przypadkach obwód magnetyczny składa się z ośrodków o różnych właściwościach magnetycznych (μ), a pozatem w układach takich amperozwoje Jz są z reguły skupione w pewnych częściach obwodu; wreszcie, gęstości linii indukcji (B) nie są w całym obwodzie jednolite. Wszystko to powoduje, że strumień magnetyczny,



Rys.448.

nieco od niego zwory żelaznej. Linje magnetyczne, przebiegające przez powietrze

ny, wytworzony działającymi w obwodzie amperozwojami, przechodzi nie tylko przez ośrodek, czyli tor przewidziany konstrukcyjnie dla Φ , lecz także "bokiem", czyli zewnątrz tego toru.

Linje magnetyczne "występujące" z właściwego toru strumienia Φ na zewnątrz, nazywamy liniami rozprószonymi, a strumienie indukcji utworzone z takich linii, strumieniami rozprószenia. Na rys.448 przedstawiony jest obwód magnetyczny, złożony z elektromagnesu o Jz amperozwojach, skupionych i oddalonych

po za obrębem toru strumienia wyznaczonego przez rdzenie i szczelinę powietrzną między elektromagnesem a zworą, przedstawiają pole rozprószone owego układu.

Amperozwoje Jz wytwarzają strumień całkowity Φ_c , z którego tylko część przechodzi przez zworę czyli przez cały obwód magnetyczny, resztę strumienia całkowitego przedstawia t.zw. strumień rozprószenia Φ_r . Ogólnie jest

$$\Phi_c = \Phi + \Phi_r \dots\dots\dots (119)$$

Im bardziej oddalimy zworę od elektromagnesu, tem mniejszy będzie strumień przenikający zworę, a tem większy strumień rozprószenia Φ_r . Widać tu ważny wpływ na rozprósenie magnetyczne szczeliny powietrznej.

Rozprósenie magnetyczne uwzględniamy przy obliczeniach magnetycznych, wprowadzając do rozważań t.zw. spółczynnik rozprószenia (σ, ν, τ).

Spółczynnik rozprószenia może być zdefiniowany w trojaki sposób:

Definicja Hopkinson'a $\sigma = \frac{\Phi_c}{\Phi} \dots\dots\dots (120)$

Definicja Kapp'a $\nu = \frac{\Phi_r}{\Phi_c} \dots\dots\dots (121)$

Definicja Heyland'a $\tau = \frac{\Phi_r}{\Phi} \dots\dots\dots (122)$

Spółczynnik rozprószenia Hopkinson'a (σ) może mieć wartości od 1 w górę i używany jest głównie przy obliczeniach magnetycznych maszyn prądu stałego.

Spółczynnik rozprószenia Kapp'a (ν) ma wartości od 1 + 0 i używany jest przy obliczeniach magnetycznych transformatorów.

Spółczynnik rozprószenia Heyland'a (τ) może być mniejszy lub większy od 1 i znajduje zastosowanie w teorii maszyn prądu zmiennego.

Spółczynnik	σ	ν	τ
$\sigma =$	σ	$1 / \nu$	$\tau + 1$
$\nu =$	$1 / \sigma$	ν	$\frac{1}{\tau + 1}$
$\tau =$	$\sigma - 1$	$\frac{1 - \nu}{\nu}$	1

Zależność poszczególnych współczynników od siebie uwidocznia obok podana tabliczka.

Z uwzględnieniem współczynników rozprószczenia, napiszemy:

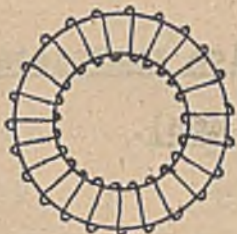
$$\begin{aligned} \Phi_c &= \sigma \cdot \Phi = \frac{1}{\tau} \Phi = (\tau + 1) \Phi \\ \Phi &= \frac{1}{\sigma} \Phi_c = \nu \cdot \Phi_c = \frac{1}{\tau + 1} \Phi_c \quad \dots\dots\dots (123) \\ \Phi_r &= (\sigma - 1) \Phi = \frac{1 - \nu}{\nu} \Phi = \tau \cdot \Phi \end{aligned}$$

Wielkość współczynnika rozprószczenia orientuje o doskonałości koła magnetycznego. Gdy niema wcale rozprószczenia (toroid z rdzeniem jednorodnym), jest

$$\sigma = 1, \quad \nu = 1, \quad \tau = 0$$

W przypadku krańcowym, gdy $\Phi_c = \Phi_r$, więc $\Phi = 0$; czyli gdy cały strumień Φ_c jest rozprószony, będzie

$$\sigma = \infty, \quad \nu = 0, \quad \tau = \infty$$

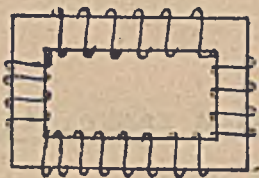


Rys. 449.

Poniżej podane są wartości współczynników rozprószczenia dla kilku przypadków praktycznych:

a) Toroid o jednolitym rdzeniu (rys.449)

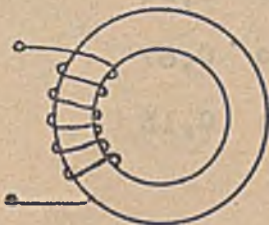
$$\sigma = 1, \quad \nu = 1, \quad \tau = 0$$



Rys. 450.

b) Obwód magnetyczny o rdzeniu żelaznym prostokątnym (rys.450)

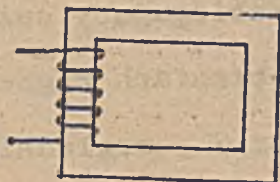
$$\begin{aligned} \sigma &= 1,01 \text{ do } 1,05 \\ \nu &= 0,99 \text{ do } 0,952 \\ \tau &= 0,01 \text{ do } 0,05 \end{aligned}$$



Rys. 451.

c) Rdzeń żelazny okrągły z uzwojeniem skupionem (rys.451)

$$\begin{aligned} \sigma &= 1,05 \text{ do } 1,1 \\ \nu &= 0,952 \text{ do } 0,909 \\ \tau &= 0,05 \text{ do } 0,1 \end{aligned}$$



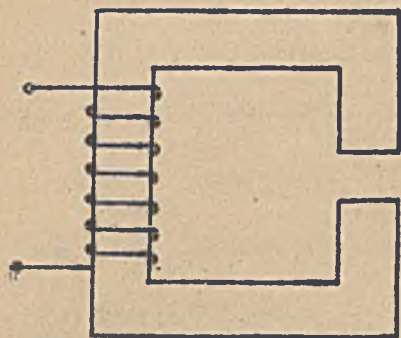
Rys. 452.

d) Rdzeń żelazny prostokątny z uzwojeniem skupionem (rys.452)

$$\begin{aligned} \sigma &= 1,1 \text{ do } 1,15 \\ \nu &= 0,909 \text{ do } 0,87 \\ \tau &= 0,1 \text{ do } 0,15 \end{aligned}$$

Rdzeń żelazny ze szczeliną powietrzną do 1cm

(Rys.453).



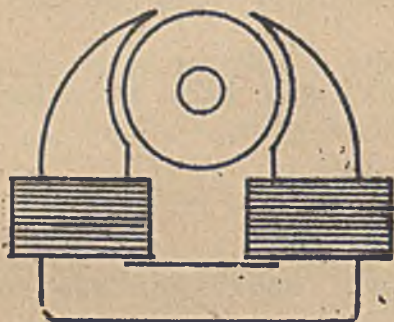
Rys.453.

$$\sigma = 1,2 \text{ do } 1,5$$

$$\nu = \sim 0,833 \text{ do } 0,667$$

$$\tau = 0,2 \text{ do } 0,5$$

Stara dynamo z magnesnicą otwartą (Rys.454).



Rys.454.

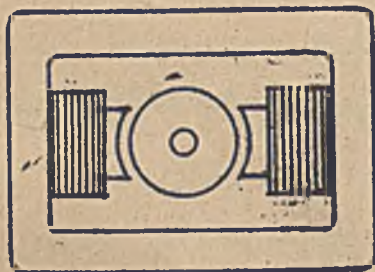
$$\sigma = 1,35$$

$$\nu = \sim 0,741$$

$$\tau = 0,35$$

Stara dynamo z magnesnicą zamkniętą, bieguny

bez nabiegowników (Rys.455).



Rys.455.

$$\sigma = 1,2$$

$$\nu = \sim 0,833$$

$$\tau = 0,2$$

Nowa dynamo z magnesnicą zamkniętą, bieguny

z nabiegownikami (Rys.456).



Rys.456.

$$\sigma = 1,1 \text{ do } 1,15$$

$$\nu = 0,909 \text{ do } 0,87$$

$$\tau = 0,1 \text{ do } 0,15$$

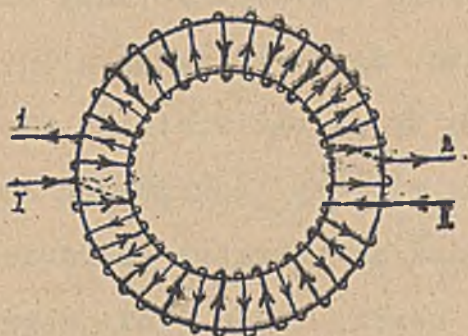
We wzorze

$$\Phi_o = \Phi + \Phi_r = \sigma \cdot \Phi = \frac{1}{\nu} \Phi = (\tau + 1) \Phi$$

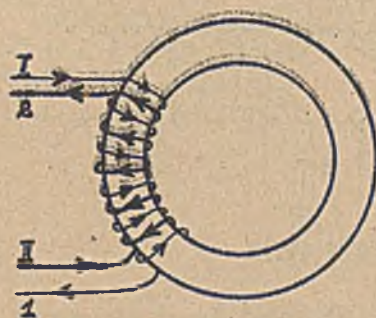
oznacza Φ strumień przebiegający całe koło magnetyczne i tym strumieniem operujemy zazwyczaj przy obliczeniach magnetycznych. Obliczoną ilość amperozwoji Jz dla Φ mnożymy następnie przez σ , względnie przez $1/\nu$ lub $(\tau + 1)$, celem otrzymania amperozwoji, potrzebnych do wytworzenia strumie-

nia Φ_c . Obliczenie takie nie jest ścisłe, ale najczęściej wystarcza w praktyce. Tylko w nielicznych przypadkach trzeba przeprowadzać poprawki, ze względu na to, że większemu strumieniowi odpowiadają także większe wartości B , a zatem inne wartości H od tych, jakie służyły za podstawę przy obliczeniu Φ . Obliczone przy uwzględnieniu współczynnika rozprószenia amperozwoje, odpowiadają praktycznie tej wartości A_z , jaką trzeba zastosować, aby w kole magnetycznym otrzymany był strumień Φ . W miejscu działania J_z strumień będzie równy Φ_0 , czyli będzie większy od Φ o strumień rozprószenia Φ_r . Przy dużych rozprószeniach trzeba uwzględnić, że przy powiększeniu Φ o Φ_r wzrastają indukcje (B) w odnośnych przekrojach, a temsamem opory magnetyczne (zależność przenikalności μ od B !).

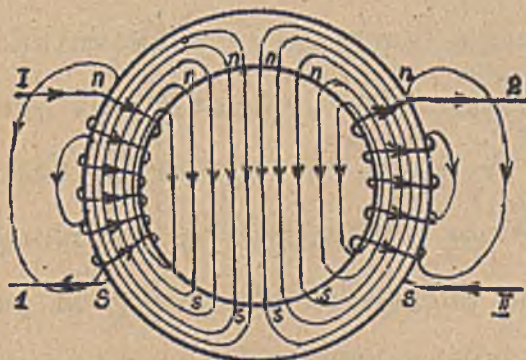
12. Spiętrzenie magnetyczne.



Rys. 457.



Rys. 458.



Rys. 459.

Dwa jednakowe uzwojenia o równych prądach tak zorientowanych, że przeciwdziałają sobie magnetycznie, rozłożone równomiernie na pierścieniu żelaznym (toroid), nie wytworzą żadnego pola magnetycznego ani wewnątrz, ani zewnątrz tego uzwojenia (Rys. 457).

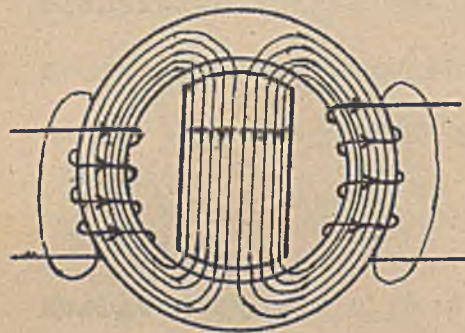
To samo będzie, gdy jedno i drugie zwoje zesuniemy na jedno miejsce (Rys. 458).

Gdy natomiast oba uzwojenia skupione rozsuniemy w dwie przeciwne strony, działania ich równych, lecz przeciwnie magnesujących amperozwoji, nie zniosą się, tylko wytworzą pole magnetyczne o ustroju okazanym na rys. 459.

Otrzymaliśmy tu niejako dwa strumienie rozprószone, bo przechodzące przez powietrze, przyczem oba strumienie niejako wypierają się wzajemnie z rdzenia żelaznego. W miejscach gdzie linje indukcji opuszczają żelazo, powstają bieguny (jawne) północne, w miejscach zaś gdzie wchodzi do żelaza, południowe.

Zjawisko takie, wzajemnego niejako wypierania się strumienia z ośrodka o dużej wartości μ (żelazo) do ośrodka o małej wartości μ (powietrze), nazywamy s p i ę t r z e n i e m magnetycznym. Należy zwrócić uwagę na tę okoliczność, że w przypadku, gdy strumień spiętrzony przechodzi przez długą drogę powietrzną, ilość linii indukcji tego strumienia jest mała, bo opór jego drogi jest bardzo duży.

W porównaniu z oporem magnetycznym drogi powietrznej strumienia spiętrzonego, jest opór drogi w żelazie tak mały, że w obliczeniu można go pominąć. Gdy jednak



Rys.460.

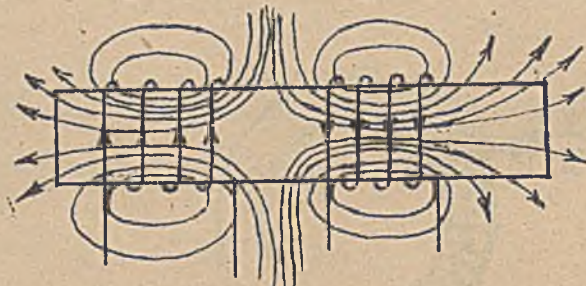
do wnętrza pierścienia wstawimy rdzeń żelazny (rys. 460), strumień spiętrzony osiągnie dużą wartość.

W przypadku takim obliczenie strumienia przeprowadzamy jak dla obwodów magnetycznych rozgałęzionych.

Wypada zaznaczyć, że także w przypadku, gdy pierścień nie zawiera upustu, można osiągnąć silny strumień spiętrzony, wymaga to jednak wielkich ilości

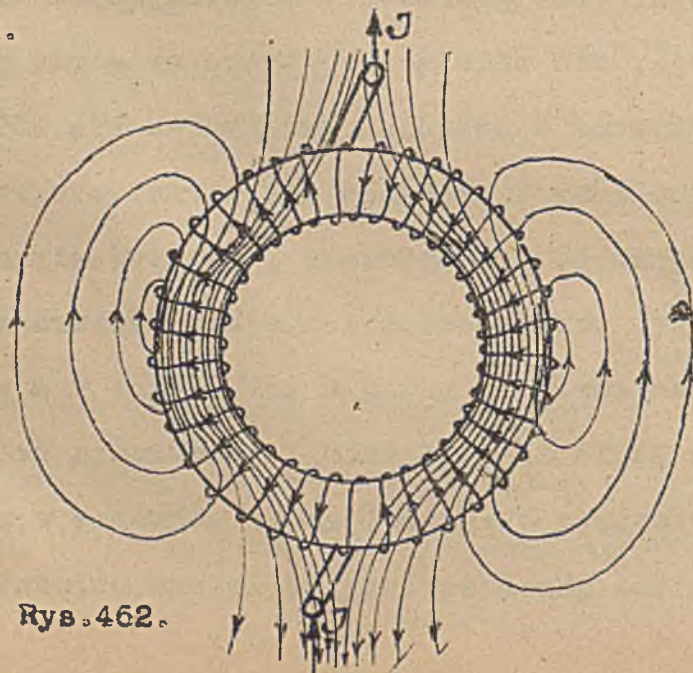
amperozwoji (na obu cewkach, wytwarzających spiętrzenie). Przy jednakowych amperozwojach obu cewek, wszystkie linje magnetyczne wychodzą na zewnątrz pierścienia (w powietrze). Przy niejednakowych amperozwojach obu cewek, część linii magnetycznych przechodzi w okół rdzenia. Strumień okrężny odpowiada mniejwięcej różnicy amperozwoji obu cewek.

Na rys.461 przedstawiony jest przypadek spiętrzenia magnetycznego dwu jednakowych cewek, ułożonych na prostym rdzeniu żelaznym.



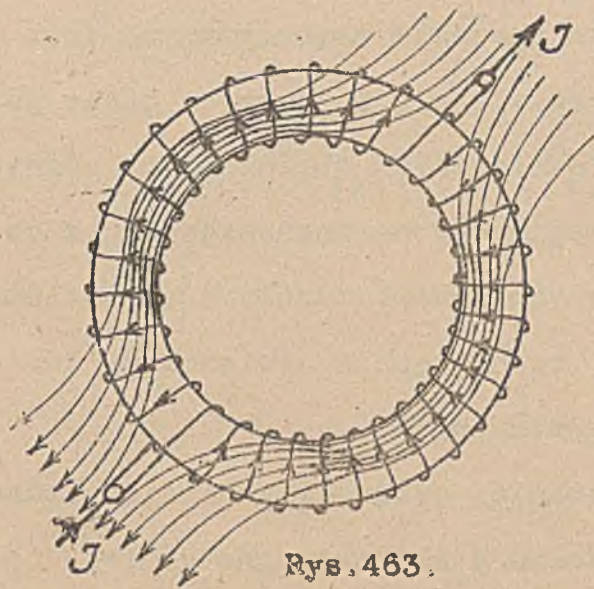
Rys.461.

Rys.462 okazuje bardzo ciekawy i praktycznie ważny przypadek spiętrzenia magnetycznego, zachodzący w twornikach dynamomaszyn. (Tu przedstawiony jest twornik Gramme'a 2-biegunowy). Położenie biegunów strumienia spiętrzonego zależy od położenia szczotek, od położenia tychże zależy bowiem obieg prądu w uzwojeniu twornika (Rys.462 i 463.).



Rys.462.

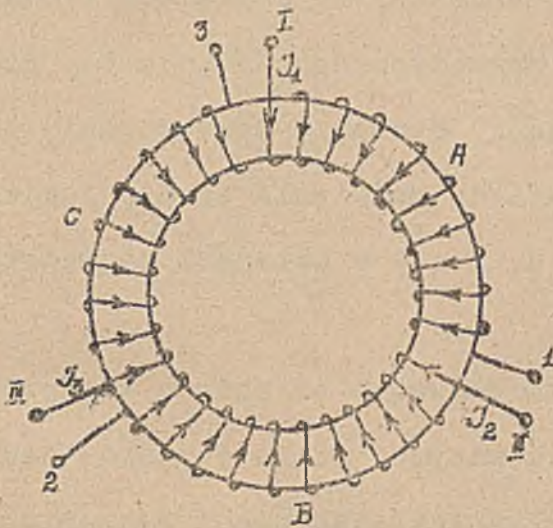
Gdy twornik, zasilany za pośrednictwem szczotek prądem J , wprowadzimy w ruch obrotowy, strumień spiętrzony pozostanie nieruchomy, a położenie jego zależy będzie



Rys. 463.

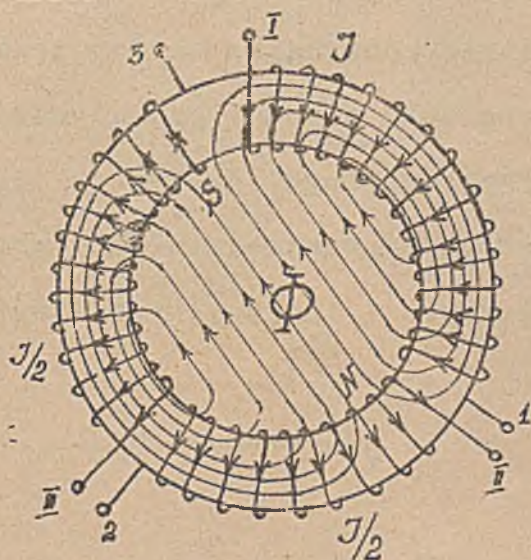
jedynie od położenia szczotek. Gdy pierścień jest w spoczynku, a szczotki wirują, wiruje z nimi także strumień spiętrzony.

Jeszcze ciekawszy i również bardzo ważny praktycznie wypadek spiętrzenia przedstawia rys. 464. Mamy tu wypadek, gdzie rdzeń żelazny posiada 3 cewki przesunięte względem siebie o $1/3$ obwodu rdzenia.



Rys. 464.

Gdy przez 3 cewki A B C o jednakowych zwójach (z) przepuszczymy jednakowe 3 prądy stałe $J_1 = J_2 = J_3 = J$ w kierunkach zgodnie magnesujących rdzeń (rys. 464), powstanie strumień Φ w całości przebiegający wewnątrz rdzenia. W przypadku gdy przez jedną z cewek przepływa prąd J a przez dwie pozostałe prądy o natężeniach $J/2$ i kierunkach przeciwnie magnesujących rdzeń jak J , otrzymamy strumień spiętrzony, przenikający wewnątrz pierścienia (rys. 465).



Rys. 465.

Spiętrzony strumień Φ wiruje względem nieruchomego pierścienia, gdy 3 cewki tegoż zasilamy 3-ma prądami sinusoidalnymi o jednakowych amplitudach i okresach, przesuniętymi względem siebie we fazie o 120° . (Patrz "Pole wirowe Ferrarisa" w tomie III-sin).

13. Uwagi do rozdziału III-go:

Wprowadzone do rozdziału III-go rozważania o obwodzie magnetycznym, oraz dotyczące wzory (prawo Ohma, prawo Kirchhoffa) okazały się w praktyce nader pożyteczne i celowe. Stwierdzono wielokrotnie w niezliczonych obliczeniach różnych zespołów magnetycznych, że wzory wsparte na analogji obwodu magnetycznego z obwodem elektrycznym, dają w obliczeniach praktycznych wyniki zupełnie zadowalniające, to znaczy bardzo mało odbiegające od tego, co następnie stwierdzamy doświadczalnie na zrealizowanych konstrukcjach magnetycznych.

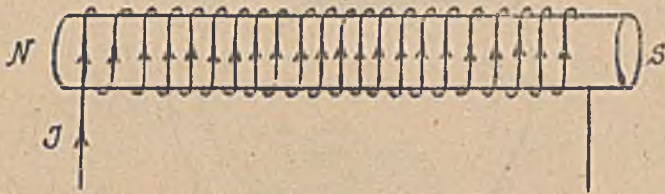
Nic tedy dziwnego, że praktyczni elektrotechnicy wysunęli z biegiem czasu rozważania o obwodzie magnetycznym na czoło rozważań o elektromagnetyzmie. Często też widzimy, nawet w poważniejszych podręcznikach, że naukę elektromagnetyzmu zaczyna się po prostu prawie że od obwodu magnetycznego. Metody tej nie zastosowano w niniejszym podręczniku z dwu względów. Szerokie zastosowanie cewek powietrznych (bez rdzeni) w radjotechnice zniewała do omówienia zasad, jakimi się należy kierować przy obliczeniach wielkości H , B i Φ w układach magnetycznych, pozbawionych rdzeni żelaznych.

Przy rozpoczynaniu nauki o elektromagnetyzmie wprost od obwodu magnetycznego, zatracą się orientację w warunkach skomplikowanych, gdzie formalne jedynie prawa obwodu magnetycznego należy stosować z wielką ostrożnością i zrozumieniem rzeczywistych praw elektromagnetyzmu.

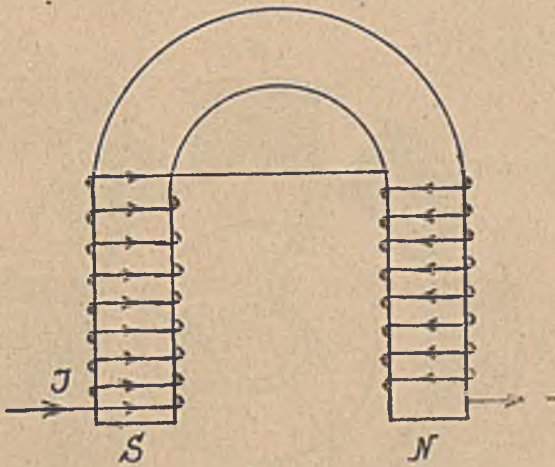
Nauka o elektromagnetyzmie ma na celu nietylko poznanie, bardzo zresztą ważnych zasad, którymi się kierujemy przy obliczeniach obwodów magnetycznych, lecz ma także wprowadzić w ustrój pola elektromagnetycznego. Ważny ten cel musiał być spełniony ze względu na to, że podłożem podstawowym działań w praktycznej elektrotechnice, t.j. działań elektrodynamicznych i indukcyjnych, jest właśnie pole elektromagnetyczne.

IV. Elektromagnetyzm w zastosowaniach praktycznych.

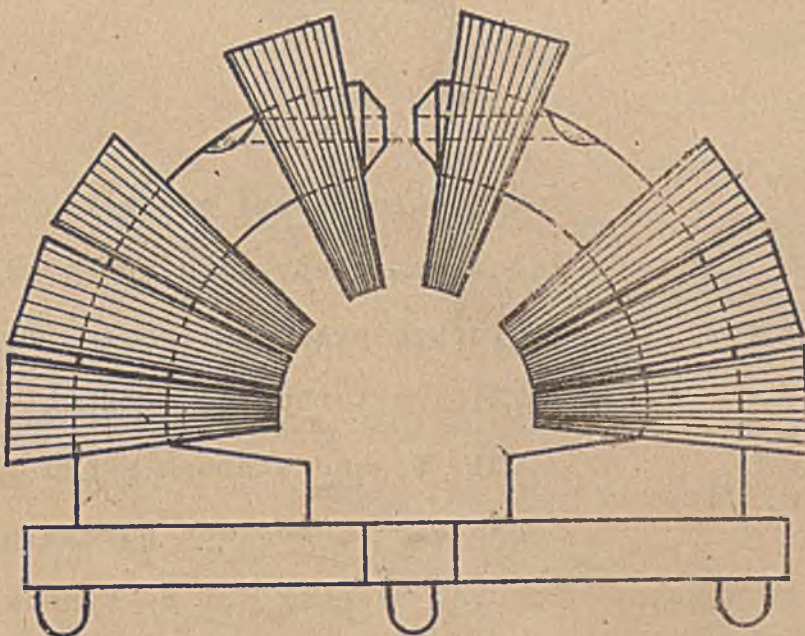
Elektromagnesem nazywamy rdzeń z żelaza miękkiego, opatrzony zwojami, przez które płynie prąd elektryczny.



Rys. 466.



Rys. 467.



Rys. 468.

Zależnie od przeznaczenia, kształt elektromagnesu może być rozmaity.

Rys. 466 przedstawia elektromagnes sztabowy.

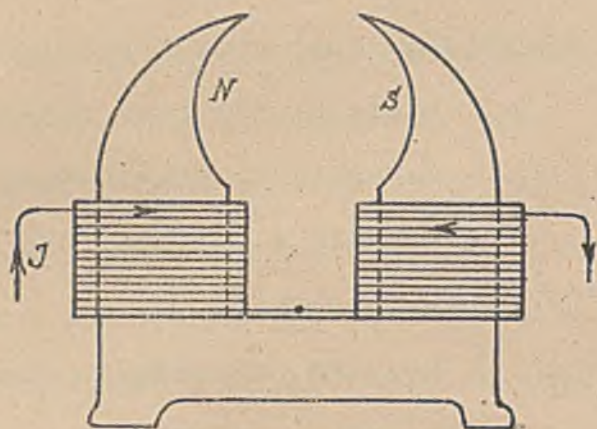
Na rys. 467 widzimy elektromagnes w formie podkowy.

Rys. 468 przedstawia duży elektromagnes, używany do badań fizycznych. (Natężenie pola magnetycznego H w szczelinie między biegunami osiąga w bardzo dużych takich elektromagnesach od 20 000 do 100 000 cgs czyli oerstedów).

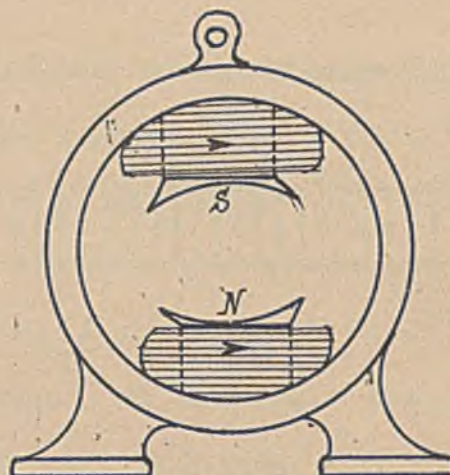
Stator każdej dynam maszyny to właściwie elektromagnes dwu- lub wielobiegunowy.

Na rys. 469 przedstawiony jest stator starej, na rys. 470 stator nowoczesnej maszyny 2-biegunowej.

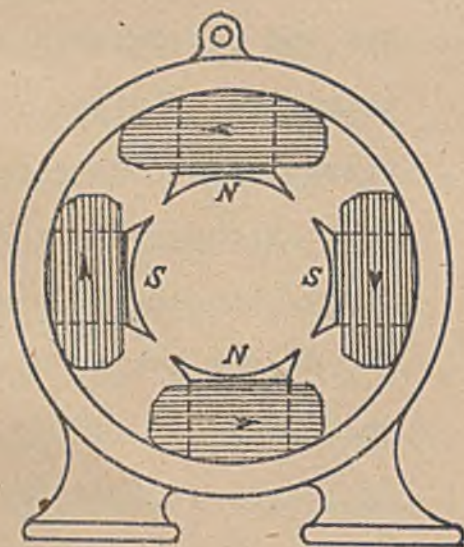
Wreszcie rys. 471 ilustruje stator o 4-rech biegunach (czyli 4-rech elektromagnesach).



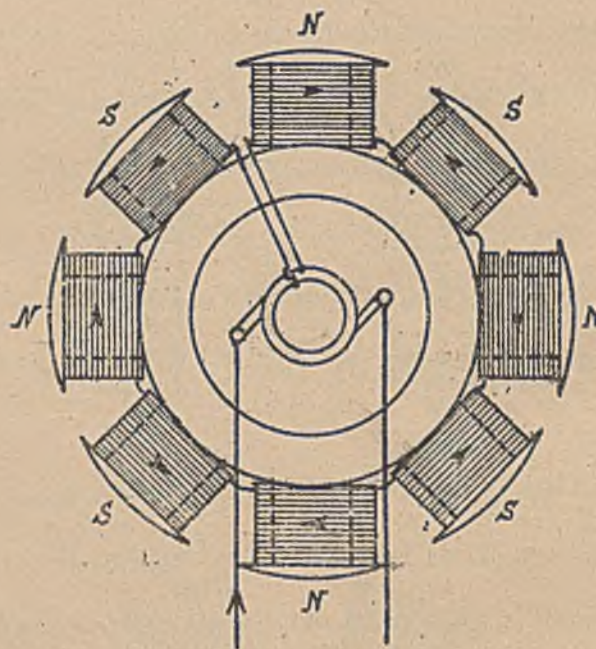
Rys. 469.



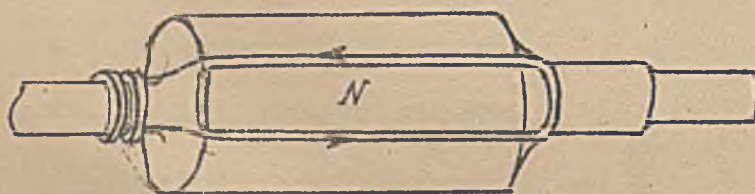
Rys. 470.



Rys. 471.



Rys. 472.



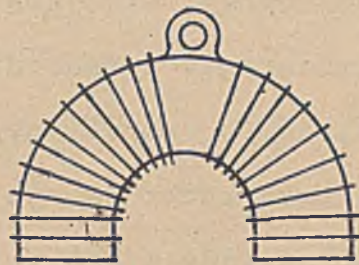
Rys. 473.

Szczególną formę przedstawiają elektromagnesy wirujące w generatorach prądu zmiennego (rys. 472) i w turbogeneratorach (rys. 473). W generatorach prądu zmiennego wirnik posiada parzystą

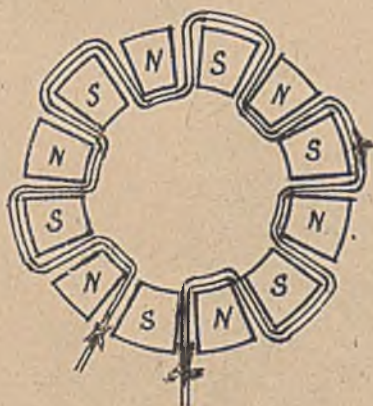
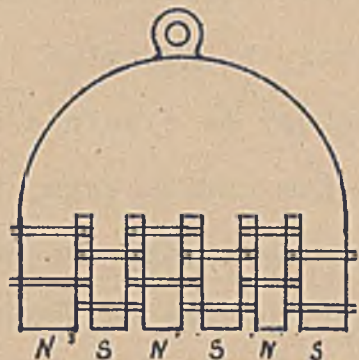
ilość nabiegunków tak uzwojonych, że wykazują kolejno bieguny N i S. Końcówki uzwojenia doprowadzone są do dwu pierścieni ślizgowych, do których doprowadza się prąd stały. Dwubiegunowe statory w turbogeneratorach nie mają wystających biegunów (nabiegunków). Zwoje ułożone są tu w żłobkach, celem uzyskania możliwie małej

średnicy rotora (konieczne ze względu na duże obroty wirnika).

Specjalny typ przedstawiają t.zw. elektromagnesy dźwigowe. Elektromagnes taki starej konstrukcji, wzorowanej na zwykłym elektromagnecie formy podkowy, przedstawia rys.474.



Rys.474.



Rys.475.

W nowszych konstrukcjach obwód elektromagnesu dźwigowego, formy dzwonu, podzielony jest na kilkanaście części (rys.475) tak uzwojonych, że pod prądem tworzą naprzemian bieguny N i S.

Udźwig elektromagnesu obliczamy z pomocą wzoru Maxwella (wyprowadzonego poprzednio w Magnetostatyce Str.150)

$$F = \frac{B^2 \cdot S}{8\pi \cdot 981 \cdot 000} \text{ kg}$$

B oznacza tu indukcję w szczelinie między dźwiganiem żelazem a powierzchnią stykową elektromagnesu, S czynną powierzchnią stykową w cm^2 .

W elektromagnesach dźwigowych doprowadza się B (z pomocą amperozwoji) aż do wartości $B = 20 \ 000 \text{cgs}$ Materiał elektromagnesu dźwigowego stanowi żelazo miękkie o dużej przenikalności. Celem uchronienia się od remanentu i powstającej wskutek tego lepkości magnetycznej, można zastosować przełączenie prądu (krótkotrwała zmiana kierunku prądu stałego powoduje zniweczenie remanentu).

Dziś buduje się elektromagnesy dla udźwigu dochodzącego do 75 t. Rys.476 przedstawia właśnie taki

olbrzymi elektromagnes znajdujący się w Zakładach Krupp'a. Muszą one być zasilane prądem stałym, tam więc gdzie jest do dyspozycji tylko prąd zmienny, konieczne są przetwornice prądu zmiennego na stały.

Duże znaczenie przy obróbce metali mają t.zw. uchwyty elektromagnetyczne, służące do zamocowania żelaznych przedmiotów celem obróbki na strugarkach, wiertarkach i t.p.

Najprostszy taki uchwyt j e d n o c e w k o w y ilustruje w przekroju rys.477,

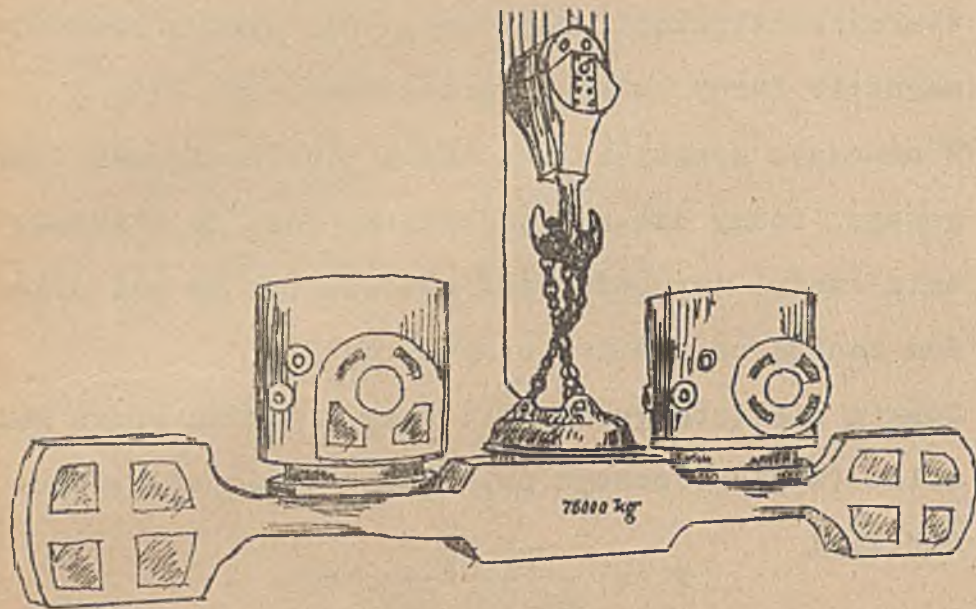
a w widoku rys.478.

Na rys.479 przedstawiony jest uchwyt wirujący do zamocowania przedmiotów żelaznych, obrabianych np. na tokarkach. Uchwyty takie posiadają kilka (4-ry lub więcej) cewek.

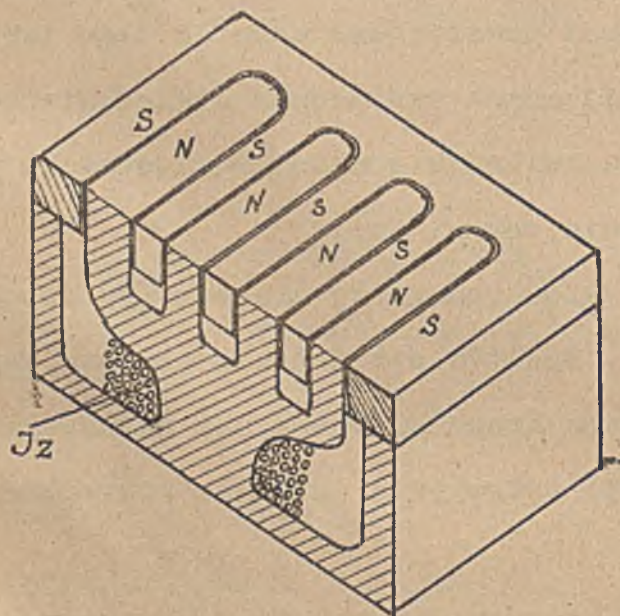
Zygzakowate linje widoczne na rys.479 są to odstępy między biegunami N i S.

Odstępy te wypełnia się stopem czcionkowym, celem ochrony wnętrza od zanie-

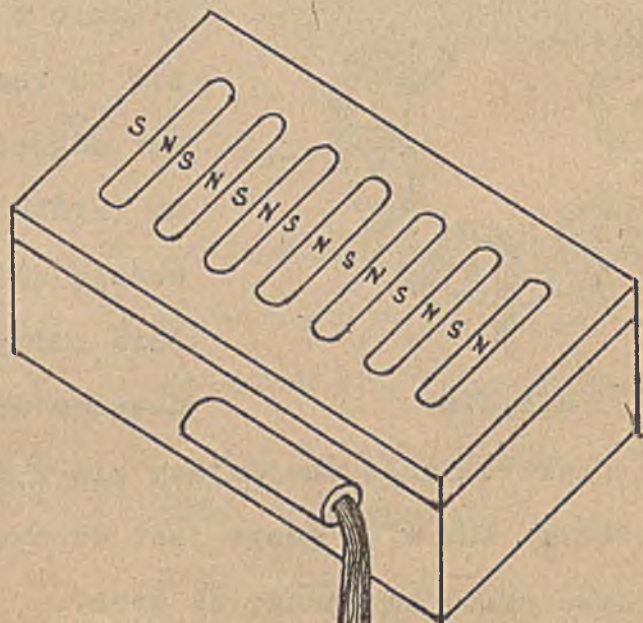
czyszczeń (opilek) a w szczególności wody. Bliższe szczegóły podane są w odbitce z "Mechanika" - "Uchwyty elektromagnetyczne" Prof.Geisler, 1923.



Rys.476. Olbrzymi magnes w fabrykach Krupp'a o sile podźwigowej 75 000 kg.



Rys.477.

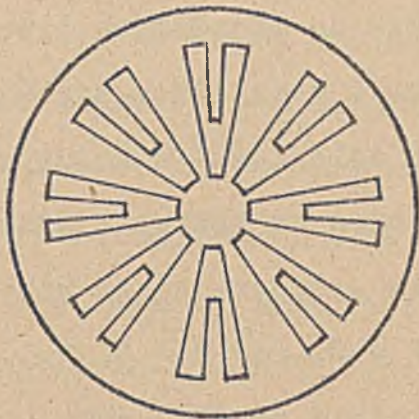


Przewody doprowadzające prąd.

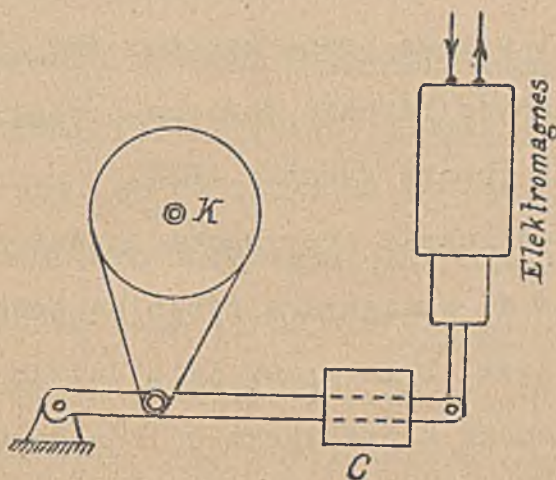
Rys.478.

W elektromagnesach używanych do hamulców (rys.480 i 481) rdzeń (żelazny)

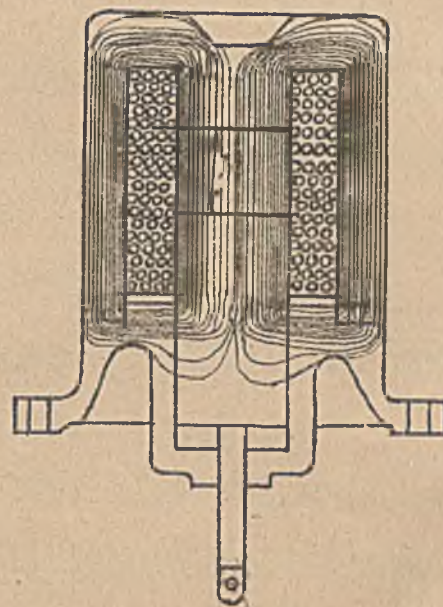
wykonuje tylko mały skok (h). Elektromagnesy te odciążają, pod prądem dźwignię hamulca (taśmowego) równoważąc ciężar C. Gdy prąd przerwie my, rdzeń elektromagnesu opada, a ciężar C powoduje hamowanie (napięcie stalowej taśmy na bębnie hamulczym). W hamulec taki wyposażone są wszystkie windy osobowe i ciężarowe.



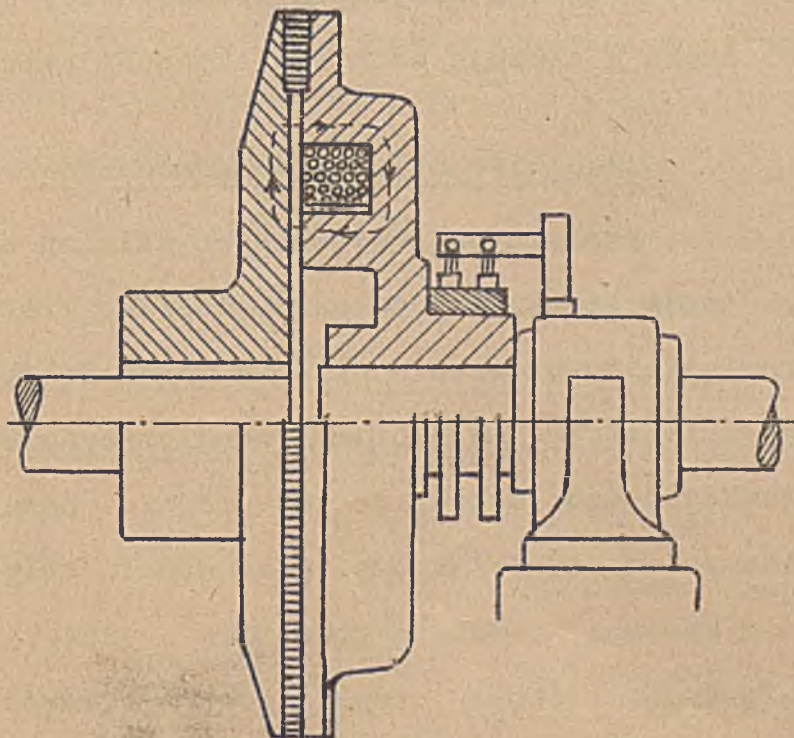
Rys.479.



Rys.480. Hamulec elektromagnetyczny.



Rys.481.

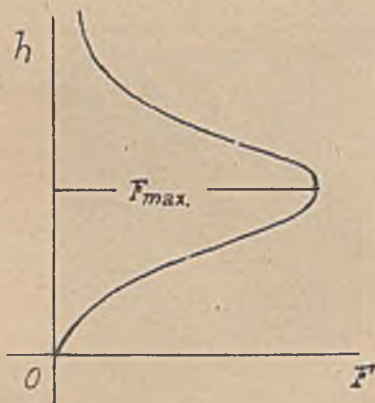
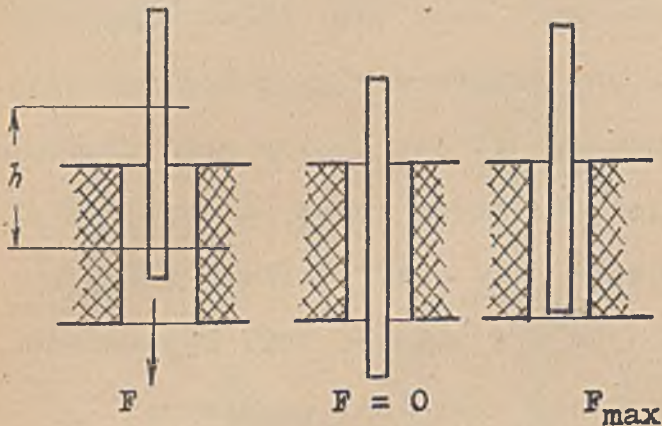


Rys.482.

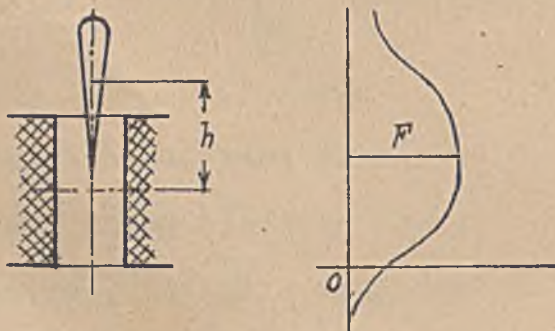
Z innych zastosowań elektromagnesu wymienić można jeszcze sprzęgło elektromagnetyczne (rys.482) i elektromagnetyczny separator, używany do "wyławiania" żelaza z ciał rozdrobnionych (sól kuchenna, potasowa, w młynach i t.p.)

Na szczególną uwagę zasługują elektromagnesy z rdzeniem ruchomym, stosowane w przyrządach elektromagnetycznych (amperomierz

rze i woltomierze elektromagnetyczne) oraz przy hamulcach elektromagnetycznie lu-



Rys.483.



Rys.484.

zowanych. Odnosnie do pierwszych trzeba zauważyć, że siła F wciągająca rdzeń do cewki, zależy od odległości h środków cewki i rdzenia oraz od kształtu rdzenia. Przy zastosowaniu cylindrycznego rdzenia żelaznego jest $F = 0$, gdy $h = 0$, t.j. gdy środek rdzenia leży w środku cewki.

W miarę wyciągania rdzenia z cewki siła F rośnie i osiąga pewne maximum (F_{max}), gdy jeden koniec rdzenia dosięga brzegu otworu cewki (patrz rysunki 483).

Przy konstrukcji przyrządów chodzi o to, aby siła F , wciągająca rdzeń do cewki (pod prądem) była w możliwie dużych granicach skoku h praktycznie jednakowa.

Osięga się ten cel, nadając rdzeniowi odpowiedni kształt, n.p. formę stożka (rys. 484). Odnosną krzywą zależności siły F od skoku h okazuje obok zamieszczony wykres.

Szkodliwe działania magnetyczne.

Prócz tych pożytecznych działań elektromagnesów mamy także szkodliwe. Wielkie elektromagnesy posiadają tak silne strumienie rozprószania, że nie można do nich zbliżyć zegarka bez namagnesowania jego delikatnego mechanizmu wewnętrznego, który wskutek tego przestaje prawidłowo funkcjonować. Szkodliwe jest również namagnesowanie się konstrukcyjnych części żelaznych maszyn, jak n.p. wału w polu rozprószania. O ile strumienie rozprószania są zmienne, powodują powstanie prądów wirowych w odnośnych częściach i grzanie się tychże. Straty cieplne powstają także wskutek zmiennego magnescwania się różnych części żelaznych (histereza).

Straty te muszą być oczywiście pokryte z dostarczonej energii i wpływają tem samem ujemnie na sprawność danego urządzenia.

W końcu należy jeszcze zwrócić uwagę na t.zw. lepkość magnetyczną, która w dużej ilości wypadków może być szkodliwą i musi być z tego powodu wzięta w rachubę. Tak n.p. musimy dawać mosiężne podkładki pod kotwice elektromagnesów w różnego rodzaju przekaźnikach, a przyciągające się części sprzęgieł elektromagnetycznych muszą być przedzielone materiałem niemagnetycznym, jeżeli sprzęgło nie ma trzymać mimo wyłączenia prądu.

Lepkość magnetyczną, czyli przyleganie zwory do jarzma mimo zaniku magnesujących amperozwoji, powoduje remanent magnetyczny. Remanent ciał ferromagnetycznych jest duży, bo około 60 % tej wartości indukcji B, jaka była w zamkniętym i jednorodnym obwodzie magnetycznym w chwili zaniku amperozwoji.

Wypada podkreślić, że remanent żelaza miękkiego jest prawie tak duży, jak stali, gdyż indukcje B w obu tych ośrodkach ferromagnetycznych niewiele się różnią dla tych samych wartości H (Tablice). Zatem zwora z miękkiego żelaza (lub z blach) przylega do jarzma zrobionego także z żelaza miękkiego równie silnie po przerwaniu prądu, jak w przypadku, gdy zespół ten sporządzimy z dobrej stali.

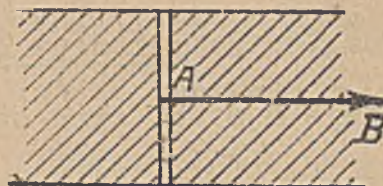
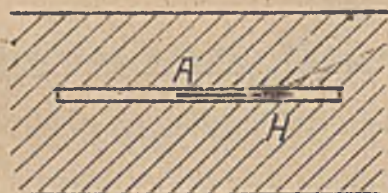
Po przerwaniu prądu bowiem, remanent w żelazie miękkim i stali będzie prawie jednakowy, ze względu na niewielką różnicę końcowych wartości B w obu tych ciałach ferromagnetycznych przy tych samych amperozwojach.

O fakcie tym, łatwo stwierdzalnym doświadczalnie, zapominają niektórzy wynalazcy i konstruktorzy, stąd niepowodzenia. Nawet silna sprężyna nie zdoła oderwać zwory z miękkiego żelaza (!) przylegającej gładko do jarzma, ^{z miękkiego żelaza} gdy ustrój ten był poprzednio silnie namagnesowany ! (Doświadczenia).

V. Pomiary magnetyczne.

1. Wyznaczenie krzywej magnesowania.

Magnetyczne właściwości materji określamy przy pomocy charakterystyk magnetycznych. Najważniejszą z tych charakterystyk jest krzywa magnesowania t.j. krzywa ilustrująca zależność indukcji B od natężenia pola H. Krzywą magnesowania wyznaczamy z dat pomiarów B i H dokonanych na próbkach sporządzonych z badanego materiału. Zarówno B i H trzeba oczywiście zmierzyć dla punktów położonych wewnątrz próbki. Teoretycznie H odpowiada natężeniu pola w nieskończenie cienkim kanaliku podłużnym do linii sił^{x)} (rys.485), a B natężeniu pola w nieskończenie wąskiej szczelinie poprzecznej do linii indukcji^{x)} (rys.486). Pomyślany taki pomiar wyobrazamy sobie wykonany w ten sposób, że w punkcie A, dla którego ma się wyznaczyć



Rys. 485. Natężenie $H = F_H/m$.

Rys. 486. Indukcja $B = F_B/m$.

wektory H i B, umieszczona jest masa magnetyczna dodatnia (północna) + m i że wyznaczamy siłę F_H działającą na tę masę w kanaliku podłużnym, względnie siłę F_B w szczelinie poprzecznej. Iloraz

$$H = F_H/m$$

odpowiada natężeniu pola w punkcie A, iloraz

$$B = F_B/m$$

indukcji pola w punkcie A. Kierunki H i B są zgodne z kierunkami odnośnych sił F_H i F_B .

Opisany pomiar, jakkolwiek bardzo pomocny w rozważaniach teoretycznych, nie może oczywiście być zrealizowany praktycznie, już choćby z tego powodu, że pojęcie odosobnionej masy magnetycznej m jest zupełną fikcją. Poza tem wykonywania kanałów i szczelin w różnych punktach materiału nie można traktować jako realnego zabiegu pomiarowego.

^{x)} ważne dla przypadku, gdy linje sił i linje indukcji padają na siebie.

W praktycznym pomiarze wektorów H i B musimy się ograniczyć do metod, w których próbka nie doznaje żadnych uszkodzeń i w których z pomocą pomiarów zewnętrznych możliwe jest ustalenie wartości i kierunków H i B wewnątrz próbki.

Klasyczną metodę pomiaru B wewnątrz próbki stanowi pomiar strumienia indukcji Φ w próbce, na zasadzie działań indukcyjnych, wywołanych zmianą Φ (pomiar galwanometrem balistycznym). Iloraz Φ/s , gdzie s oznacza powierzchnię (w cm^2), przez którą (prostopadle) przenika strumień Φ , odpowiada indukcji B , oczywiście z zastrzeżeniem, że w każdym punkcie s indukcja B ma jednakową wartość, o co trzeba się przy pomiarze postarać (Rys.487).

Jedyną metodą pomiaru H wewnątrz próbki stanowi ustalenie wartości H_1 , czyli natężenie pola, pochodzącego od amperozwoji magnesujących próbkę, przez pomiar natężenia prądu J i obliczenie H z wartości H_1 przy uwzględnieniu kształtu próbki (Ścinanie). Zasadniczo próbka powinna mieć albo kształt pierścienia zamkniętego (toroidu), albo elipsoidu (próbka otwarta). Tylko bowiem dla tych dwu kształtów możliwe jest ściśle określenie zależności H od H_1 czyli od J , a mianowicie.

Dla próbki pierścieniowej jest $H = H_1$

a dla próbki elipsoidalnej jest $H = H_1 - k \cdot J$

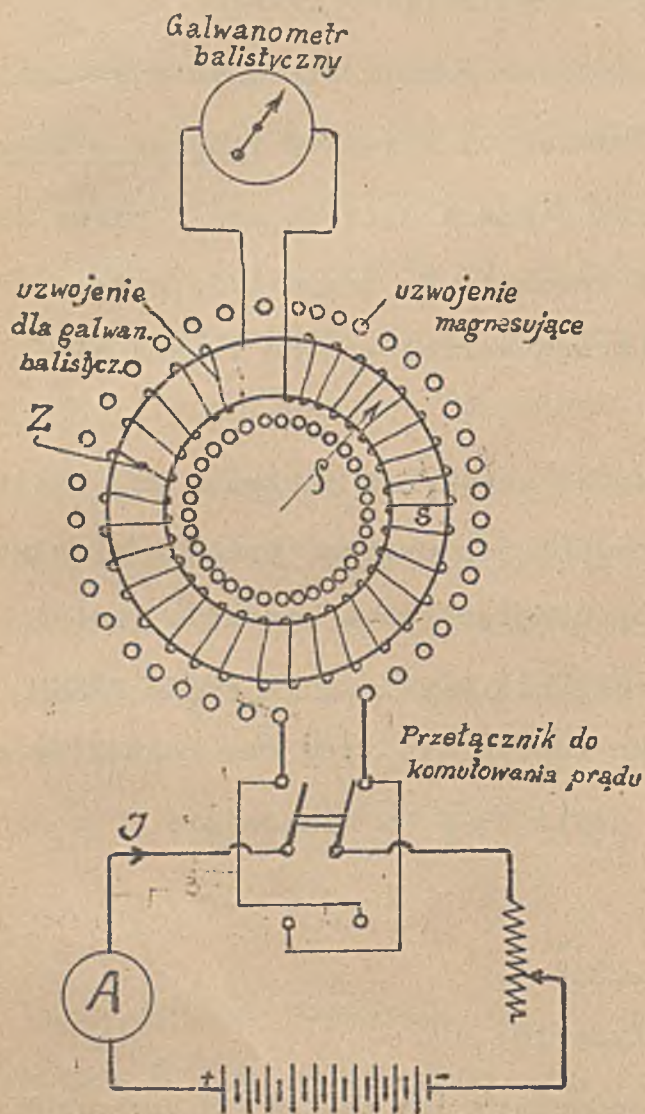
gdzie k oznacza spółczynnik kształtu, a J magnetyzację.

Na rys.487 i 488 okazane są schematycznie aparaty dla pomiaru B galwanometrem balistycznym a H z pomocą pomiaru prądu J . Rys.487 przedstawia układ dla próbki pierścieniowej, rys.488 dla próbki elipsoidalnej.

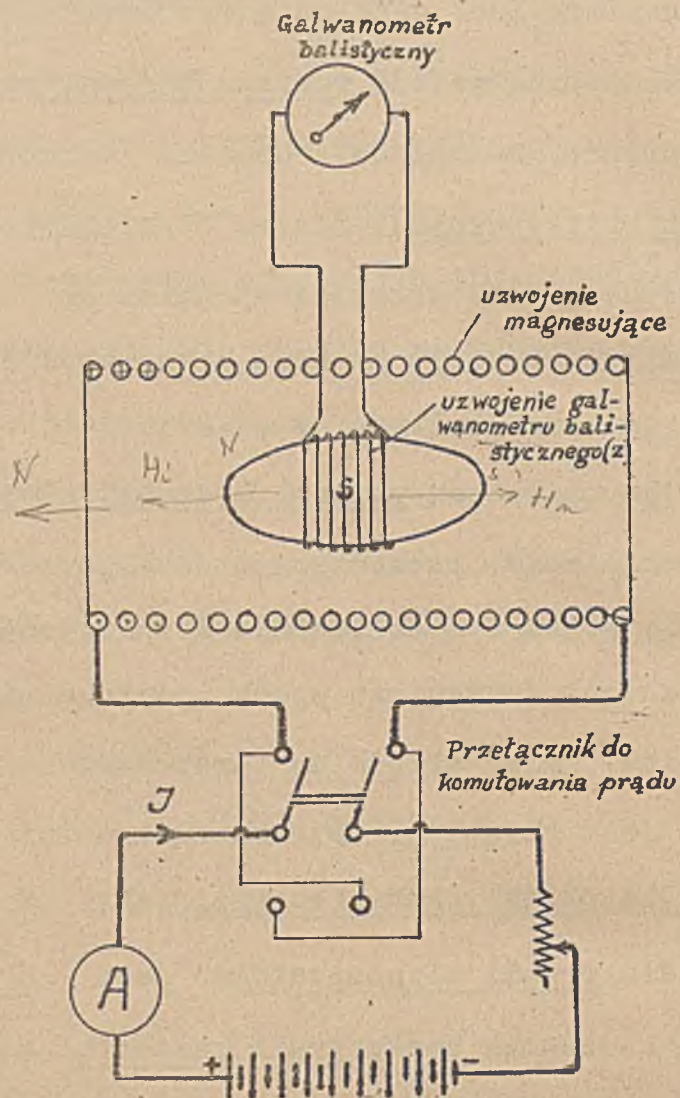
Dla większej przejrzystości układu pominięto wszystkie przyrządy i połączenia uboczne. Przez grube zwoje przepływa prąd magnesujący, cienkie zwoje połączone są z galwanometrem balistycznym. Galwanometr balistyczny jest to galwanometr lusterkowy, zazwyczaj systemu Deprez - d'Arsonval'a (ruchoma cewka w polu stałego magnesu), w którym ruchoma cewka obciążona jest ciężarkami, celem zwiększenia bezwładności x).

x) Opis przyrządu podany jest w części "Działania Elektrodynamiczne prądu" Pomiar z pomocą galwanometru balistycznego indukowanego naboju zawarty jest w części "Indukcja elektromagnetyczna".

Metoda balistyczna wyznaczania krzywej magnesowania.



Rys.487 Pomiar B i H w próbce pierścieniowej.



Rys.488. Pomiar B i H w próbce elipsoidalnej (otwartej).

Pod działaniem amperozwojów Jz próbka pierścieniowa, względnie elipsoidalna, ulega namagnesowaniu, a przez jej pole (s) objęte zwojami połączonymi z galwanometrem balistycznym, przechodzi strumień indukcji magnetycznej Φ . Przerwaniu prądu J (przełącznikiem) towarzyszy zanik strumienia Φ , wskutek czego w zwojach połączonych z galwanometrem indukuje się nabój elektryczny Q . Nabój ten, przepędzony przez galwanometr balistyczny, powoduje odchylenie (α) proporcjonalne do Q , a mianowicie

$$Q = \frac{z}{R} \cdot \Phi \cdot 10^{-8} \text{ kulombów (indukcja)}$$

$$Q = c \cdot \alpha \text{ (pierwsze wychylenie galwanometru w jedną stronę).}$$

Ze wzorów powyższych wynika, że

$$\Phi = \frac{R}{z} \cdot Q \cdot 10^8 = \frac{R}{z} \cdot (c \cdot 10^8) \cdot \alpha$$

Gdy zwoje magnesujące są nieco oddalone od powierzchni pierścienia, względnie elipsoidu (rys. 487, 488), i gdy grubość próbki pierścieniowej względnie elipsoidalnej jest mała, można przyjąć, że praktycznie zarówno H jak i B w każdym punkcie przekroju s jest jednakowe. Przy takim założeniu możemy położyć

$$B = \frac{\Phi}{s} = \frac{R \cdot Q}{z \cdot s} 10^8 = \frac{R}{z \cdot s} (c \cdot 10^8) \alpha = c_1 \alpha^x$$

$$\underline{B = c_1 \alpha} \dots\dots\dots (124)$$

czyli powiedzieć, że indukcja B wewnątrz próbki jest proporcjonalna do wychylenia galwanometru balistycznego, gdy B nagle spada do zera (c_1 stała, zależna od stałej galwanometru c, oporu R koła utworzonego z uzwojenia i cewki galwanometru, ilości zwojów, z uzwojenia leżącego na próbce a połączonego z galwanometrem, i przekroju próbki s). Ponieważ strumień Φ nie znika w zupełności przy przzerwaniu prądu J (remanent), trzeba przy powyższym pomiarze B zastosować komutowanie prądu J (zmiana kierunku J na przeciwny). Przy przełączeniu prądu znika poprzedni strumień Φ a powstaje nowy, praktycznie tak samo wielki Φ , lecz przeciwnie skierowany do pierwotnego a przez galwanometr balistyczny zostaje przepędzony nabój 2 Q, galwanometr daje więc 2 razy większe wychylenie (α).

Gdy więc przełączamy prąd, jest

$$B = c_1 \frac{\alpha}{2}$$

Na próbce pierścieniowej zwoje indukcyjne (połączone z galwanometrem) są równomiernie rozłożone wzdłuż całego obwodu. W przypadku próbki elipsoidalnej operuje się cewką o zwojach skupionych, ułożoną w płaszczyźnie przekroju s, dla którego B ma być wyznaczone.

Natężenie pola magnetycznego H wewnątrz pierścieniowej próbki, określa wzór

$$H = \frac{0,4\pi \cdot Jz}{l} = \frac{0,4\pi \cdot Jz}{2\pi \varphi}$$

$$\underline{H = c_2 \cdot J} \dots\dots\dots (125)$$

bo tu H jest niezależne od materiału pierścienia i równe H_1 . Można więc powiedzieć że w próbce pierścieniowej natężenie pola H jest proporcjonalne do natężenia prądu J cewki magnesującej (125).

x) Wzory powyższe będą wyprowadzone w części "Indukcja elektromagnetyczna".

W przypadku próbki elipsoidalnej natężenie H wewnątrz próbki nie równa się natężeniu H_1 pochodzącemu od prądu J , czyli tu wzór 125 nie może mieć zastosowania. Występuje tu bowiem oddziaływanie końców próbki (Magnetostatyka).

Gdy jednak elipsoid ułożony jest osiowo w osi magnesującego solenoidu mamy zależność

$$H = H_1 - k \cdot J \dots\dots\dots (126)$$

$$J = \frac{B - H_1}{4\pi - k} \dots\dots\dots (127)$$

czyli $H = \frac{4\pi H_1 - kB}{4\pi - k} \dots\dots\dots (128)$

lub $H = H_1 \frac{4\pi}{4\pi - k} - \frac{k}{4\pi - k} B \dots\dots\dots (129)$

$$H = c_2 \frac{4\pi}{4\pi - k} J - \frac{k}{4\pi - k} B \dots\dots\dots (130)$$

Jakkolwiek więc przy elipsoidzie natężenie H wewnątrz próbki zależy jeszcze od indukcji B , to jednak zarówno B jak i H wewnątrz próbki można i tu ustalić z pomocą pomiaru galwanometrem balistycznym (B) i natężenia prądu J (wzór 130). Pomiar wymaga tylko znajomości spółczynnika kształtu k . Spółczynnik ten określa dla sferoidu wzór

$$k = \frac{4\pi}{1 - \lambda^2} \left\{ 1 - \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \lambda^2}} \arccos \lambda \right\} \dots\dots (131)$$

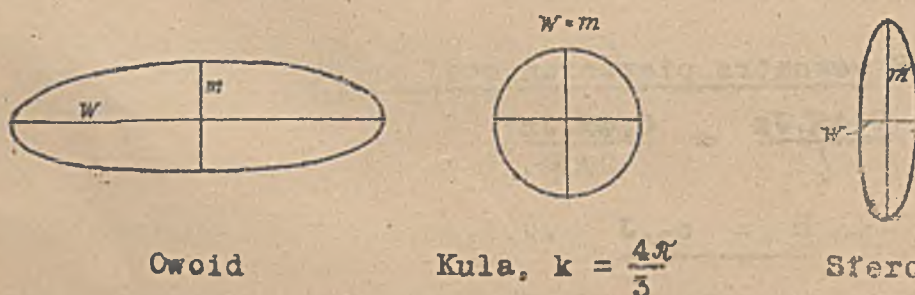
a dla owoidu wzór

$$k = \frac{4\pi}{\lambda^2 - 1} \left\{ \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - 1}} \log \text{nat}(\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1}) - 1 \right\} \dots (132)$$

przyczem

$$\lambda = w/m \dots\dots\dots (133)$$

odpowiada stosunkowi długości obu prostopadłych osi elipsoidu, przyczem „ w ” ma odpowiadać osi obrotu elipsy (rys.489). Wartości współczynnika kształtu k podaje za-
x)



Owoid

Kula, $k = \frac{4\pi}{3}$

Sferoid

Rys.489. Elipsoid obrotowy.

mieszczona dalej tabliczka
Dla nieskończenie długiego owoidu magnesowanego wzdłuż osi „ w ” jest $k = 0$. Zatem według (129) jest dla nieskończenie długiego owo-

idu ($k = 0$)

$$H = H_1 \frac{4\pi}{4\pi - 0} - \frac{0}{4\pi - 0} B = H_1$$

x) du Bois "Magnetische Kreise" 1894, Str.43.

Wartości współczynnika kształtu k

$\lambda = w/m$	k	$\frac{k}{4\pi - k}$	Uwagi
∞	0	0	owoid nieskończenie długi
1 000	0,00008	0,000 008 368	
500	0,0003	0,000 023 874	
100	0,0054	0,000 429 903	
50	0,0181	0,001 442 43	
10	0,2549	0,020 704 27	
5	0,702	0,059 168 755	
2	2,18	0,209 890 462	
1	$\frac{4\pi}{3} = 4,1888$	0,5	kula
0,75	5,16	0,896 697 572	
0,5	6,5864	1,101 410 20	
0,25	8,922	2,448 159 76	
0	$4\pi = 12,56637$	∞	sferoid nieskończenie cienki.

Natężenie pola wewnątrz ^{takiego} owoidu jest równe natężeniu pierwotnemu w pustym sole= noidzie. Dopiero zatem przy nieskończenie długim rdzeniu kształtu elipsoidalnego, natężenie H wewnątrz jest identyczne z natężeniem H_1 , pochodzącym od prądu (jak w toroidzie). Gdy rdzeń sferoidalny jest krótki, natężenie H jest ogólnie mniejsze od H_1 , czyli od natężenia magnesującego, albowiem

$$H = H_1 - k \cdot j$$

Dla nieskończenie krótkiego elipsoidu, czyli sferoidu magnesowanego wzdłuż osi w, jest $k = 4\pi$, a zatem

$$H = H_1 - 4\pi j \dots \dots \dots (134)$$

W przypadku takim jest - w myśl wzoru -

$$j = \frac{B - H}{4\pi}$$

$$H = H_1 - 4\pi \frac{B - H}{4\pi}$$

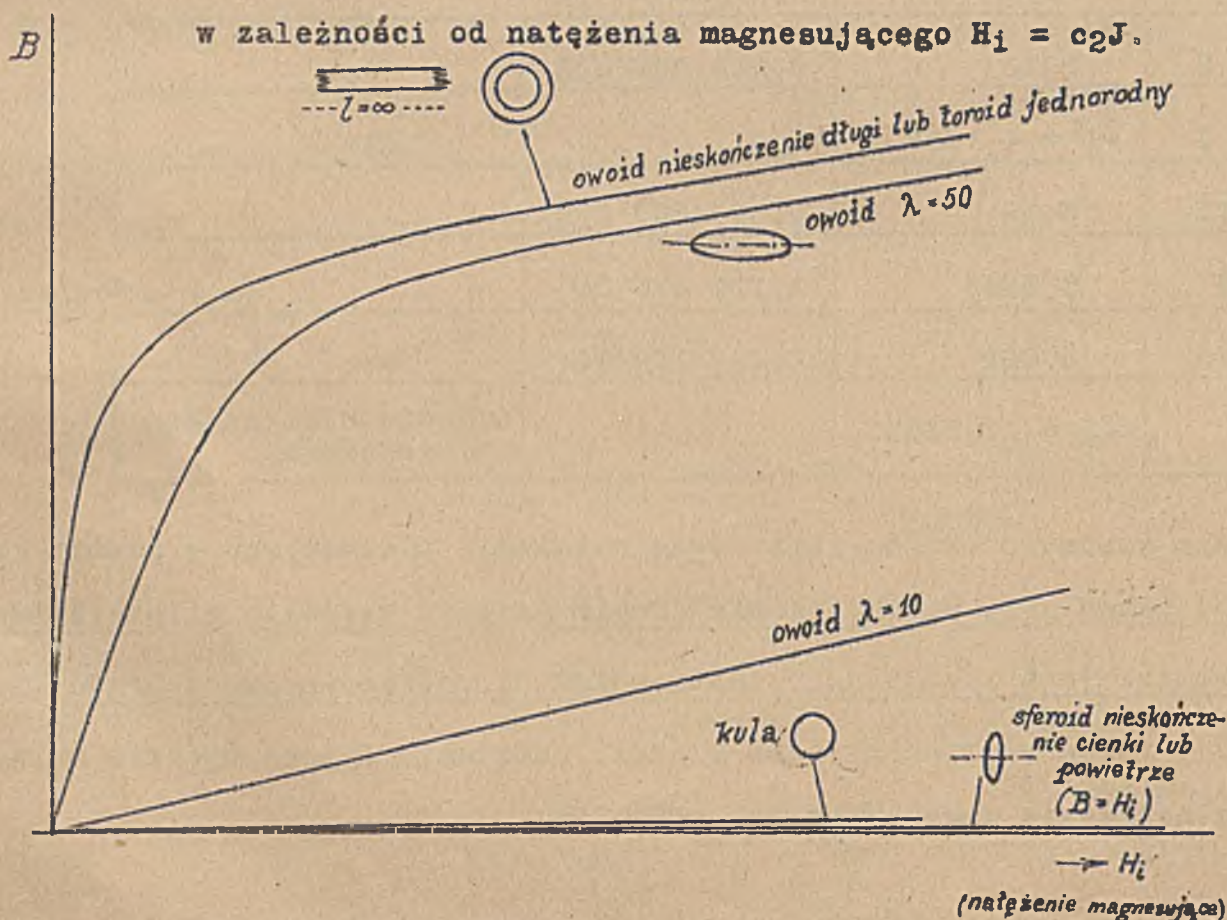
$$H_1 = B$$

Wewnątrz sferoidu nieskończenie cienkiego jest indukcja B taka sama jak w pustym solenoidzie, zaś natężenie H ulega w nim zmniejszeniu o H_1 do wartości określonej wzorem (134), czyli jest tem mniejsze im silniej magnesuje się próbka. (Dla żelaza wypadają wartości H mało różne od zera).

Uwaga: Z wzoru (128) nie można obliczyć H dla sferoidu nieskończenie cienkiego, albowiem wzór ten dla $k = 4\pi$ i $H_1 = B$ przechodzi w symbol nieoznaczony.

Na rys. 490 okazano krzywe B w zależności od H_1 , czyli natężenia magnesującego w próbkach elipsoidalnych, o długościach od $\lambda = \infty$ do $\lambda = 0$. W elipsoidzie o $\lambda = \infty$ zależność B od H_1 jest taka sama, jak w toroidzie pierścieniowym. Próbka o $\lambda = 0$ zachowuje się, ze względu na B jak powietrze.

Krzywe magnesowania żelaza miękkiego.



Rys. 490. Krzywe magnesowania, w zależności od długości próbki.

Rys. 490 poucza, że wyznaczenie charakterystyk magnetycznych

$$B = f(H_1)$$

w zależności od natężenia H_1 czyli od prądu J

$$H_1 = c_2 J$$

dałoby najzupełniej fałszywą krzywą magnesowania. Najlepiej się magnesujące sorty

żelaza mają krzywe magnesowania tem bardziej zbliżone do charakterystyk powietrza, im są cieńsze. Nieskończenie cienka płytka sferoidalna ma wewnątrz w dowolnie silnym polu magnesującym (H_1) indukcję $B = H_1$, czyli taką jak powietrze ! Widać tu jak wielki wpływ na przebieg krzywych magnesowania ma kształt próbki.

Właściwą krzywą magnesowania t.j. zależność B od H otrzymujemy jedynie dla toroidu, względnie nieskończenie długiej próbki elipsoidalnej, bo tylko dla takich próbek jest

$$H = H_1$$

Dla wszelkich innych próbek należy z wartości H_1 przejść na H, czyli "przekonstruować" krzywą magnesowania tak, aby dawała zależność B od H, czyli od rzeczywistego natężenia w próbce, a nie od H_1 t.j. od natężenia pola, pochodzącego od prądu, czyli natężenia magnesującego. Przekonstruowanie takiej krzywej magnesowania z zależności $B = f(H_1)$ na zależność $B = f(H)$, nazywa się ściananiem magnetycznym.

Ścinanie magnetyczne polega na wyznaczeniu (wykreśleniu) właściwej krzywej magnesowania ($B = f(H)$) z danych uzyskanych z pomiarów ($B = f(H_1)$) dla próbek otwartych. Teoretycznie, ścinanie wolno stosować tylko dla próbek elipsoidalnych. Praktycznie stosuje się je także dla próbek walcowych, jednakże przy włączeniu próbki w obwód magnetyczny, który stanowią duże masy miękkiego żelaza. (Patrz dalej "Wyznaczenie krzywej magnesowania przyrządem Köpala").

Ścinanie.

Oznacza na rys. 491 krzywa kreskowana $B=f(H_1)$ charakterystykę magnetyczną, wyznaczoną dla zależności B od H_1 , to krzywą magnesowania ujmującą zależność B od H otrzymamy, przesuwając każdy punkt krzywej ^{kreskowanej} na lewo o długość $k \cdot \gamma$. Jeżeli bowiem dla dowolnej wartości B jest $H_1 = OC$, to w myśl równania

$$H = H_1 - k \cdot \gamma$$

będzie H równe

$$OC = CD$$

przyczem \overline{CD} odpowiada iloczynowi $k \cdot \gamma$ w skali H_1 .

Spółczynnik k ma stałą wartość dla dowolnych wartości B. Magnetyzację γ w zależności od H_1 i k określa wzór

$$\gamma = \frac{B - H_1}{4\pi - k}$$

$$\gamma = \frac{B - H_1}{4\pi}$$

toroid

Zatem

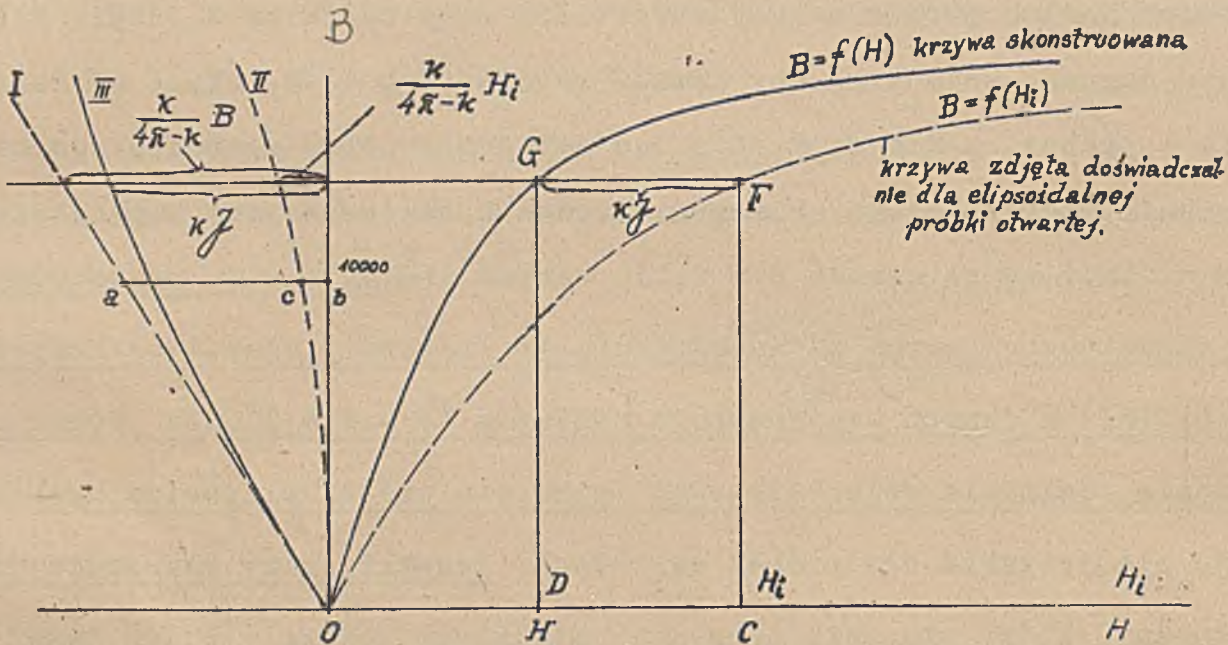
$$k \cdot \gamma = \frac{k}{4\pi - k} B - \frac{k}{4\pi - k} H_1 \dots\dots\dots (135)$$

czyli

$$H = \frac{k}{4\pi - k} H_1 - \frac{k}{4\pi - k} B + \frac{k}{4\pi - k} H_1 \dots\dots\dots (136)$$

Wyraz $\frac{k}{4\pi - k} H_1$ jest tak mały, że przeważnie może być pominięty, wobec czego można położyć

$$H \approx H_1 - \frac{k}{4\pi - k} B \dots\dots\dots (136a)$$



Bys. 491. Linje ścinające.

Wartości współczynnika $\frac{k}{4\pi - k}$ podane są w tabliczce na str. 469. Dla próbki o określonego kształtu współczynnik ten jest oczywiście stały dla wszystkich wartości B i H_1 . Linja ścinająca I jest zatem prostą, którą nader łatwo rysować, mając na uwadze, że n.p. odcinek ab dla B = 10 000 musi być równy w skali H_1 wartości

$$\frac{k}{4\pi - k} 10\ 000$$

Linja ścinająca II nie jest prostą i trzeba ją wyznaczyć punkt po punkcie, znajdując z wykresu dla różnych wartości B odnośne wartości H_1 i mnożąc

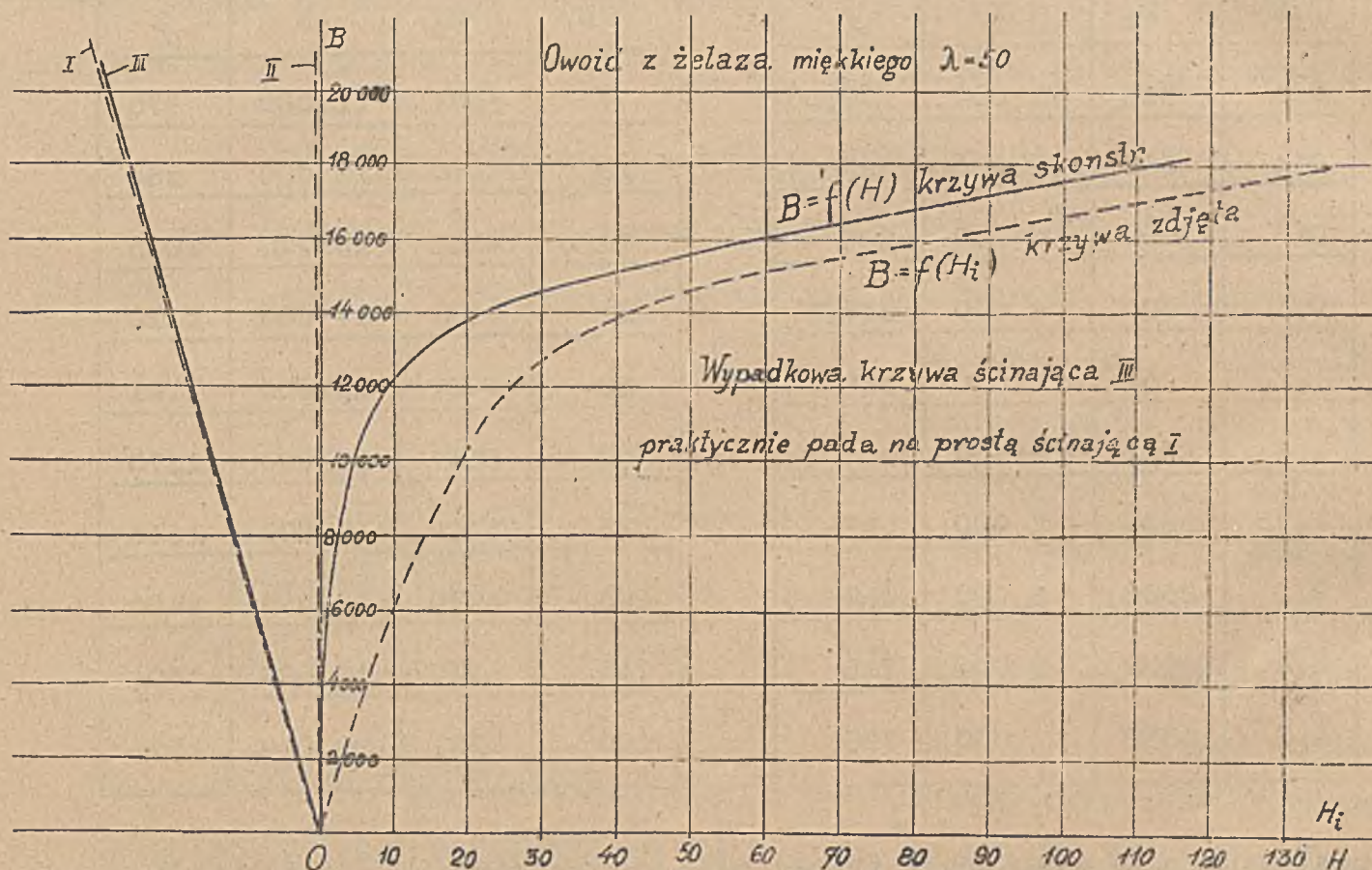
$$\frac{k}{4\pi - k} \cdot H_1$$

Odcinki bc mają być równe powyższemu iloczynowi odmierzonemu w skali H_1 na równoległych do osi H_1 w wysokościach odpowiadających odnośnym wartościom B .

Ponieważ

$$H = H_1 - k \cdot \mathcal{J} = H_1 - \frac{k}{4\pi - k} B + \frac{k}{4\pi - k} H_1$$

przeto linja wyciągnięta grubo na rys. 491 przedstawia wypadkową linję ścinającą (III) x). W mniej dokładnych pomiarach abstrahujemy od II-giej linji ścinającej i zadowalamy się tylko I-szą. Jako przykład podajemy krzywą magniesowania owojdu z żelaza miękkiego o stosunku $\lambda = 50$ (rys. 492.).



Rys. 492. Linje ścinające dla owojdu $\lambda = 50$.

Przy żelazie miękkim nawet dla bardzo dużego nasycenia ($B = 20\ 000$) wynosi wartość wyrazu $\frac{k}{4\pi - k} H_1$ dopiero $\sim 1\%$ wartości wyrazu $\frac{k}{4\pi - k} B$, może być zatem w graficznej konstrukcji śmiało pominięta. (Na rys. 492 widać, jak krzywa ścinająca II pada prawie na oś rzędnych).

Dla zilustrowania wpływu oddziaływania od magnesowującego wolnych biegunów, podano zestawienie liczbowe, zawierające H_1 , B oraz H dla próbki kształtu kuli z żelaza miękkiego.

x) Dla krzywych $\mathcal{J} = f(H_1)$ i $\mathcal{J} = f(H)$ wypada tylko jedna linja ścinająca (patrz Magnetostatyka).

Z tabeli poniższej widać, że wartości natężenia magnesującego H_1 jest w tym wypadku tego samego rzędu co wartość indukcji B , i że wartości H w porównaniu z H_1 są bardzo małe.

Przy próbkach sferoidalnych H_1 zbliża się do B tak, że H jest w porównaniu z H_1 jeszcze mniejsze.

Wartości H , H_1 , B , J , dla kuli z miękkiego żelaza.

H	H_1	B	J		H	H_1	B	J
0,3	334	1 000	79,5		7	3671	11 000	875
0,4	667	2 000	159		10	4007	12 000	954
0,6	1000	3 000	239		14,5	4343	13 000	1033
0,9	1334	4 000	318,5		21	4681	14 000	1112
1,1	1667	5 000	398		32	5021	15 000	1191
1,4	2001	6 000	478		50	5367	16 000	1270
1,75	2335	7 000	557		78	5719	17 000	1348
2,3	2668	8 000	637		105	6070	18 000	1425
3,4	3002	9 000	716		145	6430	19 000	1501
4,8	3337	10 000	796		190	6793	20 000	1578

W przyrządach Köpfla, gdzie próbki mają raz na zawsze ściśle określone wymiary linia ścinająca wypadkowa, dodana jest do metryki przyrządu.

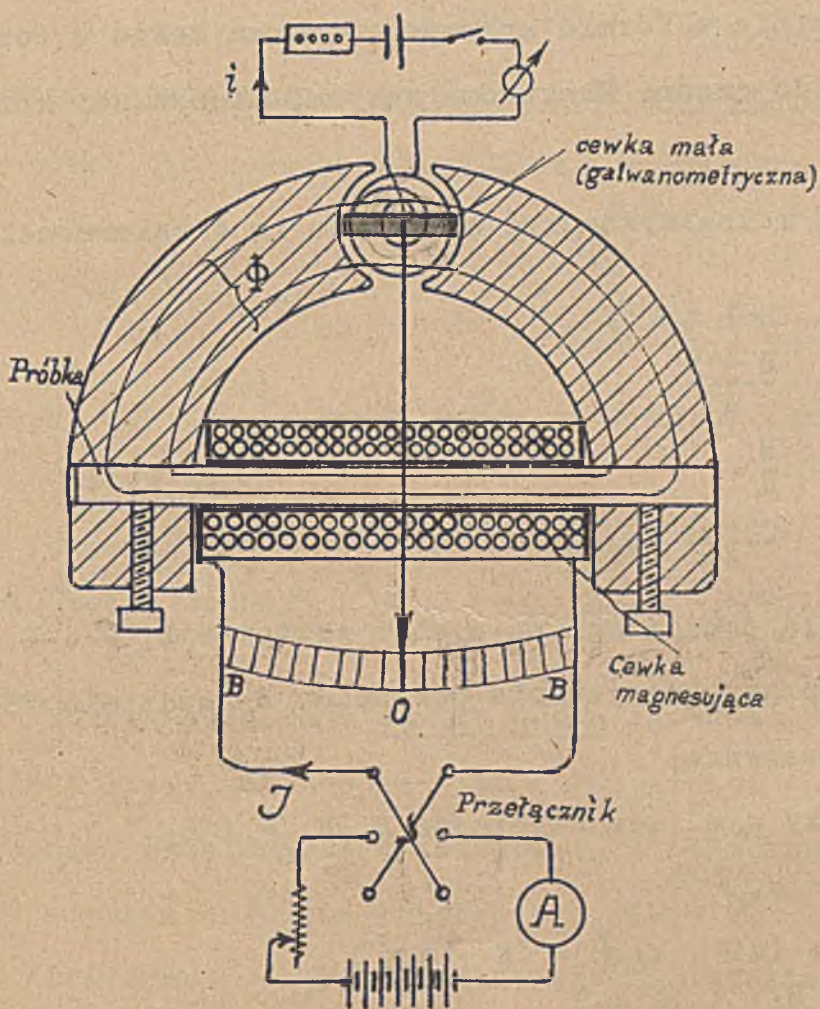
Wracając jeszcze do rys. 491 możemy podać następującą interpretację fizyczną krzywych $B = f(H_1)$ i $B = f(H)$: Wartości natężenia magnesującego H_1 równego \overline{OC} odpowiada wewnątrz próbki (w punktach przekroju s) indukcja B , odpowiadająca wartości CF . Natężenie H w tych punktach s (więc wewnątrz próbki) jest mniejsze od H_1 o $k \cdot J$ z powodu oddziaływania końców, zatem równa się $\overline{OC} - \overline{CD} = \overline{OD}$. Natężeniu temu (H) odpowiada oczywiście ta sama indukcja B , którą ustaliliśmy dla H_1 , stąd CF musi być równe GH . Lub inaczej: Indukcji B odpowiadającej odcinkom FC i GH przynależą natężenia $H = \overline{OD}$ i $H_1 = \overline{OC}$.

Próbki pierścieniowe i elipsoidalne stosuje się tylko wyjątkowo przy dokładnych pomiarach laboratoryjnych. Przy badaniach właściwości magnetycznych materiałów w toku fabrykacji (wyrób żelaza na blachy elektrotechniczne, stal magnesyowa, rdzenie z miękkiego żelaza do przyrządów mierniczych i t.p.), gdzie oczywiście chodzi przede wszystkim o szybkość i łatwy pomiar, stosowanie ręcznie uzwajanych próbek pierścieniowych, ani nawet próbek elipsoidalnych nie może być brane w rachubę. Także metoda balistyczna jest w takich przypadkach niezbyt dogodna. Opisaną powyżej metodę wyznaczania charakterystyk $B = f(H)$ zastępujemy w takich przypadkach pomiarami z pomocą przyrządu Köpsla, wagi du Bois, lub wagi sprężynowej.

Układ mierniczy przyrządu Köpsla.

(Przyrząd firmy Siemens - Halske w Berlinie).

Przyrząd Köpsla jest to duży galwanometr systemu Deprez - d'Araonval'a z do-



Rys. 493.

datkową cewką i otworami dla pomieszczenia próbki cylindrycznej badanego żelaza (rys. 493). Przyrząd Köpsla posiada jarzmo kształtu podkowy, sporządzone z miękkiego żelaza. Jarzmo to obejmuje z jednej strony małą cewkę ruchomą, umieszczoną w kolistej szczelinie powietrznej i zasilaną stałym prądem $i = \text{const}$ z akumulatora, a z drugiej strony dużą cewkę magnesującą, badaną próbkę, wsuniętą wewnątrz cewki i utwierdzoną w otworach jarzma. Pod działaniem amperozwoju dużej cewki, próbka i jarzmo

ulegają namagnesowaniu, wskutek czego przez szczelinę, w której jest mała cewka

przechodzi strumień magnetyczny Φ , równy praktycznie strumieniowi w próbce. Pod działaniem pola w szczelinie mała cewka ulega wychyleniu, któremu przeciwstawiają się dwie spiralne sprężyny, służące równocześnie jako doprowadzenie prądu do cewki. Przy stałym prądzie cewki ($i = \text{const}$), wychylenie wskazywane przez wskazówkę przytwierdzoną do małej cewki, jest proporcjonalne do indukcji B w szczelinie cewki a tansamem do B w próbce.

Skala przyrządu wyznaczona empirycznie wskazuje wprost indukcję B w próbce. Natężenie prądu odpowiada H_1 czyli natężeniu magnesującemu w próbce. Duża cewka jest tak dobrana, że

$$H_1 = J \times 100$$

Z pomocą przyrządu wyznacza się krzywą $B = f(H_1)$, z której przechodzi się następnie z pomocą ścianania na charakterystykę $B = f(H)$. Prąd „ i ” w cewce małej wynosi kilkanaście miliamperów.

Waga du Bois i waga sprężynowa do pomiaru B podane były w Magnetostatyce.

Zależność B od H podajemy normalnie w formie krzywych, czasem także w formie tablic liczbowych (patrz "Załącznik do części Elektromagnetyzm," mieszczący krzywe magnesowania i tablice liczbowe).

Gdy znana jest zależność B od H można wyznaczyć wszystkie inne zależności na zasadzie wzorów

$$B = H + 4\pi \cdot J$$

$$J = \frac{B - H}{4\pi}$$

$$\mu = \frac{B}{H}$$

$$\kappa = \frac{\mu - 1}{4\pi} = \frac{J}{H}$$

Wzory te stosuje się ogólnie tylko dla padających na siebie wektorów H , J i B , o czym się dość często zapomina. (Do sprawy tej jeszcze powrócimy w rozdziale "Elektromagnetyczny ustrój materji namagnesowanej").

Dla kompletu podaję jeszcze wzory ujmujące zależność B , H , J i H_1

$$H = H_1 - k \cdot J$$

$$B = H_1 + (4\pi \cdot k) J = H + 4\pi J$$

$$J = \frac{B - H_1}{4\pi - k} = \frac{B - H}{4\pi}$$

$$\mu = \frac{\left(\frac{1 - k}{4\pi - k}\right) B}{\left(\frac{1 - k}{4\pi - k}\right) B} = \frac{B}{H}$$

$$\kappa = \frac{\mu - 1}{4\pi} = \frac{J}{H_1 - kJ} = \frac{J}{H}$$

(Patrz Magnetostatyka).

2. Formuły na krzywą magnesowania.

Zarówno dla praktyki jak i dla teorii potrzebna jest formuła, z pomocą której możnaby wyznaczyć poszczególne punkty krzywej magnesowania $B = f(H)$

Formuły takie podawali różni autorzy:

$$B = \frac{H}{a + b \cdot H} \quad (\text{Frölich})$$

$$\left. \begin{aligned} \mu &= 5,6 \cdot B^{2/3} && (\text{dla } B \text{ od } 1\ 000 \text{ do } 5\ 000) \\ \mu &= 5,3 \cdot B^{2/3} && (\text{dla } B \text{ od } 5\ 000 \text{ do } 10\ 000) \end{aligned} \right\} \text{Fleming}$$

$$\mu = \mu_{\max} \left\{ \frac{1}{10} + \frac{31}{15} \frac{B}{B_{\max}} - \frac{21}{15} \left(\frac{B}{B_{\max}} \right)^2 + \frac{7}{30} \left(\frac{B}{B_{\max}} \right)^3 \right\} \text{Zickler}$$

Wszystkie te i t.p. formuły nadawały się tylko dla pewnych części krzywych i naogół były bardzo niedokładne.

Koepsel podał w r.1928 wzór ogólny, który nadaje się zarówno do wyznaczenia krzywej $B = f(H)$ jak i $\mu = f(H)$. Wzór Koepsela ma postać wykładniczą,

$$B = e^{\frac{H}{a+b \cdot H}} \dots\dots\dots (139)$$

czyli

$$\log \text{ nat } B = \frac{H}{a + bH} \dots\dots\dots (140)$$

We wzorach tych oznaczają a i b współczynniki stałe dla całego przebiegu krzywej, lecz różne dla różnych materiałów. Współczynniki te wyznacza się z wzorów

$$a = \frac{H_1 H_2 \cdot (\ln B_2 - \ln B_1)}{(H_2 - H_1) \cdot \ln B_1 \ln B_2}$$

$$b = \frac{H_2 \ln B_1 - H_1 \ln B_2}{(H_2 - H_1) \ln B_1 \ln B_2}$$

gdzie $H_1 B_1$ i $H_2 B_2$ odpowiadają dwom parom wartości, zmierzonym doświadczalnie dla danego materiału.

Ponieważ przeto można położyć

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{e^{\frac{H}{a+b \cdot H}}}{H} \dots\dots\dots (141)$$

Wzór Koepsela daje bardzo dobrą zgodność między krzywą wyznaczoną eksperymentalnie a krzywą obliczoną i to w rejonie od bardzo małych wartości H aż do granic nasycenia. Różnice między wartościami obliczonymi a zmierzonymi nie przekraczają 2 % ! w całym zakresie krzywej $B = f(H)$! x)

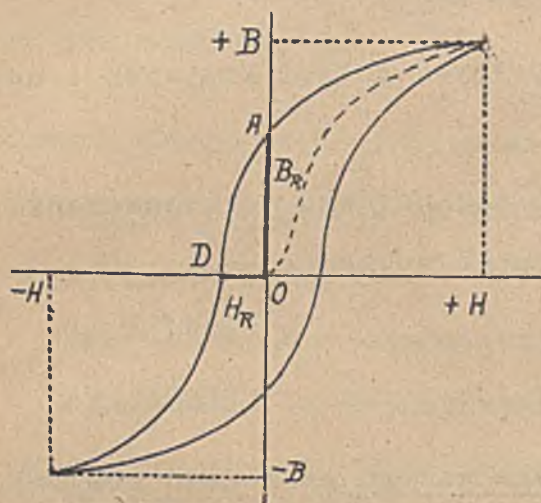
Dokładność wzoru Koepsela jest tak wielka, że nasuwa przeświadczenie, iż wykrył on wzór, który przy odpowiednim uzasadnieniu fizykalnym może stać się prawem fizykalnym.

x) E T Z 1928, Str. 1361.

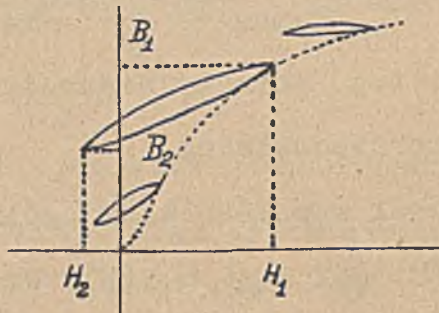
Gdy znana jest charakterystyka $B = f(H)$, można wyznaczyć wszystkie inne $J = f(H)$, $\mu = f(H)$, $\mathcal{H} = f(H)$, jak to już okazano w Magnetostatyce.

3. Pętlica histerezy.

Pętlicę histerezy nazywamy zamkniętą, krzywą, przedstawiającą cykl stanów magnetycznych, jakie kolejno przechodzi ośrodek namagnesowany w sposób ciągły w granicach od $+H(B)$ do $-H(B)$, (pętlica główna, rys.494), względnie od $H_1(B_1)$ do $H_2(B_2)$ (pętlice uboczne, rys.495).

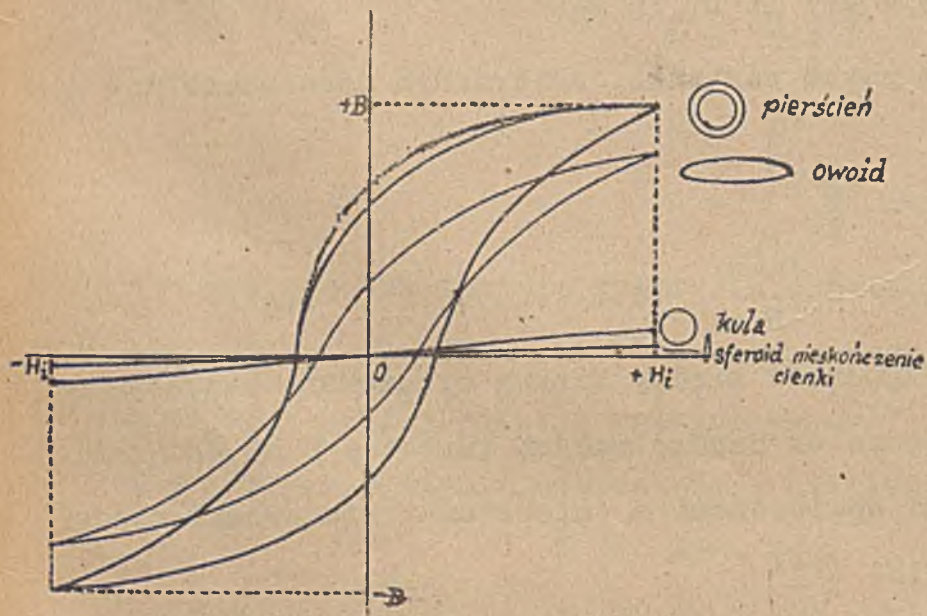


Rys.494. Pętlica histerezy (główna).



Rys.495. Pętlice histerezy (uboczne).

W pętlicy głównej rzędne \overline{OA} odpowiada indukcji remanentu B_R w próbce pierścieniowej (!), a odcięta \overline{OD} natężeniu koercji H_K , czyli natężeniu, które w próbce pierścieniowej (!) potrzebne jest do zniesienia remanentu B_R . x)



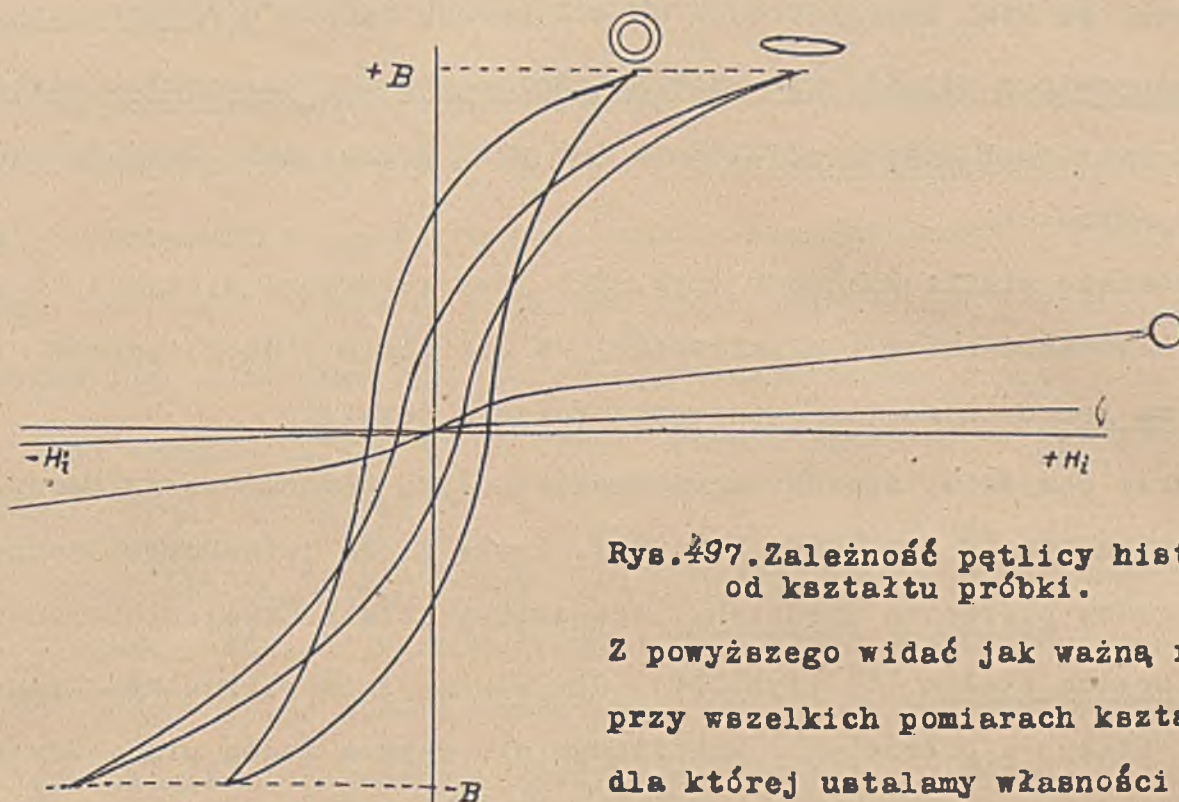
Rys.496. Zależność pętlicy histerezy od kształtu badanej próbki.

Przy tych samych granicznych wartościach natężenia magnesującego $+H_1$ i $-H_1$ otrzymamy doświadczalnie nie tylko mniejsze graniczne wartości $+B$ i $-B$, lecz także mniejsze wartości B_R i H_K jak to okazuje rys.496.

Tym samym granicznym wartościom indukcji B odpowiadają różne wartości natężenia magnesującego H_1 , dla różnych próbek (Rys.497).

Tym samym granicznym wartościom indukcji B odpowiadają różne wartości natężenia magnesującego H_1 , dla różnych próbek (Rys.497).

x) Próbka pierścieniowa i elipsoidalna lub walcowa o długości ∞ są równoważne co do zachowania się w polu magnesującym. -



Rys. 497. Zależność pętlic histerezy od kształtu próbki.

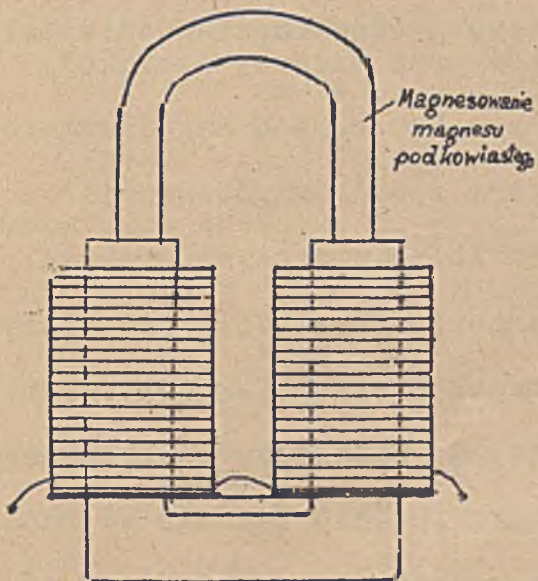
Z powyższego widać jak ważną rolę odgrywa przy wszelkich pomiarach kształt próbki, dla której ustalamy własności magnetyczne. Ogólnie zwraca się za mało uwagi na zależność

krzywych magnesowania oraz pętlic histerezy od kształtu próbek, wskutek czego wynikają rażące błędy i nieścisłości.

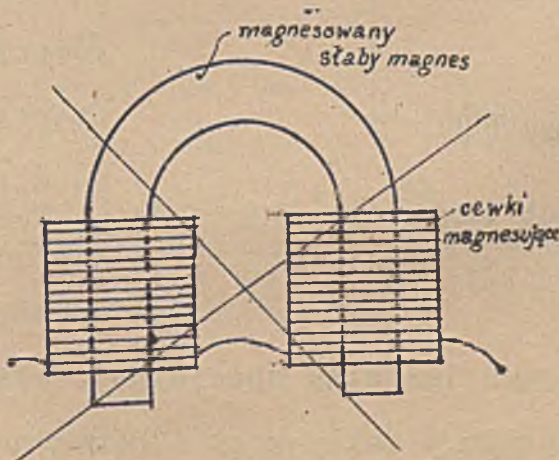
4. Magnesowanie.

Do rozdziału o pomiarach włączymy kilka uwag, dotyczących magnesowania stali, celem sporządzenia z niej magnesów. -

Rys. 497 poucza, że żądane B_{max} a temsamem odpowiadające mu B_{max} remanentu o-



Rys. 498. Elektromagnes do magnesowania magnesów podkowiastych.



Rys. 499. Niewłaściwy sposób magnesowania magnesu podkowiastego.

magnesowana stal tworzyć będzie obwód magnetyczny zamknięty (rys.

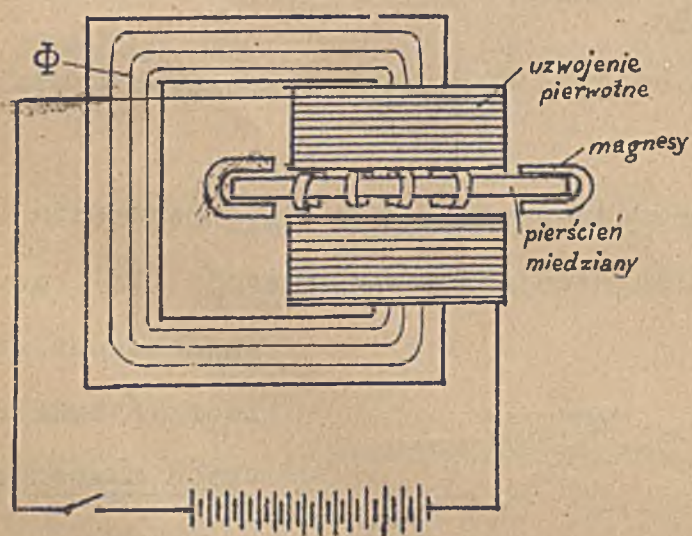
498). Rys. 499

przedstawia niewłaściwy sposób magnesowania. Niewłaściwość takiego magnesowania

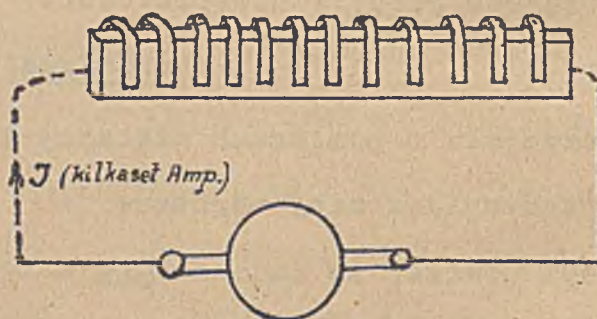
leży nietylko w tem, że brak tu jest kotwicy zamykającej obwód magnetyczny, lecz także i w tem, że stal namagnesowana w taki sposób będzie niejednostajnie namagnesowana, a mianowicie silniej przy powierzchni a słabiej we wnętrzu rdzenia. Natężenie pola cewki jest bowiem największe tuż przy powierzchni wewnątrz zwojów cewek magnesujących. -

Magnesowanie elektromagnesem (rys.499) jest korzystne nietylko ze względu na małe zapotrzebowanie energii elektrycznej do zasilania elektromagnesu, lecz także ze względu na jednostajne namagnesowanie rdzenia (stali).

Niezwykłe pomysłowy sposób magnesowania małych magnesów przy masowej fabrykacji, podaje Schulze (E T Z 1928, Str.969). Pewną ilość jednakowych magnesów nasadza się na gruby pierścień miedziany, stanowiący wtórne uzwojenie transformatora, zasilanego prądem stałym (!) (rys.500). Gdy w uzwojeniu pierwotnym transformatora płynie prąd stały, w pierścieniu miedzianym nie płynie żaden prąd. Gdy nagle wyłączymy prąd stały, powstaje w pierścieniu miedzianym (przez indukcję) krótkotrwały ale bardzo silny prąd, z pomocą którego nasadzone na ów pierścień magnesy ulegną namagnesowaniu.



Rys.500. Nowy sposób magnesowania małych magnesów przy masowej produkcji. (D R P Nr. 241 705).



Rys.501. Stary sposób magnesowania małych magnesów przy masowej produkcji.

Podany na rys.500 sposób magnesowania zastępuje stary sposób magnesowania na szynach, przez które przepływać musiał prąd kilkuset amperów (rys.501). Gdy stary sposób wymagał maszyn niskowoltowych o dużych natężeniach prądu (maszyny specjalne), wystarczy do zasilania cewek nowego urządzenia źródło prądu o małej mocy i normalnym napięciu (110 lub 220 V). Indukowany w pierścieniu prąd zależy bowiem od strumienia magnetycznego Φ , ten zaś od amperozwoji uzwojenia pierwotnego. Uzwojenie to zaś może być wykonane na małe natężenia prądu (J).

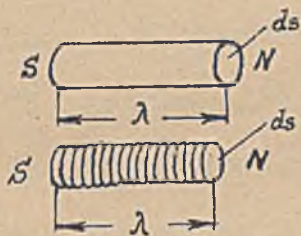
VI. Elektromagnetyczny ustrój materji namagnesowanej.

1. Substytucja hipotetycznej masy magnetycznej prądami molekularnemi.

W myśl obecnego stanu naszej wiedzy o materji namagnesowanej, masa magnetyczna (m) reprezentująca ilość owego czynnika dwoistej natury, który nazwaliśmy magnetyzmem, nie istnieje wcale. Realność fizykalną posiada jedynie pole magnetyczne, a źródłem tego pola mogą być tylko prądy elektryczne, pojęte w najogólniejszym znaczeniu tego terminu (prądy kondukcyjne, konwekcyjne, ruch swobodnych naboji elektrycznych i prądy Maxwella).

Przyjęcie powyższej tezy nie może się wyrażać jedynie w odrzućeniu mas magnetycznych, z pomocą których dokonywaliśmy dotąd całego szeregu obliczeń i opisów pola magnetycznego, tylko wymaga zastąpienia mas magnetycznych prądami w sposób umożliwiający przejście z jednego czynnika do drugiego. Uskutecznimy to najprościej posilkując się substytucjami Ampère'a.

Elementarny magnes idealny (rys. 502) o długości λ , czołowej powierzchni ds , na której znajduje się jawna masa magnetyczna o gęstości σ , można zastąpić w działaniu na zewnątrz elementarnym solenoidem o długości λ , o przekroju ds , którego moment magnetyczny dM będzie identyczny z momentem owego magnesu elementarnego. Moment magnetyczny idealnego magnesu,



Rys. 502.

t.j. posiadającego jawne masy magnetyczne jedynie na czołowych ścianach biegunów, określają wzory magnetostatyczne

$$dM = dm \cdot \lambda = \sigma \cdot ds \cdot \lambda = J \cdot ds \cdot \lambda = J \cdot dv \dots \dots \dots (142)$$

Moment magnetyczny idealnego solenoidu elementarnego t.j. o bardzo wielkiej długości w stosunku do przekroju ds , określają w myśl 20 wzory

$$dM = \frac{4\pi iz}{\lambda} \frac{\lambda}{4\pi} = iz \cdot \mu_0 ds = \frac{iz}{\lambda} \mu_0 ds \cdot \lambda = \frac{iz}{\lambda} \mu_0 dv \dots (143)$$

Przyjmując, że dla próżni $\mu_0 = 1$, możemy tedy napisać dla magnesu elementarnego i równoważnego solenoidu elementarnego

$$dM = J \cdot dv = \frac{iz}{\lambda} dv$$

$$J = \frac{iz}{\lambda} = \frac{iz}{10} \text{ az/cm} \dots \dots \dots (144)$$

Magnetyzacja J odpowiada zatem liczbowo ilości amperozwoji na cm podzielonej przez 10, czyli gęstości amperozwoji solenoidu elementarnego. Wartość magnetyzacji J odpowiada w przypadku posiłkowania się masami magnetycznymi gęstości masy σ na czwórnajowej powierzchni magnesu elementarnego, a odnośnie do równoważnego solenoidu elementarnego gęstości amperozwoji ($\frac{1}{10}$ az/cm) tego solenoidu

$$J = \sigma = \frac{1}{10} \text{ az/cm} \dots\dots\dots (145)$$

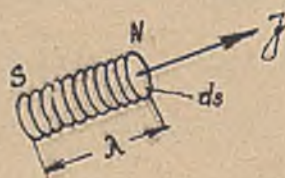
Według starej szkoły (posiłkującej się masą magnetyczną) przyjmujemy, że materia namagnesowana jest zbiorowiskiem uszykowanych molekularnych magnesów elementarnych. Położenie w przestrzeni owych magnesów elementarnych określa kierunek wektora J , padającego w ich oś podłużną (rys. 503), a "intenzywność" owych magnesów określa wartość J w myśl wzoru

$$J = \frac{dM}{dv} = \sigma$$

Według nowej szkoły (posiłkującej się prądami) przyjmujemy, że materia namagnesowana jest zbiorowiskiem uszykowanych molekularnych prądów elementarnych (elementarnych solenoidów). Położenie w przestrzeni owych solenoidów elementarnych określa



Rys. 503.



Rys. 504.

kierunek wektora J , wpadającego w ich oś podłużną (rys. 504), a "intenzywność" owych solenoidów określa wartość J w myśl wzoru

$$J = \frac{dM}{dv} = \frac{1}{10} \text{ az/cm} \dots\dots\dots (146)$$

2. Charakterystyka namagnesowanej materji przy pomocy wektora J .

Z powyższego widzimy, że materję namagnesowaną można scharakteryzować ogólnie przy pomocy wektora magnetyzacji J , bez względu na to, czy materję namagnesowaną uważać będziemy za zbiorowisko uszykowanych magnesów elementarnych (masy magnetyczne), czy za zbiorowisko uszykowanych solenoidów elementarnych (prądy molekularne). Ogólnie możemy powiedzieć, że materia namagnesowana składa się z uszykowanych magnetonów, namagnesowanych cząstek materji, których położenie w przestrzeni określa kierunek wektora J , a których moment magnetyczny określa wzór

$$M = J \cdot v$$

gdzie J oznacza wartość magnetyzacji a v objętość magnetonu. Badanie ustroju magnetonów przynależy do fizyki. W elektrotechnicznych rozważaniach wystarczy przyjąć, że magneton jest elementarnym magnesem idealnym lub elementarnym solenoidem idealnym. Oba wyobrażenia prowadzą w analizie do tych samych wyników. Wprowadzanie prądów molekularnych w miejsce mas magnetycznych nie daje więc żadnych innych korzyści poza tą, że umożliwia redukcję czterech czynników zasadniczych (elektryczność dodatnia i ujemna, magnetyzm północny i południowy) do dwu (elektryczność dodatnia i ujemna), względnie do jednego (elektrony). Opis materji namagnesowanej jakoteż opis pola magnetycznego, towarzyszącego tej materji, możemy uskutecznić równie dobrze posilując się hipotetycznymi masami magnetycznymi, jakoteż zastępując te masy prądami molekularnymi, względnie wirami elektronów.

Do scharakteryzowania materji namagnesowanej wystarcza jedynie wektor magnetyzacji J . Określenie, że w punkcie A wewnątrz materji namagnesowanej wektor magnetyzacji ma wartość i kierunek J oznacza, że w tym punkcie oś podłużna magnesu elementarnego (\vec{SN}) (rys. 505) względnie oś solenoidu elementarnego (rys. 506) pada



Rys. 505. Materja namagnesowana scharakteryzowana przy pomocy magnesów elementarnych.

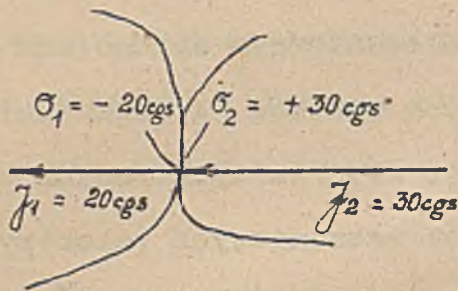


Rys. 506. Materja namagnesowana scharakteryzowana przy pomocy solenoidów elementarnych.

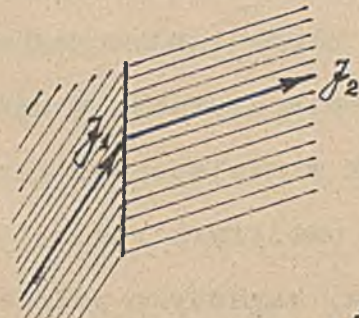
w kierunku wektora J i że na czole owego magnesu, prostopadłym do J , znajduje się masa magnetyczna o gęstości $\sigma = J$, względnie że gęstość amperozwoji owego solenoidu molekularnego jest $\frac{Az}{cm} = 10 J$ (kierunek prądów molekularnych jest przytem związany z kierunkiem J regułą korkociąga). Wyznaczając dla każdego punktu wewnątrz materji namagnesowanej wartość wektora J , charakteryzujemy więc stan magnetyczny tej materji jednoznacznie czyli zupełnie wystarczająco.

W namagnesowanych ciałach ferromagnetycznych J dochodzi do dużych wartości (rzędu setek tysięcy jednostek cgs), w ciałach paramagnetycznych osiąga J małe wartości (rzędu jednostek cgs). W materji nie namagnesowanej jest wszędzie $J = 0$.

Zewnątrz materji namagnesowanej (w próżni) jest wszędzie $\mathcal{J} = 0$. Na stykach dwu materji namagnesowanych w różnym stopniu \mathcal{J} wykazuje skoki wartości (rys. 507).



Rys. 507. Skoki wartości wektora



Rys. 508. Skoki kierunków i wartości wektora \mathcal{J} .

Jakkolwiek wyobrazimy sobie magnesowanie materji, a więc czy jako rozsunięcie hipotetycznych mas magnetycznych w obrębie drobin (polaryzacja magnetyczna), czy jako porządkowanie gotowych magnesów elementarnych (teorja Webera), czy wreszcie jako szykowanie prądów molekularnych, względnie orbit elektronowych (teorja elektronowa), zawsze przecież magnesowanie materji oznaczać będzie ogólnie powiększenie wektora magnetyzacji \mathcal{J} od wartości zero (materja nienamagnesowana) do wartości, która osiągnąć może conajwyżej \mathcal{J}_{max} (nasycenie magnetyczne).

Każdemu stanowi magnetycznemu materji odpowiada w każdym jej punkcie jedna i tylko jedna wartość wektora \mathcal{J} . Gdy występują (na stykach) różne wartości \mathcal{J} , przynależy jedna wartość \mathcal{J} do jednej a druga wartość \mathcal{J} do drugiej materji namagnesowanej (rys. 507 i 508).

3. Charakterystyka pola magnetycznego przy pomocy wektorów \mathcal{J} , H i B.

W okół i wewnątrz materji namagnesowanej mamy pole magnetyczne. Ogólnie charakteryzuje się pole magnetyczne przy pomocy wektorów H i B, między którymi zachodzi relacja (wektorowa)

$$B = H + 4\pi \cdot \mathcal{J}$$

Znaczenie poszczególnych składników tego wzoru jest po dziś dzień obszernie dyskutowane i dość różnie interpretowane. U elektrotechników przeważa mniemanie, że wektory H, B i \mathcal{J} przedstawiają wielkości różnego rodzaju. (Przydano im też różne wymiary i różne jednostki). Fizycy zajmują odmienne stanowisko, twierdząc, że wektory H i B są to wielkości tego samego rodzaju.

W niniejszym ustępie pozwolę sobie na przedstawienie własnego poglądu na tę sprawę. Opiera się on na następujących tezach ogólnych:

Materia nienamagnesowana nie wywiera żadnego wpływu na ustrój pola magnetycznego, zatem sama materia zachowuje się odnośnie do działań magnetycznych jak próżnia.

Na ustrój pola magnetycznego ma tylko wpływ materia namagnesowana.

Wpływ materji namagnesowanej na ustrój pola magnetycznego pochodzi od prądów molekularnych tej materji.

Oddzielając od materji namagnesowanej samą materję a pozostawiając w przestrzeni jej prądy molekularne w takim rozłożeniu jakie przynależy danemu stanowi magnetycznemu materji, nie zmienimy w niczem pierwotnego ustroju pola magnetycznego. W zasadzie mamy więc także i wewnątrz materji namagnesowanej do czynienia jedynie z prądami, których działanie magnetyczne jest takie same jak w pustej przestrzeni.

Pole magnetyczne materji namagnesowanej należy więc analizować tak jak gdyby pochodziło od prądów rozłożonych w przestrzeni pozbawionej materji. Pole w przestrzeni pozbawionej materji można scharakteryzować jednym tylko wektorem magnetycznym, a mianowicie natężeniem pola. Na razie wektor ten oznaczymy symbolem \mathcal{H} . W myśl prawa Biota - Savarta można wektor \mathcal{H} określić relacją ogólną

$$\mathcal{H} = \sum \frac{J}{10} \oint \frac{dl \sin \lambda}{r^2} \dots \dots \dots (147)$$

przyczem naznaczone sumowanie należy dla każdego punktu w przestrzeni wykonać geometrycznie, uwzględniając wszystkie zamknięte pętle prądów. Natężenie \mathcal{H} , określone powyższym wzorem, możemy traktować jako wypadkową z dwu składowych wektorów \mathcal{H}_w i \mathcal{H}_z . Możemy bowiem powiedzieć, że na natężenie \mathcal{H} wewnątrz molekularnego solenoidu składa się natężenie \mathcal{H}_w wytworzone przez ten solenoid i natężenie \mathcal{H}_z , wytworzone przez wszystkie inne solenoidy molekularne, oraz prądy zewnętrzne, czyli że natężenie wypadkowe \mathcal{H} wewnątrz molekularnego solenoidu jest sumą geometryczną natężeń składowych \mathcal{H}_w i \mathcal{H}_z (rys. 509)

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_w + \mathcal{H}_z \dots \dots \dots (148)$$

Natężenie \mathcal{H}_w (wewnętrzne lub własne) solenoidu molekularnego o dużej długości λ w stosunku do jego przekroju poprzecznego ds , gdy oprócz tego solenoidu niema w przestrzeni



Rys. 509

żadnych innych źródeł pola magnetycznego, określa dla punktu środkowego wewnątrz tego solenoidu wzór
$$\mathcal{H}_w = \frac{4\pi iz}{10 \cdot \lambda} = \frac{4\pi}{10} \text{ az/cm} \dots\dots\dots (149)$$

gdzie az/cm oznacza amperozwoje na cm molekularnego solenoidu.

Natężenie \mathcal{H}_z (zewnętrzne lub obce) pochodzi od wszystkich innych solenoidów molekularnych zewnętrznych i prądów zewnętrznych, czyli określone jest relacją

$$\mathcal{H}_z = \sum \frac{J}{10} \oint \frac{dl \cdot \sin \lambda}{S^2} \hat{=} \frac{4\pi}{10} \text{ az/cm} \dots\dots\dots (150)$$

Kładąc we wzorze na \mathcal{H}_w iloraz $1/10 Jz/\lambda = J$ (wzór 144), możemy napisać

$$\underline{\mathcal{H}_w = 4\pi J} \dots\dots\dots (151)$$

Natężenie wewnętrzne \mathcal{H}_w równa się zatem magnetyzacji J pomnożonej przez czynnik 4π lub

$$J = \frac{\mathcal{H}_w}{4\pi}$$

czyli magnetyzacja J odpowiada natężeniu wewnątrz odosobnionego solenoidu molekularnego, podzielonemu przez 4π .

Wywieramy wewnątrz namagnesowanej materji nieskończenie cienki kanalik wzdłuż kierunku J , a więc w ten sposób, aby wraz z materją, która mieściła się w kanaliczku usunięty został przynależny do tej materji solenoid molekularny (rys. 510).



Rys. 510. Natężenie wypadkowe \mathcal{H} w kanaliczku równe natężeniu \mathcal{H}_z .

W każdym miejscu wewnątrz tego kanaliczku a więc i w punkcie A, natężenie wewnętrzne \mathcal{H}_w będzie teraz równe zeru, bo wraz z materją usunięty został molekularny solenoid, od którego natężenie to pochodziło. Wypadkowe natężenie \mathcal{H} w kanaliczku (punkt A) będzie więc równe natężeniu \mathcal{H}_z , czyli natężeniu pola pochodzącego od wszystkich innych so-

lensoidów pozostałych w materji namagnesowanej.

Wektor pola w nieskończenie cienkim kanaliczku odpowiada jednak natężeniu pola w znaczeniu definicji $H = F/m$. Możemy tedy położyć

$$\mathcal{H}_z = H \dots\dots\dots (152)$$

i określić, że natężenie pola H wewnątrz materji namagnesowanej, przedstawia ogólnie wektor magnetyczny pola pochodzącego od wszystkich solenoidów molekularnych

zewnętrznych i prądów zewnętrznych, czyli krótko, że H odpowiada natężeniu zewnę-
trznemu lub obcemu \mathcal{H}_z .

Uwzględniając powyższe oraz wzór (151) napiszemy, stosownie do wzoru (148)

$$\mathcal{H} = H + 4\pi J \dots\dots\dots (153)$$

Po prawej stronie wzoru (153) mamy sumę, która odpowiada wektorowi indukcji B , mo-
żemy przeto położyć

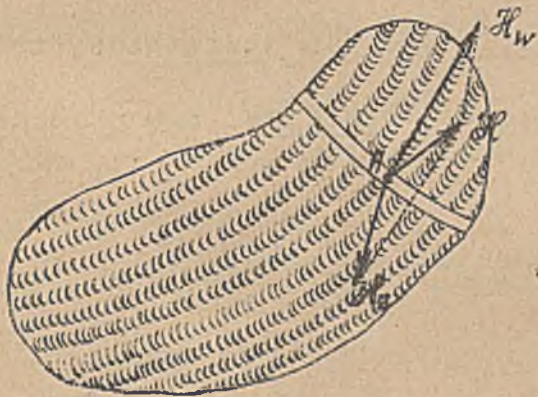
$$\underline{B = \mathcal{H}} \dots\dots\dots (154)$$

otrzymując, jak w przypadku operowania masami magnetycznymi, równanie ogólne

$$B = H + 4\pi J$$

Dochodzimy w ten sposób do dziwnego napozór wyniku, że wektor B , który dotych-
czas nazywaliśmy indukcją magnetyczną, nie przedstawia nic innego, jak tylko natę-
żenie wypadkowe wewnątrz materji namagnesowanej. Wyniku takiego należało oczeki-
wać. Skoro bowiem materję namagnesowaną zastąpiliśmy prądami molekularnymi, pomie-
szonemi w przestrzeni pozbawionej materji, mamy w tej przestrzeni jedynie pole
pochodzące od prądów, w polu takim zaś musi być wszędzie indukcja równa wypadko-
wemu natężeniu pola.

Indukcja B odpowiada, jak wiadomo z Magnetostatyki, natężeniu pola, mierzone-
mu w nieskończenie wąskiej szczelinie po-
przecznnej. Wykonajmy taką szczelinę prosto-
padle do kierunku wektora J (rys 511).



Rys. 511. Natężenie wypadkowe
w szczelinie identyczne z B .

W szczelinie takiej pozostaną niezmiennione
wartości wektorów \mathcal{H}_w i \mathcal{H}_z , a zatem także
i wektora

$$B = \mathcal{H} = \mathcal{H}_w + \mathcal{H}_z$$

albowiem przy wykonaniu takiej nieskończe-

nie wąskiej szczeliny, usuwamy z przestrzeni tylko nieskończenie małą ilość ampe-
rozwoji każdego z solenoidów molekularnych. Możemy więc powiedzieć:

Natężenie zewnętrzne (obce) \mathcal{H}_w , które ogólnie i odnośnie do materji nazywamy
krótko natężeniem pola magnetycznego i znaczymy symbolem H , odpowiada tak co do
wartości jak i kierunku natężeniu pola, mierzonemu w nieskończenie cienkim kanali-
ku, wyżłobionym w materji w kierunku wektora magnetyzacji J .

Natężenie całkowite \mathcal{H} , które ogólnie i odnośnie do materji nazywamy indukcją magnetyczną i oznaczamy symbolem B , odpowiada tak co do wartości jak i kierunku, natężeniu pola, mierzonemu w nieskończenie wąskiej szczelinie, wyłobionej w materji, prostopadle do wektora \mathcal{J} .

Natężenia molekularnego \mathcal{H}_w nie można zmierzyć nawet w pomyślanem doświadczeniu: albowiem wewnątrz każdego molekularnego solenoidu mamy natężenie wypadkowe \mathcal{H} . Możemy tylko powiedzieć, że skoro ustalona jest wartość $H = \mathcal{H}_z$ i $B = \mathcal{H}$, z pomocą owych pomyślanych pomiarów w szczelinach, to według (148) musi być

$$\mathcal{H}_w = \mathcal{H} \hat{=} \mathcal{H}_z = B \hat{=} H$$

skąd wypada znany wzór

$$\mathcal{J} = \frac{B \hat{=} H}{4\pi} \dots\dots\dots (155)$$

Ogólne definicje wektorów magnetycznych mogą być zatem sformułowane w następujący sposób. Magnetyzacja \mathcal{J} charakteryzuje materję namagnesowaną. Kierunek tego wektora pada w ciał magnetonu ($SN, \vec{\mathcal{J}}$) a wartość \mathcal{J} odpowiada momentowi owego magnetonu na jednostkę objętości

$$\mathcal{J} = \frac{dM}{dv}$$

Zasadniczym wektorem magnetycznym jest natężenie pola \mathcal{H} . Należy odróżniać natężenie wewnętrzne czyli molekularne (symbol \mathcal{H}_w), natężenie zewnętrzne czyli obce krótko zwane natężenie pola (symbol H) i natężenie wypadkowe, zwane indukcją (symbol B).

Natężenie molekularne \mathcal{H}_w ma zawsze kierunek wektora magnetyzacji \mathcal{J} i jest określone relacją

$$\mathcal{H}_w = 4\pi \mathcal{J} \dots\dots\dots (156)$$

czyli przedstawia natężenie wewnątrz odosobnionego solenoidu molekularnego o magnetyzacji \mathcal{J} .

Natężenie pola $H = \mathcal{H}_z$ jest to natężenie, mierzone w kanaliku podłużnym o osi padającej w kierunku wektora \mathcal{J} , czyli przedstawia wektor natężenia, pochodzący od wszystkich źródeł pola, z wyjątkiem solenoidu molekularnego, wewnątrz którego leży punkt, dla którego wyznaczamy wartość H .

Indukcja magnetyczna B jest to natężenie wypadkowe, czyli suma geometryczna wektorów H i \mathcal{H}_w . przedstawia zatem całkowite natężenie pola magnet. w danym punkcie

4. Znaczenie przenikalności μ i podatności κ w interpretacji prądów molekularnych.

Zarówno w fizyce jak i w elektrotechnice operujemy współczynnikami μ (przenikalność magnetyczna) i κ (podatność magnetyczna). Współczynniki te opierają się na definicjach

$$\mu = \frac{B}{H}, \quad \kappa = \frac{J}{H} \dots\dots\dots (158)$$

i są związane równaniem

$$\mu = 1 + 4\pi \kappa \dots\dots\dots (159)$$

które otrzymujemy podstawiając w równaniu

$$B = H + 4\pi J$$

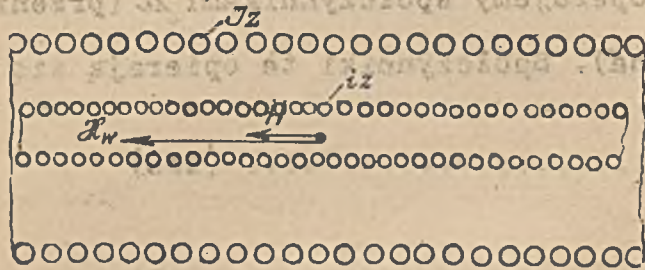
$B = H \cdot \mu$ i dzieląc je obustronnie przez H . Także odnośnie do współczynników μ i κ istnieją pewne niejasności, które trzeba usunąć. W jednych przypadkach operujemy nimi bowiem jak współczynnikami charakteryzującymi magnetyczne własności materji (krzywe magnesowania) a w innych wstawiamy bezkrytycznie $B = H \cdot \mu$ nie bacząc na to czy równość ta wogóle zachodzi, lub czy ma sens fizyczny. Pozatem coraz bardziej gruntuje się mylne mniemanie, że współczynnikom μ i κ przynależą jakieś wymiary, umotywowane fizycznie, co jak zaraz wykażemy, wcale nie zachodzi.

Namagnesować materję znaczy uporządkować w niej prądy molekularne. Uporządkowanie takie dokonywuje się pod działaniem jakiegoś natężenia magnetycznego, które dlatego nazywamy magnesującym. Przy jednakowym natężeniu magnesującym, jedne ciała magnesują się silniej, inne słabiej. Zarówno ze względów teoretycznych jak i praktycznych, zachodzi konieczność ujęcia tej właściwości różnych ciał w jakiś współczynnik materiałowy.

Materję namagnesowaną charakteryzuje magnetyzacja J . W ciałach silnie namagnesowanych J ma dużą wartość, w ciałach słabo namagnesowanych J jest niewielkie. Pod działaniem natężenia magnesującego H_{magn} . magnetyzacja dochodzi do wartości J i przybiera kierunek H_{magn} . Stosunek J/H_{magn} , wyrażający wartość J na jednostkę H_{magn} , może być zatem miarą zdolności magnetycznej materji i służyć jako współczynnik materiałowy.

Magnes lub solenoid wstawiony w pole magnetyczne dąży do zajęcia położenia osiowego w tem polu. Zatem dla solenoidu molekularnego każde obce pole jest polem magnesującym, bo wywiera na niego działanie dynamiczne z tendencją ustawienia owego solenoidu w kierunku osiowym t.j. wektorem J w kierunku linii sił pola obcego.

W nieskończenie długim solenoidzie magnesującym nieskończenie długą sztabkę żelaza



Rys. 512.

(rys. 512) natężenie w osi jest $\mathcal{H}_z = H = \frac{4\pi}{10} Jz/cm$

Pod działaniem pola solenoidu sztabka ulega spolaryzowaniu magnetycznemu, co oznacza, że wewnątrz niej zostały uporządkowane prądy molekularne, stwarzając solenoidy

molekularne, z których jeden o amperozwojach iz/cm okazany jest na rys. 512.

Gdy proces magnesowania jest skończony, wewnątrz solenoidu molekularnego, leżącego w osi solenoidu, jest natężenie wypadkowe

$$\mathcal{H} = H + \frac{4\pi}{10} iz/cm = H + 4\pi J$$

a wektory \mathcal{H} , H i J padają kierunkami na siebie, albowiem

$$\mathcal{H} = H + \mathcal{H}_w, \text{ a } \mathcal{H}_w = \frac{4\pi}{10} iz/cm$$

Natężenie wypadkowe \mathcal{H} odpowiada indukcji B , zatem

$$B = H + \mathcal{H}_w = H + 4\pi J$$

W przypadku tym magnesujące natężenie jest równe H , zatem miarą podatności magnetycznej jest stosunek

$$\kappa = \frac{J}{H} = \frac{4\pi J}{4\pi H} = \frac{1}{4\pi} \frac{\mathcal{H}_w}{\mathcal{H}_z} = \frac{1}{4\pi} \frac{iz/cm}{Jz/cm}$$

Podatność magnetyczna κ określa więc - jak widać - $1/4\pi$ część stosunku molekularnych amperozwoji na cm do magnesujących amperozwoji na cm, lub odpowiada $1/4\pi$ części stosunku natężenia molekularnego do natężenia magnesującego czyli zewnętrznego (obcego) lub krótko natężenia H .

Przenikalność magnetyczna μ jest równa stosunkowi B/H , zatem

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{\mathcal{H}}{\mathcal{H}_z} = 1 + 4\pi \frac{J}{H} = 1 + 4\pi \kappa$$

czyli, przenikalność magnetyczna odpowiada stosunkowi całkowitego natężenia wewnątrz elementarnego solenoidu czyli indukcji i natężenia zewnętrznego (obcego) \mathcal{H} z które tu jest równocześnie natężeniem magnesującym. Jak widać z powyższego, spółczynniki κ i μ wyrażają się liczbami bezwzględными, czyli fizykalnie nie posiadają żadnego wymiaru. Wyznaczenie tych współczynników ma sens jedynie dla zgodnych kierunków wektorów J , H i B i takie wyznaczenie orientuje o własnościach magne-

tycznych ciał (krzywe lub tablice liczbowe wartości \mathcal{H} i μ). Do wyznaczenia więc wartości \mathcal{H} i μ ma służyć równanie arytmetyczne

$$B = H + 4\pi J$$

a nie wektorjalne

$$B = H \mp 4\pi J$$

Jednakże ogólnie wektory J , H i B mogą mieć różne kierunki, ogólnie bowiem wektor B stanowi wypadkową z wektorów $\mathcal{H}_z = H$ i $\mathcal{H}_w = 4\pi J$. Wynika stąd, że ogólnie nie można kłaść

$$\mu = \frac{B}{H}$$

gdyż ogólnie μ wyrażałoby się ilorazem dwu wektorów, a temu nie umiemy przydać żadnego znaczenia fizykałnego ani nawet matematycznego ^{x)}.

Elektrotechnicy zbyt bezkrytycznie szafują relacją $\mu = B/H$. Wielu mniema, że jeżeli w jakimś miejscu jest w żelazie B , to natężenie H w tem miejscu jest B/μ , przyczem μ odpowiada przenikalności żelaza, odpowiadającej danej sortcie żelaza (krzywe magnesowania). Już sam wzgląd na histerezę i remanent powinien pouczyć, że tak nie jest i być nie może. Pozatem jednak musimy przyjąć do wiadomości, że w przypadku twardych sort ferromagnetycznych (żelazo lane, stal) wektory H i B mogą dawać nietylko różne wartości stosunku B/H , lecz że nawet w ośrodkach takich wektory te mogą mieć różne kierunki. Wektor B zależy bowiem nietylko od wektora H lecz także od wektora J , ten zaś odpowiada uszykowaniu magnetonów. W ośrodkach magnetycznie "twardych", czyli trudno ulegających przemagnesowaniu, kierunki wektora J utrzymują się nawet w polu, którego natężenie jest przeciwnie skierowane do J (n.p. oddziaływanie końców). Ogólnie więc jest

$$B = H \mp 4\pi J$$

i wektor B może mieć nawet przeciwny kierunek do H jak to z reguły zachodzi w magnesach stalowych.

W idealnie twardym magnesie J nie ulegałoby żadnym zmianom, tam więc wartość i kierunek wektora B mogłyby przybierać najróżnorodniejsze daty (Przykłady na str. 411). - Ogólnie nie należy więc traktować indukcji B jako wektora, który powstaje w ośrodku pod działaniem natężenia magnesującego ($H_{\text{magn. przyczyna}}$, B skutek), tylko jako wektor wypadkowego natężenia pola magnetycznego równy sumie

x) W analizie wektorowej nie wprowadza się ilorazu wektorów. Różne dla różnych osi wartości μ w kryształach ujmuje się z pomocą tensorów. -

geometrycznej dwu składowych wektorów, a mianowicie natężenia zewnętrznego (obce=
go \mathcal{H}_z i wewnętrznego (molekularnego) \mathcal{H}_w .

Tylko w magnetycznie bardzo miękkich materiałach (dobre sorty żelaza miękkie= go), oraz w ośrodkach paramagnetycznych, wektor B przeważnie pada na wektor $H = \mathcal{H}_z$ ogólnie zgodność kierunków H i B może nie zachodzić.

Jednakże tylko w przypadkach gdzie mamy zgodność kierunków H i B wolno stosow=
ać relację

$$\mu = \frac{B}{H}$$

przyczem należy oczywiście uwzględnić, że i w tych przypadkach μ może mieć różne wartości, zależnie od przeszłości magnetycznej materiału (remanent, koercja).

Charakterystyki magnetyczne ($B = f(H)$, $\mu = f(H)$, $\mathcal{K} = f(H)$) odnoszą się zawsze do stanów magnetycznych próbek bez przeszłości magnetycznej (krzywe dziewicze). W próżni zewnątrz źródeł prądu wektor H jest jedynym wektorem pola. Traktując go jako wektor wypadkowy, możemy położyć dla próżni

$$H = B$$

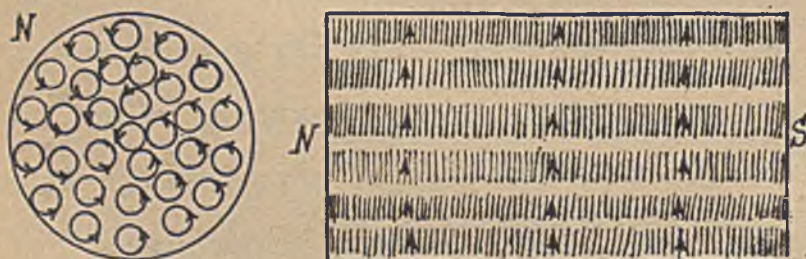
Zarówno w fizyce jak i w elektrotechnice przyjęto jednak inną relację, a mianowicie zakłada się, że także próżni należy przypisać pewną wartość μ , bo skoro we wzorze (159) dla próżni jest $\mathcal{K} = 0$, to wypada dla próżni $\mu = 1$. Wypisuje się tedy dla próżni wzór

$$B = H \mu_0$$

Interpretacja taka jest oczywiście dopuszczalna, bo $\mu_0 = 1$, przypisywanie jednak jakichś wymiarów współczynnikowi μ_0 jest dowolnością fizykalnie wcale nie= umotywowaną.

5. Oddziaływanie końców w interpretacji prądów molekularnych.

Poprzednie rozważania, że pole magnetyczne wewnątrz namagnesowanej materji mo=



zna analizować tak jak gdyby pole to rozpościerało się w przestrzeni po= zbawionej materji, którą zastępujemy w całości prądami, spróbujemy przy= stosować do wyprowadzenia t.zw. od= działywania końców (biegunów jawnych)

Rys. 513. Prądy molekularne magnesu.

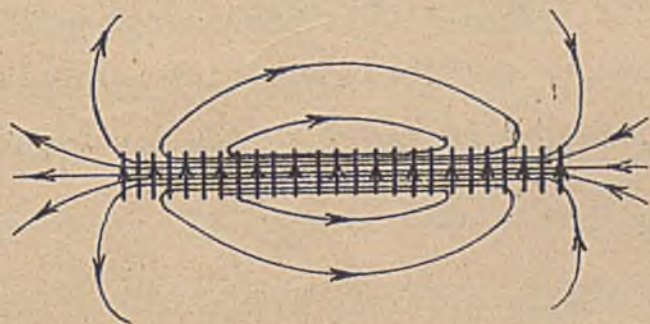
Magnes, to zbiorowisko prądów molekularnych o układzie mniej więcej takim jak go w grubym schemacie przedstawia rys.513.

Po przerobieniu poprzednich ustępów jasnym jest, dlaczego magnesu stalowego nie można zastąpić zwykłym solenoidem o obwiedni zgodnej z obwiednią magnesu. Stworzenie pola magnetycznego odpowiadającego choć w przybliżeniu polu wewnątrz magnesu wymaga złożenia bardzo wielu miniaturowych solenoidów w jeden zespół o układzie jak na rys. 513. Solenoidy takie musiałyby mieć przekroje molekularnych wymiarów, aby w całości odtwarzały pole magnesu.

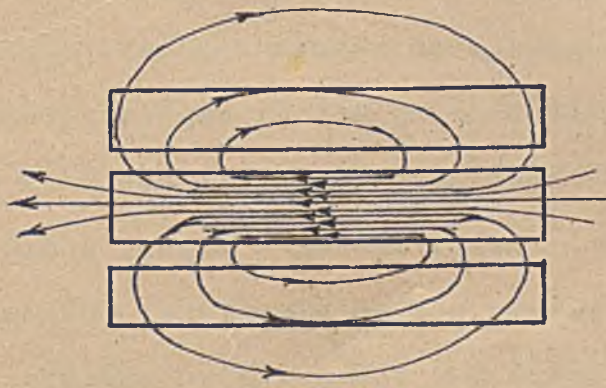
W interpretacji mas magnetycznych oddziaływanie końców wychodzi bardzo prosto. W najprostszym przypadku przyjmujemy, że na czołach magnesu znajdują się jawne masy magnetyczne, od których pochodzi natężenie pola H tak zewnątrz jak i wewnątrz magnesu. Ponieważ na biegunie N rozpostarta jest masa $+m$ a na biegunie S masa $-m$, przeto wewnątrz magnesu, natężenie H musi mieć kierunek \overrightarrow{NS} (rys.514). Natężenie H



Rys.514. Linje natężenia H wewnątrz magnesu stalowego w interpretacji mas magnetycznych.



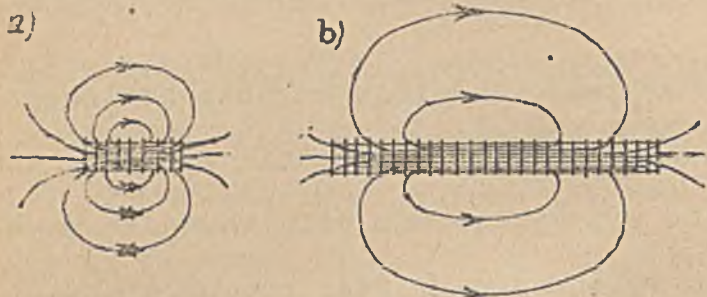
Rys.515. Pole solenoidu molekularnego.



Rys. 516.

wewnątrz magnesu ma więc kierunek przeciwny do kierunku indukcji B czyli działa na całość odmagnesowująco, stąd określenie: odmagnesowujące działanie końców (biegunów) lub krótko oddziaływanie końców. Gdy masy magnetyczne zastąpimy prądami molekularnymi (rys.513), musimy uwzględnić, że każdy solenoid o otwartych końcach wytwarza pole magnetyczne nie tylko w swym wnętrzu, lecz także na zewnątrz zwoji (rys.515). Ponieważ linje magnetyczne przebiegają zewnątrz solenoidu w kierunku przeciwnym do kierunku linii wewnętrznych, przeto każdy solenoid molekularny działa odmagnesowująco na wszystkie inne równoległe do niego położone solenoidy molekularne (rys.516) Natężenie pola zewnątrz solenoidu (w płaszczyźnie prostopadłej do osi

podłużnej) jest tem mniejsze (przy danych amperozwojach), im dłuższy jest solenoid



Rys. 517. Pole solenoidów o różnych długościach a równych amperozwojach na cm długości i równych przekrojach a.

(rys. 517 a b). Zewnątrz nieskończenie długiego solenoidu jest $H = 0$, (tak jak zewnątrz solenoidu pierścieniowego). Zatem odmagnesowujące działanie solenoidów molekularnych będzie tem mniejsze, im dłuższe są te solenoidy.

Pole zespołu solenoidów molekularnych, zastępujących magnes, możemy przeto przedstawić jako złożone z dwu pól. Przez każdy solenoid przebiegają w kierunku magnetyzacji J linje magnetyczne własne a w kierunku przeciwnym do J linje magnetyczne wszystkich innych solenoidów układu.

Wypadkowe natężenie pola wewnątrz każdego solenoidu \mathcal{H} jest ogólnie sumą geometryczną natężeń składowych: \mathcal{H}_w (natężenia własnego solenoidu) i \mathcal{H}_z (natężenia pochodzącego od wszystkich innych solenoidów)

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_w + \mathcal{H}_z$$

Suma ta przechodzi prawie ^{x)} w różnicę arytmetyczną

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_w - \mathcal{H}_z$$

w której składnik \mathcal{H}_z wyraża odmagnesowujące działanie \mathcal{H}_z . Natężenie to pochodzi od wszystkich obcych solenoidów czyli odpowiada wektorowi H . Kładąc $\mathcal{H} = B$ (bo natężenie wypadkowe odpowiada zawsze indukcji), $\mathcal{H}_w = 4\pi J$ (wzór 144) i $\mathcal{H}_z = H$ (wzór 151), otrzymamy, analogicznie jak dla magnesu analizowanego z pomocą mas magnetycznych, wzór

$$B = 4\pi J - H$$

ważny dla próbki cylindrycznej tylko w przybliżeniu a ściśle dla próbki elipsoidalnej, magnesowanej osiowo.

I dla zespołu solenoidów molekularnych, zastępujących magnes stalowy, wypadają przeto takie same wzory zasadnicze jak w przypadku analizy masami magnetycznymi. Odmienny jest tylko ustrój pól molekularnych, w które jednakże elektrotechnik nie potrzebuje się na szczęście zapuszczać. Pozatem i fizycy nie są w stanie podać wyczerpującego opisu pól molekularnych, a nawet wyglądu samego magnetonu. Ostatnio

x) Mówimy "prawie", bo \mathcal{H}_z nie jest dokładnie przeciwne do \mathcal{H}_w , tylko zawiera z \mathcal{H}_w pewne kąty, które trzeba uwzględnić (patrz rys. 516).

gruntuje się pogląd, postawiony w roku 1924 przez Broglie'go x), że elektronom można przydać charakter fal elektromagnetycznych. Wprowadzenie tej tezy do fizyki komplikuje jeszcze bardziej i tak już wcale nie prostą dziedzinę elektromagnetyzmu.

6. Uwagi końcowe.

Już te krótkie rozważania pomieszczone w poprzednich 5-ciu ustępach, orientują, że analiza z pomocą prądów molekularnych, jakkolwiek trudniejsza od analizy z pomocą mas magnetycznych, prowadzi do identycznych wyników.

Wprowadzenie do opisu pola prądów molekularnych w miejsce mas magnetycznych, nie daje innych korzyści ponad tę, że umożliwia redukcję czynników operacyjnych z czterech (elektryczność dodatnia i ujemna, masa magnetyczna północna i południowa) do dwu (dwa rodzaje elektryczności) względnie do jednego (elektrony).

Błędnem byłoby mniemanie, że wprowadzenie prądów molekularnych, ułatwia sprawę ustroju pola magnetycznego wewnątrz materji, definitywnie. W "rzeczywistości" wewnątrz materji niema prądów, tylko wiry elektronów, okrążających po torach kołowych i eliptycznych dodatnio naładowane jądra atomów. Ścisła fizykalna analiza ustroju pola wewnątrz materji, należy też do bardzo trudnych dziedzin nauki, dotąd jeszcze nie opanowanych wyczerpująco. (Czytaj "Theorien des Magnetismus", Würschmidt 1925 - Bericht des Komitees über Theorien des Magnetismus des National Research Council in Washington).

Elektrotechnik może spokojnie operować dalej hipotetycznymi masami magnetycznymi, bez obawy popełnienia błędów, zarówno bowiem masy magnetyczne jak i prądy molekularne, to jedynie środki pomocnicze, ułatwiające opis pola magnetycznego. W ścisłym pojęciu, ani jedno ani drugie nie posiadają realności fizykalnej.

x) Czytaj Rupp : " Über die Welleneigenschaften des Elektrons " Forschung und Technik 1930 str.9.

Literatura do „Elektromagnetyzmu“.

Abraham - Becker Theorie der Elektrizität t.1. (1930)

Graetz Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus t.IV.

Ferraris Wissenschaftliche Grundlagen der Elektrotechnik

Du Bois Magnetische Kreise, deren Theorie und Anwendung.

Gans Einführung in die Theorie des Magnetismus

Gumlich Leitfaden der magnetischen Messungen.

Schaefer Einführung in die Maxwell'sche Theorie der Elektrizität und des Magnetismus.

Würschmidt Theorien des Magnetismus.

Würschmidt Theorien des Entmagnetisierungsfaktors und der Scherung von Magnetisierungskurven.

Cohn Das elektromagnetische Feld

Jasse Die Elektromagnete

Chwolson Lehrbuch der Physik t.IV. cz.2.

Eichenwald Vorlesungen über Elektrizität

Benischke Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik

Hobart Elektrizität

Müller - Pouillet Lehrbuch der Physik t.IV.

Pohl Einführung in die Elektrizitätslehre.

DZIAŁANIA ELEKTRODYNAMICZNE PRĄDÓW.

I. Wiadomości ogólne.

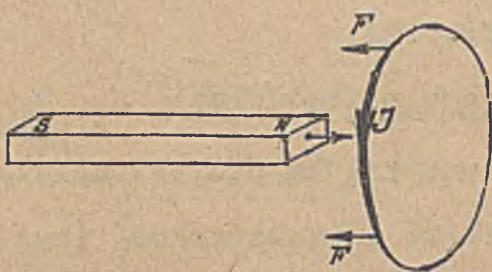
1. Główne grupy zjawisk.

Dokonane w roku 1820 przez Oersted'a odkrycie, że przewodnik przewodzący prąd stały wywiera działanie dynamiczne na igłę magnetyczną, doprowadziło z jednej strony do rozbudowy elektromagnetyzmu a z drugiej do narodzin elektrodynamiki t.j. działu traktującego o działaniach dynamicznych między prądami a magnesami, względnie między prądami.

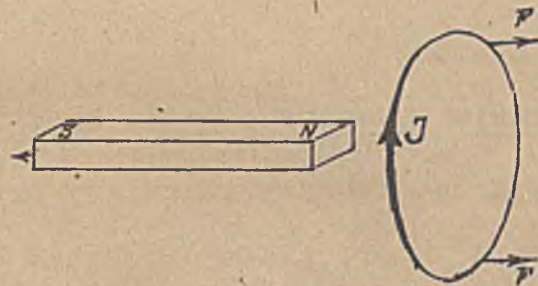
Działania elektrodynamiczne można podzielić na cztery grupy:

a) Działania dynamiczne między namagnesowaną materją a prądem.

Jako przykład może tu służyć przyciąganie lub odpychanie zamkniętej strugi prądu przez magnes stalowy (ry. 18 i 519).



Rys. 518. Przyciąganie.

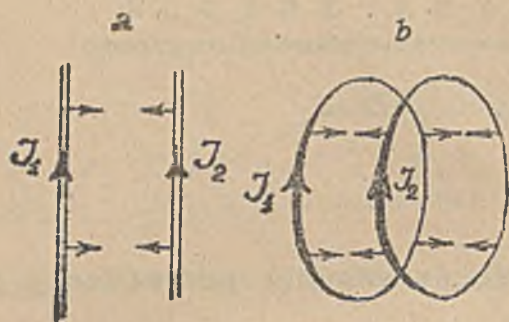


Rys. 519. Odpychanie.

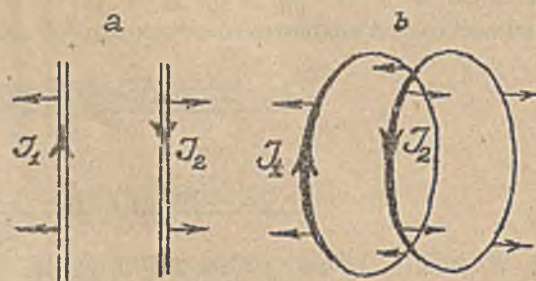
Mamy tu oczywiście działanie wzajemne: pętla pod prądem przyciąga (rys. 518) lub odpycha (rys. 519) magnes, a magnes przyciąga, względnie odpycha pętlę. (Prawo akcji i reakcji). Magnes stalowy można oczywiście zastąpić elektromagnesem, albo solenoidem pod prądem. Ten ostatni przypadek przynależy już jednak do drugiej grupy zjawisk (b). - Zjawisko powyższe nie zależy od rodzaju przewodnika mieszczącego strugę prądu. Pętlę na rys. 518 i 519 można utworzyć równie dobrze z metalu jak i z elektrolitu, w odpowiedniej rurze z materiału niemagnetycznego. Dlatego też będziemy dalej, przy omawianiu elektrodynamicznych działań prądu, używać określenia "struga prądu".

b) Działanie dynamiczne prądu na prąd.

Jako przykład może tu służyć przyciąganie się dwu strug prądu zgodnie skierowanych (rys. 520) i odpychanie się dwu strug prądu przeciwnie skierowanych (rys. 521).



Rys. 520. Przyciąganie.



Rys. 521. Odpychanie.

Wskutek tego działania, dwa skrzyżowane przewodniki (pod prądem) dążą do zajęcia położenia równoległego (rys. 522 i 523).



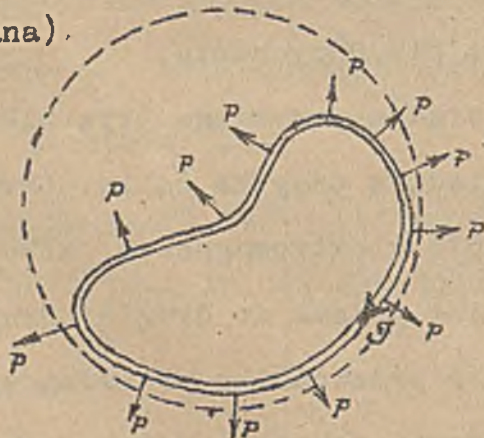
Rys. 522.



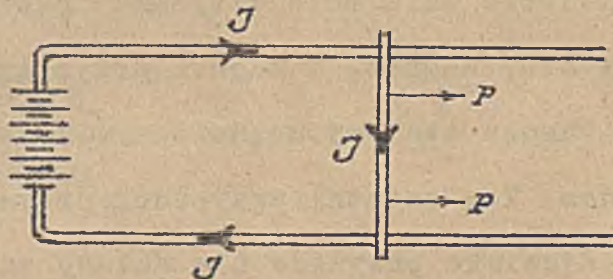
Rys. 523.

c) Działania dynamiczne prądu na elementy swego przewodnika.

Dowolnie ukształtowany zamknięty przewodnik pod prądem podlega działaniu elektrodynamicznemu, które stara się nadać przewodnikowi kształt kołowy (rys. 524 linja kreskowana).



Rys. 524.

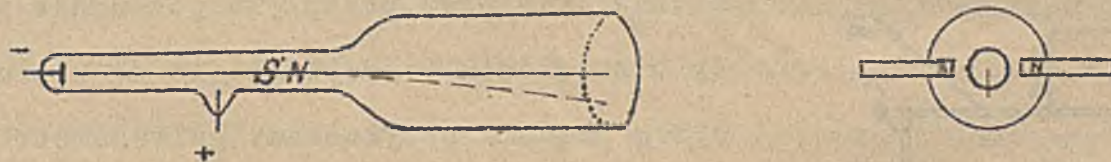


Rys. 525.

Przewodnik luźno ułożony poprzecznie na dwu równoległych przewodnikach (rys. 525) ulega przesunięciu pod działaniem sił wywieranych na niego przez resztę obwo-
du. Działanie to jest skierowane zawsze na zewnątrz t.zn. dąży do zwiększenia po-
wierzchni pętli i obliczone na cm długości nazywa się ciśnieniem elektrodynamicz-
nem (P).

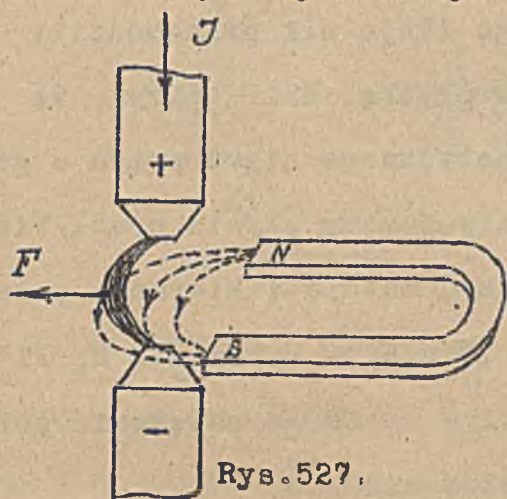
d) Działania dynamiczne pola magnetycznego na naboje elektryczne w ruchu.

Z powyższego wynika, że pole magnetyczne musi wywierać wpływ na naboje elektryczne w ruchu, gdyż nabój elektryczny w ruchu może być traktowany jako elementarny prąd. Obserwujemy też odchylenie torów, po których biegną elektrony w rurkach Brauna (rys. 526) i odchylenie łuku elektrycznego w polu magnetycznym (rys. 527).



Rys. 526.

Pierwsze z tych zjawisk wykorzystano w oscylografach katodowych, drugie wyzyskano



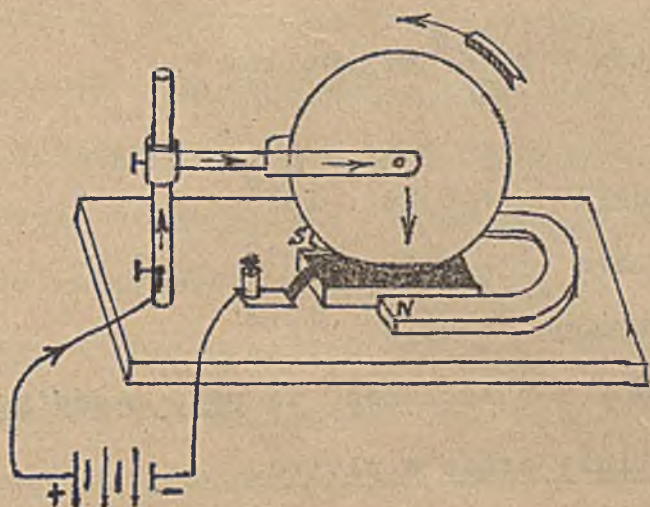
Rys. 527.

w magnetycznych gaśnikach iskier między kontaktami t.zw. kontrolerów (przyrządy do załączania i wyłączania prądu w tramwajach i kolejach elektrycznych, windach i t.p.) Ponadto zaś także do wydłużania łuku (system Zerenera) i do rozdmuchiwania łuku (piece Birkelanda).

2. Zespolenie prądu z przewodnikiem.

Doświadczenie z rurką Brauna i z łukiem elektrycznym poucza, że działaniu dynamicznemu podlega sam nabój elektryczny w ruchu.

Działanie to przenosi się na przewodnik mieszczący strugę prądu i dlatego ujawnia



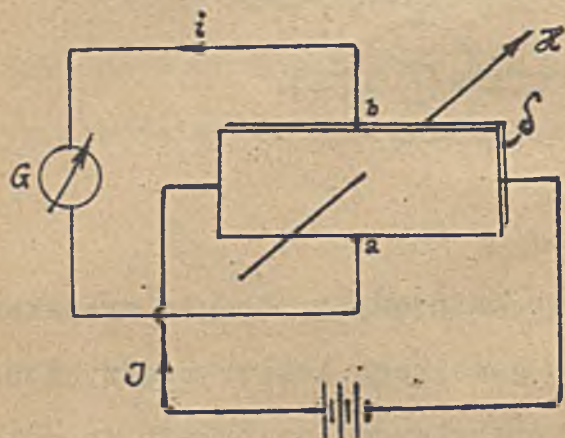
Rys. 528.

się jako przyciąganie, względnie odpychanie przewodnika. Doświadczenia okazały przytem, że struga prądu jest tak silnie zespolona z przewodnikiem, iż nawet silne działanie magnetyczne nie jest w stanie przesunąć jej w obrębie przewodnika. Można to okazać w prosty sposób z pomocą t.zw. motorku Barlowa (rys. 528). Miedziana tarcza motorku obraca się pod wpływem

działania dynamicznego, wywieranego przez magnes na strugę prądu, płynącego w tej tarczy między osią a miseczką (metalową) z rtęcią.

Nie udało się także wpłynąć magnetycznie na odchylenie torów ruchu jonów w elektrolitach (prawdopodobnie z powodu zbyt małej prędkości tychże). Minimalne przesunięcia torów prądu dadzą się przecież jednakże uzyskać pod działaniem pola magnetycznego na przewodniki kształtu bardzo cienkich płytek (efekt Halla).

Efekt Halla. Przez bardzo cienką płytkę metalową (o grubości δ) rzędu mili mi-



Rys. 529.

kronów (rys. 529) przepływa podłużnie prąd stały o natężeniu J . Poprzecznie do kierunku strug prądu J przyłączamy galwanometr G tak, aby wskazywał 0 ($V_b - V_a = 0$). Prostopadle do powierzchni płytki umieszczamy silny magnes tak, aby jego linje sił przechodziły prostopadle przez płytkę. Hall odkrył, że gdy bez pola magnetycznego niema prądu w gal-

wanometrze ($i = 0$), to podczas działania pola przez galwanometr płynie prąd. Wielkość i kierunek wychylenia galwanometru zależy od rodzaju metalu i kierunku pola.

Oznacza V różnicę potencjałów między punktami a b ($V = V_b - V_a$) w JEM , „ i ” prąd galwanometru, δ grubość płytki w cm , J prąd płytki w JEM , \mathcal{H} natężenie pola magnetycznego prostopadle do powierzchni płytki w oerstedach, to

$$V = h \cdot \frac{J \cdot \mathcal{H}}{\delta} \text{ napięcia}$$

(dla kierunkowości jak na rys. 529). Dla J w amperach, V w woltach a δ w milimikronach ($m\mu$)^{x)} wypadnie

$$V = h \cdot \frac{J \cdot \mathcal{H}}{\delta} 10^{-3} \text{ woltów} = h \cdot \frac{J \cdot \mathcal{H}}{\delta} \text{ miliwoltów}$$

Spółczynniki h podaje następująca tabliczka:

Bismut	-	633 . 10 ⁻²	Kobalt	+	0,24 . 10 ⁻²
Nikiel	-	0,47 . 10 ⁻²	Żelazo	+	1,08 . 10 ⁻²
Złoto	-	0,066 . 10 ⁻²	Antymon	+	21,9 . 10 ⁻²

Wystąpienie różnicy potencjałów między punktami a b wskazuje, że pole magnetyczne spowodowało jednak przesunięcie pierwotnych linii prądu w płytce.

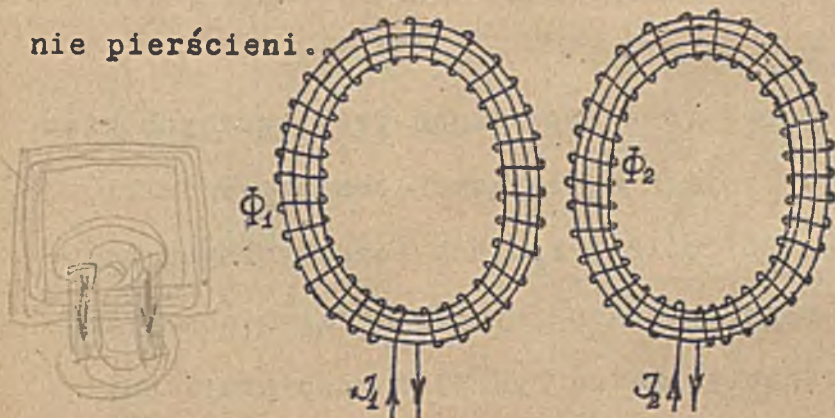
Efekt Halla jest bardzo nikły i nie znalazł żadnego zastosowania technicznego, jakkolwiek usiłowań w tym kierunku nie brakło.

x) Na oznaczenie milimikronu używamy tu, konsekwentnie z naszymi dotychczasowymi oznaczeniami znaku $m\mu$, a nie $\mu\mu$ jak to się jeszcze dziś w wielu podręcznikach pisze, bo $1 m\mu = 10^{-3} \mu$ a nie $10^{-6} \mu$.

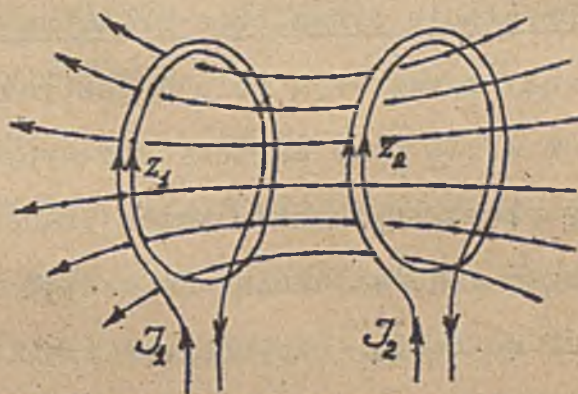
Uwaga: Bizmut wykazuje poza tem zwiększenie oporu w polu magnetycznym (Tom II. Część 1-sza "Opór").

3. Faradayowski mechanizm działań elektrodynamicznych.

Wzajemne działania dynamiczne mas magnetycznych na prądy i prądów na siebie, pochodzi stąd, że strugi prądu wytwarzają pola magnetyczne, które oddziałują na siebie. Działania elektrodynamiczne prądów są więc objawem działania pól magnetycznych prądów. Można to łatwo wykazać w następującym doświadczeniu: Dwa pierścienie uzwojone równomiernie nie wywierają na siebie działań dynamicznych, bez względu na wielkość prądów ($J_1 J_2$), płynących w ich zwojach (rys.530) i bez względu na położenie pierścieni.



Rys.530. (Niema działania dynam.)



Rys.531. (Jest działanie dynam.)

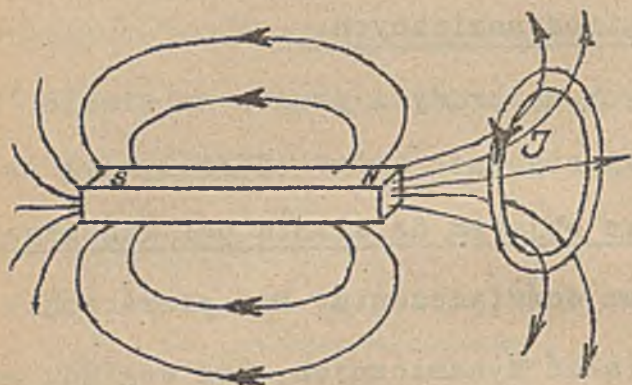
W pierścieniach tych bowiem linje magnetyczne nie wychodzą na zewnątrz i wskutek tego nie oddziałują na siebie. Natomiast dwie cewki zasilane prądami $J_1 J_2$ (rys.531) działają na siebie dynamicznie z siłą zależną od amperozwoji $J_1 z_1 J_2 z_2$ i od wzajemnego położenia cewek.

Faraday tłumaczy działania dynamiczne w polu magnetycznym (i elektrycznym), przypisując linjom magnetycznym pewne właściwości fizykalne, mianowicie kurczliwość w kierunku podłużnym i działanie rozpychające w kierunku poprzecznym. Faraday nadał w ten sposób linjom magnetycznym (i elektrycznym) niejako właściwości tworów rzeczywistych. Jakkolwiekbyśmy się zastrzegali przeciwko takiemu stawianiu sprawy, musimy przecież przyznać, że koncepcja Faradaya prowadzi do nader prostego przedstawienia mechanizmu działań magneto - i elektrodynamicznych. Jak to okazują następujące przykłady:

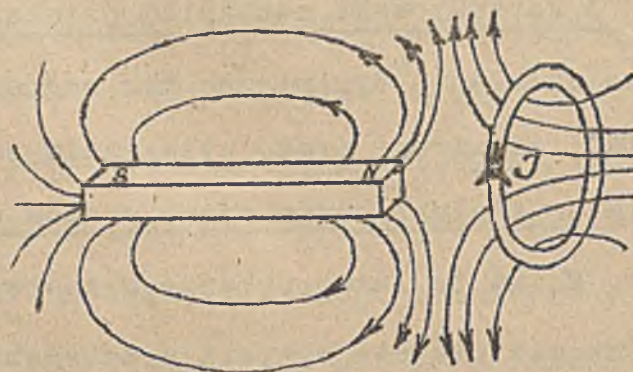
Działania dynamiczne masy magnetycznej na prąd.

W pierwszym przypadku (rys.532) kurczliwe linje magnetyczne oplatają przewodnik pod prądem i przyciągają go ku magnesowi. W drugim przypadku (rys.533) linje

magnetyczne magnesu i przewodnika pod prądem odpychają się i działanie to przenosi się na magnes i na przewodnik.



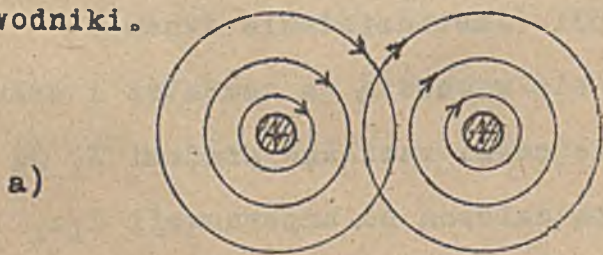
Rys. 532.



Rys. 533.

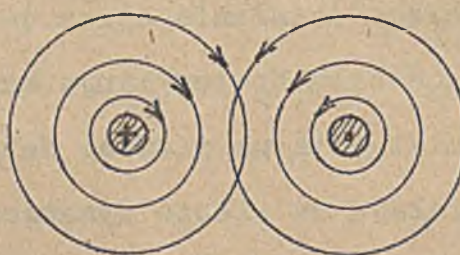
Działanie dynamiczne prądu na prąd.

Dwa prądy wytwarzają pole magnetyczne składowe (rys. 534) dając przy zgodnych kierunkach J_1 J_2 pole magnetyczne wypadkowe o linjach okalających oba przewodniki, a przy przeciwnych kierunkach prądów (rys. 535) pole o linjach magnetycznych odpychających się wzajemnie. Kurczliwe linje magnetyczne na rys. 534b ciagną oba przewodniki ku sobie, odpychające się linje magnetyczne na rys. 535b rozpierają oba przewodniki.



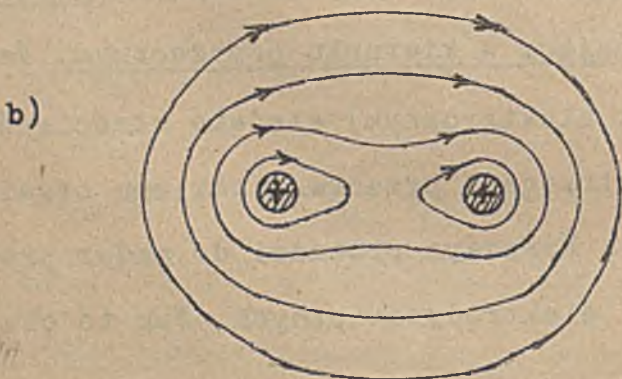
a)

Pola składowe.



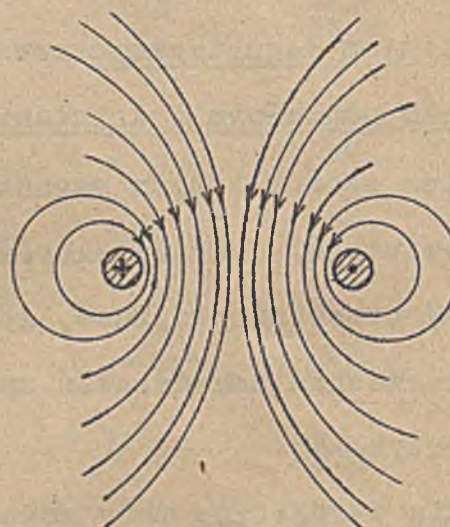
a')

Pola składowe.



b)

Pole wypadkowe.



b')

Pole wypadkowe.

Rys. 534. Przyciąganie się dwu prądów zgodnie skierowanych.

Rys. 535. Odpychanie się dwu prądów przeciwnie skierowanych.

W okół przewodnika prostoliniowego, umieszczonego w jednostajnym polu magnetycznym powstaje pole wypadkowe, które



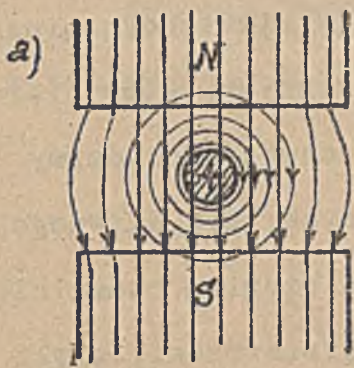
Rys. 536. Przewodnik pod prądem w polu jednostajnym.



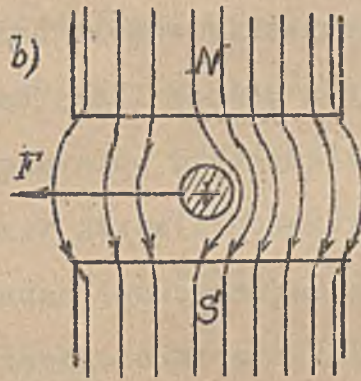
Rys. 537. Przewodnik pod prądem w polu jednostajnym.

nam powstaje pole wypadkowe, które otrzymamy superponując owe pole z polem przewodnika (rys. 536 i 537) Linje pola wypadkowego wygięte i zagęszczone z jednej strony przewodnika, wywierają na niego działanie dynamiczne oznaczone strzałką F .

Analogiczne działanie występuje, gdy w szczelinę między biegunami magnesu wstawimy przewodnik pod prądem (rys. 538 a, b i 539 a, b).



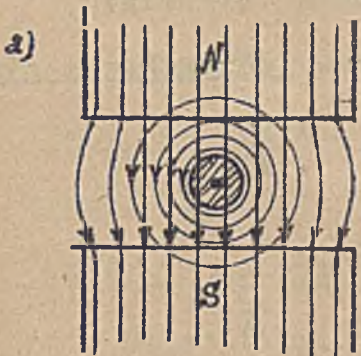
Pole składowe.



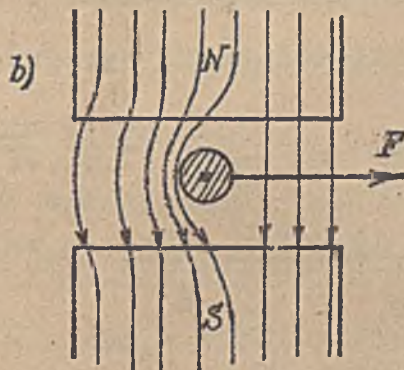
Pole wypadkowe.

Rys. 538. Przewodnik pod prądem w szczelinie magnesu.

Jak widać z obok umieszczonych rysunków, przewodnik wypierany jest zawsze ku miejscom, gdzie linje pola wypadkowego są rzadsze. W przypadku gdy pomieszcimy przewodnik pod prądem w szczelinie magnesu, działanie dynamiczne (F) ustaje dopiero



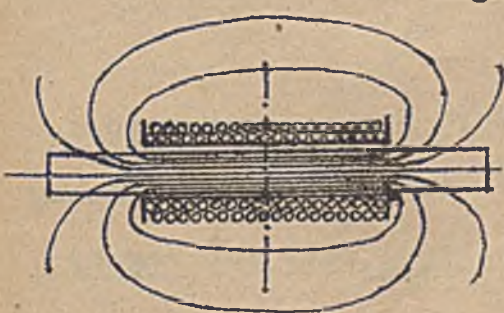
Pole składowe.



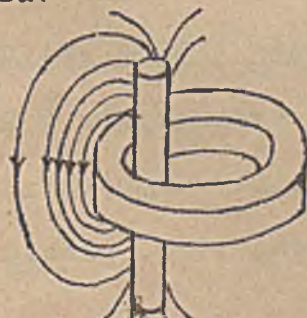
Pole wypadkowe.

Rys. 539. Przewodnik pod prądem w szczelinie magnesu.

wtedy, gdy przewodnik znajdzie się poza obrębem pola, czyli zewnątrz szczeliny. Żelazo wciągane jest do miejsc, gdzie pole jest najgęstsze, bo wtedy linie magnetyczne przechodzące przez żelazo będą najkrótsze (rys. 540)



Rys. 540. Rdzeń żelazny ustawia się w środku cewki magnesującej.



Rys. 541. Rdzeń żelazny przyczepia się do wewnętrznej ściany cewki magnesującej.

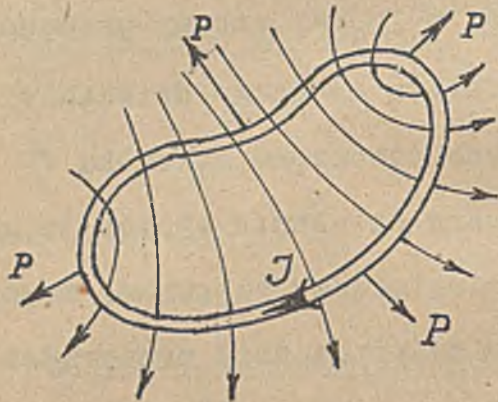
Rdzeń wsadzony do wnętrza cewki pod prądem przyczepia się do jej wewnętrznej ściany. (Rys. 541).

(Doświadczenia).

Korona rdzeń przyczepia się do wewnętrznej ściany cewki

Działanie strugi prądu na swe własne części składowe.

Także i te działania tłumaczy Faraday z pomocą swej genialnej koncepcji - linii magnetycznych. Pętla pod prądem wypełniona jest linjami magnetycznymi tych samych kierunków. Linje te, odpychając się wzajemnie, napierają na poszczególne elementy pętli (rys.542). Przy dużych prądach w pętli, działanie dynamiczne może spowodować



Rys.542.

rozerwanie (zdemolowanie) pętli. Pętla z płynnego metalu (stopionego wakupek przepływu silnego prądu) rozpryskuje się. Długi łuk przy silnym prądzie ulega wydłużeniu i w końcu przerwaniu.

Analogicznie do powyższych objaśnień tłumaczy Faraday wszystkie wogóle działania elektrodynamiczne

Tak więc z pomocą linii magnetycznych, które pierw-

wotnie miały na celu geometryczną charakterystykę pola magnetycznego, dochodzimy także do wyjaśnień całego szeregu dynamicznych zjawisk fizykalnych. Nic dziwnego, że dzięki temu koncepcja Faradaya (linje magnetyczne) nabrała z biegiem czasu nieledwie znaczenia czegoś realnego, rzeczywiście istniejącego w przestrzeni, czyli podobnego znaczenia, jakie miał dawniej eter kosmiczny. -

Linjom, względnie rurkom sił charakteryzującym pole magnetyczne, przypisuje się obecnie nietylko pewne ukształtowanie w przestrzeni i kierunek (strzałki), lecz ponadto jeszcze pewne dynamiczne właściwości, wyrażające się jednostkowym ciśnieniem wzdłuż rurki o wartości

$$P_l = \frac{1}{8\pi} H^2 \dots\dots\dots (1)$$

oraz jednostkowym parciem prostopadle do ścian rurki, o wartości

$$P_s = \frac{1}{8\pi} H^2 \dots\dots\dots (2)$$

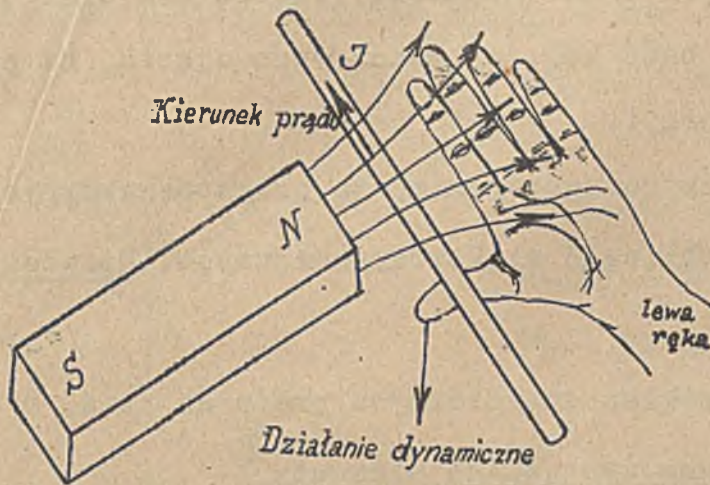
(Wyprowadzenie tych wzorów znajdzie czytelnik w znakomitym podręczniku Fizyki Müller - Pouilleta "Lehrbuch der Physik", 10.wydanie Tom IV.część 1-sza Str.62-66)

4.Prawidło lewej ręki i reguła trzech palców.

Kierunek działania dynamicznego (F) wyznaczalny w każdym przypadku z pomocą badania rozkładu, kierunków i gęstości linii magnetycznych (ustęp 3-ci), ustalamy w oparciu o poprzednie rozważania z pomocą t.zw. prawidła lewej ręki lub reguły trzech palców.

Kierunek działania dynamicznego wskazuje wielki palec lewej ręki, zwróconej dłońią

ku strzałkom linii magnetycznych (linij indukcji) a końcami palców w kierunku prądu (rys.543).

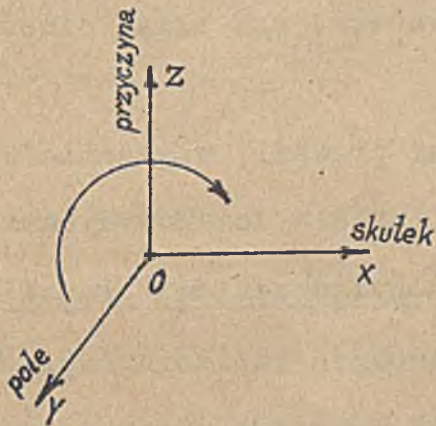


Rys.543. Prawidło lewej ręki.

Reguła trzech palców (Fleminga).

Reguła ta jest bardzo ogólną, bo ma zastosowanie zarówno w działaniach elektrodynamicznych jak i indukcyjnych. Brzmi ona tak: Jeżeli pole działa w kierunku osi y (rys.544),

a przyczyna w kierunku osi z , to działanie, "skutek", objawi się w kierunku osi x .



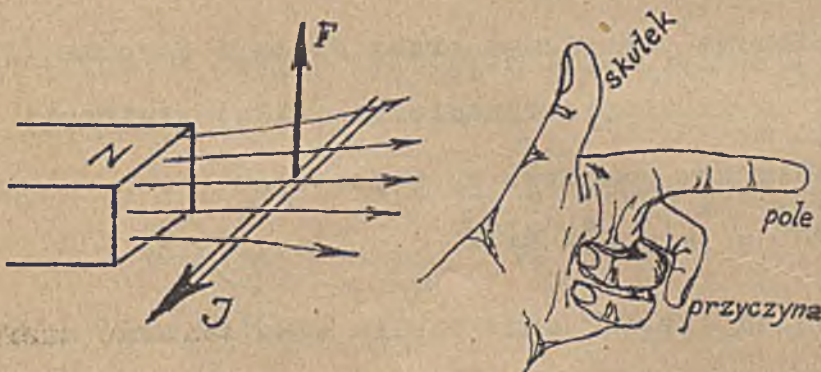
Rys.544.

Przyczyną może być n.p. prąd (elektrodynamika) lub ruch z pewną prędkością (zjawiska indukcji), wtedy "skutkiem" będzie siła, względnie ruch pod wpływem tej siły lub w drugim wypadku wyindukowana SEM-czna względnie prąd. Jest przytem rzeczą obojętną, od której osi rozpoczniemy, byle osie "pola", "przyczyny" i "skutku" następowały po sobie w porządku, odpowiadającym ruchowi wskazówek zegarka, gdy pa-

trzymamy do wnętrza układu trzech osi.

Reguła ta jest łatwa do spamiętania jeżeli się zważy, że słowa "pole", "przyczyna" "skutek" następują po sobie w porządku alfabetycznym.

Układ trzech osi wzajemnie prostopadłych zrealizujemy przy pomocy trzech pal-



Rys.545.

ców. Jest przytem rzeczą obojętną, czy użyjemy do tego ręki prawej czy lewej i od którego palca rozpoczniemy, byleby była zachowana kolejność wyżej wymieniona. Rys545 podaje zastosowanie tej reguły do

przewodnika pod prądem znajdującego się w polu magnetycznym.

II. Podstawowe prawa elektrodynamiki.

Wstęp.

Obliczenia działań elektrodynamicznych (sił, momentów) opiera się bądź to na "starych" prawach Laplace'a i Ampère'a, bądź też, w nowoczesnym ujęciu, na pracy układu w oparciu o zasadę zachowania energii.

Prawo Laplace'a poznaliśmy już w elektromagnetyzmie, tu przystosujemy je tylko odpowiednio do zachodzących w praktyce obliczeń elektrodynamicznych (Działanie pola na prąd).

Wzór Ampère'a służy do obliczenia działań dynamicznych prądu na prąd, a więc także działań dynamicznych strugi prądu na swe własne elementy.

Obu powyższym prawom, względnie wzorom, które dziś uważa się za przestarzałe, zarzuca się, że wyrażone w formie różniczkowej nie mają oparcia fizycznego w doświadczeniu, a wyrażone w formie całkowej nie dają pewności, czy skład odnośnych wzorów odpowiada faktycznemu stanowi rzeczy.^{x)}

Mimo tych zarzutów posilkwować się będziemy obu temi prawami, względnie wzorami, gdyż w całkowych formach, t.zn. zastosowane do obliczenia działań dynamicznych zamkniętych prądów dają wyniki najzupełniej zgodne z doświadczeniem, oraz z wynikami znalezionymi na innej drodze. Pozatem zarzutów odnośnie do wzoru Laplace'a nie można uznać za zupełnie uzasadnione, bo wszak można zrealizować element prądu w postaci swobodnie się poruszających nabojuów elektrycznych. Dlatego też wzór Laplace'a nazywać tu będziemy prawem. Jedynie zarzuty co do wzoru Ampère'a trzeba uznać za uzasadnione, wskutek czego posilkwować się tu będziemy nazwą "wzoru" a nie prawa Ampère'a.

1. Prawo Laplace'a.

Na podstawie materiału doświadczalnego, zebranego przez Biota i Savarta (1820) wyprowadził Laplace wzór różniczkowy na działanie dynamiczne (siłę) wywierane przez element prądu Jdl na masę magnetyczną punktową m, w postaci

$$dF = k.m.J \frac{dl \sin \lambda}{r^2} = k.m.J \frac{dl \sin \alpha}{r^2} \dots \dots \dots (3)$$

Z prawa Newtona o akcji i reakcji wynika, że tak samo wielka siła działać musi także i na element prądu Jdl w kierunku wprost przeciwnym do siły działającej na

x) Czytaj: "Wechselwirkung von Stromen" Str 776 i dalsze, znakomitego podręcznika Fizyki Chwolsona (Lehrbuch der Physik, 1908).

masę magnetyczną m (rys.546). W miejscu gdzie leży element prądu Jdl , czyli w punkcie zaczepienia siły dF działającej na ten element, indukcja magnetyczna B pochodząca od masy magnetycznej punktowej m jest

$$B = \frac{m}{\rho^2}$$

Równanie (3) możemy więc, odnośnie do siły działającej na element prądu Jdl napisać także w takiej formie

$$dF = k \frac{m}{\rho^2} J \cdot dl \cdot \sin \alpha = k \cdot B \cdot J \cdot dl \cdot \sin \alpha$$

Gdy wyrazimy m w układzie MS czyli EM, ρ w cm, więc B w układzie MS czyli EM, J w układzie EM i l w cm i połączymy $k = 1$, wypadnie F w dynach.

Możemy zatem napisać

$$\underline{dF = B \cdot J^{EM} \cdot dl^{cm} \cdot \sin \alpha \text{ dyn}} \dots \dots \dots (4)$$

Równanie to (4) nazywać będziemy prawem Laplace'a. Określa ono wielkość siły jaka działa na element

prądu Jdl , nachylony pod kątem α do kierunku linii indukcji B (rys.546).

Siła działająca na element prądu Jdl zanurzony w polu o indukcji B jest wprost proporcjonalna do natężenia prądu J , indukcji magnetycznej B oraz do długości przewodnika i $\sin \alpha$ mierzonego od B do J , a kierunek tej siły jest zawsze prostopadły do płaszczyzny przeprowadzonej przez kierunki B i J .

Celem jaśniejszego przedstawienia zależności kierunku dF od kąta α , przedstawimy prawo Laplace'a jeszcze w związku z rys.547, wstawiając równocześnie

$$J_{EM} = \frac{J_{amp}}{10}$$

Prawo Laplace'a wyrazi się zatem w związku z rys.547 wzorem

$$dF = 1/10 B \cdot J_A \cdot dl \cdot \sin \alpha \text{ dyn} \dots (5)$$

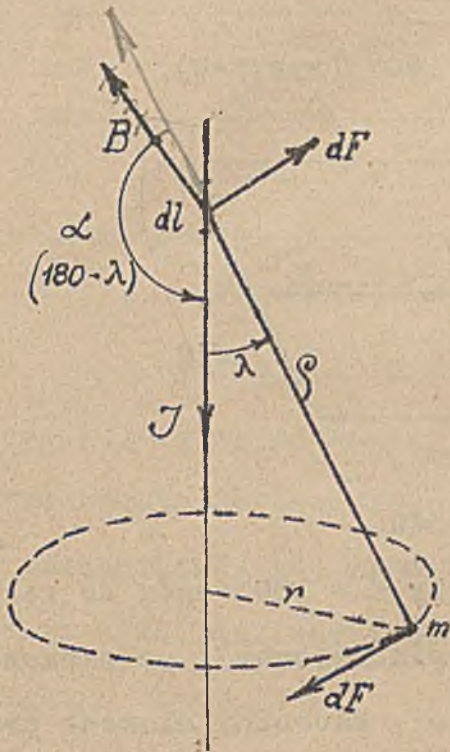
lub gdy położymy

$$\underline{1 \text{ kg} = 981 \ 000 \text{ dyn}}$$

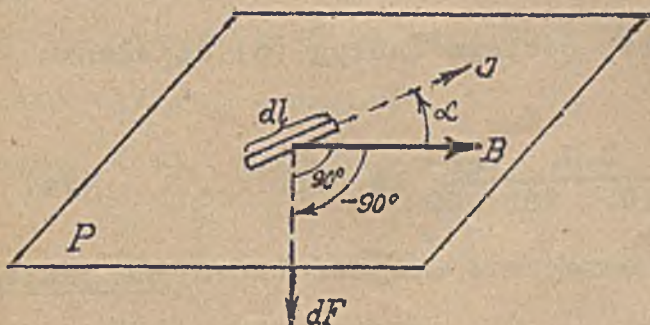
wzorem

$$\underline{F = \frac{B \cdot J_A \cdot l \cdot \sin \alpha}{10 \cdot 981000} \text{ kg}} \dots \dots \dots (6)$$

Wzór techniczny dla przypadku gdy l oznacza



Rys.546.

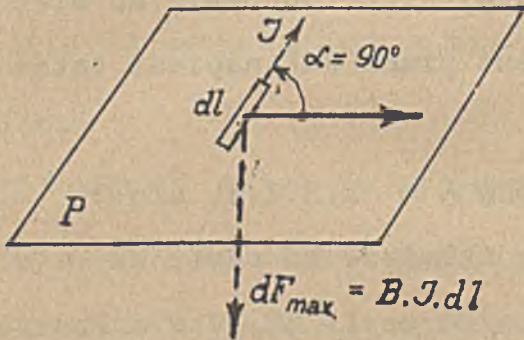


Rys.547.

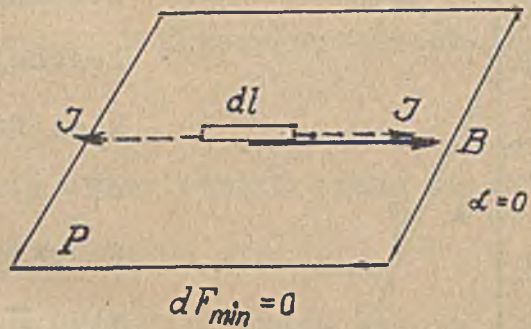
(w cm) długość prostoliniowego przewodnika zanurzonego w jednostajnym polu o gęstości B (długość zanurzenia). Maximum działania dynamicznego wystąpi, gdy $\alpha = 90^\circ$ (rys.548)

$$dF = 1/10 B \cdot J_A \cdot dl \text{ dyn}$$

Minimum, $dF_{\min} = 0$, będzie osiągnięte, gdy $\alpha = 0$, lub $\alpha = 180^\circ$ (rys.549).

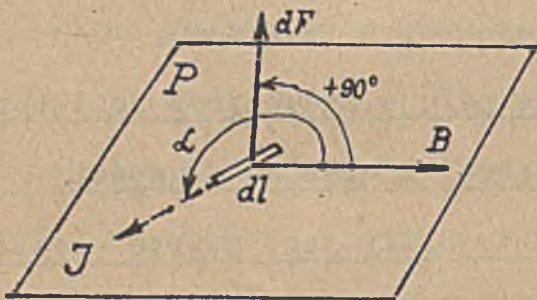


Rys.548.



Rys.549.

Dla wartości α powyżej 90° dF znów maleje, dochodząc przy $\alpha = 180^\circ$ znów do zera. Dla wartości α powyżej 180° siła dF ma znak ujemny (bo $\sin\alpha$ ujemne), co oznacza, że kierunek dF jest odchyłony od B o kąt $+90^\circ$ (rys.550). - Swobodny element prądu



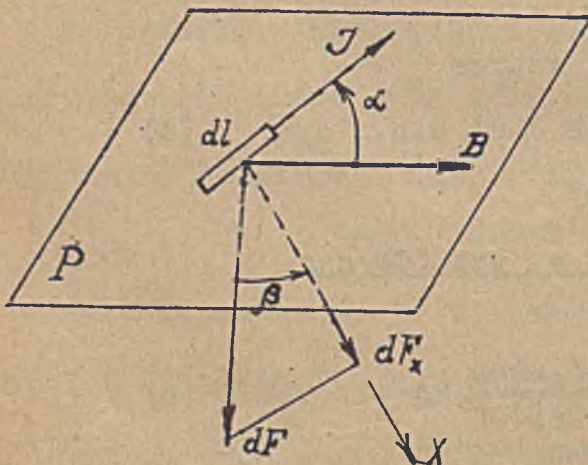
Rys.550.

Jdl odbywałby ruch w kierunku siły dF . Gdy ruch odbywać się będzie w kierunku innym (x) (rys.551) składową dF_x działającą w tym kierunku określa wzór

$$dF_x = 1/10 B \cdot J_A \cdot dl \cdot \sin\alpha \cdot \cos\beta \text{ dyn... (7)}$$

Z wzoru (7) wynika, że ruch przewodnika pod prądem w kierunku wektora B (lub w kierunku przeciwnym do tegoż) nie daje żadnej pracy, bo składowa dF_x w tym kierunku jest równa zero. Maximum

pracy daje ruch przewodnika w kierunku prostopadłym do linii indukcji.

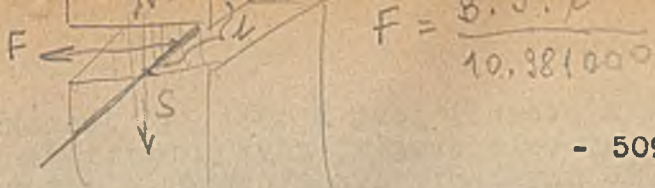


Rys.551.

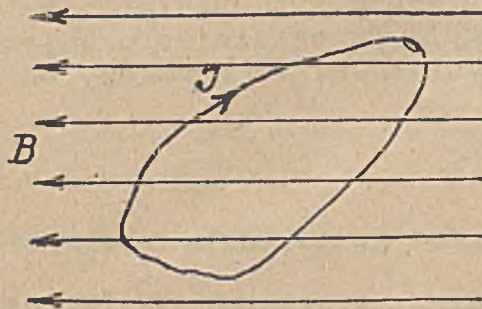
Przewodnik umieszczony w jednostajnym polu prostopadle do linii indukcji n.p. w szczelinie magnesu (rys.551), podlega według (6) działaniu dynamicznemu

$$F = \frac{B \cdot J_A \cdot l_{\text{cm}}}{10 \cdot 981 \ 000} \text{ kg (7a)}$$

We wzorze tym oznacza l długość (w cm), na jakiej przewodnik zanurzony jest w jednostajnym polu o indukcji B .



Na pętlę prądu zanurzoną w obcym polu magnetycznym (rys.553) działa wypadkowa F



Rys.553.

lub moment pary sił, albo występują oba działania. Sprawą tą zajmiemy się w dalszym ciągu (Ważniejsze obliczenia elektrodynamiczne). Tu wystarczy zwrócić uwagę, że całkowanie wzoru Laplace'a należy wykonywać z uwzględnieniem kierunków poszczególnych sił elementarnych dF ,

co ogólnie prowadzi do wektorowego traktowania działania wypadkowego. Praktycznie ważnym jest, że wypadkowe działanie dynamiczne będzie zawsze proporcjonalne do indukcji pola, z każdej bowiem całki równania zasadniczego (4) można J wyciągnąć przed znak całki. Możemy tedy napisać, że ogólnie siła, względnie moment pary sił, działające na pętlę (rys.553) o prądzie J określały wzory

$$F = c_1 \cdot J \dots\dots\dots (8)$$

$$M_{mech} = c_2 \cdot J \dots\dots\dots (9)$$

gdzie c_1 względnie c_2 przedstawia niezależny od natężenia prądu J współczynnik, określony odnośną całką

$$c = \oint B \frac{dl \cdot \sin \alpha}{r^2} \dots\dots\dots (10)$$

Gdy pętla prądu umieszczona jest w jednostajnym polu magnetycznym o indukcji B , będzie

$$c = B \oint \frac{dl \cdot \sin \alpha}{r^2} \dots\dots\dots (11)$$

Dla pętli prądu w jednostajnym polu napiszemy zatem

$$F = c_3 \cdot B \cdot J \dots\dots\dots (12)$$

$$M = c_4 \cdot B \cdot J \dots\dots\dots (13)$$

Obliczenie współczynników c natrafia ogólnie na bardzo znaczne trudności matematyczne, dlatego też tylko w nielicznych przypadkach korzystamy z prawa Laplace'a. Łatwiej doprowadza do rezultatu obliczenie działania dynamicznego z elementarnej pracy układu, o czym dalej.

Uwaga: W wielu podręcznikach elektrotechnicznych i fizykalnych spotkać można pomieszanie obu symboli B i \mathcal{H} , oznaczających indukcję i natężenie magnetyczne. Tak n.p. na str.114 w książce Benischke'go ("Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik") prawo Laplace'a wyrażone jest błędnie relacją

$$dF = \mathcal{H} \cdot J \cdot dl \cdot \sin \alpha \dots\dots\dots (a)$$

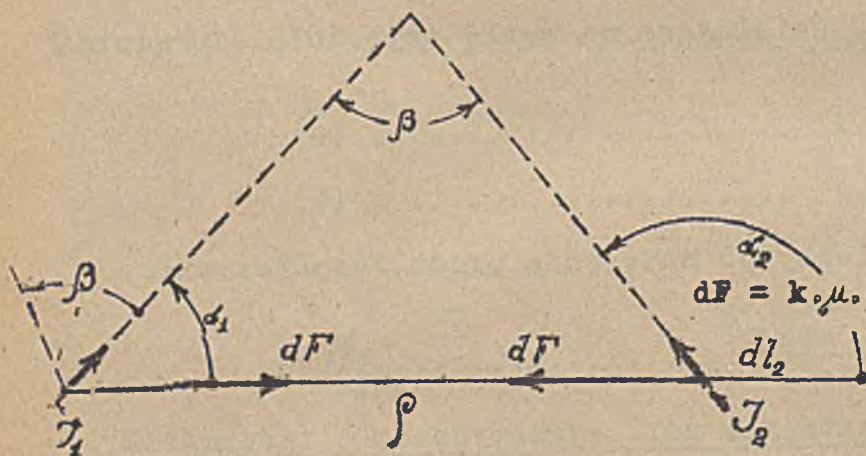
gdyż powinno być

$$dF = B \cdot J \cdot dl \cdot \sin \alpha \dots\dots\dots (b)$$

Wprawdzie dla powietrza (ściśle dla próżni) jest $B = \mathcal{H}$ to jednakże nie upoważnia do zastępowania jednego symbolu drugim, gdyż prowadzi do bałamuctw. Z wzoru (7a) wynika, że odnośnie do działania dynamicznego w motorze elektr. jest obojętnem, czy szczelina między twornikiem wypełniona jest próżnią czy powietrzem, czy też gazem o stałej r ó ż n e j od 1. Przy jednakowym B we wszystkich tych przypadkach, otrzymamy według poprawnego wzoru (b) to samo działanie dynamiczne, a według fałszywego wzoru (a) działania te powinny być różne (F najmniejsze dla μ największego). Umieszczając uzwojenie rotoru motorów w żłobkach, stwierdzamy doświadczalnie, że F zależy od B a nie od \mathcal{H} .

2. Wzór Ampère'a.

Dla obliczenia działania dynamicznego prądu na prąd posiłkujemy się wzorem wyprowadzonym przez Ampère'a (1820)^{x)}. Ampère przyjmuje, że wzajemne działanie dynamiczne dF dwu elementów prądowych $J_1 dl_1$, $J_2 dl_2$, oddalonych od siebie o ρ , nachylonych do łączącej je prostej (o długości ρ) pod kątami α_1 , α_2 i zawierających między sobą kąt β (rys. 554) ma kierunek tej prostej łączącej owe elementy (ρ).



Rys. 554.

Na podstawie tego założenia, niemożliwego do stwierdzenia eksperymentalnie (bo elementy prądu nie istnieją) doszedł Ampère drogą analizy matematyczno - fizycznej do wzoru w postaci

$$dF = k \cdot \mu \cdot J_1 J_2 \frac{dl_1 \cdot dl_2}{\rho^2} (\cos \beta - \frac{3}{2} \cos \alpha_1 \cos \alpha_2) \dots (14)$$

(Pierwotny wzór Ampère'a nie zawierał przenikalności μ). We wzorze tym spółczynnik k przedstawia równoważnik jednostek.

Ampère założył $k = 1$, wprowadzając temsamem nowy Układ jednostek, t.zw. elektrodynamiczny (skrót ED). Układ ten nie przyjął się, jednak na szczęście i obecnie wyraża się prądy J_1 i J_2 także we wzorze Ampère'a w jednostkach układu EM.

Dla J_1 i J_2 w jednostkach EM wypada $k = 2$, bo

$$\text{jedn EM} = \sqrt{2} \text{ jedn ED} \dots \dots \dots (15)$$

Dla J_1 i J_2 w jedn EM, l_1 i l_2 oraz ρ w cm, a F w dynach jest zatem

$$dF = \mu J_1 J_2 \frac{dl_1 \cdot dl_2}{2 \rho^2} (2 \cos \beta - 3 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2) \text{ dyn} \dots \dots (16)$$

i to równanie nazywać będziemy dalej wzorem Ampère'a. Gdy z równania tego wypada znak "+" dla F oznacza to przyciąganie się prądów, gdy znak "-" oznacza to odpychanie.

x) Annal. de Chimie et de Physique, 1820 (15) 59, 170. Podstawy elektrodynamiki Ampère'a w dziele "Theorie mathématique des phénomènes électrodynamiques uniquement déduite de l'expérience, Paris 1826 (nowe wydanie 1883).

Uwaga: W podręcznikach elektrotechnicznych spotyka się pomieszanie tych dwu wzorów, lub fałszywe jednostki. Notorycznie brakuje we wzorze Ampère'a przenikalności μ .

Gdy wstawimy J_1 i J_2 w amperach, będzie

$$dF = \frac{2}{100} \mu \cdot J_1^{(n)} \cdot J_2^{(n)} \cdot \frac{dl_1 \cdot dl_2}{r^2} (\cos\beta - \frac{3}{2} \cos\alpha_1 \cdot \cos\alpha_2) \text{ lub}$$

$$dF = \mu \cdot \frac{J_1^{(n)} \cdot J_2^{(n)}}{100} \cdot \frac{dl_1 \cdot dl_2}{r^2} (2 \cos\beta - 3 \cos\alpha_1 \cdot \cos\alpha_2) \text{ dyn} \dots\dots\dots (17)$$

Pierwotny wzór Ampère'a, wzorowany na prawie Coulomba, nie zawierał przenikalności μ . Ampère bowiem, podobnie jak Coulomb, podał wzór dla powietrza, względnie próżni. Łatwo jednak wydedukować, że wzajemne działanie dwu elementów prądu $J_1 dl_1$ i $J_2 dl_2$ zależy od μ w przypadku, gdy obie strugi prądu, do których te elementy przynależą, pomieszczone są w nieskończenie rozległym ośrodku izotropowym o stałej przenikalności μ . W myśl prawa Laplace'a jest bowiem F proporcjonalne do $B = H\mu$, zaś H jest proporcjonalne do J . Mechanizm działania dynamicznego strugi J_1 na strugę J_2 możemy sobie wyobrazić w ten sposób, że J_1 wytwarza pole o natężeniu \mathcal{H} proporcjonalnym do J_1 , w którym to polu zanurzona jest struga J_2 . Ponieważ zaś siła dF_2 wywierana na element prądu $J_2 dl_2$ zależy w myśl prawa Laplace'a od B (obcego pola), a $B = H\mu$, przeto dF_2 musi zależeć od μ . (Analogiczny wywód dla dF_1). Dla próżni, względnie powietrza, jest $\mu_0 = 1$ czyli odpada. (Pierwotny wzór Ampère'a).

Wzór Ampère'a był wielokrotnie kwestjonowany. Zarzucano mu, że w różniczkowej formie jest niesprawdzalny (elementy prądów nie dadzą się zrealizować, istnieją tylko prądy zamknięte).

W roku 1845 wykazał Grassmann, że działanie dynamiczne dwu elementów prądu można wyrazić innym wzorem różniczkowym, prowadzącym po zcałkowaniu do tych samych wyników co wzór Ampère'a. Wzór Grassmanna ma postać

$$dF = k \mu \cdot J_1 J_2 \frac{dl_1 \cdot dl_2}{r^2} \sin\alpha_1 \sin(dH_2 dl_2) \dots\dots\dots (18)$$

gdzie α_1 oznacza ten sam kąt co we wzorze Ampère'a, dH_2 oznacza natężenie pola w miejscu elementu dl_2 wywołane prądem J_1 a kąt $(dH_2 dl_2)$ ma oznaczać kąt zawarty między kierunkami H_2 i dl_2 .

W roku 1869 wykazał Stefan, że działanie dynamiczne dwu strug prądu można określić nieskończenie wielu równaniami różniczkowymi, z których każde daje po zcał-

kowaniu (dla zamkniętych strug prądu) ten sam wynik, co wzór Ampère'a. Wynika stąd że wzoru Ampère'a nie można uważać za prawo, a tylko za regułę obliczeniową, która dla zamkniętych strug prądu daje wyniki zgodne z doświadczeniem. - Z tych też powodów w nowszych czasach wzór Ampère'a zastępują obliczeniem działania elektrodynamicznego z pracy elementarnej, wykonanej przy przesunięciu jednej strugi względem drugiej, o czym dalej.

Mimo tych, niewątpliwie słusznych zarzutów, wzoru Ampère'a możemy używać wszędzie tam, gdzie daje to ułatwienia. Zastosowany do zamkniętych prądów, czyli całkowy, wzór Ampère'a daje zawsze dobre wyniki w postaci relacji ogólnej

$$\underline{F} = c \cdot J_1 J_2 \dots\dots\dots (19)$$

gdzie współczynnik c oznacza wartość uzyskaną z całkowania (dla J_1 i J_2 w amperach) wyrazu

$$c = \oint \oint \frac{dl_1 dl_2}{2} (2 \cos \beta - 3 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2)$$

lub wyznaczoną eksperymentalnie (Patrz dalej "Dynamometr" i "Watomierz elektrodynamiczny").

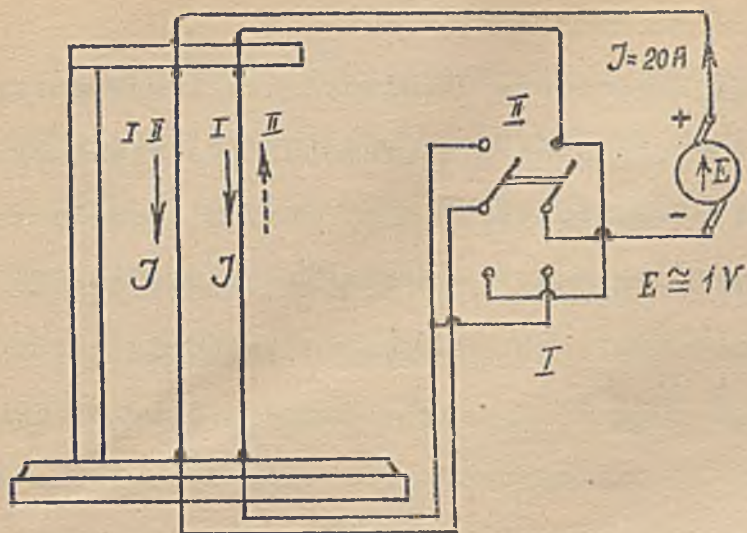
Dla danego układu przewodników o prądach J_1 i J_2 współczynnik c ma określoną wartość zależną od ukształtowania obu tych przewodników oraz ich wzajemnego położenia względem siebie. Gdy położenie to ulega zmianom, zmienia się także wartość c . W przypadku, gdy oba przewodniki, wywierające wzajemnie na siebie działanie dynamiczne F , zasilane są tym samym prądem J , działanie to określa wzór

$$\underline{F} = c \cdot J^2 \dots\dots\dots (20)$$

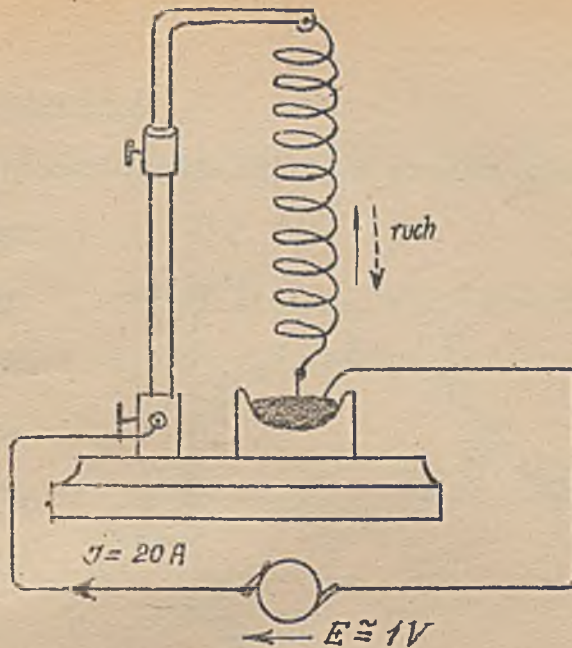
Wypadek taki zachodzi w elektrodynamicznych woltomierzach i amperomierzach, o czym dalej.

Z wzoru Ampère'a (14) względnie (16) wynikają następujące wnioski:

- 1) Kierunek działania dynamicznego wywieranego przez jedną pętlę prądu na drugą pętlę nie zależy od natężeń $J_1 J_2$.
- 2) Dwa prądy równoległe i zgodnie skierowane przyciągają się ($\alpha_1 = \alpha_2 = 90^\circ$, $\beta = 0$).
- 3) Dwa prądy równoległe i przeciwnie skierowane odpychają się ($\alpha_1 = 90^\circ$, $\alpha_2 = 270^\circ$, $\beta = 180^\circ$).



Rys.555. Dwa równoległe prądy.



Rys.556. Drgająca spirala Rogeta.

Doświadczalnie stwierdzamy te działania z pomocą przyrządu okazanego na rys.555. (Dwa równoległe przewody taśmowe o prądzie J , których kierunek zależy od nastawienia przełącznika). Zwoje tego samego przewodu sprężystego pod prądem drgają wskutek ciągłych przerw obwodu prądu (Spirala drgająca Rogeta):

Możnaby na podstawie wzoru Ampère'a snuć jeszcze domysły na temat działania elementów prądu, te jednak nie mają fizycznego znaczenia. N.p.

a) Z wzoru Ampère'a wypada $dF = 0$ dla przypadku, gdy

$$2 \cos \beta - 3 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 = 0$$

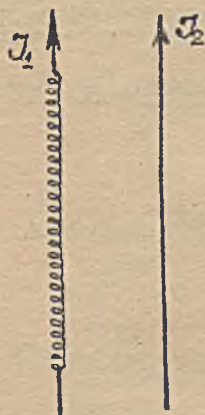
Dla dwóch równoległych elementów, gdzie $\beta = 0$, a $\alpha_1 = \alpha_2$, wypadnie wtedy

$$\cos^2 \alpha = 2/3 ; \quad \alpha = 35^\circ 16'$$

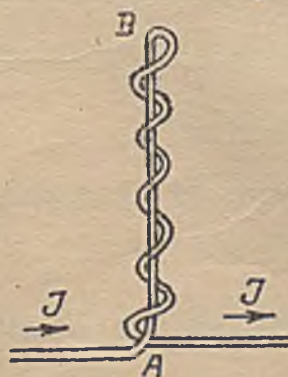
Przy tym kącie powinno być $dF = 0$, co jednak jest mało prawdopodobnem.

b) Jeżeli oba elementy leżą na jednej prostej a prądy płyną w nich zgodnie, to się odpychają, bo wtedy $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$, a $\beta = 0$. Działanie dynamiczne będzie wtedy

$$dF = \mu J_1^2 J_2^2 \frac{dl_1 dl_2}{r^2} (2 - 3) = -\mu J_1^2 J_2^2 \frac{dl_1 dl_2}{r^2}$$



Rys.557

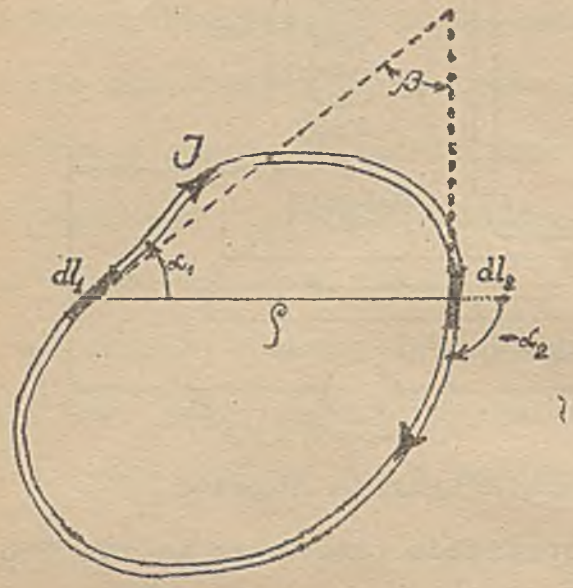


Rys.558

Już Ampère stwierdził, że cienki przewód pod prądem zwinięty w drobne skręty (rys. 557) działa z odległości jak przewód pozbawiony skrętów. Wynika stąd, że element AB (rys.558) nie powoduje żadnego działania dynamicznego ani na inne strugi prądu, ani na dalsze części własnej strugi.

3. Ciśnienie elektrodynamiczne

Wzór Ampère'a można zastosować wprost do obliczenia działania elektrodynamicznego strugi prądu na poszczególne swe elementy



Rys.559

(dl) Dwa elementy dl_1 i dl_2 , przynależne do tej samej pętli prądu J , działają na siebie z siłą określoną w myśl wzoru Ampère'a relacją $dF = \mu J_{EM}^2 \frac{dl_1 \cdot dl_2}{r^2} (2 \cos \beta - 3 \cos \alpha_1 \cdot \cos \alpha_2)$ dyn gdzie dF oznacza zarówno działanie dynamiczne wywierane przez element prądu Jdl_1 na Jdl_2 jak i wywierane przez element prądu Jdl_2 na Jdl_1 gdyż w myśl prawa o akcji i reakcji działania te muszą być jednakowe i skierowane przeciw sobie.

Opuszczając indeksy "1" "2" przy dl i działając obustronnie przez dl otrzymamy

$$dF = \frac{dF}{dl} = \mu J_{EM}^2 \frac{dl}{r^2} (2 \cos \beta - 3 \cos \alpha_1 \cdot \cos \alpha_2) \dots \dots \dots (21)$$

Sumując geometrycznie (wektorowo) wartości dP czyli całkując powyższe równanie dla całej pętli w odniesieniu do obranego elementu dl (tu n.p. dl_2) otrzymamy

$$P = \mu J_{EM}^2 \oint \frac{dl}{r^2} (2 \cos \beta - 3 \cos \alpha_1 \cdot \cos \alpha_2)$$
$$P = c \cdot J_{EM}^2 \frac{cm^3}{cm} \dots \dots \dots (22)$$

Wielkość P tak obliczona wyraża siłę działającą na jednostkę długości elementu strugi prądu i nazywa się ciśnieniem elektrodynamicznym (Symbol P) Ciśnienie elektrodynamiczne wyrażamy w dynach na cm (długości). Jak widać z wzoru (22) jest ono proporcjonalne do kwadratu natężenia prądu J , płynącego w pętli, dla której go wyznaczamy

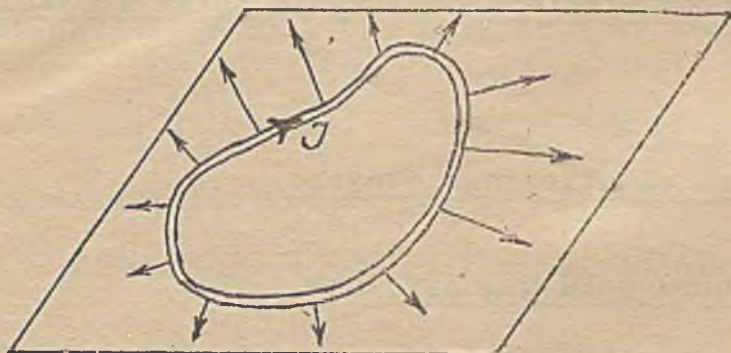
Ciśnienie elektrodynamiczne płaskiej strugi prądu jest wektorem leżącym w płaszczyźnie strugi o kierunku zorientowanym tak, że P dąży do zwiększenia obwodu pętli i nie zależy od kierunku prądu (rys 560 i 561).

Działanie takie i położenie wektora P najprościej uzasadnić oddziaływaniem linii magnetycznych na obwód pętli (rys 542).

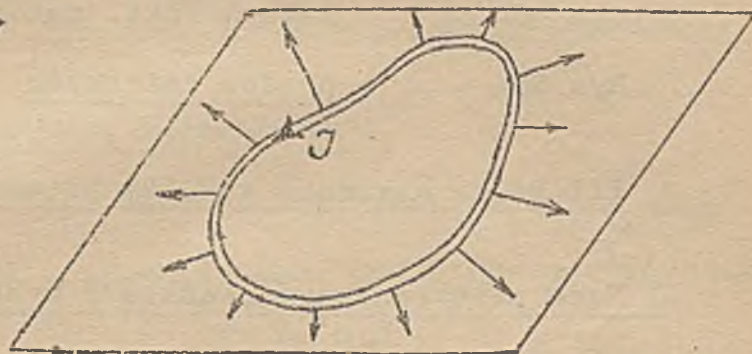
Ciśnienie elektrodynamiczne ma ogólnie różne wartości w różnych punktach obwodu pętli (rys 560 i 561)

W kołowej pętli ciśnienia elektrodynamiczne są w każdym punkcie obwodu jednako-
kowe (Patrz dalej obliczenie).

Wynikiem ciśnienia elektrodynamicznego jest że każda giętka pętla pod prądem
dąży do zajęcia kształtu kołowego (Doświadczenie) Przy silnych prądach a słabym
materjale pętli, może ona ulec rozerwaniu.

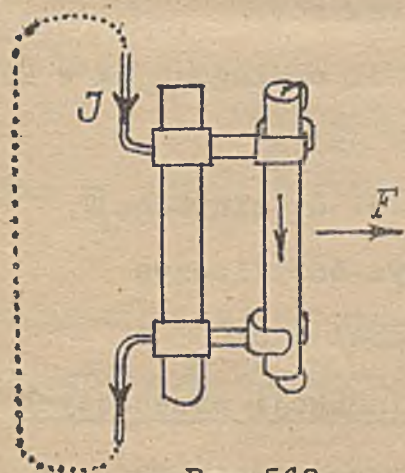


Rys. 560. Strzałki oznaczają kierunek i wielkość ciśnienia E D-go P.



Rys. 561. Strzałki oznaczają kierunek i wielkość ciśnienia E D-go P.

Przy dużych prądach działania dynamiczne prądu na własną strugę mogą być znaczne, jak wskazują doświadczenia praktyki elektrotechnicznej I tak zauważono, że



Rys. 562.

stopki (rurowe), osadzone w uchwytach bezpiecznika bez śrub (jedynie na tarcie) były wyrzucone (w kierunku F) przy silnych prądach zwarcia. Stopkę znajdowano przytem zupełnie nieprzepaloną. Torchio opisuje (w ETZ 1921, Str. 971) doświadczenia w których stwierdził, że wyłączniki konstrukcji analogicznej do bezpiecznika uwi-
docznionego na rys 562 ulegały przy wielkich prądach (zwarcia) tak silnym działaniom dynamicznym, że spowo-

dowały one gwałtowne wyrzucenie dźwigni, łączącej kontakty, względnie (przy auto-



Rys. 563. Łuk odgromnika różkowego.

matach z czasowem wyłączaniem) wykrzywienie części składowych. Działanie dynamiczne prądu na własną strugę powoduje samoczynne przerwanie łuku, wytworzonego między końcówkami t.zw. odgromnika różkowego (rys. 563). Mianowicie łuk powstały w najwęższym miejscu (po przebiciu warstwy powietrza) przesuwają się wskutek ciśnienia

elektrodynamicznego ku częściom szerszym gdzie wskutek wydłużenia zostaje przerwany Pomaga tu także ruch ciepłego powietrza (ku gorze)

Działanie dynamiczne (ciśnienie elektrodynamiczne) ujawnia się także na wszyst-



Rys 564

kich załamaniach przewodników, zdążając do wyprostowania przewodnika pod prądem (Rys 564). We wszystkich powyższych działaniach (prądu na własną strugę) kierunek prądu nie gra żadnej roli, zatem działania te występują także w obwodach prądów zmiennych

III Praca wykonana wskutek działań elektrodynamicznych.

1 Ruch przewodnika o prądzie J w obcym polu magnetycznym

Element prądu J dl umieszczony w polu magnetycznym o indukcji B podlega działaniu dynamicznemu, określone według prawa Laplace'a wzorem

$$dF = B \cdot J \cdot dl \sin \alpha \text{ dyn}$$

Składowa tej siły w kierunku x wynosi według (7)

$$dF_x = B \cdot J \cdot dl \sin \alpha \cos \beta$$

Przesunięciu elementu J dl o długość dx w kierunku x towarzyszy zatem praca

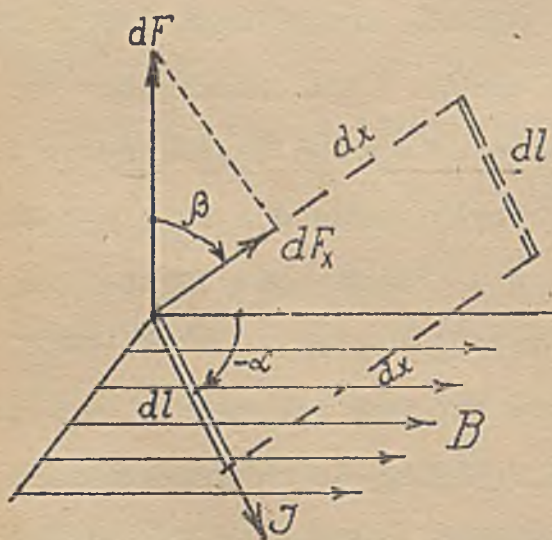
$$dA = dF_x \cdot dx = B \cdot J \cdot dl \cdot dx \sin \alpha \cos \beta$$

Jednakże, jak widać z rys 565 iloczyn

$$B \cdot dl \cdot dx \sin \alpha \cdot \cos \beta = d\Phi$$

odpowiada ilości linii indukcji przeciętych

przez element dl przy przesunięciu go o dx:



Rys 565

możemy zatem napisać

$$\underline{dA_x = dF_x \cdot dx = J_{(EM)} \cdot d\Phi \text{ ergów} \dots \dots \dots (23)}$$

w przypadku gdy J wyrażone jest w jednostkach EM, lub

$$dA_x = dF_x \cdot dx = \frac{1}{10} J_{(A)} \cdot d\Phi \text{ ergów}$$

w przypadku gdy J wyrazimy w amperach, albo wreszcie

$$\underline{dA_x = dF_x \cdot dx = J_A \cdot d\Phi \cdot 10^{-8} \text{ dżauli} \dots \dots \dots (24)}$$

We wszystkich powyższych wzorach siłę B należy wyrazić w dynach a x w cm.

Praca A potrzebna do przesunięcia o długość x cm prostoliniowego przewodnika o prądzie J amp, zanurzonego na długości l cm w polu jednostajnym o indukcji B prostopadle do linii indukcji, wynosi

$$A = J_{(H)} B \cdot l \cdot x \cdot 10^{-8} \text{ dżaułi} \quad (25)$$

$$\underline{A} = J_{(H)} \Phi \cdot 10^{-8} \text{ dżaułi} \quad (26)$$

Φ oznacza tu znów ilość przeciętych linii indukcji przez przewodnik l na drodze x

2 Ruch pętli o prądzie J w obcym polu magnetycznym

W polu magnetycznym pętli o prądzie J (rys 566) podlega punktowa masa magnetyczna m umieszczona w punkcie P . działaniu dynamicznemu, określone równaniem

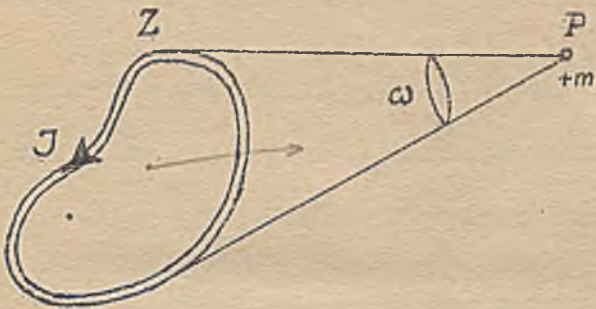
$$F = H m$$

Przesuwając tę masę z punktu P do nieskończoności, wykonamy pracę (na koszt pola)

$$A = m \int_P^{\infty} H_i dl \cdot \cos \alpha$$

Hipoteza jest cel przy dnu

W równaniu tem odpowiada H natężeniu pola magnetycznego cewki, dla której zakładamy zwoje skupione "z" i natężenie J_{EM} .



Rys. 566.

Całka po prawej stronie przedstawia potencjał magnetyczny cewki J_z w punkcie P

$$V_p = \int_P^{\infty} H \cdot dl \cdot \cos \alpha$$

Jednakże potencjał magnetyczny cewki o "z" zwojach skupionych jest według (27, Elek tromagnetyzm) określony wzorem

$$V_p = - J_z (\omega)$$

gdzie ω oznacza kąt bryłowy (tu ujemny, bo z punktu P patrzymy na cewkę w kierunku przeciwnym do linii sił). Napiszemy zatem

$$A = m \cdot V_p = m \cdot J_z \cdot \omega$$

Z masy magnetycznej m wychodzi (w myśl prawa Gaussa) strumień indukcji

$$\Phi_C = 4\pi m$$

Strumień ten rozprzestrzenia się w kącie bryłowym 4π . Na jednostkę kąta bryłowego przypada zatem $\Phi_C/4\pi$ czyli m linii indukcji, a w kącie bryłowym ω mieści się $\Phi_C \cdot m \cdot \omega$ linii indukcji. Uwzględniając ten związek, możemy położyć

$$A = \Phi \cdot J_z \text{ ergów} \quad (27)$$

A = \Phi_{lin} J_{caust}

gdzie J należy wstawić w jedn. EM, a " Jz " oznacza zwoje skupione, obejmujące Φ linii indukcji pola obcego.

Dla J w amp i zwoji skupionych będzie

$$\underline{A = \Phi Jz \cdot 10^{-8} \text{ dżauli} \dots\dots\dots (28)}$$

Otrzymaliśmy tu wzór analogiczny do (26) i możemy go analogicznie interpretować. W (28) określa A pracę transportu masy m z punktu P do nieskończoności. W myśl zasady względności wykonamy taką samą pracę A , przenosząc zamiast m cewkę z oznaczonego położenia do ∞ po torze przeciwnym do toru transportu m . Cewka w ∞ nie obejmuje żadnych linii masy m . Cewka w położeniu wskazanym na rys. 566 obejmuje ich liczbę Φ ; zatem przy przesunięciu cewki z nieskończoności do oznaczonego położenia, cewka przecięła Φ linii

Przy przesunięciu cewki w polu o odcinek dx zmiana objętego strumienia wynosi $d\Phi$, zatem praca wykonana przy takim przesunięciu w polu obcym (rys. 567) wynosi

$$dA = J_{EM} z \cdot d\Phi \text{ ergów} \dots\dots\dots (29)$$

$$\underline{dA = Jz^{(n)} \cdot d\Phi \cdot 10^{-8} \text{ dżauli} \dots\dots\dots (30)}$$

Ogólnie przeto:

Przesunięcie cewki o amperozwojach skupio-

nych Jz w polu obcym, wymaga pracy (A) rów-

nej iloczynowi amperozwoji Jz i strumienia Φ , przeciętego przy tem przesunięciu

W całym powyższym rozważaniu maści się milczące założenie, że w czasie przesuwania cewki jej prąd J nie uległ żadnej zmianie, czyli wzory powyższe są ważne dla

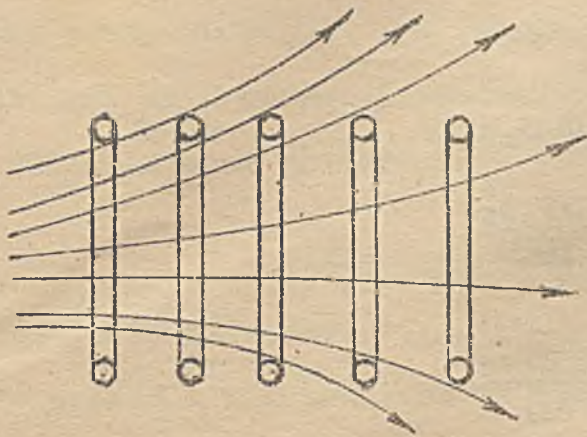
$$\underline{J = \text{const}}$$

Rozważanie powyższe stosuje się dla dowolnego przesunięcia elementarnego dx , a więc także dla obrotu około dowolnej osi o $d\alpha$. Ogólnie możemy więc powiedzieć, że zmiana położenia cewki w obcym polu przy $J = \text{const}$ wymaga wykonania pracy

$$\underline{A = \Phi Jz \cdot 10^{-8} \text{ dżauli} \dots\dots\dots (31)}$$

Φ oznacza tu strumień przecięty przez cewkę przy takim przesunięciu. Obrót cewki o $J = \text{const}$, dokonany w taki sposób w polu, że po obrocie cewka zawiera znów

ten sam strumień Φ przenikający ją w tym samym kierunku, wymaga pracy $2A$. Obrotowi o 180° towarzyszy praca A . Gdy cewka ma zwoje rozłożone i oczywiście jednakowy



Rys 568

prąd $J = \text{const}$ w tychże, napiszemy w myśl prawa superpozycji -

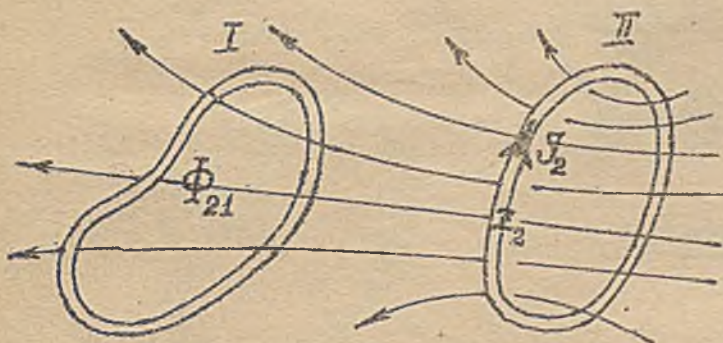
$$A = J \sum \Phi z \cdot 10^{-8} \text{ dżauli} \dots (32)$$

$\sum \Phi z$ oznacza t zw. linjozwoje, czyli sumę algebraiczną poszczególnych zwoji

i przenikających je strumieni. W przypadku przedstawionym na rys. 568 jest np $\sum \Phi z = 7 + 6 + 5 + 3 + 2 = 23$ linjozwoji

3 Ruch pętli o prądzie J_1 w polu cewki o prądzie J_2 .

Niech $J_1 z_1$ i $J_2 z_2$ oznaczają amperozwoje dwu cewek o zwojach skupionych, ułożonych dowolnie w przestrzeni (rys 569). Oznacza Φ_{21} część strumienia Φ_2 wytworzonego amperozwojami cewki II a przechodzącego przez cewkę I, to w myśl rozważań w u-



Rys 569

stępie poprzednim, możemy położyć

$$A_{12} = \Phi_{21} \cdot J_1 z_1 \text{ ergów} \dots (32)$$

gdy J w jedn. EM, lub

$$A_{12} = \Phi_{21} J_1 z_1 \cdot 10^{-8} \text{ dżauli} \dots (33)$$

gdy J w amperach. Analogicznie gdy oznacza Φ_{12} część strumienia Φ_1 , wytworzonego amperozwojami cewki I a przechodzącego przez cewkę II-gą (rys 570), napiszemy

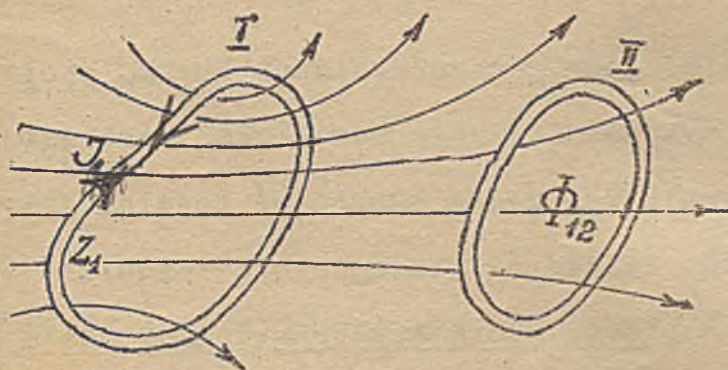
$$A_{21} = \Phi_{12} \cdot J_2 z_2 \text{ ergów} \dots (34)$$

$$A_{21} = \Phi_{12} J_2 z_2 \cdot 10^{-8} \text{ dżauli} \dots (35)$$

We wzorach powyższych oznacza:

A_{12} pracę wykonaną przy przeniesieniu

z nieskończoności cewki I-szej w pole cewki II-giej w położenie takie, gdzie obejmuje ona Φ_{21} linii indukcji (rys. 569), A_{21} pracą wykonaną przy przeniesieniu z nieskończoności cewki II-giej w pole cewki I-szej w położenie takie, gdzie obejmuje ona Φ_{12} linii indukcji cewki I-szej (rys. 570).



Rys 570

W myśl zasady względności jest obojętnem czy przeniesiemy z ∞ cewkę I w pobliże II, czy cewkę II w pobliże I. Wynika stąd, że obie poprzednie prace muszą być sobie równe, czyli że

$$A_{12} = A_{21} = A$$
$$A = \Phi_{21} J_1 z_1 = \Phi_{12} J_2 z_2 \dots \dots \dots (36)$$

Strumień określa ogólnie wzór

$$\Phi = \frac{4\pi \cdot J z}{S} = \frac{4\pi \cdot J z}{10 \cdot S}$$

Możemy zatem położyć dla J w jedn. EM

$$\Phi_{12} = \frac{4\pi \cdot J_1 z_1}{S_{12}}, \quad \Phi_{21} = \frac{4\pi \cdot J_2 z_2}{S_{21}}$$

gdzie S_{12} i S_{21} oznaczają opory magnetyczne strumieni Φ_{12} , Φ_{21} . Podstawiając powyższe wartości we wzór na A, otrzymamy

$$A = \frac{4\pi \cdot z_1 z_2}{S_{12}} J_1 J_2 = \frac{4\pi \cdot z_1 z_2}{S_{21}} J_1 J_2$$

Z wzoru tego wynika, że

$$S_{12} = S_{21} = S \dots \dots \dots (37)$$

możemy zatem położyć

$$M = \frac{4\pi \cdot z_1 z_2}{S_{12}} = \frac{4\pi \cdot z_1 z_2}{S_{21}} \dots \dots \dots (38)$$

lub

$$M_H = \frac{4\pi \cdot z_1 z_2}{S_{12} \cdot 10^9} = \frac{4\pi \cdot z_1 z_2}{S_{21} \cdot 10^9} \dots \dots \dots (39)$$

otrzymując ostatecznie

$$A = M \cdot J_1 J_2 \text{ ergów} \dots \dots \dots (40)$$

gdy J_1 i J_2 wstawimy w jedn. EM, lub

$$A = M_H \cdot J_1 J_2 \text{ dżauli} \dots \dots \dots (41)$$

gdy J_1 i J_2 wstawimy w amperach.

Symbol M przedstawia współczynnik indukcji wzajemnej w jednostkach EM, M_H współczynnik indukcji wzajemnej w henrach, jak to wykażemy dalej w rozdziale traktującym o "Indukcji elektromagnetycznej". Współczynnik ten można wyznaczyć doświadczalnie z pomocą działań indukcyjnych. Wartość jego zależy od wzajemnego położenia cewek I i II. - We wzorach (40 i 41) oznacza A pracę, którą trzeba wykonać, zbliżając z nieskończoności dwie cewki (I i II) o stałych prądach $J_1 = \text{const}$ i $J_2 = \text{const}$ w położenie, w którym współczynnik indukcji wzajemnej osiąga wartość M. określoną wzorami (38 i 39). Pracę elementarną, wykonaną przy przesunięciu jednej cewki względem drugiej o dx określa wzór

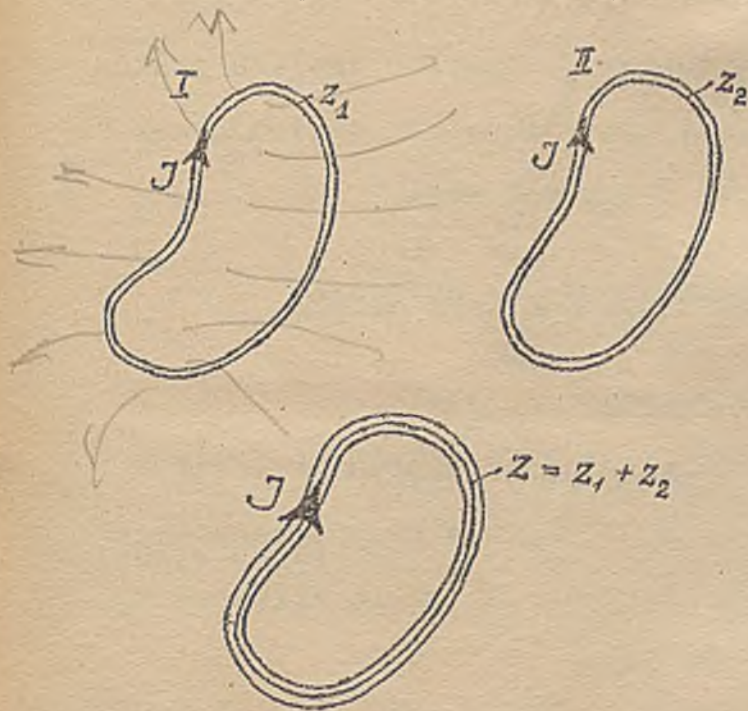
fund:
$$dA = dM \cdot J_1 J_2 \dots \dots \dots (42)$$

w którym dM oznacza zaszłą przy takim przesunięciu zmianę współczynnika indukcji wzajemnej M (przyrost, względnie ubytek pierwotnej wartości M).

Wzory powyższe 40, 41 i 42 pozostają bez zmian także i dla cewek o zwojach rozłożonych, gdy za M wstawimy współczynniki indukcji wzajemnej, obliczone dla takich cewek. Obliczaniem M zajmiemy się w rozdziale, traktującym o indukcji wzajemnej.

4. Energia cewki zasilanej prądem J .

Założmy, że dwie cewki jednakowego kształtu o skupionych zwojach z_1 i z_2 zbliżamy do siebie z nieskończoności w położenie takie, w którym przylegają wzajemnie do siebie (rys. 571). Pracę wykonaną przy takim zbliżeniu określają - w myśl (40



i 41) wzory

$$A = M \cdot J_{(EM)}^2 \text{ ergów}$$

$$A = M_H \cdot J_{(H)}^2 \text{ dżauli}$$

przyczem

$$M = \frac{4\pi \cdot z_1 \cdot z_2}{S} \text{ cgs}$$

$$M_H = \frac{4\pi \cdot z_1 \cdot z_2}{S \cdot 10^9} \text{ henrów}$$

Założmy, że

$$z_1 = z_2 = \frac{z}{2}$$

to otrzymamy

$$A = \frac{1}{4} \cdot \frac{4\pi \cdot z^2}{S} J^2 \text{ ergów}$$

"A" określa tu pracę, jaka musi być wykonana, aby z dwu jednakowych połówek o zwojach $\frac{z}{2}$ i prądzie J znajdujących się w ∞ złożyć całą cewkę o zwojach z i prądzie J . Podwojenie zwoji w cewce zwiększa energję

Rys. 571.

jej pola 4-krotnie, bo energja pola jest proporcjonalna do H^2 a H jest proporcjonalne do Jz . Dodatek $\frac{z}{2}$ zwiększa energję układu o A , zatem układ o "z" zwojach zawiera

$$W = \frac{1}{2} \frac{4\pi \cdot z^2}{S} J_{(EM)}^2 \text{ ergów} \quad W = \frac{1}{2} L J^2 \text{ ergów}$$

energji w swem polu magnetycznym, względnie

$$W = \frac{1}{2} \frac{4\pi \cdot z^2}{S \cdot 10^9} J^2 \text{ dżauli}$$

patrz $L = \frac{4\pi z^2}{S}$ jedl...
 $L = \frac{4\pi z^2}{10^9 S}$ henry

S oznacza tu opór magnetyczny toru strumienia Φ przenikającego cewkę o zwojach z .

Kładąc

$$L = \frac{4\pi \cdot z^2}{S} \dots \dots \dots (43) \quad W = \frac{1}{2} L J^2$$

$$L_H = \frac{4\pi \cdot z^2}{S \cdot 10^9} \dots \dots \dots (44)$$

możemy napisać

$$W = \frac{1}{2} L J_{EM}^2 \text{ ergow} \dots \dots \dots (45)$$

$$W = \frac{1}{2} L_H J_H^2 \text{ dżauli} \dots \dots \dots (46)$$

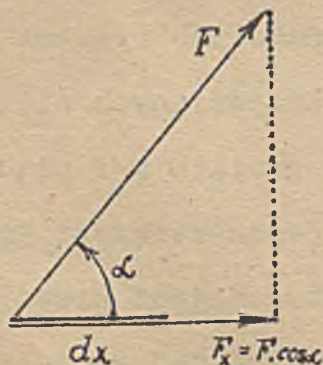
Symbol L przedstawia spółczynnik samoindukcji w jedn EM, symbol L_H spółczynnik samoindukcji w henrach, jak to wykażemy dalej, w rozdziale traktującym o "Indukcji elektromagnetycznej". Spółczynnik ten można wyznaczyć doświadczalnie z pomocą działań indukcyjnych. Wartość jego zależy od ukształtowania, rozmiarów cewki i jest proporcjonalna do kwadratu liczby zwojów z . - We wzorach (45 i 46) oznacza W energję zawartą w polu cewki o indukcyjności L i prądzie J , a więc także pracę zużyta na wytworzenie tego pola.

Wzory powyższe 45 i 46 pozostają bez zmian także dla cewek o zwojach rozłożonych, gdy za L wstawimy współczynnik samoindukcji, obliczony dla takich cewek. Obliczenie L podamy dalej w rozdziale traktującym o Samoindukcji.

IV. Obliczenie działań elektrodynamicznych z pracy w układzie.

1. Obliczenie siły z pracy elementarnej

Praca wykonana na drodze dx przez siłę F odchyloną od kierunku dx o kąt α (rys. 572) jest określona wzorem $dA_x = F \cos \alpha dx$. Iloczyn $F \cos \alpha$ przedstawia



Rys. 572.

rzut wektora F na kierunek dx , czyli składową F_x siły F . Z uwagi, że jest

$$dA_x = F_x dx$$

możemy napisać

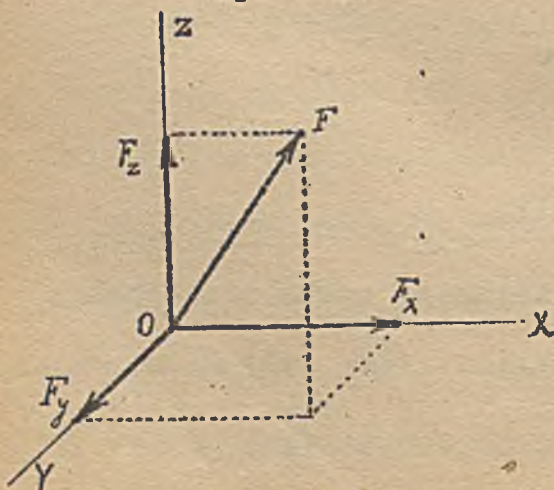
$$F_x = \frac{dA_x}{dx} \dots \dots \dots (47)$$

W związku z rys. 572 możemy równanie (47) interpretować w następujący sposób: Składową siły F_x w dowolnym kierunku x znajdziemy, obliczając pochodną dA_x/dx czyli stosunek pracy elementarnej dA_x ja=

ką by wykonała siła F na drodze dx w kierunku x Wyznaczając w ten sposób składowe F_x , F_y , F_z dla

3 wzajemnie do siebie prostopadłych kierunków (rys. 572) znajdziemy siłę F według wzoru

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \dots \dots \dots (48)$$

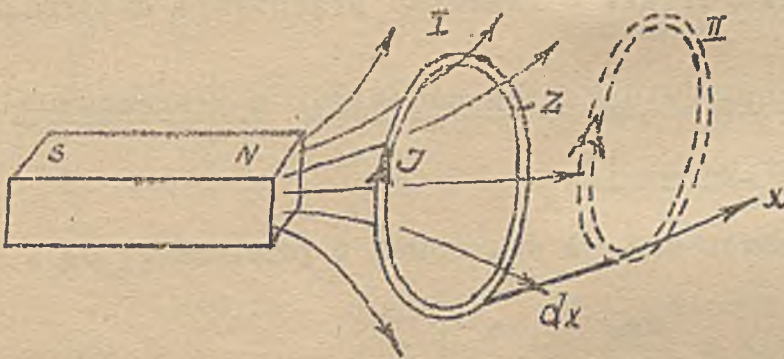


Rys. 573

Powyższy sposób obliczania siły F zastosowano także w elektrotechnice do wyznaczenia działań elektrodynamicznych z elementarnej pracy w układzie. Sposób ten jest - jak zobaczymy - znacznie prostszy, aniżeli zastosowanie do obliczeń prawa Laplace'a i wzoru Ampère'a, gdzie już w prostych przypadkach natrafiamy na bardzo znaczne trudności matematyczne.

2. Obliczenie działania dynamicznego, wywieranego przez obce pole magnetyczne na cewkę o prądzie J z elementarnej pracy w układzie.

Cewka o prądzie J i zwojach skupionych z , ustawiona w obcym polu magnetycznym obejmuje Φ linii tego pola (rys. 574). Składową działającą na tę cewkę w kierunku x znajdziemy z wzoru



Rys. 574

$$F_x = \frac{dA_x}{dx}$$

gdzie dA_x oznacza pracę elementarną, jaka towarzyszy przesunięciu tej cewki o dx w kierunku x przy $J = \text{const}$. Ponieważ według (42) jest

$$dA_x = J_{EM} z d\Phi \text{ ergow}$$

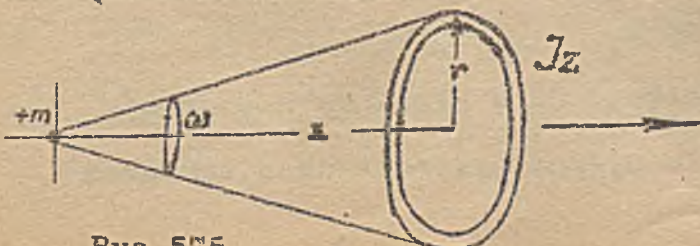
gdzie $d\Phi$ oznacza różnicę między ilością linii w położeniu I i II, czyli przyrost względnie ubytek obcego strumienia objętego przez cewkę, przeto

$$F_x = J z^{EM} \cdot \frac{d\Phi}{dx} \text{ dyn} \dots \dots \dots (49)$$

Kierunek F_x jest albo zgodny z kierunkiem x (odpychanie) lub przeciwny do tegoż (przyciąganie). Kiedy zachodzi jedno lub drugie działanie, ustalamy najprościej z pomocą rozumowania, posilkując się liniami magnetycznymi ^{x)}.

Ogólnie dla pracy dA_x dodatniej czyli pracy wykonanej na koszt energii układu jest siła F_x dodatnia, więc zorientowana w kierunku x ; zaś dla pracy dA_x ujemnej, czyli wykonanej kosztem energii zewnętrznej, jest siła F_x ujemna, więc zorientowana w kierunku przeciwnym do x . W przypadku przedstawionym na rys. 574 jest dA_x dodatnie, zatem F_x ma kierunek x .

Przykład. Obliczyć siłę F z jaką w kierunku F działa na cewkę kołową, masa m =



Rys. 575

magnetyczna punktowa, umieszczona na osi prostopadłej do pola tej cewki i przechodzącej przez jej środek (Rys. 575).

x) patrz usłp 3, str. 501 i dalsze.

Siłę F obliczymy z wzoru (49)

$$F = J_2^{EM} \frac{d\Phi}{dx} \text{ dyn}$$

w którym podstawiamy

$$\Phi = \frac{4\pi m}{4\pi} \omega = m \omega$$

$$\omega = \frac{2\pi(\rho - x)}{\rho} = 2\pi - \frac{2\pi x}{\rho}$$

$$\frac{d\Phi}{dx} = m \frac{d\omega}{dx} = m \frac{d}{dx} \left(2\pi - \frac{2\pi x}{\rho} \right) = -m \frac{2\pi x^2}{(\rho^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$F = \frac{d\Phi}{dx} J_2 = -m \frac{2\pi \rho^2}{(\rho^2 + x^2)^{3/2}} J_2^{EM}$$

$$F = -m \frac{2\pi \rho^2}{(\rho^2 + x^2)^{3/2}} J_2^{EM} \text{ dyn} \dots \dots \dots (50)$$

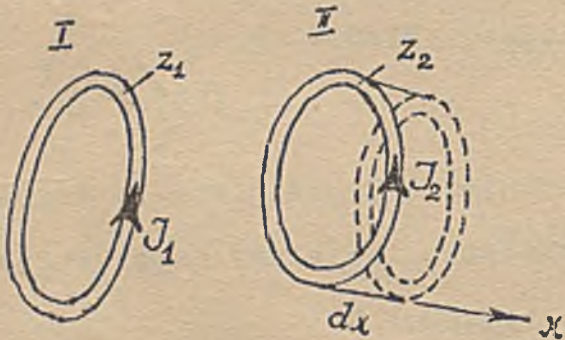
Znak "-" oznacza, że przy przesunięciu o $+dx$ czyli w kierunku osi x -ów i przy zgodnym kierunku strumieni $+m$ i cewki, siła działa w kierunku przeciwnym do strzałki F .

3. Obliczenie działania dynamicznego w układzie dwu cewek z elementarnej pracy w układzie

Składową F_x działającą na jedną z cewek układu dwu cewek o prądach J_1 J_2 i zwojach z_1 z_2 obliczymy z relacji

$$F_x = \frac{dA_x}{dx}$$

w której dA_x oznacza pracę, wykonaną przy przesunięciu odnośnej cewki o dx w kierunku x . Dla przypadku przedstawionego na



rys. 576 składową F_x działającą na cewkę II-gą w kierunku x , określi zatem według (42)

$$F_x = \frac{dM}{dx} J_1 J_2 \text{ dyn} \dots (51)$$

gdy M w jedn. EM i $J_1 J_2$ w jedn. EM, lub

$$F_x = \frac{dM}{dx} J_1 J_2 \cdot 10^7 \text{ dyn} \dots (52)$$

gdy M w henrach a J_1 J_2 w amperach

Rys 576.

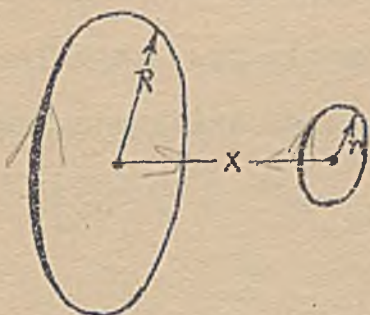
dM oznacza przyrost (znak dodatni) względnie ubytek (znak ujemny) współczynnika indukcji wzajemnej M w odniesieniu do pierwotnego połączenia, dla którego x wyznaczamy i zgodnych kierunków strumieni obu cewek. Gdy ze wzoru (51) wypadnie F_x dodatnie znaczy to, że składowa ta działa w kierunku x , gdy F_x wypadnie ujemne, znaczy to, że składowa ta ma kierunek przeciwny do x .

W wypadku przedstawionym na rys. 576 przesunięcie dx w kierunku x powoduje zmniejszenie M czyli ubytek o dM , zatem mamy tu ujemny przyrost dM a temsamem ujemną składową F_x czyli przyciąganie.

Należy zwrócić uwagę, że powyższe znaki obowiązują dla zgodnych kierunków prądów J_1 i J_2 ; gdy prądy te są przeciwnie skierowane, należy we wzorze (51) postawić po znaku równości znak „-”. Wartość M należy przy takim ustalaniu kierunku F_x wstawić bez znaku t.j. w bezwzględnej wartości.

Przykład 1 Obliczyć działanie dynamiczne F jakie wywierają na siebie dwie równoległe pętle kołowe o promieniach R i r , pomieszczone w odległości x na wspólnej osi (rys 577)

Spółczynnik indukcji wzajemnej dla układu dwu cewek równoległych określa wzór



przybliżony:

$$M \approx 4\pi \sqrt{R \cdot r} \left[\lg n \frac{8\sqrt{R \cdot r}}{\sqrt{x^2 + (R-r)^2}} - 2 \right] \cdot x \dots (53)$$

a dla $R = r$:

$$M = 4\pi R \left[\lg n \frac{8R}{x} - 2 \right] \dots (54)$$

(W obu wzorach M w jedn. EM)

Rys 577.

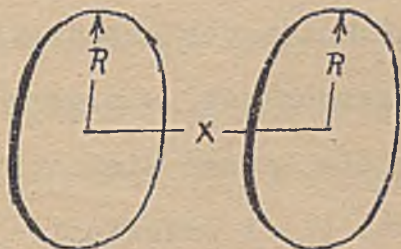
W pierwszym przypadku ($R \neq r$) jest

$$\frac{dM}{dx} = 4\pi \sqrt{R \cdot r} \frac{\frac{2x}{\sqrt{x^2 + (R-r)^2}} \cdot \frac{8\sqrt{R \cdot r}}{\sqrt{x^2 + (R-r)^2}}}{2 \left(\frac{8\sqrt{R \cdot r}}{\sqrt{x^2 + (R-r)^2}} \right)^2} = -4\pi \frac{x \cdot \sqrt{R \cdot r}}{x^2 + (R-r)^2}$$

zatem abstrahując od znaku ^{xx)} napiszemy

$$F = 4\pi \frac{x \sqrt{R \cdot r}}{x^2 + (R-r)^2} J_1 J_2 \text{ dyn} \dots (55)$$

W drugim przypadku ($R = r$) (rys 578) będzie



Rys 578.

$$\frac{dM}{dx} = \frac{4\pi R}{x}$$

$$F = \frac{4\pi R(\text{cm})}{x(\text{cm})} J_1 J_2 \text{ dyn} \dots (56)$$

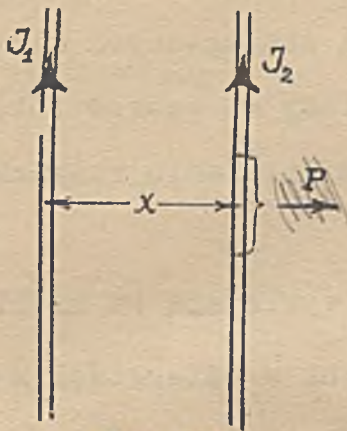
(We wzorach 55 i 56 należy wstawić

$J_1 J_2$ w EM.)

x) Heydweiller: "Elektrische Messungen" Lipsk 1892.
 Debye: "Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaft" t.V.
 Rosa i Grover "Bulletin of the Bureau of Standards" Washington 1911 t.8.

xx) Matematyczny znak "-" który tu wypada dla $\frac{dM}{dx}$ niema żadnego znaczenia fizycznego i należy go tu i w dalszych przykładach opuścić. Spółczynnik M ma zawsze wartość dodatnią a tylko gdy sprzężenie jest dodatnie lub ujemne (co zależy od kierunków strumieni względnie prądu), przydajemy M znak + lub - (Patrz Indukcja elektromagnetyczna).

Przykład 2. Obliczyć działanie dynamiczne, jakie wywierają wzajemnie na siebie dwa proste i równoległe przewody o prądach $J_1 J_2$ (rys 579).



Rys. 579.

Dla dwu równoległych przewodników jest w przybliżeniu

$$M \approx 2l \left(\lg n \frac{2l}{x} - 1 \right)$$

Będzie zatem

$$\frac{dM}{dx} = 2l \frac{x}{2l} \cdot \frac{2l}{x^2} = \frac{2l}{x}$$

Zatem abstrahując od znaku napiszemy

$$F = \frac{2 \cdot J_1 J_2 l}{x} \text{ dyn} \dots (57)$$

gdy $J_1 J_2$ w jedn. EM a l i x w cm, lub

$$F = \frac{2 \cdot J_1 J_2}{10^2 \cdot 981\,000} \cdot \frac{l}{x} \text{ kg} \dots (58)$$

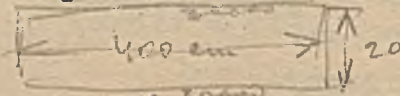
gdy $J_1 J_2$ w amp; Przy zgodnych kierunkach J_1 i J_2 siła ta będzie przyciąganiem, przy przeciwnych odpychaniem. Na jednostkę długości (cm) działa na każdy z przewodów

ciśnienie (elektrodynamiczne) $P = \frac{F}{l} = \frac{2 \cdot J_1 J_2}{10^2 \cdot 981\,000} \text{ kg} \dots (59)$

lub w przypadku równych prądów

$$P = \frac{2 \cdot J^2}{10^2 \cdot 981\,000} \text{ kg} \dots (60)$$

Przy dużych prądach mogą tu powstać bardzo znaczne siły, jak poucza następujący przykład liczbowy:



Dwie szyny, każda o 400 cm długości i odstępnie 20 cm, wiodą prądy $J_1 = J_2 = 30\,000$ A, obliczyć wzajemne działanie tych szyn na siebie.

$$F = \frac{2 \cdot J_1 J_2 l}{10^2 \cdot 981\,000} = \frac{2 \cdot 30\,000 \cdot 30\,000 \cdot 400}{10^2 \cdot 981\,000 \cdot 20} = \sim 370 \text{ kg}$$

Z tak silnymi prądami mamy do czynienia w elektrotechnicznych urządzeniach. Poza-tem prądy tego rzędu mogą wystąpić przy zwarcie (Kurzschluss) w przewodach dużych generatorów elektrycznych. W przypadkach takich należy liczyć się z tem, że między przewodami (szynami) mogą powstać siły rzędu ton (!) i przewidzieć odpowiednie usztywnienia (wzmocnienia). (Patrz dalej "Szkodliwe działania elektrodynamiczne"). - Powyżej podany wzór (57) można wyprowadzić także z pomocą prawa Laplace'a

W odległości x od przewodu o prądzie J_1 jest

$$H = \frac{2 \cdot J_1}{x} \text{ przeto } B = \mu \frac{2 \cdot J_1}{x}$$

Według Laplace'a będzie zatem

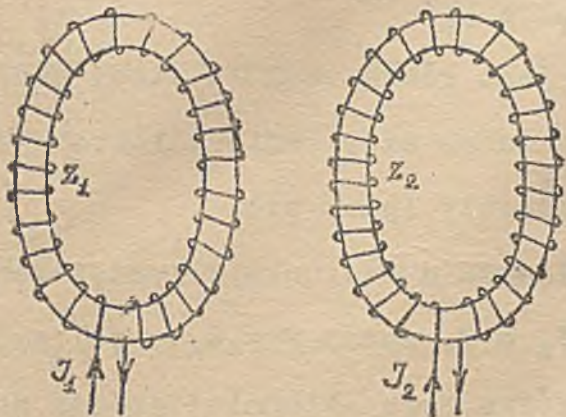
$$F = B \cdot J_2 \cdot l = \mu \cdot \frac{2 \cdot J_1 \cdot J_2 \cdot l}{x}$$

lub gdy założymy dla powietrza $\mu = 1$

$$F = \frac{2 \cdot J_1 \cdot J_2 \cdot l}{x}$$

Wzór (51) tłumaczy nam cały szereg zjawisk objaśnionych poprzednio jedynie z pomocą Faradayowskich działań między linjami (rurkami) magnetycznymi.

a) Dwa toroidy (pierścienie uzwojone równomiernie) pod prądem (rys. 580) nie wy-

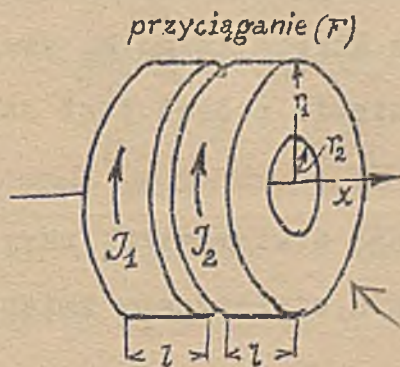
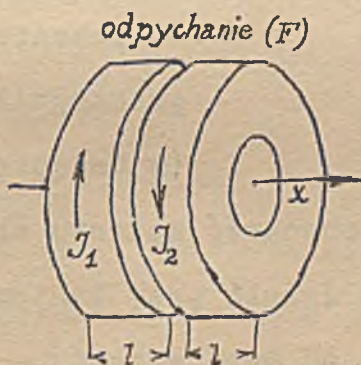
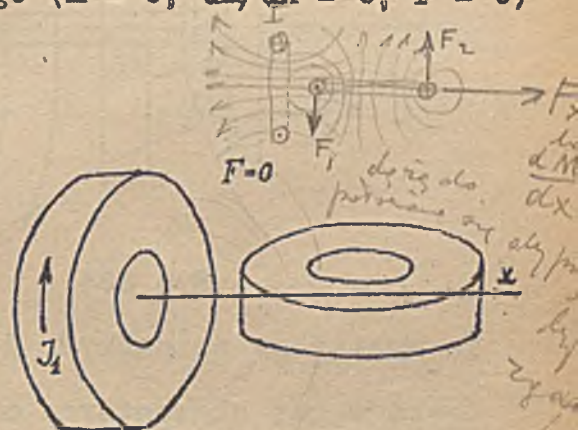


Rys. 580.

wierają na siebie żadnego działania dynamicznego (F), bez względu na to, jakiego rodzaju rdzenie posiadają (żelazo, nikiel, drzewo, powietrze) i bez względu na wzajemne położenie. W toroidach takich bowiem linie magnetyczne mieszczą się całkowicie wewnątrz sole-
noidów, nie wychodząc wcale na zewnątrz

wskutek czego nie posiadają one sprzężenia magnetycznego ($M = 0$, $dM/dx = 0$, $F = 0$)

b) Dwie cewki o amperozwojach $J_1 z_1$ i $J_2 z_2$ w powietrzu.

Rys. 581. ($M = \max$).Rys. 582. ($M = \max$).Rys. 583. ($M = 0$)
ale występuje moment
obrotu (!)

Gdy dwie płaskie cewki przylegają do siebie (rys 581 i 582) mają największe sprzężenie magnetyczne, czyli największy współczynnik M . Rozsuniecie takich cewek powoduje największą zmianę M na jedn. długości

$$dM/dx$$

zatem w układzie dwu cewek równoległych występuje największe działanie dynamiczne w kierunku osi cewek (przyciąganie - rys. 581. odpychanie - rys 582)

c) Moment obrotu w układzie cewek

Dla prostopadłego układu cewek (rys. 583) jest $M = 0$, zatem w kierunku osi x nie ma w takim układzie żadnego działania elektrodynamicznego ($F_x = 0$). Nie wynika stąd jednak, aby między cewkami tego (prostopadłego) układu nie było wogóle żadnego działania dynamicznego. Należy bowiem zwrócić uwagę, że wzór

$$F_x = \frac{dM}{dx}$$

$$F_x = \frac{dM}{dx} J_1 J_2$$

określa jedynie działanie dynamiczne w kierunku x .

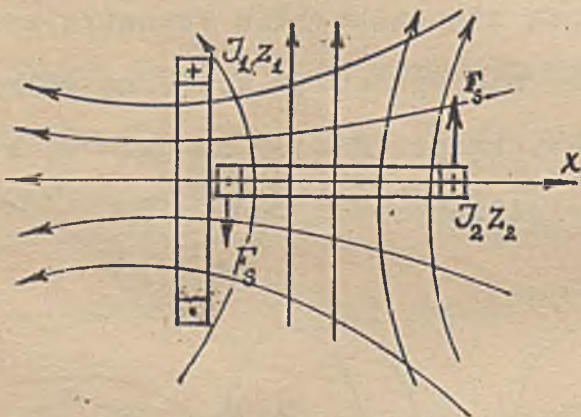
W ogólności trzeba obliczyć składowe F_x , F_y , F_z i z nich wyznaczyć wypadkową.

Dopiero gdy

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

jest zerem, można powiedzieć, że wypadkowa siła jest równa zero. I wtedy jednak nie możemy powiedzieć, że na cewki nie działają żadne siły. Należy bowiem jeszcze sprawdzić, czy w układzie nie działają jakieś momenty (pary sił).

W przypadku przedstawionym na rys.583 składowa w kierunku x jest zerem, czyli $F_x = 0$. W układzie tym jest także $F_y = 0$ i $F_z = 0$, zatem $F = 0$, czyli wypadkowa



Rys.584.

siła jest równa zero. Niemniej jednak na każdą z cewek działa moment skręcający pary sił F_a , F_b (rys.584), występujący wskutek tego, że jedna cewka znajduje się w polu drugiej. Obliczenie momentu skręcającego M_s dwu cewek prostopadłych do siebie podane jest dalej (w Ustępie V).

Tu wystarczy zaznaczyć, że obecność momentu skręcającego stwierdzimy, skręcając cewkę o kąt elementarny ω . Jeżeli przy takim skręceniu stwierdzamy zmianę M na jednostkę kąta, czyli różną od zera wartość

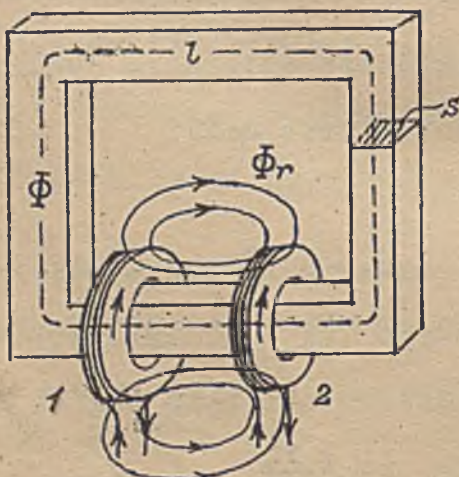
$$dM/d\omega$$

cewka podlega skręcającym działaniom, przyczem składowa para sił dla skreću w kierunku ω jest określona wzorem

$$M_s = \frac{dM}{d\omega} J_1 J_2 \dots \dots \dots (61)$$

(Ustęp V.).

d) Wpływ rdzenia żelaznego na działania dynamiczne dwu cewek o amperozwojach



Rys.585.

$$\frac{J_1 z_1, J_2 z_2}{S}$$

Wstawienie rdzenia wewnątrz cewek (rys.585) spowoduje zmniejszenie oporu S_{12} strumienia Φ_{12} wytworzonego przez cewkę 1 a przenikającego cewkę 2 względnie oporu S_{21} strumienia Φ_{21} , wytworzonego przez cewkę 2 a przenikającego cewkę 1.

Spółczynnik indukcji wzajemnej M określają ogólnie ^{x)} wzory :

$$M_{12} = \frac{4\pi \cdot z_1 z_2}{S_{12}} ; \quad M_{21} = \frac{4\pi \cdot z_1 z_2}{S_{21}}$$

$$S_{12} = \frac{l}{\mu_1 \mu_2} \quad S_{21} = \frac{l}{\mu_2 \mu_1}$$

Przy małym nasyceniu żelaza (wartości B poniżej kolana krzywej magnesowania) można położyć w przybliżeniu $\mu_1 = \mu_2$, $S_{12} = S_{21}$, $M_{12} = M_{21} = M$, czyli

$$F_x = \frac{dM}{dx} J_1 J_2$$

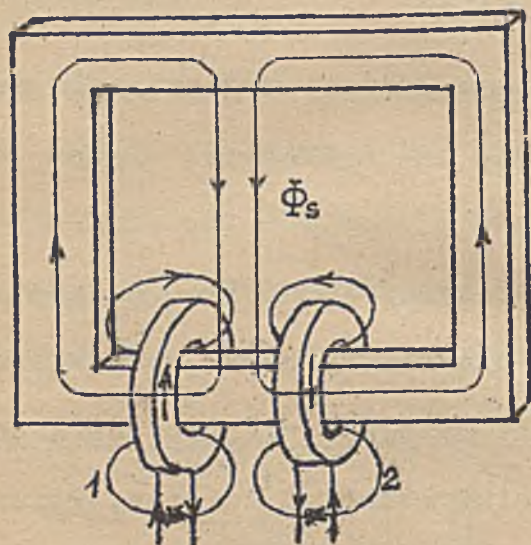
Jakkolwiek w układzie dwu cewek z żelazem współczynnik M będzie μ razy większy od M w powietrzu, to jednak wzajemne działanie dynamiczne cewek F_x w kierunku osi x będzie tu przy małym nasyceniu żelaza znacznie mniejsze niż dla cewek bez rdzenia o tych samych prądach i w tym samym położeniu. Pochodzi to stąd, że w układzie cewek z rdzeniem, rozsuniecie lub zbliżenie cewek nieznacznie tylko zmienia współczynnik M , należy zaś pamiętać, że działanie dynamiczne nie zależy od wartości M tylko od zmiany M na jednostkę drogi czyli od pochodnej

$$dM/dx$$

Gdy $dM/dx = 0$ jest także $F_x = 0$ bez względu na wartość M . Przy dużych wartościach amperozwoji $J_1 z_1$ i $J_2 z_2$ wystąpi silniejsze działanie F także w układzie z rdzeniem, dlatego bo pole rozprószania magnetycznego Φ_r wzmoże się, a tem samem zmiana położenia cewek spowoduje większą zmianę M na jednostkę drogi x . Posiłkując się Faradayowskim sposobem tłumaczenia możemy powiedzieć, że działanie dynamiczne F pochodzi tu nie od strumienia Φ w żelazie, gdyż ten możemy uważać za stały przy każdym położeniu cewek na rdzeniu, lecz od strumienia rozprószania Φ_r sprzęgającego magnetycznie obie cewki. W przypadku gdy strumienia rozprószania (Φ_r) prawie wcale nie będzie (cewki 1 i 2 nałożone na rdzeń tuż przy sobie), nie będzie też prawie żadnego wzajemnego działania dynamicznego. Przypadek taki zachodzi praktycznie przy mało nasyconych rdzeniach zamkniętych (a więc przy małych amperozwojach $J_1 z_1$ i $J_2 z_2$ zgodnie działających) - odwrotnie, duże amperozwoje $J_1 z_1$ i $J_2 z_2$ cewek zgodnie magnesujących rdzeń zamknięty lub otwarty, wytwarzające wskutek dużego nasycenia żelaza duży strumień rozprószania, spowodują działanie dynamiczne między cewkami. (Zwarcie w transformatorze).

x) Patrz " Indukcja elektromagnetyczna " .

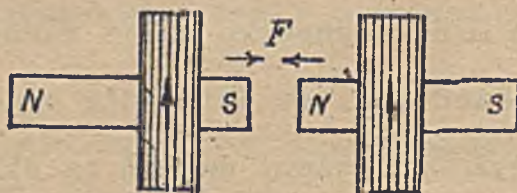
Z tego samego powodu, przy tych samych amperozwojach $J_1 z_1, J_2 z_2$ cewek p r z e c i w n i e działających (spiętrzenie, rys.586.) wystąpi silniejsze działanie dynamiczne



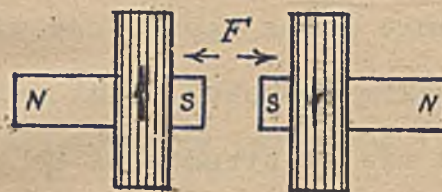
Rys.586.

(odpychanie), niż przy zgodnych kierunkach magnesowania (rys.585) było przyciąganie. Możemy to stwierdzić doświadczalnie, ustawiając obie cewki w tym samym położeniu i załączając raz zgodne prądy $J_1 J_2$, drugi raz przeciwne. Można dobrać tak prądy J_1 i J_2 , że wystąpi odepchnięcie cewek, a nie wystąpi przyciągnięcie przy tych samych wartościach $J_1 J_2$ i tym samym położeniu cewek, zawieszonych odpowiednio celem uniknięcia tarcia o rdzeń.

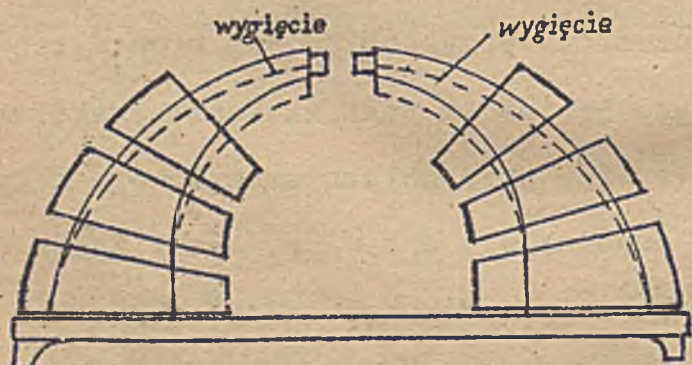
W przypadkach powyższych cewki mogły poruszać się wzdłuż rdzenia, rdzeń żelazny był nieruchomy. - Zupełnie inaczej przedstawi się zjawisko, gdy każda z cewek będzie opatrzona własnym rdzeniem i będzie stanowić z nim jedną całość (rys.587, 588). Między takimi zespołami (cewkami z rdzeniami) wystąpią wielokrotnie większe siły (F) niż między cewkami na wspólnym rdzeniu.



Rys.587.



Rys.588.



Rys.589.

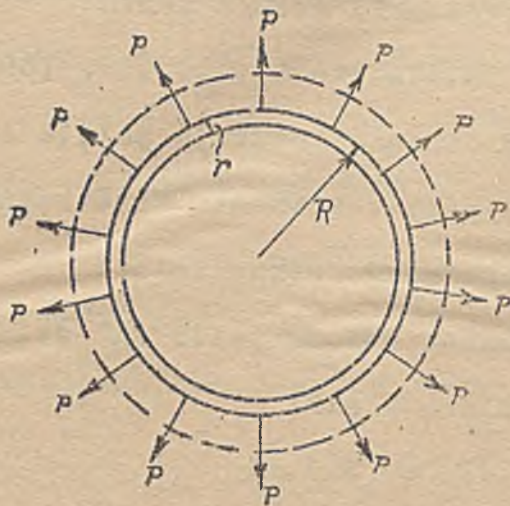
W dużych elektromagnesach laboratoryjnych (rys.589) siła przyciągania obu biegunów może przekroczyć wytrzymałość żelaza i spowodować wygięcie grubych rdzeni.

4. Obliczenie ciśnienia elektrodynamicznego ze zmiany energii pętli o prądzie J.

Energję pętli lub cewki o indukcyjności L i prądzie J określa według (45)

wzór :

$$W = \frac{1}{2} L J^2$$



Rys.590.

Zmianie ukształtowania pętli towarzyszy zmiana współczynnika samoindukcji L. Zmianę tę możemy sobie wyobrazić dokonaną przez zwiększenie (rozciągnięcie) obwodu cewki (rys.590). Dla kołowej cewki n.p. odpowiada takie zwiększenie obwodu powiększeniu promienia koła. Różniczkując wzór na W względem promienia otrzymamy wyrażenie na łączne działanie dynamiczne F_R

dla całego obwodu. Po podzieleniu F_R przez obwód wypada ciśnienie elektrodynamiczne P, czyli ciągnięcie na cm długości obwodu.

$$P = \frac{1}{2 R \pi} \frac{1}{2} \frac{dL}{dR} J^2 \quad \text{dyn} \dots \dots \dots (62)$$

gdy L i J w jedn. EM, R w cm lub

$$P = \frac{1}{2R} \frac{1}{2} \frac{dL_H}{dR} J_A^2 \cdot 10^7 \quad \text{dyn} \dots \dots \dots (63)$$

gdy L w henrach a J w amp.

Przykład. Dla kołowej pętli linjowej o jednym zwoju, promieniu R i średnicy drutu 2r, jest w przybliżeniu (R duże w porównaniu z r)

$$L \approx 4\pi R \left[\lg \frac{8R}{r} - 1,75 \right]$$

Działanie dynamiczne w kierunku R na cały obwód będzie zatem

$$F_R = \frac{1}{2} \frac{dL}{dR} J_{EM}^2 = 2\pi J_{EM}^2 \left[\lg \frac{8R}{r} - 1,75 + 1 \right]$$

$$F = 2\pi J_{EM}^2 \left[\lg \frac{8R}{r} - 0,75 \right] \text{ dyn} \dots \dots \dots (64)$$

czyli na każdy cm kołowej strugi działa siła

$$P = \frac{J^2}{R} \left[\lg \frac{8R}{r} - 0,75 \right] \text{ dyn/cm} \dots \dots \dots (65)$$

radjalnie i odśrodkowo, bez względu na kierunek J (rys.590). Gdy cewka ma zwojów ^{skupionych} ciśnienie elektrodynamiczne P będzie z razy większe.

V. Ważniejsze obliczenia elektrodynamiczne.

1. Moment płaskiej pętli prądu w jednostajnym polu magnetycznym.

Na płaską pętlę o prądzie J jedn. EM umieszczoną w jednostajnym polu magnetycznym w położeniu ukośnym do linii magnetycznych (rys. 591) działa moment

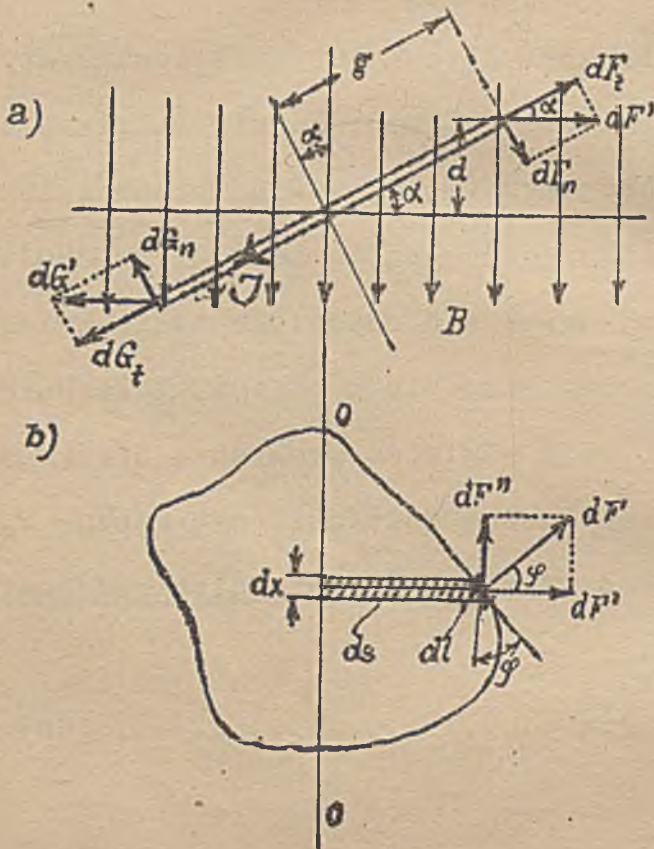
$$M = B \cdot J \cdot s \cdot \sin \alpha \dots \dots \dots (66)$$

przyczem B oznacza indukcję pola, a s powierzchnię pętli. Równanie to otrzymujemy z następującego rozważania :

Na element obwodu pętli dl działa według Laplace'a siła

$$dF = B \cdot J \cdot dl$$

w kierunku prostopadłym do B i do dl (na rys. 591. a jest więc dF równoległą do rzutni poziomej). Rozkładamy dF na $dF' = dF \cos \varphi$ i $dF'' = dF \sin \varphi$. Ta ostatnia składowa jako równoległa do osi $O-O$ nie daje momentu. Moment pozostałej składowej będzie



Rys. 591.

$$dM = dF' \cdot d = dF \cos \varphi \cdot g \sin \alpha = B \cdot J \cdot dl \cdot g \cdot \cos \varphi \cdot \sin \alpha$$

$$dM = B \cdot J \cdot dx \cdot g \cdot \sin \alpha = B \cdot J \cdot ds \sin \alpha$$

Moment działający na powierzchnię pętli s_p leżącej po prawej stronie osi $O-O$ otrzymamy całkując wyrażenie na moment elementarny

$$M_p = \int_{s_p} dM = B \cdot J \cdot s_p \sin \alpha$$

Analogicznie otrzymamy moment działający na powierzchnię pętli s_l leżącej po lewej stronie osi $O-O$

$$M_l = B \cdot J \cdot s_l \sin \alpha$$

Zatem całkowity moment

$$M = M_p + M_l = B \cdot J \cdot s \cdot \sin \alpha$$

Jeżeli B wyrażone w gaussach, J w jedn. EM, a s w cm^2 , to moment wypadnie w dynocentymetrach. Pod działaniem tego momentu cewka stara obrócić się w położenie prostopadłe do linii indukcji, czyli dąży do zajęcia położenia, w którym obejmować będzie największą ilość linii indukcji obcego pola, w którym znajduje się.

Ponieważ pętlę można według Ampère'a zastąpić płytką magnetyczną, zasada powyższa obowiązuje także dla płytek. W następnym ustępie dowiedzimy jej także dla solenoidu a więc także dla magnesu. Doświadczalnie stwierdzamy, że ogólnie

Każdy magnes, elektromagnes lub cewka pod prądem, wstawione w obce pole, dąży do ustawiania się osiowego i w takim położeniu, aby przez utwory te przenikało maximum linii indukcji w kierunku zgodnym z kierunkiem własnych linii indukcji.

Zasadę tę wyzyskano w bardzo pomysłowym amperomierzu magnetycznym, opisanym dalej (VII. Zastosowania).

2. Moment solenoidu w polu jednostajnym.

Prosty solenoid próżniowy o " z " zwojach i prądzie J, ułożony osiowo w jednostajnym polu magnetycznym o indukcji B (rys. 592), można traktować jako " z "

jednakowych pętli o powierzchni s, nachylonych do kierunku linii B pod kątem φ . Ponieważ według (66) moment działający na jedną pętlę jest

$$M = B \cdot J \cdot s \cdot \sin \varphi$$

przeto na cały solenoid działa moment

$$M_z = B \cdot J \cdot z \cdot s \cdot \sin \varphi$$

Oznacza l długość solenoidu (znaczną wobec średnicy pętli), to możemy napisać

$$\frac{M_z}{\mu_0 B} = \frac{4\pi Jz}{\mu_0 B} \frac{1}{4\pi} \frac{B}{\mu_0} \cdot l \cdot \sin \varphi$$

i położyć

$$\Phi_s = \frac{4\pi \cdot Jz}{l}$$

przyczem Φ_s oznacza strumień indukcji solenoidu

a μ_0 przenikalność przestrzeni wewnątrz solenoidu (tu próżni).

Położmy w myśl prawa Gaussa

$$\frac{\Phi}{4\pi} = m$$

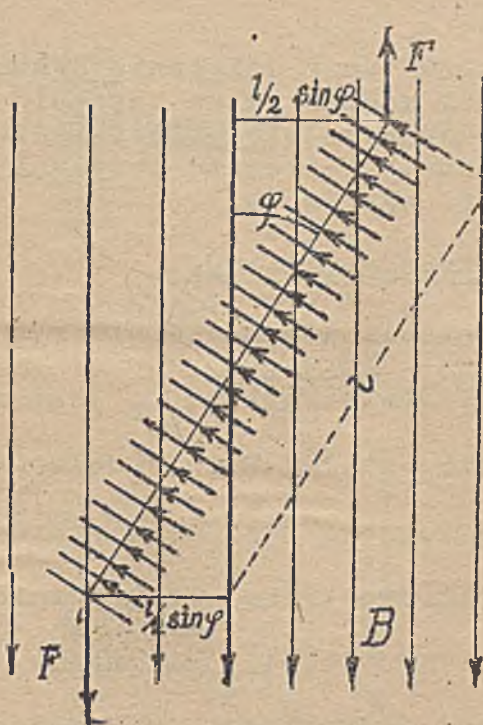
oraz dla pola, w którym umieszczony jest solenoid

$$\frac{B}{\mu_0} = H \text{ (pola)}$$

to poprzedni wzór na moment przejdzie w relację

$$\underline{M = m \cdot H \cdot l \cdot \sin \varphi \dots\dots\dots, (67)}$$

I tu działanie momentu jest takie, że dąży do ustawienia solenoidu osią podłużną w kierunku linii magnetycznych pola, czyli do ustawienia go w położeniu, w którym solenoid obejmuje najwięcej linii obcego pola.



Rys. 592.

Wzór (67) wyraża, że solenoid zanurzony w jednostajnym polu o natężeniu $H = B$ podlega takiemu działaniu dynamicznemu jak równoważny magnes idealny (nie zmieniający się w polu) o czołowych masach

$$m = \frac{\Phi}{4\pi} = \frac{Jz}{l} s \cdot \mu_0 \dots\dots\dots (68)$$

Dzieląc obustronnie równanie to przez s i kładąc $\mu_0 = 1$, otrzymamy

$$\sigma = \frac{m}{s} = \frac{Jz}{l} = iz/cm \dots\dots\dots (69)$$

Ostatni wzór był już podany w rozważaniach na temat substytucyj Ampère'a .

Uwaga : W latach 1926 - 27 przeprowadzono w Niemczech obszerną dyskusję na temat definicji wektorów H i B . Substrat do tej dyskusji dał referat prof. Dr. J. Wallot a przedstawiony w Związku Elektrotechników Niemieckich 23.III.1926. x)

W rozważaniach swych oparł się Wallot na pomyslanem doświadczeniu z magnesem i solenoidem. Wallot wyprowadził dla solenoidu mylny wzór na moment

$$M = m \cdot B \cdot l \cdot \sin \varphi \quad (a)$$

bo zawierający B , podczas gdy powinno być

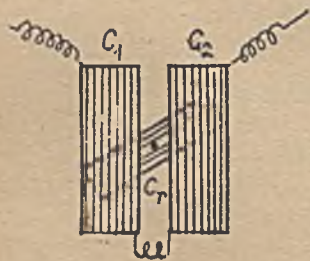
$$M = m \cdot H \cdot l \cdot \sin \varphi \quad (b)$$

W oparciu o ten mylny wzór (a) dowodził Wallot, że także działanie dynamiczne na masy magnetyczne zależy od B a nie od H , albowiem magnes można zastąpić równoważnym solenoidem, dla obu więc muszą obowiązywać jednakowe wzory. Oczywiście całe to dowodzenie i wnioski z nich wyprowadzone są błędne, co zresztą przyznał i sam Wallot, gdy mu zwróciłem uwagę na błąd zawarty we wzorze (a).

3. Moment cewki ruchomej watomierza elektrodynamicznego.

Układ cewek watomierza elektrodynamicznego przedstawia schematycznie rys.593.

Cewka stała składa się zazwyczaj z dwu części C_1 i C_2 , cewka ruchoma C_r jest mniej



sza i osadzona obrotowo wewnątrz stałej. Ścisłe obliczenie momentu działającego na cewkę ruchomą musi uwzględnić kształty cewek i jest naogół bardzo trudne. Praktycznie jednak nie popełnimy wielkiego błędu jeżeli przyjmiemy, że pole wewnątrz cewki stałej jest jednostajne, a rozciągłość cewki ruchomej (napięciowej) w kierunku jej osi bardzo ma-

Rys.593.

ła tak, że można ją uważać za cewkę płaską o z zwojach skupionych. W takim razie możemy zastosować wzór (66)

$$M = z \cdot B \cdot J \cdot s \cdot \sin \varphi$$

W naszym przypadku oznacza B indukcję pola jednorodnego wewnątrz cewki stałej, J prąd przepływający przez cewkę ruchomą (napięciową) watomierza, s jej powierzchnię w cm^2 , φ kąt jaki tworzą ze sobą osie cewki stałej i ruchomej. Oznaczając opór cewki napięciowej R_n , opór dodatkowy połączony z nią szeregowo R_d , napięcie na zaciskach oporu utworzonego z oporu dodatkowego R_d i cewki napięciowej U i pa-

x) ETZ 1926, str.1009, 1035, ETZ 1927, str.432, 482.

miętając, że dla cewki stałej (bez żelaza!) jest $B = k.J$, gdzie J oznacza prąd przepływający przez cewkę stałą, możemy napisać

$$M \approx k.J \frac{U}{R_n + R_d} s \cdot \sin \varphi$$

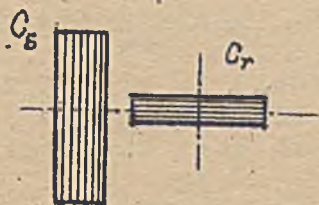
lub

$$M \approx C.U.J \cdot \sin \varphi \dots\dots\dots (70)$$

Z (70) wynika, że moment zależy od położenia obu cewek względem siebie (φ).

Przez odpowiedni dobór wielkości i kształtu cewek można zależność tę zmniejszyć do minimum, uzyskując przyrząd w którym moment M jest proporcjonalny do iloczynu UJ czyli do mocy. (Przyrządy elektrodynamiczne Brugera ETZ 1904, zeszyt 4.).

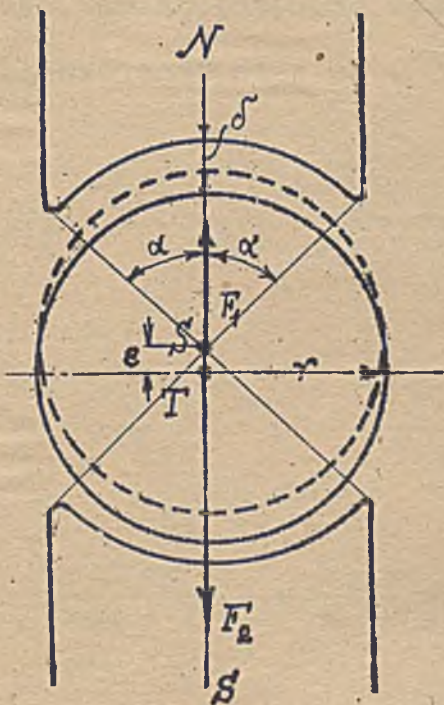
Układ cewek dla momentu praktycznie mało zależnego od φ okazano dalej w ustępie VII .



Rys. 594.

Gdy obie cewki mają położenie jak na rys.594. to założenia podane poprzednio przy wyprowadzeniu wzoru (70) spełniają się w jeszcze mniejszej mierze, a wyniki wzoru (70) i obliczenia ścisłego różnią się znacznie.

4. Walec żelazny osadzony w magniesnicy ekscentrycznie.



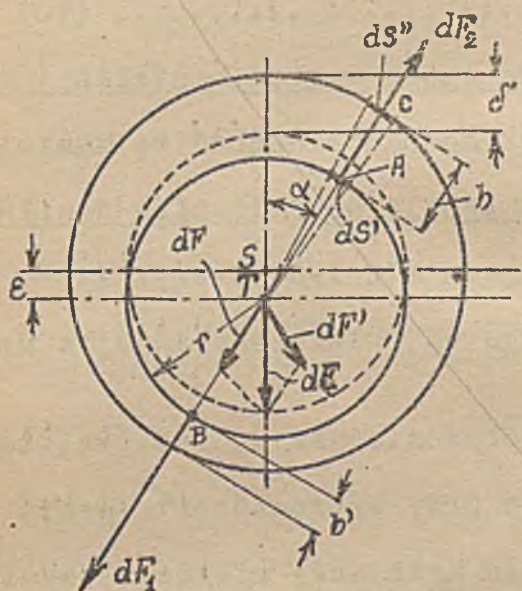
Rys. 595.

Walec żelazny o promieniu (r) i długości (l)^(x) umieszczony c e n t r y c z n i e między dwoma elektromagnesami N, S (rys.595) nie podlega pozornie żadnemu działaniu dynamicznemu. Na łożyska w których (z pomocą wału) jest umieszczony ciężar a pozatem dochodzi ewentualne działanie pochodzące od pasa. Wprawiony w ruch wiruje bez przeszkody (o ile złożony jest z blach zapobiegających powstawaniu pola wirowego). Stan taki nie dowodzi bynajmniej, aby elektromagnesy N, S nie wywierały żadnego działania na walec. Owszem działania są, a mianowicie cią-

gnięcia F_1 i F_2 ku biegunom N i S ; ponieważ jednak $F_1 = F_2$, ciagnienia te znoszą się wzajemnie.

Stan poprzedni ulegnie zmianie, gdy cylinder żelazny umieścimy ekscentrycznie względem środka (S) kołowej obwiedni magnesów. Wówczas $F_1 \neq F_2$ i wystąpi ciagnienie cylindra ku elektromagnesowi, przy którym prostopadle do płaszczyzny rysunku

szczelina powietrzna (między magnesem a cylindrem) jest mniejsza. Ekscentryczność taka może powstać wskutek wadliwego montażu łożysk, wytarcie łożysk lub owalnego otoczenia cylindra. Siłę $F = F_1 - F_2$ obliczamy w następujący sposób :



Rys.596.

$$b = \sim \delta + \epsilon \cos \alpha \quad \text{oraz} \quad b' = \delta - \epsilon \cos \alpha$$

W punkcie A(rys.596.) działa siła dF_2 , którą obliczymy według magnetostatyki (p.Magnetostatyka str.151 wzór 94)

$$dF_2 = ds \left(\frac{B}{4963} \right)^2 \text{ kg} \approx ds \left(\frac{B}{5000} \right)^2 \text{ kg}$$

przyjmujemy bowiem, że wielkość szczeliny δ i ekscentryczności ϵ jest tak mała w porównaniu z promieniem r , że można położyć $ds'' \sim ds' = ds$. Przy bardzo małej ekscentryczności ϵ jest prosta TC prawie że prostopadła do stycznej do koła zewnętrznego w punkcie C tak, że można położyć

Przy centrycznym ułożeniu twornika były amperozwoje na jeden biegun, przy pominięciu oporu magnetycznego żelaza wobec oporu powietrza, proporcjonalne do iloczynu z indukcji w szczelinie B_0 i długości szczeliny δ . Te same amperozwoje tworzą w ekscentrycznej szczelinie indukcję

$$B_A = B_0 \frac{\delta}{\delta + \epsilon \cos \alpha} = B_0 \frac{1}{1 + \frac{\epsilon}{\delta} \cos \alpha} \dots \dots \dots (71)$$

zatem

$$dF_2 \sim ds \left(\frac{B_0}{5000} \right)^2 \frac{1}{\left(1 + \frac{\epsilon}{\delta} \cos \alpha \right)^2}$$

i analogicznie

$$dF_1 \sim ds \left(\frac{B_0}{5000} \right)^2 \frac{1}{\left(1 - \frac{\epsilon}{\delta} \cos \alpha \right)^2}$$

tak że wypadkowa siła będzie

$$dF = dF_1 - dF_2 \sim ds \left(\frac{B_0}{5000} \right)^2 \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{\epsilon}{\delta} \cos \alpha \right)^2} - \frac{1}{\left(1 + \frac{\epsilon}{\delta} \cos \alpha \right)^2} \right]$$

$$dF \sim ds \left(\frac{B_0}{5000} \right)^2 \frac{4 \frac{\epsilon}{\delta} \cos \alpha}{\left[1 - \left(\frac{\epsilon}{\delta} \cos \alpha \right)^2 \right]^2}$$

Da ona z symetryczną siłą dF' siłę elementarną dF_c działającą w kierunku ekscentryczności :

$$dF_c = 2 dF \cdot \cos \alpha = 8 \frac{\epsilon}{\delta} ds \left(\frac{B_0}{5000} \right)^2 \frac{\cos^2 \alpha}{\left[1 - \left(\frac{\epsilon}{\delta} \cos \alpha \right)^2 \right]^2}$$

Całkowitą siłę F_c znajdziemy całkując znaleziony wyraz w granicach od 0 do $\pi/2$. Pomijamy przytem wyraz $(\frac{\epsilon}{\delta} \cos \alpha)^2$ jako bardzo mały wobec 1 i podstawiamy $ds = l \cdot d\alpha$ gdzie l oznacza długość twornika w kierunku jego osi.

$$F_c \approx 3 \frac{\epsilon}{\delta} \left(\frac{B_0}{5000} \right)^2 \cdot l \cdot r \int_0^{\pi/2} \cos^2 \alpha \, d\alpha = 2\pi r \cdot l \cdot \frac{\epsilon}{\delta} \left(\frac{B_0}{5000} \right)^2$$

($2 r l$ przedstawia powierzchnię pobocznicy twornika).

Praktyczny wzór na obliczenie siły F_c dla maszyny 2p biegunowej o szczelinie δ (cm), ekscentryczności ϵ cm i indukcji B_0 powierzchni jednego nabiegunnika s można w myśl powyższych rozważań przedstawić relacją

$$F_c \approx 2p \cdot s \frac{\epsilon}{\delta} \left(\frac{B_0}{5000} \right)^2 \dots \dots \dots (72)$$

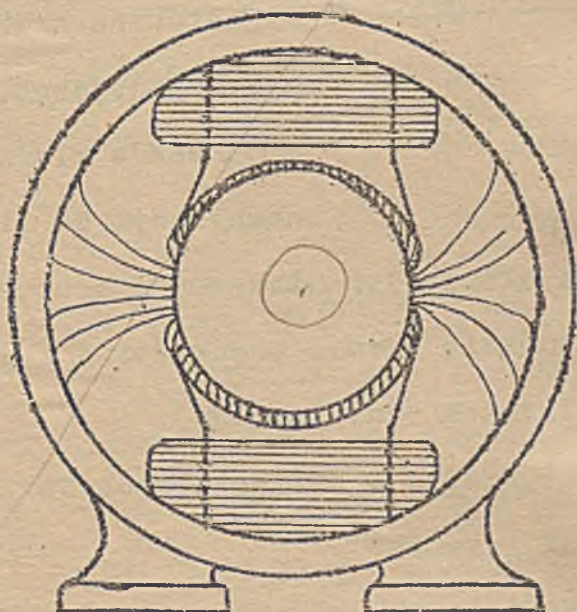
Siła F_c może osiągnąć poważną wielkość już ^{przy} dość małej ekscentryczności ϵ . Niech będzie np. dla maszyny 8 - miobiegunowej powierzchnia jednego nabiegunnika $f = 400 \text{ cm}^2$, indukcja w szczelinie $B_0 = 10\,000$, $\delta = 5 \text{ mm}$, $\epsilon = 0,5 \text{ mm}$, wtedy

$$F_c = 8 \cdot 400 \cdot \frac{0,05 \text{ cm}}{0,5 \text{ cm}} \left(\frac{10\,000}{5000} \right)^2 \approx \underline{1300 \text{ kg}}$$

Uwaga : Tu wstawiono w miejsce powierzchni pobocznicy walca $2\pi r l$ sumę powierzchni nabiegunników, w rzeczywistości bowiem nabiegunniki nie tworzą zamkniętej powierzchni walcowej, tylko są przedzielone pustymi odstępami.

Wzór ten podaje tylko wartość przybliżoną obliczony został przy założeniu, że indukcja w szczelinie ulega przy ekscentrycznym ułożeniu walca żelaznego zmianie w myśl wzoru (71). Podstawę przy obliczeniu stanowi teza, że w ekscentrycznym układzie indukcja B pod poszczególnymi biegunami nie jest jednakowa, co stwierdzamy doświadczalnie, oraz założenie, że siła F jest proporcjonalna do B^2 . Nierówności B występują z jednej strony wskutek tego, że przy większej szczelinie linje magnetyczne rozmieszczają się na większej powierzchni cylindra rys. 597, a pozatem z drugiej, wskutek rozpróśnienia.

(Bliższe szczegóły czytaj E u.M 1917 str. 525 - Rosenberg " Einseitiger magnetischer Zug in elektrischen Maschinen")



VI. Działania dynamiczne na naboje elektryczne w ruchu.

1. Przelot naboju elektrycznego przez pole magnetyczne.

Oznacza J natężenie prądu, to w czasie dt przepędzony jest przez przekrój przewodnika nabój elektryczny

$$dQ = J \cdot dt$$

Wyrażając J w jedn. EM, t w sek, i Q w jedn. EM, możemy we wzorze Laplace'a podstawić

$$J = \frac{dQ}{dt}$$

co daje równanie

$$dF = B \cdot J \cdot dl \cdot \sin\alpha = B \cdot dQ \frac{dl}{dt} \cdot \sin\alpha$$

Jednakże

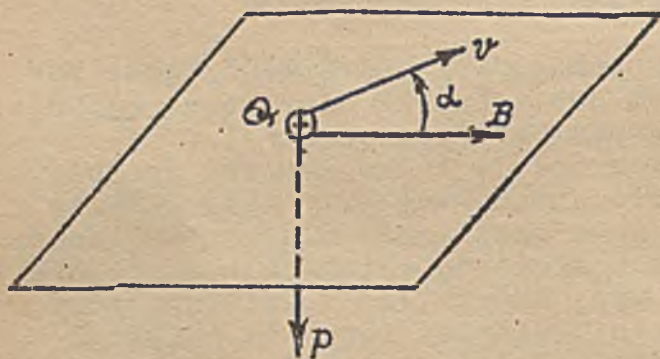
$$\frac{dl}{dt} = v$$

oznacza prędkość naboju dQ w polu o indukcji B

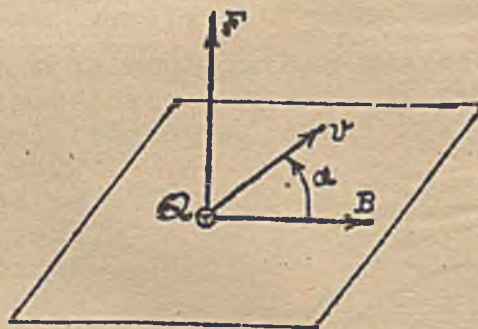
$$dF = B \cdot dQ \cdot v \cdot \sin\alpha \quad \text{dyn} \dots \dots \dots (73)$$

$$F = B \cdot Q \cdot v \cdot \sin\alpha \quad \text{dyn} \dots \dots \dots (74)$$

Interpretacja tego równania jest następująca



Rys. 598.



Rys. 599.

Nabój elektryczny dodatni (+ Q), przelatujący przez pole magnetyczne o indukcji B z prędkością v cm/sek w kierunku nachylonym do linii

magnetycznych pod kątem α (rys. 598), podlega działaniu dynamicznemu F proporcjonalnemu do naboju Q , indukcji pola B (w każdym punkcie toru), prędkości v i sinusowi kąta zawartego między kierunkami B i v (B kierunek odniesienia).

Lecący elektron, jako nabój ujemny doznawać będzie w analogicznych warunkach wprost przeciwnego działania dynamicznego F (rys. 599).

Działanie na poruszający się nabój elektryczny pochodzi stąd, że nabój elektryczny w ruchu wytwarza w okół siebie pole magnetyczne (Patrz „Elektromagnetyzm” str. 365).

Zwyczajnie podaje się nabój w jedn. ES uwzględniając, że

$$Q_{EM} = \frac{Q_{ES}}{c}$$

gdzie c oznacza prędkość światła, napiszemy

$$F = B \cdot Q \cdot \frac{v \text{ cm/sek.}}{c} \sin \alpha \text{ dyn} \dots \dots \dots (75)$$

$$c = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/sek (prędkość światła).}$$

Maksimum działania dynamicznego wystąpi, gdy nabój Q leci w kierunku prosto
padłym do linii indukcji (B)

$$F = B \cdot Q \cdot \frac{v \text{ cm/sek.}}{c} \text{ dyn} \dots \dots \dots (76)$$

Na nabój lecący w polu magnetycznym w kierunku B nie działa żadna siła ($F = 0$,
bo $\alpha = 0$).

Sprawdzając doświadczalnie siłę F , sprawdzamy równocześnie słuszność prawa
Biota - Savarta, gdyż lecący nabój może być uważany w czasie dt za element prądu
 $J \cdot dl$, albowiem

$$J \cdot dl = dq \cdot v \dots \dots \dots (77)$$

Przykład 1. Elektron o naboju $4,77 \cdot 10^{-10}$ jedn. ES przelatuje prostopadle do B
przez pole magnetyczne o gęstości $B = 10\ 000$ cgs z prędkością $100\ 000$ km/sek.
Obliczyć jakiemu działaniu dynamicznemu ulega w czasie przelotu

$$F = 10\ 000 \cdot 4,77 \cdot 10^{-10} \frac{1 \cdot 10^{10}}{3 \cdot 10^{10}} \approx 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ dyn.}$$

Przykład 2. Jon wodoru o naboju $48 \cdot 10^{-11}$ jedn. ES porusza się przy natężeniu pola
elektr. $K = 1$ V/cm w elektrolicie z prędkością $0,003263$ cm/sek prostopadle do
 B przez pole magnetyczne o gęstości $B = 100\ 000$ cgs. Obliczyć jakiemu działaniu
dynamicznemu ulega w czasie przelotu.

$$F = 100\ 000 \cdot 48 \cdot 10^{-11} \frac{3,263 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{10}} = \underline{5,2208 \cdot 10^{-18}} \text{ dyn}$$

Działanie dynamiczne pola na elektrony wykorzystano w tzw. oscylografach
katodowych (rury Brauna rys.526) a pozatem w różnych zespołach fizykalnych
(odginanie promieni katodowych i kanalikowych, promieni radu itp.).

2. Działanie dynamiczne na łuk elektryczny.

Łuk elektryczny stanowi snop rozżarzonych cząstek w ruchu, obarczonych na-
bojami elektr. Odnosnie więc do działań dynamicznych można traktować łuk jak
prąd o natężeniu J o kierunku od elektrody dodatniej ku ujemnej. Także więc i od-
nosnie do łuku w polu magnetycznym obowiązuje prawo Laplace'a w relacji

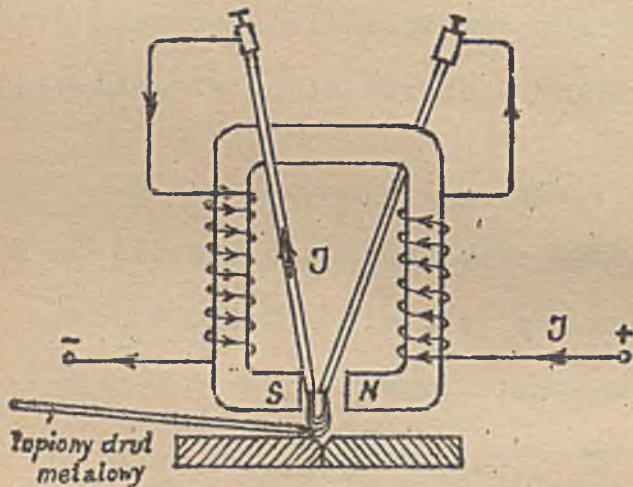
$$dF = \frac{1}{10} B \cdot J_A \cdot dl \cdot \sin \alpha \text{ dyn}$$

względnie

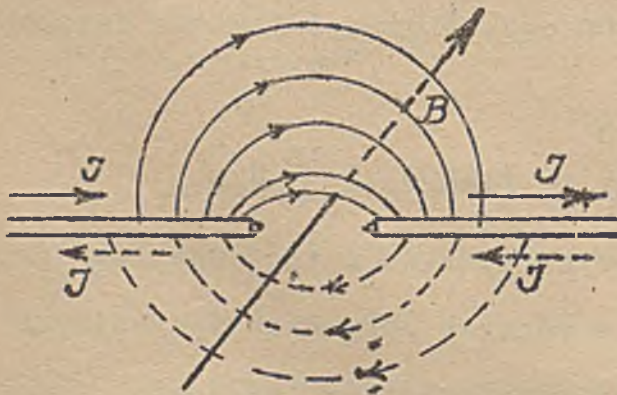
$$F = \frac{1}{10} B \cdot J_A \cdot l \cdot \sin \alpha \cdot \text{dyn}$$

gdy indukcja B na całej długości łuku jest jednakowa. Pod działaniem tej siły (F) łuk ulega wygięciu w kierunku działania F, względnie zerwaniu czyli zgaszeniu. Wygięcie łuku następuje więc w kierunku prostopadłym do indukcji B i kierunku prądu w łuku J (reguła lewej ręki).

Z wygięcia łuku pod działaniem pola magnet. korzystamy n.p. w aparacie do szwajrowania systemu Zereenera (rys.600) .



Rys.600. Aparat do szwajrowania elektr. systemu Zereenera (1889) ^{x)}



Rys.601.

zmiany prądu (f = 50) następują bowiem tak szybko po sobie, że oko nie jest zdolne uchwycić poszczególnych połówek tarczy występujących kolejno po sobie.

Magnetyczne gaśniki iskier stosowane

są w różnych wykonaniach przy kontrolerach tramwajowych, większych rozrusznikach do motorów itp.

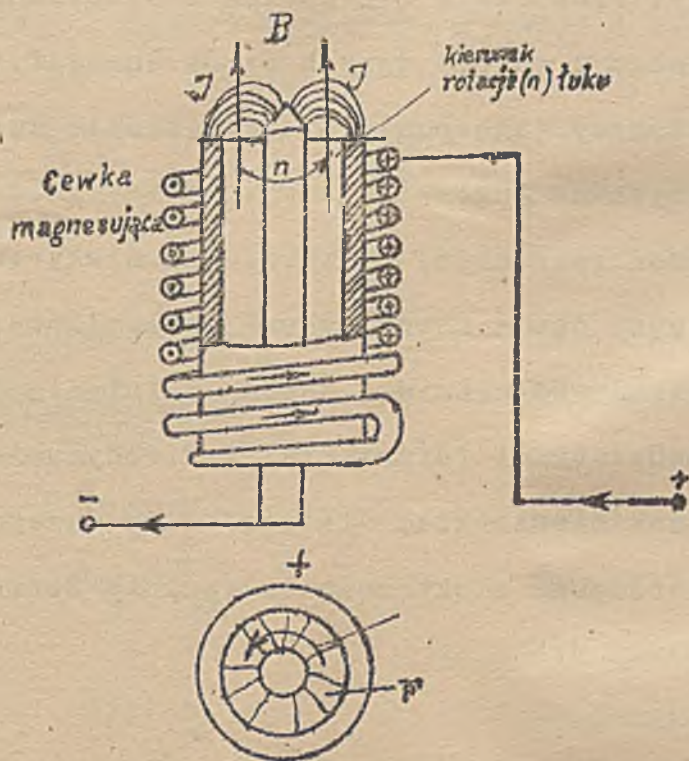
Specjalnym przykładem magnetycznego rozdmuchiwania łuku elektr. jest piec Birkelanda (rys.76 podany w " Działaniach termicznych "). Łuk w tym piecu zasilany jest prądem zmiennym (wysokie napięcie) i pali się w stałym polu magnet.

(na rys. 601. linje B prostopadłe do płaszczyzny rysunku). Wskutek tego przy kierunku prądu zgodnym z pełną strzałką J, łuk tak zostaje rozciągnięty ku górze a przy odwrotnym kierunku prądu ku dołowi (kreskowana strzałka J i kreskowane linje łuku). Dla oka patrzącego na łuk przedstawia się on jak olbrzymia tarcza świetlna o promieniu kilku metrów (1) .

^{x)} Odnosny rys.41. na str.86 jest błędny, należy go zastąpić rys.

^{Σx)} bo łuk zasilany jest wysokim napięciem kilku tysięcy woltów.

Łuk zasilany stałym prądem i umieszczony prostopadle do linii indukcji w stałym polu magnetycznym wiruje w kierunku działania dynamicznego F (rys. 602).



Rys. 602. Łuk wirujący

węgle wsuniemy rurowy rdzeń żelazny (zwiększenie B).

Wirujący łuk zastosował prof. Mościcki w swym pierwotnym piecu do wytwarzania tlenków azotowych (rys. 79 " Działania termiczne ").

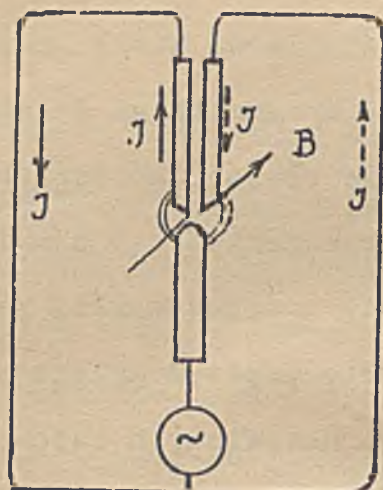
Także przy zasilaniu prądem zmiennym układu, przedstawionego na rys. 602 powstaje łuk rotujący, równocześnie bowiem ulegają zmianom kierunki prądu J i kierunki pola (B), wskutek czego kierunek działania dynamicznego wywieranego na łuk pozostaje niezmienny.

Gdyby cewka magnetyczna zasilana była prądem stałym, a łuk oddzielnie prądem zmiennym, łuk wykonywałby oscylacyjne ruchy obrotowe w jednym i drugim kierunku.

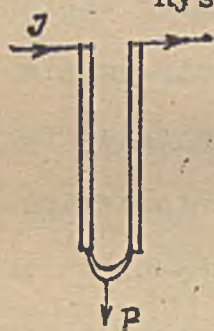
Benischke wyzyskał działanie elektrodynamiczne w prostowniku łukowym (rys. 603 ^x). W prostowniku tym naprzeciw zwyczajnego węgla umieszczony jest węgiel złożony z dwóch połówek, przedzielonych łyszczykiem (miką). Gdy prostopadle do płaszczyzny rysunku działa pole magnetyczne (B), prąd zmienny przechodzący przez

^x) ETZ 1903 str. 403

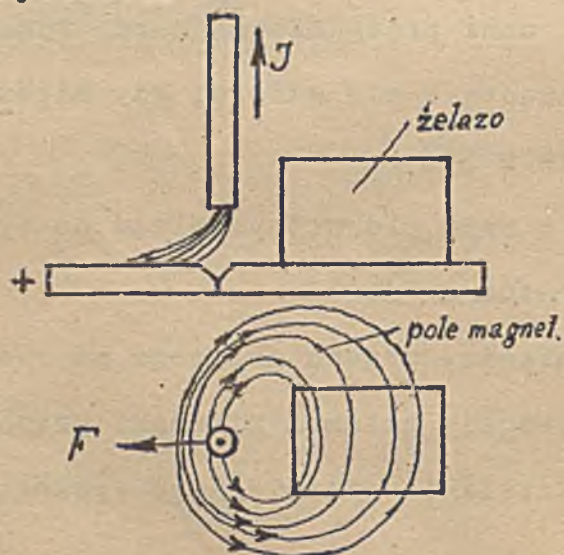
Urządzenie służące do doświadczalnego sprawdzenia tego zjawiska składa się z dwóch węgli, jednego w kształcie pręta, drugiego w kształcie rury, ustawionych osiowo jeden wewnątrz drugiego i z cewki magnetycznej. Węgiel środkowy winien stanowić katodę, gdyż utrzymanie łuku wymaga utrzymania wysokiej temperatury celem wytworzenia tzw. planki katodowej, emitującej elektrony, co łatwiej uzyskać na małej powierzchni pręta niż na dużej węglu ruro-



Rys.603

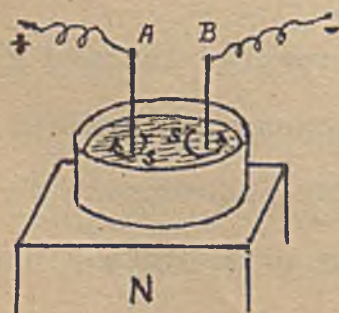


Rys.604



Rys.605

3. Działania dynamiczne na cieczy i gazy przewodzące prąd.



Rys.606

Łuk ulega sprostowaniu, czyli w pętłach łączonych z obu połówkami węgla górnego płynie prąd pulsujący. Prostownik ten nie ma zastosowania technicznego z powodu dużych strat energii, jest jednak ciekawy jako pomysłowe wyzyskanie działań dynamicznych na łuk.

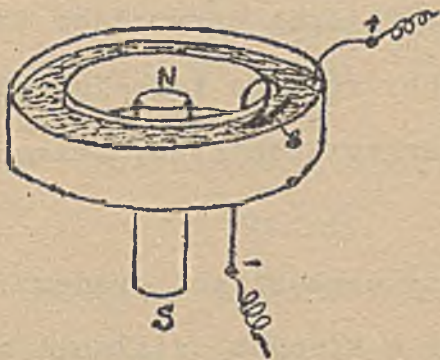
Trzeba zaznaczyć, że także łuk elektr. wytworzony między dwoma równoległymi węglami (rys.604) ulega małemu wydłużeniu z powodu działania dynamicznego prądu na własne strugi (ciśnienie elektrodynamiczne). Działanie to jest jednak niewielkie, dlatego celem dużego wydłużenia łuku trzeba stosować elektromagnes (palnik Zerenera rys.600).

Wreszcie wypada zauważyć, że wskutek działania dynamicznego łuk przy szwajcowaniu ulega odchyleniu w bok, gdy równoległe z łukiem znajdują się wystające części żelazne (rys.605)

Ciecze i gazy przewodzące prąd podlegają działaniom dynamicznym tak samo jak przewodniki metaliczne. Sprawdził to pierwszy Davy. Na czołowej powierzchni bieguna magnesu stałego (N) ustawił miseczkę napełnioną rtęcią (rys.606). Gdy zanurzył w niej dwie elektrody i przepuścił prąd stały, rtęć zaczęła wirować dookoła elektrod. Gdy pod

miseczką znajdował się biegun północny, to obrót cząsteczek rtęci dokoła elektrody dodatniej następował w kierunku ruchu wskazówek zegarka (gdy patrzymy na miseczkę z góry), a dokoła elektrody ujemnej w kierunku przeciwnym (strzałki ss na rys. 606).

Doświadczenie to zmodyfikował Poggendorff w sposób następujący : wewnątrz rynnienki kształtu pierścieniowego umieścił magnes stały NS (rys.607). Po zanurze-

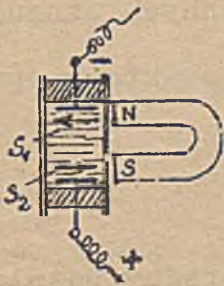


Rys.607

niu elektrod i załączeniu prądu nastąpiła rotacja rtęci w kierunku strzałki s, bo strugi prądu miały w tym doświadczeniu wszędzie kierunek promieniowy. Powierzchnia czołowa bieguna N była położona poniżej poziomu powierzchni rtęci. Przy wysunięciu magnesu bardziej do góry zmieniał się kierunek rotacji, bo linje magnetyczne były zwrócone do powierzchni rtęci przeciwnie jak

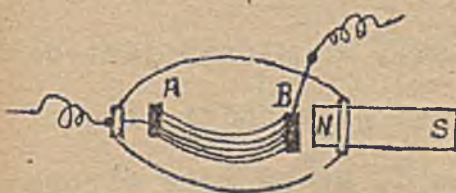
poprzednio. Wreszcie gdy wysunięto magnes tak dalece, że jego biegun S znalazł się powyżej poziomu rtęci, to następowała znowu rotacja w kierunku strzałki s.

Ciekawy model dla okazania dynamicznego działania na ciecz pod prądem zrobił Jamin. Obok rurki szklanej wypełnionej rtęcią, w której zanurzył elektrody doprowadzające prąd, umieścił Jamin magnes podkowiasty NS (rys. 608).



Rys.608

Po załączeniu prądu stałego nastąpiła rotacja górnej warstwy rtęci w kierunku strzałki s_1 , a dolnej warstwy w kierunku s_2 . Gdyby ośrodek wypełniająca rurkę nie był ciekły tylko stały, nie nastąpiłaby żadna rotacja, bo momenty działające na niego znoszą się.



Rys.609

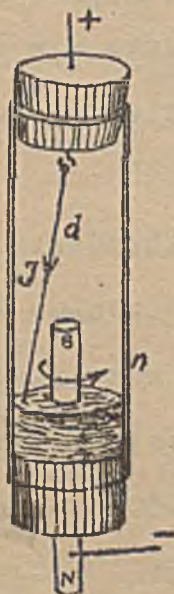
Działanie pola magnetycznego na gaz przewodzący prąd okazał de Larive w następującym doświadczeniu. W bańce szklanej wypełnionej rozrzedzonym gazem wytworzył jarzący łuk między elektrodami AB. Do wnętrza bańki wchodził jeden biegun magnesu stałego (rys.609). Pod wpływem pola magnesu jarzący łuk wiruje dokoła osi magnesu

VII. Zastosowania praktyczne działań elektrodynamicznych.

Wstęp.

Działania elektrodynamiczne wyzyskujemy w praktyce przede wszystkim w motorach elektrycznych i to obecnie na olbrzymią skalę w milionach jednostek, rozsianych po całym świecie. Pozatem działania dynamiczne znajdują zastosowanie w całym szeregu przyrządów pomiarowych, jak galwanometry, amperomierze, woltomierze, watomierze, oscylografy, liczniki kWh, głośniki, zegary elektr. i t.d. Wreszcie na działaniach elektrodynamicznych oparty jest cały szereg ważnych przyrządów technicznych, jak wyłączniki minimalne, maksymalne, wsteczne, różnego rodzaju automaty, przekaźniki (relais), a dalej różnego rodzaju aparaty specjalne, telegrafy, dzwonki elektr. i.t.d.

Urządzenia, w których wyzyskujemy działania między cewkami pod prądem i rdzeniami żelaznymi nazywamy elektromagnetycznymi, te w których działania sił występują między cewkami bez rdzeni żelaznych, noszą nazwę elektrodynamicznych. Zatem n.p. nazwa amperomierz elektrodynamiczny - przyrząd, który nie zawiera żadnych rdzeni żelaznych. Licznik kWh prądu stałego jest n.p. przyrządem elektrodynamicznym, bo nie zawiera rdzeni żelaznych poddanych działaniu pola magnetycznego. Dzięki temu licznik taki mógłby być zastosowany do pomiaru energii elektr. (pracy elektr.) także w obwodach prądu zmiennego. Do prądów zmiennych stosuje się jednak zupełnie odmienne typy przyrządów tzw. liczniki indukcyjne, które opiszemy w tomie III.-cim (Prądy zmienne).

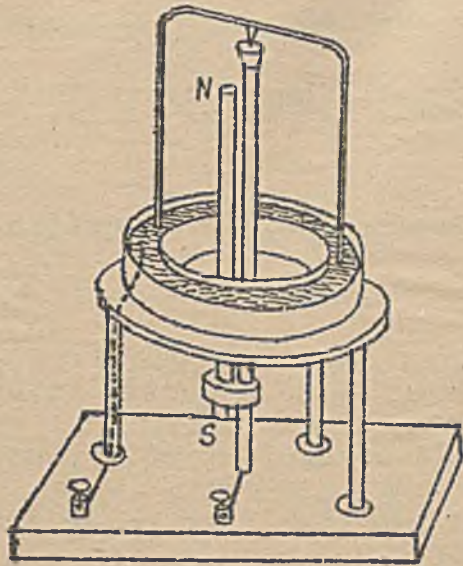


Rys.610

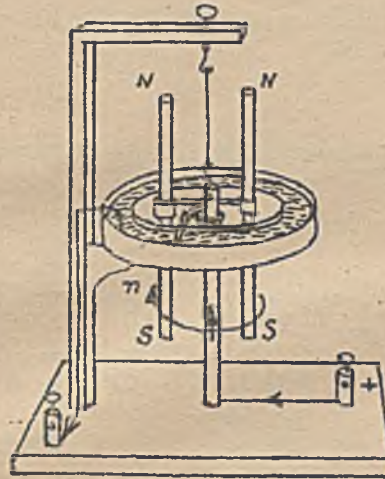
1. Motor Faraday'a.

Pierwszy "motor" elektryczny zbudował Faraday potwierdzając tem samem doświadczalnie teorię Ampère'a. Konstrukcję tego aparatu przedstawia rys.610. Na korku stanowiącym dolne dno rury szklanej jest warstwa rtęci, do której jest doprowadzony jeden przewód prądowy. Drugi przechodzi przez górny korek i jest połączony z drutem d, który może wirować dookoła osi pionowej. Przez dolny korek przetkany jest magnes stały. Przy biegunowościach i kierunku prądu jak na rysunku następuje obrót w kierunku strzałki n.

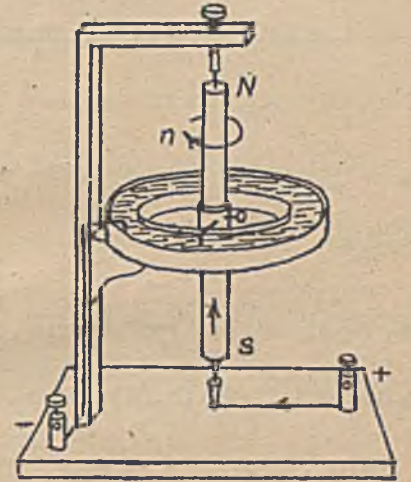
W myśl prawa akcji i reakcji musi też być możliwa do zrealizowania rotacja magnesu dokoła przewodnika pod prądem. Model, na którym można to okazać jest przed



Rys. 611



Rys. 612

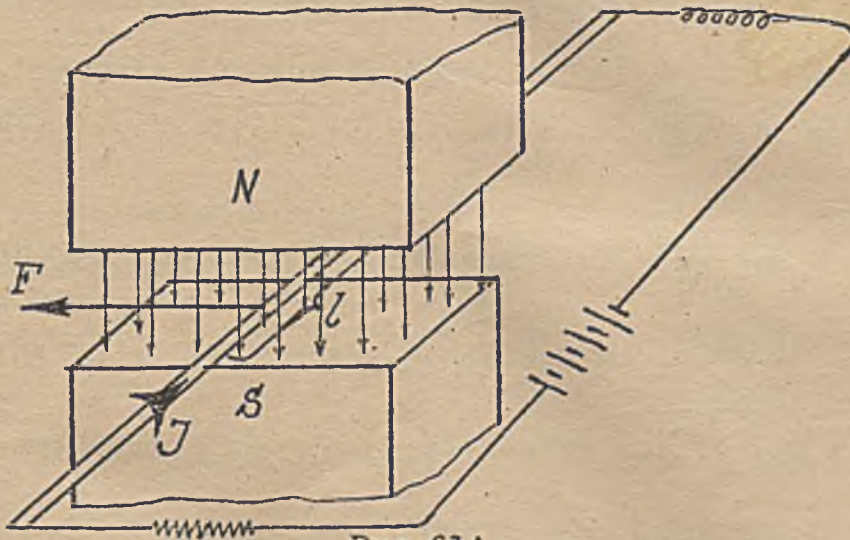


Rys. 613

stawiony na rys. 612. Przy biegunowościach i kierunkach prądu jak na rysunku nastąpi obrót w kierunku strzałki n . Zamiast dwóch magnesów sztabowych można użyć jednego umieszczonego w osi obrotu (rys. 613). Magnes taki można bowiem (przy pewnej jego grubości) uważać za zbiór magnesów sztabowych równoległych do siebie. Docho-
dzimy w ten sposób do przypadku poprzednio omówionego. To, że teraz prąd przepły-
wa przez sam magnes zamiast jak poprzednio przez przewodnik znajdujący się poza
magnesem nie szkodzi zupełnie.

2. Motory elektryczne.

Przewodnik o prądzie J amp., zanurzony w jednostajnym polu magnetycznym o in-
dukcji B na długości l cm (rys. 614) doznaje działania dynamicznego określonego



Rys. 614

wzorem

$$F = \frac{B \cdot J \cdot l}{10.981\ 000} \text{ kg}$$

$$= \frac{B \cdot J \cdot l}{9,81 \cdot 10^6} \text{ kg}$$

w kierunku prostopadłym do
długości l i kierunku linii indukcji.
Już przy niezbyt silnych
prądach występują siły rze-

du kg. N.p. dla $B = 10\ 000$ cgs (gaussów), $J = 100$ A, czynnej długości przewodnika $l = 10$ cm jest

$$F = \frac{10\ 000 \cdot 100 \cdot 10}{9,81 \cdot 10^0} \approx 1,019 \text{ kg}$$

Przy N takich drutach związanych w jedną całość otrzymalibyśmy oczywiście działanie N razy większe.

Jeżeli taki zespół przewodników przesunie się w kierunku F o długość b , wykona pracę

$$A = F \cdot b$$

W motorach elektrycznych druty wiodące prąd J rozłożone są na obwodzie rotora zrobionego z żelaznych blach. W motorach prądu stałego uzyskuje się (z pomocą kolektora)

ten stan rzeczy, że druty znajdujące się w czasie ruchu twornika pod biegunem N mają stale jeden kierunek prądu a druty znajdujące się pod biegunem S kierunek przeciwny (rys.615).

Powstaje wskutek tego para sił o momencie

$$M = F \cdot d$$

gdzie d oznacza średnicę rotora, a F

sumę sił działających na połowie obwodu twornika ($1/2 d\pi$). Wstawiając F w kg, d w m, możemy wyrazić moc mechaniczną rotora relacją

$$P = M \cdot \omega \dots\dots\dots (78)$$

gdzie ω oznacza prędkość kątową twornika

$$\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60} \dots\dots\dots (79)$$

a M moment obrotowy w kgm.

zatem

$$P = \frac{2\pi \cdot M \cdot n}{60} \text{ w kgm/sek} \dots\dots\dots (80)$$

lub

$$P = \frac{2\pi \cdot M \cdot n}{60 \cdot 75} \text{ w koniach mech.} \dots\dots\dots (81)$$

Aby otrzymać przy 1000 obrotach 1 KM, trzeba wytworzyć na obwodzie twornika moment $M \approx 0,716$ kgm :

$$P = \frac{2\pi \cdot 0,716 \cdot 1000}{60 \cdot 75} \approx \frac{4500}{4500} = 1 \text{ KM}$$

W myśl prawa zachowania energii moc ta musi być dostarczona do motoru, zatem w idealnym motorze (bez strat) będzie

$$P = \frac{UJ}{736} = \frac{2\pi \cdot M \cdot n}{60 \cdot 75} = \frac{M \cdot \omega}{75} \text{ KM}$$

(M w kgm).

W motorze rzeczywistym występują straty elektryczne (ciepło Joule a) i mechaniczne (tarcie w łożyskach, opór powietrza). Straty te uwzględniamy w współczynniku sprawności η . Moc elektryczna P_{el} , którą trzeba będzie doprowadzić do motoru celem uzyskania momentu mech. M będzie większa od mocy mech. P_m uzyskanej na wale motoru, a mianowicie

$$P_{el} = U \cdot J = \frac{736 \cdot M \cdot \omega}{\eta \cdot 75} \text{ watów}$$

$$P_{el} = U \cdot J \approx \frac{9,81}{\eta} M \cdot \omega \text{ watów} \dots \dots \dots (82)$$

$$P_{el} = U \cdot J = \frac{1,027}{\eta} M \cdot n \text{ watów} \dots \dots \dots (83)$$

$$M_m = \eta \cdot 0,974 \frac{U \cdot J}{n} \dots \dots \dots (84)$$

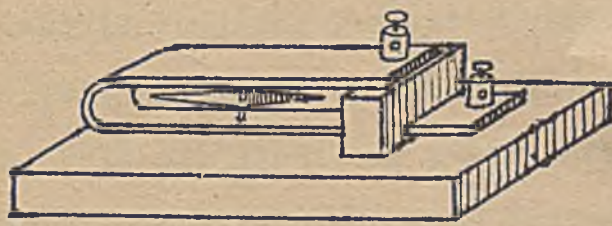
Gdy moc mech. motoru mierzona na wale jest P_m KM, motor rozwija na wale przy n obrotach moment mech.

$$M_m = 716,2 \frac{P_{KM}}{n} \text{ kgm} \dots \dots \dots (85)$$

Jeden koń na wale daje przy 1000 obrot. moment mechaniczny na wale równy 0,7162 kgm.

3. Galwanometry igiełkowe.

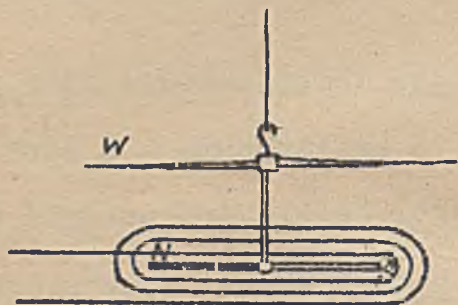
Najprostszym i równocześnie najmniej czułym galwanometrem jest kabłąk miedziany, wewnątrz którego znajduje się igiełka magnetyczna obracająca się dokoła osi pionowej (rys.616). Odchylenie igiełki przy przepływie prądu będzie największe wtedy, gdy znajdowała się ona przed załączeniem prądu w płaszczyźnie południka magnetycznego.



Rys.616 Zwiększono czułość tego przyrządu

zastępując kabłąk miedziany płaską cewką o dużej ilości zwojów (aparatus taki nazwano "multyplikatorem"). Wykonania bywały najrozmaitsze. Mniej czułe instrumenty

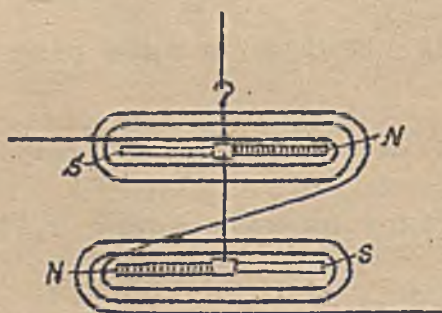
posiadały igiełkę osadzoną na kolcu (obracającą się zatem w płaszczyźnie poziomej) lub na ostrych krawędziach pryzmatycznej osi (t.zn. obracającą się w płaszczyźnie pionowej), bardziej dokładne miały igiełkę zawieszoną na nitce kokonowej lub kwarcowej. Odchylenie igiełki uwidoczniła wskazówka „w” umieszczona nad cewką (rys.617)



Rys.617

Dalszym sposobem zwiększenia czułości przyrządu jest zmniejszenie siły pochodzącej od magnetyzmu ziemskiego a równoważającą siłę wychylającą igiełkę z położenia równowagi. Uzyskuje się to przez zastosowanie t.zw. astatycznej pary igieł, t.j. dwóch równych igieł magnetycznych umieszczo-

nych nad sobą równoległe tak, że nad biegunami jednej znajdują się przeciwne bieguny drugiej. Rys. 617 przedstawia taką astatyczną parę, gdy wskazówka „w” jest namagnetyzowana w ten sposób, że jej północny biegun znajduje się z prawej strony. Siła od pola ziemskiego działająca na taką parę jest bardzo mała, bo odpowiada różnicy mas magnetycznych obu igieł. Aby lepiej wyzyskać aparat dzieli się cewkę na dwie części i umieszcza w każdej z nich jedną igiełkę (rys.618).



Rys.618

Inna metoda astazji polega na tem, że umieszczamy nad igiełkami jeden lub kilka magnesów stałych kompensujących, t.j. ułożonych w taki sposób, aby swoim polem znosiły działanie pola ziemskiego. Metoda ta ma także i tę zaletę, że umożliwia osiągnięcie dowolnego stopnia astazji i każdą żadaną zmianę tejże.

Im doskonalsza astazja tem dłuższy czas wahań ruchomych części galwanometru Dlatego stosujemy w nowszych instrumentach lusterkowych zamiast astatycznej pary igieł inne magnetyczne układy astatyczne o możliwie małym momencie bezwładności, n.p. pewną ilość drobniutkich pręcików magnetycznych, którą umocowuje się przy instrumentach lusterkowych na odwrotnej stronie lusterka. Prócz tego staramy się tłumić wahań części obrotowej przy pomocy oporu powietrza lub cieczy, umieszczając na części ruchomej wiatraczek.

Najskuteczniejszym jednak jest tłumienie elektryczne przy pomocy prądów wirc-

wych. Otaczamy wahającą się część galwanometru dobrym przewodnikiem, w którym ruch magnesiku indukuje prądy, starające się ten ruch zatrzymać. Wymienione sposoby stosujemy oczywiście tylko przy galwanometrach statycznych, przy których odczytuje się wielkość odchylenia po uzyskaniu stanu równowagi. Przy galwanometrach balistycznych natomiast, któremi mierzy się naboje elektryczne powstałe w pewnej części obwodu przez indukcję, staramy się (podobnie jak przy wahadle balistycznym) zmniejszyć tłumienie do możliwie małych granic a zwiększyć moment bezwładności części ruchomej, celem otrzymania długiego czasu wahań, a tem samem umożliwienia dokładnego odczytu amplitudy wahań. Dokładność odczytu zwiększamy znakomicie przez zastawanie lusterka i lunety, którą to metodę wprowadził Poggendorff a ulepszył Gauss. Tak uzupełnione galwanometry noszą nazwę lusterkowych.

W miarę zwiększania czułości dawały odczuć się przy pomiarze nieprzyjemnie wpływy obce, jak pola od prądów elektrycznych znajdujących się w pobliżu i t.p. Aby od tych wpływów uwolnić się podali Du Bois i Rubens konstrukcję galwanometru "pancernego", w którym układ ruchomy jest otoczony jednym lub dwoma pancerzami z bardzo miękkiego żelaza, stanowiącemi najdoskonalszą dziś znaną ochronę od wpływów zewnętrznych^{x)}. Galwanometry tego typu należą dziś do najprecyzyjniejszych i bywają stosowane do prac naukowych, gdzie wymagana jest najwyższa dokładność.

4. Amperomierze elektromagnetyczne.

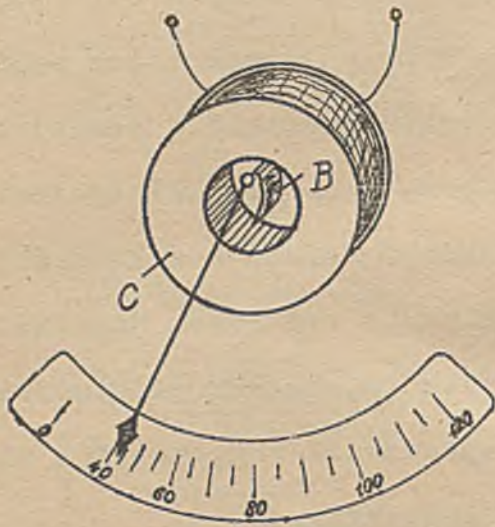
Amperomierze elektromagnetyczne należą dziś do najbardziej rozpowszechnionych w praktyce z powodu swej prostej budowy, niewrażliwości na przeciążenia i rubaszną obsługę, oraz niską cenę. Działanie ich polega na poddaniu jednego albo kilku rdzeni z miękkiego żelaza działaniu pola elektromagnetycznego. Zasadniczo rozróżniamy wykonania, w których cewka wciąga rdzeń do środka, lub w których rucho ma część z miękkiego żelaza zostaje odepchnięta lub przyciągnięta przez jedną lub kilka części stałych, znajdujących się wewnątrz cewki. Do pierwszej kategorii należą elektromagnetyczny galwanometr sprężynowy, skonstruowany w r.1884 przez Kohlrauscha, w którym podłużny rdzeń zostaje wciągnięty do wnętrza cewki, wbrew sile sprężyny śrubowej natężanej na rozciąganie, oraz amperomierz budowy Hummel'a wykonywany przez firmę Schuckert (rys.619).

x)

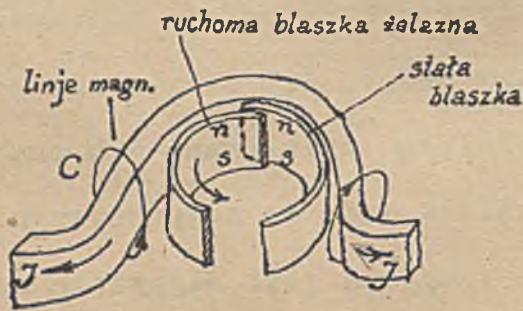
Jako materiału na pancerze używa się najlepszych sort miękkiego, wyżarzzonego, szwedzkiego żelaza kowalnego o bardzo dużej przenikalności μ i o minimalnej koercji.

Gdy przez cewkę c przepływa prąd następuje przyciągnięcie blaszki B z miękkiego

żelaza, umieszczonej ekscentrycznie wewnątrz cewki do brzegu wewnętrznego, gdzie gęstość linii magnetycznych jest największa. Przeciwnie stanowi tu ciężar układu ruchomego, który jest tak rozłożony, że jego środek ciężkości leży poniżej osi obrotu. Przy amperomierzach na duże prądy składa się cewka c często z jednego lub nawet tylko pół zwoju.



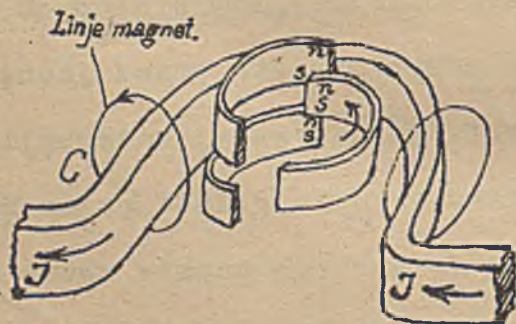
Rys. 619



Rys. 620

im silniejsze było namagnesowanie czyli im silniejszy był prąd (przeciwnie stanowi sprężyna spiralna nie zaznaczona na rysunku). Do blaszki ruchomej przytwierdzone jest wskazówka.

Amperomierz działający na zasadzie odpychania się części równomiernie namagnesowanych jest przedstawiony schematycznie na rys. 620. "Cewka" amperomierza składa się tu z pół zwoju grubego pręta miedzianego. Wewnątrz niej znajdują się dwie walcowo wygięte blaszki z miękkiego żelaza. Podczas przepływu prądu magnesują się one tak, jak to przedstawiono na rysunku 620. Blaszka ruchoma zostaje odepchnięta od stałej i to o kąt tem większy



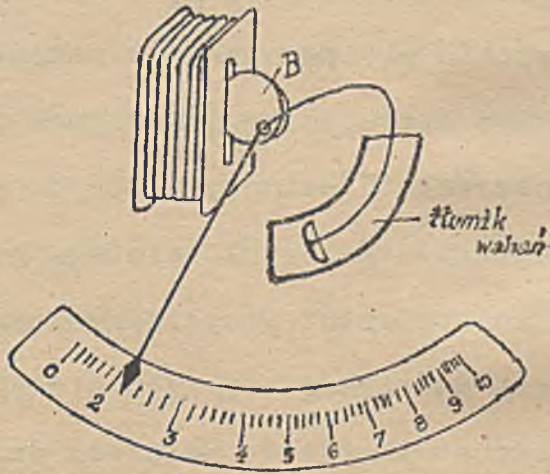
Rys. 621

Rys. 621 przedstawia modyfikację poprzedniego wykonania. Blaszka stała podzielona jest na dwie części umieszczone nad sobą, blaszka ruchoma jest jak pierwszej pojedyncza. Gdy przez "cewkę" C przepłynie prąd, magnesują się blaszki jak na rys. 620. Obrót blaszki ruchomej odbywa się teraz w kierunku strzałki pod wpływem przyciągania się różnoimiennych biegunów.

gunów.

Amperomierze elektromagnetyczne mają naogół skalę niejednostajną. Przez róż-

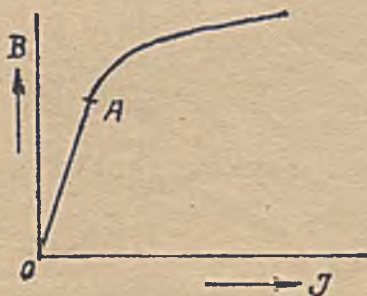
ne zabiegi można jednak wpłynąć dość znacznie na jej charakter. W najstarszych amperomierzach (rys. 622) będących odmianą konstrukcyjną galwanometru sprężynowego



Rys. 622

nasycenia magnetycznego. Uzyskuje^{się} przez to dość dobrą jednostajność skali począwszy od jednej dziesiątej części wartości końcowej skali do końca.

Wychylenie wskazówki w amperomierzach i woltomierzach elektromagnetycznych jest proporcjonalne do iloczynu z prądu w cewce J i indukcji w blaszce B . Gdy blaszka żel. jest słabo namagnesowana, wtedy indukcja w niej jest prawie proporcjonalna do magnesującego ją prądu J (praca przyrządu na prostej części charakterystyki od 0 do A na rys. 623), zatem wychylenia wskazówki są proporcjonalne do



Rys. 623

k w a d r a t u prądu w cewce.

$$\alpha = k \cdot J^2 \dots\dots\dots (86)$$

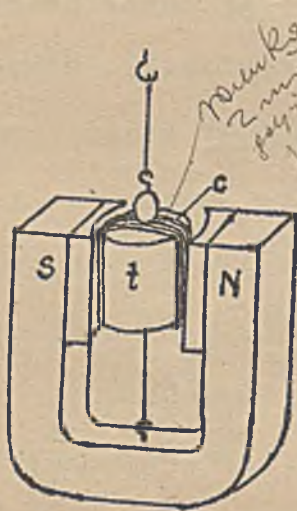
Gdy blaszka jest silnie nasycona wtedy indukcja w niej rośnie minimalnie ze wzrostem prądu w cewce. Odchylenie wskazówki jest wtedy (z powodu prawie stałego B w blaszce) prawie proporcjonalne do pierwszej potęgi prądu w cewce.

$$\alpha = k \cdot J \dots\dots\dots (87)$$

Kohlrausch'a starano się przez dobór kształtu blaszki B uzyskać jednostajną skalę, co się też w znacznej mierze udawało. W amperomierzach rys. 620 i rys. 621 dawano blaszki będące w rozwinięciu trapezami. W końcu starano się wpłynąć na charakter skali przez odpowiednie nasycenie blaszki. Nowoczesne wykonania posiadają blaszki o małej masie, które mają tę zaletę, że są lekkie a prócz tego osiągnęły szybko granicę

5. Galwanometr, amperomierz i woltomierz systemu Deprez - d'Arsonval.

Galwanometry opancerzone są wprawdzie nieczułe na wpływy zewnętrzne, ale mają tę wadę, że sprzyjają wytworzeniu się remanentu magnetycznego w pancerzu. Remanent ten zmienia się przy każdym silniejszym uderzeniu prądu i wpływa na położenie zerowe lusterka. Unikamy tego przez zmianę zasady konstrukcji. Dajemy cewkę ruchomą, a ustalamy magnes. Możemy go teraz zrobić wielokrotnie silniejszym niż w wypadku gdy był ruchomym, a wykształcając koło magnetyczne jako obwód prawie całkowicie zamknięty uzyskujemy dostateczną nieczułość na wpływy obcych pól. Galwanometr na tej zasadzie zbudowali pierwsi Deprez i d'Arsonval, dlatego nosi ich nazwisko. Rys.624. przedstawia szkic takiego instrumentu. W cylindrycznym wytocze



Rys.624

niu między szczękami NS silnego magnesu stałego jest zawieszona lekka ramka aluminiowa owinięta drutem izolowanym c. Wewnątrz ramki znajduje się pełny tworniczek z miękkiego żelaza, który ma za zadanie skupić w sobie linje magnetyczne wychodzące z biegunów. Tworniczek jest mechanicznie ustalony (przymocowany do stałej części galwanometru) tak, że ramka ruchoma waha w szczelinie między nabiegunnikami a tworniczkiem. Druciki z brązu fosforowego, na których wisi układ ruchomy, służą zarazem do doprowadzenia i odprowadzenia prądu. Siła ich sprężystości na skręcenie równoważy moment działający na cewkę podprądem. Oznacza l długość boku cewki równoległego do osi tworniczka, J prąd płynący w cewce, a B indukcję w szczelinie, to moment obracający cewkę przedstawi się wzorem

$$M = c_1 \cdot B \cdot J \cdot l$$

Równoważący go moment sprężystości drucików, na których wisi ramka, jest dla małych odchyień proporcjonalny do kąta skręcenia

$$M_s = c_2 \cdot \alpha$$

stąd

$$\alpha = c_3 \cdot B \cdot J \dots\dots\dots (88)$$

Przez odpowiednie wykształcenie szczeliny można uzyskać w niej pole jednorodne czyli $B = \text{const}$, a wtedy będzie wychylenie galwanometru ściśle proporcjonalne do natężenia prądu J.

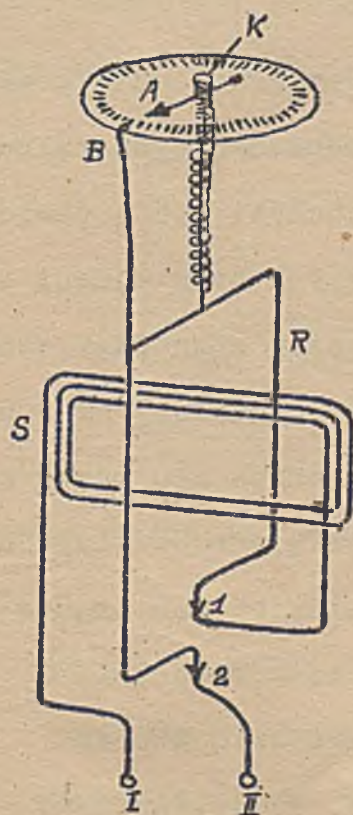
$$\alpha = k \cdot J \dots\dots\dots (89)$$

Tę bardzo cennej własności nie posiada galwanometr żadnego innego systemu, stąd ogromne znaczenie galwanometrów systemu Deprez.

Do pomiarów technicznych używa się zamiast lusterka wskazówki, a cewki nie zawieszają się na drucikach metalowych, tylko osadza obrotowo na łożyskach. W tej formie używa się tego instrumentu zarówno jako woltomierza jak i jako amperomierza. Sprężynki równoważące moment pochodzący od prądu są przy tym wykonaniu spiralne i służą równocześnie do doprowadzenia prądu. Ze względu na małą gęstość prądu, dopuszczalną w sprężynkach (z obawy przed nadmiernym ich nagraniem i utraceniem wskutek tego własności sprężystych) stosuje przy amperomierzach na większe prądy boczniki, a przy woltomierzach na wyższe napięcia opory dodatkowe. Amperomierze i woltomierze syst. Deprez można ^{na} pierwszy rzut oka odróżnić od innych systemów po zupełnie jednolitej skali. Stanowią one najwyższą klasę technicznych instrumentów pomiarowych na prąd stały. Bezpośrednio wytrzymują one prąd rzędu miliamperów.

6. Elektro - dynamometr Siemens a.

Działania elektrodynamiczne prądów wyzyskał Siemens do pomiaru natężenia prądu w swym dynamometrze, przedstawionym schematycznie na rys. 625. Przyrząd ten



Rys. 625

składa się z cewki stałej S posiadającej dużą liczbę zwojów i cewki ruchomej R o jednym zwoju grubego drutu, zawieszonym obrotowo na nitce jedwabnej. Końce zwoju ruchomego są zanurzone w miseczkach wypełnionych rtęcią 1 i 2. Prąd doprowadzamy do zacisków stałych I II. Do cewki R przytwierdzona jest wskazówka B , której koniec jest w stanie równowagi, położony naprzeciw końca wskazówki A połączonej sprężyną z cewką R . Gdy przepuścimy przez obie cewki prąd, to cewka ruchoma będzie miała tendencję ustawienia się równoległe do cewki stałej i wychyli się wskutek tego o pewien kąt. Skręcany teraz wskazówkę A przy pomocy guzika

w stronę przeciwną tak długo aż cewka R wróci pod działaniem skręconej sprężyny do pierwotnego położenia, co poznamy po tem, że wskazówka B zajmie na podziałce to samo miejsce, które posiadała przed załączeniem prądu. W tym stanie moment sprężyny (proporcjonalny przy odkształceniach sprężystych do kąta skręcenia sprężyny) równoważy moment pochodzący od prądu. Mamy więc

$$k \cdot \alpha = k_1 \cdot J^2$$

(bo przez obie cewki przepływa ten sam prąd J). Zatem

$$J = C \sqrt{\alpha} \dots\dots\dots (90)$$

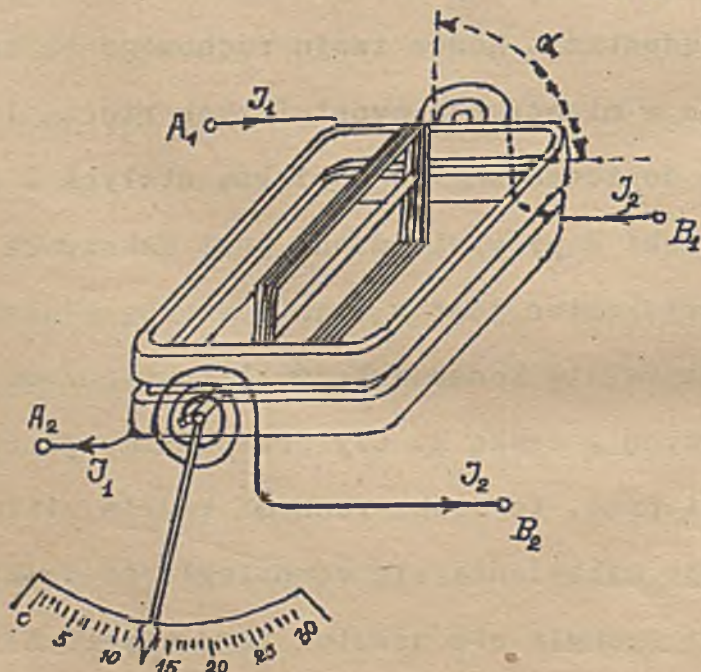
gdzie α oznacza kąt, o który skręciliśmy wskazówkę A. Stałą instrumentu C wyznacza się doświadczalnie.

Elektrodynamometr nadaje się, jak zresztą wszystkie przyrządy elektrodynamiczne, równie dobrze do pomiaru natężenia prądów stałych jak i prądów zmiennych. (Dla tych ostatnich mierzy natężenia skuteczne).

Elektrodynamometr ma tę zaletę, że pomiar nie zależy tu od wzajemnego położenia cewek, bo cewki sprowadzamy zawsze w to samo położenie. Przyrząd ten jest jednak dziś mało używany.

7. Watomierz elektrodynamiczny.

Przyrząd ten przedstawia schematycznie rys.626. Gdy przez obie cewki przepływają przeciwnie skierowane prądy J_1 i J_2 , to cewka ruchoma odpychana od cewki stałej odchyli się o pewien kąt



stałej odchyli się o pewien kąt taki, przy którym moment skręconych sprężyn równoważy moment pochodzący od prądów. Przy niezmiennych wymiarach obu cewek będzie siła z jaką one działają na siebie zależna od obu prądów J_1 i J_2 oraz od kąta skręcenia α i da się przedstawić wzorem

$$F = J_1 \cdot J_2 \cdot f(\alpha)$$

Wskazanie watomierza jest więc jak widać z tego wzoru proporcje-

Rys.626

nalne do iloczynu obu prądów, a pozatem zależy od wzajemnego położenia cewek czyli od kąta wychylenia α ($f(\alpha)$). Kierunki prądu w obu cewkach muszą być takie, aby cewki odpychały się, wtedy bowiem największe działanie dynamiczne wystąpi przy prostokątnej położeniu cewek. Przeciwnie dają dwie sprężynki spiralne (doprowadzające zarazem prąd do cewki ruchomej), których moment skręcający jest proporcjonalny do kąta α

$$M = F \cdot r = c \cdot \alpha$$

Z uwagi na to, że moment elektrodynamiczny i mechaniczny muszą być sobie równe w każdym położeniu cewek wypada

$$k \cdot J_1 \cdot J_2 \cdot f(\alpha) = c \cdot \alpha$$

czyli

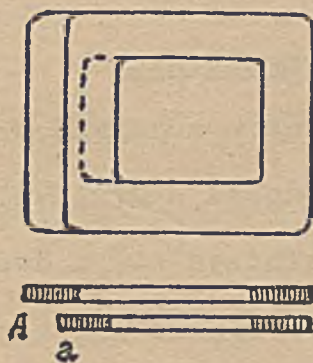
$$J_1 \cdot J_2 = C \frac{\alpha}{f(\alpha)} \dots\dots\dots (91)$$

W przybliżeniu (p.str. 534) można położyć $f(\alpha) = \sin \alpha$. Wypadnie wtedy

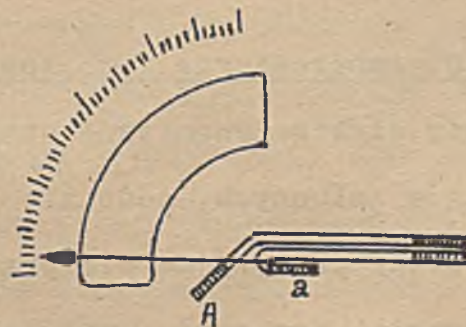
$$J_1 J_2 = C \frac{\alpha}{\sin \alpha} \dots\dots\dots (92)$$

czyli $J_1 J_2$ nie jest proporcjonalne do α (skala wypada niejednostajna).

Aby uzyskać skalę jednostajną musimy użyć różnych zabiegów, jak n.p. specjalne przekładnie dźwigniowe i t.p. Bardzo dobry sposób dla uzyskania jednostajnej podziałki dla iloczynu $J_1 J_2$ podał Brugger. Przez odpowiednie ukształtowanie i wygięcie obu cewek (rys.627) uzyskał on w pewnych granicach $f(\alpha) = \text{const.}$



cewki Brugera przed wygięciem



cewki Brugera po wygięciu

Rys.627

Jeżeli załączymy watomierz w ten sposób, aby przez cewkę stałą przepływał prąd J , a cewka ruchoma była załączona na napięcie U , wtedy wychylenie wskazówki będzie proporcjonalne do iloczynu UJ czyli do mocy. Otrzymamy bowiem dla warunku równowagi równanie :

$$c_1 \cdot \alpha = c_2 J \frac{U}{R}$$

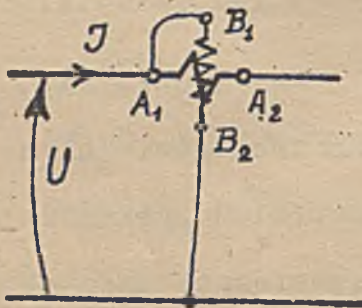
R oznacza tu opór cewki napięciowej, na zaciskach której występuje napięcie U ,

c_1 współczynnik zależny od własności elastycznych sprężyny, c_2 współczynnik zależny od ukształtowania i wykonania cewek jednak tak zrobionych, aby był niezależny od kąta wychylenia α . Zważywszy, że $UJ = P$ (dla prądu stałego) przedstawia moc, a c_1, c_2, R są dla danego instrumentu stałe, otrzymamy :

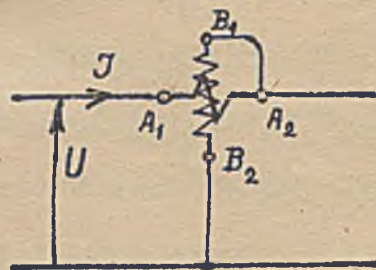
$$P \approx k \cdot \alpha \dots\dots\dots (93)$$

gdzie α oznacza wychylenie wskazówki.

Normalnie stosuje się układ o stałej cewce prądowej i ruchomej cewce napięciowej. Watomierz ma więc cztery końcówki, z których dwie łączy się jak końcówki amperomierza, a dwie jak przy woltomierzu. Przy dużych napięciach a małych prądach stosuje się układ jak na rys. 628, przy dużych prądach a małych napięciach układ przedstawiony na rys. 629.



Rys. 628



Rys. 629

8. Amperomierze i woltomierze elektrodynamiczne.

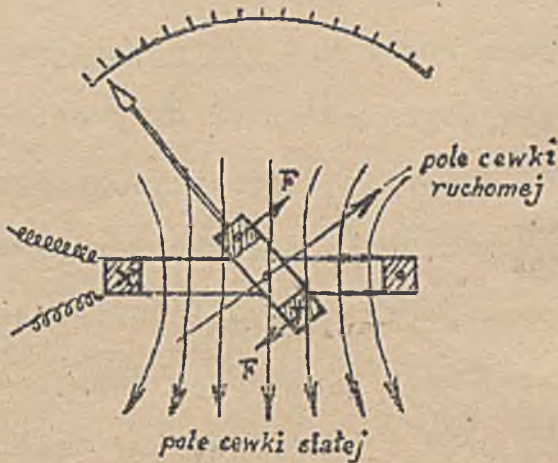
Instrumenty elektrodynamiczne stanowią dziś jedyne precyzyjne przyrządy pomiarowe dla prądów zmiennych, podobnie jak przyrządy Deprez d'Arsonval'a stanowią jedyne przyrządy precyzyjne dla prądów stałych. Składają się z dwóch cewek, jednej stałej drugiej ruchomej, przyczem ruchoma obraca się wewnątrz cewki stałej jak w watomierzu. Dwie sprężyny spiralne stanowią przeciwmoment równoważący moment pochodzący od prądów. Siła z jaką działają na siebie obie cewki jest proporcjonalna do iloczynu prądów J_1 i J_2 przepływających przez nie, nadto zależy (w myśl wzoru Ampère'a) od wzajemnego położenia cewek

$$F = J_1 J_2 \cdot f(\alpha)$$

Współczynnik c jest funkcją wymiarów i chwilowego położenia cewek, czyli dla każdego odchylenia cewki ruchomej względem cewki stałej ma inną wartość.

Gdy cewkę ruchomą umieścimy wewnątrz cewki stałej tak jak to przedstawiono na rys.630 będzie jak w watomierzu

$$F = k \cdot J_1 J_2 \sin \alpha$$



Rys.630

Do pomiaru małych natężeń łączy się obie cewki szeregowo (rys.631). Mamy wtedy

$$J_1 = J_2 = J \text{ zatem}$$

$$F = k \cdot J^2 \sin \alpha \dots\dots\dots (94)$$

Gdy chodzi o pomiar dużych prądów musimy obie cewki połączyć równoległe (rys.632)

i dobrać opory obu cewek tak, aby prąd przepływający przez cewkę ruchomą (która

musi być możliwie lekka, więc nie może być

sporządzona z grubego drutu) nie przekroczył dozwolonej granicy. Dla dokładnego ustalenia stosunku obu prądów --

dajemy w obwód cewki ruchomej opór R' (rys.632). Przy tych przyrządach

da się odczuć wpływ pola ziemskiego. Dlatego należy przy dokładnych pomiarach i przy cechowaniu

przełączać prąd w obu cewkach i brać średnią z dwóch odczytów. Wpływ obcych pól niejednorodnych

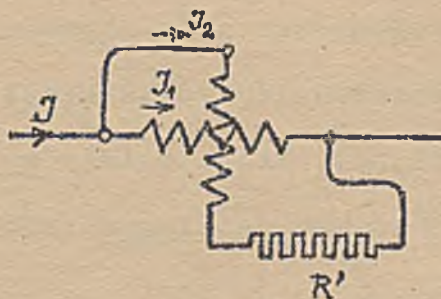
nie da wyeliminować się przez przełączenie prądu. Z tego powodu też nie należy ustawiać

przyrządów elektrodynamicznych w pobliżu maszyn elektrycznych, transformatorów lub wielkich mas

żelaza.



Rys.631



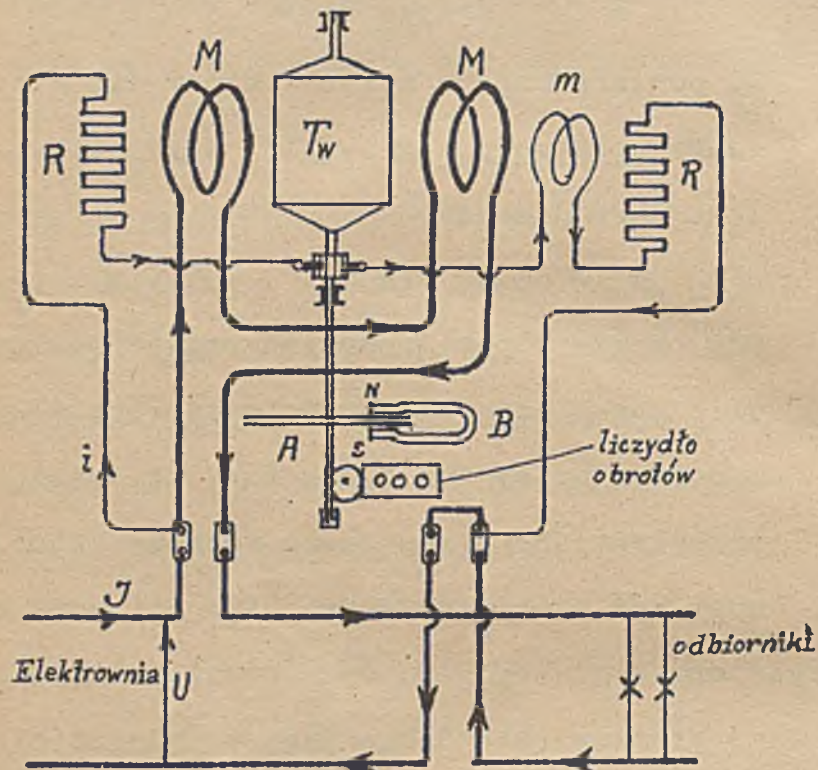
Rys.632

Skala amperomierzy i woltomierzy elektro-

dynamicznych nie jest równomierna, tylko w przybliżeniu kwadratowa.

9. Licznik elektrodynamiczny.

Do pomiaru pracy elektrycznej służy licznik. Jest to w zasadzie watomierz "obrotowy", posiada więc obwód prądowy i napięciowy. Układ połączeń przedstawia



rys.633. Obwód prądowy składa się z dwóch cewek M M bez żelaza wytwarzających strumień Φ proporcjonalny do prądu J przepływającego przez odbiornik załączony z prawej strony. Tworniczek T_w (również bez żelaza) leży w obwodzie napięciowym; prąd i przepływający przez niego jest proporcjonalny do napięcia użytecznego U . Moment wywarty na twornik będzie zatem proporcjonalny do iloczynu $\Phi \cdot i$, a tem samym do JU . Pod wpływem tego momentu twornik zaczyna obracać się ruchem

Rys. 633

przyśpieszonym. Jednocześnie jednak indukują się w tarczy aluminiowej A osadzonej na osi twornika, a wirującej w polu stałego magnesu hamującego B , prądy wirowe, hamujące obroty twornika. Gdy moment od prądów wirowych wzrośnie tak dalece, że zrówna się z momentem obrotowym, następuje ruch jednostajny. Ponieważ pole magnesu B jest stałe, przeto moment od prądów wirowych będzie proporcjonalny do natężenia prądu wyindukowanego w tarczy A , więc i do SE wyindukowanej, która zależy w prostym stosunku od ilości obrotów twornika na minutę n . W stanie ustalonym (ruch jednostajny) jest więc

$$c \cdot J \cdot U = c_1 n$$

czyli

$$n = k \cdot U \cdot J \dots \dots \dots (95)$$

Po upływie czasu t wskaże licznik stan określony relacją

$$n \cdot t = k \cdot U \cdot J \cdot t = k \cdot A$$

Stąd widać, że różnica dwóch odczytów licznika, dokonanych w odstępie czasu t jest proporcjonalna do zużytej pracy elektrycznej A w tym czasie. Na rys.633 widzimy

Jeszcze w obwodzie napięciowym opory dodatkowe RR oraz pomocniczą cewkę m wspomagającą bieguny MM, a mającą na celu zniesienie momentu hamującego, pochodzącego od tarcia w łożyskach i oporu powietrza.

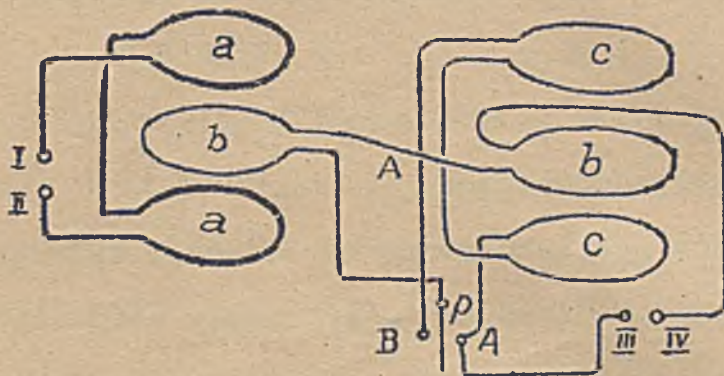
Oznacza A pracę w watogodzinach lub kilowatogodzinach, to w myśl poprzednich relacji jest

$$A = C.n.t \dots\dots\dots (96)$$

gdzie C oznacza stałą licznika, a n ilość obrotów zarejestrowaną przez liczydło obrotów w czasie t. Nowoczesne liczniki cechuje się zawsze tak, aby było $C = 1$ lub ułamkiem $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$. Ułatwia to obliczanie należności za sprzedaną energję elektryczną, gdy bowiem $C = 1$, ilość obrotów zarejestrowana przez licznik w czasie t odpowiada wprost energii elektrycznej (zwykle w kWh).

10. Elektrodynamiczna waga Thomsona.

Z przyrządów polegających na zasadzie działania dwóch prądów na siebie nadaje się do precyzyjnego pomiaru natężenia prądu szczególnie t.zw. waga Thomsona. Polega ona na zasadzie działania dwóch cewek, z których jedna jest stała, a druga ruchoma, wykonana w formie belki wagowej. Przy przepływie prądów przez obie cewki występuje przyciąganie cewki ruchomej przez stałą, a więc zaburzenie równowagi, którą następnie przywraca się przez nakładanie i przesuwanie ciężarków na belce ruchomej. Zamiast dwóch cewek mamy i zazwyczaj w praktycznych wykonaniach dwa układy cewek ruchomych i stałych. Rys. 634 przedstawia układ połączeń



Rys. 634

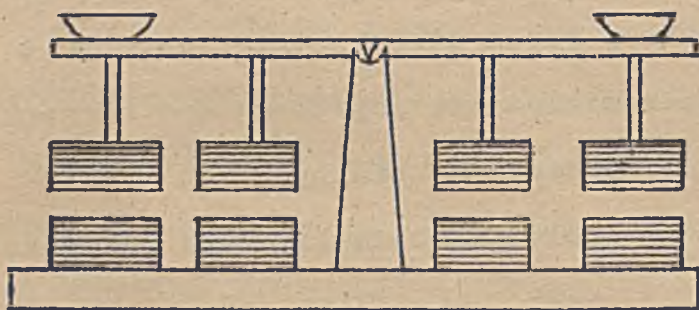
takiej wagi elektrodynamicznej. Składa się ona z 6 cewek, z których 4 są stałe i leżą po 2 nad sobą, a między nimi znajdują się 2 cewki ruchome tak, że jedna para cewek stałych działa na jedną cewkę ruchomą, a druga para na drugą. Te działania mogą być niezależne od siebie, a wyzyskane są

do rozszerzenia granic używalności wagi. Cewki ruchome łączy się w ten sposób, aby prąd przepływał przez nie w kierunkach przeciwnych. Przez ^{to} eliminujemy wpływ obcych

pól magnetycznych jednorodnych (n.p. pola ziemskiego).

Do pomiaru dużych natężeń używa się cewek a i b. Prąd mierzony J przepuszczamy przez cewki a (zaciski I II), cewki b zasilamy prądem (i) z pomocniczego źródła prądu stałego n.p. baterji akumulatorów (zaciski III IV). Przełącznik p stoi wtedy w położeniu A. Siła z jaką cewki a działają na cewkę b jest proporcjonalna do iloczynu prądów J.i. Równoważymy ją przesunięciem ciężarka wzdłuż belki wagi. Gdy prąd pomocniczy i ma zawsze tę samą określoną wartość to natężenie prądu J jest wprost proporcjonalne do ramienia belki wagi, na którym działa ciężarek. Do pomiaru mniejszych natężeń prądu służy układ cewek c. Przełączamy wtedy przełącznik w położenie B, a do zacisków III IV przyłączamy mierzony prąd J. Siła z jaką cewki c działają na cewkę b jest wtedy proporcjonalna do J^2 . Zatem natężenie prądu J jest proporcjonalne do pierwiastka z długości ramienia belki, na którym działa równoważący ciężarek.

Wag elektrodynamicznych używa się głównie do cechowania amperomierzy na prąd zmienny.



Ciekawe zastosowanie elektrodynamicznej wagi o znacznie większej ilości par cewek (rys.635) podaje Rosen (ETZ 1929 str.1726). Waga Rosena służy do przybliżonego rozwiązywania równań algebraicznych wyższych stopni z jedną niewiadomą, t.j. równań kształtu

Rys.635 Waga Rosena.

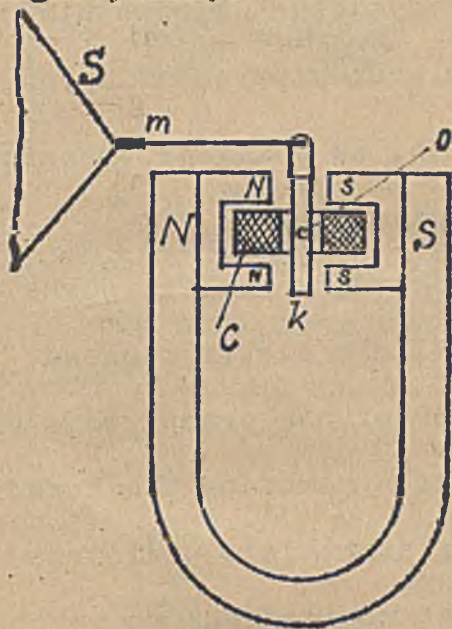
$$ax + b x^2 + c x^3 + d x^4 + \dots + k = 0$$

11. Głośniki elektromagnetyczne.

Pierwsze głośniki elektromagnetyczne były zbudowane na zasadzie telefonu Bell'a. Zaletą ich była prostota konstrukcji, taniość i to, że dawały dość wielkie amplitudy, nawet przy stosunkowo małych magnesach trwałych. Wadą natomiast znaczny ciężar właściwy żelaza, zwiększający bezwładność membrany, co ujemnie wpływa na oddawanie dźwięków o dużej częstotliwości drgań (tony wysokie), następnie konieczność ustalenia części drgającej w polu magnetycznym przez użycie dużych sił spre-

żytych, które ograniczają wielkość amplitudy drgań membrany. Oddawanie tonów niskich (małe częstotliwości drgań) z odpowiednią energią napotyka w tych warunkach na trudności.

Głośniki te później ulepszono wprowadzając t.zw. czterobiegunowy system magnetyczny. Przy takim wykonaniu można było zmniejszyć ciężar drgającej kotwiczki tak, że usunięto w znacznej mierze wady zwyczajnej membrany stosowanej w dawnych głośnikach elektromagnetycznych. Nadto uniknięto zniekształceń głosu, które przy telefonie Bell'a zawsze muszą wystąpić, ponieważ siła działająca na membranę przy jej oddalaniu się od bieguna nie jest równa sile przy jej zbliżaniu się. (Przy zbliżaniu działa na membranę siła sprężystości i duża siła magnetyczna, przy oddalaniu siła sprężystości i znacznie mniejsza (z powodu większej odległości) siła magnetyczna).



Rys.636

Głośniki elektromagnetyczne "4-obiegunowe" są zbudowane na zasadzie spolaryzowanego przekaźnika Creed'a. Przekaznik ten stosowany w połączeniu z dużym stożkiem papierowym S jako membranę przez Western El.Co., przedstawiony jest schematycznie na rys.636. Strumień silnego magnesu stałego NS magnesuje kotwiczkę k z miękkiego żelaza tylko na jej końcach (magnesowanie poprzeczne). Cewka c, przez którą przepływają prądy zmienne w taki dźwięków, które mają być reprodukowane, wytwarza w kotwiczce zmienny strumień magnetyczny, który zamyka się przez nabiegunki z miękkiego żelaza NN ss.

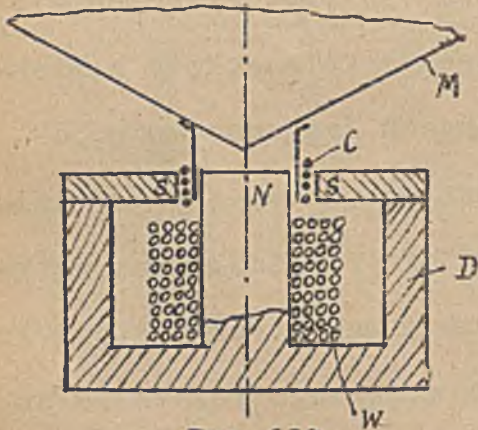
Pod wpływem tych dwóch ostatnich strumieni drga kotwiczka dokoła punktu obrotu O. Ruch jej przenosi się za pośrednictwem przekładni dźwigniowej m (naznaczonej tylko schematycznie na rys.636) na membranę S, wykonaną zazwyczaj jako stożek papierowy. Z symetrycznej budowy układu "czterobiegunowego" wynika, że siła działająca na kotwiczkę przy prądzie "i" w cewce i wychyleniu w prawo jest równa co do wielkości sile występującej przy wychyleniu w lewo, gdy "i" ma tę samą wartość a kierunek przeciwny. Odpadają zatem zniekształcenia dźwięków wskutek niesymetrii, pozostają tylko zniekształcenia pochodzące od nieproporcjonalności odchylen względem sił czyli natężeń prądów. Jeżeli chcemy i tych uniknąć musimy zastosować głośnik

ki działające na zasadzie elektrodynamicznej. (Lachner : Elektromagnetische Lautsprecher, Radio-Amateur, ÖRA, Mai 1930, Str.330).

12. Głośniki elektrodynamiczne.

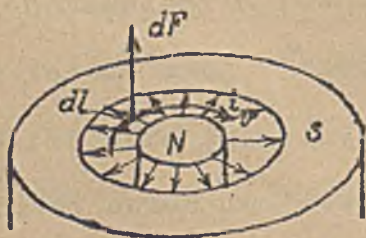
Głośniki na zasadzie elektrodynamicznej należą ^{dziś} do najdoskonalszych. Przez zastosowanie glinu (aluminium) jako przewodnika w części drgającej osiąga się lekkość układu drgającego, a tem samym jego małą bezwładność, co umożliwia dobre oddanie głosu także przy dużej ilości drgań na sekundę (tony wysokie). Siła działająca na część ruchomą jest w przeciwieństwie do głośników elektromagnetycznych, ściśle proporcjonalna do prądu, niezależnie od wielkości amplitudy. Ponieważ układ drgający jest z materiału niemagnetycznego, przeto nie wymaga specjalnego ustalenia przez dodatkowe napięcia sprężyste, gdyż w stanie bezprądowym nie działają nań (prócz siły ciężkości) żadne siły. Ilość jego drgań własnych można wtedy dobrać bardzo nisko tak, że unikniemy w ten sposób zniekształceń tonów o drganiach ^{słyszalnych} wyższych od drgań własnych. Pewną wadą głośników elektrodynamicznych jest to, że wymagają transformatorów, gdyż trudno wykonać cewki drgające głośnika o dużym oporze.

Schemat wykonania najbardziej rozpowszechnionych głośników elektrodyna-



Rys. 637

micznych podaje rys. 637. W szczelinie elektromagnesu dzwonowego D drga cewka c, gdy przez nią przepływają prądy zmienne. Cewka jest połączona z membraną stożkową M z cienkiego papieru wprawiającą otaczające powietrze w drgania akustyczne. Membrana jest utwierdzona na swych brzegach podatnie przy pomocy pierścieni filcowych. "W" oznacza wzbudzenie elektromagnesu dzwonowego zasilane prądem stałym^{x)}.



Rys. 638

Drgania cewki są czysto osiowe jak to wynika ze schematycznego przedstawienia na rys. 638.

Siła działająca na element dl jest bowiem według praw elektrodynamiki prostopadła do kierunku linii magnetycznych i elementu prądu, działa zatem w kierunku osi

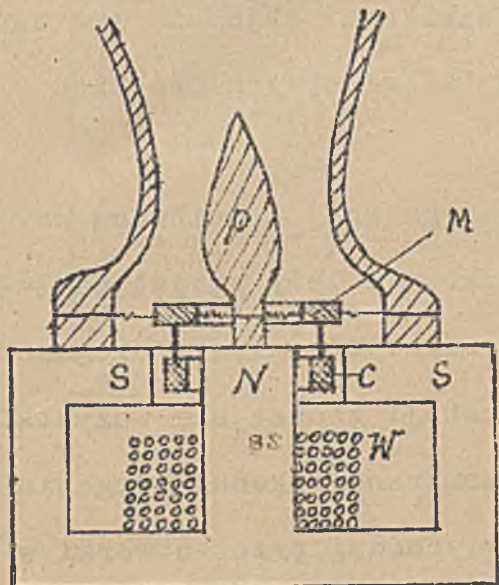
^{x)} W myśl poprzednich uwag odnośnie do nazw, głośniki z rdzeniami żelaznymi powinny nosić nazwy elektromagnetycznych a nie elektrodynamicznych. Ta ostatnia nazwa u-tarła się jednak i jest konieczna celem odróżnienia głośników, w których działanie dynamiczne jest proporcjonalne do prądu od elektromagnetycznych (ustęp 11), w których tej proporcjonalności nie ma.

cewki. Jej wielkość dla "z" zwojów o długości l jednego zwoju określa wzór

$$F = \frac{B_p \cdot z \cdot l}{10,981} \text{ gramów}$$

Połączenie cewki z membraną i kształt membrany mogą być oczywiście różne.

Na rys.639 przedstawiony jest głośnik elektrodynamiczny Marconiego. W pier-

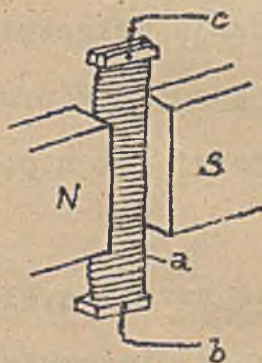


Rys.639

ścieniowej szczeliny magnesu dzwonowego NS, w której indukcja pola magnetycznego wynosi $B \sim 9000$ gaussów, drga cewka c przyłączona do strony wtórnej transformatora, w którego uzwojeniu pierwotnym płyną prądy zmienne w rytmie dźwięków. Drgania te przenoszą się na membranę M kształtu pierścienia kołowego, umocowaną sprężysto na swym zewnętrznym i wewnętrznym obwodzie. Częstość drgan własnych tej membrany wynosi około 200 cykli/sek. Pierścieniowy kształt ma tę zaletę, że zezwala na zwiększenie powierzchni bez zmia-

ny częstości drgań własnych, które dla tego kształtu zależą w głównej mierze od różnicy promienia zewnętrznego i wewnętrznego. Widoczna w środku część p kształtu gruszkowatego ma za zadanie stopniową zmianę \sqrt{z} pierścieniowego w kolistą przekroju.

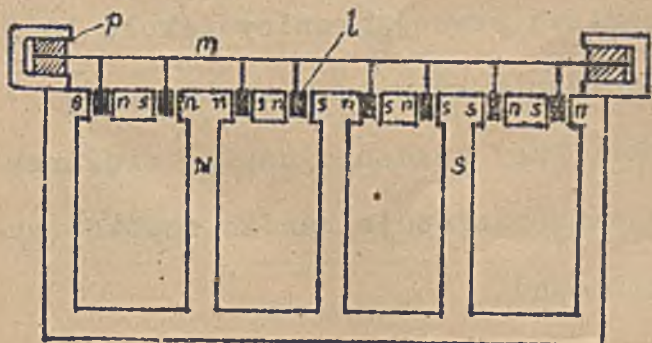
Zasadę działania głośnika elektrodynamicznego syst. Siemens'a (t.zw. Siemens-bandlautsprecher) przedstawia rys.640. Między biegunami potężnego elektromagnesu



Rys.640

NS znajduje się lekka falista membrana aluminiowa a o grubości około $\frac{1}{100}$ mm, do której doprowadza się prądy zmienne w rytmie dźwięków ze strony wtórnej transformatora. Membrana jest tak lekka, że oddaje wiernie najwyższe jeszcze słyszalne tony.

Do reprodukcji dźwięków z bardzo wielką energją (kino-teatry dźwiękowe, produkcje na wolnem powietrzu) buduje Sie-

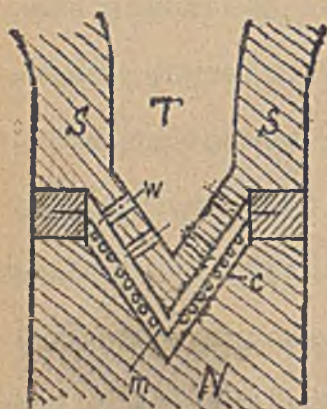


Rys.641

mens głośnik elektrodynamiczny na zasadzie membrany tłokowej Rayleigh'a. Rys.641 przedstawia zasadę działania tego głośnika, zwanego "Blatthaller". Droga linii magnetycznych silnego elektromagnesu NS przedzielona jest ośmioma szczelinami powietrznymi,

w których drga 8 przewodników miedzianych l połączonych ze sobą szeregowo. Przewodniki te są sztywnie połączone z membraną m z 0,5 mm - owego pertinaksu, utwierdzo-
ną na brzegach podatnie zapomocą poduszek z aksamitu p . W nowszych wykonaniach uży-
wa się jako materiału na membrany falistej blachy aluminiowej. Przy największych mo-
delach dochodzi powierzchnia membrany do $\frac{1}{4} m^2$. Przy tej wielkości daje się już zau-
ważyć działanie kierunkowe płaskiej membrany (wysyłanie fal głosowych płaskich
w kierunku prostopadłym do powierzchni membrany).

Jeszcze ściślejsze zespolenie elektrycznej części drgającej z membraną uzy-
skuje się w głośniku Pathé (rys.642). Spiralna cewka stożkowa c leży wprost na je-



Rys.642

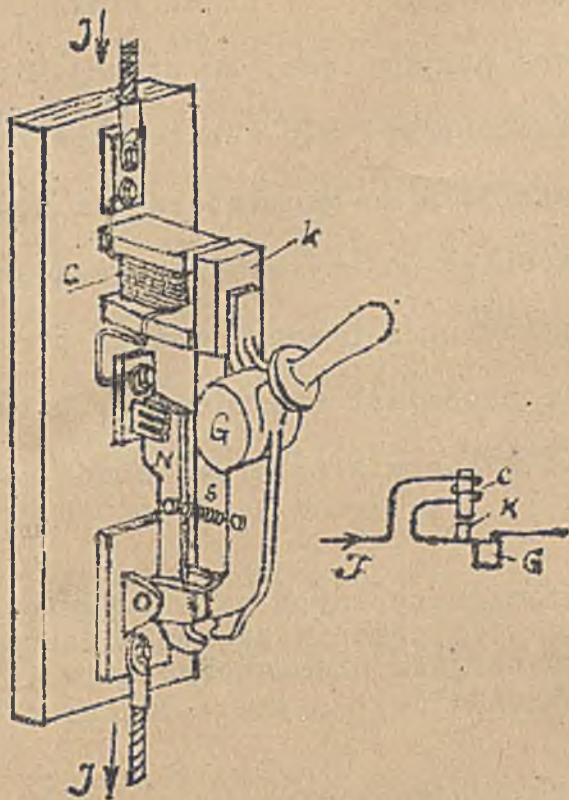
dwabnej membranie m w stożkowej szczelinie między biegunami
 N i S elektromagnesu. Z powodu symetrii znoszą się wszystkie
składowe promieniowe siły tak, że membrana wykonuje drgania
tylko w kierunku osi stożka. Głos wychodzi przez otworki
do wnętrza tuby głośnika T .

(Lachner : Elektrodynamische Lautsprecher, Radioamateur
"ORA, Juli 1930 Str.470).

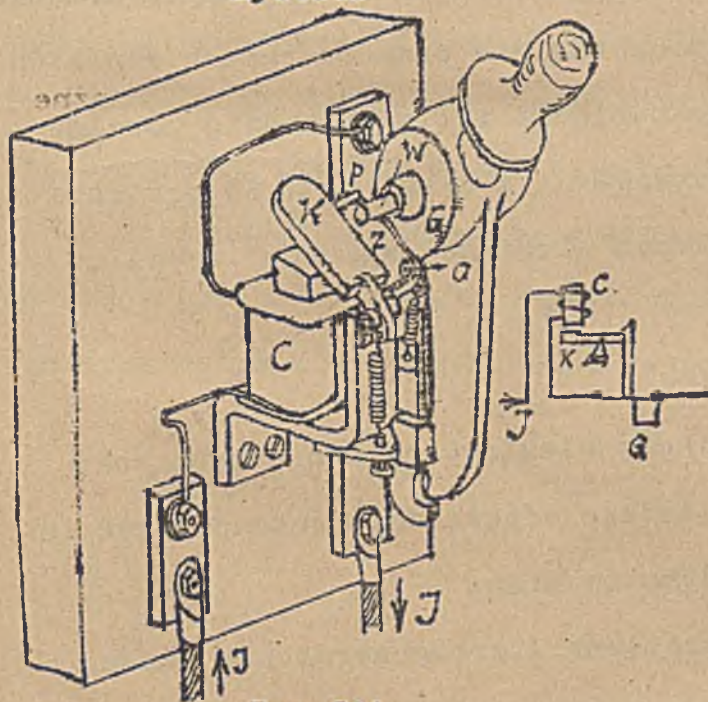
13. Wyłączniki samoczynne.

W urządzeniach elektrycznych stosujemy dla zabezpieczenia prawidłowej ich
pracy wyłączniki samoczynne, wyłączające w chwili, gdy natężenie prądu wyjdzie poza
granice dozwolone w normalnym ruchu. Zasadniczo rozróżniamy trzy rodzaje wyłączni-
ków : nadmiarowe czyli maksymalne, minimalne zwane także zerowem i zwrotne. W prak-
tycznych wykonaniach znajdujemy często kombinacje tych trzech kategorii jak n.p.
wyłączniki nadmiarowo-zwrotne i.t.p.

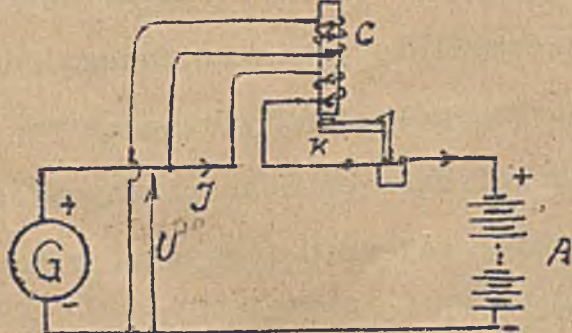
Rys.643 przedstawia wyłącznik minimalny. Gdy prąd J ma wartość normalną, elek-
tromagnes c przyciąga kotwicę k wbrew działaniu obciążnika G . Wyłącznik utrzymuje
się w stanie załączonym. Gdy jednak prąd spadnie poniżej pewnej granicy (około 10 %
normalnego) przeważa działanie ciężarka G , który odciągnie kotwicę k od biegunów
elektromagnesu C i spowoduje wyskoczenie wyłącznika. Przy opadaniu napina ciężarek
 G sprężynę s tak, że wychwyty noża N ze szczęki kontaktu następuje bardzo szybko (wy-
łączenie momentalne celem uniknięcia łuku na kontaktach).



Rys. 643



Rys. 644



Rys. 645

Wyłącznik minimalny ma tę wadę, że nie "trzyma" poniżej granicznego minimum, która wynosi około 10 % prądu normalnego (nominalnego). Niedogodność tę usuwa podany dalej wyłącznik wsteczny.

Rys. 644 przedstawia wyłącznik nadmiarowy. Blaszka „z” posiadająca odpowiednie wyżłobienie zapobiega wyłączeniu wskutek działania ciężarka G. Gdy jednak prąd J przekroczy dozwoloną granicę przyciągnie elektromagnes c kotwiczkę k, a połączony z nią palec p odchyli blaszkę „z” (obracającą się dokoła O) tak, że sworzeń w prześlizgnie się ponad noskiem blaszki z i ciężarek G opadnie ku dołowi i spowoduje tem samym wychwycenie się noża wyłącznika ze szczęki kontaktu.

Do zabezpieczenia zmiany kierunku przepływu prądu głównego służy wyłącznik zwrotny. Wygląda on tak samo jak nadmiarowy tylko posiada na elektromagnesie C dwa uzwojenia : jedno prądowe (mało zwojów grubego drutu) i jedno napięciowe (dużo zwojów cienkiego drutu). Oba uzwojenia działają w normalnym ruchu przeciw sobie tak, że elektromagnes c nie może przyciągnąć kotwiczki k (rys. 645). Gdy jednak kierunek prądu głównego J odwróci się przy niezmiennym znaku napięcia, rdzeń zostaje przez oba uzwojenia zgodnie namagnesowany i przyciągnie kotwiczkę k powodując wysko-

czenie wyłącznika. Na rys. 645 n.p. mamy układ, w którym generator prądu stałego G ładuje baterję akumulatorów. Przepływ prądu J jest od strony lewej ku prawej. Może się jednak zdarzyć, że generator przestanie dostarczać energii n.p. wskutek spadnięcia pasa napędzającego go. Wtedy popłynąłby prąd z baterji A do generatora G i pędziłby go jako motor. Aby temu niepożądanemu zjawisku zapobiec dajemy właśnie wyłącznik zwrotny. Przy spadnięciu pasa o d w r ó c i się kierunek prądu w cewce p r ą d o w e j, w cewce n a p i ę c i o w e j pozostanie natomiast niezmienny. Działania magnesujące obu cewek s u m u j ą się wtedy i wyłącznik przerywa obwód między generatorem a baterją.

Uwaga: Przy konstrukcji wyłączników elektromagnetycznych należy pamiętać o tzw. "lepkości magnetycznej" i celem jej przeciwdziałania zaopatrywać zwory we wkładki lub śrubki z materiału niemagnetycznego (Czytaj str. 462 "Szkodliwe działania magnetyczne").

VIII. Szkodliwe działania elektrodynamiczne.

Silne prądy (rzędu tysięcy amperów), występujące normalnie w pewnych urządzeniach elektrochemicznych (piece elektryczne), a anormalnie przy zwarcjach wielkich generatorów, transformatorów, obwodów wysokiego napięcia i.t.p., stanowią poważne niebezpieczeństwo dla całości urządzeń elektrycznych z uwagi na to, że pod działaniem tak wielkich prądów wystąpić mogą działania elektrodynamiczne rzędu tysięcy kg.

Grube szyny miedziane wiodące prąd do pieców elektrycznych nie wystarcza więc zmontować na izolatorach, lecz trzeba je jeszcze odpowiednio zabezpieczyć (usztywnić) przed wyrwaniem, a izolatory przed zdemolowaniem.

Połączenia czołowe uzwojenia dużych generatorów (turbogeneratorów) muszą otrzymać nader silne umocowanie, przytwierdzone do korpusu maszyny potężnymi śrubami.

Także cewki małych generatorów i motorów (szczególnie prądu zmiennego) należy bandażować (taśmą), w przeciwnym bowiem razie poszczególne druty drgając pod działaniem sił elektrodynamicznych (a także wskutek wstrząśnień mechanicznych) ocierają się wzajemnie o siebie, przez co uszkadzają sobie wzajemnie izolację, a to prowadzi następnie do przebicia i zwarć w uzwojeniu. ^{x)}

^{x)} W czasie Wielkiej wojny 1914-1918, gdy fabryki wypuszczały w pośpiechu maszyny z cewkami nie bandażowanymi, wypadki takie zdarzały się dość często.

Przy konstrukcjach wyłączników nie należy zapominać o działaniach elektrodynamicznych. Nie tylko z tego względu, że konstrukcję należy wykonać tak, aby wytrzymała bez szkody prąd zwarcia, lecz także i dlatego, że trzeba uwzględnić czy występujące w wyłącznikach siły elektrodynamiczne nie spowodują samoczynnego otwarcia się wyłącznika, lub czy otwieranie wyłącznika nie natrafi na zbyt duże przeciwdziałanie sił elektrodynamicznych^{x)}.

Odłączniki na wysokie napięcie, mogą być otwierane tylko bez prądu. Należy je przeto zabezpieczyć przed otwarciem się pod działaniem sił elektrodynamicznych, jakie mogą powstać przy zwarciach na linjach wysokiego napięcia. Gdy bowiem nastąpi otwarcie odłącznika pod prądem o wysokim napięciu, powstaje łuk w utworzonej w ten sposób przerwie, powodując zupełne zniszczenie odłącznika, oraz ewentualnie sąsiednich części składowych urządzenia.

W transformatorach ustalamy poszczególne cewki zapomocą izolacyjnych podkładek dystansowych, ściskając następnie zespół cewek przynależnych do jednego rdzenia śrubami. Ma to na celu zapobieżenie drganiu cewek wskutek elektrodynamicznych działań między cewkami. Brak takiego zamocowania cewek doprowadza do kompletnego zniszczenia uzwojenia transformatora. Drgania (przy częstotliwości $f = 50$ drgań na sekundę) spowodują bowiem w krótkim czasie zupełne obluzowanie się cewek, poczem nastąpi uszkodzenie izolacji, przebitcie i zwarcie.

^{x)} Czytaj n.p. Gantenbein : Die Kraftwirkung grosser Ströme in Schaltern. Bulletin Oerlikon, Nr 113, 1930.

Literatura do Elektrodynamiki:

- Grætz : Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus t.I,II,III.IV
- Chwolson : Lehrbuch der Physik t.IV
- Müller- Pouillet : Lehrbuch der Physik t.IV
- Benischke : Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik
- Cohn : Das elektromagnetische Feld
- Jasse : Die Elektromagnete
- Esselborn : Lehrbuch der Elektrotechnik
- Joubert : Zasady elektryczności
- Fraenckel : Lehrbuch der Elektrodynamik.

I N D U K C J A E L E K T R O M A G N E T Y C Z N A .

Wstęp.

Zjawisko indukcji elektromagnetycznej odkrył Michał Faraday w roku 1831, a ugruntował teoretycznie i rozbudował James Clark Maxwell w swem sławnym dziele " A Treatise on Electricity and Magnetism " (1873).

Faraday zwrócił główną uwagę na prąd powstający przy zjawisku indukcji elektromagnetycznej. Podłożem tego prądu może być zarówno przewodnik I-szej klasy (metal), jak i przewodnik II-giej klasy (elektrolit), a w ogólności materja, jako że każda materja przewodzi elektryczność. W materji przewodzącej indukować mają się - w myśl tezy Faradaya - SEM - czne, które wzniesają w zamkniętym obwodzie prądu indukcyjnego, podobnie jak je w nim wzniesają SEM - czne galwanicznych i termicznych źródeł prądu. (Indukcja faradayowska). Bez materji niema zatem - w myśl tej koncepcji - działań indukcyjnych, bo brak jest nietylko podłoża dla prądu lecz także siedliska dla indukowanej SEM - cznej.

Maxwell nietylko przydał tej koncepcji szatę matematyczną, lecz rozszerzył ją znacznie, stawiając tezę, że działania indukcyjne ujawniają się także w pustej przestrzeni, gdy zachodzą w niej zmiany stanów magnetycznych. Według Maxwella zmianom takim towarzyszy indukowane w pustej przestrzeni pole elektryczne (indukcja maxwellowska).

Prąd indukcyjny przypisuje Faraday działaniu indukowanej SEM - cznej, mającej swe siedlisko w materji, a Maxwell działaniu indukowanego pola elektrycznego ujawniającego się zarówno w materji jak i w okalającej ją pustej przestrzeni.

Poglądy Faradaya gruntowały się na bezpośrednich doświadczeniach i w zastosowaniu praktycznem doprowadziły do budowy maszynowych źródeł prądu, motorów elektrycznych i transformatorów.

Poglądy Maxwella były koncepcją myślową pozbawioną pierwotnie oparcia w doświadczeniach. Nic dziwnego przeto, że pogląd Faradaya, zresztą starszy od poglądu Maxwella, dominował jeszcze długie lata po ogłoszeniu teorii Maxwella. Dopiero słynne doświadczenia Henryka Rudolfa Hertza (1887 - 1891), opisane w dziele

" Untersuchungen über die Ausbreitung elektrischer Kraft " (1 - sze wydanie 1891, drugie 1895) i rozwój techniki prądów szybko_zmiennych (radjo) przyczyniły się do ugruntowania i rozpowszechnienia teorii Maxwella.

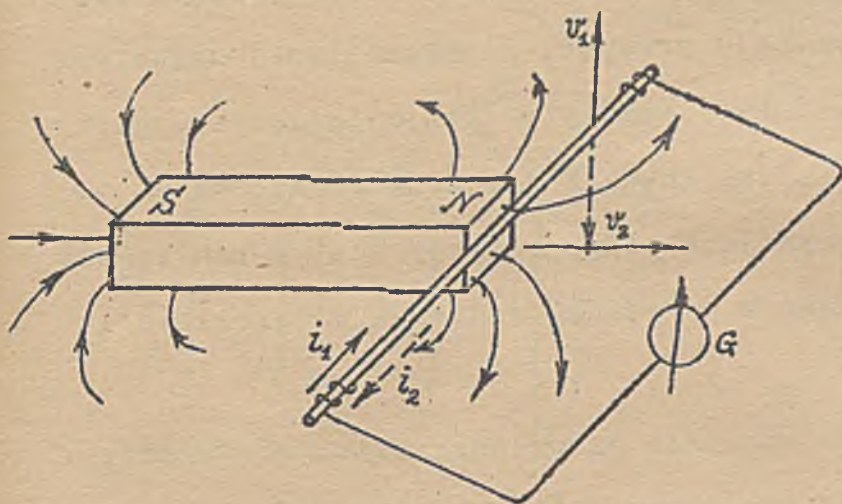
W niniejszym wykładzie o indukcji elektromagnetycznej, reprezentowane będą oba poglądy. W części I-szej "Indukcja w przewodniku" oprzemy się głównie na tezie Faradaya ; część II-ga "Indukcja w pustej przestrzeni" oparta będzie na teorii Maxwella. Rozgraniczenie takie zjawisk indukcyjnych uważam za konieczne ze względu na duże trudności, jakie początkującym elektrykom nastrocza studjum podstaw teorii Maxwellowskiej, bez należytego opanowania indukcji w przewodniku, opartej na nader prostych i fizykalnie przejrzystych tezach Faradaya.

A. Indukcja w przewodnikach.

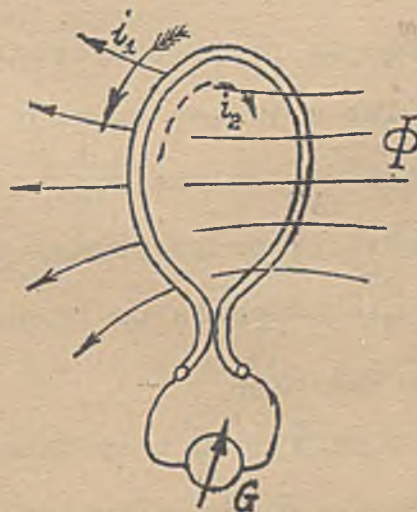
I. Zasadnicze prawa indukcji.

1. Zestawienie zjawisk.

Indukcja elektromagnetyczna (w odniesieniu do przewodników) nazywamy zjawiska polegające na wzniesaniu prądów (SEB-cznych) w przewodniku, gdy ten znajduje się w ruchu względem pola (rys.646) lub poddany jest działaniu zmiennego strumienia magnetycznego (rys.647). Na rys.646 przedstawiony jest przewód poruszający się względem pola magnet. magnesu stałego. Przy ruchach przewodnika w kierunkach v_1 lub v_2 , powstają w nim prądy (chwilowe) i_1 lub i_2 , co stwierdzamy obserwując wychylenia galwanometru G.



Rys.646. Indukcja przez ruch w polu magnetycznym.



Rys.647. Indukcja przez zmiany pola magnetycznego.

Rys.647 przedstawia pętlę, którą przenika zmieniający się w czasie strumień magnetyczny Φ . Gdy strumień Φ rośnie, powstaje w pętli prąd (chwilowy) w kierunku strzałki i_1 , gdy maleje powstaje w niej prąd przeciwnie skierowany (i_2).

Zarówno w pierwszym przypadku (indukcja przez ruch przewodnika w polu magnetycznym) jak i w drugim (indukcja przez zmiany pola magnetycznego), prądy indukcyjne ujawniają się jedynie przez czas trwania ruchu względnie zmian pola magnetycznego.

W opisanych dwu zjawiskach indukcji jest obojętne, czy pole magnetyczne, w którym porusza się przewód (rys.646), pochodzi od magnesu stałego, czy od elektromagnesu, lub jakiego pochodzenia jest strumień magnet. przenikający pętlę (rys.647).

Odnosnie do przypadku indukcji, przedstawionego na rys.646, jest pozatem rzeczą obojętną czy w ruchu jest przewodnik czy magnes, miarodajnym dla indukcji jest bowiem ruch wzgledny przewodnika i magnesu. Zarówno Faraday jak i Maxwell sprowadzili oba powyższe typowe przykłady indukcji do jednego.

Faraday postawił tezę, że indukcja elektromagnetyczna ujawnia się zawsze, gdy zachodzi przecinanie się przewodnika z linjami magnetycznymi.

Maxwell stanął na stanowisku, że wszystkie przypadki indukcji elektromagnetycznej można sprowadzić do jednego, a mianowicie do zmiany pola magnetycznego objętego pętlą.

Na pozór wydaje się, że obie tezy mówią to samo. Przy ruchu przewodnika (rys.646) możemy bowiem łatwo wyobrazić sobie owo "przecinanie" linii magnetycznych, a odnośnie do przykładu drugiego (rys.647) przyjąć, że skoro linii magnetycznych przybywa lub ubywa, a każda z nich musi być zamkniętą (linje indukcji magnet.) to zmiany strumienia Φ nie mogą dojść do skutku inaczej jak przy równoczesnem przecinaniu pętli przez przybywające lub ubywające linje magnetyczne. W ten sposób teza Faradaya nie natrafia na trudności nawet w przypadku indukcji w toroidzie jednorodnie uzwojonym.

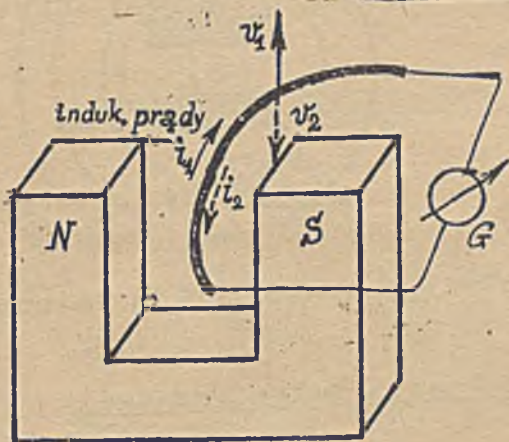
Także i przyjęciu tezy Maxwella nie stoi nic na przeszkodzie. Aby w przypadku ruchomego przewodnika stwierdzić prąd indukowany, trzeba załączyć galwanometr. Łącząc jednak galwanometr z końcami przewodnika stwarzamy pętlę. Możemy przez to powiedzieć, że indukcja w przypadku ruchu przewodnika (rys.646) da się odnieść do przypadku indukcji zachodzącej przy zmianie pola wewnątrz pętli, jak na rys.647. Na pozór więc obie tezy prowadzą do tego samego wyniku i sprowadzają wszystkie wypadki indukcji do jednego (Faraday - przecinanie linii magnet. Maxwell - zmiana strumienia w pętli). Gdy jednak zapytamy co będzie w przypadku ruchu przewodnika (rys.646) bez załączonego galwanometru, otrzymujemy dwie różne interpretacje. Teza Faradaya prowadzi do wniosku, że przewodnik taki ulegnie naelektryzowaniu (na jednym końcu dodatnio na drugim ujemnie); teza Maxwella skłania do mniemania, że w przypadku takim działania indukcyjnego zupełnie niema, bo brak pętli. Doświadczenie (indukcja w maszynach unipolarnych) daje wynik zgodny z wnioskiem wyprowadzo-

nym z pomocą tezy Faradaya zniewalając odnośnie do tezy Maxwella do pewnych uzupełnień, które dalej zajmiemy się. Dlatego też w dalszym wykładzie o indukcji nie będę naśladował modnego obecnie zwyczaju polegającego na interpretacji wszystkich zjawisk z pomocą tezy Maxwella, lecz uwzględnię także tezę Faradaya. W osobnym ustępie p.t. "Faradayowska i Maxwellowska interpretacja zjawiska indukcji w przewodniku" postaram się o uzasadnienie tego zjawiska.

Poniżej podaję kilka ważniejszych przykładów indukcji, wraz z zastosowaniem praktycznym. Przykłady te, znane z fizyki elementarnej, nie wymagają bliższych objaśnień.

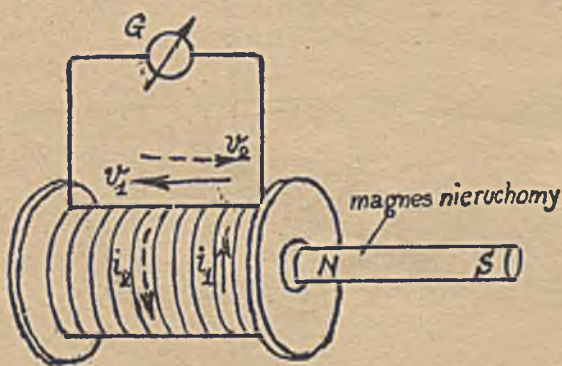
I. Indukcja wskutek ruchu przewodnika w polu magnetycznym.

Ruchy przewodnika względem magnesu.



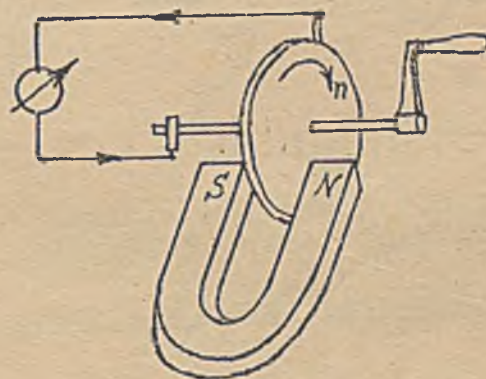
Rys.648. Przy ruchu przewodnika w polu magnet., lub ruchu pola względem nieruchomego przewodnika powstają prądy indukcyjne.

Ruchy cewki względem magnesu stałego.



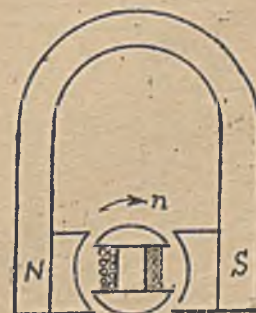
Rys.650. Przy ruchach cewki względem magnesu stałego powstają w cewce prądy indukcyjne.

Zastosowanie.



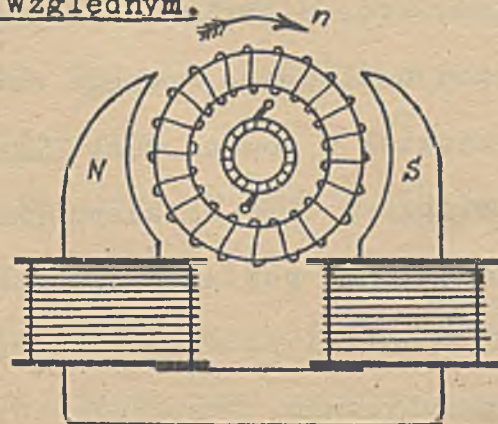
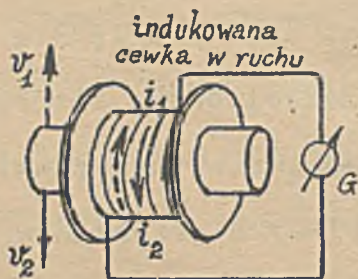
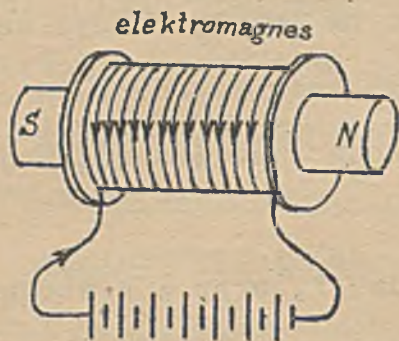
Rys.649. Najprostsza maszyna unipolarna (Faradaya).

Zastosowanie.



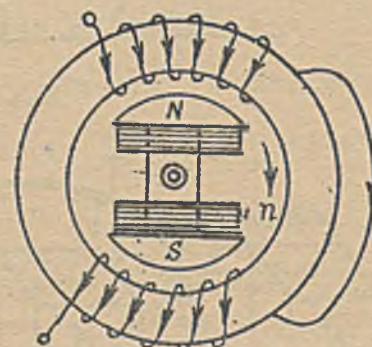
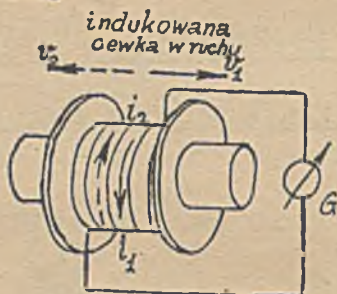
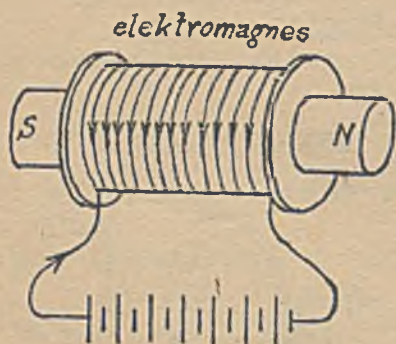
Rys.651. Magneto z twornikiem I-owym w przekroju.

Cewka z rdzeniem i elektromagnes w ruchu względnym.



Rys. 652. Cewka poruszana w polu magnet. elektromagnesu.

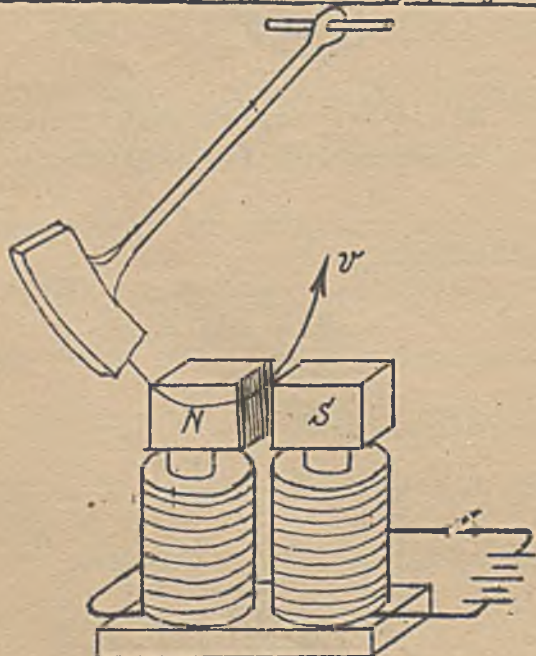
Rys. 653. Dynamo starszego typu.



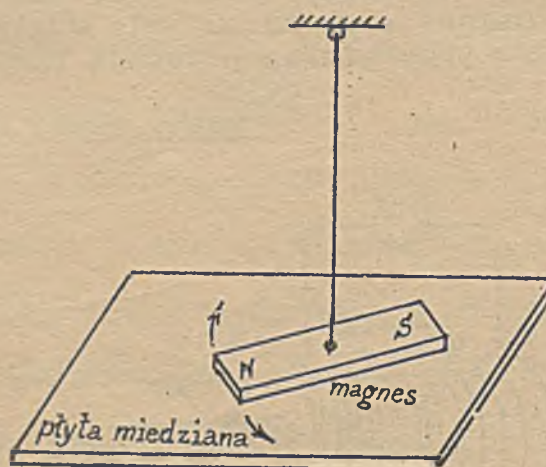
Rys. 654. Cewka poruszana w polu magnet. elektromagnesu.

Rys. 654a. Generator prądu zmiennego.

Indukcja przy ruchu względnym mas przewodzących i pola magnetycznego.



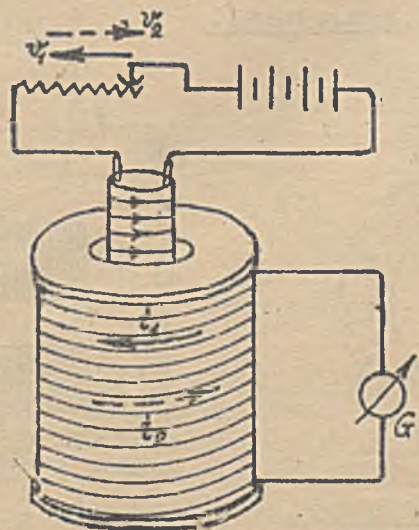
Rys. 655. Wahadło Waltenhofena. Przy ruchu wahadła względem elektromagnesów (przez szczelinę) powstają w tarczy wahadła tak silne prądy indukcyjne, że zostaje ono prawie natychmiast unieruchomione.



Rys. 656. Wahadłowe ruchy magnesu tłumią prądy wirowe indukowane w płycie miedzianej przez poruszający się magnes.

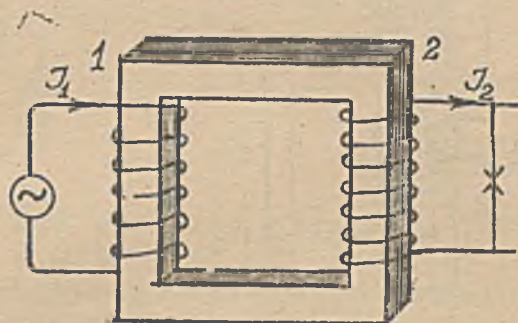
II. Indukcja przez zmianę strumienia magnetycznego.

Zmiany pola przez zmiany prądu.



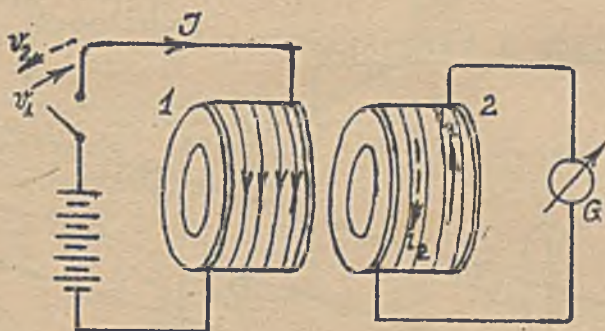
Rys.657. Zmiany prądu w jednej cewce indukują w drugiej prądy zmienne.

Zastosowanie

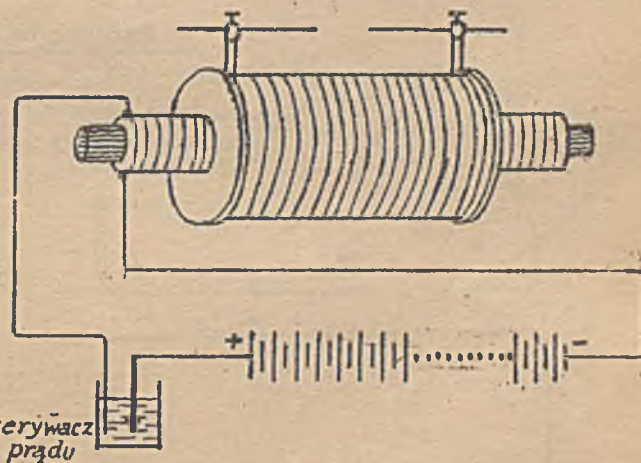


Rys.658. Transformator. Gdy w uzwojeniu "1" prąd J ulega zmianom, powstają w cewce "2" prądy indukcyjne.

Zmiany pola przez przerwy prądu.



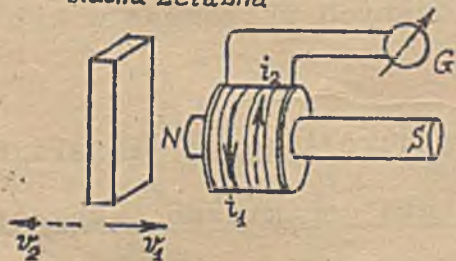
Rys.659. Przerwy prądu w jednej cewce (1) wznicią prądy indukcyjne w drugiej (2) a potem działają indukcyjnie także i na pierwszą cewkę (samoodukcja). Analogiczne zjawisko otrzymamy łącząc prąd do 2, a galvanometr do 1.



Rys.660. Induktor Ruhmkorffa z przerywaczem elektrolitycznym.

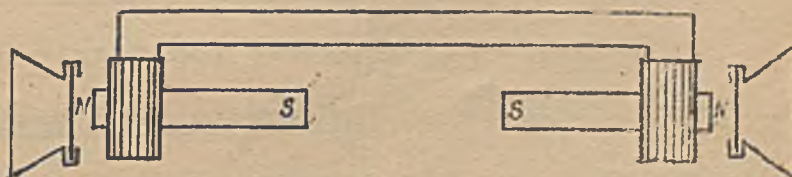
Zmiany pola przez zmiany otoczenia.

blacha żelazna



Rys.661. Zbliżanie i oddalanie blachy żelaznej względem cewki osadzonej na magnesie, lub ruchy magnesu względem blachy wznicią zmienne prądy induk.

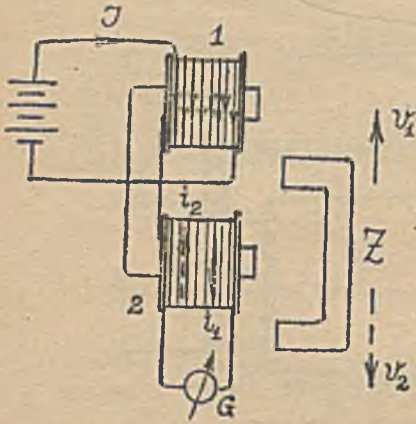
Zastosowanie



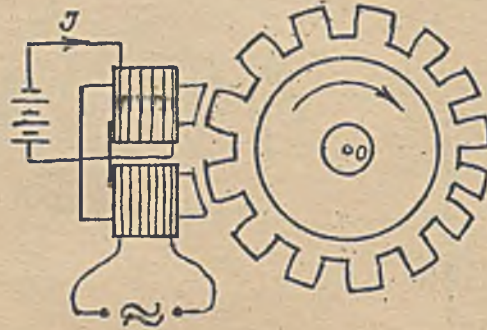
Rys.662. Najprostszy telefon. (Działa bez baterji i bez mikrofonu).

Zmiany pola przez ruchy zwory elektromagnesu.

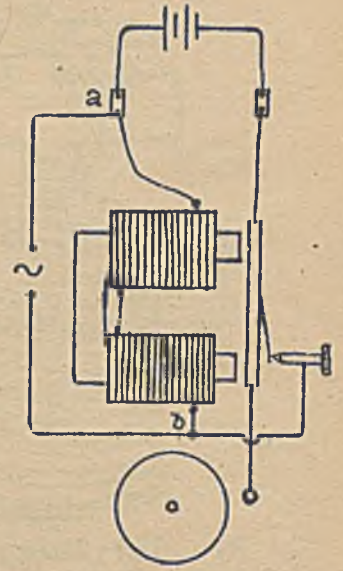
Zastosowanie



Rys.663. Zmiany strumienia w cewkach 1 i 2 spowodowane ruchami zwory (Z) wzniecają w tych cewkach prądy indukcyjne. Oczywiście oddalenie cewek przy zworze nieruchomej daje analogiczny efekt.

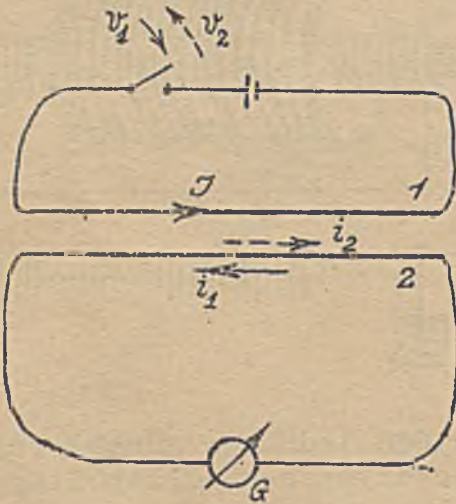


Rys.664. Generator prądów szybko-zmiennych z rotującym kołem zębatym z miękkiego żelaza.

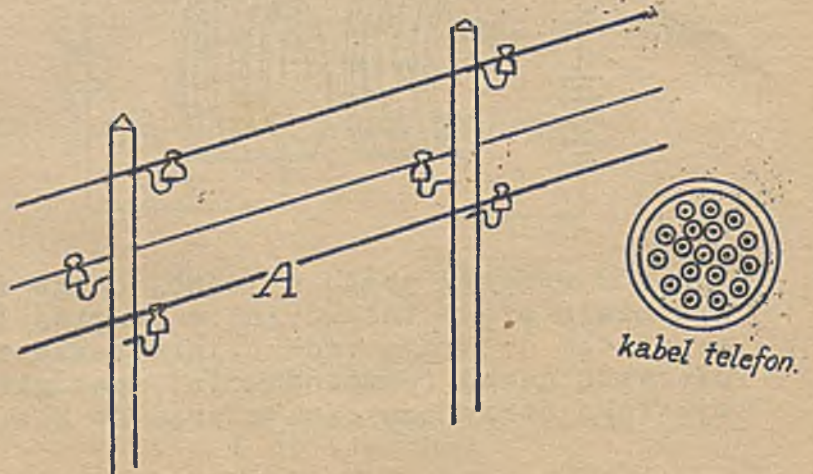


Rys.665. Zwykły dzwonek elektryczny na kontaktach „a”, „b”, przyłączonych do końcówek cewek. y elektryzuje

Indukcja w przewodach i kablach.



Rys.66. Zmiany prądów w jednym drucie (1), wzniecają prądy indukcyjne w drugim drucie (2).

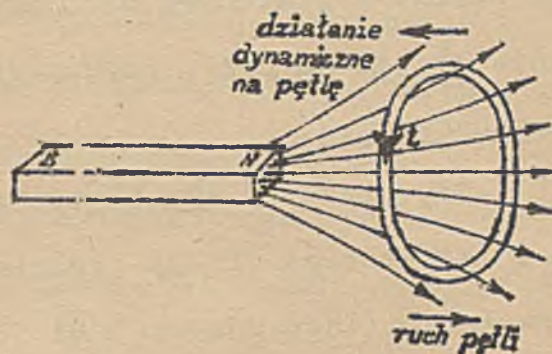
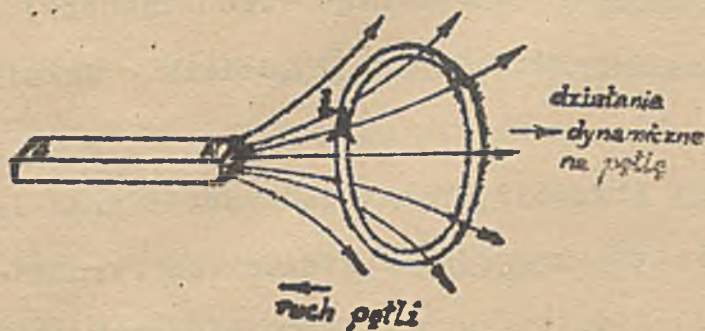


Rys.667. Wzajemny wpływ indukcyjny przewodów elektrycznych napowietrznych lub izolowanych ułożonych w kablach.

2. Prawo Lenza.

Rozpatrując wszystkie poprzednie przypadki indukcji, oraz jakiegokolwiek inne spostrzegamy, że indukowany prąd wywiera działanie dynamiczne i magnetyczne przeciwstawiające się działaniu indukującemu (Prawo Lenza).

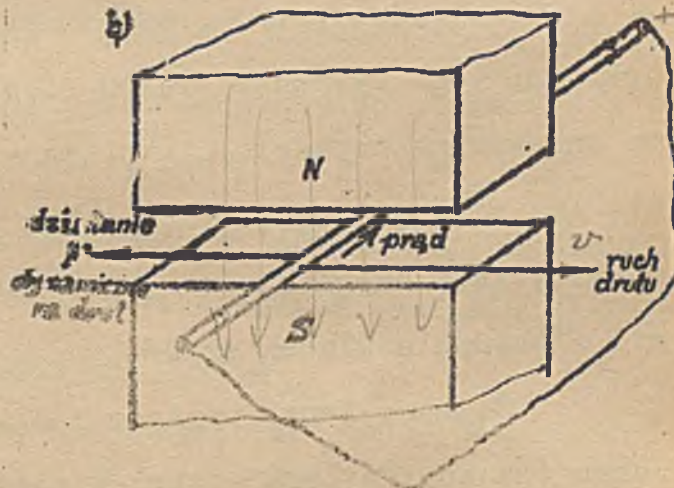
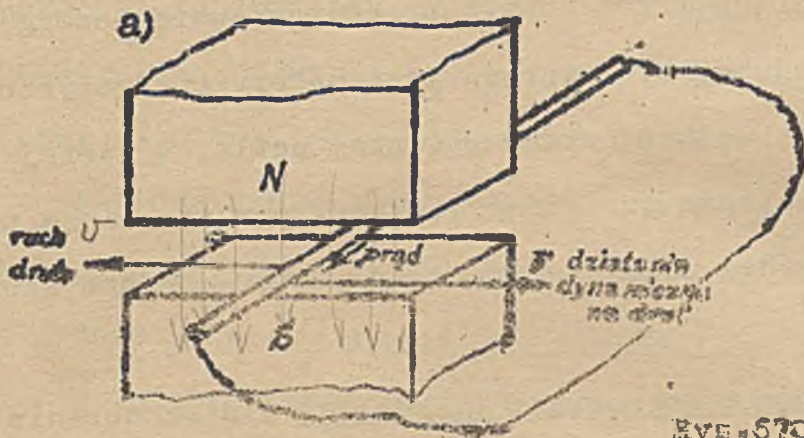
Przykład 1. Ruch pętli w pobliżu magnesu (rys.668,669)



Rys.668. Przy zbliżaniu pętli powstaje w niej prąd chwilowy (i) o kierunku takim, że działanie dynamiczne magnesu na pętlę i odwrotnie ujawnia się jako wzajemne odpychanie.

Rys.669. Przy oddalaniu pętli powstaje w niej prąd chwilowy (i) o kierunku takim, że działanie dynamiczne magnesu na pętlę i odwrotnie ujawnia się jako wzajemne przyciąganie.

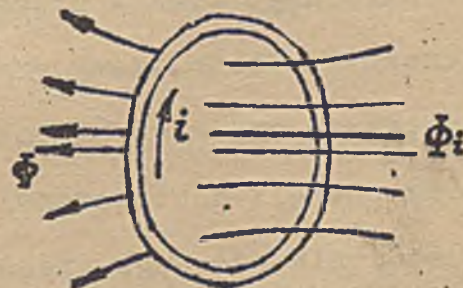
Przykład 2. Ruch przewodnika w polu w szczelinie magnesu (rys.670a,b)



Rys.670.

Przy ruchu (zamkniętego) przewodnika w polu magnetycznym powstaje w nim prąd o takim kierunku, że działanie dynamiczne pola na prąd ujawnia się jako hamowanie, Czyli więc mamy tu (rys.670a,b) jak i poprzednio (rys.668,669) oddziaływanie (dynamiczne) zarówno magnesu na drut, jak i drutu na magnes (Prawo akcji i reakcji).

Przykład 3. Zmiana strumienia w pętli (rys.671,672)



Rys.671. Strumień Φ rośnie.

Rys.672. Strumień Φ maleje.

Gdy strumień Φ objęty ^{pętlą} wzrostem (rys.671) powstaje w pętli prąd indukcyjny (i), którego własny strumień Φ_i ma kierunek przeciwny do pierwotnego (indukującego) strumienia Φ , zatem prąd, indukowany przez wzrost strumienia Φ , działa w układzie odmagnesowująco.

Gdy strumień Φ objęty pętlą maleje (rys.672) powstaje w pętli prąd indukcyjny (i), którego własny strumień Φ_i ma kierunek zgodny z kierunkiem strumienia pierwotnego (indukującego) Φ . Zatem prąd, indukowany przez zmniejszanie strumienia Φ , działa w układzie magnesująco.

We wszystkich opisanych powyżej i innych przypadkach indukcji prąd indukowany ujawnia niejako dążność do utrzymania stanu pierwotnego tj. tego jaki był przed zaistnieniem zjawiska indukcji. Dążność ta wynika z prawa zachowania energii

Na wytworzenie prądu indukcyjnego trzeba zużyć pracę równoważną energii jaką ten prąd wykonuje. Także stan indukcyjny bezprądu jest natury energetycznej, bo indukowane napięcie, ujawniające się na końcówkach otwartej pętli, w której zmienia się strumień magnetyczny, lub otwartego przewodnika, który porusza się w polu magnetycznym uwarunkowane jest obecnością pola elektrycznego, które trzeba wznieść z pewnym nakładem pracy.

Z prawa Lenza wypływa t.j. reguła korkociąga (Maxwella) dla oznaczenia kierunku indukowanej SEM -cznej w pętli i t.zw. reguła prawej ręki do wyznaczenia kierunku indukowanej SEM-cznej przy ruchu przewodnika w polu magnetycznym.

Pozatem prawo Lenza poucza nas, że "perpetuum mobile" jest także w zakresie działań indukcyjnych niemożliwe, także i w działaniach indukcyjnych mamy do czynienia jedynie z przemianą jednej formy energii na inną.

W przypadku ruchu przewodnika w polu magnetycznym wzniesienie i utrzymanie prądu indukcyjnego wymaga pracy mechanicznej. Dostarczając jej, n.p. do maszynowego źródła energii elektr., mamy przetwarzanie pracy mechanicznej na energję elektryczną. Indukowanie prądu we wtórnym uzwojeniu transformatora połączone jest także z nakładem energii dostarczanej do uzwojenia pierwotnego. Część tej energii odbieramy z uzwojenia wtórnego, reszta zużywa się na pokrycie strat w transformatorze.

3. Prąd indukcyjny i SEM-czna indukcji.

W zamkniętym obwodzie, poddanym działaniu indukcyjnemu, ujawnia się prąd, który nazywamy indukcyjnym. Posiłkując się analogją z obwodem prądu stałego, przyjmujemy, że prąd indukcyjny wywołany jest działaniem indukowanej SEM-cznej.

W ten sposób, obok SEM-cznych galwanicznych (elektrochemicznych) i termicznych dochodzimy do pojęcia nowej SEM-cznej indukcji, którą, jak tamte, oznaczać będziemy symbolem E i wyrażać w woltach (V).

W niezliczonych doświadczeniach ustalono, że SEM-czna indukcji nie zależy ani od materiału ani od kształtu elementów składających obwód indukcyjny. W pętli zrobionej z drutu powstaje taka sama SEM-czna jak w pętli utworzonej z rurki wypełnionej elektrolitem, gdy obie pętle będą mieć jednakowy kształt i poddane będą jednakowym działaniom indukcyjnym. W obu przypadkach otrzymamy jednakże różne natężenia prądów indukcyjnych, bo te - w myśl prawa Ohma - zależą nie tylko od wartości SEM-cznej (E) lecz także od oporu w obwodzie.

Wartość SEM-cznej indukcji zależy według Faradaya od ilości linii magnet. indukcji przeciętych przez przewodnik w jednostce czasu, a według Maxwella od zmiany na jednostkę czasu strumienia indukcji (Φ) objętego pętlą.

W interpretacji matematycznej prowadzą obie koncepcje do jednakowego wzoru

$$e = \frac{d\Phi}{dt}$$

gdyż $d\Phi$ możemy równie dobrze uważać za ilość linii indukcji przeciętych przez przewodnik w czasie dt , jak i za przyrost (+ $d\Phi$) względnie ubytek (- $d\Phi$) strumienia (Φ) na jednostkę czasu.

Podany powyżej wzór wynika wprost z prawa zachowania energii - jak to dalej wykażemy - i dlatego stanowi prawo (Maxwella).

4. Prawo indukcji Maxwella.

(Reguła korkociąga).

Dla indukcji w pętli, czyli w obwodzie zamkniętym, ustalił Maxwell następujące prawo ogólne :

Chwilowa wartość SEM-cznej (e) indukowanej w pętli przez zmienny strumień magnetyczny (Φ) jest proporcjonalna do zmiany tego strumienia na jednostkę czasu

$$e = \frac{d\Phi}{dt} \dots\dots\dots (1)$$

Powyższy wzór Maxwella opiera się na prawie zachowanie energii, jak wykazuje następujące rozważanie.

Przypuśćmy, że zmianę strumienia Φ uzyskujemy przez przesuwanie magnesu

względem pętli, lub pętli względem magnesu, co na jedno wychodzi. Praca wykonana przy takim przesuwaniu w czasie dt , określona jest w myśl (28,29 Elektrodynamika str.517) wzorem

$$dA = i \cdot d\Phi \dots\dots\dots (2)$$

gdzie (i) oznacza prąd chwilowy pętli, a $d\Phi$ przybytek lub ubytek strumienia Φ przypadający na czas dt .

Prąd (i) wzniecony działaniem indukowanej SEM-cznej e reprezentuje

w iloczynie z (e) i z czasem dt pracę elektryczną

$$dA = e \cdot i \cdot dt$$

Przyjmując w myśl prawa zachowania energii, że praca $A = i \cdot d\Phi$ w czasie dt zużyta została w całości na wytworzenie energii elektrycznej równoważnej iloczynowi $e \cdot i \cdot dt$

możemy napisać $dA = e \cdot i \cdot dt = i \cdot d\Phi$, skąd $e = \frac{d\Phi}{dt}$

We wzorze $A = i \cdot \Phi$, otrzymamy A w ergach, gdy wstawimy (i) i (Φ) w jedn. EM,

względnie w dżaulach gdy A obliczymy według wzorów

$$A = J \cdot \Phi \cdot 10^{-8} = E \cdot J \cdot t$$

wstawiając J w amp., Φ w jedn. EM, E w woltach, t w sek. (Elektrodynamika str.518).

Wynikają stąd wzory :

$$e_{EM} = \frac{d\Phi_{EM}}{dt_{sek}} \quad (\text{wzór fizyczny}) \dots\dots\dots (3)$$

$$e_{wolt} = \frac{d\Phi_{EM}}{dt_{sek}} \cdot 10^{-8} \quad (\text{wzór techniczny}) \dots\dots\dots (4)$$

Z pierwszego wzoru wyprowadzono elektromagnetyczną jedn. SEM-cznej : Jednostkę elektromagnetyczną (bezwzględną) SEM-cznej wznieca w pętli zmiana strumienia indukcji magnetycznej (Φ), gdy w pętli tej powstaje lub zanika jedna linia magnet na sekundę.

Techniczną jednostką SEM-cznej indukcji jest wolt (znak V)

$$1 \text{ wolt} = 10^8 \text{ jednostek elektromagnetycznych SEM.}$$

Ponieważ $300 \text{ V} = 1 \text{ jednost. ES}$, przeto

$$1 \text{ jednost. ES} = 300 \text{ woltów } x)$$

x) bez uwzględnienia wymiarów.

Uwzględniając powyższe, oraz wymiary jednostek

w układzie ES i EM, otrzymamy

$$\frac{3 \cdot 10^{10} \text{ jedn. EM}}{1 \text{ jedn. ES}} = 3 \cdot 10^{10} \frac{\text{cm}^{3/2} \cdot \text{g}^{1/2} \text{s}^{-8}}{\text{cm}^{1/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1}} = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/sek}$$

czyli prędkość światła $C = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/sek}$.

Fizyczny wzór Maxwella możemy przeto napisać także tak

$$e_{ES} = \frac{1}{C} \frac{d\Phi_{EM}}{dt_{sek}}$$

przyczem e wyrażone jest w jedn.ES, a Φ w jedn. EM, czas w sekundach ; C oznacza jak wyżej, prędkość światła w cm/sek.

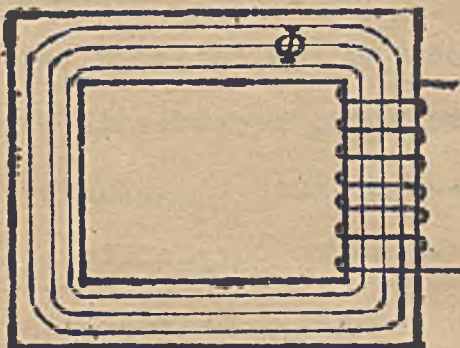
Powyższe wzory obowiązywały dla pętli o jednym zwoju. W przypadku gdy strumień przenika cewkę o z zwojach skupionych, napiszemy

$$e_{ES} = \frac{1}{c} \frac{d\Phi_{EM}}{dt} \cdot z \quad (\text{wzór fizyczny}) \dots\dots\dots (5)$$

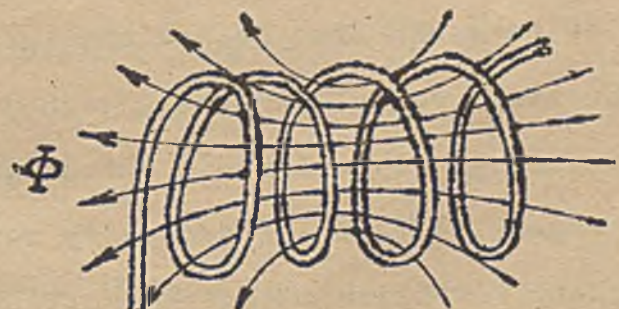
$$e = \frac{d\Phi}{dt} \cdot z \cdot 10^{-8} \text{ woltów} \quad (\text{wzór techniczny}) \dots\dots\dots (6)$$

Ostatni wzór nader ważny w elektrotechnice, należy stosować jedynie w tych wypadkach, gdy wszystkie linie magnetycznego strumienia objęte są wszystkimi zwojami cewki. Wypadek taki zachodzi w dość dużym przybliżeniu, gdy cewkę poddamy działaniu strumienia mieszczącego się w rdzeniu żelaznym (rys.673). W cewce powietrznej różne partje zwojów przenikają różne części strumienia (rys.674). W przypadku tym należy więc zamiast

$$\Phi \cdot z \text{ wstawić sumę } \Phi_1 \cdot z_1 + \Phi_2 \cdot z_2 + \dots\dots\dots + \Phi_n \cdot z_n = \sum \Phi \cdot z$$



Rys.673 $e = \frac{d\Phi}{dt} \cdot z \cdot 10^{-8} \text{ V}$



Rys.674 $e = \frac{d \sum (\Phi z)}{dt} \cdot 10^{-8} \text{ V}$

Otrzymamy wtedy wzór techniczny

$$e = \frac{d \sum \Phi \cdot z}{dt} \cdot 10^{-8} \text{ wolt.} \dots\dots\dots (7)$$

Należy zwracać baczna uwagę, gdzie znajduje zastosowanie wzór (6) a gdzie wzór (7)

Wzór
$$\sum \Phi \cdot z = \Phi_1 \cdot z_1 + \Phi_2 \cdot z_2 + \dots + \Phi_n \cdot z_n \dots (8)$$

gdzie
$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_n$$

$$z = z_1 + z_2 + \dots + z_n$$

określa t.zw. l i n j o z w o j e ("Φ" linje "z" zwoje). Niemcy wprowadzają

dla $\sum (\Phi \cdot z)$ znak Ψ , stąd wzór

$$e = \frac{d\Psi}{dt} \cdot 10^{-8}$$

(Patrz n.p. Fraenckel "Theorie der Wechselströme 1921, str.3), i nazywają $\Psi = \sum \Phi \cdot z$ "die Kraftlinienwindungszahl" a iloraz $\frac{d\Phi}{dt}$ z względnie $\frac{d\Psi}{dt}$ "der magnetische Schwund". Wprowadzam tu jako odpowiedniki polskie l i n j o z w o j e ($\Phi \cdot z$) i m a g n e t y c z n y z n i k ($\frac{d\Phi}{dt}$ z względnie $\frac{d\Psi}{dt}$)

Litera Ψ zarezerwowana jest w polskim znakownictwie dla strumienia elek-

trycznego, nie można więc polecić jej do oznaczenia $\sum (\Phi \cdot z)$. Poza to uważam, że

lepiej odstąpić w tym wypadku od jednego znaku i pozostawić $\sum (\Phi \cdot z)$, gdyż chroni

to od błędów w identyfikowaniu wzorów $\frac{d\Phi}{dt}$ i $\frac{d\Psi}{dt}$. (Mniej baczny czytelnik może

się zdawać na pierwszy rzut oka, że w podręczniku oznaczono strumień magnet.raz

znakiem Φ drugi raz Ψ . Przeoczenie to wkrađło się już do niektórych polskich

wykładów o indukcji).

Wzory (6 i 7) wskazują, że do wzniesienia indukcyjnych SEM-cznych potrzeba

albo dużych strumieni, albo szybkich zmian, lub wreszcie cewek o dużych ilościach

zwoji. Do wzniesienia 1 V w pojedynczej pętli potrzeba by w pętli tej na sekundę

znikało lub pojawiało się w sposób jednostajny 10^8 czyli 100 milionów linii magnet

indukcji. Tę samą SEM-czną osiągniemy, gdy będzie się pojawiać lub znikać w tej

pętli jedna linja magnet. w czasie jednej stumiljonowej sekundy. Wreszcie tę samą

SEM-czną uzyskamy, gdy w cewce o "z" zwojach pojawi się lub zniknie na sekundę

$\frac{10^8}{z}$ linii magnet. W technice spotykamy zarówno cewki indukcyjne o dużych ilościach

zwoji a niezbyt szybkich zmianach Φ (transformatory) jak i cewki o małych ilo -

ściach a bardzo szybkich zmianach strumienia Φ (anteny ramowe).

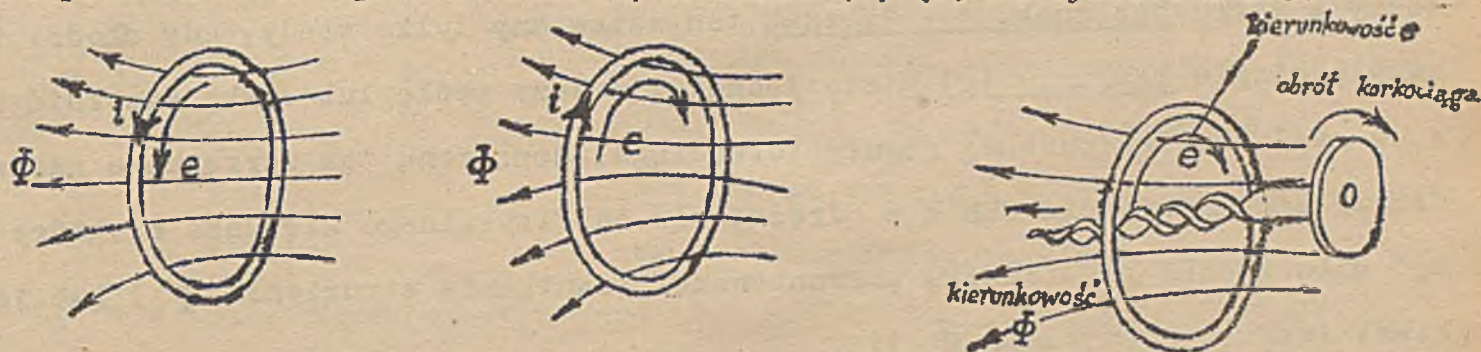
Reguła korkociąga.

Należy jeszcze ustalić kierunek indukowanej pętli SEM-cznej. Uskuteczniamy

to łatwo z pomocą prawa Lenza. Gdy strumień rośnie ($d\Phi$ przyrost), SEM indukcji

w pętli ma kierunek taki, iż wzniecony przez nią prąd przeciwstawia się wzrostowi strumienia Φ (rys.675).

Gdy strumień maleje ($d\Phi = \text{ubytak}$), SEM indukcji w pętli ma kierunek taki, iż wzniecony przez nią prąd stara się utrzymać strumień w pierwotnej wartości (rys. 676). Odpowiednio do tego oznaczone są kierunki (e) (i) na rys.675 i 676.



Rys.675 Strumień Φ rośnie. Rys.676 Strumień Φ maleje. Rys.677 Reguła korkociąga Maxwella.

Strzałki e w rys.675 i 676 przedstawiają f i z y k a l n e kierunki działania indukowanej pętli SEM-cznej indukcji, tak jak je znamy w źródle prądu stałego. Kierunki prądów indukcyjnych (i) oznaczamy zgodnie z kierunkami SEM-cznych, które je wznieciły.

Maxwell zaproponował do oznaczania kierunku SEM e t.zw. r e g u ł ę k o r k o c i ą g a (rys.677). Wyobraźmy sobie, że w pętłę wsadzony jest korek, w który wkręcamy korkociąg w kierunku strumienia Φ . Gdy posuwisty ruch trzpienia korkociąga odpowiada kierunkowi Φ , obrotowy ruch rączki wkręcanego korkociąga jest zgodny z kierunkiem (e) dla przypadku, gdy strumień Φ maleje (reguła korkociąga).

Uważając dla rosnącego Φ przyrost $d\Phi$ za dodatni, a dla malejącego Φ ubytek $d\Phi$ za przyrost ujemny, napiszemy

$$e = - \frac{d\Phi}{dt} \cdot 10^{-8}$$

Wzór ten ze znakiem "-" i ze strzałką na SEM-czną e wyznaczoną według reguły korkociąga, daje nam zarazem wartość i kierunkowość e. Wstawiając bowiem dla wzrostu Φ wartość $d\Phi$ ze znakiem dodatnim, otrzymamy ujemną wartość (e), co oznacza, że fizyczny kierunek (e) jest przeciwny do strzałki wyznaczonej w myśl reguły korkociąga. Wstawiając zaś dla ubytku Φ wartość $d\Phi$ ze znakiem ujemnym, otrzymamy dodatnią wartość (e), co oznacza, że fizyczny kierunek (e) jest zgodny ze strzałką wyznaczo-

ną w myśl reguły korkociąga.

Powyższe podaję dlatego tak szczegółowo, ponieważ wielu elektrotechników (nawet wybitniejszych) uważa znak " - " w powyższym wzorze za nierozłączną jego część integralną, bez względu na to czy chodzi o wyznaczenie samej tylko wartości czy wartości i kierunku SEM e . Z powyższych rozważań wynika, że wartość SEM e obliczamy z wzoru bez znaku " - ", znak ten wstawiamy tylko wtedy, gdy chodzi także o uwzględnienie kierunku (e). Wtedy jednakże należy pętlę lub cewkę uzupełnić strzałką e , w myśl powyżej podanej reguły korkociąga. Oznaczoną tak strzałką e nazywać będziemy kierunkowością SEM e w odróżnieniu od fizykalnego kierunku e , który może być albo zgodny ze strzałką kierunkowości (zanikanie strumienia Φ) lub jej przeciwny (wzrost strumienia Φ).

Prawo Maxwella wysunięto obecnie na czoło rozważań o indukcji elektromagnetycznej. koncepcja Faradaya o przecinanych liniach magnetycznych znajduje w podręcznikach coraz mniejsze uwzględnienie lub jest całkowicie pomijana, ze szkodą dla należytego zrozumienia działań indukcyjnych. W wykładzie naszym nie będziemy naśladować tych modnych obecnie tendencji, lecz obok koncepcji i prawa Maxwella uwzględnimy także koncepcję i prawo Faradaya. Oparcie się jedynie na maxwellowskiej zmianie strumienia (Φ) z pominięciem faradayowskiego przecinania linii magnetycznych prowadzi do zbyt formalistycznego traktowania zjawisk indukcji, utrudniając orientację w skomplikowanych przypadkach (Patrz dalej: "Faradayowska i Maxwellowa interpretacja zjawiska indukcji w przewodniku").

5. Prawo indukcji Faradaya.

(Reguła prawej ręki względnie reguła trzech palców)

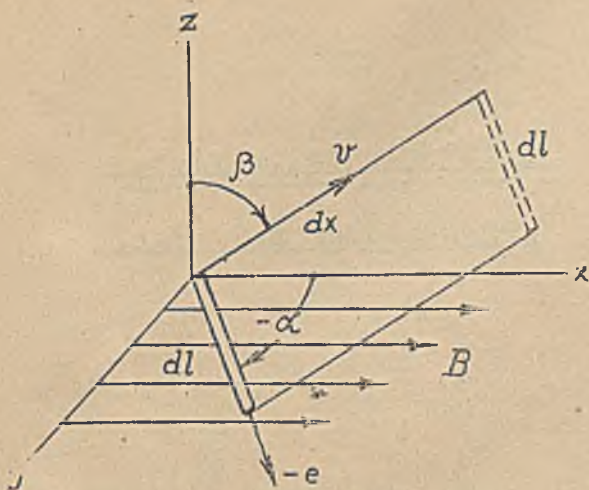
W przewodniku poruszającym się w polu magnetycznym powstaje SEM-czna indukcji, proporcjonalna do ilości linii indukcji przeciętych przez ten przewodnik w jednostce czasu (Prawo Faradaya)^x.

Gdy element przewodu $d\ell$ (rys. 678) zawierający z linjami indukcji kąt α przesuniemy o długość dx w kierunku v , element ten przetnie

$$d\Phi = B \cdot d\ell \cdot dx \cdot \sin\alpha \cdot \cos\beta$$

linij indukcji. Przy czasie dt trwania takiego przesunięcia dx powstanie w elemen-

^x) Oczywiście także i prawo Faradaya wspiera się na prawie zachowania energii. Dowód analogiczny jak poprzednio przy prawie Maxwella.



Rys.678

cie dl SEM-czna indukcji

$$de = \frac{d\Phi}{dt} = B \cdot dl \cdot \frac{dx}{dt} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \beta$$

Jednakże iloraz dx/dt odpowiada prędkości v elementu dl , możemy zatem napisać

$$de = B \cdot dl \cdot v \cdot \sin \alpha \cdot \cos \beta \dots (9)$$

Wzór ten nazywać będziemy prawem Faradaya.

Dla B w jedn. EM czyli w gaussach, l w cm, v w cm/sek wypada e w jedn. EM jak to wynika z rozważań poprzedniego ustępu.

Dla e w woltach napiszemy przeto

$$de = B \cdot dl \cdot v \cdot \sin \alpha \cdot \cos \beta \cdot 10^{-8} \text{ V} \dots (10)$$

Gdy $\alpha = 90^\circ$ a $\beta = 0^\circ$ będzie

$$de = B \cdot dl \cdot v \cdot 10^{-8} \text{ V} \dots (11)$$

Gdy przewodnik zanurzony jest na długość l w jednostajnym polu magnetycznym o indukcji B a $\alpha = 90^\circ$ i $\beta = 0^\circ$ (rys.679 i 680) możemy napisać

$$e = B \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8} \text{ V} \dots (12)$$

W praktycznych obliczeniach głównie ten wzór wchodzi w rachubę, normalnie mamy bowiem do czynienia z przewodnikami ułożonymi prostopadle do linii magnet. indukcji i poruszającymi się prostopadle do tychże (rys.679 i 680).

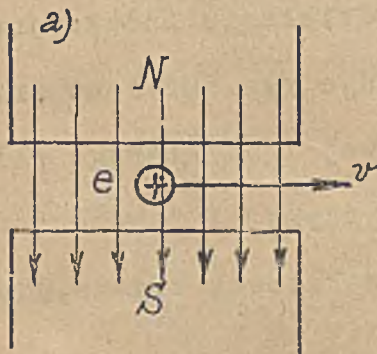
W przypadku takim wyznaczamy kierunek indukowanej SEM-cznej e z pomocą tzw. pravidła prawej ręki lub reguły trzech palców. Pravidło prawej ręki wynika wprost

z prawa Lenza i opiewa :

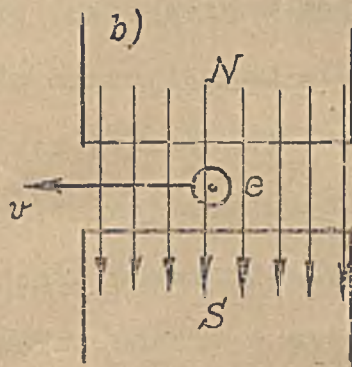
Gdy zwrócimy dłoń prawej ręki ku strzałkom linii indukcji, a wielki palec w kierunku ruchu przewodnika (v) to końce palców tej ręki wskażą nam kierunek indukowanej SEM.

Pravidło to ilustruje rys.681.

Dla przypomnienia okazana jest jesz

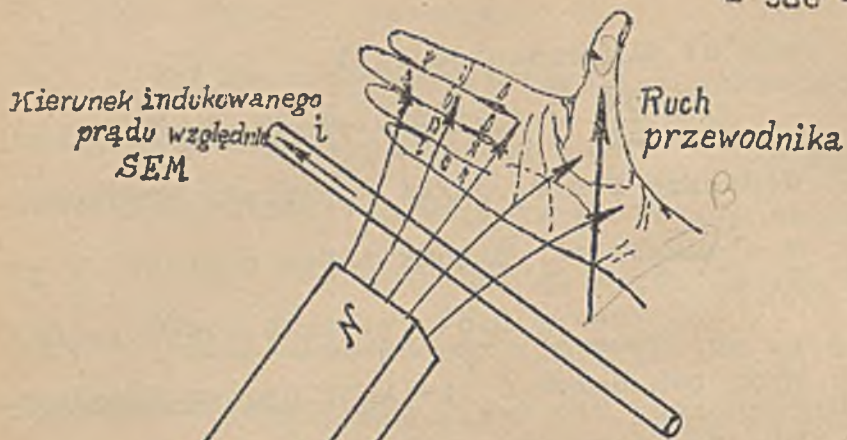


Rys.679

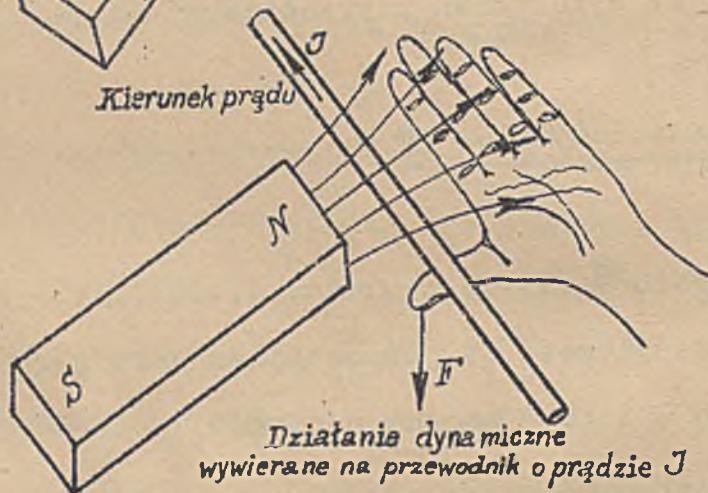


Rys.680

cze na rys.682 reguła lewej ręki, ważna dla działań dynamicznych.



Rys. 681



Rys. 682



Działania indukcyjne.

Prawidło prawej ręki.



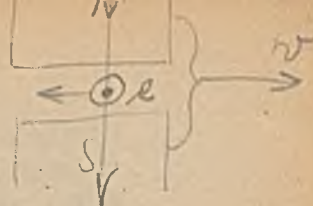
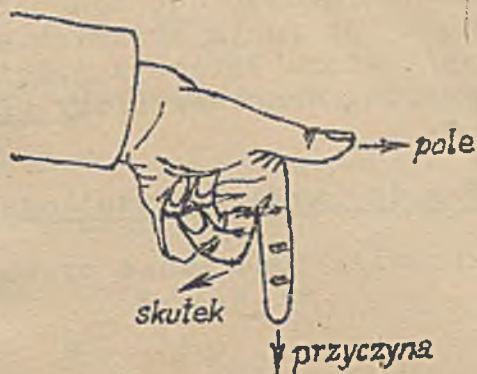
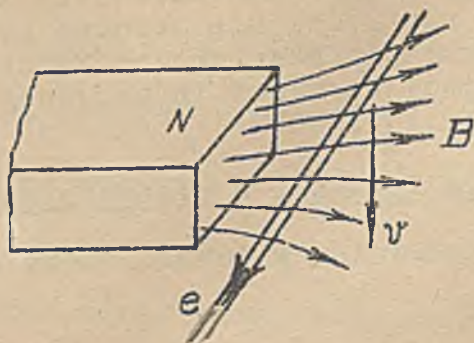
Działania dynamiczne.

Prawidło lewej ręki.

Jak widać, oba prawidła pokrywają się co do kierunku prądu w przewodniku i sposobu ustawienia dłoni, ku strzałkom linii magnetycznych. Różnica występuje tylko w tem, że dla działań indukcyjnych wielki palec prawej ręki wskazuje kierunek ruchu przewodnika indukowanego, a dla działań dynamicznych, wielki palec lewej ręki wskazuje kierunek działania dynamicznego (siły F) .

Zastosowanie reguły trzech placów w przypadku, gdy działaniu indukcyjnemu podlega przewodnik poruszający się w polu magnetycznym okazuje rys.683. Jest przytem rzeczą obojętną czy użyjemy do tego celu ręki prawej czy lewej i od którego palca zaczniemy liczyć, byleby tylko palce wskazujące "pole", "przyczynę" i "skutek" następowały po sobie w porządku odpowiadającym kierunkowi ruchu wskazówek zegara, gdy patrzymy do wnętrza "układu osi" utworzonego z trzech palców.

W przypadku gdy przewodnik zawiera z linjami magnet. indukcji kąt α , i porusza w kierunku v nachylnym pod kątem β do osi „z” (rys.678), kierunek indukowanej SEM-owej zależy od wartości kątów α i β .Dla podanych na rys.678 strzałek B i v wy-



Rys.683 Reguła trzech palców. *(przy ruchu przewodnika)*

pada kierunek e oznaczony strzałką, gdy z wzoru

$$e = B \cdot l \cdot v \cdot \sin \alpha \cdot \cos \beta$$

Tekst dla drutów i indukcji i magnetyzacji

wypadnie dodatnia wartość e, a kierunek przeciwny, gdy wzór ten daje wartość ujemną e. Kąty α i β należy oczywiście wstawiać we wzór z uwzględnieniem znaku. Tak n.p. na rys.678 kąt α ma znak ujemny, bo jest mierzony w kierunku ruchu wskazówek zegara (a więc przeciw umowie matematycznej). Dlatego też opisano go na tym rysunku ze znakiem " - ".

Kąt β wypada na rys.678 ze znakiem dodatnim, bo jest mierzony od dodatniej osi z ku pierwszej ćwiartce. W przypadku przedstawionym na rys. 678 fizyczny kierunek e będzie zatem przeciwny do oznaczonej tam strzałki e, bo z powyższego wzoru wypadnie (po wstawieniu - α) ujemna wartość e.

Uwaga 1 : Podane poprzednio zasadnicze prawa indukcji Maxwella i Faradaya obowiązują także i w takim przypadku, gdy przez przewodnik, poddany działaniu indukcyjnemu, płynie prąd dowolnego pochodzenia.

W drucie poruszającym się w polu magnetycznym powstaje więc SEM-czna

$$e = B \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8} \text{ V}$$

Zarówno wtedy, gdy przez drut ten nie płynie żadem prąd (obwód otwarty), jak i w przypadku, gdy przepływa przez niego prąd J, n.p. z załączonej na końcówki baterji akumulatorów.

W pętli poddanej działaniu indukcyjnemu zmiennego pola magnetycznego powstaje SEM-czna

$$e = \frac{d\Phi}{dt} \cdot z \cdot 10^{-8} \text{ V}$$

zarówno gdy pętla ta nie zawiera żadnego źródła prądu jak i w przypadku gdy w nią włączymy n.p.ogniwo galwaniczne.

Każdy prąd wytwarza pole magnetyczne, jest przeto rzeczą oczywistą, że gdy przez przewodnik poddany działaniu indukcyjnemu, przepływa prąd zmienny, to również i ten prąd musi wywierać działania indukcyjne przez swe zmienne pole magnetyczne. Działania te omówimy dalej o rozdziałach p.t. "Indukcja własna" i "Indukcja wzajemna".

Uwaga 2.: W wielu przypadkach można zastosować do obliczenia SEM-cznej indukcji równie dobrze prawo Maxwella jak i Faradaya. Jakkolwiek się w takich przypadkach zdecydujemy, należy stosować tylko jeden z tych wzorów a nie oba równocześnie. Gdy cewka jest przecinana przez linje magnetyczne, linje te wnikają do cewki lub ją opuszczają, należy więc albo wykorzystać tezę prze

cinania (Faradaya) lub dokonać obliczenia "e" w myśl maxwellowskiej tezy, operującej zmiennym strumieniem. Równoczesne uwzględnienie zarówno przecinania czyli wzoru Faradaya jakoteż i zmian strumienia objętego cewką czyli wzoru Maxwella, doprowadziłoby błędnie do podwójnej wartości indukowanej SEM-cznej e.

6. Faradayowska i Maxwellowska interpretacja indukcji w przewodniku.

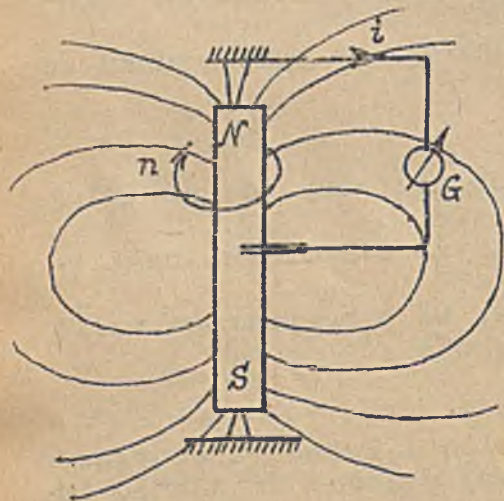
Jakkolwiek podstawowe prawo indukcji w przewodniku w formie wzoru ogólnego

$$e = \frac{d\Phi}{dt}$$

jest proste, to jednak wywołało długotrwałe dyskusje na temat poglądów Faradaya i Maxwella odnośnie do mechanizmu zjawisk indukcji. Atakowano zarówno koncepcję Faradaya, opartą na przecinanych liniach magnetycznych, jak i koncepcję Maxwella wspierającą się na zmianach strumienia objętego pętlą.

Przytoczymy tu kilka ciekawych doświadczeń wraz z odnośniami uwagami krytycznymi.

Doświadczenia Faradaya nad indukcją unipolarną.



Rys.684

Faraday okazał, że gdy do obracającego się magnesu NS przyłożymy końcówki przewodnika dotykającego osi i środka magnesu (jak podano na rys.684), powstaje w utworzonym w ten sposób obwodzie jednokierunkowy prąd indukcyjny (co stwierdzamy z pomocą galwanometru G). Przy stałych obrotach (n) otrzymujemy tu stały prąd indukcyjny, a ponieważ indukcyjne działanie pochodzi tu pozornie od jednego bieguna, nazwano ten przypadek (i analogiczne) nie

właściwie indukcją unipolarną. Faraday objaśnił zjawisko indukcji unipolarnej przyjmując że wraz z obracającym się magnesem wiruje także jego pole magnetyczne przecinając swymi liniami nieruchomy drut z galwanometrem. Przeciwno takiej interpretacji wystąpił cały szereg fizyków, starając się dowieść, że w wypadku tym nie można mówić o wirowaniu pola magnetycznego, albowiem wektor indukcji B wyznaczony w jakimkolwiek punkcie przestrzeni ma zarówno w spoczynku jak i przy ruchu magnesu tę samą wartość i kierunek.

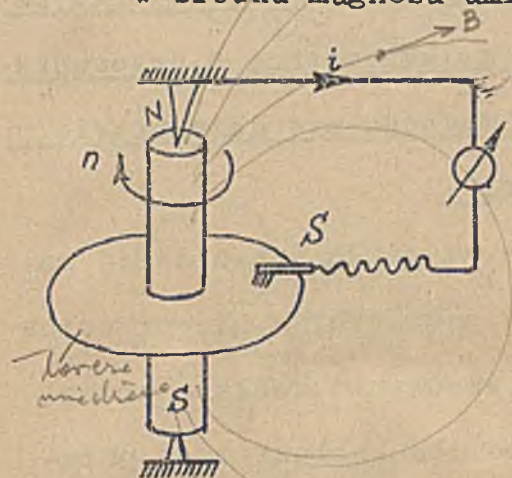
Długotrwałe spory i dyskusje na temat indukcji unipolarnej nie doprowadziły

właściwie do rezultatu były wznawiane aż do naszych czasów. x)

Osobiście nie widzę w Faradayowskiej interpretacji zjawiska indukcji unipolarnej żadnych niejasności. W przypadku opisanym poprzednio wektor B ma wprowadzić jednakową wartość i kierunek dla danego punktu przestrzeni, bez względu na to czy magnes stoi czy wiruje, nie mniej jednak gdy magnes spoczywa, pozostają w spoczynku także wektory B wszystkich punktów przestrzeni, gdy zaś magnes wiruje, mamy ruch wektorów B . Osobiście akceptuję więc tezę, że wraz z magnesem wiruje także jego pole magnetyczne.

Stanowisko to znajduje uzasadnienie w następującym doświadczeniu.

W środku magnesu umieszczamy krążek metalowy (rys.685) i do krążka tego



Rys.685

przytkamy szczotkę S. Przy jednostajnych obrotach magnesu, wychylenie galwanometru jest tem większe (a więc tem większy indukowany prąd i) im bliżej osi magnesu umieścimy szczotkę S. W interpretacji Faradaya wyjaśnienie zależności indukowanego prądu (i) od położenia szczotki na krążku (wirującym razem z magnesem) sprowadza się do stwierdzenia faktu, że w krążku nie powstaje żadne

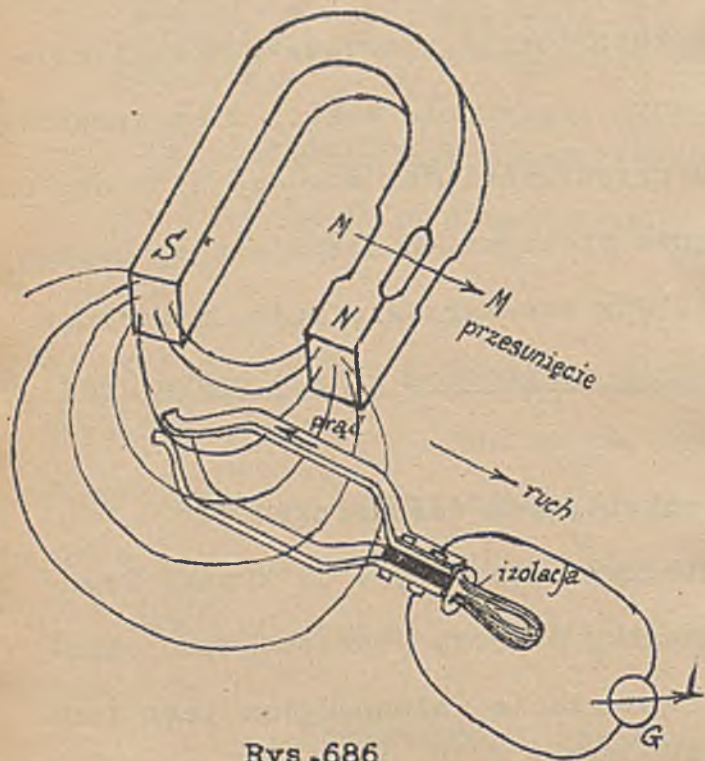
działanie indukcyjne, ponieważ nie przecina on żadnych linii magnetycznych, gdyż wiruje razem z nimi.

Doświadczenie przedstawione na rys.685 poucza, że formalistyczna (czysto matematyczna) interpretacja wzoru i tezy Maxwella może w pewnych przypadkach indukcji doprowadzić do mylnych wniosków. Okażemy to jeszcze w dalszych przykładach, przytaczając doświadczenie Heringa xx).

x) Faraday (1821) Exp. Research Tom II str.127, Ampère (1822) Annales de chimie et de physique, tom 37 str.113, tom 20 str.60, oraz Collection de mémoires relatifs à la physique, publiés par la Société française de physique, tom II str.192 i tom III str.246 i 275. Weber (1839) Resultate aus den Beobachtungen des Magnetischen Vereines im Jahre 1839, wydane przez Gaussa i Webera, oraz Poggend. Annalen tom 52 str.353. Lecher (1899) Über einen experimentellen und theoretischen Trugschluss in der Elektrizitätslehre. Wiedemann Annalen tom 69 str.781 (1899). Hagenbach (1900) Der elektromagnetische Rotationsversuch und die unipolare Induktion (Programm zur Rektoratsfeier der Universität Basch, 1900). Valentiner (1904) Die elektrische Rotation und die unipolare Induktion, Karlsruhe 1904 (zawiera zestawienie prac.)

xx) Journal of the Franklin Institute, 1921, tom CXCII str.599 - 622 oraz Revue Generale de l'électricité 1922, str.532 (Revision de quelques lois de l'électromagnétisme).

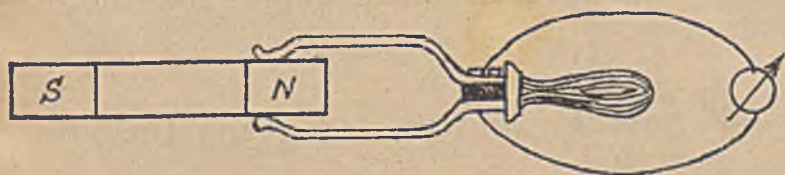
Pierwsze doświadczenie Heringa (rys.686)



Rys.686

Dwa sprężyste kabłąki metalowe, z jednej strony stykające się z sobą z drugiej odizolowane i połączone z galwanometrem, przesuwamy szybko raz w powietrzu, w pobliżu bieguna N magnesu stalowego (NS), a drugi raz przez rdzeń w miejscu MN, oba razy w jednakowym położeniu pętli, powierzchnie kabłąków prostopadle do kierunku linii magnetycznych. Przesunięcie w powietrzu daje wychylenie w galwanometrze G, przesunięcie przez rdzeń magnesu nie daje prawie żadnego wychylenia.

Wynikałoby stąd, że także indukcja w pętli polega na przecinaniu linii magnetycznych, bo przecinamy je przecież poruszając pętlą w powietrzu, a nie przecinamy, gdy przesuwamy ją przez rdzeń. Ponieważ także przy przesuwaniu kabłąka przez rdzeń magnesu obwód galwanometru nie zostaje przerwany, bo oba kabłąki mają połączenie (galwaniczne) przez stal rdzenia magnesu (rys.687), przeto musimy stwierdzić



Rys.687

że w omawianym przypadku formalna zmiana strumienia magnetycznego w pętli przesuwanej przez rdzeń magnesu (rys.687) nie daje żadnego działania indukcyjnego. W odniesieniu do tezy Faradaya wynik ten nie

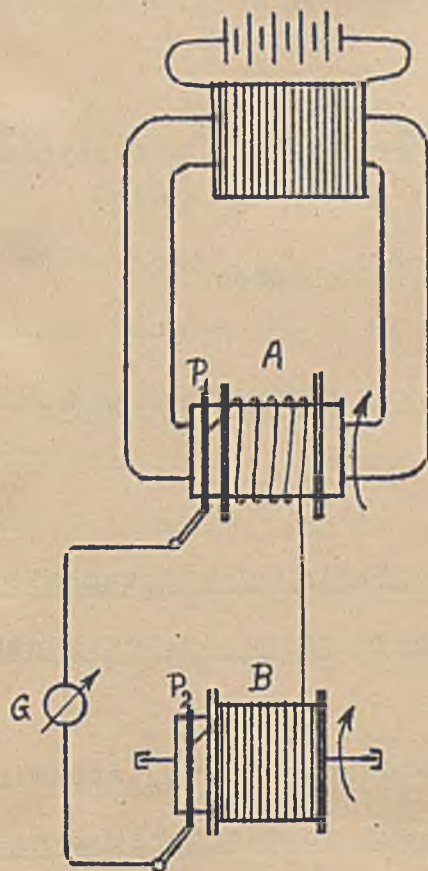
stanowi niespodzianki, poucza jednak, że wzoru Maxwella

$$e = \frac{d\Phi}{dt}$$

nie należy traktować zbyt formalistycznie tzn. jedynie jako formuły matematycznej, lecz że w wątpliwych przypadkach należy jako sprawdzianu użyć tezy Faradaya.

Drugie doświadczenie Heringa (Rys.688)

Na obracającą się szybko tulejkę z materiału izolacyjnego (A) osadzoną na



Rys.688

rdzeniu magnesu stalowego lub elektromagnesu, przewijamy szybko drut izolowany z cewki B. Tulejki obu cewek mają po jednym pierścieniu metalowym. Jeden z nich (P_1) połączony jest z początkiem, drugi (P_2) z końcem drutu. Szczotki kontaktujące z pierścieniami łączymy z czułym galwanometrem (G). Przy szybkich obrotach tulejki A drut (izolowany) odwija się z B i nawija się na A. W ten sposób cewka z drutu, przez którą w B nie przenikał żaden strumień magnetyczny, otrzymuje w A pełny strumień magnesu czy elektromagnesu. Mimo to galwanometr (G) nie okazuje żadnego wychylenia przez cały czas trwania przewijania. Również przewijanie drutu z A do B nie daje żadnej indukcji. I to doświadczenie świadczyłoby zatem na niekorzyść tezy Maxwella, gdy ją potraktujemy jedynie

formalnie tzn. gdy stosując wzór $e = d\Phi/dt$ nie będziemy zwracać uwagi na to czy w odnośnym wypadku zachodzi przecinanie linii magnetycznych czy nie.

Z powyższych doświadczeń wypływa nauka, że w wątpliwych wypadkach dobrze jest weryfikować wnioski z pomocą tezy Faradaya. Dlatego też w niniejszym wykładzie uwzględniliśmy obie szkoły indukcji, stając na stanowisku, że forsowanie jednej a negowanie drugiej, jak to jest obecnie w modzie, przynosi raczej szkodę niż pożytek.

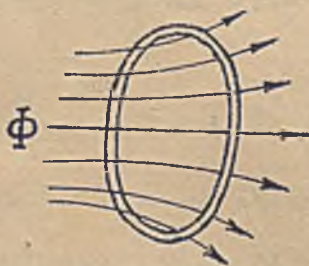
7. Nabój elektryczny indukowany w polu magnetycznym.

Cewkę o z zwojach, złączonych "na krótko" (rys.689), przeszywa zmienny strumień magnetyczny Φ , indukując w niej SEM-czną o wartości chwilowej

$$e = z \frac{d\Phi}{dt} \cdot 10^{-8} \text{ woltów}$$

Gdy opór cewki jest $R = \text{const.}$, prąd c h w i l o w y indukowany w niej określa wzór

$$i = \frac{e}{R} = \frac{z}{R} \frac{d\Phi}{dt} \cdot 10^{-8} \text{ amp.}$$



Rys.689

z którego wynika równanie

$$i \cdot dt = \frac{z}{R} \cdot d\Phi \cdot 10^{-8} \quad \text{amperosekund}$$

czyli kulombów, bo $i \cdot dt = dQ$. Możemy więc napisać

$$dQ = \frac{z}{R} d\Phi \cdot 10^{-8} \quad \text{kulombów.}$$

Gdy w czasie t strumień Φ zmieni swą wartość z Φ_1 na Φ_2 , przepłynie w tym czasie przez drut cewki nabój

$$Q = \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} \frac{z}{R} d\Phi \cdot 10^{-8} = \frac{z}{R} (\Phi_2 - \Phi_1) \cdot 10^{-8} \quad \text{kulombów}$$

lub gdy położymy $\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$, nabój

$$Q = \frac{z}{R} \Phi \cdot 10^{-8} \quad \text{kulombów} \dots\dots\dots (13)$$

(Φ w jedn. EM, R w omach).

Wzór (13) wyraża fizykalnie, że zamknięcie lub pojawienie się zamkniętej pętli strumienia $\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$, połączone jest z przepędzeniem przez tę pętlę naboju elektrycznego Q.

Wzór (13) nie zawiera czasu, zatem nabój Q indukowany zmianą strumienia nie zależy od czasu. Także sposób zmiany strumienia Φ niema żadnego wpływu na wartość Q, byle początkowa (Φ_1) i końcowa (Φ_2) wartość Φ były nie zmienione. Znaki jakic wypaść mogą z różnicy $\Phi_2 - \Phi_1$ nie mają dla wyniku żadnego znaczenia, pouczają tylko, że przy zwiększaniu strumienia Φ nabój Q będzie przepędzony w jedną stronę a przy zmniejszeniu Φ w stronę przeciwną. Dlatego niema sensu stosowania do obliczenia Q wzoru $e = - z \frac{d\Phi}{dt}$, gdyż znak " - " związany jest z pewnym kierunkiem "e", na którym tu zgoła nie zależy.

Wypada jeszcze zanaczyć, że prąd

$$i = \frac{dQ}{dt}$$

indukowany w cewce zmianą Φ , płynie w niej tylko tak długo jak długo trwa zmiana Φ , albowiem w każdej chwili musi być $i = \frac{e}{R}$, a $e = z \frac{d\Phi}{dt}$. Gdy więc zmiany strumienia niema, t.j. gdy $\frac{d\Phi}{dt} = 0$, jest także $i = 0$.

Pomiaru naboju Q indukowanego zmianą strumienia w pętli dokonać możemy najdogodniej przy pomocy t.zw. galwanometru balistycznego. Przyrząd ten różni się od galwanometru zwykłego tylko tem, że jego igła magnetyczna musi mieć długi czas wahnienia czyli musi być odpowiednio ciężka. Gdy przyrząd

taki połączymy z cewką, którą przenika strumień indukcji Φ_1 i gdy następnie rapto-
wnie zmienimy wartość tego strumienia do Φ_2 otrzymamy w galwanometrze pierwsze wy-
chylenie (α) proporcjonalne do naboju Q względnie do zmiany Φ :

$$\alpha = k_1 Q = k_2 (\Phi_2 - \Phi_1) \dots\dots\dots (14).$$

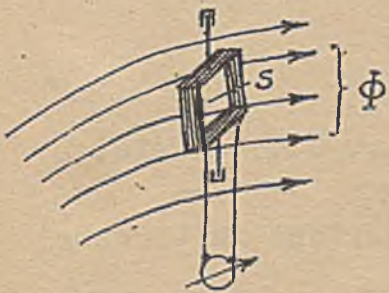
(Patrz dalej teoria galwanometru balistycznego).

Nabój elektryczny przepędzony przez galwanometr balistyczny działa dyna-
micznie na igłę jak uderzenie na ciężkie ciało. Pod działaniem tego "elektrodyna-
micznego" uderzenia igła otrzymuje pewną prędkość początkową proporcjonalną do na-
boju (Q), który przepłynął w czasie trwania uderzenia a spoczynku igły. Igła musi
więc posiadać duży moment bezwładności, a czas trwania przepływu Q , czyli czas
zmiany Φ musi być możliwie krótki. Warunki te mogą być praktycznie łatwo spełnione
n.p. przez nagłe przerwanie prądu wytwarzającego strumień Φ , który chcemy zmie-
rzyć lub przez szybką zmianę kierunku prądu.

8. Działanie indukcyjne miarą indukcji magnetycznej B.

Nowoczesna definicja indukcji magnetycznej (B) oparta jest na indukcji c-
lektromagnetycznej.

Wyobraźmy sobie, że w miejscu o indukcji B umieszczona jest płaska cewka
o " z " zwojach skupionych, ustawiona płaszczyzną prostopadłą do linii indukcji B



(rys.690). Oznacza s powierzchnię cewki, przez którą
przenika strumień Φ , to przy założeniu, że w każdym
punkcie tej powierzchni s indukcja B jest jednakowa

możemy położyć $\Phi = s \cdot B$

Gdy cewka wykona obrót o 90° , przetnie swemi " z "
zwojami Φ linii indukcji, wskutek czego w cewce tej

Rys.690

zindukuje się nabój elektryczny Q , określony w myśl (13) wzorem

$$Q = \frac{z}{R} \cdot \Phi \cdot 10^{-8} = \frac{z}{R} \cdot B \cdot s \cdot 10^{-8} \text{ kulomba}$$

Stąd wynika relacja

$$B = Q \frac{R \cdot 10^8}{z \cdot s} \text{ cgs czyli gaussów}$$

gdy wstawimy Q w kulombach, R w omach i s w cm^2 .

Dla danej cewki mierniczej są R, z, s stałe, możemy zatem napisać

$$B = k \cdot Q \dots\dots\dots (15)$$

przyczem k odpowiada stażemu (dla danej cewki mierniczej) współczynnikowi, zależnemu od doboru jednostek po jednej i drugiej stronie.

Dla cewki o $R = 1 \Omega$, $z = 1$ i $s = 1 \text{ cm}^2$ wypada

$$k = 10^8$$

Gdy przy nagłym obrocie takiej cewki o 90° zindukowany zostanie ładunek 10^{-8} kulomba, pole w danym miejscu (jednostajne na całej powierzchni s cewki) ma indukcję równą 1 cgs czyli równą jednemu gaussowi.

Wartość indukcji B moglibyśmy uzależnić także od indukowanej w cewce SEM-cznej e , kładąc ogólnie

$$e = \frac{d\Phi}{dt} \cdot z \cdot 10^{-8} \text{ V}$$

lub z uwagi że $\Phi = B \cdot s$

$$e = B \frac{ds}{dt} \cdot z \cdot 10^{-8} \text{ V}$$

Dla jednostajnego ruchu obrotowego cewki o powierzchni s (cm^2) w polu jednostajnym o indukcji B , strumień (Φ) objęty cewką zmienia się sinusoidalnie, możemy zatem napisać ^{x)}, że

$$E_t = B \cdot s \cdot z \frac{d}{dt} (\sin \omega t) \cdot 10^{-8} = B \cdot s \cdot z \cdot \omega \cdot \cos(\omega t) \cdot 10^{-8} \text{ V}$$

Skuteczna wartość SEM-cznej (mierzona woltomierzem cieplikowym lub elektrodynamicznym) będzie w takim wypadku określona wzorem

$$E = \frac{B \cdot s \cdot z \cdot \omega}{\sqrt{2}} \cdot 10^{-8} \text{ V}$$

skąd

$$B = \frac{\sqrt{2} \cdot 10^8}{s \cdot z \cdot \omega} E_{\text{skuteczna}} \dots \dots \dots (16)$$

gdzie ω oznacza stałą prędkość kątową cewki, a E skuteczną wartość indukowanej w cewce SEM-cznej. Ostatnie równanie możemy napisać także tak

$$B = k_2 \cdot E_{\text{skut.}} \dots \dots \dots (17)$$

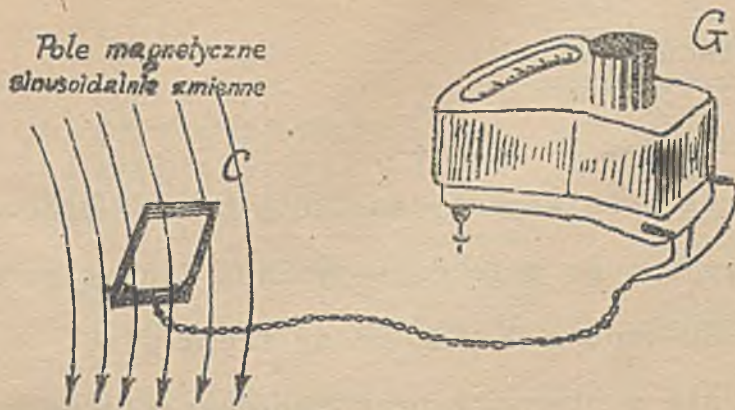
k_2 oznacza tu współczynnik proporcjonalności zależny od ω oraz od s i z cewki.

Kładąc $\omega = 2\pi f$, gdzie f oznacza częstotliwość zmieniającego się sinusoidalnie pola magnetycznego, otrzymamy jeszcze następującą zależność

$$B_{\text{max}} = \frac{\sqrt{2} \cdot 10^8}{2\pi \cdot s \cdot z \cdot f} \cdot E_{\text{skut.}} \dots \dots \dots (18)$$

służącą do wyznaczenia maksymalnej wartości indukcji B w sinusoidalnie zmieniającym się polu magnetycznym.

^{x)} Patrz "Prądy zmienne sinusoidalne" tom III-ci.



Rys.691 Fluxometr.

Firma Inż.D.Berkowitz (Berlin) buduje przyrząd, t.zw.fluxometr, służący do pomiaru B_{\max} w myśl powyższego wzoru. Przyrząd ten (rys.691) posiada cewkę (C) połączoną z precyzyjnym galwanometrem (G) wycechowanym wprost w wartościach B_{\max} według wzoru (18) ^{x)}.

^{x)} Na str.359 w "Uwadze" należy skreślić zdanie zaczynające się od słów "Jednostka indukcji $B = 1$ gauss posiada pole", a zamiast niego wpisać "w myśl wzoru".



$$e = - \frac{d\Phi}{dt} = - L \frac{dJ}{dt}$$

$$e = - \frac{4\pi z^2}{s} \frac{dJ}{dt} = - 596 - L \frac{dJ}{dt}$$

II. Samoindukcja.

1. Zjawisko.

Przewodnik pod prądem otacza własne pole magnetyczne. Gdy prąd w przewodniku ulega zmianom, zmienia się także otaczające go pole magnetyczne. Jednakże zmiany pola magnet. wzniesają w przewodniku SEM-czne a z nimi prądy indukcyjne.

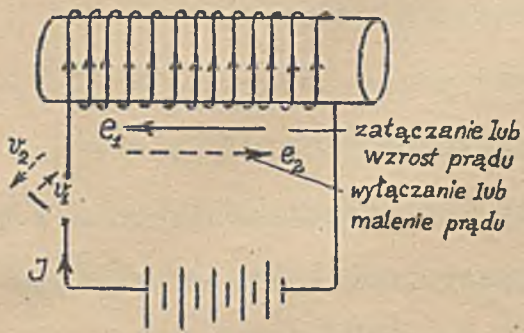
Działania indukcyjne ujawniające się w obwodzie przy zmianach własnego prądu nazywamy indukcją własną lub samoindukcją.

Nawet najprostszy obwód elektryczny tworzy pętlę, którą przenika strumień magnetyczny. Samoindukcja może więc ujawnić się w każdym obwodzie, gdy płynące w nim prądy ulegają zmianom w czasie. Zmiany takie mamy przedewszystkiem przy złączaniu i wyłączaniu prądu, a następnie przy wszelkiego rodzaju regulacjach natężenia prądu.

W krótkich (małych) pętlach i przy niezbyt silnych prądach samoindukcja praktycznie nie wchodzi w rachubę, z wyjątkiem przypadków specjalnych, jak wyładowania oscylacyjne, prądy szybkozmiennne i t.p. W długich pętlach przewodów napowietrznych i w cewkach zaznacza się już poważny wpływ samoindukcji. Ona to sprawia że po zamknięciu takich obwodów prąd nie wzrasta w nich momentalnie do wartości określonej prawem Ohma, lecz osiąga ją dopiero po pewnym czasie ; samoindukcja jest też powodem, że po przerwaniu obwodu prąd nie spada w nim momentalnie do zera lecz trwa jeszcze przez pewien czas, zresztą praktycznie bardzo krótki, w postaci iskry, widocznej między kontaktami wyłącznika.

W rozdziale niniejszym omówimy ogólnie samoindukcję w cewkach, z jakimi mamy do czynienia w generatorach, motorach elektr., elektromagnesach, dławikach, transformatorach i różnego rodzaju aparatach elektr. Samoindukcję w pętlach linii elektr. (telegraficznych, telefonicznych, przewodach do rozprowadzania energii elektr. i kablach) uwzględnimy w osobnym rozdziale.

Ponieważ samoindukcja ujawnia się przy wszelkich zmianach prądu, którym towarzyszą zmiany pola elektrycznego, przeto przynależy do stałych zjawisk w obwodach prądów zmiennych.



Rys.692

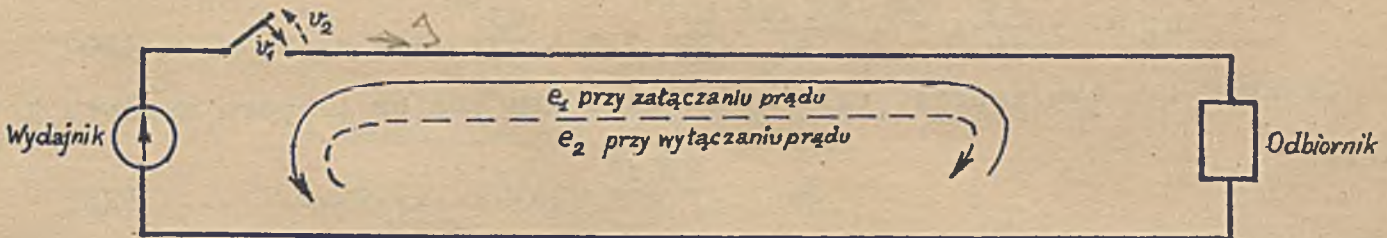
Przy z a ł ą c z a n i u lub z w i ę k s z a n i u prądu powstaje - w myśl prawa Lenza - SEM-czna samoindukcji e_1 skierowana przeciw prądowi (pełna strzałka e_1 w rys.692).

Przy w y ł ą c z a n i u i z m n i e j s z a n i u prądu powstaje - w myśl tej samej zasady - SEM-czna samoidukcji e_2 skierowana

zgodnie z prądem (strzałka kreskowana e_2 na rys.693).

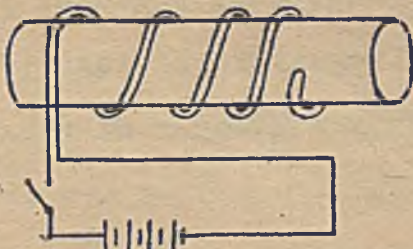
To samo dotyczy linii elektrycznych (strzałki e_1 i e_2 na rys. 693).

W liniach elektrycznych samoindukcja będzie zależna od długości trasy, od odległości przewodów od siebie, a w liniach z przewodem zerowym jeszcze od odległości przewodów od ziemi, czem się jeszcze bliżej zajmiemy.

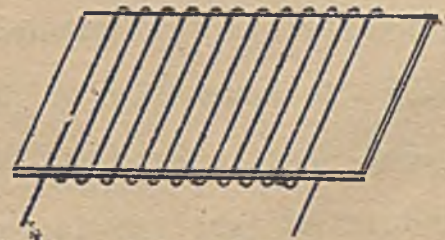


Rys.693

Celem uniknięcia samoindukcji stosujemy (n.p. w opornicach mierniczych) t.zw. uzwojenie bifilarne. Uzwojenie takie, nie wytwarzając pola magnetycznego, nie



Rys.694



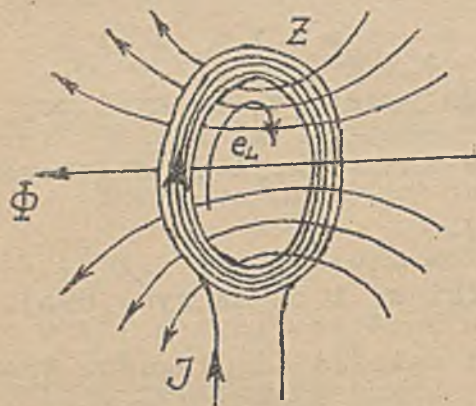
Rys.695

wznieca też i SEM-cznej samoindukcji.

Także płaskie uzwojenia na cienkich płytkach (rys.695), jakie stosuje się n.p. w grzejnikach, praktycznie nie dają działań indukcyjnych.

2. Spółczynnik samoindukcji (L), czyli indukcyjność własna i SEM-czna samoindukcji (e_L).

Oznacza J natężenie prądu (w jedn. EM) w cewce o „z” zwojach skupionych, Φ strumień magnetyczny indukcji, wytworzony przez amperozwoje tej cewki i przenikający wszystkie jej zwoje „z”, S opór magnetyczny okrężnego toru zamkniętego, zajętego przez strumień Φ w przestrzeni, to - w myśl



prawa o kole magnetycznym - możemy napisać

$$\Phi = \frac{N}{S} = \frac{4\pi J^{EM} z}{S} = \frac{0,4\pi \cdot J^A \cdot z}{S}$$

przyczem opór magnetyczny S określa wzór

$$S = \oint \frac{dl}{\mu_s}$$

Zmiany J powodując zmiany Φ , wzniesają w tej cewce SEM-czną (e_L), określoną w myśl prawa

Rys. 696 Cewka o zwojach skupionych.

wyznaczonej według reguły korkociąga (rys. 696) wzorem

$$e_L = - \frac{d\Phi}{dt} z = - \frac{4\pi \cdot z^2}{S} \cdot \frac{dJ^{EM}}{dt} = - L \frac{dJ^{EM}}{dt} \dots \dots \dots (20)$$

Czynnik L w tym wzorze, zależny od kwadratu zwojów i oporu magnet. S toru strumienia

$$L = \frac{4\pi \cdot z^2}{S} \dots \dots \dots (21)$$

nazywamy spółczynnikiem samoindukcji lub krócej indukcyjnością własną (Symbol L).

Ze spółczynnikiem tym zetknęliśmy się już przy omawianiu działań dynamicznych, tu jednak dopiero nazwa jego znajduje uzasadnienie.

Iloraz dJ/dt we wzorze (20) oznacza zmianę natężenia prądu na jednostkę czasu, a przy uwzględnieniu kierunku e_L w myśl reguły korkociąga (rys. 696) przyrost prądu na jednostkę czasu. Dla wzrostu prądu kładziemy + dJ (przyrost dodatni) dla spadku prądu - dJ (przyrost ujemny).

W układzie EM (abstrahując od znaku -) stosownie do równości

$$L = \frac{e_L}{dJ/dt}$$

otrzymamy

$$\text{Wymiar } L = \frac{\text{Wym } E \cdot \text{Wym } t}{\text{Wym } J} = \frac{L^{3/2} M^{1/2} T^{-2} \cdot T}{L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}} = L \text{ czyli długość}$$

Jednostką długości w układzie bezwzględny jest cm, zatem indukcyjność własna (L) wyrażamy w układzie EM w cm. Tego sposobu oznaczania jednostek induk-

cyjności (L) używa się w radjotechnice.

Z relacji $L = \frac{e_L}{dJ/dt}$ wynika następujące określenie jednostki EM indukcyjności własnej :

Jednostkę indukcyjności własnej w układzie EM ma cewka w której jednostajna zmiana (przyrost lub ubytek) natężenia prądu (J) o jednostkę EM (czyli 10 A) na sekundę, wznieca SEM-czną równą jednostce EM, czyli 10^{-8} wolta.

Techniczna jednostka indukcyjności własnej (L) jest henry ^{x)} (znak H).

Jednostka ta jest 10^9 razy większa od jedn. EM, czyli

$$1 H = 10^9 \text{ jedn. EM (czyli cm) indukcyjności.}$$

Henry jest bardzo dużą jednostką indukcyjności, dlatego w radjotechnice jest w użyciu jednostka EM (cm). Oprócz tej używa się jeszcze następujących jednostek :

$$mH \text{ (milihenr)} = \frac{1}{1000} H = 10^{-3} H$$

$$\mu H \text{ (mikrohenr)} = \frac{1}{1\ 000\ 000} H = 10^{-6} H$$

Ponieważ $1 H = 10^9$ cm (miliard cm), przeto

$$1 mH = 10^6 \text{ cm (milion cm).}$$

$$1 \mu H = 10^3 \text{ cm (tysiąc cm).}$$

Z powyższego wynika, że

$$1 \text{ cm (L)} = 10^{-3} \mu H = 10^{-6} mH = 10^{-9} H$$

Uwaga : Przypominamy, że także pojemność w układzie ES wyraża się w cm. oraz że techniczną jednostką pojemności jest faraad (F)

$$1 F = 9 \cdot 10^{11} \text{ cm (pojemności)}$$

$$1 mF = 9 \cdot 10^8 \text{ cm (")}$$

$$1 \mu F = 9 \cdot 10^5 \text{ cm (")}$$

$$1 \text{ cm (c)} = 1.1 \cdot 10^{-6} \mu F = 1.1 \cdot 10^{-9} mF = 1.1 \cdot 10^{-12} F$$

Znak równości odnosi się tu (pojemność) tylko do liczbowych wartości czyli bez uwzględnienia wymiarów jednostek. Sprawą wymiarów jednostek zajmujemy się na końcu części 2-giej tomu II-giego.

Wobec powyższego techniczny wzór na indukcyjność będzie

$$L = \frac{4\pi \cdot z^2}{8 \cdot 10^9} \text{ henrów} \dots\dots\dots (22)$$

a techniczny wzór na SEM-czną samoindukcji określi (z uwzględnieniem kierunkowości) wzór

$$e_L = - L \frac{dJ}{dt} \text{ woltów} \dots\dots\dots (23)$$

w którym L należy wstawić w henrach, J w amp. a t w sekundach. Analogicznie jak poprzednio, określimy jednostkę techniczną L w następujący sposób :

^{x)} Dla ułatwienia polskiej wymowy będziemy jednostkę tę nazywać dalej henrem (henr, henra, henrów).

Cewka posiada jeden henr indukcyjności własnej, gdy jednostajna zmiana na
teżenia prądu w tej cewce o jeden amper na sekundę, wznieca w niej SEM-czną samo-
indukcji równą jednemu woltowi.

Spółczynnik L ma wartość stałą jedynie w przypadkach, gdy opór magnetyczny S w przestrzeni zajętej przez strumień Φ nie zależy od J. Wypadek ten zachodzi tylko dla próżni i ośrodków para - i diamagnetycznych, gdzie $\mu = \text{const.}$ W ośrodkach ferromagnetycznych μ jest zmienne i zależy od prądu. Dla cewek więc z rdzeniem żelaznym trzeba ogólnie położyć

$$e_L = \frac{d}{dt} (L \cdot J) = L \frac{dJ}{dt} + J \frac{dL}{dt} \dots\dots\dots (24)$$

czyli przy obliczeniu SEM-cznej samoindukcji trzeba uwzględnić nietylko zmianę J lecz także zmianę L.

Zależność L od J, komplikującą znacznie obliczenia, uwzględniamy jedynie w specjalnych przypadkach (prądy odkształcone, zaburzenia elektromagnetyczne i tp. W przypadkach gdzie nasycenie rdzenia żelaznego nie osiąga kolana krzywej magnesowania ($B = f(H)$) przyjmujemy dla uproszczenia $\mu = \text{const.}$, wstawiając za μ wartość średnią. Wzór

$$L = \frac{4\pi \cdot z^2}{S \cdot 10^9} \quad H$$

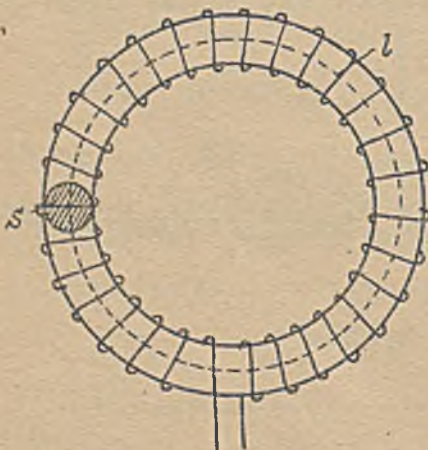
nadaje się do obliczenia tylko w prostych przypadkach z powodu tego, że zawiera opór magnetyczny S całej przestrzeni okrężnej zajętej przez strumień Φ . Tak n.p.

spółczynnik indukcji toroidu obliczymy łatwo wstawiając we wzór poprzedni wartość

$$S = \frac{l}{\mu s}$$

$$L = \frac{4\pi \cdot z^2}{\frac{l}{\mu s} \cdot 10^9} \quad H \dots\dots\dots (25)$$

Dla toroidu powietrznego jest $\mu = 1$, gdy jednak toroid wypełniony jest ciałem ferromagnetycznym (żelazo) natrafiamy i tu na trudność w oznaczeniu wartości μ . W przypadkach gdzie nie chodzi o zbytnią dokładność oraz gdzie zmiany B nie prze



Rys. 697 Toroid.

kracząc kolana krzywej magnesowania, wstawiamy za μ wartość średnią ; w innych przypadkach trzeba stosować wzór (24), uwzględniający zmienność L.

W pewnych obliczeniach wygodniej jest uzależnić współczynnik indukcji L od strumienia indukcji Φ . Odnośne wzory mają postać następującą :

$$\Phi = \frac{4\pi \cdot J^{EM} \cdot z}{S}, \quad L = \frac{4\pi \cdot z^2}{S} \text{ cgs, zatem}$$

$$\Phi \cdot z = \frac{4\pi \cdot z^2}{S} \cdot J^{EM} = L^{EM} \cdot J^{EM}, \text{ czyli}$$

$$\Phi \cdot z = L^{EM} \cdot J^{EM} \text{ w układzie EM (26)}$$

$$\Phi \cdot z = \frac{0,4\pi \cdot z^2}{S \cdot 10^8} \cdot J^H \cdot 10^8, \quad \frac{4\pi \cdot z^2}{S \cdot 10^9} = L \text{ (henrów)}$$

$$\Phi \cdot z = L^H \cdot J^H \cdot 10^8 \text{ (26a)}$$

w układzie technicznym (L w henrach, J w amp., Φ w cgs.).

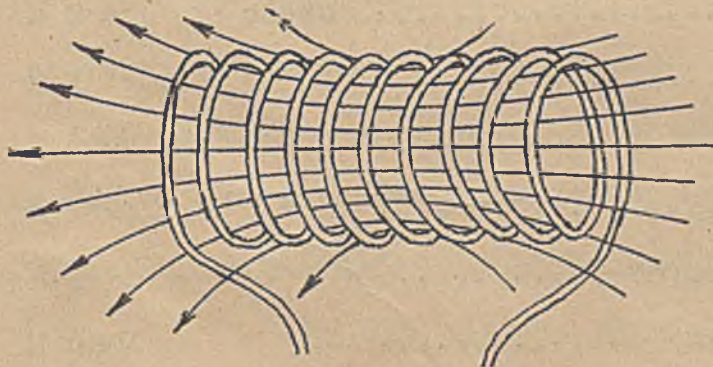
Z wzorów powyższych wypada

$$L = \frac{\Phi \cdot z}{J^{EM}} \text{ cm (27)}$$

$$L = \frac{\Phi \cdot z}{J^H \cdot 10^8} \text{ H (28)}$$

W ostatnich wzorach iloczyn Φz określa t.zw. linj o zwoje (Φ linii, z zwoji). Wzory te są ważne jedynie w tych przypadkach, gdzie wszystkie linie Φ splecione są ze wszystkimi zwojami z (jak na rys. 696).

Gdy - jak w solenoidzie (rys.698) - różne części Φ przenikają różne partie zwojów, należy wstawić zamiast Φz sumę linj o zwojów cewki.



$$\sum \Phi z = \Phi_1 \cdot z_1 + \Phi_2 \cdot z_2 + \dots + \Phi_n \cdot z_n$$

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_n$$

$$z = z_1 + z_2 + \dots + z_n$$

Wzór na L przybierze wówczas postać

$$L = \frac{\sum (\Phi \cdot z)}{J^H \cdot 10^8} \text{ H (29)}$$

Wzór na e_L pozostanie niezmienny.

Rys.698. Cewka o zwojach rozłożonych.

Uwaga : W niektórych podręcznikach podano mylnie (dla układu EM)

$$\Phi = L \cdot J., \text{ zamiast } \Phi z = L \cdot J.$$

Wyprowadzono bowiem ten wzór dla pojedynczej pętli ($z = 1$), a następnie przyuogólnieniu, zapomniano o zwojach z, lub też może zastosowano do wyprowadzenia powyższych równości wzór niemiecki

$$e = \frac{d\psi}{dt}$$

w którym ψ odpowiada linj o zwojom.

Dla zorientowania się w wielkości samoindukcyjności L obliczmy jej wartość dla solenoidu pierścieniowego (toroidu) powietrznego względnie wypełnionego miękkim żelazem o $\mu = 6.000$, więc dla przypadku nasycenia zwykłego żelaza miękkiego i $z = 1.000$.

Przyjmując $l = 2\pi R = 2\pi \cdot 10 = \underline{62,8 \text{ cm}}$ (średnia długość)

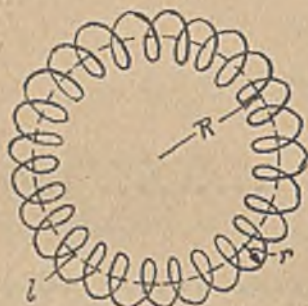
$s = r^2\pi = 1 \cdot \pi = \underline{3,14 \text{ cm}^2}$ (powierzchnia przekroju)

otrzymamy w myśl wzoru (25) dla toroidu powietrznego

$$L = \frac{4\pi \cdot z^2}{l \cdot \mu \cdot s} \cdot 10^9 = \frac{4\pi \cdot 1000^2}{62,8 \cdot 1 \cdot 3,14} \cdot 10^9 \approx 0,000628 \text{ H} = \underline{0,628 \text{ mH}}$$

a dla toroidu wypełnionego żelazem o $\mu = 6000$

$$L = \frac{4\pi \cdot z^2}{62,8 \cdot 6000 \cdot 3,14} \cdot 10^9 \approx \underline{3,77 \text{ H}}$$



Indukcyjność cewek powietrznych wyraża się w liczbach bardzo małych. Duże cewki z żelazem wykazują indukcyjność o wartości zaledwie kilku henrów. Widać stąd, że techniczna jednostka indukcyjności (henry) jest bardzo duża, podobnie jak techniczna jednostka pojemności (farad).

Rys.699.

Toroid z żelazem ma indukcyjność μ razy większą aniżeli powietrzny. Korzystamy z tego w różnych urządzeniach stosując cewki z wysuwalnym rdzeniem, celem regulowania wartości L.

Tablica wartości współczynnika indukcji własnej (L) w henrach.

Galwanometr astatyczny	około	2 H
Woltomierz magnetyczny	"	1 H
Telefon Bella bez diafragmy	"	$65 \cdot 10^{-3} \text{ H}$
Telefon Bella z diafragmą	"	$100 \cdot 10^{-3} \text{ H}$
Elektromagnesy małej dynamo - maszyny	"	1 H
Elektromagnesy dużej dynamo maszyny	"	1000 H
Cewka pierwotna dużego induktora (z rdzeniem)	"	0,1 H
Cewka wtórna dużego induktora	"	10 H
Cewka aparatu telegraficznego Morsa 32 Ω	"	$93 \cdot 10^{-3} \text{ H}$
Cewka aparatu telegraficznego Morsa 50 Ω	"	$144 \cdot 10^{-3} \text{ H}$

Powyższe daty mają jedynie zorientować co do rzędu wartości L.

Szybkość zmian prądu w cewce (dJ/dt) ma bardzo ważny wpływ na indukowaną w niej SEM-czną (samoindukcji), jak poucza następujący przykład.

W cewce o samoindukcyjności $L = 1 \text{ H}$ zmienia się prąd jednostajnie w ten sposób, że jednostajny przyrost natężenia wynosi 1 A na sek. Indukowana w tej cewce SEM-czna samoindukcji wyniesie zatem

$$e = L \frac{dJ}{dt} = 1 \cdot 1 = 1 \text{ V}$$

Gdy ta sama zmiana prądu o 1 amp. dokona się w ciągu $1/10, 1/100, 1/1000, 1/10000$ sek, będzie dJ/dt odpowiadać wartościom $10, 100, 1000, 10000$ razy większym niż przy zmianie 1 amp./sek :

$$\begin{array}{l} \frac{dJ}{dt} = 1, 10, 100, 1000, 10000 \quad \text{amp/sek} \\ e = 1, 10, 100, 1000, 10000 \quad \text{Volt} \end{array}$$

Podane powyżej wartości dJ/dt otrzymamy zarówno przy zmniejszeniu czasu trwania zmian prądu, jak i przy zwiększaniu natężenia prądu w tym samym czasie. Jednostajna zmiana 1 A w czasie $1/1000$ sek. daje taki sam efekt (e) jak jednostajna zmiana 1000 A na sek. W obu wypadkach będzie

$$\frac{dJ}{dt} = 1000 \text{ A/sek}$$

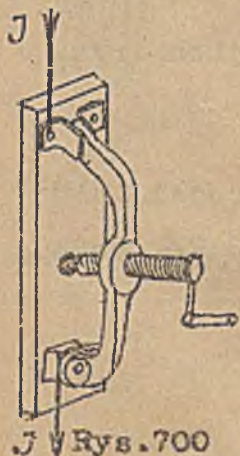
a przy indukcyjności cewki 1 H powstanie w niej SEM-czna równa 1000 V .

Widać stąd, że szybkie wyłączanie w cewkach małych prądów jest co do działań indukcyjnych równoznaczne z powolnym wyłączaniem w tych cewkach dużych prądów. W jednych i drugich wypadkach mogą powstać duże SEM-czne samoindukcji, zagrażające przebiciem izolacji między zwojami.

W cewkach o dużej samoindukcyjności (magnesy dużych dynamic - maszyn, magnesy duży generatorów prądu zmiennego i.t.p.) nie należy przerywać prądu nagle, n.p. wyłącznikiem migowym (sprężynowym), lecz powolnie przy pomocy oporni-

cy lub z t.zw. ciągnięciem łuku między rozwieraniem końcówkami (Doświadczenie). Przedłużamy w ten sposób czas trwania zmiany prądu nie dopuszczając do powstania wysokich SEM i ewentualnego przebicia izolacji w cewce.

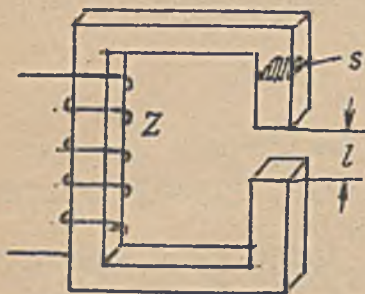
Dla przerywania cewek o dużych L stosuje się specjalne wyłączniki pokrętne (śrubowe), zniewalające do powolnego wyłączania prądu przez kręcenie korbą (rys.700).



J
Rys. 700

3. Obliczanie współczynnika samoindukcji (L).

W obwodach magnetycznych o dużej szczelinie magnetycznej opór magnetyczny (S) szczeliny jest tak duży w porównaniu z oporami magnetycznymi części żelaznych, że te wobec tamtego można pominąć.



Rys.701

Dla przypadku na rys.701 można więc położyć $S = \frac{l}{\mu \cdot s}$,

czyli przy $\mu = 1$

$$L \approx \frac{4 \pi \cdot z^2 \cdot s}{l \cdot 10^9} \text{ H} \dots \dots \dots (30)$$



Rys.702

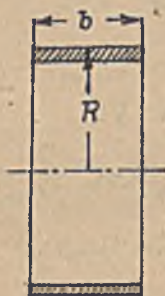
Indukcyjność kołowej petli w powietrzu(rys.702) c-

kreśla skomplikowany wzór Nagaoka

$$L = 4 \pi R \left[\left(1 + \frac{r^2}{8R^2}\right) \lg \frac{8R}{r} + 0,0083 \frac{r^2}{R^2} - 1,75 \right] \text{ cm} (31)$$

Jeżeli R jest duże w porównaniu z r, można w przybliżeniu położyć $\frac{r^2}{R^2} \approx 0$ wskutek czego uzyskuje się następujące uproszczenie

$$L \approx 4 \pi R \left[\lg \frac{8R}{r} - 1,75 \right] \text{ cm} \dots \dots \dots (32)$$



Rys. 703

Indukcyjność taśmy kołowej (rys.703) określa Ray-

leigh wzorem przybliżonym

$$L \approx 4 \pi R \left(\ln \frac{8R}{b} - \frac{1}{2} \right) \text{ cm} \dots \dots \dots (33)$$

Szerokość b bardzo duża w stosunku do grubości, oraz $R \gg b$.

Indukcyjność płaskiej cewki o zwojach (rys.704) c-

kreśla Spielrein ^{x)} wzorem przybliżonym

$$L \approx k_1 R_1 z^2 \text{ cm} \dots \dots \dots (34)$$

Wartość współczynnika k_1 zależy od stosunku R_2/R_1 według krzywej k_1 na rys.706.



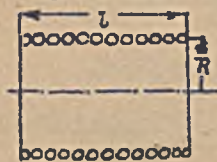
Rys.704

Indukcyjność cylindrycznej cewki o zwojach (rys.

705) obliczamy z pomocą wzoru Lorenza

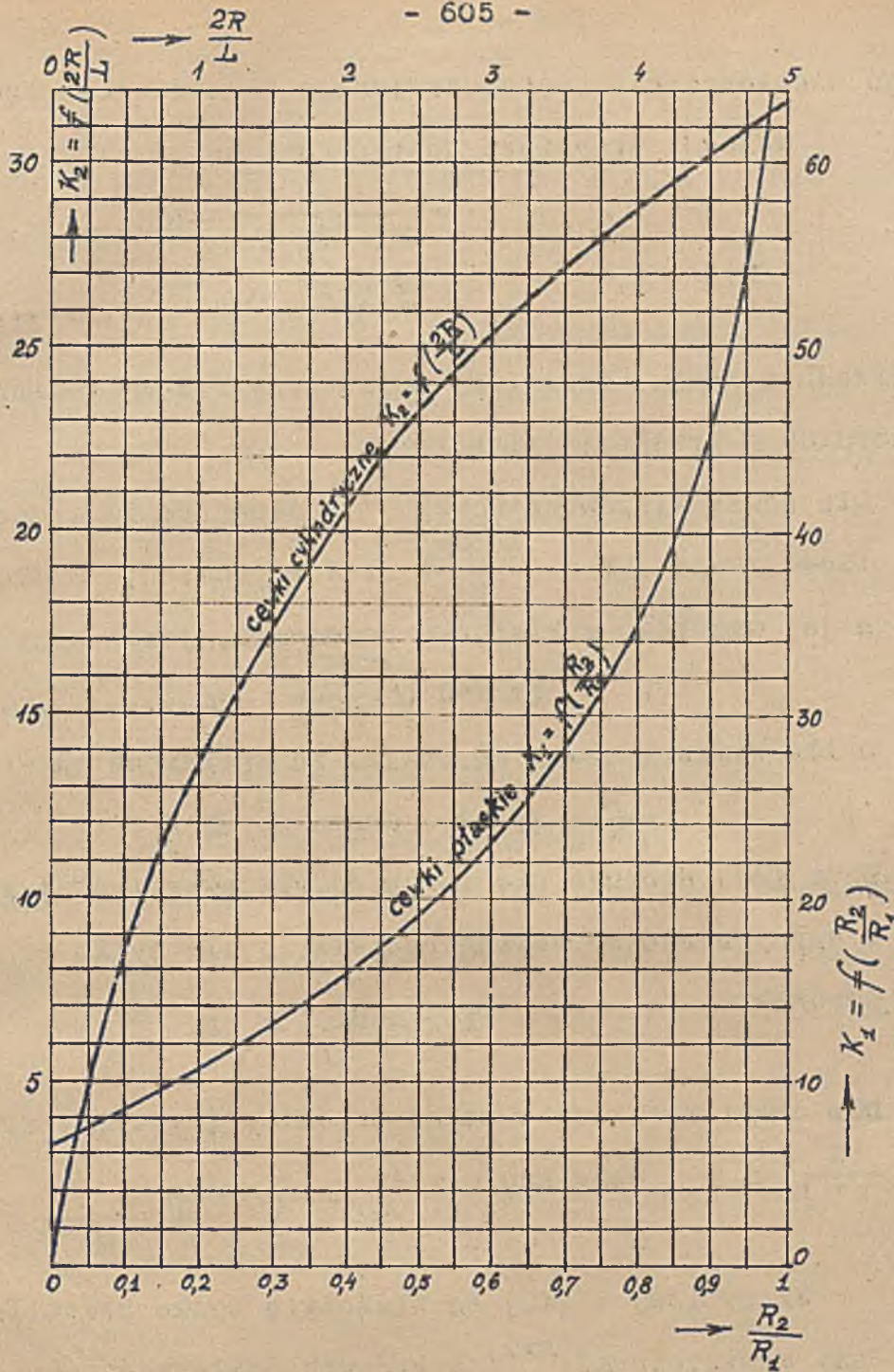
$$L \approx k_2 R \cdot z^2 \text{ cm} \dots \dots \dots (35)$$

Wartość współczynnika k_2 zależy od stosunku $2R/l$ według krzywej k_2 na rys.706.

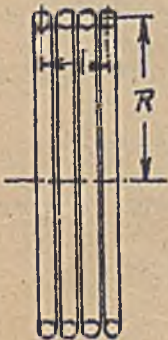


Rys.705

x) p.Archiv für Elektrotechnik 1915 str.137.



Rys.706.



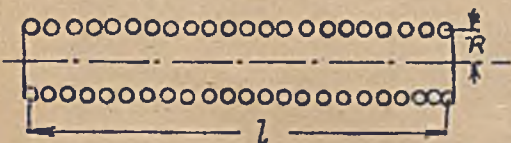
Rys.707.

Dla cewek krótkich jednowarstwowych o dużej średnicy ($R \gg l$) (rys.707) podaje Rayleigh wzór przybliżony

$$L \approx 4\pi R z^2 \left(\ln \frac{8R}{l} - \frac{1}{2} \right) \text{ cm} \dots\dots\dots (36)$$

Dla długich cewek jednowarstwowych o małej średnicy ($R \ll l$) (rys.708) możemy położyć w pierwszym przybliżeniu

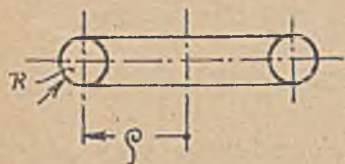
$$L \approx \frac{4\pi^2 R^2 z^2}{l} \text{ cm} \dots\dots\dots (37)$$



Rys.708.

jak dla solenoidu nieskończenie długiego.

Dla idealnego nieskończonego gęsto uzwojonego toroidu jest wzór ten ściśle



Rys.709

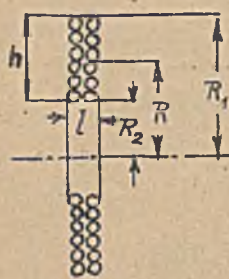
ważny i przybiera postać równości :

$$L = \frac{4 \pi \cdot s \cdot z^2}{2 \pi \rho} \text{ cm}$$

czyli

$$L = \frac{2 s z^2}{\rho} \text{ cm} \dots \dots \dots (38)$$

gdzie s oznacza powierzchnię zwoju. Wzór (38) można przy dużym promieniu ρ stosować też w przypadku toroidu o przekroju niekołowym.



Rys.710

Dla cewki wielowarstwowej ^{x)} według rys.710, gdzie z oznacza ilość zwojów, $R = \frac{R_1 + R_2}{2}$ średni promień, l długość cewki, h jej wysokość w kierunku promienia, jest ważny wzór

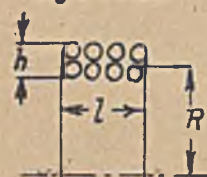
$$L = 21 z^2 R \sqrt{\frac{R}{l+h}} \text{ cm} \dots \dots \dots (39)$$

o ile wymiary cewki są takie, że spełnione są warunki

$$\frac{R}{l+h} \leq 3 \text{ oraz } \frac{h}{l} \geq 7$$

Wzór (39) stosuje się także do wielowarstwowej krótkiej cewki o dużej średnicy według rys.711, o ile tylko jest spełniony warunek

$$1 < \frac{R}{l+h} < 3 \text{ xx)}$$



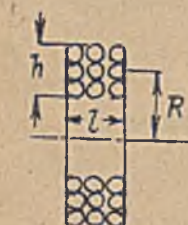
Rys.711

Dla cewki krótkiej o małej średnicy (rys.712) dla której

$$\frac{R}{l+h} < 1 \text{ obowiązuje wzór}$$

$$L = 21 z^2 R \sqrt[4]{\left(\frac{R}{l+h}\right)^3} \text{ cm} \dots \dots \dots (40)$$

Wzory (39) i (40) są właściwie tylko przybliżeniami formułami empirycznymi ^{xxx)}, których dokładność wynosi około $\pm 3\%$



Rys.712

Dla cewek kształtu wieloboków umiarowych mamy również

przybliżone formuły. Oznaczamy długość jednego boku a, ilość boków m, promień przekroju drutu r, przyczem formuły następujące są ważne tylko w przypadku $a \gg r$.

Dla pojedynczego zwoju kształtu wieloboku mamy :

$$L = 2 m a \left(\ln \frac{a}{r} + k \right) \text{ cm} \dots \dots \dots (41)$$

przyczem	k = -0,524	dla kwadratu (m = 4)	} xxxxx)
	k = 0,098	dla sześcioboku (m = 6)	
	k = 0,462	dla ośmioboku (m = 8)	

x) p. Esau Jahrb. d. drahtl. Telegr. u. Teleph. 1920 str. 2 oraz Grover Scient. Pap. Bur. of Stand. 1922 str. 451.
 xx) Dokładniejszy wzór podaje Stefan Wiedem. Ann. 1884. str. 107.
 xxx) Korndörfer ETZ 1917 str. 521. xxxxx) Grover Bull. Bur. Stand. 1923 str. 735.

Dla krótkiej cewki kształtu wieloboku o dużej średnicy koła opisanego mamy

$$L = 2 m a z^2 \left(\ln \frac{a}{l} + p \frac{l}{a} + q \right) \text{ cm}^x \dots\dots\dots (42)$$

gdzie l oznacza długość cewki w kierunku osi i jest bardzo małe w porównaniu z „ a ”
 a , „ p ” i „ q ” stałe, podane w następującym zestawieniu w zależności od ilości boków wieloboku :

m	p	q
4	0,333	0,726
6	0,132	1,348
8	0,072	1,712

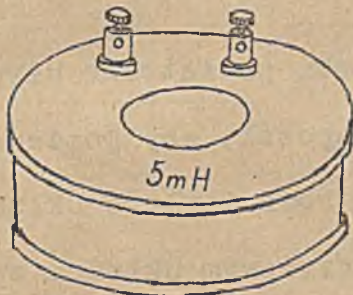
Długą wąską cewkę wieloboczną ,dla której $l \gg a$ obliczamy według wzoru (37) wstawiając za R promień koła o powierzchni równej, powierzchni wieloboku według wzoru

$$R = \frac{a}{2 \sin \frac{\pi}{m}} \sqrt{\frac{m}{2\pi} \cdot \sin \frac{2\pi}{m}} \dots\dots (43)$$

Indukcyjność toroidu o zwojach kształtu wieloboku obliczamy według wzoru (38).

4. Techniczne cewki z samoindukcją.

1. Normale czyli etalony indukcyjne są to cewki bez żelaza uzwojone na krążkach porcelanowych lub marmurowych, impregnowanych parafiną. Jako przewodnik

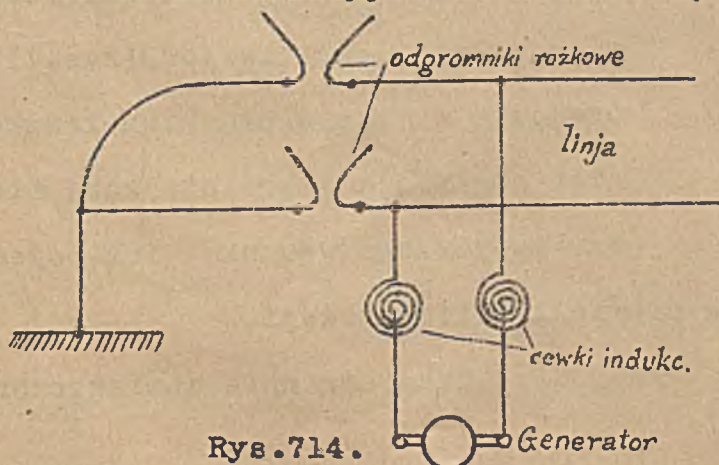


Rys.713

stosuje się miedź o dość dużym przekroju (aby opór omowy był możliwie mały). Wartość indukcyjności sygnowana na wierzchu zwykle w cyfrach okrągłych 1,2, 5,10 mH i t.d. (rys.713).

Normale indukcyjne służą do pomiarów indukcyjności własnej innych cewek. Ponieważ muszą wykazywać stałą indukcyjność przy różnych prądach, nie mogą zawierać żelaza i nie powinny być umieszczane w bliskości ciał ferromagnetycznych.

2. Cewki indukcyjne bez żelaza używane są do zabezpieczenia przed wyładowaniami atmosferycznymi (rys,714). Mają one na



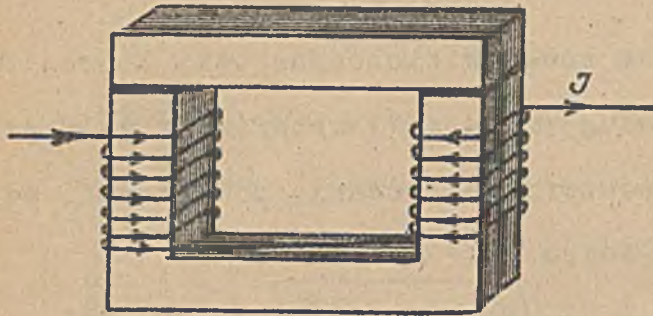
Rys.714.

celu niedopuszczenia do odbiornika oscylacyjnych wyładowań. Tłumienie tych wyładowań przez cewki indukcyjne powoduje wzrost napięć na odgromnikach różkowych, w których następuje przebicie kilkumilimetrowej warstwy powietrznej i odprowa-

x) Wzór ten jest szeregiem, którego wyższe człony pominięto. P. Grover Bull.Bur. Stand. 1923 str.735.

dzenie wyładowania do ziemi.

3. Cewki indukcyjne z żelazem służą do ograniczenia natężenia prądu w obwodach prądów zmiennych (stąd nazwa dławiki). (Rys.715) Cewek takich używamy w pewnych wypadkach (prądy zmienne) zamiast opornic.



Rys.715 Dławik.

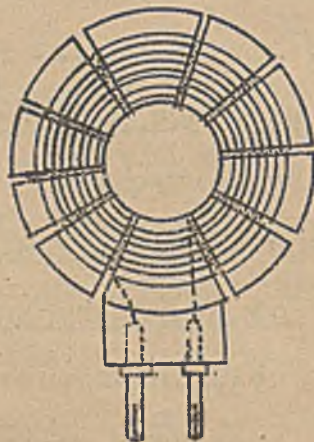
Posiadają one od kilkadziesiąt do kilkaset zwojów izolowanego drutu miedzianego i zworę z podkładką z materiału magnet. obojętnego do regulowania długości szczeliny między rdzeniem a zworą. Rdzeń żelazny i zwora sporządzone są z blach celem zmniejszenia prądów wirowych.

Specjalny rodzaj dławików służy w elektrowniach do zabezpieczenia przed zbyt silnym wzrostem natężenia prądu w generatorach prądu zmiennego jaki zdarzyć się może przy zwarciach na głównych przewodach (t.zw. cewki reaktancyjne). Cewki te włącza się w szereg z chronionym generatorem.

4. Specjalny rodzaj przedstawiają indukcyjne cewki powietrzne używane w radjotechnice (rys.716, 717). Są one nawijane w taki sposób, aby posiadały możliwie małą pojemność, co uzyskuje się przez zastąpienie równoległego układania



Rys.716



Rys.717

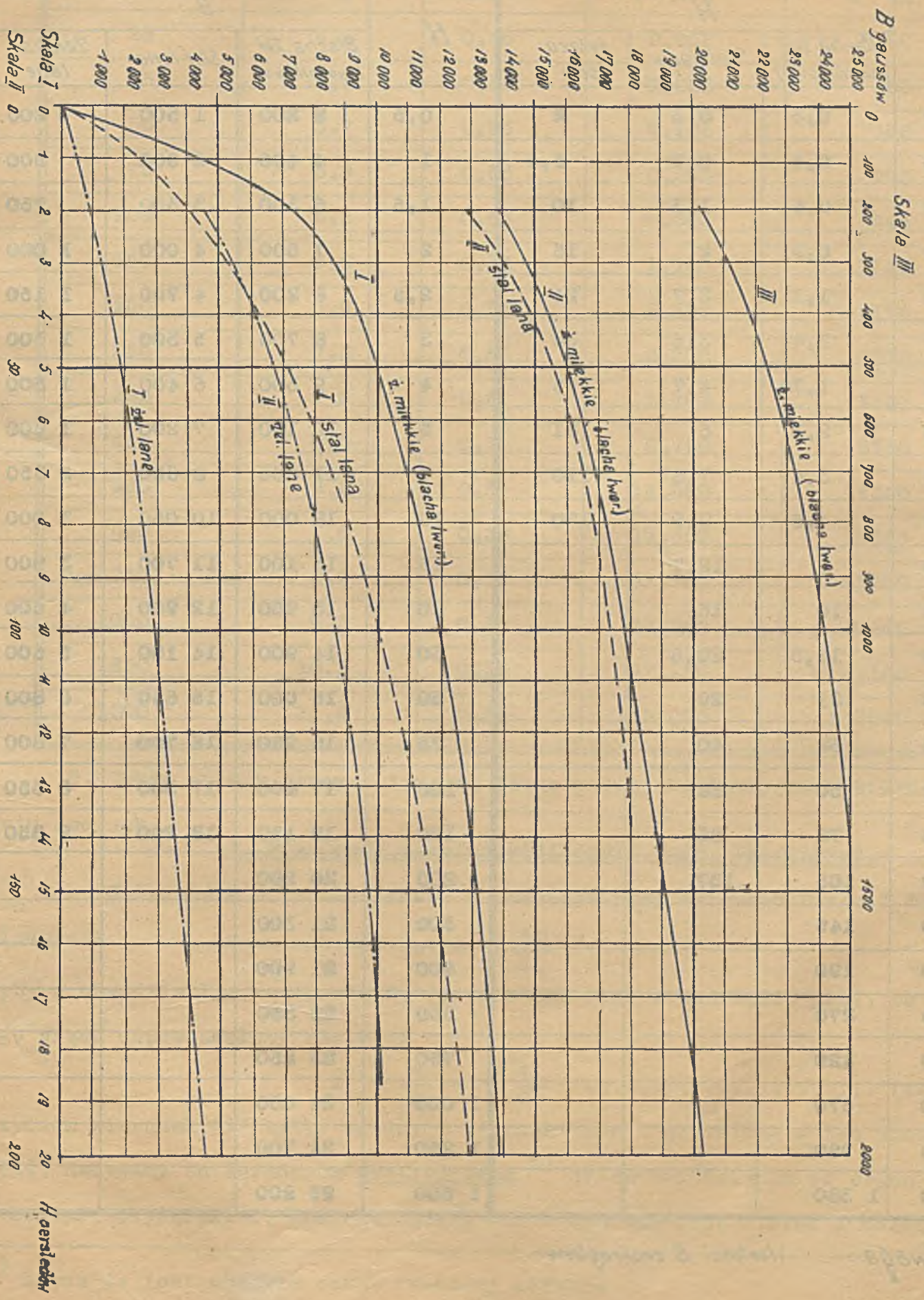
zwojów, krzyżowym układem zwojów (rys.716). W cewkach tak uzwajanych występuje między zwojami słabe pole elektryczne, tem samem wykazują one małą pojemność własną. Cewki radjo- we o małej ilości zwojów (rys.717) uzwajane w formie płaskich krążków nie spełniają w dostatecznej mierze powyższego warunku, ich pojem-

ność własna jest jednak mała ze względu na niewielką liczbę zwojów.

Indukcyjność cewek typu jak na rys.716 podaje drugostronnie zamieszczona tabliczka.

Charakterystyki magnetyczne B=f(H)

dla żelaza miękkiego (—), stali lanej (---) i żelaza laneo (-.-.-)



Tablica wartości H i B

<i>B</i>	<i>H</i>			<i>H</i>	<i>B</i>		
	<i>Blacha żel. (twornikowa)</i>	<i>Stal lana</i>	<i>żelazo lane</i>		<i>Blacha żel. (twornikowa)</i>	<i>Stal lana</i>	<i>Żelazo lane</i>
1 000	0,3	0,3	2	0,5	2 200	1 500	200
2 000	0,4	0,7	5,5	1	4 400	2 500	500
3 000	0,6	1,3	10	1,5	6 300	3 300	750
4 000	0,9	2	16	2	7 500	4 000	1 000
5 000	1,1	2,7	24	2,5	8 200	4 700	1 150
6 000	1,4	3,6	36	3	8 700	5 300	1 300
7 000	1,75	4,7	55	4	9 500	6 400	1 600
8 000	2,3	6	81	5	10 100	7 200	1 900
9 000	3,4	7,8	110	7	11 000	8 600	2 350
10 000	4,8	9,9	170	10	12 000	10 050	3 000
11 000	7	12,7		15	13 100	11 700	3 900
12 000	10	16		20	13 900	12 900	4 600
13 000	14,5	20,5		30	14 900	14 100	5 600
14 000	21	29		50	16 000	15 650	6 800
15 000	32	40		75	16 950	16 700	7 800
16 000	50	58		100	17 800	17 300	8 650
17 000	78	86		150	19 150	18 200	9 850
18 000	105	137		200	20 200		
19 000	145			300	21 300		
20 000	190			400	21 900		
21 000	270			500	22 350		
22 000	420			750	23 250		
23 000	670			1 000	24 050		
24 000	990			1 250	24 700		
25 000	1 380			1 500	25 200		

Uwaga: Wartości B zaokrąglone

Liczba zwojów	Średnica zewnętrzna cm.	Φ drutu mm	L w μH	L w cm
25	5,5	0,56	0,052	52
35	5,6	0,56	0,088	88
50	5,7	0,56	0,106	106
75	5,9	0,56	0,293	293
100	6,2	0,56	0,543	543
150	6,6	0,56	1,140	1140
200	6,9	0,56	2,190	2190
250	7,2	0,56	3,675	3675
300	7,6	0,5	5,107	5107
400	8,0	0,5	8,750	8750
500	9,2	0,5	14,350	14350
600	7,8	0,36	19,660	19660
750	8,2	0,36	31,700	31700
1000	9,3	0,36	59,260	59260
1250	10,3	0,36	97,150	97150
1500	11,5	0,36	145,000	145000

5. Także anteny ramowe stanowią swego rodzaju ^{cewkę} indukcyjną o kilku lub kilkunastu zwojach.

5. Prąd przy samoindukcji czyli t.zw. ekstraprad.

W obwodzie o indukcyjności L powstaje przy zmianach prądu J SEM-czna samoindukcji

$$e = L \frac{dJ}{dt}$$

Gdyby w obwodzie tym, o oporze R, jedynie SEM-czna e wzniecała prąd, to natężenie tego prądu odpowiadałoby wartości

$$i = \frac{e}{R} = \frac{L}{R} \frac{dJ}{dt} \dots \dots \dots (44)$$

przyczem kierunek "i" byłby zgodny z kierunkiem e. Określoną w ten sposób wartość "i" (44) nazywamy za Faradayem ekstrapradem ^{x)} celem odróżnienia od prądu faktycznego w obwodzie płynącego J, którego zmiany wzniecają SEM-czną e. Prąd J możemy trakto-

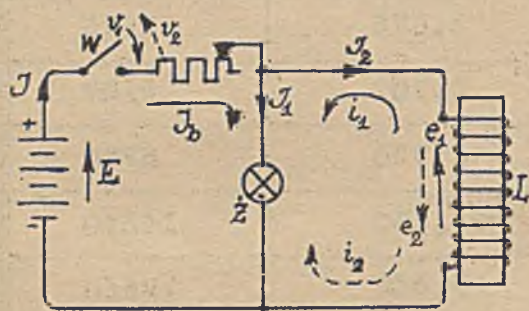
x) Nazwa ta jest obecnie coraz rzadziej używana.

wać jako wypadkową z ekstraprądu "i" i składowej J_0 w myśl wzoru

$$J = J_0 + i$$

Zarówno prąd J_0 jak i ekstraprąd "i" stanowią składowe fikcyjne, to znaczy nie występują w obwodzie odrębnie. Niemniej jednak obliczenie ekstraprądu "i" daje tą korzyść, że orientuje o ile prąd faktyczny J różni się od prądu J_0 , który płynąłby w tym samym obwodzie pozbawionym samoindukcyjności. Ekstraprąd "i" jest zatem do pewnego stopnia miarą zniekształcenia jakiego doznaje prąd w obwodzie zawierającym samoindukcję.

Zrozumienie powyższego ułatwi następujące doświadczenie :



Rys. 718.

Dany jest układ jak na rys. 718. Opornica R jest tak nastawiona, że prąd J_b płynący z baterji przez żarówkę „z” po zamknięciu wyłącznika W i ustaleniu się stanu równowagi nie jest w stanie rozżarzyć włókna. W chwili załączenia wyłącznika obserwujemy jednak krótkotrwałe rozbłyśnięcie lampki „z”. Pochodzi to

stąd, że w chwili załączenia powstaje w cewce L strumień magnetyczny, indukujący SEM-czną e_1 . Ta SEM-czna przepędza przez żarówkę ekstraprąd zamknięcia i_1 , który się superponuje z prądem J_b pochodzącym od baterji. Wypadkowy prąd J_1 w żarówce jest teraz znacznie wiekszy niż w stanie ustalonym, bo równa się

$$J_1 = J_b + i_1$$

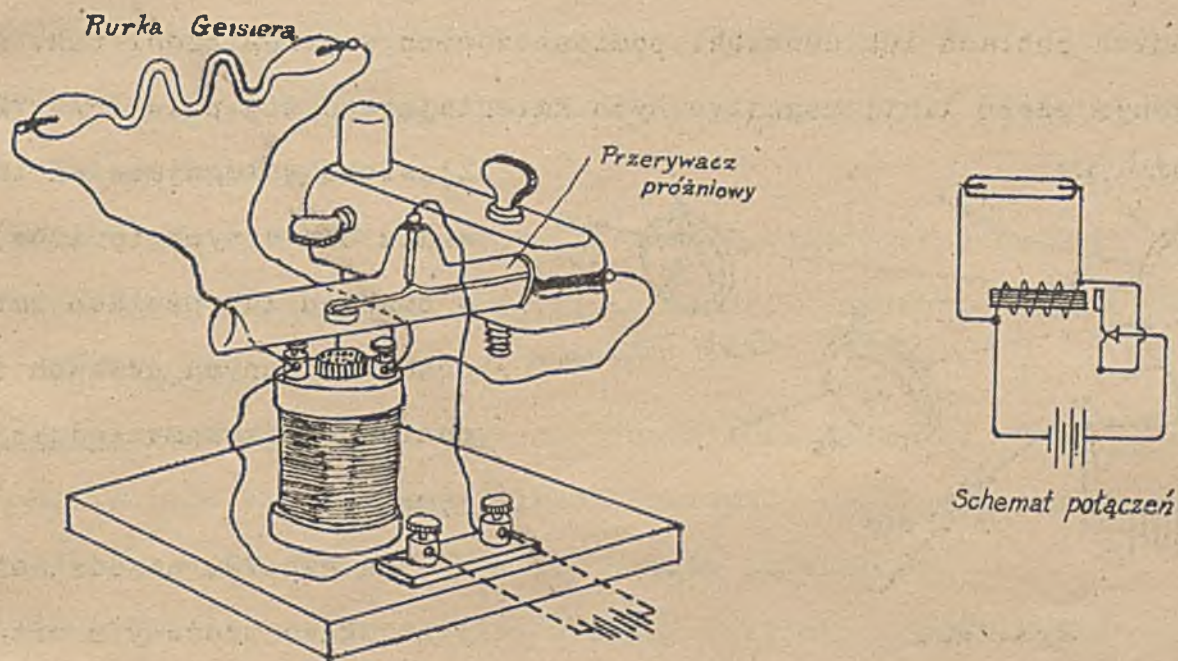
i jest już w stanie zaświecić lampkę Z . W stanie ustalonym jest strumień magnetyczny cewki $\Phi = \text{const}$, zatem $d\Phi/dt = 0$ więc także $i_1 = 0$, a $J_1 = J_b$.

Przy otwarciu wyłącznika W przerywamy zarówno prąd J jak i prąd J_b . Mimo to obserwujemy krótkotrwały błysk lampki. Pochodzi to stąd, że znikający strumień magnetyczny cewki indukuje w niej SEM-czną samoindukcji e_2 przepędzającą przez lampkę krótkotrwały ekstraprąd otwarcia i_2 . W tym przypadku jest

$$J_1 = -i_2$$

zatem udaje się nam otrzymać w pewnej gałęzi sam ekstraprąd. On to właśnie powoduje świecenie się żarówki.

Zastępując żarówkę rurką Geislera, a wyłącznik W przerywaczem perjodycznym zauważymy trwałe jarzenie się gazu w rurce. Udział prądu baterji J_b w całkowitym prądzie J_1 jest bardzo mały, gdyż napięcie baterji E jest małe w porównaniu z indukowaną ~~SEM~~-czną samoindukcją. W tym wypadku jest więc prąd płynący przez rurkę prawie wyłącznie ekstraprądem. (Doświadczenie według rys.719).



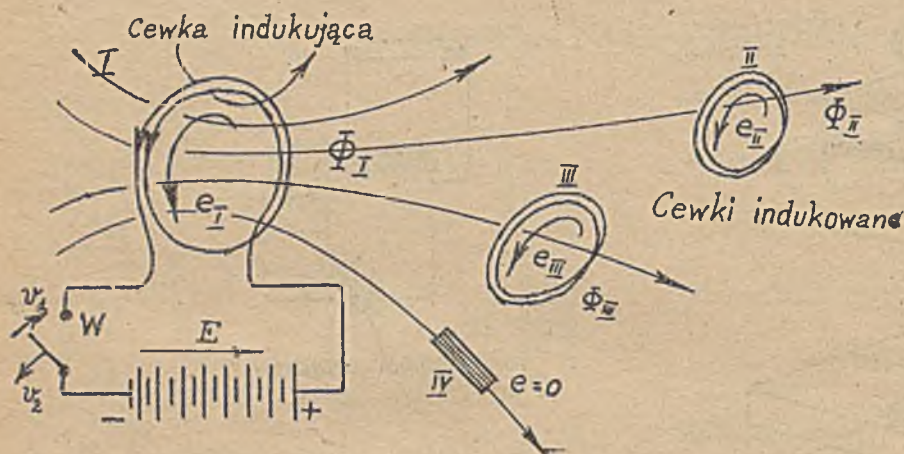
Rys.719.

III. Indukcja wzajemna.

1. Zjawisko.

Pole magnetyczne, wytworzone przez pętlę lub cewkę pod prądem, rozpościera się ogólnie do nieskończoności.

Zmiany prądu w tej pętli lub cewce, powodując zmiany pola magnetycznego, muszą wzniecać działania indukcyjne nie tylko w owej pętli lub cewce (samoindukcja), lecz także w innych pętlach lub cewkach, pomieszczonych w przestrzeni tak, że swe mi zwojami obejmują część linii magnetycznych zmieniającego się pola (rys.720).



Rys.720.

Zjawisko polegające na indukowaniu SEM-czynnych (prądów) w cewkach lub pętlach zmianami prądów w innych cewkach (lub pętlach) nazywamy indukcją wzajemną.

Na rys.720 przedstawiony jest układ złożony z czterech

cewek (I, II, III, IV,) w którym zmiany prądu w cewce I, wywoływane przez załączenie i wyłączenie wyłącznika W, wzniecają działania indukcyjne (SEM-czna i prądy) w cewkach II i III, przez które przenika część linii magnet. pola wytworzonego przez amperozwoje cewki I. Cewka IV ustawiona jest w przestrzeni tak, że przez nią nie przenika żaden strumień; w cewce tej nie powstają też żadne działania indukcyjne.

Wzniecaną w indukcji wzajemnej SEM-czną określa ogólnie dla cewek o zwojach skupionych wzór Maxwella
$$e = - \frac{d\Phi}{dt} z \cdot 10^{-8} \text{ V}$$

uzupełniany znakiem " - " włączności ze strzałką kierunkowości indukowanej SEM-cznej e. Odnośnie do rys.720 napiszemy więc

$$e_I = - \frac{d\Phi_I}{dt} z_I \cdot 10^{-8}, \quad e_{II} = - \frac{d\Phi_{II}}{dt} z_{II} \cdot 10^{-8}, \quad e_{III} = - \frac{d\Phi_{III}}{dt} z_{III} \cdot 10^{-8} \text{ V}$$

Najsilniej będą indukowane te cewki, których zmiany strumienia na jednostkę czasu ($d\Phi/dt$) osiągają największe wartości, w danym zespole więc te cewki, które przenika największy strumień indukcji (Cewka III na rys.720).

Gdy którąś z cewek pomieścimy w polu tak, że nie przenikają przez nią żadne linje magnetyczne (n.p. cewka IV na rys.720), nie podlega ona działaniom indukcyjnym, to znaczy nie powstają w niej SEM-czne i prądy indukcyjne. (Patrz dalej wariometr).

W cewkach osłoniętych płaszczem z żelaza miękkiego (osłona magnetyczna) działania indukcyjne są bardzo słabe (galwanometry pancerne) ^{x)}.

Przy szybkich zmianach pola magnetycznego także osłona z dobrego przewodnika (miedź) chroni przed działaniami indukcyjnymi, o czym pomówimy obszerniej w tomie III (Osłony indukcyjne).

Indukcja wzajemna występuje nietylko w zespołach złożonych z cewek, lecz także między przewodami linii elektr. (telegraf, telefon, linje prądu zmiennego i t.p.), oraz w kablach.

Indukcja wzajemna ujawnia się oczywiście nietylko przy załączaniu i wyłączaniu prądu, lecz także przy wszelkich zmianach natężenia i kierunku prądu, musi więc być stałym zjawiskiem w obwodach prądów zmiennych.

Zasadniczego znaczenia dla analizy zjawiska indukcji wzajemnej jest fakt, stwierdzalny doświadczalnie i umotywowany teoretycznie, że jeżeli jakaś cewka indukuje inne cewki, to i nawzajem cewki indukowane oddziałują (przez swe prądy) indukcyjnie na cewkę indukującą.

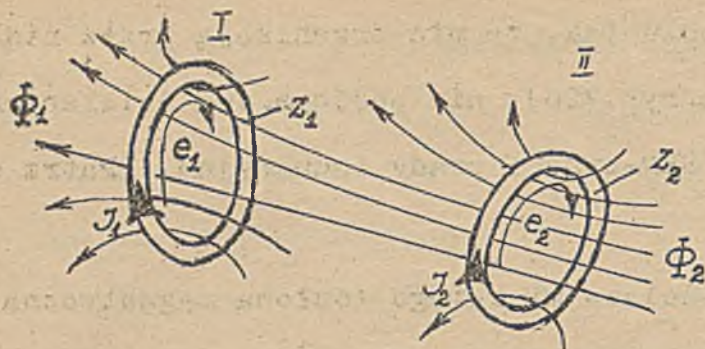
Pozatem w zjawiskach indukcji obowiązuje prawo superpozycji ; poszczególne działania indukcyjne, wzniesane w tej samej cewce, nakładają się, dając działanie wypadkowe.

2. Spółczynnik indukcji wzajemnej (M) czyli indukcyjność wzajemna i indukowana SEM-czna.

Rozpatrzmy przypadek najprostszy, tj. zjawisko indukcji wzajemnej w dwu cewkach o prądach J_1 , J_2 i zwojach skupionych z_1 i z_2 .

Amperozwoje $J_1 z_1$ i $J_2 z_2$ wytwarzają w przestrzeni jakieś pole magnetyczne wypadkowe (rys.721), z którego cewka I-sza obejmuje Φ_1 , a cewka II-ga Φ_2 linii indukcji. Zakładamy (narazie), że strumień Φ_1 przenika wszystkie zwoje z_1 , a strumień Φ_2 wszystkie zwoje z_2 (zwoje skupione).

^{x)} Osłona magnetyczna, nawet wielokrotna nie może być nigdy zupełną.



Rys.721.

(Zastosowanie prawa superpozycji do strumieni magnetycznych).

Możemy tedy napisać

$$\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12} \dots \dots \dots (45)$$

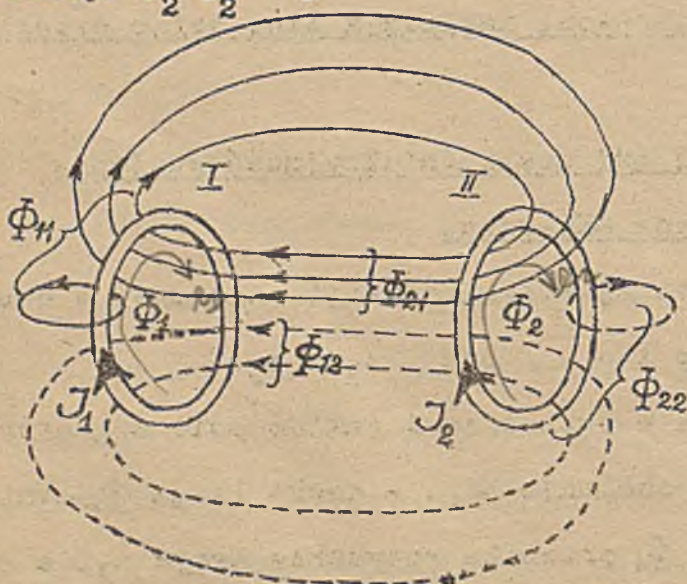
i analogicznie

$$\Phi_2 = \Phi_{22} + \Phi_{21} \dots \dots \dots (46)$$

przyczem Φ_{22} oznacza strumień wytworzony przez amperozwoje 2-giej cewki i objęty przez 2-gą cewkę, a Φ_{21} strumień objęty przez 2-gą cewkę, lecz wytworzony przez 1-szą cewkę (Schemat rys.722.).

Układ dwu (lub n cewek), w którym część linii magnetycznych jednej cewki przenika resztę cewek, nazywamy układem o dwu (lub n cewkach) magnetycznie sprzężonych.

Schematyczny obraz dwu cewek magnetycznie sprzężonych ilustruje rys.722. W schemacie tym uwypuklono zasadę, że każda linia magnetycznej indukcji musi się w sobie zamykać. Linje ciągłe pochodzą od amperozwoji $J_1 z_1$, linje kreskowane od amperozwoji $J_2 z_2$ ^{x)}.



Rys.722.Schematyczna ilustracja sprzężenia magnetycznego.

Strumień Φ_1 możemy sobie wyobrazić złożony z dwóch części, ze strumienia Φ_{11} wytworzonego przez amperozwoje I-szej cewki i objętego I-szą cewką i ze strumienia Φ_{12} objętego również przez cewkę 1-szą, lecz wytworzonego amperozwojami cewki 2-giej

Gdy w układzie dwu cewek magnetycznie sprzężonych (I i II rys.721) prądy J_1 i J_2 ulegają zmianom, indukują się w tych cewkach SEM-czne e_1 i e_2 , określone w myśl prawa Maxwella i z uwzględnieniem kierunku (strzałki e_1 i e_2) wzorami :

^{x)} Schemat ten nie oddaje istotnej geometrycznej charakterystyki pola, tylko ma służyć jako ilustracja dla równań 45 i 46.

$$e_1 = - \frac{d\Phi_1}{dt} z_1 = - \left(\frac{d\Phi_{11}}{dt} + \frac{d\Phi_{12}}{dt} \right) z_1 \dots \dots \dots (47)$$

$$e_2 = - \frac{d\Phi_2}{dt} z_2 = - \left(\frac{d\Phi_{22}}{dt} + \frac{d\Phi_{21}}{dt} \right) z_2 \dots \dots \dots (48)$$

Oznaczmy przez S_{11} opór magnetyczny okrężnego toru zajętego w przestrzeni przez samoistny strumień Φ_{11} i analogicznie symbolem S_{22} opór toru samoistnego strumienia Φ_{22} , a pozatem symbolami S_{12} i S_{21} opory magnetyczne dla strumieni Φ_{12} i Φ_{21} , to możemy napisać (w jedn. EM) :

$$\Phi_{11} = \frac{4\pi J_1 z_1}{S_{11}}, \quad \Phi_{12} = \frac{4\pi J_2 z_2}{S_{12}} \dots \dots \dots (49)$$

$$\Phi_{22} = \frac{4\pi J_2 z_2}{S_{22}}, \quad \Phi_{21} = \frac{4\pi J_1 z_1}{S_{21}} \dots \dots \dots (50)$$

Wstawiając powyższe wartości w równanie 47 i 48, otrzymamy :

$$e_1 = - \left(\frac{4\pi z_1^2}{S_{11}} \frac{dJ_1}{dt} + \frac{4\pi z_1 z_2}{S_{12}} \frac{dJ_2}{dt} \right) \dots \dots \dots (51)$$

$$e_2 = - \left(\frac{4\pi z_2^2}{S_{22}} \frac{dJ_2}{dt} + \frac{4\pi z_1 z_2}{S_{21}} \frac{dJ_1}{dt} \right) \dots \dots \dots (52)$$

W ostatnich równaniach (51 i 52) wyrazy

$$L_1 = \frac{4\pi z_1^2}{S_{11}}, \quad L_2 = \frac{4\pi z_2^2}{S_{22}} \dots \dots \dots (53)$$

przedstawiają spółczynniki samoindukcji cewek I i II.

Analogiczną rolę spełniają tam także dwa dalsze wyrazy

$$M_{12} = \frac{4\pi z_1 z_2}{S_{12}}, \quad M_{21} = \frac{4\pi z_1 z_2}{S_{21}} \dots \dots \dots (54)$$

które nazywamy spółczynnikiem indukcji wzajemnej lub krócej indukcyjnościami wzajemnymi. Symbol M_{12} oznacza współczynnik indukcji wzajemnej cewki I-szej względem II-giej, M_{21} cewki II-giej względem I-szej.

Wprowadzając w równania 51 i 52 współczynniki L i M, napiszemy

$$e_1 = - \left(L_1 \frac{dJ_1}{dt} + M_{12} \frac{dJ_2}{dt} \right) \dots \dots \dots (55)$$

$$e_2 = - \left(L_2 \frac{dJ_2}{dt} + M_{21} \frac{dJ_1}{dt} \right) \dots \dots \dots (56)$$

Ze współczynnikami indukcji wzajemnej zetknęliśmy się już w Elektrodynamice i tam dowiedliśmy, że w układzie dwu cewek zanurzonych w ośrodku o $\mu = \text{const.}$ jest

$$\underline{M_{12} = M_{21} = M} \dots \dots \dots (57)$$

Dla takiego przypadku, zachodzącego głównie przy cewkach powietrznych, możemy napisać

$$e_1 = - \left(L_1 \frac{dJ_1}{dt} + M \frac{dJ_2}{dt} \right) = \dots \dots \dots [e_{11} + e_{12}] \dots \dots \dots (58)$$

$$e_2 = - \left(L_2 \frac{dJ_2}{dt} + M \frac{dJ_1}{dt} \right) = \dots \dots \dots [e_{22} + e_{21}] \dots \dots \dots (59)$$

Z wzorów (54) widzimy, że wymiar M w układzie EM jest taki sam jak wymiar L, zatem

Jednostką indukcyjności wzajemnej w układzie EM jest cm a w układzie praktycznym czyli technicznym henry.

Dla M w cm obowiązują wzory (54), dla M w henrach wzory

$$M_{12} = \frac{4\pi z_1 z_2}{8 \cdot 10^9} \cdot \quad M_{21} = \frac{4\pi z_1 z_2}{8 \cdot 10^9} \dots \dots \dots (60)$$

M₁₂ = M₂₁ = M

W myśl wzorów (55 i 56) jednostki te możemy określić w następujący sposób
Układ dwu cewek magnetycznie skojarzonych ma indukcyjność wzajemną (M)
równą jednemu cm, gdy jednostajna zmiana prądu o jednostkę EM (10 A)
na sekundę w jednej cewce indukuje w drugiej SEM-czną równą jednostce EM, czyli
10⁻⁸ wolta.

Układ dwu cewek magnetycznie skojarzonych ma indukcyjność wzajemną (M)
równą jednemu H, gdy jednostajna zmiana prądu o jeden amper na sekun-
dę w jednej cewce, indukuje w drugiej SEM-czną równą jednemu woltowi.

Gdy operujemy technicznymi jednostkami, należy we wzorach (55, 56, 58 i 59) wstawić L i M w henrach, J₁ i J₂ w amperach a t w sek.; wówczas wypadnie e₁ i e₂ w woltach.

Spółczynnik M ma stałą wartość jedynie w przypadkach, gdy opór magnetyczny S przestrzeni zajętej przez strumień magnetyczny układu nie zależy od natężenia prądu J. Wypadek ten zachodzi tylko dla próżni i ośrodków para- i diamagnetycznych. W ośrodkach ferromagnetycznych μ jest zmienne i zależne od prądów J₁ i J₂. Gdy więc cewki nałożone są na rdzeń żelazny trzeba ogólnie położyć

$$e_1 = - \left[\frac{d}{dt} (L_1 J_1) + \frac{d}{dt} (M_{12} J_2) \right] =$$
$$= - \left[L_1 \frac{dJ_1}{dt} + J_1 \frac{dL_1}{dt} + M_{12} \frac{dJ_2}{dt} + J_2 \frac{dM_{12}}{dt} \right] \dots \dots \dots (61)$$

$$e_2 = - \left[\frac{d}{dt} (L_2 J_2) + \frac{d}{dt} (M_{21} J_1) \right] =$$

$$= - \left[L_2 \frac{dJ_2}{dt} + J_2 \frac{dL_2}{dt} + M_{21} \frac{dJ_1}{dt} + J_1 \frac{dM_{21}}{dt} \right] \dots \dots \dots (62)$$

W przypadku takim (cewki z rdzeniem żelaznym) współczynnik M_{12} nie równa się współczynnikowi M_{21} .

Równań 61 i 62 używamy tylko w specjalnych przypadkach ; zwykle zadowalamy się wyznaczeniem średniej wartości μ i korzystamy z prostszych wzorów (58 i 59)

Analogicznie jak w przypadku samoindukcji, możemy i tu uzależnić współczynnik indukcji wzajemnej od strumienia indukcji Φ . Kładziemy mianowicie według

(26 a)

$$\Phi_{11} z_1 = L_1^{EM} J_1^{EM}, \quad \Phi_{22} z_2 = L_2^{EM} J_2^{EM} \dots \dots \dots (63)$$

gdzie L_1 i L_2 oznaczają indukcyjności własne cewek I i II w jednostkach układu EM i odpowiednio do wzorów 49, 50 i 54 :

$$\Phi_{12} z_1 = M_{12}^{EM} J_2^{EM}, \quad \Phi_{21} z_2 = M_{21}^{EM} J_1^{EM} \dots \dots \dots (64)$$

W związku z równaniami 45 i 46 otrzymamy po podstawieniu :

$$\Phi_1 z_1 = L_1^{EM} J_1^{EM} + M_{12}^{EM} J_2^{EM}$$

$$\Phi_2 z_2 = L_2^{EM} J_2^{EM} + M_{21}^{EM} J_1^{EM} \dots \dots \dots (65)$$

W równaniach powyższych jest (w układzie EM) :

$$L_1 = \frac{\Phi_{11} z_1}{J_1} = \frac{4\pi J_1 z_1^2}{S_{11} J_1} = \frac{4\pi z_1^2}{S_{11}}$$

$$L_2 = \frac{\Phi_{22} z_2}{J_2} = \frac{4\pi J_2 z_2^2}{S_{22} J_2} = \frac{4\pi z_2^2}{S_{22}}$$

$$M_{12} = \frac{\Phi_{12} z_1}{J_2} = \frac{4\pi J_2 z_2 z_1}{S_{12} J_2} = \frac{4\pi z_1 z_2}{S_{12}}$$

$$M_{21} = \frac{\Phi_{21} z_2}{J_1} = \frac{4\pi J_1 z_1 z_2}{S_{21} J_1} = \frac{4\pi z_1 z_2}{S_{21}} \dots \dots \dots (66)$$

Stosując układ praktyczny napiszemy :

$$\Phi_{11} z_1 = L_1^H J_1^H \cdot 10^8$$

$$\Phi_{22} z_2 = L_2^H J_2^H \cdot 10^8$$

$$\Phi_{12} z_1 = M_{12}^H J_2^H \cdot 10^8$$

$$\Phi_{21} z_2 = M_{21}^H J_1^H \cdot 10^8 \dots \dots \dots (67)$$

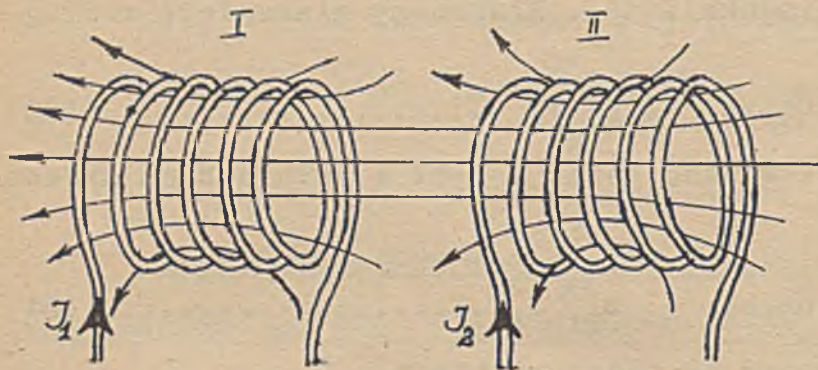
Jak zaznaczono na początku, oznacza :

Φ_{12} strumień przenikający cewkę I-szą a wytworzony przez amperozwoje cewki II-giej, a

Φ_{21} strumień przenikający cewkę II-gą a wytworzony przez amperozwoje cewki I-szej

Ostatnie zależności umożliwiają wyprowadzenie wzorów dla układów złożonych z cewek o zwojach rozłożonych (rys.723).

Dla układu dwu cewek rozłożonych, magnetycznie sprzężonych obowiązuje od-



nośnie do indukowanych SEM-cznych

wzory 55 i 56, w których jednak-

że za współczynniki indukcji wła-

snej wstawić należy wartości o-

bliczone z wzorów

$$L_1^{(H)} = \frac{\sum (\Phi_{11} z_1)}{J_1^2 \cdot 10^8} \dots\dots (68)$$

$$L_2^{(H)} = \frac{\sum (\Phi_{22} z_2)}{J_2^2 \cdot 10^8}$$

Rys. 723 Układ cewek o zwojach rozłożonych.

a za współczynniki indukcji wzajemnej wartości obliczone z wzorów

$$M_{12}^{(H)} = \frac{\sum (\Phi_{12} z_1)}{J_2^2 \cdot 10^8}, \quad M_{21}^{(H)} = \frac{\sum (\Phi_{21} z_2)}{J_1^2 \cdot 10^8} \dots\dots\dots (69)$$

We wzorach tych oznacza :

$\sum (\Phi_{11} z_1)$ sumę linjowzwoji cewki I obliczoną dla $J_1 \neq 0$, a $J_2 = 0$,

$\sum (\Phi_{22} z_2)$ sumę linjowzwoji cewki II obliczoną dla $J_2 \neq 0$, a $J_1 = 0$,

$\sum (\Phi_{12} z_1)$ sumę linjowzwoji cewki I obliczoną dla $J_1 = 0$, a $J_2 \neq 0$,

$\sum (\Phi_{21} z_2)$ sumę linjowzwoji cewki II obliczoną dla $J_2 = 0$, a $J_1 \neq 0$.

Dla kierunkowości SEM-cznych e_1 i e_2 wyznaczonych w myśl reguły korkocią-

ga będzie :

$$e_1 = - \left[L_1 \frac{dJ_1}{dt} + M_{12} \frac{dJ_2}{dt} \right] = - \left[\frac{d}{dt} \sum (\Phi_{11} z_1) + \frac{d}{dt} \sum (\Phi_{12} z_1) \right] \quad (70)$$

$$e_2 = - \left[L_2 \frac{dJ_2}{dt} + M_{21} \frac{dJ_1}{dt} \right] = - \left[\frac{d}{dt} \sum (\Phi_{22} z_2) + \frac{d}{dt} \sum (\Phi_{21} z_2) \right]$$

Dla układu 2 cewek powietrznych o zwojach rozłożonych jest także

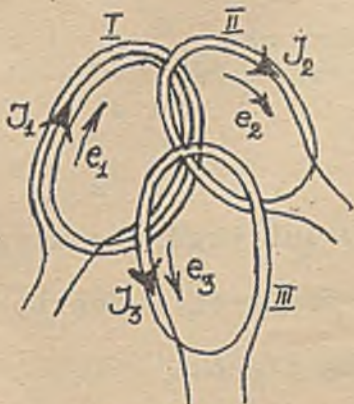
$$M_{12} = M_{21} = M$$

czyli

$$\frac{\sum (\Phi_{12} z_1)}{J_2} = \frac{\sum (\Phi_{21} z_2)}{J_1} \dots\dots\dots (71)$$

3. Indukcja wzajemna w układach złożonych z wielu cewek.

W przypadku gdy układ sprzężony magnetycznie (indukcyjnie) składa kilka cewek, n.p. trzy (rys.724) należy uwzględnić wzajemne działanie indukcyjne na siebie wszystkich cewek.



Rys.724.

Wszystkich cewek.

Oznaczmy strzałkami $J_1 J_2 J_3$ kierunkowości prądów w cewkach I II III a strzałkami $e_1 e_2 e_3$ kierunkowości SEM-cznych indukowanych w tych cewkach. Gdy $L_1 L_2 L_3$ odpowiadają indukcyjnościom własnym cewek a $M_{12} M_{13}, M_{21} M_{23}, M_{31} M_{32}$ indukcyjnościom wzajemnym, będzie :

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= - \left[L_1 \frac{dJ_1}{dt} + M_{12} \frac{dJ_2}{dt} - M_{13} \frac{dJ_3}{dt} \right] \\ e_2 &= - \left[L_2 \frac{dJ_2}{dt} + M_{21} \frac{dJ_1}{dt} - M_{23} \frac{dJ_3}{dt} \right] \\ e_3 &= - \left[L_3 \frac{dJ_3}{dt} - M_{31} \frac{dJ_1}{dt} - M_{32} \frac{dJ_2}{dt} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (72)$$

We wzorach tych oznacza

M_{12}	indukcyjność, wzajemną cewki I względem II
M_{13}	" " " I " III
M_{21}	" " " II " I
M_{23}	" " " II " III
M_{31}	" " " III " I
M_{32}	" " " III " II

Równania (72) wyrażają że każda z poszczególnych SEM-cznych $e_1 e_2 e_3$ indukowanych w cewkach I II III stanowi sumę trzech składowych SEM-cznych, a mianowicie

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= - \left[e_{11} + e_{12} - e_{13} \right] \\ e_2 &= - \left[e_{22} + e_{21} - e_{23} \right] \\ e_3 &= - \left[e_{33} - e_{31} - e_{32} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (73)$$

- e_{11} oznacza SEM indukowaną w cewce I zmianami prądu (J_1) w cewce I.
- e_{12} " " " " " I " " (J_2) " " II.
- e_{13} " " " " " I " " (J_3) " " III.

e_{22}	przedstawia SEM indukowaną w cewce II zmianami prądu (J_2) w cewce II
e_{21}	" " " " " II " " (J_1) " " I
e_{23}	" " " " " II " " (J_3) " " III
e_{33}	przedstawia SEM indukowaną w cewce III zmianami prądu (J_3) w cewce III
e_{31}	" " " " " III " " (J_1) " " I
e_{32}	" " " " " III " " (J_2) " " II

Gdy w którejkolwiek cewce niema prądu (przerwa) lub prąd nie ulega w niej zmianie, odpadają odnośne SEM-czne. N.p. dla $\frac{dJ_2}{dt} = 0$, czyli $J_2 = \text{const.}$ odpadają w równaniach (72) wszystkie człony zawierające pochodną dJ_2/dt .

Odnosnie do znaków z jakimi należy wpisywać w równania (72) poszczególne składowe e_{11} e_{12} e_{32} , obowiązują następujące wytyczne ^{x)} :

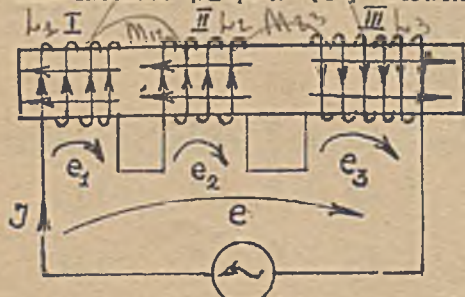
- 1) Wypisując wzory na e dla reguły korkociąga (Strzałka prądu i SEM e w cewce zgodnie skierowane) wstawiamy przed nawias (po znaku równości) znak "-"
- 2) W nawiasie wszystkie człony zawierający współczynnik indukcji własnej L otrzymują znak dodatni.
- 3) W nawiasie człony zawierające współczynnik indukcji wzajemnej M otrzymują znak "+", gdy odnoszą się do amperozwoji zgodnie magnesujących a znak "-", gdy odnoszą się do amperozwoji przeciwnie magnesujących cewkę, dla której wypisujemy równanie na e.

(Sprawdzić powyższe ze wzorami 72 i rys.724 zwracając uwagę na to, że cewka III działa odmagnesowująco na cewki I i II, z powodu czego człony zawierające współczynniki indukcji wzajemnej M_{13} M_{23} M_{31} i M_{32} wchodzi do wzorów ze znakiem ujemnym.)

4. Indukcyjność układu n-cewek zasilanych tym samym prądem.

Połączmy kilka cewek (3) w szereg (rys.725) i załączmy je na źródło prądu.

Przy zmianach prądu (J) indukują się w poszczególnych cewkach I II III SEM-czne



Rys.725.

e_1 e_2 e_3 , określone dla podanych kierunkowości (strzałki e) wzorami :

$$\begin{aligned}
 e_1 &= - \left[L_1 + M_{12} - M_{13} \right] \frac{dJ}{dt} \\
 e_2 &= - \left[L_2 + M_{21} - M_{23} \right] \frac{dJ}{dt} \\
 e_3 &= - \left[L_3 - M_{31} - M_{32} \right] \frac{dJ}{dt}
 \end{aligned}$$

x) Fryze "Strzałki kierunkowe w obwodach elektrycznych P.E.

Wypadkowa SEM-czna e indukowana w tym obwodzie będzie

$$e = e_1 + e_2 + e_3 = - \left[L_1 + L_2 + L_3 + M_{12} - M_{13} + M_{21} - M_{23} - M_{31} - M_{32} \right] \frac{dJ}{dt} \dots (74)$$

Suma $\sqrt{\quad}$ przedstawia wypadkowy współczynnik indukcji układu na rys. 725, czyli

$$e = - L \frac{dJ}{dt}$$

przyczem

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + M_{12} - M_{13} + M_{21} - M_{23} - M_{31} - M_{32} \dots (75)$$

W podobny sposób można także traktować każdą cewkę o zwojach rozłożonych.

W przypadku gdy cewki układu na rys.725 pomieszczone są na rdzeniu magnetycznie obojętnym (n.p. na drzewie), czyli gdy możemy założyć $\mu = const$, będzie w myśl poprzednich rozważań

$$M_{12} = M_{21} \quad , \quad M_{13} = M_{31} \quad , \quad M_{23} = M_{32}$$

wskutek czego otrzymamy

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + 2 (M_{12} - M_{13} - M_{23})$$

Dla dwu cewek wypadnie ogólnie

$$L = L_1 + L_2 \pm 2 M \dots (76)$$

przyczem znak "+" obowiązuje dla zgodnego działania amperozwoji cewki I i II a znak "-" dla przeciwnego działania tychże,

5. Współczynnik sprzężenia. (λ)

Dla układu dwu cewek magnetycznie sprzężonych i ułożonych w ośrodku $\mu = const$ jest

$$M_{12} = M_{21} = M$$

Dla cewek o zwojach skupionych można więc położyć

$$\frac{\Phi_{12} z_1}{J_2} = \frac{\Phi_{21} z_2}{J_1} = M \quad (\text{w układzie EM})$$

Z równości tej wynika, że

$$M^2 = \frac{\Phi_{12} \cdot \Phi_{21} \cdot z_1 \cdot z_2}{J_1 J_2}$$

Podstawiając, według (63)

$$J_1 = \frac{\Phi_{11} z_1}{L_1} \quad , \quad J_2 = \frac{\Phi_{22} z_2}{L_2}$$

otrzymamy

$$M^2 = \frac{\Phi_{12} \cdot \Phi_{21}}{\Phi_{11} \cdot \Phi_{22}} \cdot L_1 \cdot L_2$$

lub

$$M^2 = \frac{S_{11} \cdot S_{22}}{S_{12} \cdot S_{21}} \cdot L_1 \cdot L_2$$

Iloraz oporów z prawej strony znaku równości ma dla $\mu = \text{const}$ stałą wartość, możemy tedy napisać

$$M^2 = \lambda^2 \cdot L_1 \cdot L_2, \text{ lub } M = \lambda \cdot \sqrt{L_1 L_2} \dots \dots \dots (77)$$

Wartość

$$\lambda = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \dots \dots \dots (78)$$

nazywamy spółczynnikiem sprzężenia (Symbol λ).

Spółczynnik sprzężenia λ może posiadać wartości w granicach od 0 do 1 ^{x)}.

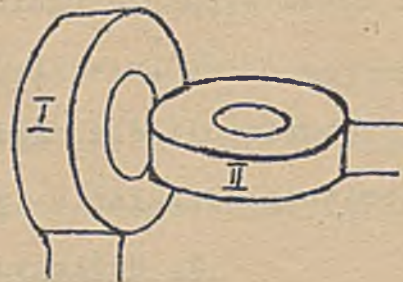
Maksymalną wartość $\lambda = 1$ osiągamy, gdy zwoje indukujące i indukowane leżą na sobie, wtedy bowiem

$$S_{11} = S_{22} = S_{12} = S_{21}, \text{ więc } \lambda = 1$$

Wypadek taki zachodzi w toroidzie o podwójnym uzwojeniu równomiernie rozłożonym a pozatem w przybliżeniu (λ mało różne od 1), gdy dwie jednakowe cewki przyłożymy do siebie (rys.726). Dla cewek ustawionych prostopadle do siebie (rys. 727) jest $\lambda = 0$.



Rys.726. $M = \text{maksimum}$
 $\lambda \approx 1$



Rys.727. $M = 0$
 $\lambda = 0$

Dla cewek powietrznych, nie zmieniających wzajemnego położenia λ ma wartość stałą, dla cewek z rdzeniami żelaznymi λ ma wartość zależną od nasycenia żelaza, a tem samym zależy od natężenia prądów w obu cewkach. Przy małych nasyceniach żelaza (poniżej kolana krzywej magnesowania $B = f(H)$) operujemy średnią wartością λ .

W przypadku gdy $\lambda = 1$ jest

$$M = \sqrt{L_1 L_2} \dots \dots \dots (79)$$

a gdy przytem obie cewki są jednakowe, będzie

$$M = L \dots \dots \dots (80)$$

^{x)} Niezależnie od jednostek w jakich wyrażamy L_1, L_2 i M . (byleby L_1, L_2 i M było wyrażone w tych samych jednostkach).

Wypadek ten zachodzi, gdy cewki są tak względem siebie ułożone, że strumień wytworzony przez jedną cewkę przechodzi przez wszystkie zwoje drugiej cewki (toroid). Umieszczając jedną z cewek obrotowo na osi, tak aby przy obracaniu zmieniała swe położenie względem drugiej cewki, otrzymamy zespół dwu cewek o stałych współczynnikach L_1 i L_2 a zmiennej wartości λ , czyli o zmiennej wartości M . Gdy połączymy obie cewki w szereg (rys.728), otrzymamy tzw. w a r j o m e t r, przyrząd którego indukcyjność L_w można zmieniać przez zmianę położenia jednej cewki względem drugiej w zakresie od L_{min} do L_{max} , według wzoru

$$L_w = (L_1 + L_2 \pm 2M) \dots\dots\dots (81)$$

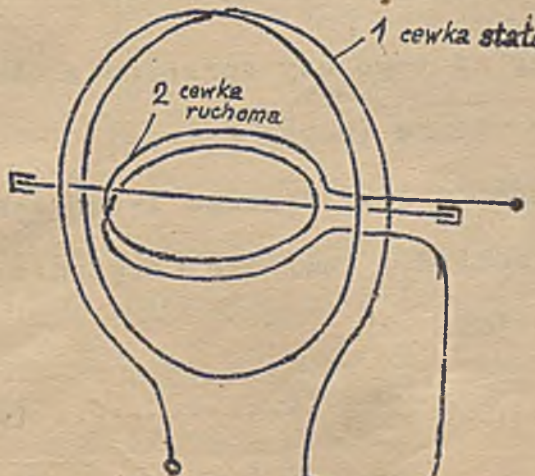
$$L_w = L_1 + L_2 \pm 2\lambda\sqrt{L_1 L_2}$$

Znak "+" obowiązuje dla sprzeżenia dodatniego, czyli takiego w którym indukcja wzajemna zwiększa indukcyjność układu (L_w) znak "-" dla sprzeżenia ujemnego czyli takiego w którym indukcja wzajemna zmniejsza indukcyjność układu (L_w).

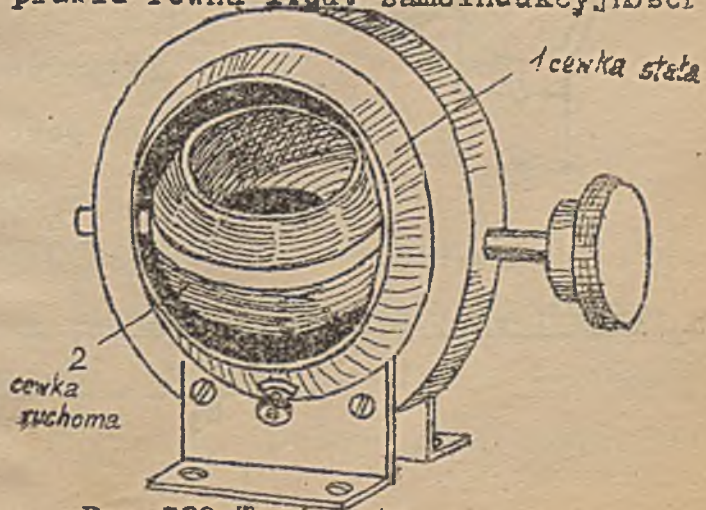
Sprzeżenie dodatnie występuje przy takim położeniu wzajemnym obu cewek, gdzie amperozwoje obu cewek mają zgodny kierunek magnesowania. Sprzeżenie ujemne ma miejsce gdy amperozwoje mają przeciwny kierunek magnesowania.

Określenia "sprzeżenie dodatnie, ujemne" mają tu oczywiście znaczenie czy sto praktyczne, albowiem ściśle biorąc zarówno λ jak i M mają zawsze wartości dodatnie a tylko indukowane w cewkach SEM-czne raz dodają się, a drugi raz odejmują. Niemniej jednak określeń powyższych nie należy rugować, orjentują bowiem w swej nazwie, jakiego rodzaju superpozycję działań indukcyjnych mamy w obwodzie.

W warjometrze, w którym obie cewki nawinięte są w kształcie dwu wycinków kulistych (rys.729), można osiągnąć, wartość λ prawie równa 1. Gdy samoindukcyjności



Rys. 728 Układ połączeń warjometru.



Rys.729 Warjometr.

takiego warjometru będą jednakowe, można zmieniać jego indukcyjność (L_v) w zakresie od wartości ~ 0 do $\sim 4L$.

Warjometrów używa się w radjotechnice (regulacja indukcyjności).

W układach złożonych z wielu (n) cewek mamy ogólnie tyle współczynników sprzężenia ile jest par jednakowych współczynników indukcji wzajemnej M .

Spółczynniki sprzężenia możemy wprowadzić także i w takich przypadkach gdzie możemy mianowicie położyć

$$\left. \begin{aligned} M_{rs} &\neq M_{sr} \\ \lambda_{rs} &= \frac{M_{rs}}{\sqrt{L_r L_s}} \\ \lambda_{sr} &= \frac{M_{sr}}{\sqrt{L_r L_s}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (82)$$

Takie traktowanie sprawy nie daje jednakże większych korzyści, gdyż w przypadkach indukcji wzajemnej w ośrodku o μ zmiennem należy usługiwać się wzorami (61) i (62).

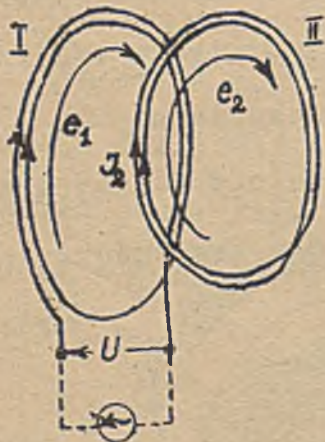
6. Wzajemne oddziaływanie na siebie obwodów magnetycznie sprzężonych.

W układzie dwu cewek magnetycznie sprzężonych (rys.730) przyjmowaliśmy dotychczas, że ta z cewek, do której doprowadzamy energję elektryczną (tu I) jest indukująca, a ta która otrzymuje energję za pośrednictwem działań indukcyjnych stanowi cewkę indukowaną (tu II). Właściwie jednak obie cewki działają na siebie

indukcyjnie, gdy w nich płyną prądy zmienne. W przypadku takim bowiem indukują się w cewkach SEM-czne

$$\begin{aligned} e_1 &= - \left[L_1 \frac{dJ_1}{dt} \pm M_{12} \frac{dJ_2}{dt} \right] \\ e_2 &= - \left[L_2 \frac{dJ_2}{dt} \pm M_{21} \frac{dJ_1}{dt} \right] \end{aligned}$$

przyczem znak \pm zależy od tego czy sprzężenie obu cewek jest dodatnie czy ujemne (Ustęp 5-ty).



Rys.730.

Przy napięciu źródła zasilającego I-szą cewkę U i oporze omowym tej cewki R_1 , chwilowe natężenia prądu

w cewce I-szej (dla kierunkowości jak na rys.730) jest

$$J_1 = \frac{U + e_1}{R_1} = \frac{U}{R_1} - \frac{1}{R_1} \left(L_1 \frac{dJ_1}{dt} + M_{12} \frac{dJ_2}{dt} \right) \dots\dots\dots (83)$$

Na natężenie w cewce I-ej (J_1) mają zatem wpływ nie tylko SEM-czna $e_{11} = L_1 \frac{dJ_1}{dt}$ indukowana w cewce I-szej zmianami prądu w tej cewce, lecz także zmiany prądu indukowanego w cewce II-giej ($M_{21} \frac{dJ_2}{dt}$).

Gdy opór omowy cewki II-giej jest R_2 , chwilowe natężenie prądu w cewce II-giej jest

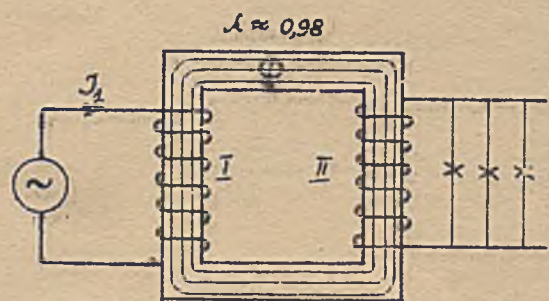
$$J_2 = \frac{e_2}{R_2} = -\frac{1}{R_2} \left[L_2 \frac{dJ_2}{dt} + M_{21} \frac{dJ_1}{dt} \right] \dots \dots \dots (84)$$

Oba obwody, magnetycznie sprzężone, oddziałują więc wzajemnie na siebie przez swe prądy i_1, i_2 , a ponieważ oddziaływanie to odbywa się z pomocą indukcji (człony $M_{12} \frac{dJ_2}{dt}$, $M_{21} \frac{dJ_1}{dt}$), przeto możemy powiedzieć, że obwody te są sprzężone indukcyjnie.

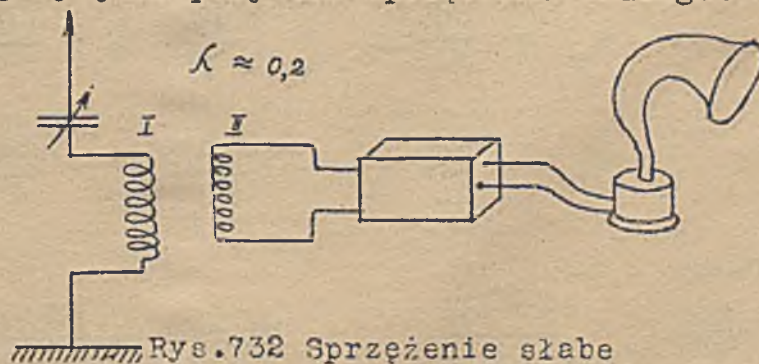
Spółczynniki M_{12}, M_{21} zależą przy stałych wartościach L_1 i L_2 od współczynnika sprzężenia λ . Im większa będzie wartość λ tem silniejsze będzie oddziaływanie indukcyjne obwodu I na II i II na I; gdy $\lambda = 1$ oddziaływanie indukcyjne nie będzie wcale.

W układach takich, jak transformator, gdzie chodzi o wydajne przeniesienie energii z układu indukującego (I) do układu indukowanego II, staramy się o osiągnięcie możliwie dużego współczynnika λ czyli silnego sprzężenia ($\lambda \approx 1$). Tam zaś, gdzie zależy nam na tem, aby oddziaływanie jednego obwodu na drugi nie przekraczało pewnych granic, koniecznych do utrzymania ze względu na ochronę przed zniekształceniami prądów (radjo), zadawalać się musimy sprzężeniem słabym ($\lambda \approx 0,2$)

Na rys.731 przedstawiony jest transformator jako przykład zastosowania sprzężenia silnego, a na rys. 732 odbiornik radjowy jako przykład sprzężenia słabego.



Rys.731 Sprzężenie silne



Rys.732 Sprzężenie słabe

W transformatorze osiągniemy najsilniejsze sprzężenie, gdy cewkę wtórną (II) nałożymy na pierwotną (I), jak to się też ogólnie praktykuje. W radjowym urządzeniu odbiorczym (rys.732) możemy regulować λ przez zmianę położenia cewek I i II. Regulację λ w przypadku odbiornika radjowego moglibyśmy osiągnąć także przez zastosowanie w miejsce I i II warjometru.

w równaniach (85) podstawimy raz

$$e_1^I = L_{11} \left(\frac{dJ_1}{dt}\right)^I + L_{12} \left(\frac{dJ_2}{dt}\right)^I + L_{13} \left(\frac{dJ_3}{dt}\right)^I + \dots + L_{1n} \left(\frac{dJ_n}{dt}\right)^I$$

$$e_2^I = L_{21} \left(\frac{dJ_1}{dt}\right)^I + L_{22} \left(\frac{dJ_2}{dt}\right)^I + L_{23} \left(\frac{dJ_3}{dt}\right)^I + \dots + L_{2n} \left(\frac{dJ_n}{dt}\right)^I$$

.....

$$e_n^I = L_{n1} \left(\frac{dJ_1}{dt}\right)^I + L_{n2} \left(\frac{dJ_2}{dt}\right)^I + L_{n3} \left(\frac{dJ_3}{dt}\right)^I + \dots + L_{nn} \left(\frac{dJ_n}{dt}\right)^I$$

a drugi raz

$$e_1^{\bar{I}} = L_{11} \left(\frac{dJ_1}{dt}\right)^{\bar{I}} + L_{12} \left(\frac{dJ_2}{dt}\right)^{\bar{I}} + L_{13} \left(\frac{dJ_3}{dt}\right)^{\bar{I}} + \dots + L_{1n} \left(\frac{dJ_n}{dt}\right)^{\bar{I}}$$

$$e_2^{\bar{I}} = L_{21} \left(\frac{dJ_1}{dt}\right)^{\bar{I}} + L_{22} \left(\frac{dJ_2}{dt}\right)^{\bar{I}} + L_{23} \left(\frac{dJ_3}{dt}\right)^{\bar{I}} + \dots + L_{2n} \left(\frac{dJ_n}{dt}\right)^{\bar{I}}$$

.....

$$e_n^{\bar{I}} = L_{n1} \left(\frac{dJ_1}{dt}\right)^{\bar{I}} + L_{n2} \left(\frac{dJ_2}{dt}\right)^{\bar{I}} + L_{n3} \left(\frac{dJ_3}{dt}\right)^{\bar{I}} + \dots + L_{nn} \left(\frac{dJ_n}{dt}\right)^{\bar{I}}$$

Przy stałych współczynnikach indukcji własnej (L_{rr}) i stałych współczynnikach indukcji wzajemnej (L_{rs}) obowiązuje ze względu na (86) następująca równość, zwana zasadą wzajemności ^{x)}

$$\sum_i e_i^I \left(\frac{dJ_i}{dt}\right)^{\bar{I}} = \sum_i e_i^{\bar{I}} \left(\frac{dJ_i}{dt}\right)^I \dots \dots \dots (88)$$

W równości tej e_i oznaczają SEM-czne indukowane w poszczególnych cewkach zmianami prądów $\left(\frac{dJ}{dt}\right)^I$, a $e^{\bar{I}}$ SEM-czne indukowane w tych cewkach zmianami prądów $\left(\frac{dJ}{dt}\right)^{\bar{I}}$.

Dla naszego zespołu cewek (rys.733) będzie więc

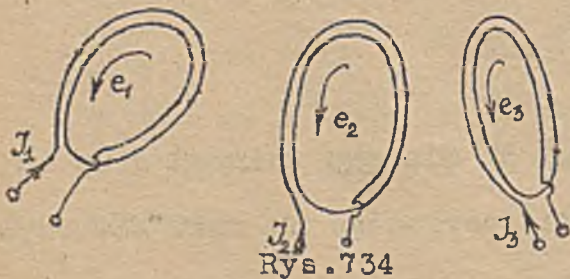
$$e_1^I \left(\frac{dJ_1}{dt}\right)^{\bar{I}} + e_2^I \left(\frac{dJ_2}{dt}\right)^{\bar{I}} + \dots + e_n^I \left(\frac{dJ_n}{dt}\right)^{\bar{I}} = e_1^{\bar{I}} \left(\frac{dJ_1}{dt}\right)^I + e_2^{\bar{I}} \left(\frac{dJ_2}{dt}\right)^I + \dots + e_n^{\bar{I}} \left(\frac{dJ_n}{dt}\right)^I$$

Zakładając dla zespołu 2 cewek $\left(\frac{dJ_1}{dt}\right)^I = \left(\frac{dJ_2}{dt}\right)^{\bar{I}} = \frac{dJ}{dt}$ a $\left(\frac{dJ_2}{dt}\right)^I = 0$ i $\left(\frac{dJ_1}{dt}\right)^{\bar{I}} = 0$, otrzymamy

$$e_2^I \frac{dJ}{dt} = e_1^{\bar{I}} \frac{dJ}{dt}, \text{ czyli } e_2^I = e_1^{\bar{I}} = e \dots \dots \dots (89)$$

Gdy jakiegokolwiek zmiany prądu (dJ/dt) w cewce I indukują w cewce II SEM-czną e , to takie same zmiany (dJ/dt) w cewce II indukują w cewce I taką samą SEM-czną e .

Przykład : Dany jest układ trzech cewek (rys.734). Przyjmijmy, że ich współczynniki indukcji elektromagnetycznej mają wartości



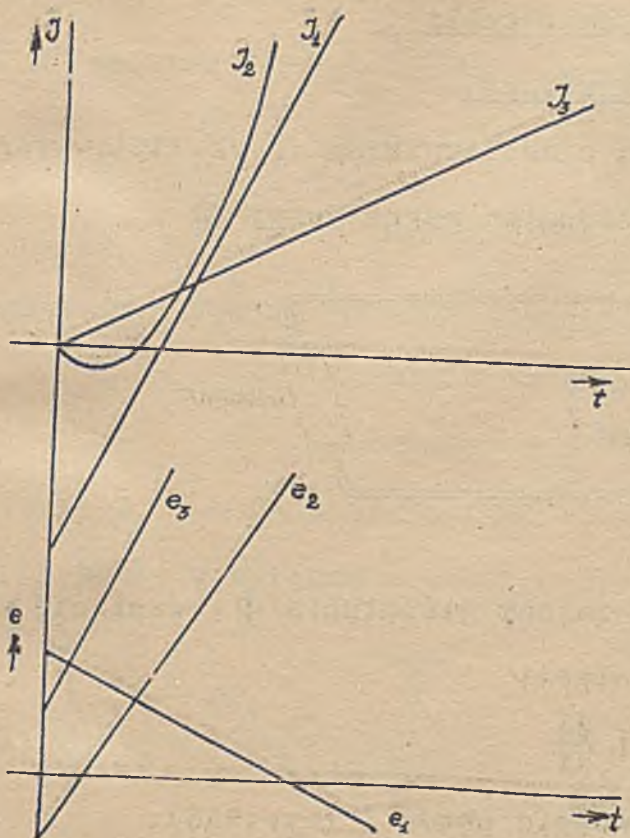
Rys. 734

$$L_{11} = 2 \text{ H} , L_{22} = 3 \text{ H} , L_{33} = 6 \text{ H}$$

$$L_{12} = -1 \text{ H} , L_{13} = 2,4 \text{ H} , L_{23} = 4 \text{ H}$$

a prądy w nich płynące zmieniają się według

^{x)} Obszerne omówienie zasady wzajemności czytaj w P.E.1928. Nowacki i Rozenzweig "Zasada wzajemności w elektrotechnice".



Rys.735

funkcyj (rys.735)

$$J_1 = (2t - 5) \text{ A}, \quad J_2 = \left(\frac{1}{2}t^2 - t\right), \quad J_3 = \frac{t}{2}$$

SEM-czne wyindukowane temi prądami obliczymy z wzoru (85) :

$$\begin{aligned} e_1 &= L_{11} \frac{dJ_1}{dt} + L_{12} \frac{dJ_2}{dt} + L_{13} \frac{dJ_3}{dt} = \\ &= 2,2 - 1(t - 1) + 2,4 \cdot \frac{1}{2} = \underline{(-t + 6,2) \text{ V}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e_2 &= L_{21} \frac{dJ_1}{dt} + L_{22} \frac{dJ_2}{dt} + L_{23} \frac{dJ_3}{dt} = \\ &= -1 \cdot 2 + 3(t - 1) + 4 \cdot \frac{1}{2} = \underline{(3t - 3) \text{ V}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e_3 &= L_{31} \frac{dJ_1}{dt} + L_{32} \frac{dJ_2}{dt} + L_{33} \frac{dJ_3}{dt} = \\ &= 2,4 \cdot 2 + 4(t - 1) + 6 \cdot \frac{1}{2} = \underline{(4t + 3,8) \text{ V}} \end{aligned}$$

Przyjmijmy za stan (I) chwilę $t = 0$, dla

której jest

$$\left(\frac{dJ_1}{dt}\right)^I = 2 \text{ A/sek}, \quad \left(\frac{dJ_2}{dt}\right)^I = -1 \text{ A/sek}, \quad \left(\frac{dJ_3}{dt}\right)^I = \frac{1}{2} \text{ A/sek}$$

to otrzymamy

$$e_1^I = 6,2 \text{ V}; \quad e_2^I = -3 \text{ V}; \quad e_3^I = 3,8 \text{ V}$$

Dla stanu (II), który przyjmujemy n.p. w chwili $t = 1$ będzie :

$$\begin{aligned} \left(\frac{dJ_1}{dt}\right)^{II} &= 2 \text{ A/sek}; \quad \left(\frac{dJ_2}{dt}\right)^{II} = 0 \text{ A/sek}; \quad \left(\frac{dJ_3}{dt}\right)^{II} = \frac{1}{2} \text{ A/sek} \\ e_1^{II} &= 5,2 \text{ V}; \quad e_2^{II} = 0 \text{ V}; \quad e_3^{II} = 7,8 \text{ V} \end{aligned}$$

Sumy iloczynów krzyżowych wynoszą :

$$e_1^I \left(\frac{dJ_1}{dt}\right)^{II} + e_2^I \left(\frac{dJ_2}{dt}\right)^{II} + e_3^I \left(\frac{dJ_3}{dt}\right)^{II} = 6,2 \cdot 2 - 3 \cdot 0 + 3,8 \cdot \frac{1}{2} = 14,3 \frac{\text{VA}}{\text{sek}}$$

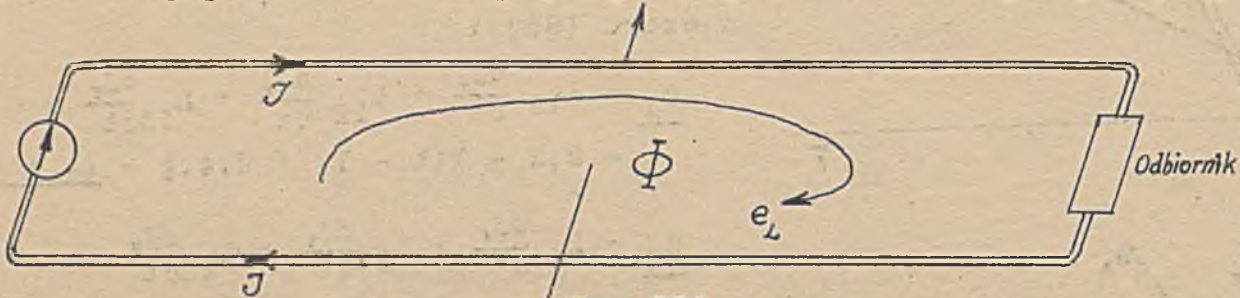
$$e_1^{II} \left(\frac{dJ_1}{dt}\right)^I + e_2^{II} \left(\frac{dJ_2}{dt}\right)^I + e_3^{II} \left(\frac{dJ_3}{dt}\right)^I = 5,2 \cdot 2 + 0 \cdot (-1) + 7,8 \cdot \frac{1}{2} = 14,3 \frac{\text{VA}}{\text{sek}}$$

są zatem równe.

V. Indukcyjność linii elektrycznych i kabli .

1. Linja elektryczna 2-przewodowa.

Dwa długie przewody, łączące źródło prądu z odbiornikiem (rys.736), tworzą pętlę, w której pod działaniem prądu powstaje strumień magnetyczny Φ .



Rys.736.

Zmiany prądu J w takiej pętli, powodując zmiany strumienia Φ , wzniecić muszą w owej pętli SEM-czną indukcji e_L w myśl relacji

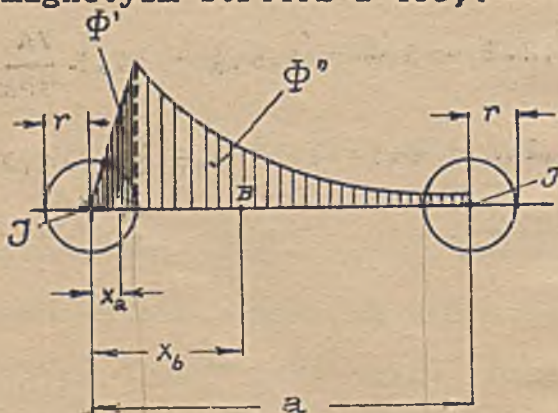
$$e_L = - \frac{d\Phi}{dt} = - L \frac{dJ}{dt}$$

ważnej dla kierunkowości e_L zgodnej z kierunkowością prądu J (rys.736).

Obliczenie e_L sprowadza się zatem do obliczenia współczynnika samoindukcji L pętli, co uskutecznimy z pomocą wzoru

$$L_H = \frac{\Phi \cdot z}{J_{EM}} 10^{-9} \dots \dots \dots (90)$$

Przy pętli obliczenie strumienia Φ uskuteczniamy z pomocą wzorów określających natężenie pola magnet. dla prostoliniowej, nieskończenie długiej strugi prądu (Elektromagnetyzm str.402 i 403).

Rys.737. Strumień pochodzący od jednego prądu J .

Dla punktu A położonego wewnątrz przewodu o kołowym przekroju i $l = \infty$

$$\text{jest } H_A = \frac{2 J_{EM}}{r^2} \cdot x_A$$

Dla punktu B położonego zewnątrz takiego przekroju jest

$$H_B = \frac{2 J_{EM}}{x_B}$$

W powietrzu ($\mu \approx 1$) natężenia te

są równe indukcjom magnet.

$$H_A = B_A \quad , \quad H_B = B_B$$

Dla długich pętli wzory ważne ściśle dla $l = \infty$, możemy zastawać także dla l o wartości skończonej, otrzymane tą drogą wzory są praktycznie zupełnie zadowalniające.

Oznaczając zatem strumień wewnątrz jednego drutu o promieniu r i długości l przez Φ' a zewnątrz jednego drutu przez Φ'' , napiszemy

$$\Phi' = \int_0^r H_R \cdot l \cdot dx = \int_0^r \frac{2 J_{EM}}{r^2} l \cdot x \cdot dx = J_{EM} \cdot l$$

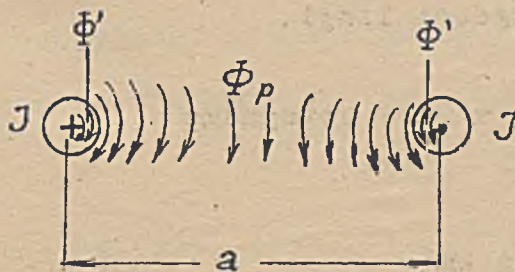
$$\Phi'' = \int_r^a H_B \cdot l \cdot dx = \int_r^a 2 J_{EM} \cdot l \cdot \frac{dx}{x} = 2 J_{EM} \cdot l \cdot \ln \frac{a}{r}$$

Uwzględniając drugi przewód otrzymamy

$$\Phi_w = 2 \Phi' = 2 J_{EM} \cdot l \quad \dots \dots \dots (91)$$

$$\Phi_p = 2 \Phi'' = 4 J_{EM} \cdot l \cdot \ln \frac{a}{r} \quad \dots \dots \dots (92)$$

We wzorach tych Φ_w oznacza sumę strumieni wewnętrznych obu przewodów a Φ_p strumień objęty pętlą utworzoną z drutu o promieniu r (rys.738). (W obu przewodach płyną jednakowe prądy, lecz o przeciwnych kierunkach).



Rys.738

Celem obliczenia współczynnika indukcji własnej (L) nie możemy jednak we wzorze (87) wstawić za linjowzwoje ($\Phi \cdot z$) sumy

$$\Phi_w + \Phi_p$$

Zwój bowiem jest pojęciem geometrycznym linjow-

wym, podczas gdy w naszym przypadku mamy do czynienia z realnymi trójwymiarowymi przewodami ; każde włókno takiego przewodu daje inny zwój. Strumień Φ_p mieści się całkowicie w obrębie pętli t.zn. jest objęty każdym włóknem uważanem za zwój.

Inaczej ma się rzecz ze strumieniem Φ_w . Włókno środkowe leżące w osi geometrycznej pętli obejmuje cały strumień Φ_w , włókno wewnętrzne leżące w przecięciu się powierzchni przewodników z płaszczyzną osi ogeometrycznej nie obejmuje strumienia Φ_w wcale.

Wzór otrzymamy na innej drodze wywodem zupełnie ścisłym^{x)} poucza, że cała trójwymiarowa pętla zachowuje się jak idealny geometryczny zwój, obejmujący strumień $\frac{\Phi_w}{2}$. Za linjowzwoje musimy więc podstawić

$$\Phi \cdot z = \Phi_p + \frac{\Phi_w}{2}$$

W ten sposób otrzymamy

$$\Phi \cdot z = 4 J_{EM} l \cdot \ln \frac{a}{r} + J_{EM} \cdot l = J_{EM} \cdot l \cdot (4 \ln \frac{a}{r} + 1) \quad \dots \dots \dots (93)$$

oraz według (90) współczynnik linii 2-przewodowej utworzonej z przewodów o długości

^{x)} Ścisłe lecz zawiłe obliczenie L linii 2-przewodowej podał Maxwell w swem dziele "A Treatise on Electricity and Magnetism".

l i promieniu r

$$L_H = l_{\text{cm}} \left(4 \ln \frac{a}{r} + 1 \right) \cdot 10^{-9}$$

lub dla l w km

$$L_H = l_{\text{km}} \left(4 \ln \frac{a}{r} + 1 \right) \cdot 10^{-4} \dots\dots\dots (94)$$

$$L_H = 4 l_{\text{km}} \left(\ln \frac{a}{r} + 0,25 \right) \cdot 10^{-4} \dots\dots\dots (95)$$

Na jednostkę długości (1 km) będzie

$$L_{H/\text{km}} = 4 \left(\ln \frac{a}{r} + 0,25 \right) \cdot 10^{-4} \dots\dots\dots (96)$$

Wzór Maxwella dla linii 2-przewodowej składającej się z dwu drutów okrągłych o średnicach d_1, d_2 , sporządzonych z materiałów o przenikalnościach μ_1, μ_2 i zanurzonych w ośrodku μ_0 , a oddalonych od siebie o "a" ma postać

$$L/\text{cm} = 2 \mu_0 \ln \frac{4 a^2}{d_1 d_2} + \frac{1}{2} (\mu_1 + \mu_2) \text{ cm na cm długości linii.}$$

Kładąc w tym wzorze $\mu_0 = 1$ i $\mu_1 = \mu_2 = 1$, oraz $d_1 = d_2 = 2 r$, otrzymamy

$$L = 4 \ln \frac{a}{r} + 1 \text{ cm}$$

lub

$$L/\text{km} = 4 \left(\ln \frac{a}{r} + \frac{1}{4} \right) \cdot 10^{-4} \text{ henrów na km.}$$

Ponieważ założono $\mu = 1$, przeto wzór (95) jest ważny dla przewodów z materiału magnetycznie obojętnego (miedź, aluminium i t.p.).

Dla przewodów z materiału ferromagnetycznego (żelazo) należy uwzględnić różne przenikalności powietrza ($\mu \approx 1$) i drutu $\mu \gg 1$.

W myśl wzoru Maxwella, podanego poprzednio, otrzymamy dla linii 2-przewodowej o jednakowych drutach (r) żelaznych wzór

$$L_H = l_{\text{km}} \left[4 \ln \frac{a}{r} + \mu \right] \dots\dots\dots (97)$$

w którym jednakże właściwe ustalenie wartości μ przewodów natrafia na znaczne trudności, bo przenikalność magnetyczna zależna jest od natężenia pola H wewnątrz drutu, a tem samem od prądu J . W praktyce posługujemy się więc do obliczeń L wartościami ustalonymi drogą pomiarów L dla danych warunków.

Podana poniżej tabelka ^{x)} orjentuje co do wartości L w milihenrach (mH) na km linii 2-przewodowej miedzianej w powietrzu.

x) Według Herzog & Feldmann "Die Berechnung elektr. Leitungen" 1921 str. 566.

d = 2r mm	a = 25 cm	a = 50 cm	a = 75 cm	a = 100 cm	a = 250 cm	a = 300 cm
3	2,147	2,424	2,586	2,701	2,864	2,979
4	2,032	2,309	2,471	2,586	2,748	2,864
5	1,942	2,220	2,382	2,497	2,639	2,774
6	1,869	2,147	2,309	2,424	2,586	2,701
7	1,808	2,085	2,247	2,362	2,525	2,640
8	1,754	2,032	2,194	2,309	2,471	2,586
9	1,707	1,985	2,147	2,262	2,424	2,539
10	1,665	1,942	2,105	2,220	2,382	2,497

W przewodach z materiału niemagnetycznego jest wpływ pola wewnętrznego na indukcyjność linii nieduży. Dla linii 2-przewodowej o przekroju pojedynczego przewodu $q = 50 \text{ mm}^2$ ($r \approx 0,4 \text{ cm}$) i odległości między przewodami $a = 100 \text{ cm}$ jest

$$\ln \frac{a}{r} + \frac{1}{4} = \ln \frac{100}{0,4} + 0,25 = \sim 5,521$$

Wskutek pominięcia pola wewnątrz przewodów wynosi zatem

$$\Delta L = \frac{0,25}{5,521} = \sim 4,5 \%$$

2. Indukcyjność linii jedнопrzewodowej (przewód powrotny stanowi ziemia).

Obliczenie indukcyjności takiej linii jest niezwykle trudne. Trudności są nie tylko rachunkowe ale przede wszystkim fizyczne, nie wiadomo bowiem jak wyglądać ma strug prądu w ziemi, zależne od wielu czynników^{x)}.

Dla linii przedstawionej na rys.739 podaje Breisig^{xx)} wzór

$$L = 2 l_{\text{km}} \left[\ln \frac{2h}{r_{\text{cm}}} - k + \frac{\mu}{4} \right] \cdot 10^{-4} \text{ Henry} \dots\dots (98)$$

w którym l oznacza długość przewodnika w km, r promień przekroju drutu, h jego wysokość zawieszenia nad ziemią, μ przenikalność dla drutu. Spółczynnik k waha w praktycznych przypadkach

od 1 do 2, zależnie od warunków (rodzaj ziemi, jej jednolitość i t.p.).

Massin^{xxx)} próbował pomierzyć indukcyjności własne i wzajemne przewodów

ziemionych, jednakże pewność wyników tą drogą otrzymanych stoi pod znakiem zapytania

^{x)} Patrz "Opór ziemi" Str.48 i "Prądy w ziemi" Str.322, Tom II, część 1-sza.

^{xx)} Breisig "Theoretische Telegraphie"

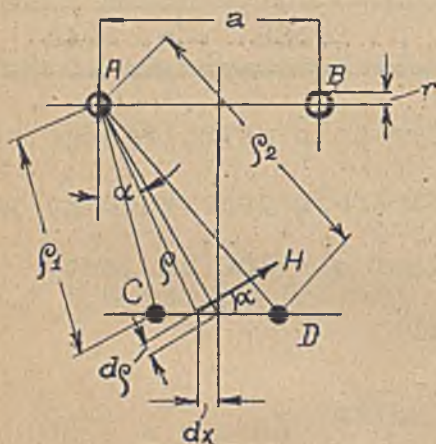
^{xxx)} Massin "Ann.télégr." 1890, 17, 506.

nia ze względu na przypadkowe prądy ziemne.

Uwaga : Niektórzy autorzy podają (98) ze współczynnikiem $k = 1$ jako "indukcyjność pojedynczego przewodnika". Takie postawienie sprawy niema oczywiście fizycznego sensu, jak długo nie poda się drogi powrotnej prądu. Wzór (98) należy więc uważać za indukcyjność linii uziemionej t.j. takiej, w której przewód powrotny stanowi ziemia.

3. Indukcyjność wzajemna linii elektrycznych.

Dane są dwie równoległe linie dwuprzewodowe AB i CD (rys.740). Indukcyjność wzajemną M obliczymy ze strumienia Φ , który przenika linję CD (o drutach nieskoń-



Rys.740.

nie cienkich), gdy w linii AB płynie prąd J (lub odwrotnie). Natężenie H od prądu w przewodzie A zewnątrz tego przewodu przedstawi się wzorem

$$H = \frac{0,2 \cdot J_A}{\rho}$$

W powietrzu możemy położyć $B = H$. Składowa B normalna do płaszczyzny linii CD będzie się równała

$$B_n = B \cdot \sin \alpha = \frac{0,2 J_A \cdot \sin \alpha}{\rho}$$

Strumień elementarny $d\Phi$ pochodzący tylko od prądu w przewodzie A, a prze-

nikający elementarny prostokąt o szerokości dx i długości l wyniesie

$$d\Phi = l \cdot dx \cdot B_n = \frac{0,2 J_A \cdot l \cdot \sin \alpha \cdot dx}{\rho}$$

ale

$$dx \cdot \sin \alpha = d\rho \quad (\text{rys.740}), \text{ zatem}$$

$$d\Phi = 0,2 J_A l \frac{d\rho}{\rho}$$

lub

$$\Phi = 0,2 J_A l \int_{\rho_1}^{\rho_2} \frac{d\rho}{\rho} = 0,2 J_A l \cdot \ln \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)$$

Strumień pochodzący od prądów w obu przewodach A i B, a przenikający linję CD będzie dla układu symetrycznego jak na rys.740 dwa razy większy, zatem wyniesie

$$\Phi_M = 0,4 J_A l \cdot \ln \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)$$

a współczynnik indukcji wzajemnej

$$M = \frac{\Phi_M}{J_A} \cdot 10^{-8} = 4 \cdot l \cdot \ln \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \cdot 10^{-9} \quad \text{H} \quad \dots \quad (99)$$

Jest on zazwyczaj znacznie mniejszy od współczynnika indukcji własnej linii L .

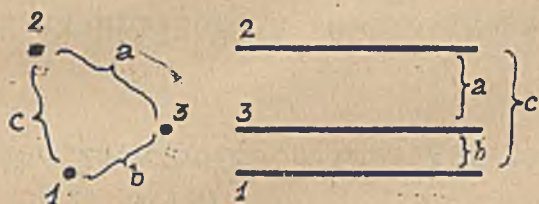
Niech będzie n.p. w rys.740 $a = 80 \text{ cm.}$, $r = 0,5 \text{ cm.}$, $\rho_2 = 78 \text{ cm.}$, $\rho_1 = 54 \text{ cm.}$ Obliczy

my wtedy $L = l \cdot (4 \ln \frac{a}{r} + 1) \cdot 10^{-9} = l \cdot (4 \ln \frac{80}{0,5} + 1) \cdot 10^{-9} = \sim \underline{\underline{21,3 \cdot l \cdot 10^{-9} \text{ H}}}$

pouczas gdy
$$\underline{M} = 4.l.ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \cdot 10^{-9} = 4.l.ln\left(\frac{78}{54}\right) \cdot 10^{-9} = \sim \underline{1.47.l.10^{-9} \text{ H}}$$

Widzimy więc, że w tym wypadku wynosi M tylko około 6,9% wartości L.

W układach trójfazowych występuje zagadnienie obliczenia indukcyjności wzajemnej między pętlami utworzonymi przez trzy przewody. Zadanie to rozwiążemy zakładając na rys.741 n.p. w pętli „a” prąd o natężeniu 1 A. (Prąd ten płynie n.p. w przewodzie 2 za płaszczyznę rysunku, a w przewodzie 3 ku nam).



Rys.741.

Oznaczmy strumienie wytworzone tym prądem a przenikające pętlę a, b, c przez Φ_a, Φ_b, Φ_c to

możemy napisać

$$\Phi_a = \Phi_b + \Phi_c$$

(abstrahujemy tu od strumieni wewnątrz przewodów).

Ale
$$\frac{\Phi_a}{1 \text{ A}} = L_a \cdot 10^{-8} \text{ H} ; \frac{\Phi_b}{1 \text{ A}} = M_{ab} \cdot 10^{-8} \text{ H} ; \frac{\Phi_c}{1 \text{ A}} = M_{ac} \cdot 10^{-8} \text{ H}$$

zatem
$$M_{ab} + M_{ac} = L_a$$

W analogiczny sposób wyprowadzamy

$$M_{bc} + M_{ba} = L_b$$

$$M_{ca} + M_{cb} = L_c$$

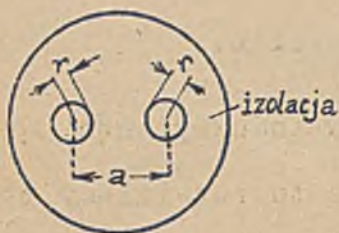
Z równań tych znajdujemy

$$\left. \begin{aligned} M_{ab} &= 0,5 (L_a + L_b - L_c) \\ M_{bc} &= 0,5 (L_b + L_c - L_a) \\ M_{ca} &= 0,5 (L_c + L_a - L_b) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (100)$$

W ten sposób możemy wyrazić indukcyjności wzajemne przez indukcyjności własne pętli. Wywody powyższe są o tyle przybliżone, że nie uwzględniają pola wewnątrz przewodników. Dokładność taka wystarczy jednak w praktycznych przypadkach dla przewodów miedzianych (p.przykład na końcu ust.1).

4. Indukcyjność w kablach.

W kablach bez opancerzenia (blachą żelazną, stalową, drutami) można obliczać współczynnik indukcji własnej pętli utworzonej z 2 żył (rys.742) z pomocą wzoru (95), albowiem izolację oraz otaczającą kabel ziemię można traktować jako ośrodki



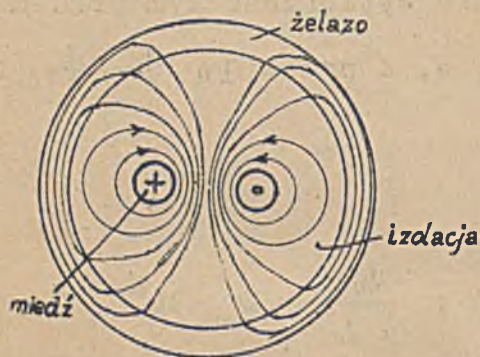
Rys.742.

magnetycznie obojętne (Żyły w kablach są miedziane, więc także o $\mu = 1$).

Normalnie jednak znajdują zastosowanie kable opancerzone żelazem celem ochrony przed uszkodzeniem. Trzeba przeto uwzględnić także pole wytworzone w pancerzu przez

strugi prądów płynących w żyłach kabla.

Schematyczny obraz pola magnetycznego w kablu 2-żyłowym, otoczonym pancerzem żelaznym, okazuje rys.743. (Pancerz wyrysowa-



Rys.743.

no tu znacznie grubszy, celem okazania przebiegu linii magnet. indukcji).

Obliczenie współczynnika samoindukcji i indukcji wzajemnej dla kabli opancerzonych nastrocza duże trudności matematyczne. W praktyce zadowalamy się przeto wzorami empirycznymi, które podane

będą w tomie III-cim (Prądy zmienne).

Literatura :

Maxwell A Treatise on Electricity and Magnetism,

Breißig E T Z 1898

Theoretische Telegraphie 1910,

Fraenckel Theorie der Wechselströme 1921,

Thomälen Kurzes Lehrbuch der Elektrotechnik 1929,

Fischer - Hinnen Induktion und Kapazität von Leitungen

Bullet. des S.E.V. 1917 str.333 - 365,

Lehrbuch für Elektrotechniker 1922,

Rziha - Seidener Starkstromtechnik 1921,

Lichtenstein E T Z 1904,

Orlich E T Z 1908 str. 310

Kapazität und Induktivität.

VI. Energia układów indukcyjnych.

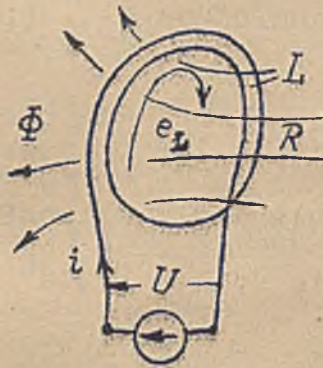
1. Energia układu z indukcyjnością własną (L)

Wytworzenie pola magnetycznego wymaga nakładu pracy, gdyż pole to mieści energję w ilości

$$W = \frac{1}{8\pi} \int_v H \cdot B \cdot dv \dots\dots\dots (101)$$

Jeżeli więc przez cewkę o indukcyjności własnej L płynie prąd o natężeniu J, to do układu zawierającego tę cewkę trzeba było doprowadzić energję elektryczną w ilości równoważnej energji mieszczącej się w polu magnetycznem tej cewki, a pozatem należy dostarczać do układu energji potrzebnej na inne przemiany magnetyczne (ciepło).

Rozważmy układ złożony z cewki (o indukcyjności L) załączonej na źródło prądu o napięciu U (rys. 744). Gdy przez pętlę tę płynie prąd i, zmieniający się



Rys. 744.

z czasem (t), powstaje w niej SEM-czna samoindukcji

$$e_L = -L \frac{di}{dt}$$

Stosując prawo koła napięć do owej cewki napiszemy dla stanu chwilowego $u - i \cdot R + e_L = 0$

gdzie u oznacza napięcie chwilowe źródła prądu zasilającego cewkę, a R opór omowy cewki. Wstawiając wartość za e_L i mnożąc obustronnie przez i dt, otrzymamy

$$u \cdot i \cdot dt = i^2 \cdot R \cdot dt + L \cdot i \cdot di$$

Lewa strona tego równania przedstawia elementarną pracę wykonaną przez źródło prądu o napięciu "u" w czasie dt. Prawa strona okazuje na co ta praca została zużyta w tym samym czasie (dt).

Z powyższego równania wynika mianowicie następująca równość

$$d A_z = d A_c + d W$$

Praca dostarczona ze źródła = energja zużyta na ciepło w cewce + energja dostarczona do pola magnetycznego.

Całkując obustronnie w granicach od 0 do t, względnie od 0 do J, dla przypadku gdy prąd w cewce wzrósł z wartości 0 do wartości J w czasie od 0 do t, otrzymamy

$$\int_0^t u \cdot i \cdot dt = \int_0^t i^2 \cdot R \cdot dt + \int_0^J L \cdot i \cdot di$$
$$A_z = A_c + \frac{1}{2} L J^2$$

Praca źródła prądu A_z zasilającego cewkę zużywa się na ciepło Joule'a w ilości

$$A_c = \int_0^t i^2 \cdot R \cdot dt$$

oraz na wytworzenie pola magnetycznego w ilości

$$A_m = \frac{1}{2} L J^2$$

gdzie J oznacza końcowe natężenie prądu osiągnięte w czasie t .

W myśl prawa zachowania energii praca zużyta na wytworzenie pola magnetycznego musi być równa energii zamagazynowanej w tem polu ^{x)}. Wynika stąd jednak, że energia pola magnetycznego cewki o indukcyjności własnej L przy prądzie J jest

$$W = \frac{1}{2} L J^2 \text{ ergów (wzór fizyczny) (102)}$$

gdy L w cm a J w jedn. EM., względnie

$$W = \frac{1}{2} L J^2 \text{ dżauli (wzór techniczny) (103)}$$

gdy L w henrach, a J w amperach.

Przykład : Jeżeli przez cewkę o indukcyjności 1 H płynie prąd $J = 1 \text{ A}$, to energia pola magnetycznego tej cewki wynosi $W = \frac{1}{2}$ dżaula czyli wátosekundy. Gdy prąd J podwyższymy na 2 A energia pola wzrośnie do $W = \frac{1}{2} 1 \cdot 2^2 = 2$ dżauli czyli wátosekund, więc czterokrotnie. Gdy $J = 0$ jest także $W = 0$

Uwaga : Przypominam, że energję pola elektrycznego przewodnika naelektryzowanego określa wzór

$$W = \frac{1}{2} C V^2$$

ergów gdy C i V w jednostkach ES lub dżauli gdy C w faradach a V w woltach.

Energję pola elektrycznego naładowanego kondensatora określa wzór

$$W = \frac{1}{2} C U^2$$

ergów względnie dżauli przy jednostkach jak wyżej.

Cewka pobiera energję z obwodu, gdy prąd rośnie i magazynuje ją w swem polu magnetycznem, oddaje zaś energję do obwodu, gdy prąd maleje, czerpie ją z zapasu swego pola magnetycznego.

Widać to jasno ze wzoru

$$W = \int_0^J L \cdot i \cdot di$$

jeżeli di traktujemy jako przyrost prądu i wstawimy ze znakiem $+$, gdy prąd rośnie, a ze znakiem $-$ (przyrost ujemny) gdy prąd maleje.

x) Zakładamy, że pole magnetyczne mieści się w jednolitym ośrodku rozciągającym się do nieskończoności o stałej przenikalności ($\mu = \text{const}$).

Z powyższego widać, że cewka czy układ o samoindukcyjności L może być w obwodzie na przemian odbiornikiem i wydajnikiem energii elektrycznej. Odbiornikiem staje się cewka, gdy prąd w jej zwojach rośnie, wydajnikiem gdy prąd ten maleje. Każdej wartości chwilowej natężenia prądu (i) odpowiada chwilowy zapas energii pola magnetycznego, określony wzorem

$$W = \frac{1}{2} L i^2 \dots\dots\dots (104)$$

Energja ta nie rozprasza się, lecz wraca z powrotem do obwodu, gdy prąd spada do zera.

Po załączeniu źródła prądu na cewkę musi ono wykonać nietylko pracę związaną z przemianami energii elektrycznej na ciepło Joule'a w oporze cewki R , lecz także pokryć zapotrzebowanie energii pola magnetycznego cewki. Pobór energii elektrycznej związany z przemianami termicznej natury (ciepło Joule'a) zależy od natężenia prądu J i od oporu cewki R , który stale działa jak odbiornik energii. Napięcie $u_R = i \cdot R$ ma więc stale charakter reakcyjny. Odnośnie do pola magnetycznego zachodzi naprzemiań pobór energii elektr. ze źródła i zamiana tejże na energję pola magnet., oraz zwrot tej energii z przemianą powrotną na energję elektryczną. Indukowana w cewce SEM-czna indukcji e_L działa więc reakcyjnie (przeciw prądowi) przy wzroście prądu, a akcyjnie (zgodnie z prądem) gdy prąd maleje.

Już obecnie można przewidzieć, że w układzie z cewką o samoindukcyjności L , prąd J nie może wzrosć odrazu od 0 do wartości $J = U/R$, gdy cewkę włączymy nagle na źródło prądu o napięciu U . Wszak wytworzenie pola magnetycznego wymaga pewnego nakładu energii a tej nie można dostarczyć w czasie nieskończenie krótkim.

Także przy wyłączeniu prądu, czyli zmniejszeniu jego wartości od J do 0, natężenie prądu w cewce nie może spaść do zera momentalnie, bo potrzeba pewnego czasu na zwrot energii zanikającego pola.

Łącząc oba wzory na energję pola magnetycznego

$$W = \frac{1}{8\pi} \int_V H \cdot B \cdot dv = \frac{1}{2} L J^2$$

możemy powiedzieć, że energja magnetyczna cewki indukcyjnej mieści się w przestrzeni okalającej cewkę. Jednakże wiemy, że pole cewki rozciąga się ogólnie w nieskoń-

czoność i że przenoszenie się energii w przestrzeni odbywa się ze skończoną prędkością rzędu \sqrt{c} światła. Wynikałoby stąd

- 1° że po załączeniu cewki ładowanie energią pola magnetycznego trwać winno nieskończenie długo, oraz
- 2° że po wyłączeniu cewki w czasie skończonym nie odzyskamy całej energii oddanej do pola magnetycznego.

Wnioski te prowadzą do przeświadczenia

- 3° że teoretycznie w obwodzie obarczonym indukcyjnością L osiągnięcie stanu ustalonego w czasie skończonym jest niemożliwe.

Przy niezbyt szybkich zmianach prądu w cewce obserwujemy jednak w praktyce bardzo rychle ustalenie się stanu stacjonarnego, zaś niedobór energii odzyskanej z pola magnetycznego występuje w mierzalnych ilościach dopiero przy prądach szybko zmiennych (radjo). O obwodach takich mówimy, że promieniują energię w przestrzeń. Promieniowanie takie dochodzi do skutku w postaci fal elektromagnetycznych.

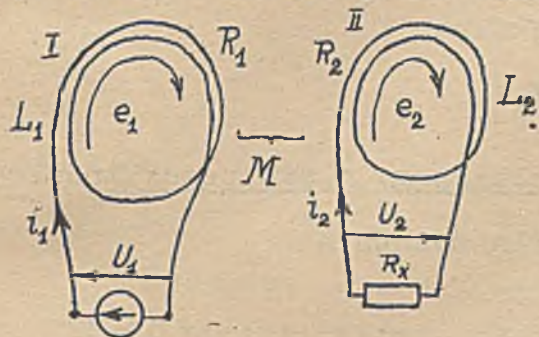
Z promieniowaniem energii zetknęliśmy się już przy omawianiu pola elektrycznego (kondenzator na przemian ładowany i wyładowywany). Tu dochodzimy do wniosku, że elementem promieniującym może być także cewka indukcyjna (anteny ramowe).

W radjotechnice używamy do wypromieniowania energii anteny w kształcie kondensatora otwartego dlatego, że jego zdolność promieniowania jest większa niż anteny ramowej. W stacjach odbiorczych używa się jednakże obu form anten. Oba rodzaje anten promieniują energję w postaci fal elektromagnetycznych. Jakkolwiek w istocie swej fale te w obu przypadkach są tego samego rodzaju, to jednak zachodzą między nimi te różnice, że w antenie kondensatorowej (jedną okładką antena drugą ziemia) impulsem wzniecającym fale elektromagnetyczne są zmiany pola elektrycznego, w antenie ramowej zaś zmiany pola magnetycznego. Nie wdając się tu w bliższe szczegóły - jako wkraczające na teren radjotechniki - zauważymy tylko, że podany poprzednio wzór na energję pola magnetycznego zachowuje ważność tylko dla niezbyt szybkich zmian prądu w obwodzie o indukcyjności L .

Prądy szybkozmienne wymagają odnośnie do przemian energetycznych oddzielnej analizy.

2. Energia układu z indukcyjnością własną (L) i wzajemną (M).

Rozważmy naprzód układ złożony z dwu cewek, sprzężonych magnetycznie (rys. 745). Cewka I niech będzie załączona na źródło prądu o zmiennym napięciu U_1 , do



Rys. 745.

cewki II-giej załączamy odbiornik o napięciu U_2 . Gdy w cewce I prąd i_1 ulega zmianom indukują się w obu cewkach SEM-czne e_1 e_2 , przy-
czem w myśl prawa koła napięć jest

$$u_1 - i_1 R_1 + e_1 = 0; \quad -u_2 - i_2 R_2 + e_2 = 0$$

Podstawiając w równaniach tych wartości za

e_1 i e_2 , otrzymamy

$$u_1 = i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt}$$

$$- u_2 = i_2 R_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt}$$

Pomnóżmy pierwsze z tych równań przez $i_1 dt$, a drugie przez $i_2 dt$ i dodajmy oba do siebie

$$u_1 i_1 dt = i_1^2 R_1 dt + L_1 i_1 di_1 \pm M i_1 di_2$$

$$- u_2 i_2 dt = i_2^2 R_2 dt + L_2 i_2 di_2 \pm M i_2 di_1$$

$$u_1 i_1 dt = u_2 i_2 dt + i_1^2 R_1 dt + i_2^2 R_2 dt +$$

$$+ L_1 i_1 di_1 + L_2 i_2 di_2 \pm M i_1 di_2 \pm M i_2 di_1$$

$$d A_z = d A_0 + d A_c + d W \dots \dots \dots (105)$$

W ostatnim równaniu oznaczają :

$d A_z = u_1 i_1 dt$ energję elektryczną dostarczoną do cewki I przez źródło prądu o napięciu U_1 ,

$d A_0 = u_2 i_2 dt$ energję elektr. zużytą w czasie dt przez odbiornik R_x załączony w cewkę II-gą ,

$d A_c = i_1^2 R_1 dt + i_2^2 R_2 dt$ energję elektr. przemienianą w obu cewkach na ciepło w czasie dt .

Pozostała reszta $d W = L_1 i_1 di_1 + L_2 i_2 di_2 \pm M i_1 di_2 \pm M i_2 di_1 \dots \dots (106)$

musi przeto reprezentować energję gromadzoną względnie wyzwalaną przez pola magnetyczne układu, jeżeli abstrahujemy tu od energii wypromieniowanej z obwodu w postaci fal elektromagnetycznych (niezbyt szybkie zmiany prądów).

W interpretacji takiej równanie (105) przedstawia bilans energetyczny układu złożonego z dwu cewek indukcyjnie sprzężonych.

Równanie (106) przedstawia różniczkę zupełną funkcji

$$W = \frac{1}{2} L_1 J_1^2 + \frac{1}{2} L_2 J_2^2 \pm M J_1 J_2$$

Wynika stąd, że energje pola magnetycznego układu złożonego z dwu cewek indukcyjnie sprzężonych, w których płyną prądy J_1 J_2 , określa równanie

$$W = \frac{1}{2} L_1 J_1^2 + \frac{1}{2} L_2 J_2^2 \pm M J_1 J_2 \dots\dots\dots (107)$$

ergów gdy L i M w cm, a J_1 i J_2 w jedn. EM, względnie dżauli czyli watosekund, gdy L i M w henrach, a J_1 i J_2 w amperach. W powyższem równaniu wstawiamy znak + dla sprzężenia dodatniego a znak - dla sprzężenia ujemnego.

Człon $\frac{1}{2} L_1 J_1^2$ reprezentuje energje pola magnetycznego samej cewki I, człon $\frac{1}{2} L_2 J_2^2$ samej cewki II, człon $M J_1 J_2$ odpowiada energii pola magnetycznego, z pomocą którego obie cewki są skojarzone (sprzężone).

Wzór (107) jest ważny tylko dla niezbyt szybkich zmian t.j. w przypadkach gdzie jeszcze można abstrahować od promieniowania elektromagnetycznego układu przedstawionego na rys.745.

Dla dowolnego stanu chwilowego, określonego prądami chwilowemi i_1 i_2 , chwilowy zapas energii magnetycznej zamagazynowany w układzie 2-cewek magnetycznie skojarzonych, czyli indukcyjnie sprzężonych, wynosi

$$W = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2 \dots\dots\dots (108)$$

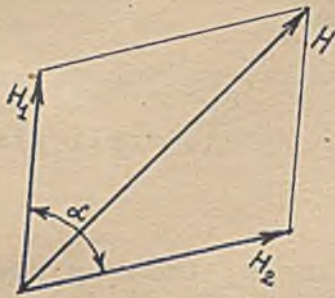
W miarę jak prądy J_1 i J_2 ulegają zmianom w czasie, odbywa się w obwodzie przemienianie energii z obwodu do pola magnetycznego i z powrotem, czyli t.zw. pulsowanie energii elektrycznej, o którym pomówimy jeszcze obszernie w części traktującej o prądach zmiennych (Tom III-ci).

I w układzie dwu cewek skojarzonych indukcyjnie energja pola magnetycznego odpowiada relacji ogólnej

$$W = \frac{1}{8\pi} \int_v H \cdot B \cdot dv = \frac{cu}{8\pi} \int H^2 \cdot dv$$

Jeżeli H i B przedstawia wypadkowe natężenie względnie wypadkową indukcję pola magnetycznego w poszczególnych punktach przestrzeni.

Oznaczmy przez H_1 i H_2 składowe natężenia pól pochodzących od cewki I względnie II w uważanym punkcie przestrzeni (rys.746). Natężenie wypadkowe w tym punk-



Rys.746.

cie będzie $H^2 = H_1^2 + H_2^2 + 2H_1 H_2 \cos \alpha$

a wypadkowa indukcja przy $\mu = \text{const}$

$$B = H\mu$$

bo także $B_1 = H_1\mu$ i $B_2 = H_2\mu$

Możemy przeto napisać

$$W = \frac{\mu}{8\pi} \int_v H^2 dv = \frac{\mu}{8\pi} \int_v H_1^2 dv + \frac{\mu}{8\pi} \int_v H_2^2 dv + 2 \frac{\mu}{8\pi} \int_v H_1 H_2 \cos \alpha \cdot dv$$

Ponieważ jednak w myśl (107) jest

$$W_1 = \frac{1}{2} L_1 J_1^2 = \frac{\mu}{8\pi} \int_v H_1^2 dv$$

$$W_2 = \frac{1}{2} L_2 J_2^2 = \frac{\mu}{8\pi} \int_v H_2^2 dv$$

przeto musi być także

$$W_{12} = M J_1 J_2 = \frac{2\mu}{8\pi} \int_v H_1 H_2 \cos \alpha \cdot dv$$

Energja pola magnetycznego dwu cewek sprzężonych składa się więc niejako z trzech części: W_1 reprezentuje energję pola samej tylko cewki I, W_2 samej tylko cewki II a W_{12} "energję skojarzenia". Energja ta dodaje się do poprzednich lub odejmuje się od nich zależnie od tego, czy sprzężenie jest pozytywne (zgodność magnesowania), czy negatywne (niezgodność magnesowania).

Na podstawie poprzednich rozważań można wypisać wprost równanie określające energję pola magnetycznego układu złożonego z dowolnej ilości cewek.

N.p. dla 3 cewek magnetycznie sprzężonych będzie

$$W = \frac{1}{2} L_1 J_1^2 + \frac{1}{2} L_2 J_2^2 + \frac{1}{2} L_3 J_3^2 + \pm M_{12} J_1 J_2 \pm M_{13} J_1 J_3 \pm M_{23} J_2 J_3 \dots \dots \dots (109)$$

Wszystko co powiedzieliśmy o energii pola magnetycznego obwodów^z samą tylko indukcyjnością, odnosi się także i do obwodów magnetycznie skojarzonych. Także i te obwody mogą wypromieniowywać energję w postaci fal elektromagnetycznych, gdy zmiany prądów J_1 i J_2 zachodzą bardzo szybko.

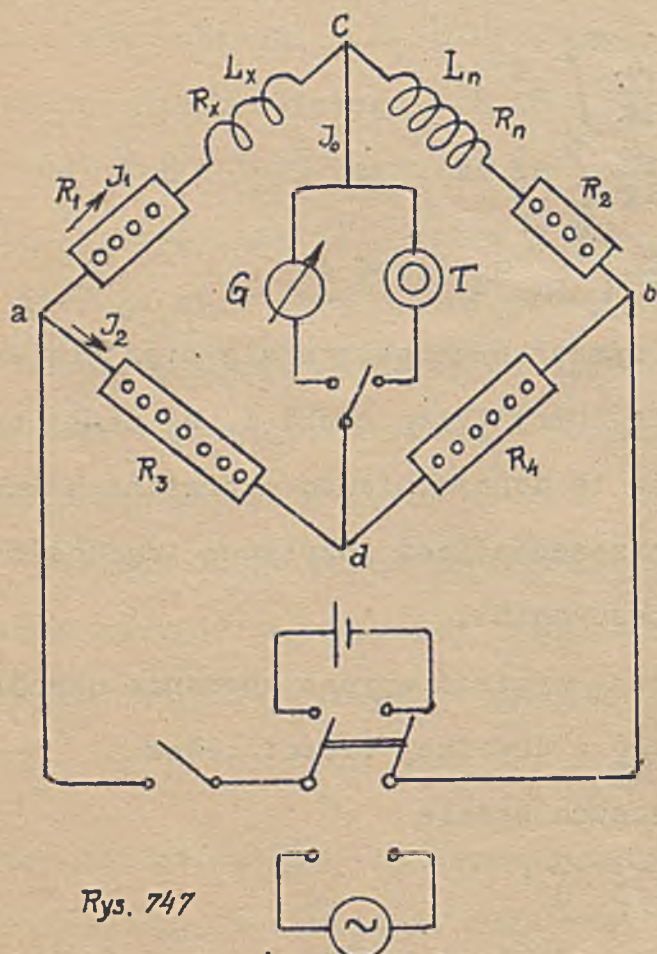
Uwaga : Każdy obwód elektr. promieniuje energję przy najpowszechniejszych zmianach prądów lub napięć w tym obwodzie. Promieniowanie to nie wchodzi jednak praktycznie w rachubę przy zmianach powolnych, bo jest znikomo małe. W urządzeniach radiowych stwarzamy specjalne warunki do silnego promieniowania, potęgowane go szybkimi zmianami.

VI. Pomiar współczynników indukcji.

1. Pomiar współczynnika indukcji własnej (L).

Z wielu znanych metod uwzględnimy tu jedynie najprostszą, podaną przez Maxwella. Jest to t.j.w. pomiar przy pomocy stałej normalii indukcyjnej, czyli przy pomocy cewki o ściśle określonej indukcyjności L.

Normalę indukcyjną L_n (o oporności R_n) i cewkę o nieznannej indukcyjności L_x (i nieznannej oporności R_x) łączymy z czterema opornicami zatyczkowymi R_1 R_2 R_3 R_4 ze źródłem prądu stałego wzgl. zmiennego oraz z galvanometrem G wzgl. ze słuchawką telefoniczną T w mostek Wheatstona, w sposób okazany na rys. 747. Załączając



Rys. 747

naprzód galvanometr i źródło prądu stałego, nastawiamy opornice R_1 R_2 R_3 R_4 tak, aby wskazówka galvanometru ustawiła się na zero. W przypadku takim musi być $V_c = V_d$ czyli

$$(R_1 + R_x) R_4 = (R_n + R_2) R_3.$$

(Warunek równowagi mostku Wheatstone'a)

Osiągnąwszy tę równowagę przełączamy mostek na źródło prądu zmiennego (lub przerywanego - sekometr) zaś zamiast galvanometru włączamy telefon. Opornice pomiarowe R_1 R_2 R_3 R_4 regulujemy teraz (grupowo) tak długo aż szmer w słuchawce zemilknie, tak jednakże żeby po-

przedni warunek równowagi dla prądu stałego nie został zburzony, czyli tak, aby przy każdym nowym stanie była stale utrzymana równość

$$(R_1 + R_x) R_4 = (R_n + R_2) R_3$$

W przypadku gdy przez telefon nie płynie prąd musi być (dla każdego momentu)

$$i_1 (R_1 + R_x) + L_x \frac{di_1}{dt} = i_2 R_3$$

$$i_1 (R_2 + R_n) + L_n \frac{di_1}{dt} = i_2 R_4$$

lub

$$i_1 (R_1 + R_x) - i_2 R_3 = - L_x \frac{di_1}{dt}$$

$$i_1 (R_2 + R_n) - i_2 R_4 = - L_n \frac{di_1}{dt}$$

Ldzieląc oba te równania przez siebie, otrzymamy

$$\frac{i_1 (R_1 + R_x) - i_2 R_3}{i_1 (R_2 + R_n) - i_2 R_4} = \frac{L_x}{L_n}$$

lub po pomnożeniu liczników przez R_4 a mianowników przez R_3

$$\frac{i_1 (R_1 + R_x) R_4 - i_2 R_3 R_4}{i_1 (R_2 + R_n) R_3 - i_2 R_3 R_4} = \frac{L_x}{L_n} \frac{R_4}{R_3}$$

Ponieważ równowagę przy prądzie zmiennym osiągnęliśmy przy równoczesnym utrzymaniu równowagi dla prądu stałego, przeto musi być

$$(R_1 + R_x) R_4 = (R_2 + R_n) R_3, \text{ a zatem}$$

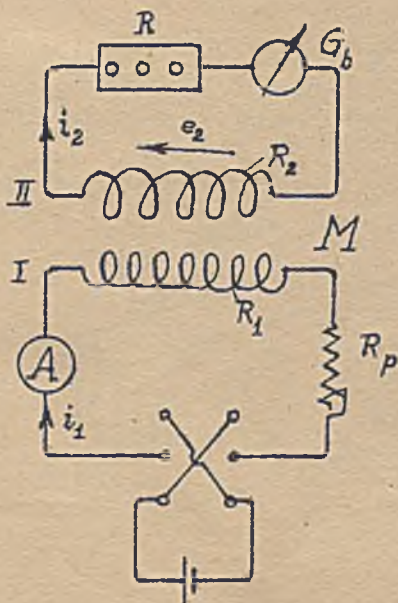
$$\frac{L_x}{L_n} \frac{R_4}{R_3} = 1$$

skąd

$$L_x = L_n \frac{R_3}{R_4} \dots\dots\dots (110)$$

2. Pomiar współczynnika indukcji wzajemnej (M).

Przy pomocy galwanometru balistycznego można zmierzyć współczynnik indukcji wzajemnej dwu cewek M . Zasadniczy układ połączeń jest przedstawiony na rys. 748.



Rys. 748

G_b oznacza tu galwanometr balistyczny, R opornicę zatyczkową (którą możemy tak dobrać, aby dostać odchylenie α_1 żądanej wielkości). I i II obie cewki. A amperomierz mierzący prąd pierwotny i_1 , R_p opornicę pomocniczą służącą do naregulowania tego prądu.

Przy zamknięciu prądu i_1 w obwodzie pierwotnym wyindukuje się w obwodzie wtórnym SEM e_2 , której wielkość określi wzór $e_2 = M \frac{di_1}{dt}$

Wywoła ona w obwodzie wtórnym prąd i_2 , przyczem dla chwilowych wartości będzie

$$e_2 = M \frac{di_1}{dt} = (R + R_g + R_2) i_2$$

gdzie R oznacza opór opornicy zatyczkowej, R_g opór galwanometru a R_2 opór uzwojenia wtórnego.

Całkując obustronnie powyższe równanie w granicach od zero do t , w którym to czasie prąd pierwotny i_1 wzrósł z wartości zero do J_1

otrzymamy

$$\int_0^t e_2 dt = M \int_0^{J_1} di_1 = (R + R_g + R_2) \int_0^t i_2 dt$$
$$M J_1 = (R + R_g + R_2) Q$$

Q przedstawia tu całkowity nabój jaki w czasie t przepłynął przez galwanometr G_b .

Pierwsze odchylenie galwanometru α_1 , spowodowane tym nabojem określa wzór

$$\alpha_1 = \frac{Q}{c_b \left(1 + \frac{L}{2}\right)}$$

(patrz "Galwanometr balistyczny"), możemy zatem napisać

$$M = \frac{R + R_g + R_2}{J_1} c_b \cdot \alpha_1 \cdot \left(1 + \frac{L}{2}\right) \dots\dots\dots (111)$$

Gdy zastępujemy komutowanie prądu zamiast załączania, wychylenie galwanometru balistycznego będzie 2 razy większe. Spółczynniki indukcji wzajemnej M odpowiada w takim razie połowa wartości otrzymanej z wzoru (111).

VIII. Prądy wirowe.

prerobić

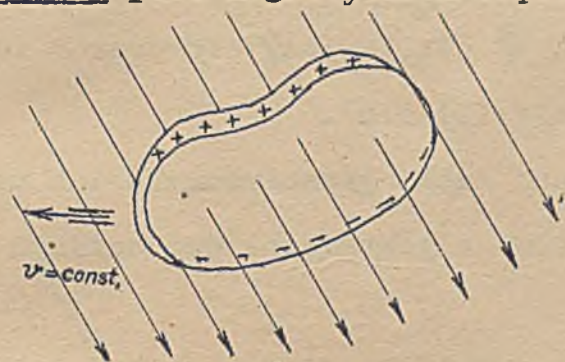
1. Zjawisko.

Prądy indukcyjne powstać mogą nie tylko w przewodach (pętle, cewki) lecz także w przewodnikach bryłowych dowolnego kształtu. Prądy indukowane w takich przewodnikach nazywamy prądami wirowymi, gdyż płyną one wewnątrz brył po torach okrężnych, tworząc niejako wiry prądowe.

Zjawiska indukcji w przewodnikach bryłowych dzielimy także na dwie grupy, rozróżniając :

- a) Prądy wirowe indukowane wskutek ruchu względnego bryły przewodzącej i pola magnetycznego,
- b) Prądy wirowe indukowane wskutek zmian strumienia magnetycznego, przenikającego bryłę przewodzącą.

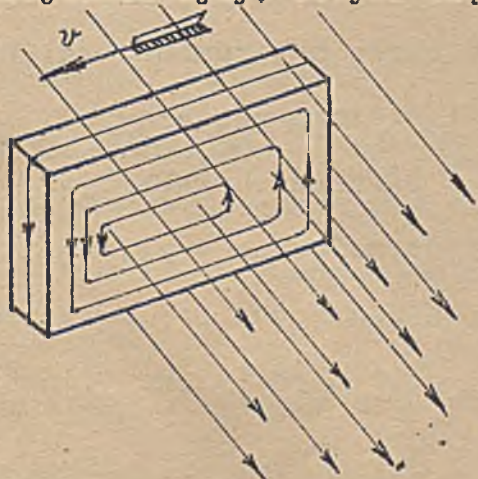
W przewodniku dowolnego kształtu, który zanurzony jest w całości w jednostajnym polu magnetycznym i porusza się w nim ruchem jednostajnym i po linii prostej, nie powstają żadne prądy wirowe. Przewodnik ulega w takim przypadku jedynie naelektryzowaniu, na jednym końcu dodatnio na drugim ujemnie (rys.749).



Prądy wirowe powstają gdy przewodnik bryłowy porusza się w polu niejednostajnym, gdy wykonywany jest ruch jednostajny po torze zakrzywionym. Na rys.750 okazane są torzy prądów wirowych w przypadku, gdy przewodnik, poruszając się, wynurza się częściowo z pola magnetycznego.

Rys.749 Przewodnik całkowicie zanurzony w polu.

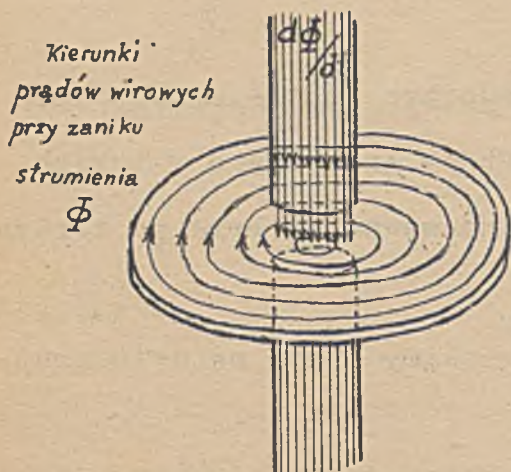
porusza się w polu jednostajnym ruchem niejednostajnym, lub gdy ruch jednostajny (lub niejednostajny) odbywa się po torze zakrzywionym. Na rys.750 okazane są torzy prądów wirowych w przypadku, gdy przewodnik, poruszając się, wynurza się częściowo z pola magnetycznego.



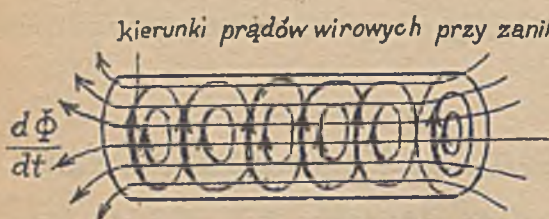
Rys.750 Przewodnik wynurzający się z pola.

Rozważania o prądach wirowych indukowanych wskutek ruchu względnego przewodnika i pola oprócz można na prawie Faradaya.

Przykład indukowania prądów wirowych wskutek zmiany strumienia (Φ) przenikającego



Rys.751



Rys.752

przewodnik (tarczę metalową) ilustruje rys.751. Przy zaniku strumienia Φ powstają w tarczy na rys. 751 prądy wirowe o kierunkach takich, że działanie magnetyczne tych prądów ma tendencję do utrzymania zanikającego strumienia Φ . Przy wzroście Φ prądy wirowe mają kierunki przeciwne.

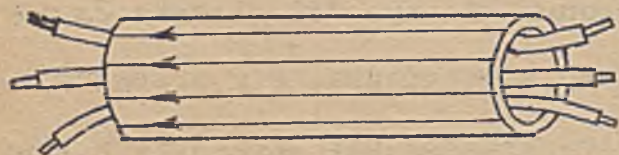
Analogiczne prądy wirowe powstają - oczywiście także w rdzeniu żelaznym, który przenika zmieniający się w czasie strumień magnet. (rys.752). Unikamy (częściowo) tych prądów stosując rdzenie żelazne z drutów (induktory Ruhmkorffa) lub z blach (transformatory).

Przy obliczeniach prądów wirowych wzniesionych zmianami strumienia Φ posługujemy się prawem induk-

cji Maxwella (Przykłady obliczeń podane będą w tomie III-cim).

Prądy indukcyjne powstają także w pancerzach kabli jednożyłowych lub wielożyłowych, przewodzących prądy zmienne, których suma algebraiczna dla każdego momentu czasu nie równa się zeru.

W rurach metalowych mieszczących przewody o prądach zmiennych, których suma algebraiczna jest różna od zera, powstać mogą (w ścianach) tak silne prądy, że



Rys.753

wywołują nawet rozżarzenie rur do czerwoności (Instalacje w rurkach bergmannowskich, w rurach Peschla i stalowo-pancernych).

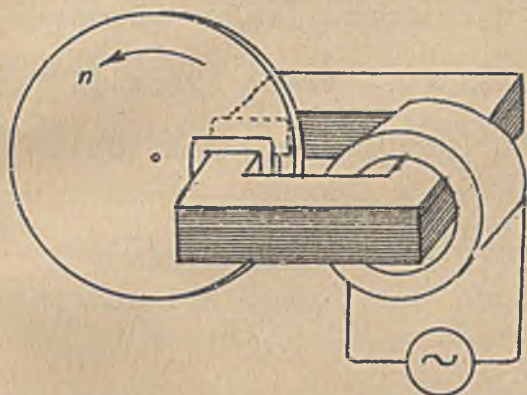
Zarówno w pancerzach kabli jak i w ścianach rur powstają w takich wypadkach prądy indukcyjne podłużne (rys.753).

Prądy wirowe powstają w masach metalowych znajdujących się w sąsiedztwie takich urządzeń elektrycznych, które okala zmienne pole magnetyczne (linje magnetycznego rozprószania).

2. Wyzyskanie prądów wirowych.

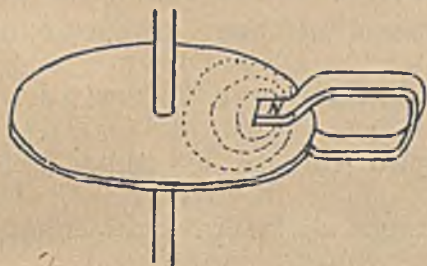
Prądy wirowe wzniecamy w pewnych urządzeniach celowo dla uzyskania działań pożądaných (ruch, hamowanie i t.d.).

Tak n.p. w motorku indukcyjnym Ferrarisa (rys.754), który składa się z tar-



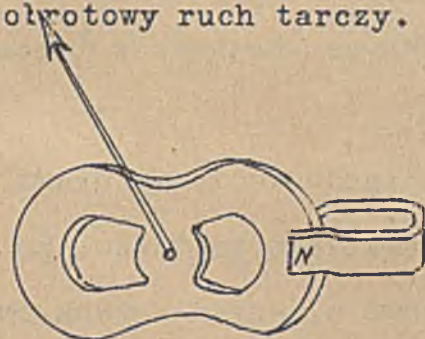
Rys.754 Motorek ind.Ferrarisa

czy miedzianej (lub aluminiowej) i elektromagnesu zasilanego prądem zmiennym, uzyskuje się ruch tarczy wskutek działań elektrodynamicznych, jakie powstają między elektromagnesem a prądami wirowymi indukowanymi w tarczy (Bliższe szczegóły w tomie III).



Rys.755 Hamulec indukcyjny.
na odrotowy ruch tarczy.

Na rys.755. przedstawiony jest najprostszy hamulec indukcyjny. Urządzenie takie składa się z tarczy miedzianej lub aluminiowej, którą w jednym lub kilku miejscach obejmują magnesy stalowe (w dużych hamulcach elektromagnesy). Prądy wirowe indukowane w tarczy przez magnes działają hamująco



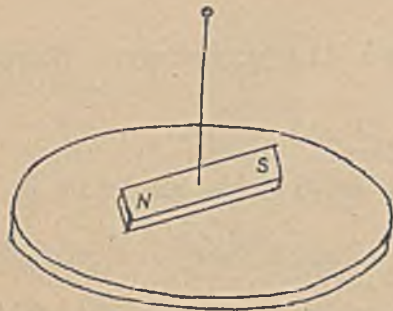
Rys.756 Tłumik indukcyjny.

Analogiczne urządzenie, tłumik indukcyjny (rys.756) używany jest w przyrządach pomiarowych (amperomierze, woltomierze) do tłumienia ruchów wskazówki.

Efektowne zjawisko hamowania polegającego na indukowaniu prądów wirowych obserwować można w tzw. wahadle Waltenhofena (rys.655). Miedziany sektor waha swobodnie między szczękami elektromagnesu, gdy przez niego nie płynie prąd. Po załączeniu prądu do elektromagnesów sektor ulega zahamowaniu podobnie jak po dostaniu się do bardzo gęstej i lepkiej mazi.

Na zasadzie prądów wirowych polega używany do pomiarów mocy elektromagnetyczny hamulec Pasqualini'ego i innych.

Celem tłumienia wahan igieł magnetycznych lub magnesów w galwanometrach, umieszczamy pod nimi płyty miedziane (rys.757). Gdybyśmy taką płytę wprowadzili w ruch obrotowy, igła względnie magnes podąży za nią (Doświadczenie Arago).



Rys.757.

Specjalny przykład wyzyskania prądów wirowych przedstawiają piece indukcyjne i piece wysokiej częstotliwości do topienia metali (Patrz str.103 i 105).

3. Ochrona przed prądami wirowymi.

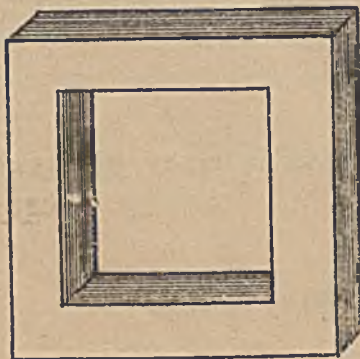
Daleko ważniejsze znaczenie w technice ma ochrona przed niepożądanymi prądami wirowymi.

Prądy wirowe wytwarzają ciepło (Joule'a), tak samo jak każdy wogóle prąd elektryczny płynący w materialnym ośrodku. Energia zużywana na taką niepotrzebną przemianę przedstawia oczywiście stratę, której należy unikać nie tylko ze względów na ekonomję, lecz także dlatego, że powstające ciepło (Joule'a) musi być z urządzenia odprowadzane na zewnątrz (chłodzenie), co wymaga dodatkowych urządzeń (wentylatory) lub zniża granice maksymalnego wyzyskania urządzenia. Ze względu na "wytrzymałość cieplną" materiałów nie można bowiem iść z temperaturą poszczególnych części urządzenia poza pewne granice ustalone w praktyce (najwyższa temperatura części maszyn elektr., transformatorów około 80°C).

Ochrona przed prądami wirowymi polega przeważnie na przecięciu im drogi przez podział bryły przewodzącej na cienkie warstwy, poprzecznie do torów, po których



Rys.758.



Rys.759.

płynęłyby prądy wirowe w danych warunkach. Jako przykład służyć może odnośnie do pierwszej grupy działań wznecających prądy wirowe (ruch względny bryły przewodzącej i pola), twornik maszyny dynamo, złożony z cienkich blach izolowanych między sobą papierem lub lakierowanych (rys.758), a odnośnie do drugiej grupy działań (zmiana strumienia magnetycznego przenikającego bryłę przewodzącą), rdzeń transformatora złożony również z cienkich izolowanych między sobą blach (rys.759).

Oczywiście, ^{im}blachy będą cieńsze tem skuteczniej chronić będą złożony z nich rdzeń od prądów wirowych. Cienkie blachy są jednak drogie, a przytem izolacja między nimi zabiera dużo miejsca. Zwyczajnie więc stosujemy blachy o grubościach od 0,5 do 0,2 mm. Warto jednak podkreślić, że i w najcieńszych blachach, izolowanych względem siebie, powstają prądy wirowe chociaż znacznie słabsze. Celem dalszego zmniejszenia prądów wirowych, stosuje się blachy żelazne z dodatkiem krzemu, który znacznie zwiększa opór omowy żelaza.

Prądy wirowe powstają także wewnątrz masywnych sztab miedzianych i grubych przewodów, wiodących prądy zmienne (o czem pomówimy w stosownem miejscu), jakoteż w sztabach poddanych działaniu indukcji w polu magnetycznem, gdy te stanowią uzwojenia maszyn, transformatorów i t.p. I tu ochrona przed prądami wirowymi znie wala do ograniczenia wymiarów przekroju przewodów, dzielenia ich na kilka części i różnych innych zabiegów, o których pomówimy jeszcze w tomie III.

Uwaga: Ponieważ w induktorach Ruhmkorffa zachodzą także perjodyczne zmiany pola magnetycznego przeto rdzeń nie może być pełny tylko musi być lamelowany. Zazwyczaj jednak nie składa się go z blach tylko z lakierowanych drutów żelaznych (patrz rys.660).

IX. Zastosowania praktyczne działań indukcyjnych.

1. Maszyny elektryczne i transformatory.

Generatory prądu stałego i zmiennego oraz transformatory przedstawiają obecnie najważniejsze urządzenia, w których działania indukcyjne znalazły praktyczne zastosowanie.

W generatorach przetwarza się pracę mechaniczną dostarczaną przez motor popędowy, na energję elektryczną w postaci prądu stałego (dynamo-maszyny) lub prądu zmiennego (generatory jedno lub wielofazowe, generatory dla prądów o wysokiej częstotliwości i t.d.).

Pierwszy generator prądu stałego w postaci małej maszynki unipolarnej (rys. 649) skonstruował sam Faraday już w roku 1831, w którym odkrył zjawisko indukcji elektromagnetycznej ^{x)} .

Pierwszą maszynę prądu zmiennego z rotującymi magnesami skonstruował Pixii w roku 1832. W roku 1857 pojawił się induktor Siemens'a ze stałymi magnesami (rys. 651). Pierwszą maszynę prądu stałego z twornikiem uzwojonym pierścieniowo skonstruował Pacinotti w roku 1860. Prototyp dzisiejszego generatora prądu stałego pochodzi od Gramme'a z roku 1870.

Mimo stosunkowo krótkiego czasu, dział techniki traktujący o maszynach elektrycznych rozwinął się tak znacznie, że wymaga zupełnie oddzielnego studjum. Obecnie buduje się generatory zdolne wytwarzać prądy stałe o natężeniu kilkunastu tysięcy amperów i o mocy kilkudziesięciu tysięcy kW, oraz generatory prądu zmiennego o mocy dochodzącej w jednej jednostce do 100 000 kVA.

Transformatory są to urządzenia, w których energję elektryczną dostarczaną do uzwojenia pierwotnego przetwarza się, z pomocą działań indukcyjnych, na energję elektryczną czerpaną z uzwojenia wtórnego. Przetwarzanie takie ma na celu osiągnięcie prądu wtórnego przy innym (wyższym lub niższym) napięciu wtórnym (Transformatory na wysokie napięcie lub na duże prądy). I ten dział wymaga oddzielnego traktowania, od czasu bowiem wprowadzenia pierwszych transformatorów (około roku 1883) rozwój tych urządzeń osiągnął nader wysoki poziom i wykazuje wielką różno-

^{x)} Faraday, Experimental Researches on Electricity.

rodność typów. Wypada zaznaczyć, że zasadę transformatora podał Faraday już w roku 1831. Wydatnemu zastosowaniu tego prostego a dziś nader cennego urządzenia, stanęła początkowo na przeszkodzie niechęć z jaką odnosili się pierwsi elektrotechnicy do prądu zmiennego ^{x)}.

Jakkolwiek w motorach elektrycznych wyzyskujemy działania elektrodynamiczne, to jednakże i w tych maszynach indukcja elektromagnetyczna gra bardzo ważną rolę. SEM-czna indukowana w przewodach poruszających się w polu magnetycznym pod wpływem działań elektrodynamicznych, działa na prąd w tych przewodach dławiająco (tamująco). Wynika stąd, że przepędzenie prądu przez przewody poruszające się w polu magnetycznym wymaga nie tylko pokrycia spadku napięcia na oporze (R) tych przewodów, lecz także "pokonania" indukowanej w nich SEM-cznej zwanej dlatego przeciw SEM-czną. Im większa jest prędkość przewodów poruszających się w stałym polu magnetycznym, tem większego potrzeba napięcia na przepędzenie prądu przez te przewody. Wynik ten, zadowalający zresztą prawu zachowania energii w brzmieniu

Moc elektryczna dostarczona do motoru jest równą mocy mechanicznej otrzymanej z motoru plus straty w motorze

odsłania "mechanizm" samoczynnego przystosowywania się natężenia prądu pobieranego przez motor przy stałym napięciu do każdorazowego obciążenia. Także ilość obrotów w motorach prądu stałego normują występujące w nim działania indukcyjne. Sprawami temi zajmiemy się jednak przy omawianiu maszyn elektrycznych, tu zaznaczymy tylko, że maszyny elektryczne (generatory i motory) oraz transformatory stanowią dziś jedne z najdoskonalszych urządzeń do przetwarzania energii. Sprawność η (t.j. stosunek mocy oddanej do mocy pobranej) jest w maszynach elektr. i transformatorach bardzo duża, bo w wielkich jednostkach różni się od 1 zaledwie o kilka %

2. Indukcja elektromagnetyczna w obwodach prądów zmiennych.

Szczególnie ciekawe i ważne praktycznie są działania indukcyjne występujące w obwodach prądów zmiennych. Tą dziedziną zajmiemy się jednak oddzielnie (tom III).

^{x)} Dr. Voigt "Nachdenkliches und Heiteres aus den ersten Jahren der Elektrotechnik"

3. Drobniejsze urządzenia indukcyjne.

Z drobniejszych urządzeń, w których wyzyskano działania indukcyjne do celów praktycznych wymienić należy telefon (rys.662), który tak nieocenione usługi oddaje ludzkości. Pozatem na działaniach indukcyjnych polega cały szereg przyrządów pomiarowych (motorkowe liczniki kilowatogodzin na prąd zmienny, amperomierze, woltomierze i watomierze indukcyjne, Ferrarisa) różnego rodzaju aparaty (indukcyjne wyłączniki nadmiarowo-czasowe) i t.d.

4. Radjotechnika.

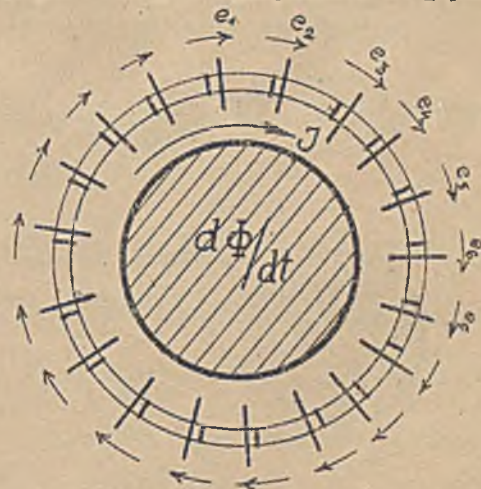
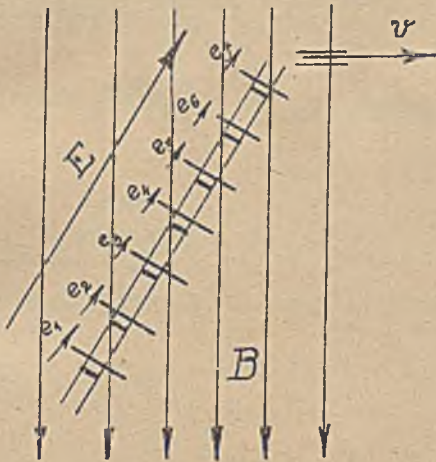
Osobną, dziś już bardzo szeroko rozbudowaną dziedzinę, w której działania indukcyjne znajdują popisową rolę przedstawia radjotechnika. Ten dział wkracza jednak w zjawiska indukcyjne ujawniające się w pustej przestrzeni, które omówimy oddzielnie w następnym rozdziale.

B. Indukcja w pustej przestrzeni.

1. Stara i nowa szkoła indukcji.

Teza Faradaya, objaśniająca zjawiska indukcji przecinaniem przewodnika przez linje magnetyczne, nasuwała mniemanie, że zjawiska indukcji zachodzą tylko w materialnym ośrodku. Zapatrywanie to, które tu nazywać będziemy "stara szkoła indukcji" wyrażono w następujący sposób :

Wskutek działania indukcyjnego powstaje w przewodniku SEM-czna indukcji, mająca swe siedlisko w materji i rozłożona w niej na podobieństwo SEM-cznych minuturowych ogni, połączonych szeregowo w baterję (rys.760 i 761). Zależnie od ilości przecięć na sekundę ($d\Phi/dt$) jakim podlegają poszczególne elementy przewodnika znajdującego się w ruchu względem pola magnet. czy też pętli poddanej działaniu zmiennego strumienia magnetycznego, powstają w elementach tych (w myśl zapatrywań starej szkoły) elementarne SEM-czne (e), których sumaryczne działanie odpowiada owej indukowanej SEM-cznej w przewodniku (rys.760) względnie w pętli (rys.761).



Rys.760 Elementarne SEM-czne indukowane w przewodniku w myśl wyobrażeń starej szkoły (Schemat)

Rys.761 Elementarne SEM-czne chwilowe indukowane w pętli w myśl wyobrażeń starej szkoły (Schemat)

Poszczególne elementarne SEM-czne (na schematach $e_1 e_2 \dots$) mogą być równe lub różne, zależnie od ilości przecięć ($d\Phi/dt$) przypadających w sekundzie na odnośny element przewodnika, przyczem jest obojętne czy tworzy on pętlę (rys.761) lub czy jest otwarty (rys.760), to bowiem decyduje jedynie o prądzie.

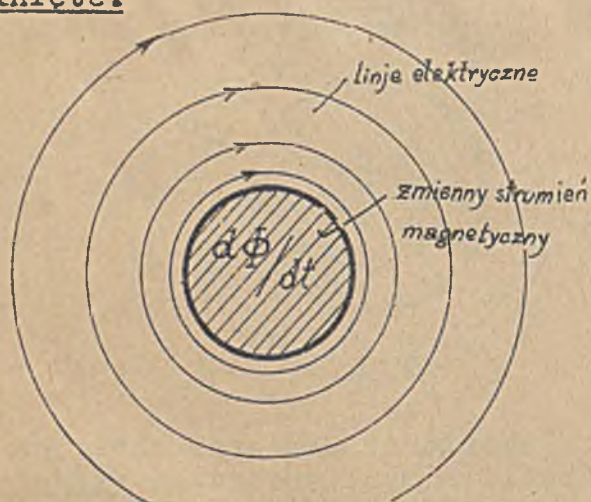
W otwartym przewodniku poruszającym się w polu magnet.(rys.760) ujawnia się tylko SEM-czna $E = \sum (e)$, w zamkniętej pętli poddanej działaniu zmieniającego się strumienia magnet.(rys.761) mamy oprócz SEM-cznej $E = \sum (e)$ jeszcze także i prąd $J = E/R$. Prąd płynie także, gdy przewodnik poruszający się w polu zamknięty

w pętłę przyczem i wtedy będzie także $J = E/R_c$ (R_c opór całego koła).

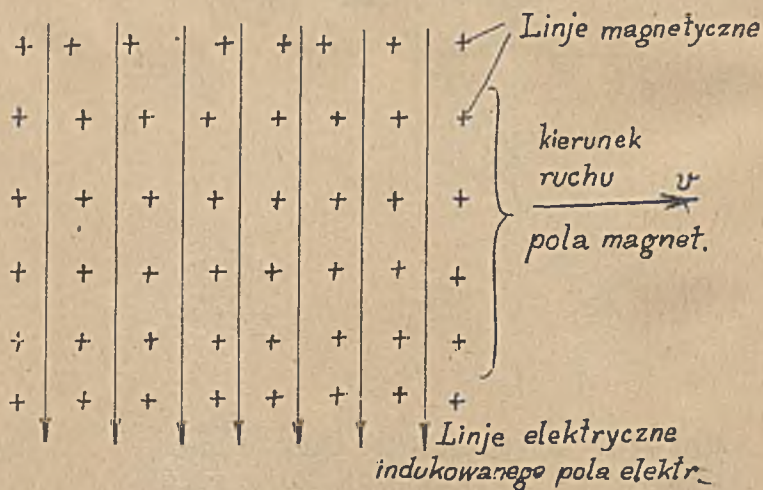
Powyższemu pogładowi starej szkoły, którą możnaby nazwać także f a r a - d a y o w s k ą, gdyby nie zawierała późniejszych naleciałości, nie mających z Fa radayem nic wspólnego, przeciwstawił Maxwell zgoła odmienny pogład, który tu na- zywać będziemy "nową szkołą indukcji" lub szkołą m a x w e l l o w s k ą, jakkol- wiek i ta nazwa budzi pewne zastrzeżenia z powodu późniejszych uzupełnień dodat- nich (Hertz) i ujemnych (miernych interpretatorów teorii Maxwella).

Zjawisko indukcji występuje według Maxwella nie tylko w przewodniku (ogól- nie w materji), lecz także w pustej przestrzeni.

W przestrzeni otaczającej zmienny strumień magnetyczny ($d\Phi/dt$) indukuje się (w myśl pojęć nowej, maxwellowskiej szkoły) pole elektryczne i to zarówno gdy przestrzeń ta jest pusta jak i gdy wypełniona jest ośrodkiem materjalnym. Indu- kowane w pustej przestrzeni pole elektryczne (naogół zmienne) ma analogiczny wy- gląd jak pole magnetyczne wytwarzane przez prądy, czyli posiada linje elektryczne zamknięte.



Rys.762 Pole elektryczne indukowane w pustej przestrzeni przez zmienny strumień magnetyczny.



Rys.763 Pole elektryczne indukowane w pustej przestrzeni przy ruchu (względny) pola magnetycznego.

Pole elektryczne prostolinjowego strumienia magnetycznego, ulegającego zmia- nie w czasie (symbol $d\Phi/dt$) okazuje rys 762. Linje elektryczne mają tu (w pustej przestrzeni) kształt kół współśrodkowych z kołowym przekrojem wiązki linii indukcji magnet. stanowiących strumień Φ .

Zjawisko indukcji elektromagnetycznej ujawnia się nie tylko przy ruchu wzglę- dnym przewodnika w polu magnetycznym, lecz także przy ruchu pola magnetycznego w pustej przestrzeni.

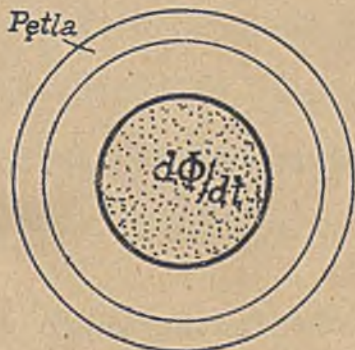
Pole elektryczne indukowane przy ruchu pola magnetycznego okazuje rys.763 Linje tego pola elektrycznego przebiegają prostopadle do kierunku ruchu „v” i prostopadle do kierunku linii magnetycznych.

Na pytanie, której szkole mamy hołdować, odpowiem krótko. Pogląd szkoły maxwellovskiej o indukowanym polu elektrycznym dziś, w dobie radja, nie ulega już żadnej kwestji i musi być traktowany jako ugruntowany doświadczalnie. Pojęcia starej szkoły o indukowanych SEM-cznych należy traktować z rezerwą, uważając SEM-czną E_i tylko za środek pomocniczy przy niektórych obliczeniach dotyczących indukcji w przewodnikach, ale zawodzący zupełnie tam gdzie wchodzi w grę działania indukcyjne, z jakimi spotykamy się w praktyce w obwodach prądów szybkozmiennych.

Poglądu Faradaya wspierającego się na przecinaniach dokonywanych linjami magnetycznymi nie należy jednak zarzucać, można mu bowiem przydać nową szatę, dostosowaną do wyników maxwellovskiej szkoły a wyrażającą się w tezie, że indukcyjne działania w pustej przestrzeni powstają wskutek ruchu linii magnetycznych. Sprawę należytego oświetlenia tej nowej myśli zajmiemy się w dalszych ustępach.

2. Pole elektryczne indukowane w pustej przestrzeni przez zmiany pola magnetycznego.

W myśl poglądów Maxwella powstaje w pustej przestrzeni, w której dokonują się zmiany pola magnetycznego, indukowane pole elektryczne o liniach elektrycznych zamkniętych. Jeżeli w takie pole elektryczne indukowane w pustej przestrzeni,



wstawimy koncentrycznie do przekroju strumienia Φ pierścień przewodzący, powstanie w nim prąd indukcyjny. W myśl teorii elektronowej należy sobie wyobrazić, że elektrony poddane działaniu indukowanego pola elektr. wprawione zostają w ruch, a ten ich ruch stanowi właśnie prąd indukcyjny. Celem obliczenia natężenia K indukowa-

Rys.764 Pierścien koncentryczny do kołowego przekroju zajętego przez strumień magnetyczny. Chwilowe natężenie prądu indukowanego w koncentrycznie umieszczonym pierścieniu jest

$$i = \frac{e}{R} \cdot \frac{l}{R} \frac{d\Phi}{dt}, \text{ przy czym } R = \frac{l}{s} \rho, \text{ a } l = 2\pi r$$

Podstawiając, otrzymamy

$$i = \frac{e}{R} = \frac{s}{l \cdot \rho} \frac{d\Phi}{dt} \quad \text{lub} \quad \frac{i}{s} \rho = \frac{1}{l} \frac{d\Phi}{dt} = \frac{e}{l}$$

$$\frac{i}{s} \rho = \frac{e}{l}$$

Lewa strona tego równania przedstawia natężenie pola elektrycznego K, wewnątrz pierścienia, którego przekrój s możemy sobie wyobrazić dowolnie mały. Możemy zatem dla wnętrza pierścienia napisać

$$K = \frac{e(V)}{l(cm)} \quad V/cm \quad \dots\dots\dots (112)$$

lub $K \cdot l = \frac{d\Phi}{dt} 10^{-8} \quad V$

albo wreszcie $U_0 = \frac{d\Phi}{dt} 10^{-8} \quad V \quad \dots\dots\dots (113)$

Lewa strona wyraża tu napięcie okrężne pola elektrycznego indukowane w okół zmiennego pola zmiennego strumienia (Φ).

Wzór (112) nie zawiera wcale oporu, skąd wniosek, że natężenie pola elektrycznego K wewnątrz koncentrycznie umieszczonego pierścienia nie zależy wcale od materiału, z którego ten pierścień jest wykonany. Wyobrażając sobie kolejno pierścien z metalu, elektrolitu, z porcelany, rozrzedzonego gazu, doprowadzeni zostaniemy do przeświadczenia, że jednak pole elektryczne indukuje się także w pustej przestrzeni, przyczem wzór (112) zachowuje stale ważność.

W przypadku pętli materjalnej obowiązywał wzór

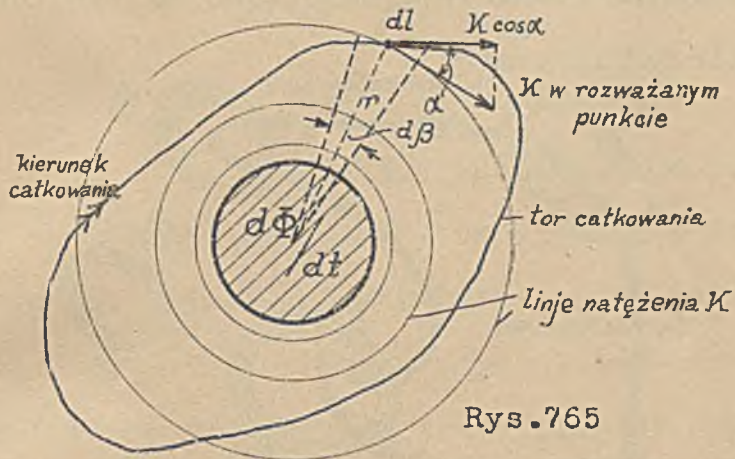
$$e = \frac{d\Phi}{dt} 10^{-8} \quad V$$

określający SEM-czną indukowaną w pętli. Dla pustej przestrzeni obowiązuje wzór Maxwella

$$u_0 = \frac{d\Phi}{dt} 10^{-8} \quad V$$

określający napięcie okrężne czyli całkę linjową natężenia pola indukowanego w pustej przestrzeni zmianami strumienia (Φ), obliczoną dla zamkniętego toru całkowania, narazie koncentrycznego z powierzchnią zajętą przez Φ .

Łatwo wykazać, że tor ten nie musi być wyznaczony koncentrycznie do przekroju zajętego przez strumień Φ , jak to w związku z rys.765 okazuje następujące obliczenie :



Dla dowolnego zamkniętego toru całkowania napięcie okrężne określa wzór

$$U_0 = \oint K dl \cdot \cos \alpha$$

W odległości r od środka kołowego przekroju zajętego przez zmienny strumień Φ jest w myśl poprzednich rozważań (wzór 112)

$$K = \frac{e}{l} = \frac{e}{2\pi r} = \frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$

zatem

$$\oint K dl \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi}{dt} \oint \frac{dl \cdot \cos \alpha}{r}$$

Jednakże $dl \cdot \cos \alpha = r \cdot d\beta$, otrzymamy więc po wstawieniu

$$U_0 = \oint K dl \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi}{dt} \int_0^{2\pi} d\beta = \frac{d\Phi}{dt}$$

lub z uwzględnieniem kierunku całkowania w myśl reguły korkociąga i jednostek

$$U_0 = \oint K dl \cdot \cos \alpha = - \frac{d\Phi}{dt} 10^{-8} \text{ V}$$

Równanie to stanowi pierwsze zasadnicze prawo Maxwella dla indukcji w pustej przestrzeni i jest ważne dla jakkolwiek ukształtowanego strumienia Φ , oraz dla dowolnie ukształtowanego okrężnego toru całkowania.

Ogólnie bowiem przy dowolnie ukształtowanym strumieniu możemy go podzielić na wiązki o nieskończenie małym przekroju zajęтым przez strumienie elementarne i zastosować prawo superpozycji.

Dla okrężnego toru całkowania obejmującego n zmiennych strumieni $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_n$ napiszemy (dla kierunku całkowania według reguły korkociąga) :

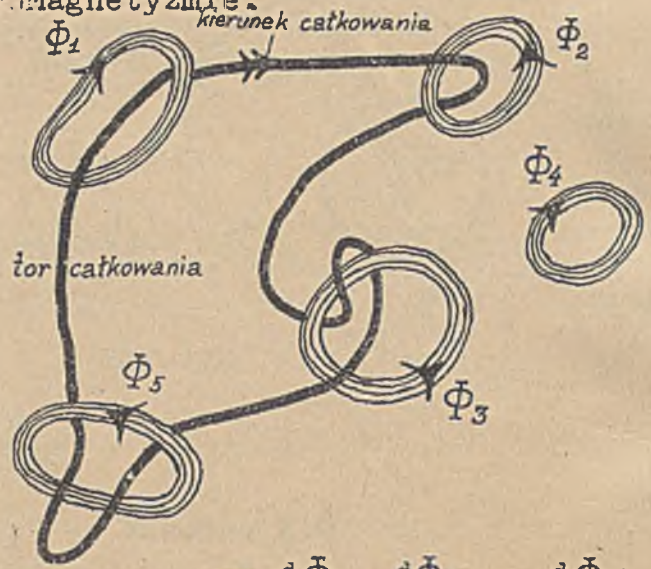
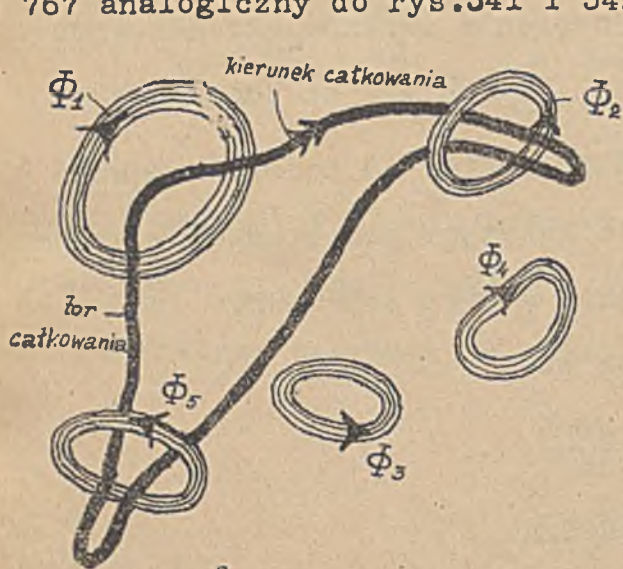
$$U_0 = \oint K^{v/cm} dl \cdot \cos \alpha = - \sum \frac{d\Phi^{EM}}{dt_{sek.}} 10^{-8} \text{ V} \dots\dots\dots \text{I}$$

W równaniu tem mamy analogon do zasadniczego prawa Maxwella podanego poprzednio w elektromagnetyźmie

$$U_{om} = \oint H^{EM} dl \cdot \cos \alpha = 4\pi \sum J^{EM} \text{ cgs} \dots\dots\dots \text{II}$$

przyczem również kierunek całkowania wyznacza się tam (w elektromagnetyźmie) według reguły korkociąga.

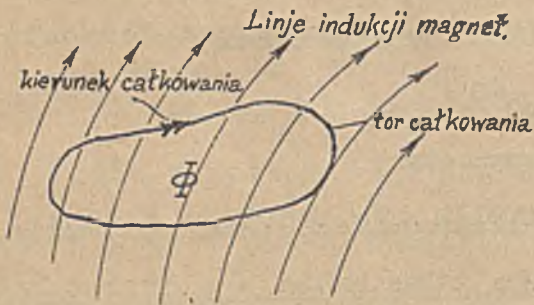
Celem lepszego zorientowania w znaczeniu równania I załączono tu rys.766 i 767 analogiczny do rys.341 i 342 w elektromagnetyzmie.



Rys.766 $\oint K dl \cos \alpha = 0$

Rys.767 $\oint k dl \cos \alpha = - \sum \left(\frac{d\Phi_1}{dt} - \frac{d\Phi_2}{dt} + 2 \frac{d\Phi_3}{dt} \right) 10^{-8} V$

Pole elektryczne powstaje oczywiście także wewnątrz zmiennego strumienia magnetycznego (Φ), czyli wewnątrz magnetycznego pola indukującego. Także i dla



takiej indukcji obowiązuje powyżej podany zasadniczy wzór Maxwella (I) (rys.768). Gdy zmienny strumień magnetyczny mieści się w materji przewodzącej (w żelazie), indukowane w nim pole elektryczne powoduje powstanie w rdzeniu prądów wirowych.

Rys.768 $\oint K dl \cos \alpha = - \frac{d\Phi}{dt} 10^{-8} V$

Uwaga : Odnośnie do równania drugiego należy zauważyć, że pod pojęcie prądu podciągamy także prąd maxwellowski (zmiana pola elektrycznego). Gdy tor całkowania spleta się nie tylko z prądami, lecz także ze zmieniającymi się strumieniami elektrycznymi, prawo Maxwella ma postać równania

$$\oint H dl \cos \alpha = 4\pi \sum J^{EM} + \frac{1}{c} \sum \frac{d\Psi^{ES}}{dt} \dots \dots \dots \text{IIa}$$

$$c = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/sek (prędkość światła)}$$

Wyprowadzenie : Gdy do okładki kondensatora płynie prąd chwilowy „i”, przyrost naboju na okładce wynosi

$$dQ = i \cdot dt$$

Jednak w myśl prawa Gaussa przyrost naboju o dQ jest jednoznaczny z przyrostem strumienia elektrycznego między okładkami $d\Psi$, przyczem

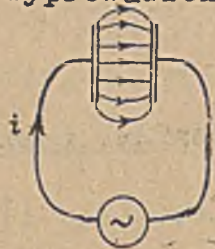
$$d\Psi = 4\pi dQ$$

Podstawiając otrzymamy

$$\frac{d\Psi}{4\pi} = i \cdot dt, \text{ lub } i = \frac{1}{4\pi} \frac{d\Psi}{dt}$$

Jeżeli tor całkowania w równaniu II jest spleciony z obwodem na rys.769, można dla danej chwili napisać

$$\oint H dl \cos \alpha = 4\pi i = 4\pi \frac{1}{4\pi} \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d\Psi}{dt}$$



Rys.769

Gdy tor całkowania spleciony jest z prądem J a oprócz tego jeszcze ze zmieniającym się strumieniem elektrycznym Ψ , napiszemy

$$\oint H dl \cdot \cos \alpha = 4\pi J + \frac{d\Psi}{dt}$$

lub ogólnie II a.

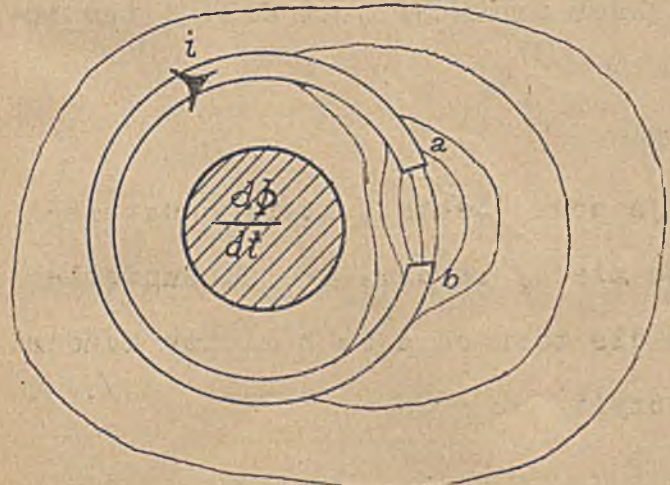
3. Wpływ przewodnika na indukowane pole elektryczne.

Przewodnik umieszczony w indukowanym polu elektrycznym nie zmienia ustroju tego pola tylko w takim razie, gdy nadamy mu kształt torów linii elektrycznych, więc gdy n.p. w przypadku przedstawionym na rys.764 wstawimy w pole pierścień koncentryczny do kołowych linii elektrycznych. W przypadku takim pole elektryczne w pierścieniu z dowolnego lecz j e d n o r o d n e g o materiału jest takie same jak było w próżni oczywiście przy zastrzeżeniu tych samych zmian strumienia czyli wartości $d\Phi/dt$ pola magnetycznego objętego przez pierścień ^{x)}.

Jeżeli w pole indukowane w pustej przestrzeni zmianami Φ wstawimy pętlę kształtu innego jak tory linii elektrycznych, wystąpi deformacja indukowanego pola elektrycznego. Deformację tę spowoduje z jednej strony prąd pierścienia a z drugiej strony naboje elektryczne ujawniające się na pierścieniu wskutek działań indukowanego pola. Deformacje te omówimy dalej w ustępie 5-tym (Analogje). Prze-robimy tylko zjawisko indukcji występujące w przypadku gdy przewodnik wprowadzo-ny w pole indukowane zmianami Φ jest otwarty (rys.770).

Teorja Maxwella poucza, że i w takim przypadku mamy prąd indukcyjny w prze-wodniku. Prąd ten wznieca indukowane w przestrzeni zmienne pole elektryczne a po-le elektr. między końcami przewodnika uzupełnia go w myśl tezy, że każdy prąd musi być zamknięty.

Posiłkując się SEM-czną w myśl wybrażeń starcej szkoły, staniemy wobec tru-



Rys.770

dnego dylematu. Zachodzi bowiem pytanie czy SEM-czna, której działaniu przypisujemy prąd w przewodniku indukuje się tu w otwartym dru-cie w wartości całkowitej

$$e = - \frac{d\Phi}{dt} 10^{-8} \text{ V}$$

jak w zamkniętej pętli, czy też występuje w drucie tylko w częściowej wartości z powo-du braku części pętli.

x) Należy więc uwzględnić także zmienny strumień Φ wytwarzany przez prąd pierścienia.

W myśl poglądów nowej szkoły jest i w tym przypadku dla każdego z a m k n i e - t e g o toru całkowania

$$U_0 = \oint K dl \cos \alpha = - \frac{d\Phi}{dt} 10^{-8} \text{ V}$$

Prowadząc tor przez wnętrze przewodnika i następnie między obu końcami przewodu,

możemy napisać
$$U_0 = \int_b^a \text{(przewodnik)} K dl \cos \alpha + \int_a^b \text{szelina} K dl \cos \alpha = - \frac{d\Phi}{dt} 10^{-8} \text{ V}$$

Pierwszą z tych całek można zastąpić relacją

$$\int_b^a \text{(przewodnik)} K dl \cos \alpha = \int_b^a \frac{i}{s} \rho dl \cos \alpha, \text{ bo wewnątrz przewodnika jest } K = \frac{i}{s} \rho$$

Wartość całki po prawej stronie zależy jednak od oporności właściwej ρ i od prądu chwilowego "i" w przewodniku indukowanym. Prąd ten (i) wykazuje doświadczalnie różne wartości w poszczególnych przekrojach drutu a w myśl teorii Maxwella będzie miał wartości skończone także dla $\rho = 0$.

Gdy jednak założymy $\rho = 0$, musi być

$$\int_b^a \text{(przewodnik)} K dl \cos \alpha = \int_b^a \frac{i}{s} \rho dl \cos \alpha = 0$$

W realnych przypadkach jest wprawdzie $\rho \neq 0$, gdy jednak mamy przewodnik o dużej przewodności $\gamma = \frac{1}{\rho}$, całka powyższa będzie praktycznie niezbyt różna od zera.

Praktycznie będzie więc
$$\oint K dl \cos \alpha \approx \int_a^b \text{(szelina powietrzna)} K dl \cos \alpha$$

czyli napięcie obliczone dla pola w szczelinie powietrznej będzie

$$U_{ab} \approx - \frac{d\Phi}{dt} 10^{-8} \text{ V}$$

czyli będzie równe prawie w całości tej t.zw. SEM-cznej indukcji.

Interpretacja nowej szkoły prowadzi więc do wyniku wręcz odmiennego niż pogląd starej szkoły. W myśl starej szkoły siedliskiem indukcji jest drut i tam indukuje się cała lub prawie cała SEM-czna

$$e \approx - \frac{d\Phi}{dt} 10^{-8} \text{ V}$$

W myśl nowej szkoły zmiany $d\Phi/dt$ indukują pole elektr., którego natężenia są najmniejsze właśnie w drucie a największe między końcami drutu. Napięcie w rozważanym przypadku (drut otwarty) obliczone dla toru od a do b między końcami drutu będzie prawie równe tej t.zw. SEM-cznej, czyli

$$U_{ab} \approx - \frac{d\Phi}{dt} 10^{-8} \text{ V}$$

W samym drucie pole elektryczne będzie słabe, i to tem słabsze im mniejsza jest o porność drutu ρ . W przypadku krańcowym gdy $\rho = 0$, w drucie nie będzie żadnego pola.

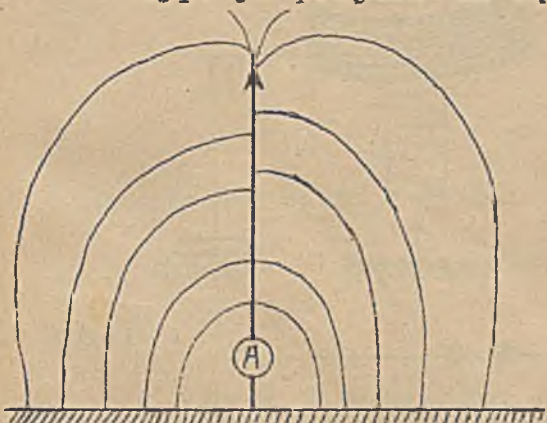
Poza powyższą zasadniczą różnicą obu poglądów ujawnia się tu jeszcze druga. Stara szkoła będzie w kłopotcie odnośnie do prądu w drucie otwartym. Negując możliwość istnienia pulsującego prądu kondukcyjnego staje w sprzeczności z praktyką czyli z doświadczeniem, które takie prądy stwierdza eksperymentalnie (n.p. anteny radjowe). Przyjmując zaś, zgodnie z doświadczeniem, możliwość takich prądów wkroczyć musi do maxwelowskiego świata pojęć o indukcji. Albowiem prąd to także według starej szkoły ruch elektryczności, skoro jednak ruch taki występuje w kierunku ku końcowi drutu, musi się na tym końcu gromadzić elektryczność, ta zaś wzniecać będzie pole elektryczne między końcami drutu i w drucie samym. Wyjaśnienie zjawiska prądu płynącego w drucie przeciw działaniu owego pola w drucie natrafi w starej szkole na niepokonane trudności. W myśl zaś też Maxwella zjawisko to jest zupełnie zrozumiałe.

4. Prądy pulsujące.

Prądy kondukcyjne ujawniające się na wskutek działań indukcyjnych w przewodnikach otwartych, nazywamy prądami pulsującymi dla odróżnienia od zamkniętych prądów wirowych (kondukcyjnych).

Prądy pulsujące można eksperymentalnie obserwować tylko przy szybkich zmianach pola magnetycznego, więc ogólnie w urządzeniach prądów szybkozmiennych.

Typowym przykładem są tu prądy w antenach radjowych otwartych (rys.771).



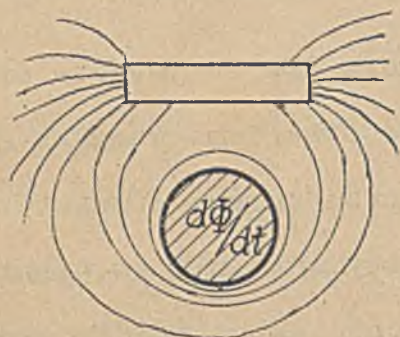
Rys.771

Prąd (zmienny) stwierdzalny w antenie przy pomocy n.p. amperomierza (rys.771) pulsuje między wierzchołkiem anteny a ziemią, czyli jest kondukcyjnym prądem otwartym^{x)}.

Charakterystyczną cechą prądów kondukcyjnych otwartych jest to, że w każdym elemencie przewodu (anteny) mają inne natężenie. W antenie (rys.771) największe natężenie prądu mamy w części przyziemnej a najmniejsze u szczytu.

^{x)} Prąd w najogólniejszym znaczeniu jest według Maxwella zawsze zamknięty, prąd kondukcyjny, a także konwekcyjny może być otwarty. Zamyka go dalej prąd maxwelowski (pole elektryczne).

Nie możemy się tu wdawać w szczegółowe wyjaśnienie tego zjawiska, gdyż przynależy ono do części traktującej o prądach zmiennych. Zauważymy tylko, że w przewodniku umieszczonym w szybkozmiennym polu elektrycznym (rys.772) przesuwane są



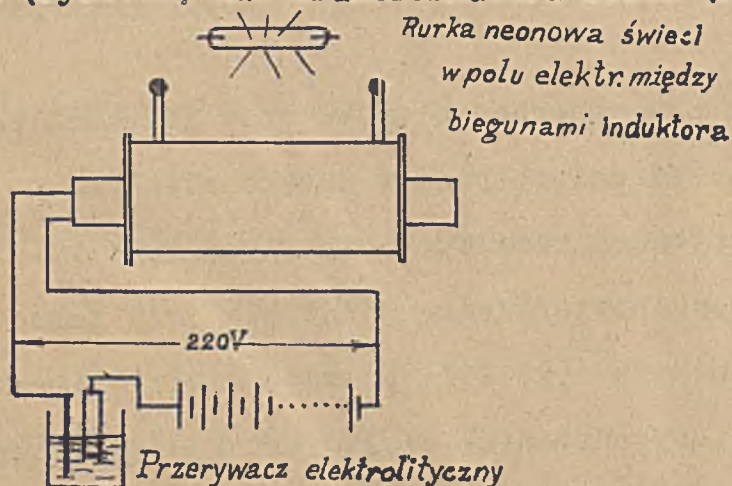
Rys.772

pod działaniem indukowanego pola elektrycznego elektryony naprzemian ku jednemu względnie ku drugiemu końcowi. Najsilniej elektryzują się końce przewodnika, najsłabiej jego część środkowa. W części środkowej wystąpi najintensywniejszy ruch elektronów dążących ku końcom.

W części środkowej ujawni się zatem największe natężenie prądu, między końcami największe napięcie. Im dalej od środka przewodu ku końcom tem natężenie prądu jest mniejsze, naboje bowiem pędzone ku końcom, a związane linjami sił (rys.772) nie osiągają tych końców, lecz osiadają po drodze na poszczególnych partjach końców związane wychodzącymi stamtąd linjami elektrycznymi (rys.772).

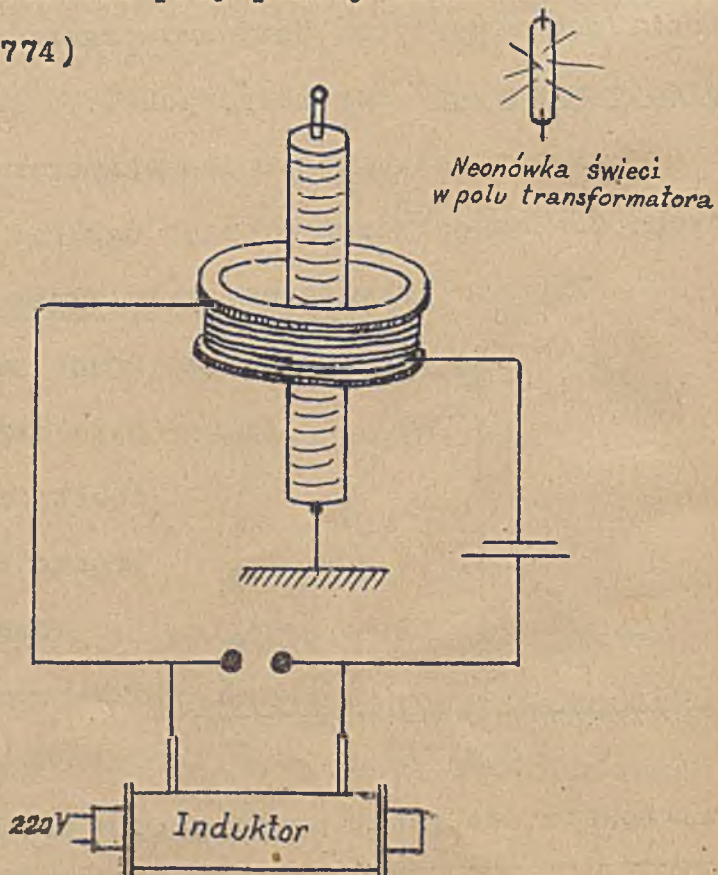
Odnosnie do anteny jeden koniec stanowi jej szczyt a drugi kula ziemiska. Największe natężenie występuje w drucie tuż przy ziemi.

Otwarte prądy kondukcyjne można demonstrować przy pomocy induktora Ruhmkorffa (rys.773) lub transformatora Tesli (rys.774)



Rys.773 Induktor Ruhmkorffa

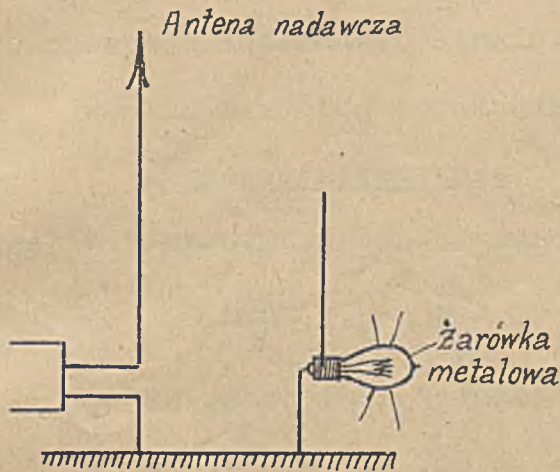
Świecenie neonówek (rurek szklanych wypełnionych rozrzedzonym neonem) dowodzi, że płyną przez nie prądy (prądy w gazach). Prądy te zamykają się w dalszym ciągu polem elektrycznym. Neonówka umieszczona w pobliżu



Rys.774 Transformator Tesli.

biegunów induktora Ruhmkorffa świeci (pomarańczowym światłem).

W pobliżu nadawczej anteny radjowej można świecić żarówkę łącząc ją jednym



końcem z ziemią a drugim z drutem ułożonym nad ziemią (rys.775).

Fakt, że największe natężenie występuje w środku drutu, można okazać włączając małą żaróweczkę w środek drutu i umieszczając ten drut w szybko zmiennym polu elektr. (rys.776).



Rys.775 Świecenie żarówki w pobliżu anteny nadawczej.

Rys.776

Żarówka umieszczona w środku drutu świeci. Gdy umieścimy ją przy końcu drutu świecić nie będzie.

5. Analogia między indukowanym polem elektrycznym a stałym polem magnetycznym.

Zrozumienie poprzednich ustępów ułatwi analogja, jaką przeprowadzimy między poznanym już polem magnetycznym wytworzonym przez prądy stałe a między polem elektrycznym chwilowym, indukowanym przez zmienny strumień magnetyczny.

Wyrażenie
$$J_e^{EM} = \frac{1}{4\pi c} \frac{d\psi^{ES}}{dt} \dots\dots\dots (114)$$

nazwalismy prądem elektrycznym (prąd maxwellowski). Analogicznie możemy też położyć

$$J_m^{ES} = \frac{1}{4\pi c} \frac{d\Phi^{EM}}{dt} \dots\dots\dots (115)$$

$$c = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/sek (prędkość światła)}$$

i nazwać wyrażenie (115) "prądem magnetycznym".

Zgodnie z teorią Maxwella ujawnią się przy takim założeniu następujące analogje :

<u>Prąd elektryczny (J_e)</u>	<u>Prąd magnetyczny (J_m)</u>
$J_e^{EM} = \frac{1}{4\pi c} \frac{d\psi^{ES}}{dt}$	$J_m^{ES} = \frac{1}{4\pi c} \frac{d\Phi^{EM}}{dt}$

Prawo Biota i Savarta.

$$H^{EM} = J_e^{EM} \oint \frac{dl \sin \alpha}{r^2}$$

(Ważne dla linjowych strug prądów)

$$K^{ES} = J_m^{ES} \oint \frac{dl \sin \alpha}{r^2}$$

Działanie dynamiczne kołowej strugi
prądu podstawą układu

elektromagnetycznego

W środku koła o promieniu "r" jest

$$H = k \frac{2\pi J_e}{r}$$

Położmy $J_e = 1$ jedn. EM,

r = 1 cm, k = 1, to

$$H = 2\pi \text{ jedn. EM}$$

Czyli : Na jednostkę (EM) masy magnetycznej umieszczonej w środku koła o promieniu 1 cm, po którym płynie prąd $J_e = 1$ jedn. EM działa siła 2π dyn.

Innemi słowy : Jeżeli nabój elektr. równy jednostce ES wiruje po kole o promieniu 1 cm z prędkością światła, powstaje w środku koła $H = 1$ jedn. EM.

Działanie dynamiczne kołowego prądu
magnetycznego podstawą układu

elektrostatycznego

W środku koła o promieniu "r" jest

$$K = k \frac{2\pi J_m}{r}$$

Położmy $J_m = 1$ jedn. ES

r = 1 cm, k = 1, to

$$K = 2\pi \text{ jedn. ES}$$

Czyli : Na jednostkę (ES) masy elektrycznej, umieszczonej w środku koła o promieniu 1 cm, po którym "płynie" prąd $J_m = 1$ jedn. ES, działa siła 2π dyn.

Innemi słowy : Jeżeli masa magnet. równa jednostce EM wiruje po kole o promieniu 1 cm z prędkością światła, powstaje w środku koła $K = 1$ jedn. ES.

Wpływ ośrodka.

W przestrzeni wypełnionej jednorodnym ośrodkiem, natężenie pola magnet. (H) nie zależy od stałej μ .

W przestrzeni wypełnionej jednorodnym ośrodkiem, natężenie pola elektr. (K) nie zależy od stałej ϵ .

Solenoid.

Natężenie pola magnetycznego wewnątrz solenoidu bardzo długiego jest

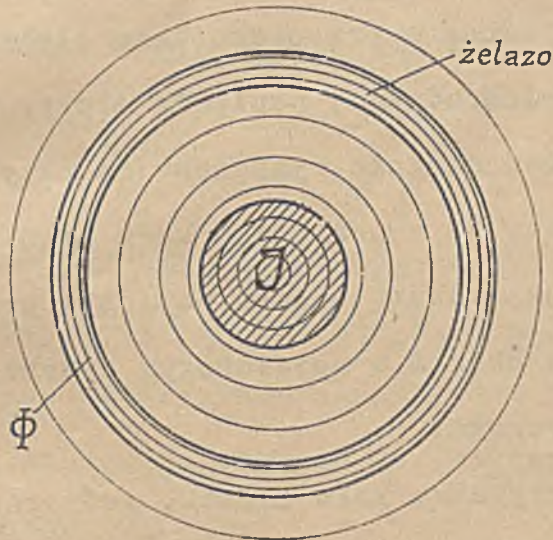
$$H^{EM} = \frac{4\pi \cdot J_e^{EM} z}{l}$$

Natężenie pola elektrycznego wewnątrz solenoidu bardzo długiego jest

$$K^{ES} = \frac{4\pi \cdot J_m^{ES} z}{l}$$

Koło magnetyczne jednorodne.

$$\Phi^{EM} = \frac{4\pi \cdot J_e \cdot z}{\mu \cdot s}$$

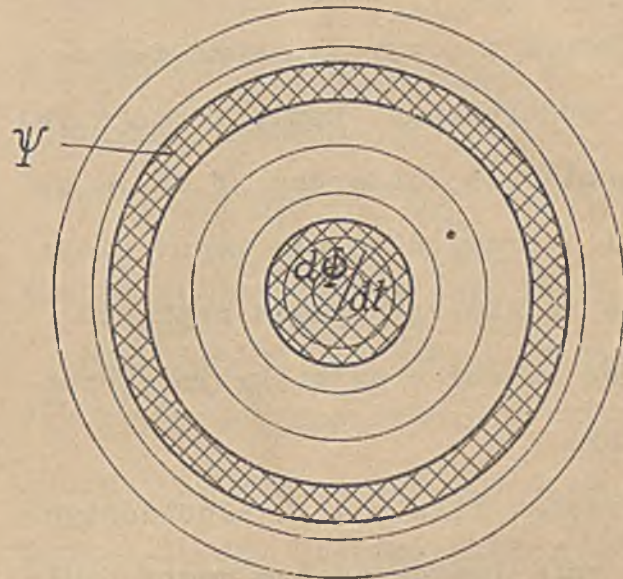


Rys.777

Prąd wytwarza w obejmującym go pierścieniu żelaznym strumień magnetyczny Φ , a w przestrzeni pole magnetyczne (rys.777)

Koło elektryczne jednorodne.

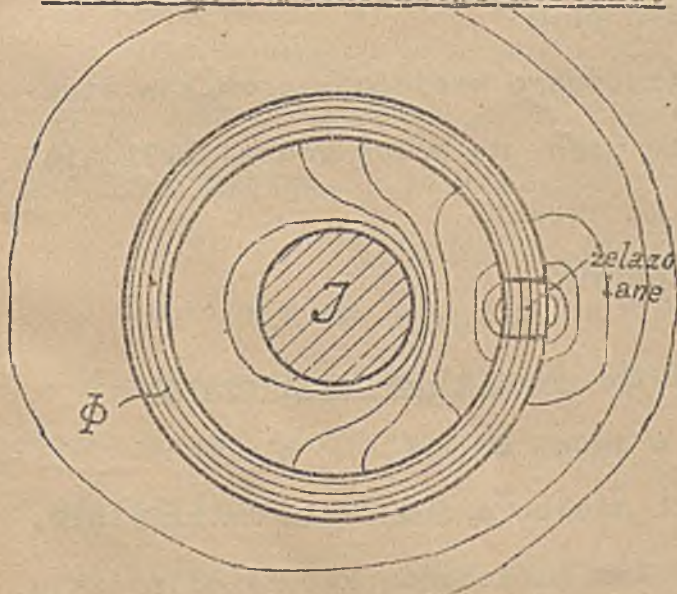
$$\Psi^{ES} = \frac{4\pi \cdot J_m \cdot z}{\epsilon \cdot s}$$



Rys.778

Zmienny strumień magnetyczny wytwarza w obejmującym go pierścieniu miedzianym prąd elektr., a w przestrzeni pole elektryczne (rys.778).

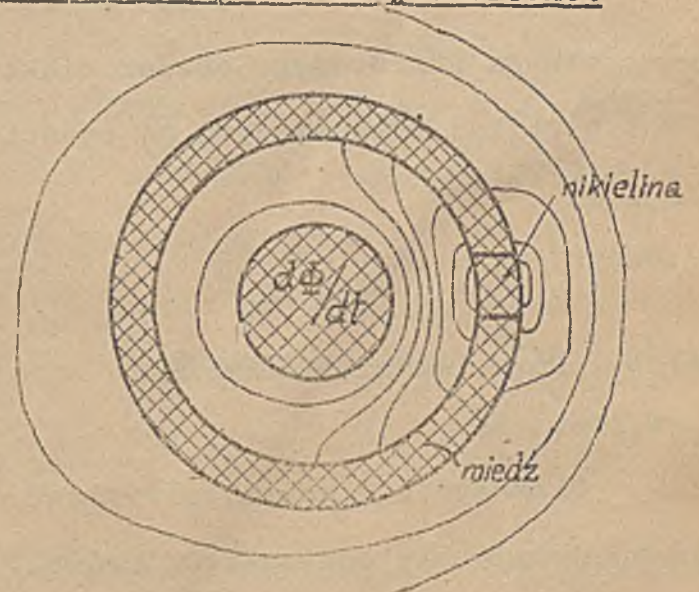
Koło magnetyczne niejednorodne.



Rys.779

Prąd wytwarza w otaczającym go pierścieniu, złożonym z żelaza miękkiego i twardego strumień indukcji Φ , który częściowo występuje z pierścienia (rozprószenie

Koło elektryczne niejednorodne.



Rys.780

Zmienny strumień magnetyczny wytwarza w otaczającym go pierścieniu, złożonym z miedzi i nikieliny prąd, który częściowo przechodzi w linie sił elektrycznych

magnetyczne) (rys.779).

W obu powyższych przypadkach jest

$$\oint H^{EM} dl \cos \alpha = 4\pi J_e^{EM}$$

Gdy jednak w przypadku koła magnetycznego jednorodnego, napięcie magn.(U) jest równomiernie rozłożone na całym obwodzie, to w przypadku koła magn. niejednorodnego największy spadek napięcia przypada na części o największym oporze magnetycznym.

W przypadku koła magn. jednorodnego na pierścieniu (umieszczonym centrycznie) nie powstają żadne masy magnetyczne:

W przypadku koła magn. niejednorodnego powstają na pierścieniu masy magnetyczne w miejscach, gdzie linje indukcji wychodzą w powietrze.

Widać stąd, że na ustrój pola

magnetycznego wznieconego prądem elektr. ma wpływ rodzaj składających go części.

Iloczyn

$$E_m = 4\pi J_e^{EM}$$

nazywamy Siłą magnetomotoryczną

(J_e w jedn. EM)

Siłom tym nie możemy przypisać określonych miejsc pierścieniu materjalnym, gdyż ujawniają się one także w próżni, a pozatem ich rozłożenie zależy od rodzaju materiału.

zewnątrz pierścienia (rozpróśnienie elektryczne) (rys.780).

W obu powyższych przypadkach jest

$$\oint K^{ES} dl \cos \alpha = 4\pi J_m^{ES}$$

Gdy jednak w przypadku koła elektrycznego jednorodnego, napięcie elektr.(U) jest równomiernie rozłożone na całym obwodzie, to w przypadku koła magn. niejedn., największy spadek napięcia przypada na części o największym oporze elektrycznym.

W przypadku koła elektr. jednorodnego na pierścieniu (umieszczonym centrycznie) nie powstają żadne naboje elektr.

W przypadku koła elektr. niejednorodnego powstają na pierścieniu naboje elektryczne w miejscach, gdzie linje elektryczne wychodzą w powietrze.

elektrycznego wznieconego zmianą strumienia magn. ma wpływ rodzaj składających go części.

Iloczyn

$$E_e = 4\pi J_m^{ES}$$

nazywamy Siłą elektromotoryczną

(J_m w jedn. ES)

Prawa Maxwella.dla pola magnetycznego.dla pola elektrycznego.

Gdy tor całkowania splata się z prądami jest

$$\oint H \cdot dl \cdot \cos \alpha = 4\pi \sum J_e$$

$$\oint K \cdot dl \cdot \cos \alpha = 4\pi \sum J_m$$

Gdy tor dla którego obliczamy

Gdy tor dla którego obliczamy

$\oint H \cdot dl \cdot \cos \alpha$ nie splata się ze strugą prądu, jest

$\oint K \cdot dl \cdot \cos \alpha$ nie splata się ze strumieniem indukcji magn., jest

$$\oint H \cdot dl \cdot \cos \alpha = 0$$

$$\oint K \cdot dl \cdot \cos \alpha = 0$$

(jak w polu magnetostaticznym).

(jak w polu elektrostatycznym).

Napięcie magnetyczne U_m w polu magnetycznym wytworzonym przez prądy zależy od toru łączącego dwa punkty, między którymi obliczamy U_m .

Napięcie elektryczne U_e w polu elektrycznym wytworzonym przez "prądy magnetyczne" zależy od toru łączącego dwa punkty, między którymi obliczamy U_e .

Napięcie magnetyczne w polu magnetycznym wytworzonym przez prądy nie różni się od różnicy potencjałów.

Napięcie elektryczne w polu elektrycznym wytworzonym przez zmienne strumienie magnetyczne nie różni się od różnicy potencjałów.

Powyższa analogia ujawnia, że pole elektryczne indukowane zmianami strumienia magnetycznego ($d\Phi/dt$) ma co do swego ustroju wiele podobieństwa z polem magnetycznym wytworzonym przez prąd elektryczny.

W analogjach tych uwidacznia się dobitnie ten ważny wynik, że w polu elektrycznym indukowanym zmiennym strumieniem magnetycznym ($d\Phi/dt$) mamy zamknięte linje elektryczne. W polu elektrostatycznym linje takie nigdy nie występują.

6. Ogólne zestawienie zjawisk indukcyjnych.

Ogólne rozważania indukcji w pustej przestrzeni doprowadzają do wniosku, że analogicznie do zjawisk, w których indukującym czynnikiem jest pole magnetyczne powinny przebiegać także zjawiska w przypadku, gdy indukującym czynnikiem jest pole elektryczne.

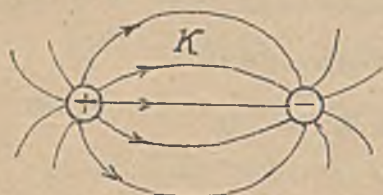
Jeżeli więc ruch lub zmiany pola magnetycznego indukują pole elektryczne, to naodwrot ruch i zmiany pola elektrycznego winny indukować pola magnetyczne.

Liczne doświadczenia przeprowadzone w tym celu potwierdziły ten wniosek w zupełności.

Oдносне tezy zebrane w całości dają następujący schemat :

Zestawienie

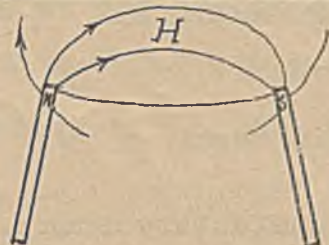
Pole elektryczne.



Rys.781 Masy elektryczne w spoczynku
wzniciają pole elektryczne, dla którego

$$\oint K \cdot dl \cdot \cos \alpha = 0$$

Pole magnetyczne.

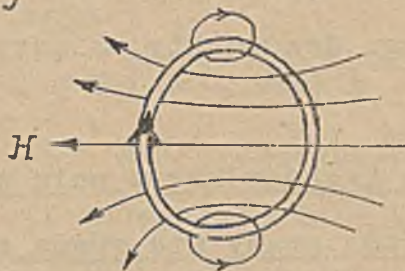


Masy jako
źródła pól.

Rys.782 Masy magnetyczne w spoczynku
wzniciają pole magnetyczne, dla którego

$$\oint H \cdot dl \cdot \cos \alpha = 0$$

Prądy jako
źródła pól.



Prąd magnetyczny nie istnieje

Rys.783 Prąd elektryczny stały wznicią po-
le magnetyczne, dla którego

$$\oint H \cdot dl \cdot \cos \alpha = 4\pi J^{EM}$$



Ruch mas
jako źródło pól.



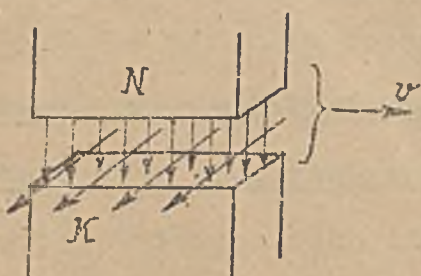
Rys.784 Ruch mas magnetycznych wznicią po-
le elektr. W przypadku wirującej tarczy
o masie m na obwodzie, ruch wirowy m z i-
o masie Q na obwodzie, ruch wirowy Q z i-
lością obrotów n reprezentuje prąd magnet.
lością obrotów n reprezentuje prąd elektr.

$$J_m^{ES} = \frac{m}{c} n \text{ sek}$$

$$J_e^{EM} = \frac{Q}{c} n \text{ sek}$$

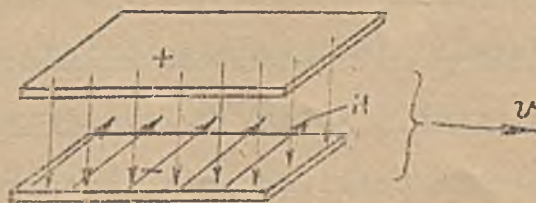
Ruch pola jednego rodzaju

źródłem pola drugiego rodzaju.



Rys.786 Ruch pola magnetycznego indukuje
pole elektryczne, przyczem

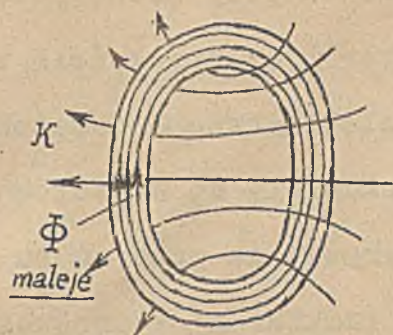
$$K^{ES} = B^{EM} \frac{v}{c}$$



Rys.787 Ruch pola elektrycznego indukuje
pole magnetyczne przyczem

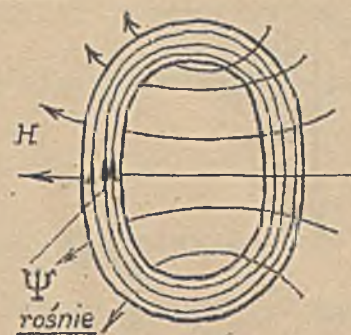
$$H^{EM} = D^{ES} \frac{v}{c}$$

Zmiany pola jednego rodzaju
źródłem pola drugiego rodzaju.



Rys. 788 Zmiany pola magnetycznego indukują pole elektryczne, dla którego

$$\oint K \cdot dl \cdot \cos \alpha = - \frac{1}{c} \frac{d\Phi^{EM}}{dt}$$



Rys. 789 Zmiany pola elektrycznego indukują pole magnetyczne, dla którego

$$\oint H \cdot dl \cdot \cos \alpha = + \frac{1}{c} \frac{d\Psi^{ES}}{dt}$$

Z powyższego wynika, że niezależne od siebie mogą być tylko pola statyczne t.zn. wytworzone przez nieruchome masy elektryczne (pola elektrostatyczne) względnie przez nieruchome masy magnetyczne (pola magnetostatyczne).

Wszelkim ruchom mas elektrycznych towarzyszy pole magnetyczne i naodwrot wszelkim ruchom mas magnetycznych towarzyszy pole elektryczne.

W przypadku ruchów mas stanowiących źródła pól, mamy więc do czynienia zawsze z polem elektromagnetycznym t.j. polem w którym ujawniają się zarówno działania elektryczne jak i magnetyczne.

Zależność wektorów pól indukowanych od indukujących ujmują odnośnie do ruchu pola równania Thomsona, a odnośnie do zmian pola równania Maxwella.

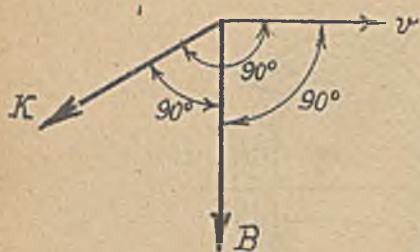
7. Fundamentalne równania indukcji Thomsona.

Opierając się na Faradayowskiej koncepcji, w myśl której zjawiska indukcji powstają wskutek przecinania przewodnika przez linje magnetyczne, wyprowadził Thomson dwa następujące równania ogólne :

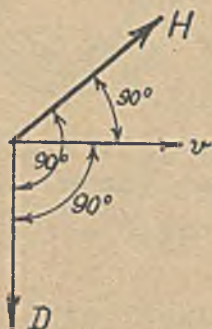
$$\underline{\underline{K^{ES} = B^{EM} \frac{v}{c} \dots\dots\dots I (116)}}$$

$$\underline{\underline{H^{EM} = D^{ES} \frac{v}{c} \dots\dots\dots II (117)}}$$

(c = 3.10¹⁰ cm/sek, prędkość światła)



Rys. 790



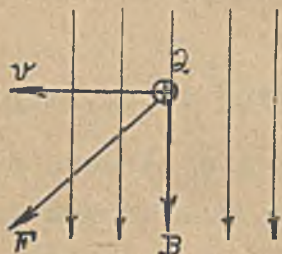
Rys. 791

Równanie I (rys. 790) wyraża, że przy ruchu pola magnetycznego o indukcji B (wektor B) z prędkością v cm/sek (wektor v), powstaje pole elektryczne o natężeniu K , przyczem wektor K jest prostopadły do wektorów B i v .

Równanie II (rys. 791) wyraża, że przy ruchu pola elektrycznego o indukcji D (wektor D) z prędkością v cm/sek (wektor v), powstaje pole magnetyczne o natężeniu H , przyczem wektor H jest prostopadły do wektorów D i v .

Dla wyznaczenia kierunków indukowanych wektorów K (rys. 790) i H (rys. 791) obowiązują analogiczne reguły jak dla indukcji w materji.

Wyprowadzenie równań Thomsona jest bardzo proste :



Rys. 792

Gdy nabój Q (rys. 792) porusza się w nieruchomem polu magnetycznem o indukcji B z prędkością v cm/sek w kierunku poprzecznym do kierunku B , działa na Q siła

$$F = Q \cdot B \cdot \frac{v}{c} \text{ dyn (str. 538)}$$

w kierunku prostopadłym do B i v (rys. 792).

Zasada względności wymaga przyjęcia, że takiemu samemu działaniu podlegać będzie nieruchomy nabój Q , gdy poruszać się będzie pole magnetyczne z prędkością v w kierunku przeciwnym do strzałki v .

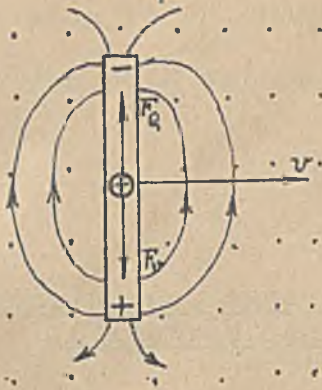
Jednakże na nabój elektryczny w spoczynku działać może tylko pole elektryczne. Wynika stąd, że ruch pola magnetycznego (wektor B) poruszającego się w kierunku v (rys. 790) indukować musi pole elektryczne o natężeniu

$$K = \frac{F}{Q} = B \frac{v}{c} \quad (\text{wzór I})$$

Wzór II przedstawia analogon do wzoru I, potwierdzającego doświadczenia Rowlanda, Eichenwalda i innych.

Opierając się na wzorach ogólnych Thomsona (I i II) możemy teraz indukcję otwartego przewodnika objaśnić w sposób następujący :

Gdy przewodnik otwarty porusza się z prędkością v poprzecznie do linii



Rys.793

magnetycznych (rys.793), elektrony zawarte w jego wnętrzu podlegają działaniu dynamicznemu, określone mu wzorem

$$F = Q \cdot B \frac{v}{c}$$

Pod działaniem tej siły nastąpi przesunięcie naboji ujemnych (elektronów) ku jednemu końcowi przewodnika, a drugi ujawni niedobór elektronów, czyli naelektryzowanie dodatnie. Rozsuniecie naboji w obrębie przewodnika spowoduje powstanie pola elektrycznego, wędrującego wraz

z przewodnikiem (rys.793). Na nabój dodatni znajdujący się wewnątrz przewodnika będą teraz działać dwie siły :

$$F_v = Q \cdot B \frac{v}{c}$$

pochodząca od ruchu tego naboju (łącznie z przewodnikiem) w polu o indukcji B z prędkością v i siła F_Q pochodząca od naboji rozsuniętych.

Równowaga nastąpi gdy będzie

$$F_v = F_Q$$

czyli gdy działaniu dynamicznemu pochodzącemu od ruchu naboju (F_v) przeciwstawi się takie samo działanie dynamiczne pochodzące od rozsuniętych naboju (F_Q). Kładąc

$$F_Q = F_v = Q \cdot B \frac{v}{c}$$

i dzieląc obustronnie przez Q, otrzymamy

$$K = \frac{F_Q}{Q} = B \frac{v}{c}$$

przyczem K wyraża natężenie pola elektrycznego wewnątrz przewodnika, wytworzonego rozsuniętymi nabojami. Wektor K ma kierunek od + do -, zatem całka linjowa K obliczona od końca przewodnika + do końca - daje

$$K \cdot l = \frac{1}{c} B^{EM} \cdot l \cdot v$$

i przedstawia napięcie elektryczne między obu końcami.

Kładąc $K \cdot l = U$ lub $K \cdot l = E$, otrzymamy wzór Faradaya na SEM-czną

$$E^{ES} = \frac{1}{c} B^{EM} \cdot l \cdot v \text{ (cm/sek)}$$

względnie

$$E^{EM} = B \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8} \text{ V}$$

8. Fundamentalne równania teorii Maxwell'a.

Pole magnetyczne wywołane zmianami pola elektrycznego, oraz pole elektryczne wyindukowane zmianami pola magnetycznego opisują, dla ciał będących w spoczynku, dwie trójki równań różniczkowych Maxwell'a

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} &= \frac{4\pi}{c} \sigma_x + \frac{1}{c} \frac{\partial D_x}{\partial t} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= \frac{4\pi}{c} \sigma_y + \frac{1}{c} \frac{\partial D_y}{\partial t} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= \frac{4\pi}{c} \sigma_z + \frac{1}{c} \frac{\partial D_z}{\partial t} \end{aligned} \right\} \text{I-sza trójka zasadniczych równań Maxwell'a.}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial K_z}{\partial y} - \frac{\partial K_y}{\partial z} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial B_x}{\partial t} \\ \frac{\partial K_x}{\partial z} - \frac{\partial K_z}{\partial x} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial B_y}{\partial t} \\ \frac{\partial K_y}{\partial x} - \frac{\partial K_x}{\partial y} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial B_z}{\partial t} \end{aligned} \right\} \text{II-ga trójka zasadniczych równań Maxwell'a.}$$

W równaniach tych oznaczają K_x, K_y, K_z składowe natężenia K w kierunkach trzech osi układu współrzędnych, D_x, D_y, D_z składowe indukcji D pola elektrycznego, $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ składowe wektora gęstości prądu (kondukcyjnego lub konwekcyjnego), H_x, H_y, H_z składowe natężenia H , B_x, B_y, B_z składowe indukcji B pola magnetycznego w dowolnym punkcie przestrzeni. Celem wyprowadzenia tych równań przeprowadzamy następujące rozumowanie :

Wzdłuż zamkniętej linii "L" obejmującej zmienny w czasie strumień magnetyczny występuje napięcie okrężne określone wzorem :

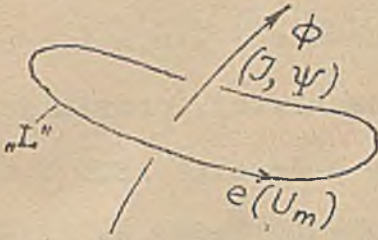
$$e = -\frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt} \dots\dots\dots (118) \text{ x)}$$

czyli
$$\oint_L K_l dl = -\frac{1}{c} \frac{d}{dt} \iint_S B_n ds = \iint_S \left[-\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t} \right]_n ds \dots\dots (118a) \text{ x)}$$

przyczem K_l jest składową natężenia pola elektrycznego K w kierunku elementu dl toru L , zaś B_n składową indukcji pola magnetycznego B normalną do elementu ds pewnej ciągłej (zresztą dowolnej) powierzchni s ograniczonej linią L . ^{Wyraz} $\left[-\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t} \right]_n$ jest analogicznie składową wektora $-\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t}$ normalną do ds . Znak "-" w powyższych wzorach odnosi się do kierunkuowości e i Φ jak na rys.794 (reguła korkociąga).

Podobnie, o ile jakaś zamknięta linia "L" obejmuje prąd (kondukcyjny lub konwekcyjny) o sumarycznym natężeniu J i równocześnie zmienny strumień indukcji

x) We wzorach tych są wyrażone w JES wielkości e, K, D, J, Ψ , natomiast U_m, H, B, Φ w JEM.



Rys.794

elektrycznej Ψ (prąd przesunięć Maxwell'a) to wzdłuż niej wystąpi okężne napięcie magnetyczne o wartości

$$U_m = \frac{4\pi}{c} J + \frac{1}{c} \frac{d\Psi}{dt} \dots\dots\dots (119)^x)$$

lub :

$$\oint_L H_L dl = \frac{4\pi}{c} \iint_s \sigma_n ds + \frac{1}{c} \frac{d}{dt} \iint_s D_n ds = \iint_s \left[\frac{4\pi}{c} \sigma + \frac{1}{c} \frac{\partial D}{\partial t} \right]_n ds \dots (119a)^x)$$

przyczem tu znów oznaczają : H_L składową w kierunku dl natężenie pola magnetycznego H , σ_n względnie D_n składowe normalne do ds gęstości prądu σ względnie indukcji pola elektrycznego D , zaś $\left[\frac{4\pi}{c} \sigma + \frac{1}{c} \frac{\partial D}{\partial t} \right]_n$ składową normalną do ds wektora określonego wyrazem w nawiasie $[]$. Wzory (119) i (119a) odnoszą się do kierunku U_m , J i Ψ zaznaczonych również na rys.794.

Z wzorów (118a) i (119a) widać, że mają one analogiczną postać. Każdy z nich podaje bowiem zależność między dwoma polami wektorowymi o postaci :

$$\oint_L M_L dl = \iint_s N_n ds \dots\dots\dots (120)$$

(M_L -składowa wektora M w kierunku dl linii L , N_n -składowa normalna do ds wektora ^{N)} przyczem zależność ta obowiązuje dla każdej dowolnej linii zamkniętej "L" i dla każdej dowolnej ograniczonej przez "L" powierzchni ciągłej "s" .

Przytem jest dla (118a)

$$M = K , \quad N = - \frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t} \dots\dots\dots (118b)$$

zaś dla (119a)

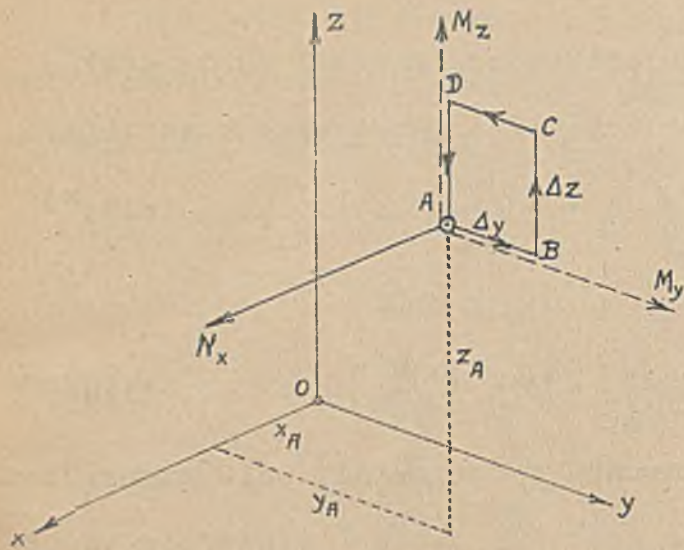
$$M = H , \quad N = \frac{4\pi}{c} \sigma + \frac{1}{c} \frac{\partial D}{\partial t} \dots\dots\dots (119b)$$

Wzór (120) podaje zależność między wektorami M i N w formie całkowej, która nie daje możliwości określenia związku między nimi w pewnym danym punkcie. Aby ten związek znaleźć, trzeba wyrazić zależność (120) w formie różniczkowej.

W tym celu weźmy pod uwagę pewien dowolny punkt "A" określony spókrzędne-
mi x_A y_A z_A (rys.795) danego układu osi x y z .

Wektory zarówno M jak i N w każdym punkcie przestrzeni niechaj będą okreś-
lone przez swe składowe w kierunku tych osi M_x M_y M_z , N_x N_y N_z .

x) We wzorach tych są wyrażone w JES wielkości e , K , D , J , Ψ , natomiast U_m , H , B , Φ w JEM.



Rys.795

Wobec tego, że zależność (120) ma obowiązywać dla każdej dowolnej linii L i pow. s przez tę linię przesuniętej, przyjmijmy jako L np. elementarny prostokąt ABCD o długościach boków Δy i Δz , leżący na płaszczyźnie równoległej do płaszczyzny y - z, zaś za powierzchnię s część tej płaszczyzny, zamkniętą tym prostokątem.

Dla odcinków AB i CD tej linii będzie $dl = dy$ oraz $M_l = M_y$, zaś dla BC i DA

$dl = dz$ oraz $M_l = M_z$. Dla całej powierzchni $s = ABCD$ jest przytem $N_n = N_x$.

Stosując do tego elementarnego prostokąta wzór (120) mamy :

$$\int_A^B M_y dy + \int_B^C M_z dz + \int_C^D M_y dy + \int_D^A M_z dz = \iint_{ABCD} N_x ds \dots\dots\dots (120a)$$

Wobec tego, że Δy i Δz zakładamy nieskończenie małe, można z pominięciem wielkości nieskończenie małych rzędów wyższych napisać :

$$M_y = M_{yA} + \left(\frac{\partial M_y}{\partial y}\right)_A (y - y_A) + \left(\frac{\partial M_y}{\partial z}\right)_A (z - z_A) \dots\dots\dots (121a)$$

$$M_z = M_{zA} + \left(\frac{\partial M_z}{\partial y}\right)_A (y - y_A) + \left(\frac{\partial M_z}{\partial z}\right)_A (z - z_A) \dots\dots\dots (121b)$$

$$N_x = N_{xA} \dots\dots\dots (121c)$$

gdzie indeksami "A" są oznaczane wielkości w punkcie A .

Wstawiając wartości z (121a, b, c) do (120a) mamy :

$$\begin{aligned} \int_A^B M_y dy &= M_{yA} \Delta y + \left(\frac{\partial M_y}{\partial y}\right)_A \frac{\Delta y^2}{2} + \left(\frac{\partial M_y}{\partial z}\right)_A \cdot 0 \cdot \Delta y \\ \int_B^C M_z dz &= M_{zA} \Delta z + \left(\frac{\partial M_z}{\partial y}\right)_A \Delta y \cdot \Delta z + \left(\frac{\partial M_z}{\partial z}\right)_A \frac{\Delta z^2}{2} \\ \int_C^D M_y dy &= -M_{yA} \Delta y - \left(\frac{\partial M_y}{\partial y}\right)_A \frac{\Delta y^2}{2} - \left(\frac{\partial M_y}{\partial z}\right)_A \Delta z \cdot \Delta y \\ \int_D^A M_z dz &= -M_{zA} \Delta z - \left(\frac{\partial M_z}{\partial y}\right)_A \cdot 0 \cdot \Delta z - \left(\frac{\partial M_z}{\partial z}\right)_A \frac{\Delta z^2}{2} \\ \iint_{ABCD} N_x ds &= N_{xA} \Delta y \cdot \Delta z \end{aligned}$$

a zatem

$$\left(\frac{\partial M_z}{\partial y}\right)_A \Delta y \cdot \Delta z - \left(\frac{\partial M_y}{\partial z}\right)_A \Delta z \cdot \Delta y = N_{xA} \Delta y \cdot \Delta z$$

czyli po uproszczeniu przez $\Delta y \cdot \Delta z$ i opuszczeniu (odnoszącego się do dowolnego punktu) indeksu "A"

$$\frac{\partial M_z}{\partial y} - \frac{\partial M_y}{\partial z} = N_x \dots\dots\dots (122a)$$

Przeprowadzając analogiczne rozważania dla linii ABCD leżącej na płaszczyźnie równoległej do x-z względnie x-y otrzymamy podobnie

$$\frac{\partial M_x}{\partial z} - \frac{\partial M_z}{\partial x} = N_y \dots\dots\dots (122b)$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} = N_z \dots\dots\dots (122c)$$

Z toku wyprowadzenia powyższych wzorów wynika, że dla M i N związanych ze sobą zależnością (120) obowiązują związki (122a,b,c). Należy jeszcze wykazać, że jeśli zachodzi między wektorami M i N związek (122a,b,c) to spełniają one naodwrot dla każdej dowolnej powierzchni "s" ograniczonej dowolną linią zamkniętą "L" zależność (120).

W tym celu wyznaczamy wartość $\iint_s N_n ds$, która wyrażona przez składowe N_x , N_y i N_z wektora N ma postać :

$$\iint_s N_n ds = \iint_s (N_x dydz + N_y dx dz + N_z dx dy)$$

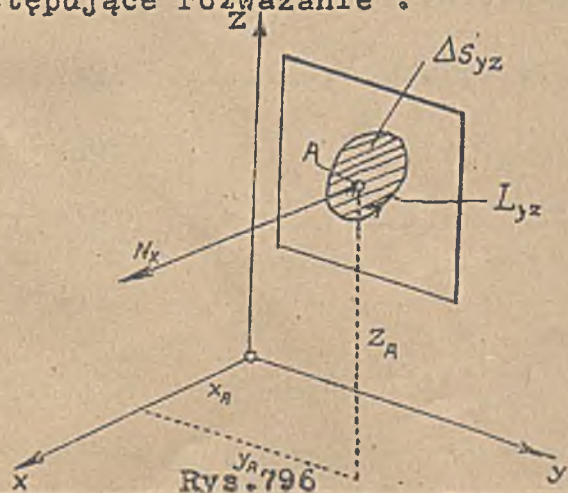
Wstawiając w to równanie wartości N_x , N_y i N_z z wzorów (122a,b,c) i przeprowadzając odpowiednie przekształcenia i operacje matematyczne otrzymamy

$$\iint_s N_n ds = \oint_L (M_x dx + M_y dy + M_z dz)$$

Prawa strona tego równania przedstawia, jak łatwo można okazać, wyrażoną przez składowe M_x , M_y i M_z wektora M wartość całki $\oint_L M_l dl$. Zależność (120) jest więc dla M i N określonych przez (122a,b,c) spełniona.

Wzory (122a,b,c) przedstawiają więc ogólny różniczkowy związek między składowymi M_x , M_y , M_z oraz N_x , N_y , N_z wektorów M i N, związanych ze sobą zależnością całkową (120) x).

Aby znaleźć jakąś uchwytną interpretację wzorów (122a,b,c) przeprowadzimy następujące rozważanie :



Przesuńmy przez dowolny punkt "A" płaszczyznę równoległą do y-z i przyjmijmy na tej płaszczyźnie dowolną linię L_{yz} otaczającą element powierzchni Δs_{yz} tej płaszczyzny (rys.796).

Dla tego elementu powierzchni jest $N_n = N_x$,

a więc $\oint_{L_{yz}} M_l dl = \iint_{\Delta s_{yz}} N_x ds = N_x \cdot \Delta s_{yz}$

czyli $N_x = \frac{\partial M_z}{\partial y} - \frac{\partial M_y}{\partial z} = \frac{\oint_{L_{yz}} M_l dl}{\Delta s_{yz}} \dots\dots\dots (123a)$

x) Należy wspomnieć, że w analizie wektorowej wektor N, związany z M zależnością (120) względnie (122a,b,c) nazywa się "rotacją" wektora M, przyczem pisze się krótko $N = \text{rot } M$.

oraz podobnie dla elementów Δs_{xz} i Δs_{xy} równoległych do płaszczyzn x-z i x-y

$$N_y = \frac{\partial M_x}{\partial z} - \frac{\partial M_z}{\partial x} = \frac{\oint_{L_{xz}} M_l dl}{\Delta s_{xz}} \dots\dots\dots (123b)$$

$$N_z = \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} = \frac{\oint_{L_{xy}} M_l dl}{\Delta s_{xy}} \dots\dots\dots (123c)$$

Składowa zatem w pewnym kierunku (n.p. x) w dowolnym punkcie (A) wektora N jest równa stosunkowi wartości całki okrężnej $\oint M_l dl$ wzdłuż linii (L_{yz}) otaczającej elementarną powierzchnię (Δs_{yz}) przechodzącą przez dany punkt, prostopadłą do danego kierunku (x), do wielkości tej elementarnej powierzchni.

Uwzględniając zależności (118b) i (119b) w wzorach (122a,b,c) można więc napisać podane na początku dwie trójki równań Maxwell'a

$$\frac{\partial K_z}{\partial y} - \frac{\partial K_y}{\partial z} = - \frac{1}{c} \frac{\partial B_x}{\partial t} \dots\dots\dots (124a)$$

$$\frac{\partial K_x}{\partial z} - \frac{\partial K_z}{\partial x} = - \frac{1}{c} \frac{\partial B_y}{\partial t} \dots\dots\dots (124b)$$

$$\frac{\partial K_y}{\partial x} - \frac{\partial K_x}{\partial y} = - \frac{1}{c} \frac{\partial B_z}{\partial t} \dots\dots\dots (124c)$$

oraz
$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{4\pi}{c} \sigma_x + \frac{1}{c} \frac{\partial D_x}{\partial t} \dots\dots\dots (125a)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \frac{4\pi}{c} \sigma_y + \frac{1}{c} \frac{\partial D_y}{\partial t} \dots\dots\dots (125b)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \frac{4\pi}{c} \sigma_z + \frac{1}{c} \frac{\partial D_z}{\partial t} \dots\dots\dots (125c)$$

Wzory te, stanowiące fundamentalne równania pola elektromagnetycznego, przedstawiają ogólną różniczkową zależność między natężeniem pola elektrycznego K (o składowych K_x K_y K_z), natężeniem pola magnetycznego H (H_x H_y H_z), indukcjami D (D_x D_y D_z) oraz B (B_x B_y B_z) tych pól i gęstością prądu σ (σ_x σ_y σ_z) w dowolnym punkcie badanego pola.

Wzory (124a,b,c) i (125a,b,c) można według (123a,b,c) wypisać także następująco :

$$- \frac{1}{c} \frac{\partial B_x}{\partial t} = \frac{\oint_{L_{yz}} K_l dl}{\Delta s_{yz}} \dots\dots\dots (124a')$$

$$- \frac{1}{c} \frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{\oint_{L_{xz}} K_l dl}{\Delta s_{xz}} \dots\dots\dots (124b')$$

$$- \frac{1}{c} \frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{\oint_{L_{xy}} K_l dl}{\Delta s_{xy}} \dots\dots\dots (124c')$$

oraz
$$\frac{4\pi}{c} \sigma_x + \frac{1}{c} \frac{\partial D_x}{\partial t} = \frac{\oint_{L_{yz}} H_l dl}{\Delta s_{yz}} \dots\dots\dots (125a')$$

$$\frac{4\pi}{c} \sigma_y + \frac{1}{c} \frac{\partial D_y}{\partial t} = \frac{\oint_{L_{xz}} H_l dl}{\Delta s_{xz}} \dots\dots\dots (125b')$$

$$\frac{4\pi}{c} \sigma_z + \frac{1}{c} \frac{\partial D_z}{\partial t} = \frac{\oint_{L_{xy}} H_l dl}{\Delta s_{xy}} \dots\dots\dots (125c')$$

przyczem interpretacja tych wzorów jest analogiczna jak wzorów (123a,b,c).

UKŁADY WIELKOŚCI I JEDNOSTEK.

1. Wielkości i jednostki.

W fizyce i technice operujemy takimi pojęciami jak wielkość, wartość, jednostka, określając związki zachodzące między nimi nie tylko słownie w formie twierdzeń, wniosków i t.p., lecz także matematycznie w formie równań, wzorów i t.p.

Przejdzie z zależności wyrażonych słowami do zależności wyrażonych matematycznie następuje pewne trudności, wynikające stąd, że w fizyce i technice operujemy wielkościami, zaś w matematyce liczbami (szczegółowymi lub ogólnymi).

Pod wielkością rozumiemy pewne pojęcie fizyczne lub geometryczne, któremu możemy przydać wartość i jednostkę (N.p. opór, napięcie, długość, objętość i t.d.).

Wartość jest to liczba wyrażająca stosunek wielkości do jej jednostki.

Jednostka jest to wielkość specjalnie określona przy pomocy której mierzymy wielkość tego samego rodzaju.

Jakaś wielkość zmierzyć znaczy ustalić jej wartość w stosunku do jednostki

Zarówno w fizyce jak i w technice przyjęto oznaczać wielkości i jednostki pewnymi symbolami. N.p. J symbol natężenia prądu, U symbol napięcia i t.d., a także A symbol jednostki natężenia prądu zwanej amperem, V symbol jednostki napięcia zwanej woltom i t.d.

Jednoznaczne określenie wielkości wymaga podania jej wartości oraz jednostki względem której ta wartość jest wyznaczona (Pozatem przy wektorach, trzeba wyznaczyć jeszcze kierunek działania). Dla jasności wprowadzamy tu (w początkowe rozważanie) następujące oznaczenia :

$A, B, C \dots$ symbole wielkości (litery)

$a, b, c \dots$ symbole wartości (liczby ogólne lub szczegółowe)

$\alpha, \beta, \gamma \dots$ symbole jednostek (nazwy, litery lub znaki).

Określenie, że jakaś wielkość n.p. A posiada wartość "a" w odniesieniu do jednostki α , wyrażamy w symbolice matematycznej równością

$$A = a \cdot \alpha$$

w której A przedstawia wielkość "a" czyli liczbę, α symbol jednostki. Jednostka jest to bowiem wielkość o wartości 1 a o znaku jednostki α . N.p. $J = 5$ amperów, $U = 100$ V $l = 10^3$ (cm).

Ponieważ w praktyce małe litery są zarezerwowane dla oznaczenia wielkości o wartościach chwilowych (Prądy zmienne), możemy posłużyć się także takim znakownictwem :

A	wielkość
{A}	wartość
[α]	symbol jednostki
$A = \{A\}[A]$	

Ten sposób oznaczania używany jest w literaturze.

Jednostki można obierać najzupełniej dowolnie, więc n.p. jednostką długości może być równie dobrze metr (znak m) jak i cal (znak "), jednostką naboju elektr. kulomb (znak C) lub jedn.EM (znak $\text{cm}^{1/2} \text{g}^{1/2}$), jak i jedn.ES (znak $\text{cm}^{3/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1}$)

Jednostka musi być jednak fizykalnie tego samego rodzaju co wielkość, do której przynależy. Jednostką długości może więc być tylko jakaś określona długość, jednostką naboju tylko jakiś określony nabój i t.d.

Definicje jednostek ustalamy zazwyczaj z pomocą pewnych działań fizykalnych lub etalonów. N.p. Amper jest to natężenie prądu, przy którym z azotanu srebra wydziela się w ciągu sekundy 1.11800 mg srebra. Om jest to opór słupa rtęci o długości 106.3 cm o przekroju 1 mm^2 przy temperaturze 0°C i t.d.

Te samą wielkość, więc n.p. ten sam nabój czyli to samo quantum elektryczności możemy określić przy pomocy różnych jednostek, otrzymując wskutek tego też różne liczebne wartości dla tej samej wielkości. N.p. nabój 50 kulombów reprezentuje

$$1) Q_C = 50 \text{ (C)} \quad 2) Q_{EM} = 5 \text{ (cm}^{1/2} \text{g}^{1/2}) \quad 3) Q_{ES} = 5.3 \cdot 10^{10} \text{ (cm}^{3/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1})$$

Relacja (1) mówi, że nabój ten wynosi 50 kulombów, relacja (2), że wynosi 5 jedn.EM a (3), że nabój ten jest równy $5.3 \cdot 10^{10}$ jedn. ES. Jakkolwiek więc fizykalnie mamy n.p. na konduktorze ciągle ten sam nabój elektryczny w spoczynku, to jednak możemy wyrazić jego wartość trzema różnymi liczbami ($50, 5, 5.3 \cdot 10^{10}$), odpowiednio do trzech różnych jednostek (C, jedn. EM, jedn. ES).

Zachodzi teraz pytanie, zasadniczego znaczenia dla dalszych wywodów, czy dla tej samej wielkości, więc tu n.p. dla tego samego naboju, wolno położyć :

$$Q_C = Q_{EM} = Q_{ES}$$

Na pytanie to musimy dać odpowiedź przeczącą, albowiem równość taka doprowadziłaby po podstawieniu do relacji :

$$50 \text{ (C)} = 5 \text{ (cm}^{3/2}\text{g}^{1/2}) = 5 \cdot 3 \cdot 10^{10} \text{ (cm}^{3/2}\text{g}^{1/2}\text{s}^{-1})$$

która z matematycznego punktu widzenia zawiera sprzeczność, tak co do liczb (wartości), jakoteż co do znaków jednostek.

Z relacji powyższej otrzymalibyśmy n.p. że

$$1 \text{ cm}^{1/2}\text{g}^{1/2} = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{3/2}\text{g}^{1/2}\text{s}^{-1}$$

czyli $1 = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/sek}$

i podobnie $1 = \frac{1}{10} \frac{\text{cm}^{1/2}\text{g}^{1/2}}{\text{C}}$

Z tego też powodu nie możemy tej samej wielkości A, wyrażonej raz wartością a_I odnośnie do jednostki α_I , a drugi raz wartością a_{II} odniesioną do jednostki α_{II} , oznaczać jednakowym symbolem A, tylko winniśmy pisać

$$A_I = a_I \alpha_I, \quad A_{II} = a_{II} \alpha_{II}$$

Fizykalnie A_I i A_{II} przedstawiają tą samą wielkość A. Stosując więc pojęcie identyczności (znak \equiv) można napisać

$$A_I \equiv A_{II}$$

Niemniej jednak matematyka, którą posiłkujemy się porównując A_I z A_{II} zniewała do wyrównania wartości liczbowych i symboli jednostek po obu stronach znaku równości, co uskuteczniamy wprowadzając współczynnik S :

$$A_I = A_{II} S \dots\dots\dots (1)$$

$$a_I \alpha_I = a_{II} \alpha_{II} S \dots\dots\dots (2)$$

$$S = s \cdot \sigma = \frac{a_I}{a_{II}} \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} \dots\dots\dots (3)$$

$$s = \frac{a_I}{a_{II}}, \quad \sigma = \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} \dots\dots\dots (4)$$

Współczynnik S uzgadniający obie strony równości (1) nazwiemy równoważnikiem wielkości. Składa się on z dwu symboli s i σ , z których jeden (s) jest liczbą

określającą stosunek a_I/a_{II} wartości a_1 i a_2 jakiegokolwiek wielkości mierzonej dwiema dowolnymi jednostkami α_1 i α_2 , a drugi (σ) stosunkiem utworzonym z symboli jednostek. Będziemy nazywać s wartością zaś σ znakiem lub symbolem równoważnika wielkości

$$s = \frac{\text{wartość w jednostkach I}}{\text{wartość w jednostkach II}}$$

$$\sigma = \frac{\text{znak jednostki I}}{\text{znak jednostki II}}$$

Przykład : Dla poprzedniego naboju elektrycznego Q , napiszemy

$$Q_{EM} = 5 \text{ (cm}^{1/2} \text{g}^{1/2}) \text{ , } Q_{ES} = 5.3.10^{10} \text{ (cm}^{3/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1})$$

$$s_1 = \frac{Q_{EM}}{Q_{ES}} = \frac{5 \text{ cm}^{1/2} \text{g}^{1/2}}{5.3.10^{10} \text{ cm}^{3/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1}} = \frac{1}{3.10^{10} \text{ cm s}^{-1}} = \frac{1}{c}$$

$c = 3.10 \text{ cm/sek}$ (prędkość światła)

$$s_1 = \frac{1}{3.10^{10}} \text{ , } \sigma_1 = \frac{1}{\text{cm s}^{-1}} = \frac{1}{\text{cm/sek}}$$

lub

$$Q_C = 50 \text{ C} \text{ , } Q_{EM} = 5 \text{ cm}^{1/2} \text{g}^{1/2}$$

$$s_2 = \frac{Q_{EM}}{Q_C} = \frac{5 \text{ cm}^{1/2} \text{g}^{1/2}}{50 \text{ C}} = \frac{1}{10} \frac{\text{cm}^{1/2} \text{g}^{1/2}}{\text{C}}$$

$$s_2 = \frac{1}{10} \text{ , } \sigma_2 = \frac{\text{cm}^{1/2} \text{g}^{1/2}}{\text{C}}$$

Uwaga : Zarówno w fizyce jak i w technice istnieje silnie zakorzeniony zwyczaj pisania następujących równości :

$$\begin{aligned} 1 \text{ m} &= 100 \text{ cm} \text{ ,} \\ 1 \text{ kg} &= 1000 \text{ g} \text{ ,} \\ 1 \text{ A} &= 1000 \text{ mA} \text{ .} \end{aligned}$$

Równościami takimi chcemy wyrazić, że jednostka długości metr jest 100 razy większa od jednostki długości centymetra, że jedn. ciężaru kilogram jest 1000 razy większa od jednostki ciężaru grama i t.d.

Zgodnie z powyższymi równościami nie wahamy się dla tej samej długości L n.p.

$$L = 5 \text{ m} \equiv 500 \text{ cm} \text{ napisać } L = 5 \text{ m} = 500 \text{ cm}$$

Objaśniamy mianowicie, że cm i m są jednorodnymi jednostkami długości, a różnią się tylko swymi wartościami.

Odnosnie do powyższego proceduru powiem, że także i tu, ściśle biorąc, należałoby w myśl (1) pisać :

$$\begin{aligned} L_I &= 5 \text{ m} \text{ , } L_{II} = 500 \text{ cm} \\ L_I &= L_{II} S \end{aligned}$$

$$S = \frac{5 \text{ m}}{500 \text{ cm}} = \text{s} \cdot \sigma$$

$$s = \frac{1}{100} \text{ , } \sigma = \frac{\text{m}}{\text{cm}}$$

Nie mniej jednak, gdy poczynimy nowe założenia (umowę) n.p. :

$$c = \frac{1}{100} \text{ , } k = 1000 \text{ , } m = \frac{1}{1000} \text{ (znak mili)}$$

podane powyżej równości będą ściśle także ze stanowiska matematycznego a S stanie się równe jedności.

Nie wdając się w dalsze rozważania na ten temat powiemy : W ogólnem traktowaniu należy zawsze posiłkować się wzorem (1) i przynależnymi do niego wzorami 2,3,4. W dzisiejszym stanie nauki milcząco przyjmuje się dla t.zw. jednostek jednorodnych, założenie

$$\underline{S = 1}$$

2. Równanie fizykalne.

Wyniki doświadczeń fizykalnych możemy albo wypowiedzieć słowami lub też przedstawić w formie t.zw. równań fizykalnych.

N.p. Prawo Ohma wypowiedzamy słowami : Natężenie prądu (J) jest wprost proporcjonalne do napięcia (U) a odwrotnie proporcjonalne do oporu (R), lub wyrażamy równaniem

$$J = \frac{U}{R}$$

Zachodzi teraz pytanie zasadniczego znaczenia (dotąd jeszcze dyskutowane między fizykami i elektrotechnikami) :

Czy równania wyrażające pewne zależności fizykalne zawierają w a r t o ś c i czyli liczby, czy też w i e l k o ś c i czyli wartości i symbole jednostek. ?

Jeżeli staniemy na stanowisku, że równanie jest tworem matematycznym i postawimy za postulat, iż symbole zawarte w równaniach fizykalnych mają podlegać takim samym regułom co do naznaczonych działań matematycznych jak liczby ogólne, musimy przyjąć tezę pierwszą w myśl której równania fizykalne zawierają w a r t o ś c i a nie wielkości.

W myśl tej tezy i stosownie do podanego w ustępie 1-szym znakowania (A wielkość, a wartość, α jednostka), należałoby równanie na prawo Ohma określać wacrem

$$i = \frac{u}{r} \text{ lub } \{J\} = \frac{\{U\}}{\{R\}} \text{ albo } J_{//} = \frac{U_V}{R_{\Omega}} \quad x)$$

i wysławiać : Wartość natężenia prądu jest wprost proporcjonalna do wartości napięcia i odwrotnie proporcjonalna do wartości oporu. Symbole i, u, r w naszym równaniu oznaczałyby zatem jedynie wartości czyli liczby (ogólne) odniesione do pewnych jednostek n.p. A, V, Ω (indeksy w ostatnim wzorze).

Jeżeli zaś usiłować będziemy przyjąć tezę, że równania fizykalne zawierają wielkości, motywując, że wszak poza swym matematycznym charakterem wyrażają jeszcze pewne zależności fizykalne między wielkościami, staniemy wobec nowego problemu, a mianowicie jak należy poprawnie (ściśle) ustawiać te równania, aby zapewno nie naruszyć reguł matematycznych jak i też fizykalnych, które chcemy wyrazić.

Pozornie problem ten nie wydaje się trudnym. Kładąc n.p. dla prawa Ohma

$$J = i A , \quad U = u V , \quad R = r \Omega$$

x) Indeksy wskazują dla jakich jednostek obowiązują wartości J, U, R. Znakowania z indeksami moglibyśmy używać zamiast niewygodnego znakowania z klamrami.

otrzymamy po podstawieniu w równanie

$$J = \frac{U}{R} \text{ relację } i, A = \frac{u V}{r \Omega} \text{ albo } \{J\} \{J\} = \frac{\{U\} \{U\}}{\{R\} \{R\}}$$

Gdy jednak zważymy, że matematyka zna tylko operacje na symbolach, które przedstawiają liczby, wyłonią się wątpliwości co począć w powyższym równaniu z symbolami jednostek A, V, Ω .

W dotychczasowym trybie nauki usiłowano załatwić tę sprawę, stawiając na czoło rozważań o równaniach fizykalnych postulat, aby po obu stronach znaku równości każdego równania fizykalnego zarówno wartości liczbowe jak i symbole jednostek dawały równości.

W odniesieniu do prawa Ohma postulat ten wyraża się równościami :

$$\text{liczbową } i = \frac{u}{r}, \text{ oraz równością symboli } A = \frac{V}{\Omega}$$

Ogólnie postulat ten doprowadził do t.zw. układów wielkości i jednostek.

Właściwe znaczenie układów wielkości i jednostek zrozumiemy należycie, jeżeli prześledzimy następujące rozważanie.

Stawiamy żądanie, aby równania fizykalne obowiązywały dla wielkości i umożliwiały dowolny wybór jednostek wszystkich wielkości. Ponadto zastrzegamy konieczność matematyczną, aby lewa strona każdego równania była rzeczywiście równa prawej.

Wreszcie chodzi nam o najogólniejszą postać równania fizykalnego, zawierającego wielkości.

Dla jasności przeprowadzimy badanie narazie na prawie Ohma. Doświadczalnie ustalamy n.p. że przy przepływie prądu $J = i (j)$ przez opór $R = r (\rho)$ ujawnia się na jego końcówkach napięcie $U = u (\omega)^x$. Aby wzór na prawo Ohma spełniał postulat matematycznej równości wyrazów znajdujących się z obu stron znaku równości, musimy uzupełnić go nowym czynnikiem K w postaci

$$J = K \frac{U}{R}$$

oraz założyć, że ten czynnik składa się z iloczynu dwu symboli

$$K = k \cdot \kappa = \frac{J}{U/R}$$

z których jeden (k) przedstawia liczbę, a drugi symbol utworzony z symboli jednostek. Zakładając, że ma być

$$K = \frac{J}{U/R} = \frac{i (j)}{u (\omega)/r (\rho)} = \frac{i}{u/r} \frac{j}{\omega/\rho}$$

czyli

$$k = \frac{i}{u/r}, \quad \kappa = \frac{j}{\omega/\rho}$$

x) i, u, r wartości liczbowe, j, ρ, ω symbole obranych dowolnie jednostek.

otrzymaliśmy z jednego pomiaru wartość liczbowa k , która obowiązywać będzie dla wszelkich innych pomiarów dokonanych w jednostkach j, ω, ρ a z obranych pierwotnie symboli jednostek utworzyliśmy symbol \mathcal{K} . Czynniki k służy teraz we wszystkich dalszych pomiarach do uzgodnienia liczbowego, a czynnik \mathcal{K} do uzgodnienia jednostek po obu stronach znaku równości ^Wprawie Ohma.

Wzór na prawo Ohma w ten sposób ułożony, t.j. zawierający wielkości J, U, R i równoważnik K (zależny od doboru jednostek j, ω, ρ), ma żadaną postać ogólną i spełnia postulaty matematyczne. Wzór fizykalny w takiej formie ogólnej umożliwia przytem przejście z jednej grupy jednostek na inne z pomocą wzoru (1). Jeżeli

li bowiem
$$J_I = K_1 \frac{U_I}{R_I} \quad (\text{grupa jednostek I})$$

to ponieważ dla innych jednostek obowiązują równości

$$J_I = J_{II} S_1, \quad U_I = U_{II} S_2, \quad R_I = R_{II} S_3$$

możemy podstawić

$$J_{II} S_1 = K_1 \frac{U_{II} S_2}{R_{II} S_3} = K_1 \frac{S_2}{S_3} \frac{U_{II}}{R_{II}}$$

skąd

$$J_{II} = K_2 \frac{U_{II}}{R_{II}}, \quad K_2 = K_1 \frac{S_2}{S_1 S_3}$$

Rozważania poprzednie przeprowadziliśmy dotychczas na prostym prawie Ohma. Obecnie przeprowadzimy je ogólnie.

Fizykalnie stwierdzamy, że wielkość A jest zależna od wielkości B, C, \dots przyczem dla danego zespołu jednostek $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ znajdujemy, że między wartością a wielkości A , a wartościami b, c, \dots wielkości B, C, \dots zachodzi funkcja

$$a = k.f(b, c, \dots) \dots \dots \dots (5)$$

Nasuwą się pytanie, czy i w jaki sposób zmienia się ta funkcja przy zmianie zespołu jednostek oraz czy i w jakich warunkach dopuszczalne jest wyrażanie jej jako równania zawierającego zamiast wartości a, b, c, \dots wprost wielkości

$$A = a.\alpha, \quad B = b.\beta, \quad C = c.\gamma, \quad \dots$$

Założmy jakiś drugi zespół jednostek $\alpha', \beta', \gamma', \dots$ których zamienniki na $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ mają wartości $s_\alpha, s_\beta, s_\gamma, \dots$. Wartości wielkości A, B, C, \dots w tym układzie niech będą a', b', c', \dots

Wobec tego że $a = a' s_\alpha, b = b' s_\beta, c = c' s_\gamma, \dots$ mamy według (5)

$$a' = \frac{k}{s_\alpha} . f(b' s_\beta, c' s_\gamma, \dots) \dots \dots \dots (6)$$

Tylko w wypadku, gdy funkcja f jest jednorodna, czyli gdy obowiązuje za-

leżność

$$\underline{f(b's_\beta, c's_\gamma \dots) = f(b', c' \dots) \cdot f(s_\beta, s_\gamma \dots)} \dots (7)$$

którą nazywać będziemy warunkiem jednorodności można zamiast (6) napisać

$$a' = \frac{k \cdot f(s_\beta, s_\gamma \dots)}{s_\alpha} \cdot f(b', c' \dots)$$

skąd oznaczając

$$\frac{k \cdot f(s_\beta, s_\gamma \dots)}{s_\alpha} = k'$$

otrzymujemy

$$a' = k' \cdot f(b', c' \dots) \dots \dots \dots (8)$$

A zatem tylko wtedy, gdy funkcja f jest jednorodna, otrzymuje się przy do-
wolnej zmianie jednostek analogiczną funkcję ze zmienionym jednym tylko współczyn-
nikiem (k' zamiast k).

Jeżeli funkcja f nie jest jednorodna t.zn. nie spełnia warunku (7) tylko
zawiera szereg jednorodnych wyrazów $\varphi_1(b, c \dots), \varphi_2(b, c \dots) \dots$ czyli ma postać

$$a = k \cdot f(b, c \dots) = k \cdot F[\varphi_1(b, c \dots), \varphi_2(b, c \dots) \dots] \dots \dots (9)$$

to przy zmianie jednostek nietylko zmieni się czynnik k na k' ale oprócz tego wy-
stąpi jeszcze tyle czynników $k_1, k_2 \dots$ ile funkcja F zawiera wyrazów jednorodnych,

$$\text{przyczem otrzymamy } a' = k' \cdot F[k_1 \cdot \varphi_1(b, c, \dots), k_2 \cdot \varphi_2(b, c, \dots) \dots] \dots \dots (10)$$

Czynniki $k_1, k_2 \dots$ występujące w tem równaniu, które w dalszym ciągu na-
zywać będziemy liczbami czynnikami wyrównawczymi, są określone wzorami

$$k_1 = \varphi_1(s_\beta, s_\gamma \dots), \quad k_2 = \varphi_2(s_\beta, s_\gamma \dots) \dots \text{ oraz } k' = \frac{k}{s_\alpha} \dots \dots (11)$$

Aby uniknąć występujących przy zmianie jednostek współczynników k stosuje
się jednostki, które stanowią nie dowolnie przyjęty zespół, ale t.zw. układ jedno-
stek.

Układem jednostek nazywamy taki zespół jednostek pewnych wielkości $A, B,$

$C \dots$, przy którym równania fizykalne podające związki między temi wielkościami
posiadają jak najmniej liczbowych czynników wyrównawczych a zatem w którym ile
możności jak najwięcej praw fizykalnych da się wyrazić w formie

$$a = f(b, c, d, \dots) \dots \dots \dots (12)$$

nie zawierającej żadnego współczynnika, a inne posiadają co najwyżej jeden czyn-
nik k (wzór 5).

Można oczywiście utworzyć wiele układów, które będą czyniły zadość w więk-
szym lub mniejszym stopniu temu warunkowi przyczem raz w jednych a raz znowu w in-
nych równaniach wystąpią czynniki k .

W obecnym stanie fizyki nie da się jednak wynaleźć takiego układu, w którym we wszystkich równaniach fizykalnych czynnik k byłby równy 1. O wyborze układu decydować mogą tylko względy teoretycznej lub praktycznej natury. To wyjaśnia istnienie obok siebie wielu układów jednostek.

O ile mamy kilka układów jednostek pewnych wielkości, to równania określające prawa fizykalne zmieniają się przy przejściu z jednego na drugi tylko co najwyżej o jeden współczynnik w każdym równaniu, a zatem analogicznie jak przy kilku zespółach jednostek przy równaniach o postaci jednorodnej praw fizykalnych.

Stosowanie jednostek związanych układami ma więc tę bardzo ważną korzyść, że w obrębie układów możemy operować równaniami fizykalnymi niejednorodnymi tak jak gdyby to były równania jednorodne.

Równania niejednorodne spełniające w obrębie układów jednostek warunek jednorodności nazywamy "warunkowo jednorodnymi".

Zbadamy teraz czy i w jakim wypadku wolno wypisywać prawa fizykalne w formie t.zw. równań wielkościowych, to znaczy takich, w których zamiast wartości a, b, c, \dots występują wielkości $A = a\alpha, B = b\beta, C = c\gamma \dots$ gdzie $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ nie są liczbami, ale symbolami oznaczającymi jednostki.

W prawach wyrażanych funkcjami jednorodnymi jest wpisywanie wielkości zamiast wartości bez wątpienia dopuszczalne. Mamy bowiem :

$$a.\alpha = k.\alpha.f(b\beta, c\gamma \dots) = k.f(b, c, \dots).\alpha.f(\beta, \gamma \dots) \dots\dots(13)$$

potrzeba zatem tylko założyć : $\alpha = \alpha.f(\beta, \gamma \dots) \dots\dots\dots(14)$

a otrzymujemy te same zależności co. przy równaniach między samymi wartościami.

Prawa wyrażone funkcjami niejednorodnymi o postaci jak (9) (n.p. $a = b.\hat{e}x^y$) trzeba przy stosowaniu formy wielkościowej wypisać w formie :

$$a.\alpha = k.\alpha.F[\alpha_1\varphi_1(b\beta, c\gamma \dots), \alpha_2\varphi_2(b\beta, c\gamma \dots)\dots] \dots\dots\dots(15)$$

(n.p. $a.\alpha = \alpha.b.\beta.\hat{e}^{\frac{cy}{a\beta}}$) przyczem muszą zachodzić następujące równości między symbolami jednostek $\alpha_1.\varphi_1(\beta, \gamma \dots) = 1, \alpha_2.\varphi_2(\beta, \gamma \dots) = 1..$ oraz $\alpha = \alpha$ (16)

Widzimy więc, że naogół wprowadzenie wielkości w równanie fizykalne niezmiernie je komplikuje. Dążenie do tego, aby przecież umożliwić bez zbytnich komplikacji stosowanie formy wielkościowej, spowodowało wprowadzenie t.zw. wymiarów jednostek.

^{x)} $\hat{e} = 2.7182$ zasada log nat.

Wymiary takie uzyskuje się w ten sposób, że daje się oddzielnie znaki tylko pewnym jednostkom t.zw. zasadniczym, a jako znaki jednostek innych wielkości używa się wyrazów w formie pewnych funkcji znaków jednostek zasadniczych tak ustawionych, aby w jaknajwiększej ilości praw fizykalnych dawały $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \mathcal{A}_3 \dots$ równe jedności (bez żadnego znaku jednostki).

Przy stosowaniu jednostek o określonych w ten sposób wymiarach można prawa fizykalne wypisywać także w następującej formie (wielkościowej)

$$a \cdot \alpha = f(b\beta, c\gamma \dots)$$

względnie w niektórych wypadkach

$$a \cdot \alpha = k \cdot \mathcal{K} \cdot f(b\beta, c\gamma \dots)$$

czyli

$$A = f(B, C, D \dots) \dots \dots \dots (17)$$

względnie

$$A = K \cdot f(B, C, D \dots) \dots \dots \dots (18)$$

Przykład :

Prąd (J) w obwodzie zawierającym opór (R) i samoindukcję (L) zanika według

prawa
$$J = J_0 e^{-\frac{R}{L}t} \dots \dots \dots (19)$$

Równanie to jest równaniem niejednorodnym, bo gdy wstawimy w to równanie R

w układzie ES zaś L w układzie EM a oprócz tego n.p. J_0 w ES zaś J w EM

$$i \cdot \text{cm}^{3/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-2} = i_0 \cdot \text{cm}^{1/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1} \cdot e^{-\frac{r \text{sek cm}^{-1}}{l \text{cm}} \cdot t \text{sek}} = i_0 \cdot \text{cm}^{1/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1} \cdot e^{-\frac{r}{l} t \frac{\text{sek}^2}{\text{cm}^2}}$$

czyli

$$i = i_0 \text{cm}^{-1} \text{sek} \cdot e^{-\frac{r}{l} t \frac{\text{sek}^2}{\text{cm}^2}}$$

nie wiadomo co wogóle ma oznaczać $e^{-\frac{\text{sek}^2}{\text{cm}^2}}$. Jest zatem konieczne wprowadzenie do wy-

kładnika czynnika $K_1 = k_1 \mathcal{K}_1$ o wymiarze $\mathcal{A}_1 = \frac{\text{cm}^2}{\text{sek}^2}$ a oprócz tego konieczne jest wprowadzenie dla uzgodnienia wartości po obu stronach równania drugiego współczynnika $K = k \cdot \mathcal{K}$ o wymiarze $\mathcal{K} = \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$.

Jeżeli jednak ograniczymy się w wyborze jednostek do jakiegokolwiek takiego układu, który daje warunkową jednorodność równania (19) to można równanie (19) stosować bez wprowadzania jakichkolwiek współczynników K_1 i K .

N.p. Wyrażając wszystkie wielkości w układzie ES lub wszystkie w układzie EM otrzymamy :

1) dla ES
$$i \text{ cm}^{3/2} \text{g}^{1/2} \text{sek}^{-2} = i_0 \text{ cm}^{3/2} \text{g}^{1/2} \text{sek}^{-2} \cdot e^{-\frac{r \text{ sek cm}^{-1}}{l \text{ cm}^{-1} \text{ sek}^2} \cdot t \text{ sek}} \dots \dots \dots (20)$$

czyli
$$i \text{ cm}^{3/2} \text{g}^{1/2} \text{sek}^{-2} = i_0 \text{ cm}^{3/2} \text{g}^{1/2} \text{sek}^{-2} \cdot e^{-\frac{r}{l} \cdot t}$$

$$2) \text{ dla EM} \quad i \text{ cm}^{1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ sek}^{-1} = i_0 \text{ cm}^{1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ sek}^{-1} \cdot e^{-\frac{r \text{ cm sek}^{-1}}{l \text{ cm}} \cdot t \text{ sek}} \dots\dots\dots (20a)$$

$$\text{czyli} \quad i \text{ cm}^{1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ sek}^{-1} = i_0 \text{ cm}^{1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ sek}^{-1} \cdot e^{-\frac{r}{l} t}$$

W obydwu wypadkach dochodzimy zatem do identyczności liczbowej i wymiarowej po obu stronach równania.

3. Układy wielkości i układy jednostek.

Zbiór wielkości fizykalnych, z których każda może być w rozmaity sposób zdefiniowana nazywamy zespołem wielkości. Zespół wielkości, w którym tylko kilka wielkości zwanych zasadniczymi, określonych jest niezależnie, a inne wielkości zdefiniowane są z związków fizykalnych z wielkościami zasadniczymi, nazywamy układem wielkości.

Zespołem jednostek nazywamy zbiór dowolnie określonych jednostek pewnego zbioru wielkości.

Układem jednostek nazywamy taki zespół, który daje "warunkową jednorodność" praw fizykalnych.

Układ taki określamy w ten sposób, że przyjmujemy dowolnie jednostki tylko dla wielkości zasadniczych a inne ustalamy tak, aby uzyskać jaknajprostszą formę równań fizykalnych, to jest taką, aby równania fizykalne zawierały jak najmniej czynników wyrównawczych.

Chcąc stosować równania w formie wielkościowej można określić także wymiary jednostek danego układu jednostek w ten sposób, że dajemy znaki oddzielne tylko jednostkom wielkości zasadniczych, a jednostkom innych wielkości przypisujemy wymiar wyrażony w formie jednorodnej funkcji znaków jednostek zasadniczych.

Z wielu proponowanych układów wielkości i jednostek, utrzymał się do naszych czasów t.zw. bezwzględny układ cgs. oparty na trzech zasadniczych wielkościach, a mianowicie długości (symbol L), masie (symbol M) i czasie (symbol T). Do niego przynależy bezwzględny układ jednostek opierający się na trzech zasadniczych jednostkach, które stanowią centymetr (cm), gram (g), sekunda (s).

Zależności wszystkich innych wielkości od owych trzech głównych (L M T) wyrażamy w postaci potęg $L^D M^R T^P$ które nazywamy wymiarami wielkości.

Identyczne symbole potęgowe

$$\text{cm}^n \text{g}^r \text{s}^p$$

które otrzymujemy dla odnośnych jednostek są znakami względnie wymiarami jednostek

Wymiary wielkości i jednostek przynależnych do jednego układu muszą mieć taką samą postać.

W zastosowaniu do równań z zakresu nauki o elektryczności i magnetyźmie, bezwzględny układ doprowadził do t.zw.

Bezwzględnego układu elektrostatycznego (skrót ES) i

Bezwzględnego układu elektromagnetycznego (skrót EM).

Na bezwzględnym układzie EM oparty jest obecny praktyczny czyli techniczny układ, używany w elektrotechnice, który różni się od układu EM tylko liczbowymi spóliczynnikami.

Układ ES wywodzimy z prawa Coulomba

$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

Układ EM wywodzimy odnośnie do jednostek magnetycznych także z prawa

Coulomba

$$F = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Odnośnie zaś do jednostek elektrycznych z prawa Biota-Savarta

$$H = \frac{F}{m} = \int \frac{dl \cdot \sin \lambda}{r^2}$$

Uwaga : Należy zwrócić uwagę na pewną niewłaściwość odnośnie do nazw układów. Należało rozróżniać

Układ bezwzgl. Elektryczny (symbol E)

Układ bezwzgl. Magnetyczny (symbol M)

Układ E wywodzi się z prawa Coulomba dla mas elektrycznych. Układ M wywodzi się z prawa Coulomba dla mas magnetycznych. Wszak bowiem w ten sposób, jak to czynimy dla obecnego układu EM, możemy także do obecnego układu ES wciągnąć prawo Biota-Savarta i rozszerzyć ten układ na wszystkie wielkości magnetyczne. Fizycy stosują przeważnie :

układ Gaussa czyli mieszany, w którym wszystkie wielkości elektryczne wyraża się w układzie E, zaś wszystkie magnetyczne w układzie M.

W elektrotechnice praktycznej stosuje się układ, w którym wszystkie jednostki są dziesiętnymi wielokrotnościami jednostek układu M.

Z uwagi na pewne nieporozumienia jakie do dziś ujawniają się zarówno co do wyprowadzenia jak i interpretacji t.zw. wymiarów wielkości pochodnych i znaków jednostek pochodnych, przerobimy tu kilka przykładów, posiłkując się wzorami z poprzednich ustępów.

a) Wymiar i jednostka prędkości v

Ogólny wzór fizyczny, ważny dla dowolnych jednostek ma postać

$$v = K \frac{s}{t}, \text{ czyli } \{v\}[v] = K \frac{\{s\}[s]}{\{t\}[t]} \quad x)$$

Używamy tu nawiasów { } dla wartości i [] dla symboli jednostek.

przyczem
$$K = k \cdot \alpha = \frac{\{v\} \{t\} [v] [t]}{\{s\} [s]}$$

Przyjmujemy zgodnie z zasadą układu cgs, za jednostkę drogi (długości) cm. za jednostkę czasu sekundę (s), wskutek czego będzie $[s] = \text{cm}$, $[t] = \text{s}$. Zakładamy następnie celem uwolnienia się od współczynnika K, że $K = 1$. Założenie to prowadzi z jednej strony do równości

$$\alpha = \frac{[v] [t]}{[s]} = 1, \text{ czyli } [v] = \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$$

a z drugiej strony do następującej definicji jednostki w układzie cgs. Jednostką prędkości jest prędkość, jaka odpowiada przebyciu drogi 1 cm w ciągu 1 sekundy.

W ten sposób otrzymujemy definicję jednostki v oraz jej znak (cm/sek). Wskutek założenia $K = 1$ podane powyżej ogólne równanie na prędkość, ważne dla dowolnych jednostek, przechodzi na równanie szczególne, ważne tylko dla ustalonych poprzednio

jednostek systemu cgs :

$$v = \frac{s}{t}$$

W równaniu tem można podstawić albo same wartości odniesione do jednostek cm, s, cm/s, lub też wielkości w postaci relacji

$$v = \{v\} [\text{cm/sek}] , \quad s = \{s\} [\text{cm}] , \quad t = \{t\} [\text{s}]$$

Ze szczególnego równania wynika wymiar v w układzie cgs ($\underline{LT^{-1}}$)

b) Wymiar i jednostka przyspieszenia.

Ogólny wzór fizyczny ważny dla dowolnych jednostek

$$\gamma = K \frac{dv}{dt} , \text{ czyli } \{\gamma\} [\gamma] = K \frac{\{dv\} [v]}{\{dt\} [t]}$$

$$K = k \cdot \alpha = \frac{\{\gamma\} [t]}{\{dv\} [v]}$$

Z ustaleń w (a) przepisujemy $[v] = \text{cm s}^{-1}$, $[t] = \text{s}$

Zakładamy (celem wyeliminowania K), że ma być $K = 1$. Stąd

$$\frac{[\gamma][t]}{[v]} = 1 , \text{ czyli } [\gamma] = \frac{[v]}{[t]} = \frac{\text{cm s}^{-1}}{\text{s}} = \underline{\text{cm s}^{-2}}$$

i następująca definicja jednostki przyspieszenia w układzie cgs : Jednostką przyspieszenia jest przyspieszenie czyli przyrost prędkości, wynoszący na sekundę jednostkę prędkości czyli cm/sek.

Równanie na γ dla układu cgs ma zatem postać $\gamma = \frac{dv}{dt}$, przyczem wzór ten jest ważny tylko dla systemu cgs. Wymiar γ jest LT^{-2} , znak jednostki γ jest cm s^{-2} .

c) Wymiar i jednostka siły F (z zależności F od masy i przyspieszenia).

Ogólny wzór fizyczny ważny dla dowolnych jednostek

$$F = K \cdot m \cdot \gamma \text{ czyli } \{F\} [F] = K \{m\} [m] \cdot \{\gamma\} [\gamma]$$

$$K = k \cdot \alpha = \frac{\{F\} [F]}{\{m\} [m] \cdot \{\gamma\} [\gamma]}$$

Z poprzedniego (b) wstawiamy wiadome

$$[\gamma] = \text{cm s}^{-2}, \text{ kładziemy } [m] = \text{g (jednostka zasadnicza)}$$

Zakładamy (celem wyeliminowania K), że ma być $K = 1$. Stąd $\frac{[F]}{[m][\gamma]} = 1$, czyli $[F] = \text{g cm s}^{-2}$ i następująca definicja: Jednostką siły (w układzie cgs) jest siła, która masie jednego grama nadaje przyspieszenie 1 cm/sek^2 .

Dla układu cgs będzie $F = m \cdot \gamma$

Wymiar siły MLT^{-2} , znak jednostki g cm s^{-2} .

d) Wymiar i jednostka siła F (z prawa grawitacji).

Ogólny wzór fizyczny ważny dla dowolnych jednostek

$$F = K \frac{m_1 m_2}{l^2} \text{ czyli } \{F\} [F] = k \cdot \mathcal{K} \frac{\{m_1\} \{m_2\} [m]^2}{\{l\}^2 [l]^2}$$

$$K = k \cdot \mathcal{K} = \frac{\{F\} \{l\}^2}{\{m_1\} \{m_2\}} \cdot \frac{[F] [l]^2}{[m]^2}$$

Z poprzedniego (c) wstawiamy

$$[F] = \text{cm g s}^{-2}, \quad [l] = \text{cm}, \quad [m] = \text{g}, \text{ otrzymując}$$

$$\mathcal{K} = \frac{\text{cm g s}^{-2} \cdot \text{cm}^2}{\text{g}^2} = \text{cm}^3 \text{g}^{-1} \text{s}^{-2}$$

Mierzmy dla ustalonych w ten sposób jednostek wartość siły F w dynach, jaką wywierają na siebie dwa ciała o dowolnie obranych wartościach mas m_1 m_2 wyrażonych w jednostkach g, oddalane od siebie (środkami ciężkości) o dowolną odległość l centymetrów.

Dla $m_1 = m_2 = 1 \text{ g}$ i odległości 1 cm siła grawitacji wynosi $\sim 6,658 \cdot 10^{-8} \text{ dyn}$

Zatem $k = \frac{\{F\} \{l\}^2}{\{m_1\} \{m_2\}} \approx 6,658 \cdot 10^{-8}$

Z wzoru ogólnego ważnego dla dowolnych jednostek, przechodzimy zatem na wzór szczególny, ważny tylko dla układu cgs w postaci

$$F = 6,658 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{g}^{-1} \text{s}^{-2} \frac{m_1 m_2}{l^2} = K \frac{m_1 m_2}{l^2}$$

przyczem we wzorze tym należy wstawiać wielkości, a zatem

$$F = \{F\} [\text{cm g s}^{-2}], \quad m_1 = \{m_1\} [\text{g}], \quad m_2 = \{m_2\} [\text{g}], \quad l = \{l\} [\text{cm}]$$

Spotkaliśmy tu pierwszy wzór, w którym współczynnik K nie dał się usunąć przy zastosowaniu systemu cgs.

Współczynnik $K = 6,658 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{g}^{-1} \text{s}^{-2}$ nazwano stałą grawitacyjną. Na temat tej stałej pisano już wielokrotnie dociekając jej znaczenia fizycznego. W podanym tu ujęciu przedstawia ona (jako całość) spółczynnik K uzgadniający liczbowo i jednostkowo obie strony równania F. Z uwagi zaś na wartość liczbową k możemy dodać,

że liczba $6,658 \cdot 10^{-8}$ przedstawia wartość siły mierzonej w dynach, z jaką działają na siebie dwie jednakowe masy gramowe, oddalone od siebie o 1 cm (Masy pojmowane punktowo). Wymiar stałej grawitacyjnej ($\text{cm}^3 \text{g}^{-1} \text{s}^{-2}$) wypływający z wartości \mathcal{K} nie ma oczywiście żadnego specjalnego znaczenia fizykalnego, poza tem, że wskazuje dla jakich jednostek obowiązują wartości $\{F\}$, $\{l\}$, $\{m_1\}$ i $\{m_2\}$ występujące w stałej grawitacyjnej.

Gdybyśmy postawili żądanie, aby koniecznie także i tu było $K = 1$, musieli byśmy przerobić naprzód wzór F, podany pod (d) a potem dopiero wzór F podany pod (c) i wtedy wyszłoby, że wprowadzicie $F = \frac{m_1 m_2}{l^2}$, ale współczynnik K ujawniłby się we wzorze $F = K \cdot m \cdot \gamma$.

Otrzymałibyśmy przytem inny wymiar F, inny znak jednostki F, oraz inną definicję jednostki siły. Zastosowano takie obliczenie dla wyprowadzenia astronomicznego układu jednostek, tam bowiem często posługuje się wzorem Newtona i chodziło o usunięcie niewygodnego czynnika K.

e) Wymiar i jednostka naboju elektr. Q z prawa Coulomba.

Ogólny wzór fizykalny ważny dla dowolnych jednostek

$$F = K \frac{Q_1 Q_2}{l^2}, \text{ czyli } \{F\} [F] = K \frac{\{Q_1\} \{Q_2\} [Q]^2}{\{l\}^2 [l]^2}$$

We wzorze tym jest $[F] = \text{cm g s}^{-2}$, $[l] = \text{cm}$

Celem wyeliminowania K kładziemy $K = 1$.

Ponieważ jednak zgodnie z powyższym wzorem jest

$$K = k \cdot \mathcal{K} = \frac{\{F\} \{l\}^2}{\{Q\} \{Q\}} \cdot \frac{[F] [l]^2}{[Q]^2}, \text{ przeto dla } K = 1 \text{ musi być}$$

$$k = \frac{\{F\} \{l\}^2}{\{Q\} \{Q\}} = 1 \text{ i } \mathcal{K} = \frac{[F] [l]^2}{[Q]^2} = 1$$

Aby równość liczbowa $k = 1$ zachodziła przy ustalonej już jednostce długości $l = 1 \text{ cm}$ siły $F = 1$ dyna, musimy obrać za jednostkę naboju Q taką ilość elektryczności, która równą sobie a odległą o 1 cm odpycha z siłą 1 dyny (w próżni, bo wzór bez ϵ).

Przy danych już znakach jednostek $[F]$ i $[l]$ druga równość zmusza do nadania jednostce Q znaku wypływającego z $\mathcal{K} = 1$

$$[Q] = \sqrt{[F] [l]^2} = \sqrt{\text{cm g s}^{-2} \cdot \text{cm}^2} = \underline{\text{cm}^{3/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1}}$$

Wzór na prawo Coulomba, ważny dla bezwzględnego układu ES, będzie zatem

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{l^2}$$

Wymiar Q będzie $\text{L}^{3/2} \text{M}^{1/2} \text{s}^{-1}$

f) Wymiar i jednostka masy magnetycznej m z prawa Coulomba.

Ogólny wzór fizyczny ważny dla dowolnych jednostek

$$F = K \frac{m_1 m_2}{l^2}, \text{ czyli } \{F\} [F] = K \frac{\{m\} \{m\} [m]^2}{\{l\}^2 [l]^2}$$

Postępując dalej jak pod (e), otrzymamy przy założeniu $K = 1$ analogiczną definicję jednostki masy magnet., oraz wymiar

$$[m] = \text{cm}^{3/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1} \text{ i wzór dla układu cgs (MS)}$$

$$F = \frac{m_1 m_2}{l^2}$$

g) Wymiar i jednostka dla natężenia prądu elektr. Jz prawa Biot-Savarta.

Ogólny wzór fizyczny ważny dla dowolnych jednostek

$$F = K.m.J \oint \frac{dl \sin \lambda}{r^2}$$

Ponieważ K pozostaje niezmiennione dla dowolnie ukształtowanych pętli, obliczamy naznaczoną całkę okrężną dla pętli kołowej o promieniu r , otrzymując

$$\oint \frac{dl \sin \lambda}{r^2} = \frac{2\pi}{r}$$

Możemy zatem napisać

$$F = K m J \frac{2\pi}{r} \text{ lub } \{F\} [F] = K \{m\} [m] \{J\} [J] \frac{2\pi}{\{r\} [r]}$$

skąd

$$K = \frac{\{F\} \{r\}}{\{m\} \{J\} \cdot 2\pi} \cdot \frac{[F] [r]}{[m] [J]} = k \cdot \mathcal{K}$$

$$[F] = \text{cm g s}^{-2}, \quad [l] = \text{cm} . \text{ Zakładamy } K = 1, \text{ stąd}$$

$$k = \frac{\{F\} \{r\}}{\{m\} \{J\} \cdot 2\pi} = 1, \quad \mathcal{K} = \frac{[F] [r]}{[m] [J]}$$

(m masa magnetyczna)

Równość $\mathcal{K} = 1$ daje znak jednostki natężenia prądu w układzie EM

$$[J] = \frac{[F] [r]}{[m]} = \frac{\text{cm g s}^{-2} \cdot \text{cm}}{\text{cm}^{3/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1}} = \frac{\text{cm}^{1/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1}}{\text{cm}^{3/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1}}$$

Równość $k = 1$ łącznie z $\mathcal{K} = 1$, czyli $K = 1$, prowadzi do definicji jednostki natężenia prądu. Jeżeli bowiem założymy we wzorze na K , że $r = 1$ cm, $m = 1$ jedn. EM, $F = 2\pi$ dyn, to powiemy, że jednostka natężenia prądu w EM jest to takie natężenie prądu płynącego po kole o promieniu $r = 1$ cm, przy którym na jedn. EM umieszczoną w środku tego koła działa siła 2π dyn.

Dla jednostek układu EM będzie więc

$$F = m J \oint \frac{dl \sin \lambda}{r^2}$$

$$\text{Wymiar } J = L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$$

h) Wymiar i jednostka naboju Q i natężenia prądu J z prawa przepływu (prad).

Ogólny wzór fizyczny, ważny dla dowolnych jednostek

$$Q = K \cdot J \cdot t \quad \text{czyli} \quad \{Q\} [Q] = K \{J\} [J] \cdot \{t\} [t]$$

We wzorze tym jest odnośnie do (e)

$$[Q]_{ES} = \text{cm}^{3/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1}, \quad [t] = \text{s} \quad \text{Zakładamy } K = 1$$

$$k = \frac{\{Q\}}{\{J\} \{t\}} = 1 \quad \mathcal{X} = \frac{[Q]}{[J] [t]} = 1$$

Z równości $k = 1$ wynika następująca definicja ES jednostki prądu : Jednostkę ES prądu stanowi przepływ jednostki ES naboju na sekundę. Z równości drugiej wynika znak

$$\text{znak jednostki } [J] = \frac{[Q]}{[t]} = \frac{\text{cm}^{3/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1}}{\text{s}} = \text{cm}^{3/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-2}$$

Odnośnie do (g) jest

$$[J]_{EM} = \text{cm}^{1/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1}, \quad [t] = \text{s} \quad \text{Zakładamy } K = 1$$

$$k = \frac{\{Q\}}{\{J\} \{t\}} = 1 \quad \mathcal{X} = \frac{[Q]}{[J] [t]} = 1$$

Z równości pierwszej wynika następująca definicja EM jednostki prądu : Jednostkę EM prądu stanowi przepływ jednostki EM naboju na sekundę.

Znak jednostki EM naboju wynika z równości drugiej :

$$[Q] = [J] [t] = \text{cm}^{1/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1} \cdot \text{s} = \underline{\text{cm}^{1/2} \text{g}^{1/2}}$$

i) Wymiar i jednostka oporu R z prawa Ohma.

Ogólny wzór fizyczny ważny dla dowolnych jednostek

$$R = K \frac{U}{J} \quad \text{czyli} \quad \{R\} [R] = K \frac{\{U\} [U]}{\{J\} [J]}$$

W układzie ES mamy

$$[U]_{ES} = \text{cm}^{1/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1}, \quad [J]_{ES} = \text{cm}^{3/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-2}$$

Zakładając $K = 1$, czyli

$$k = \frac{\{R\} \{J\}}{\{U\}} = 1 \quad \mathcal{X} = \frac{[R] [J]}{[U]} = 1$$

otrzymujemy definicję ES jednostki oporu.

Jednostkę ES oporu stanowi taki opór, na końcówkach którego ujawnia się napięcie równe jednostce ES, gdy przez niego przepływa prąd stały o natężeniu równym jednostce ES.

Z równości $\mathcal{X} = 1$ wynika znak jednostki oporu w układzie ES:

$$[R]_{ES} = \frac{[U]_{ES}}{[J]_{ES}} = \frac{\text{cm}^{1/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1}}{\text{cm}^{3/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-2}} = \underline{\text{cm}^{-1} \text{s}}$$

Podobnie wstawiając w prawo Ohma wielkości w jednostkach EM i kładąc $K = 1$ otrzymamy definicję EM jednostki oporu i jej znak

$$[R]_{EM} = \frac{[U]_{EM}}{[J]_{EM}} = \frac{\text{cm}^{3/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-2}}{\text{cm}^{1/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1}} = \underline{\text{cm} \text{s}^{-1}}$$

Analizując w powyższy sposób co raz dalsze wzory dochodzimy w końcu do systemu jednostek cgs w zakresie różnych działów fizyki, przyczem dla pewnych wielkości (tu n.p. F, Q, J, R) mogą wyjść różne wymiary jednostki, i znaki jednostek.

Ponieważ w obrębie jednego układu nie może być tolerowana taka różnorodność przeprowadzono segregację. Układ, w którym F definiuje się z wzoru $F = m \cdot \gamma$ a nie z prawa grawitacji nosi nazwę bezwzględnego układu cgs. Układ, w którym F definiuje się z wzoru $F = \frac{m_1 m_2}{r^2}$ nosi nazwę astronomicznego układu cgs.

W fizyce zastosowano pierwszy. Odnośnie do działań elektrycznych i magnetycznych prowadzi on znów do różnorodności wymiarów wielkości i znaków jednostek dla pewnych wielkości (n.p. Q). Dlatego wprowadzono dalszą segregację na układy cgs ES i cgs EM. Ponieważ zaś ani jeden ani drugi nie daje praktycznych jednostek na całym obszarze układu, przeto pewne jednostki wzięto z wielokrotnościami liczby 10.

W zasadzie możnaby posiłkować się w ten sposób zarówno wielokrotnościami układu ES jak i EM. Wtedy jednakże wyłoniłaby się konieczność zaznaczania we wzorach indeksami, czy dana wielkość przynależy do układu ES czy EM.

Gdybyśmy n.p. przyjęli jako praktyczną jednostkę napięcia wolt równą $\frac{1}{300}$ jedn. ES, a za praktyczną natężenia prądu amper, jednostkę równą $\frac{1}{10}$ jedn. EM, musielibyśmy prawo Ohma pisać odnośnie do wartości

$$\{J\}_{EM} = k \frac{\{U\}_{ES}}{\{R\}_{EM}}$$

zaś odnośnie do wielkości

$$J_{EM} = k_{\text{a}} \frac{U_{ES}}{R_{EM}}$$

Ażeby tej komplikacji uniknąć przyjęto, że wszvstkie jednostki praktycznie przynależą do układu EM. Odpada w skutek tego konieczność pisania indeksów i co ważniejsze odpadają dodatkowe współczynniki wyrównywujące wymiary (k). Nie mniej jednak z powodu tego, że w układzie praktycznym nie operujemy temi jednostkami, które narzucają się przy założeniach $K = 1$, tylko ich wielokrotnościami, wystąpić muszą w równaniach współczynniki liczbowe (wyrównawcze).

Przejście z jednego układu (I) na drugi (II) uskuteczniamy, wstawiając w odnośne wzory o wielkościach przynależnych do I, wielkości przynależne do II, według wzoru (1), który powiada :

Oznacza $W_I = w_I \omega_I$ wielkość fizyczną wyrażoną w układzie I, a $W_{II} = w_{II} \omega_{II}$ te sama wielkość wyrażoną w układzie II, to między obu wyrażeniami zachodzi relacja matematyczna :

$$W_I = W_{II} S \dots\dots\dots (21)$$

Przyczem według (1) jest $S = \frac{W_I}{W_{II}} \dots\dots\dots (21a)$

Wartości współczynnika $S = \frac{W_{ES}}{W_{EM}}$ podaje tablica zamieszczona na końcu niniejszego rozdziału.

Wielkości i jednostki, które w różnych układach mają te same wymiary nazywamy jednorodnymi dla tych układów ^{x)}. Takimi są np. siła F, moc P, praca A, energia U w układach ES i EM. Zachowują one w układach ES i EM te same wymiary i znaki jednostek jakie posiadają w ogólności w bezwzględnym układzie cgs.

Wielkości i jednostki, które w różnych układach mają różne wymiary nazywamy odnośnie do tych układów niejednorodnymi ^{x)}.

Transformacje wielkości z jednego układu w drugi uskuteczniamy w myśl (21)

według wzorów : $(\text{Wielkości}) \quad W_{ES} = W_{EM} \cdot S \quad , \quad S = s \cdot \sigma$
 $(\text{Wartości}) \quad \{W\}_{ES} = \{W\}_{EM} \cdot s$
 $(\text{Symbole jednostek}) [W]_{ES} = [W]_{EM} \cdot \sigma$ } Wzory na transformacje

Przykład : $(\text{Wielkości}) \quad Q_{ES} = Q_{EM} \cdot c$
 $(\text{Wartości}) \quad \{Q\}_{ES} = \{Q\}_{EM} \cdot 3 \cdot 10^{10}$
 $(\text{Symbole jednostek}) [Q]_{ES} = [Q]_{EM} \cdot \text{cm/sek}$

We wszystkich tych wzorach jest oczywiście Q_{ES} fizycznie identyczne (\neq)

z Q_{EM} , to znaczy $Q_{ES} \neq Q_{EM}$

Lopuszczalne jest więc pisanie n.p. odnośnie do jedn. naboju (?)

$$1 \text{ EM } \neq 3 \cdot 10^{10} \text{ ES}$$

(Znakiem \neq oznaczać będziemy w dalszym ciągu identyczność fizyczną a znakiem \neq równość fizyczną)

Natomiast mylnie jest ogólnie zakorzenione mniemanie, że należy (!) pisać

$$1 \text{ EM } = 3 \cdot 10^{10} \text{ ES } \frac{1}{\text{cm/sek}}$$

Jeżeli bowiem w tem równaniu podstawimy wymiary jednostek, to otrzymamy

$$1 \text{ cm}^{1/2} \text{g}^{1/2} = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{3/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1} \frac{\text{s}}{\text{cm}} = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{1/2} \text{g}^{1/2}$$

czyli 1 = 3 \cdot 10^{10} , a więc matematyczną sprzeczność !!

^{x)} Wielkości jednorodne dla układów I i II mogą być niejednorodne dla układów III i IV i odwrotnie.

A jednak wysławiamy dobrze : "Jedn.EM jest równa $3 \cdot 10^{10}$ jedn.ES podzielonym przez prędkość w cm/sek".

Dlaczegoż więc wychodzi sprzeczność w matematycznym wyrażeniu tego wysło wienia ?

Bo wyrażenia słowne o równościach fizykalnych wielkości, a wyrażenia tych równości matematyczne to dwie różne rzeczy.

Wszak na to przeprowadzaliśmy rozważania poprzednie, aby tę sprawę gruntownie wyjaśnić.

Jeżeli mówię liczba a jest równa liczbie b, to matematycznie piszę

$$a = b$$

Jeżeli jednak mówię wielkość Q_1 jest równa fizykalnie wielkości Q_2 , to muszę ze względu na wymiary napisać

$$Q_1 = K Q_2$$

W myśl (21) wyrazimy zatem równość fizykalną 1 EM \neq q ES w sposób następujący:

$$\frac{1 \text{ EM}}{\text{wielkość}} = K \cdot \frac{q \text{ ES}}{\text{wielkość identyczna}}, \quad K = \frac{1 \text{ EM}}{q \text{ ES}} = \frac{1 \text{ cm}^{1/2} \text{ g}^{1/2}}{3 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{3/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1}} = \frac{1}{3 \cdot 10^{10} \text{ cm/sek}}$$

A czy wolno pisać n.p.

$$5 \text{ m} = 500 \text{ cm}$$

Jak długo nie zrobiliśmy jakichś dotychczasowych założeń, tylko wypowiemy : 5 metrów równa się 500 centymetrów, tak długo nie wolno, tylko należy położyć

$$\frac{5 \text{ m}}{\text{wielkość}} = K \frac{500 \text{ cm}}{\text{wielkość identyczna}}, \quad K = \frac{5 \text{ m}}{500 \text{ cm}} = \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}}$$

Jeżeli jednak założymy $K = 1$, czyli $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$, wtedy wolno pisać także $5 \text{ m} = 500 \text{ cm}$, ale właśnie na podstawie założenia czyli umowy.

Otóż wolno robić umowy tego rodzaju, że $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$, czyli że

$$c = \frac{1}{100} \quad (\text{c litera})$$

a natomiast nie wolno robić umów sprzecznych matematycznie, że

$$1 = 3 \cdot 10^{10}$$

Wstawienie sprzeczności do równania matematycznego, nie może bowiem dać niczego innego jak tylko sprzeczność.

Posiłkując się podanymi powyżej transformacjami, możemy dowolnie przekształcać wzory. Przykład :

$$F_{dyn} = f_1 [\text{cm g s}^{-2}] \quad , \quad F_{kg} = f_2 \text{ kg} = f_2 1000 \text{ g} \quad , \quad F_{dyn} = F_{kg} S \quad , \quad S = 981 000 \frac{\text{cm g sek}^{-2}}{\text{kg}}$$

$$F_{dyn} = F_{kg} S = \frac{Q_{ES} Q_{ES}}{l_{cm}^2} = \frac{Q_{EM} Q_{ES} c}{l_{cm}^2} = \frac{Q_{EM} Q_{EM} c^2}{l_{km}^2 (10^5)^2 (\frac{\text{cm}}{\text{km}})^2} \quad , \quad l_{cm} = \{l\} [\text{cm}] \quad , \quad l_{km} = \{l\} [\text{km}]$$

Gdy w każdym z tych wzorów wstawimy wielkości, t.j. wartości liczbowe łącznie z symbolami odnośnych jednostek, zamarkowanych^w indeksach, otrzymamy zawsze równość symboli jednostek po obu stronach znaku równości, no i równość liczbową.

Jak widać, równanie ważne dla jednostek układu I pozostanie ważnym dla jednostek mieszanych, jeżeli tylko odnośne podstawienia wykonamy według wzorów transformacyjnych (21).

W publikacji p.t. "Die physikalischen und technischen Einheiten" (ETZ 1922, № 44 i 46), nawołuje prof. Dr. Wallot do zarzucenia układów ES i EM i przejścia na zaproponowany przez niego t.zw. "zracjonalizowany układ praktyczny". Nawoływania te znalazły silne echo w Niemczech, bo układ Wallota umożliwia wpisywanie wielkości w dowolnych jednostkach cgs, czego rzekomo inne systemy nie dopuszczały.

Oczywiście autor projektu uległ złudzeniu, że wynalazł sposób na pisanie równań fizykalnych bez współczynników K i bez uciekania się do jakiegokolwiek układu, bo oparł się właśnie na układzie przez siebie zaproponowanym i zamiast pisać n.p. dla udźwigu magnesu

$$F = \frac{1}{2} B^2 \cdot S$$

gdzie rzekomo F, B, S można podstawiać w dowolnych jednostkach, winien był napisać

$$F_w = \frac{1}{2} B_w^2 \cdot S_w$$

(indeks "w" oznacza wielkość w jednostkach "zracjonalizowanego" układu Wallota). Możliwość przejścia z tych jednostek na inne nie stanowi specjalnej cechy wzorów Wallota, tylko jest cechą ogólną wszelkich wzorów, jeżeli zastosujemy do nich transformacje.

Z powyższych rozważań widać, jakie korzyści osiągamy z układów. Układy umożliwiają eliminowanie współczynników K, tudzież wpisywanie w równaniach fizykalnych wielkości, to znaczy wartości i wymiarów jednostek, przyczem zachowany jest postulat równości liczbowej i równości wymiarów po obu stronach. W obrębie jednego układu współczynnik K jest w większości wzorów równy 1. Przy przejściu z układu ES do EM i odwrotnie wyłaniają się zarówno współczynniki liczbowe (k) jak i wymiarowe (\mathcal{K}) naogół w postaci potęg prędkości światła c (Tablica jednostek).

Oczywiście możliwe są do ustawienia także inne układy, jak cgs, trzeba

jednak pamiętać, że nowy układ to nowe jednostki, jeżeli chcemy uzyskać wzory o ile możliwości nie zawierające współczynnika $K = k \cdot \mathcal{K}$, o co przeważnie chodzi w praktyce.

Zupełne wyeliminowanie K ze wszystkich głównych wzorów nauki o elektryczności i magnetyzmie nie da się osiągnąć żadnym układem. Jednakże jedne układy są korzystniejsze ze względów teoretycznych a inne ze względów praktycznych. Na tem tle prowadzone są też ustawiczne spory, co do różnych propozycji, które oczywiście nie mogą zadowolić wszystkich. Teoretyk żąda przejrzystości wzorów, praktyk jednostek przystosowanych wartością do częstych pomiarów.

Ważną korzyścią zastosowania układów jest ta, że we wzorach nie potrzebujemy ciągle zaznaczać względem jakich jednostek należy ustalać wartości poszczególnych wielkości. Skoro bowiem zaznaczymy na początku jakiegoś działu nauki, że posługujemy się n.p. układem ES, zakładamy tem samem, że wszystkie wzory wypisywane będą tak, jak to wypływa z konsekwentnego zastosowania systemu ES do równań fizycznych ogólnych, czyli zawierających zawsze współczynniki wyrównawcze K.

Ogólnie wykracza się przeciwko tej zasadzie, a fizycy piszą dość często wzory bez współczynnika K, sądząc, że właśnie forma szczególna (o $K = 1$)

$$A = f(B, C, D \dots)$$

możliwa do uzyskania tylko w obrębie pewnych układów, jest forma ogólna!

4. Stała dielektryczna ϵ i przenikalność μ .

Wypada jeszcze wyjaśnić pewne nieporozumienia powstałe odnośnie do ϵ i μ .

W systemie ES przyjęto $\epsilon = 1$ bez wymiaru, czyli $\epsilon_{ES} = 1$

W systemie EM przyjęto $\mu = 1$ bez wymiaru czyli $\mu_{EM} = 1$

Jeżeli system ES rozszerzymy na jednostki magnetyczne, powstaną te trudności, widoczne z tablicy jednostek, że dla H i B wypadają nie tylko różne wymiary, ale i różne wartości dla próżni

$$H_{ES} = H_{EM} c, \quad B_{ES} = B_{EM} \frac{1}{c}$$

$$B_{EM} = \mu H_{EM} \quad B_{ES} = \frac{1}{c^2} \mu H_{ES}$$

Analogicznie, jeżeli system EM rozszerzymy także na jednostki elektryczne, otrzymamy podobny wynik odnośnie do K i D.

$$K_{EM} = K_{ES} c \quad , \quad D_{EM} = D_{ES} \frac{1}{c}$$

$$D_{ES} = \epsilon \cdot K_{ES} \quad \quad D_{EM} = \frac{1}{c^2} \epsilon \cdot K_{EM}$$

Wyniki takie otrzymujemy dlatego, ponieważ siła F ma w obu układach jednakowy wymiar ($L M T^{-2}$), natomiast

$$Q_{ES} = Q_{EM} c \quad \quad i \quad \quad m_{EM} = m_{ES} \cdot c$$

Prawo Coulomba dla mas elektrycznych w próżni daje zatem

$$F_{dyn} = \frac{Q_{ES} Q_{ES}}{l_{cm}^2} = c^2 \frac{Q_{EM} Q_{EM}}{l_{cm}^2}$$

a dla mas magnetycznych w próżni

$$F_{dyn} = \frac{m_{EM} m_{EM}}{l_{cm}^2} = c^2 \frac{m_{ES} m_{ES}}{l_{cm}^2}$$

Jeżeli teraz mamy ustawić w obu układach równania:

$$D = \epsilon \cdot K \quad \quad B = \mu \cdot H$$

nie wchodząc w kolizję odnośnie do ϵ i μ w równaniach

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{\epsilon \cdot l^2} \quad \quad F = \frac{m_1 m_2}{\mu \cdot l^2}$$

stajemy w trudności następującej :

Fizykalnie wielkości D i K oraz B i H są w próżni identyczne

$$D = \epsilon \cdot H \quad \quad B = \mu \cdot H \quad \quad (\epsilon_0 = 1) , \quad (\mu_0 = 1) \quad x)$$

Fizykalnie narzuca się zatem traktowanie ϵ i μ jako współczynników bez wymiaru.

Przy zastosowaniu jednak współczynnika $w_{ES} / w_{EM} = S$ dla transformacji jednostek, otrzymujemy :

$$D_{ES} = \epsilon \cdot K_{ES} \quad , \quad D_{EM} = \frac{1}{c^2} \epsilon \cdot K_{EM}$$

$$B_{ES} = \frac{1}{c^2} \mu \cdot H_{ES} \quad , \quad B_{EM} = \mu \cdot H_{EM} \quad xx)$$

$$F = \frac{Q_{ES} Q_{ES}}{\epsilon \cdot l^2} \quad \quad F = \frac{Q_{EM} Q_{EM}}{\frac{1}{c^2} \epsilon \cdot l^2}$$

$$F = \frac{m_{ES} m_{ES}}{\frac{1}{c^2} \mu \cdot l^2} \quad \quad F = \frac{m_{EM} m_{EM}}{\mu \cdot l^2}$$

Narzuca się tu niejako przyjęcie :

$$\epsilon_{ES} = \epsilon \quad \quad \epsilon_{EM} = \frac{1}{c^2} \epsilon$$

$$\mu_{ES} = \frac{1}{c^2} \mu \quad \quad \mu_{EM} = \mu$$

x) Widać to po równaniach $D = K + 4\pi G$, $B = H + 4\pi J$, z których współczynniki ϵ i μ wypływają. Obecnie i ta sprawa jest dyskutowana, jak to zaznaczyłem w Elektromagnetyzmie.

xx) To że w równaniu fizykalnym wielkości H i B występują z różnymi wymiarami, nie przesądza wcale sprawy czy i fizykalnie H i B są różne. Zdanie : Wielkość H identyczna fizykalnie z B (w próżni) wyrażę matematycznie H \neq B i sprowadzę do równości matematycznej z pomocą współczynnika K : $H = K \cdot B$
K może wypaść = 1 (przypadek szczególny) lub liczba i wymiar, przypadek ogólny.

zadowalające zarówno prawa Coulomba jak i równania wyrażające związki między D i K oraz B i H.

Ponieważ dla próżni jest $\epsilon = 1$ i $\mu = 1$, przeto dla próżni wypada

$$\begin{array}{ll} \epsilon_{ES} = 1 & \epsilon_{EM} = \frac{1}{c^2} \\ \mu_{ES} = \frac{1}{c^2} & \mu_{EM} = 1 \end{array}$$

Propozycje obecne zmierzają do tego, aby oznaczać przenikalność elektr. iloczynem $\epsilon \cdot \epsilon_0$, przy czym symbol ϵ oznaczałby stałą dielektryczną ośrodka, a ϵ_0 stałą próżni i analogicznie przenikalność magnetyczną iloczynem $\mu \cdot \mu_0$. Spółczynniki ϵ i μ miałyby wtedy to samo znaczenie jak dotychczas, zaś ϵ_0 i μ_0 posiadałyby wymiar i wartość zależną od układu. W układzie ES byłoby $\epsilon_0 = 1$, a $\mu_0 = \frac{1}{c^2}$ w układzie EM, zaś odwrotnie $\epsilon_0 = \frac{1}{c^2}$ a $\mu_0 = 1$.

W dawniejszym układzie E i M Gaussa, używanym dotąd przez wielu fizyków, oznacza się wogóle wszystkie wielkości elektryczne w układzie E, a wszystkie magnetyczne w układzie M. We wzorach gdzie spotykają się wielkości elektryczne i magnetyczne występują potęgi prędkości światła ($c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sek). W systemie Gaussa jest więc ϵ i μ bez wymiaru zarówno we wzorach elektrostatyki i magnetostatyki, jakoteż na całym obszarze nauki o elektryczności i magnetyźmie, a tylko stała c w różnych potęgach przydana jest symbolom elektrycznym względnie magnetycznym. Ten sposób załatwienia sprawy uważam za najodpowiedniejszy ze stanowiska teoretycznego. Niestety jednak nie ma on żadnych widoków na wprowadzenie do elektrotechniki ze względów praktycznych. Poza tem zresztą już nietylko niektórzy elektrotechnicy, lecz także i niektórzy fizycy ^{x)} forsują obecnie t.zw. zracjonalizowany układ praktyczny. W układzie tym mają być wysunięte na czoło jednostki praktyczne A, V, i sekunda, a poza tem jest zamiar pójścia za radą Heaviside'a, który wstawia czynnik 4π do wzorów Coulomba, aby go wyeliminować z pewnej grupy innych wzorów.

Najbardziej radykalne propozycje pochodzą od prof. Dr. Wallota. Układ Wallota wymaga daleko idących zmian prawie wszystkich zasadniczych i pochodnych wzorów oraz spółczynników liczbowych i jednostek.

x) Mie "Lehrbuch der Elektrizität und des Magnetismus" 1910
Pohl "Einführung in die Elektrizitätslehre" 1927
Thomälen "Kurzes Lehrbuch der Elektrotechnik" 10 wydanie 1930
Wallot, cytowana poprzednio rozprawa i inni.

Wallot proponuje wprowadzenie następujących jednostek :

Natężenie pola elektr. K	Volt/cm
Natężenie pola magnet. H	Amp/cm
ϵ	Farad/cm
μ	Henry/cm
Indukcja elektr. D	Coulomb/cm ²
Indukcja magnet. B	Volt sek/cm ²
Strumień indukcji elektr. Ψ	...	Coulomb
Strumień indukcji magnet. Φ	...	Volt sek
Siła F	dżaul/cm
Praca A	dżaul

Inne jednostki jak napięcie V, natężenie A, moc W (dżaul/sek), opór (Ω), Indukcyjność, pojemność i t.d. pozostają.

(Bliższe szczegóły ETZ 1922 N^o 44 i 46).

Ostatecznych decyzji co do układów i jednostek oczekujemy od Międzynarodowej Komisji Elektrycznej (C E I) w Paryżu 1932 (lipiec).

Uwaga : Co do układu cgs wypada zaznaczyć, że nie wystarcza on na całym terenie fizyki w swych trzech zasadniczych wielkościach. W nauce o ciepłe wprowadzamy n.p. jeszcze temperaturę jako nową czwartą z rzędu wielkość zasadniczą. Te i tym podobne uzupełnianie komplikują jednak systemu, albowiem ta dodatkowa wielkość zasadniczą operujemy tylko na terenie, dla którego została przybrana (ciepło). Gdy z ciepła przechodzimy na równoważną pracę lub energję, kładziemy $Q_{\text{ciepło}} = K \cdot A_{\text{praca}}$ określając K jako równoważnik wyrażany w kal/erg lub kal/kgm i t.d.

5. Uwagi końcowe.

W poprzednich rozdziałach starałem się możliwie przystępnie przedstawić jakimi zasadami należy się kierować przy ustawianiu równań fizykalnych i przy tworzeniu jednostek. Mniej miejsca poświęciłem natomiast omawianiu różnych układów których z biegiem czasu wiele namnożyło się. Bliższe szczegóły w tej materji znajdzie czytelnik w dziełach specjalnych, oraz publikacjach podanych na końcu ustępu.

W podręczniku niniejszym Elektrostatyka ma wzory w układzie ES z przejściami na relacje w jednostkach praktycznych odnośnie do V. Magnetostatyka ma wzory w układzie MS czyli EM.

W teorii obwodu posiłkowałem się prawie wyłącznie układem praktycznym (A, V, Ω).

Siła, moc, praca, energia, jako niezależne w systemie cgs od rodzaju układu, wyrażane są zarówno w jednostkach cgs (dyna, erg/sek, erg) jakoteż w jedn. praktycznych (kg, W, dżaul, kWh i t.d.)^{x)}. W obecnym chaosie różnych propozycji i dyskusyj co do systemów jednostek, nie uważałem ani za praktyczne ani za celowe wprowadzanie jakichkolwiek "nowalij" do wykładów tem więcej, że osobiście uważam sprawę t.zw. "wymiarów" za drugorzędną.

Rzadko kiedy korzystamy z tej możliwości, aby sprawdzać wymiary po jednej i drugiej stronie równań, które operujemy. Dziesiątki lat, gdy nie było jeszcze nazwy jednostek K , L , Ψ , H , B , Φ i t.d. obliczaliśmy te wielkości z powodzeniem bez kontrolowania potęg cm , g , s pisząc w wynikach po prostu $H = 10$ cgs, $B = 10\ 000$ cgs, $\Phi = 3 \cdot 10^6$ cgs i t.d.

Osobiście uważam, że ważniejszym jest, aby jednostki miały nazwy i znaki. Gdy to zostanie załatwione będziemy tak liczyć w układach ES i EM, jak dziś liczymy w mechanice, kontrolując zgodność lewej i prawej strony z pomocą znaków jednostek, a nie potęg cm^α , g^β , s^γ .

Pewne propozycje w tym względzie, nie naruszające w niczem obecnych systemów, przedstawię na innym miejscu (P.E.).

Zakończenie tomu II-go.

Druga część tomu II-go potraktowana jest bardzo obszernie z następujących powodów :

- 1) Chodziło mi o należyte oświetlenie kwestyj spornych a zasadniczego znaczenia nie tylko dla fizyka, lecz także dla elektrotechnika. (Przy tej sposobności nie unikałem wcale ujawnienia mego osobistego stanowiska w kwestjach, które przestały być dla mnie wątpliwe, choć są jeszcze dyskutowane).
- 2) Wytyczną przy układaniu tego tomu była myśl, aby obok starych poglądów wydatnić także Maxwellowskie pojęcia o działaniach elektr. i magnetycznych. Ponieważ ten sposób traktowania sprawy odbiega od dotychczasowych kursów elektrotechniki, uważałem za konieczne dodanie uzupełnień w formie przykładów zastosowania ważniejszych wzorów w praktycznie ważnych przypadkach.

^{x)} Przystępne zestawienie jednostek mieści: Bangert "Masse und Masssysteme" (Wyd. Kesslringsche Hofbuchhandlung 1922 lub nowsze).

Aby zaś wykład nie nużył samą teorią dodałem zestawienia ważniejszych zastosowań elektrotechnicznych. Opisy ważniejszych przyrządów oraz pewnych metod pomiarowych pomieściłem dlatego, że uważam iż przy omawianiu każdej wielkości należy podać jej definicję, jednostkę i sposób pomiaru. Ponadto, ilustrując wykład demonstracjami, nie mogłem pominąć milczeniem zasad działania ważniejszych przyrządów. Dokładne traktowanie przyrządów i pomiarów przynależy oczywiście do innego wykładu (Pomiary elektryczne). Nie zajmowałem się więc zupełnie sprawą cechowania, sprawą błędów pomiarowych i t.p., zakładając, że mamy do czynienia z przyrządami idealnymi. Studenci powinni przy nauce zwracać główną uwagę na fundamentalne prawa i najważniejsze wzory z nich wyprowadzone.

Rozważania o charakterze roztrząsań teoretycznych przeznaczone są dla zdolniejszych studentów i mogą być przez słabszych pominięte. Do takich należy większa część rozdziału o układach i jednostkach, rozważania na temat potencjału pola magnetycznego, wytworzonego przez prądy, i pola elektrycznego indukowanego, analogie w indukcji i t.p.

Literatura do "Indukcji elektromagnetycznej".

- Planck : Einführung in die Theorie der Elektrizität 1922,
Haas : Einführung in die theoretische Physik 1923.
Schaefer : Einführung in die Maxwell'sche Theorie 1922.
Cohn : Das elektromagnetische Feld 1927.
Fraenkel : Lehrbuch der Elektrodynamik 1926.
Eichenwald : Vorlesungen über Elektrizität 1928.
Graetz : Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus 1923.
Witkowski : Fizyka.

Literatura do "Układów wielkości i jednostek".

- Maxwell, J. Clerk "A Treatise on Electricity and Magnetism," 1861.
Ruesker, A.W. "On the Suppressed Dimensions of Physical Units" Phil. Mag. Feb. 1889
Vol. 27, pp. 104 - 111.
Heaviside O. "Collected Papers", Vol. II 1892.
Report of Committee on Units and Standards, Trans A.I.E.E. Oct. 1891 V. 8, pp. 532-543.
Ewing J.A. "Magnetic Induction in Iron and Other Metals" 1892, The Electrician Series
"Proceedings of Intern. Electrical Congress of Chicago" Chamber of Delegates 1893.
"Congrès International d'Electricité" Proces Verbaux, Paris 1901.
Giorgi G. "Rational Units of Electromagnetism" Proc. Phys. Soc. London, May 27th, 1902
Ascoli M. "On the Systems of Electrical Units" Trans Int. El. Cong. St. Louis 1904, V. 1, 130-135
Giorgi G. "Proposals Concerning Electrical and Physical Units" Int. El. Cong. of St.
Louis 1904, Vol. 1, p. 136.
Runde W. "Treatment of Possible Systems" E.T.Z. 1904.
Wolff F.A. "The So-called. International Electrical Units" Trans. Int. El. Cong. St.
Louis, 1904, Vol. 1, pp. 143 - 169.
Thompson S.P. "Discussion on Report of St. Louis Congress" Proc. I.E.E. London,
April 1905 Vol. 35, pp. 27 - 32.
Wie G. "Lehrbuch der Elektrizität und des Magnetismus" 1910.
Karapetoff V. "The Magnetic Circuit" 1911.
Ascoli M. Elec. World, N.Y. 1916, Vol. 62, pp. 810 - 812.
Dellinger J.M. "International System of Electric and Magnetic Units" Sc. Paper
292 of Bureau of Standards 1916.
Bennett E. "A Digest of the Relations between the Electrical Units and of the
Laws Underlying the Units" Univ. of Wisconsin Bulletin, Nov. 1917.
Wallot J. "Die physikalischen und technischen Einheiten" E.T.Z. Vols. 44 and 46
1922 Zeit f. Phys. 1922 p. 329.
Campbell G.A. "A System of 'Definitive Units' Proposed for Universal Use" Proc.
Int. Math. Cong. of Toronto 1924.
Bennett E. "Introductory Electrodynamics for Engineers" N.Y. 1925.
"Magnetic Testing" Circular No 17, U.S. Bureau of Standards.
"I.E.C. Report of the Meetings Held at Bellagio, Sept. 1927" Fascicle No 40 Advisory
Committee No. 1 on Nomenclature.
Kennelly A.E. "Historical Outline of the Electrical Units" Proc. Soc. for Prom. of
Engng, Education, July 1928. Vol. 19. pp. 229 - 275.
Kennelly A.E. "Magnetic Circuit Units" Trans A.I.E.E. Vol. 49 p. 486, April 1930 ;
also Revue generale de l'Electricite 14 June 1930 Vol. 28. p. 913.
"Ausschuss für Einheiten und Formelgrößen E.T.Z. 17 and 24 April 1930.
Janet P. "A propos de la question des unités magnétiques" Revue générale de l'Elec
tricité 14 th June 1930 Vol. 27. No. 24 pp. 933 - 934.
"I.E.C. Resumé Plenary Meeting 1930" Magnetic Units, pp. 16 - 17.
Blondel A. "Sur les Unités Magnétiques" Revue générale de l'Electricité 1930
11 th. Oct. 1930 Vol. 28, p. 515.
Kennelly A.E. "Unités et définitions adoptées par l'assemblée plénière de la
commission électrotechnique internationale tenue en Scandinavie en 1930"
Revue générale de l'Electricité 8th Nov. 1930 Vol. 28. p. 719. also Journal
A.I.E.E. Feby 1931.
Bryliński B. "Observations de M.E. Bryliński sur les définitions de la Commission
électrotechnique internationale concernant les unités magnétiques" Revue
générale de l'Electricité 8th Nov. 1930 Vol. 28. p. 722. x)
Pani Afanassjewa-Ehrenfest, "Der Dimensionsbegriff und der analytische Bau physi-
kalischer Gleichungen", Mathematische Annalen 77, 259 - 276, 1916.
Wallot "Zur Theorie der Dimensionen" Zeitschrift für Physik, 1922 tom 10. zeszyt 5.

x) Powyższy spis podany jest przez I.E.C dla komisji studujących sprawę układu jednostek.



Tablica jednostek bezwzględnych układów ES i EM.

Oznaczenia	Układ elektrostat. ES	Układ elektromagn. EM	$\frac{W_{ES}^{*)}}{W_{EM}}$	1 JEM jest równa	1 JES ₁ "odpowiada"
Ilość elektryczności Q	$cm^{3/2} g^{1/2} sek^{-1}$	$cm^{1/2} g^{1/2}$	c	10 Coulomb	$\frac{1}{3 \cdot 10^9}$ Couli.
Potencjał elektr. V	$cm^{1/2} g^{1/2} sek^{-1}$	$cm^{3/2} g^{1/2} sek^{-2}$	$\frac{1}{c}$	10^{-8} Volt	300 Volt
Napięcie elektr. U	" "	" "	$\frac{1}{c}$	" "	" "
Pojemność C	cm	$cm^{-1} sek^2$	c^2	10^9 Farad	$\frac{1}{3} \cdot 10^{-11}$ Farad
Natężenie pola elektr. K	$cm^{-1/2} g^{1/2} sek^{-1}$	$cm^{1/2} g^{1/2} sek^{-2}$	$\frac{1}{c}$	10^{-8} Volt/cm	300 Volt/cm
Indukcja pola elektr. D	$cm^{-1/2} g^{1/2} sek^{-1}$	$cm^{-3/2} g^{1/2}$	c		
Strumień ind. elektr. Ψ	$cm^{3/2} g^{1/2} sek^{-1}$	$cm^{1/2} g^{1/2}$	c		
Stała dielektryczna	ϵ	$\frac{1}{c^2} \epsilon$	c^2	Patrz ustęp 4-ty Str. 700	
Masa magnetyczna m	$cm^{1/2} g^{1/2}$	$cm^{3/2} g^{1/2} sek^{-1}$	$\frac{1}{c}$	1 Weber	$3 \cdot 10^{10}$ Weber
Natężenie pola magn. H	$cm^{1/2} g^{1/2} sek^{-2}$	$cm^{-1/2} g^{1/2} sek^{-1}$	c	1 Oersted	$\frac{1}{3} \cdot 10^{-10}$ Oersted
Indukcja pola magn. B	$cm^{-3/2} g^{1/2}$	$cm^{-1/2} g^{1/2} sek^{-1}$	$\frac{1}{c}$	1 Gauss	$3 \cdot 10^{10}$ Gauss
Strumień ind. magn. Φ	$cm^{1/2} g^{1/2}$	$cm^{3/2} g^{1/2} sek^{-1}$	$\frac{1}{c}$	1 Maxwell	$3 \cdot 10^{10}$ Maxwell
Moment magnetyczny M	$cm^{3/2} g^{1/2}$	$cm^{5/2} g^{1/2} sek^{-1}$	$\frac{1}{c}$		
Natężenie magnetyzacji J	$cm^{-3/2} g^{1/2}$	$cm^{-1/2} g^{1/2} sek^{-1}$	$\frac{1}{c}$		
Przemikalność	$\frac{1}{c^2} \mu$	μ	$\frac{1}{c^2}$	Patrz ustęp 4-ty Str. 700	
Napięcie Siła elektromotor. U E	$cm^{1/2} g^{1/2} sek^{-1}$	$cm^{3/2} g^{1/2} sek^{-2}$	$\frac{1}{c}$	10^{-8} Volt	300 Volt
Natężenie prądu J	$cm^{3/2} g^{1/2} sek^{-2}$	$cm^{1/2} g^{1/2} sek^{-1}$	c	10 Amp.	$\frac{1}{3} \cdot 10^{-9}$ Amp.
Opór elektryczny R	$cm^{-1} sek$	$cm sek^{-1}$	$\frac{1}{c^2}$	$10^{-9} \Omega$	$9 \cdot 10^{11} \Omega$
Opór właściwy ρ	sek	$cm^2 sek^{-1}$	$\frac{1}{c^2}$		
Przewodność G	$cm sek^{-1}$	$cm^{-1} sek$	c^2		
Przewodność własc. γ	sek^{-1}	$cm^{-2} sek$	c^2		
Samoindukcja L	$cm^{-1} sek^2$	cm	$\frac{1}{c^2}$	10^{-9} Henry	$9 \cdot 10^{11}$ Henry
Indukcja wzajemna M	" "	" "	$\frac{1}{c^2}$	" "	" "
Siła F	$cm g sek^{-2}$	$cm g sek^{-2}$	1	1 dyna	1 dyna
Praca A	$cm^2 g sek^{-2}$	$cm^2 g sek^{-2}$	1	10^{-7} Joule	10^{-7} Joule
Energja W	" "	" "	1	" "	" "
Moc P	$cm^2 g sek^{-3}$	$cm^2 g sek^{-3}$	1	10^{-7} Watt	10^{-7} Watt

*) $\frac{W_{ES}}{W_{EM}}$ oznacza iloraz $\frac{\text{wielkość wyrażona w ukł. ES}}{\text{wielkość wyrażona w ukł. EM}}$ (obie wielkości fizyk. równe)

**) t.zn. 1 JES jest równa ilościowo podanym w rubryce wartościom.