

Strzałki kierunkowe w obwodach elektrycznych

Dr. inż. Stanisław Fryze.



WARSZAWA — 1925.

Spółka Akc. Zakładów Graficznych „Drukarnia Polska”, Szpitalna 12.

Strzałki kierunkowe w obwodach elektrycznych.

Dr. inż. Stanisław Fryze, Lwów.

Wstęp.

Układy połączeń prądu stałego zaopatrujemy w strzałki kierunkowe (SEM-cznych, prądów, strumieni magn. i t. p.), które nietylko ułatwiają orjentację co do działań, zachodzących w tych obwodach, lecz są także pomocne dla obliczeń.

Przy obwodach prądu zmiennego daje się zauważyć pewnego rodzaju niepewność i brak jednolitego traktowania. Jedni autorzy operują na tych obwodach bez pomocy strzałek¹⁾, inni uzupełniają je strzałkami, nie wyjaśniając znaczenia tychże²⁾, inni znów zalecają użycie strzałek, podając rodzaj recepty na sposób ich oznaczenia³⁾.

Wśród różnych projektów na oznaczenie wielkości kierunkowych zmiennych w czasie, uwydatnia się zawsze to mylne mniemanie, że strzałki kierunkowe w obwodach prądów zmiennych nie mogą posiadać (poza oznaczeniami dla wartości chwilowych), żadnego znaczenia fizykalnego. Ten najzupełniej fałszywy pogląd wyrażono nawet w nazwie „strzałki liczenia“⁴⁾ i jemu to zawdzięczamy cały ten balast środków pomocniczych (przepisy jak oznaczać strzałki liczenia, zasady operowania kątami fazowymi, metoda topograficzna, metoda Natalisa, podwójne wykresy Blocha, t. j. Zeit u. Raumdiagramm w pracy „Ortskurven der graphischen Wechselstromtechnik“ str. 7) i t. p.

Sprawie oznaczania wielkości kierunkowych zmiennych w czasie, poświęcono już dużo prac⁵⁾,

¹⁾ np. Waltz „Wechselstrom - Arbeitsdiagramme“, Berlin 1912. Benischke „Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik“, Berlin 1922.

²⁾ np. Arnold „Wechselstromtechnik“ t. I, Berlin 1910.

³⁾ np. Kafka „Ein Beitrag zur Richtungsbezeichnung in Vektordiagrammen“ E. u. M. Heft 21. 1924.

⁴⁾ np. Thomälen „Kurzes Lehrbuch der Elektrotechnik“, wyd. 9-te („Strzałki liczenia“, str. 203).

⁵⁾ O. Bloch, „Sitzungsberichte der Schweiz. Physikalischen Gesellschaft“, luty 1914 i „Ortskurven der graphischen Wechselstromtechnik“, Zürich 1917.

Brunn. Bedeutung des Bezugssinns in Vektordiagramm. B. S. E. v 1922 str. 385 i dalsze.

Kloss, „Vorzeichen u. Richtungsregeln für Wechselstrom Vektor-Diagramme“, „Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus dem Siemens-Konzern“, 2. t. str. 166 i dalsze.

Emde, „Überwindende und überwundene Spannungen“, E. u. M. 1923 str. 165 i dalsze.

Kafka—cytowana poprzednio rozprawa w E. u. M. 1924 str. 329.

żaden z proponowanych systemów nie zyskał jednakże prawa obywatelstwa w elektrotechnice — i słusznie. Autorzy systemów mieli bowiem na oku zwyczajnie obwody proste, prawie wyłącznie o przebiegach sinusoidalnych. Interpretacja i zasady oznaczeń ich okazują się niewystarczające, gdy chodzi o obwody skomplikowane, a zawodzą zupełnie w zastosowaniu do prądów o przebiegach dowolnych. Przytem żaden z autorów nie ujął dotąd zasad systemu oznaczania wielkości kierunkowych w sposób umożliwiający doświadczalne (choćby pomyślane tylko) sprawdzenie.

Praca niniejsza ma na celu dwa zadania: Wyjaśnienie znaczenia strzałek i ustalenie ogólnego sposobu strzałkowania zasadniczych wielkości kierunkowych (E, J, U, Φ), dla wszystkich rodzajów obwodów i wszystkich rodzajów prądów. Ze względów zasadniczych ograniczam się na razie do omówienia zasad tego sposobu w zastosowaniu tylko do takich obwodów o nieruchomych elementach składowych, których analizę można przeprowadzić zapomocą obu praw Kirchhoffa w których więc nie potrzeba uwzględniać skończonej prędkości rozchodzenia się zaburzeń elektromagnetycznych (Inne obwody będą omówione osobno).

Sposób oznaczania wielkości kierunkowych dla takich obwodów różni się od ogólnie znanego i stosowanego sposobu oznaczania tych wielkości w obwodach prądów stałych tylko rozszerzeniem znaczenia strzałki. Obok strzałek kierunkowych, wskazujących kierunek działania wielkości kierunkowej stałej, wprowadzam strzałki kierunkowości, które w sposób nader prosty umożliwiają jednoznaczne określenie każdej wielkości kierunkowej zmiennej w czasie.

Pozwolę sobie tu z miejsca na twierdzenie, że poprawne i sprawne operowanie na obwodach prądów stałych i zmiennych możliwe jest jedynie przy pomocy strzałek kierunkowości, które nie zależą ani od czasu, ani od rodzaju prądu ani od stanów obwodu.

Obecny chaos w oznaczeniach i pojęciach, wstręt niektórych elektryków do metody symbolicznej, poczucie niepewności przy śledzeniu wywodów przeprowadzonych dla obwodów skomplikowanych, formalistyczny sposób traktowania różnych związków i t. p. ma swe źródło w niewłaściwym postawieniu

sprawy już w zaraniu rozwoju elektrotechniki. W przeciwieństwie do zasad oznaczania przyjętych ogólnie dla obwodów prądu stałego (wartości i strzałka), rozważa się w obwodach prądów zmiennych tylko funkcje czasu bez strzałek i wielu elektryków, a nawet fizyków jest przeświadczonych, że to najzupełniej wystarcza.

To mylne mniemanie w połączeniu z drugim równie mylnym przeświadczeniem, że prąd elektr. w obwodzie można pojmować jedynie jako ruch elektryczności dodatniej spowodowały, że usiłowania celem stworzenia jednolitej metody oznaczania wielkości kierunkowych skierowane zostały na fałszywe tory. Wielkość kierunkowa (W) zmienna w czasie, musi być określona funkcją $W=f(t)$ i strzałką, jeśli oznaczenie jej ma być jednoznaczne i wystarczające. Sama funkcja czasu podaje tylko wartości chwilowe i orjentuje (przy odpowiednim ujęciu matematycznym), w których momentach czasu zachodzą zmiany kierunku. Co do kierunku działania funkcja $W=f(t)$ nie daje żadnych wskazówek, tak samo jak ich nie daje sama wartość stała W w obwodach prądów stałych.

Wszelkie próby, zmierzające do obejścia tego niezmiernie prostego i jasnego wniosku, muszą doznać niepowodzenia. Tylko na prostych obwodach można operować bez strzałek, a z pomocą kątów fazowych i t. p. środków pomocniczych. W zastosowaniu do obwodów skomplikowanych środki te muszą zawieść, a rozważania ujawniają, że bez pomocy strzałek nie będzie można nawet sprecyzować danych zadania! Uważam przeto, że operowanie na obwodach prądów stałych z pomocą strzałek, a na obwodach prądów zmiennych, bez strzałek, jest anachronizmem, którego tolerować nie można. Prądy, SEM-czne i napięcia w obwodach prądów zmiennych należy strzałkować i operować temi wielkościami z uwzględnieniem kierunku strzałek. Czyniąc zadość temu postulatowi z pomocą strzałek kierunkowości nietylko ułatwiamy sobie i drugim zadanie, lecz stajemy na gruncie fizykalnym. Przy pomocy strzałek kierunkowości możemy zdać sprawę nie tylko ze zjawisk zachodzących w obwodzie, lecz także podać kierunki działań każdej wielkości kierunkowej dla dowolnego momentu czasu, co przy obecnym systemie oznaczeń jest zadaniem bardzo trudnym lub zgoła niewykonalnym.

Rozważania w obwodach prądów zmiennych z pomocą strzałek kierunkowości przeprowadzamy tak, jak dla obwodów prądu stałego przy pomocy strzałek kierunkowych. Przy pomiarach strzałki te oddają również nader cenne usługi.

Przedstawiony tu system ma więc te same właściwości, co używany od dawna i z powodzeniem w obwodach prądów stałych i nie wątpię, że znajdzie również ogólne rozpowszechnienie.

1. Podstawy teoretyczne.

1. Uwagi wstępne. W elektrotechnice mamy do czynienia z wielkościami kierunkowymi (E, J, U, Φ i t. d.) i skalarnymi (R, L, C i t. d.).

Związki, otrzymane zapomocą różnych operacji matematycznych (moc, praca, amperozwoje i t. p.) możemy nazwać wielkościami złożonymi. Mogą one być znów wielkościami kierunkowymi lub skalarnymi, zależnie od fizykalnego znaczenia.

W rozważaniach naszych będziemy mieli na oku jedynie wielkości kierunkowe zasadnicze (E, J, U, Φ), oznaczmy je ogólnie symbolem „ W ”, oraz niektóre skalary (R, L, C, X), oznaczmy je ogólnie symbolem „ S ”.

Wielkości kierunkowe (W) charakteryzują (poza znaczeniem fizykalnym) dwie cechy: wartość i kierunek działania. Skalary—jedna cecha: wartość.

Cechy te mogą być stałe lub zmienne w czasie, który liczyć będziemy zawsze od jakiejś dowolnie obranej chwili $t=0$ i oznaczać literą „ t ”.

Zmiennność wartości (W i S) może się rozciągnąć tylko na ciąg liczb dodatnich, teoretycznie więc od 0 do $+\infty$. Fizykalnie niema sensu pojęcie ujemnej SEM-cznej, ujemnego prądu, ujemnego oporu i t. p.

Gdy jednak odnośnie do skalarów (S) pewne właściwości fizykalne są identyczne, lecz wywołują działania diametralnie przeciwne chociaż tego samego rodzaju, możemy je rozróżnić zapomocą znaków dodatnich i ujemnych i mówić w tym sensie o dodatnich i ujemnych wartościach tych skalarów. Np. w sinusoidalnym prądzie o stałej częstotliwości i przy dalszych znanych zastrzeżeniach, można działanie pojemności uważać za diametralnie przeciwne działaniu indukcyjności. Gdy „ $+X$ ” określa oporność indukcyjną ($+X=L\omega$) to przez „ $-X$ ” możemy określić oporność pojemnościową ($-X=1/C\omega$). Sens takiego oznaczania odnieść możemy nietylko do interpretacji fizykalnej, lecz także do działań matematycznych.

Gdy $L\omega=1/C\omega$, to jest $X_L+X_C=0$, ($X_L=L\omega$, $X_C=-1/C\omega$). Analogicznie możemy także operować oporem dodatnim lub ujemnym.

Oporność dodatnią pojmujemy jako właściwość, powodującą, że przy przepływie prądu J energia prądu elektr. $J^2 R \cdot t$ Jouli przetwarza się na ciepło w ilości $0.24 J^2 R \cdot t$ kal. gr.

Oporność ujemna będzie to więc właściwość powodująca, że przy przepływie prądu J pochłania się ciepło z otoczenia w ilości $0.24 J^2 R \cdot t$ kal gr. i przetwarza się na energję elektryczną w ilości $J^2 R \cdot t$ Jouli.

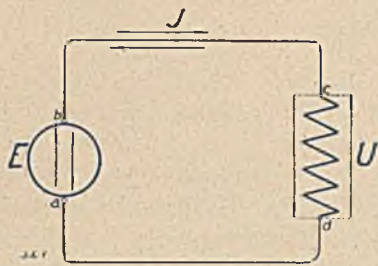
W obu wypadkach pośrednikiem jest prąd, a na oporze ujawnia się napięcie $V=J(R)$. Jak poprzednio może być i tu: $(+R)+(-R)=0$.

Zmiennność drugiej cechy, kierunku działania, dotyczyć może tylko wielkości kierunkowych (W) i może być przestrzenna, płaska lub linjowa.

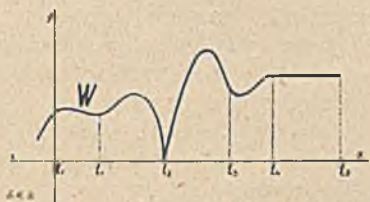
W rozprawie niniejszej, która ma być pierwszym etapem w drodze do osiągnięcia jednolitej metody operowania na wszystkich obwodach elektrycznych, uwzględnimy jedynie zmiennność linjową. Rozważania nasze ograniczą się więc do nieruchomych układów połączeń, w których SEM-czne, prądy i napięcia mogą przybierać tylko dwa diametralnie przeciwne kierunki względem poszczególnych, dowolnie ułożonych elementów obwodu (Rys. 1).

Linjowa zmiennność kierunku działania W może być w bardzo prosty sposób wyrażona rysunkiem, łącznie z obrazem zmian wartości W . Przykład: Na rys. 2 przedstawiony jest przebieg zmian wartości W w zależności od czasu t (oś x -ów). Cała krzywa $W=f(t)$ przebiega—oczywiście—nad

osią czasu, bo zmiany wartości W rozciągać się mogą tylko na liczby dodatnie. Przyjmijmy, że w chwilach t_1, t_2, t_3, t_4, t_5 , stwierdziliśmy zmianę linjowego kierunku działania wielkości W . Gdy w czasie od t_0 do t_1 wielkość W działała dajmy na to w kierunku \vec{ab} , to w czasie od t_1 do t_2 działała w kierunku \vec{ba} , w czasie od t_2 do t_3 znów w kierunku \vec{ab} i t. d.

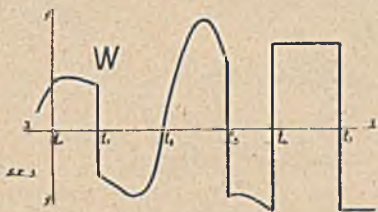


Rys. 1.



Rys. 2.

Odwracając części krzywej W , przypadające na przeciwny, (ba) kierunek działania W pod oś czasu, otrzymamy wykres (rys. 3), który przedstawia już nietylko przebieg zmian wartości W , lecz objaśnia jeszcze, w których chwilach czasu odbywają się



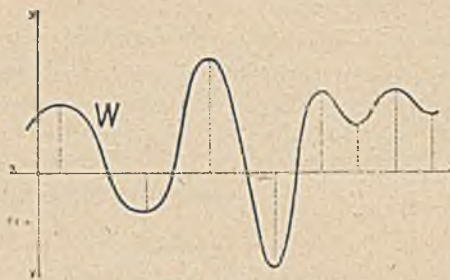
Rys. 3.

zmiany linjowego kierunku działania W . Funkcja $W=f(t)$ na rys. 2. nie jest identyczną z funkcją $W=f(t)$ na rys. 3, jak to zresztą widać z rys. 2 i 3.

W elektrotechnice używamy tylko drugiego sposobu oznaczania.

Określając dowolną wielkość W (np. E, J, U, Φ i t. d.) funkcją $W=f(t)$ analitycznie lub wykresem (rys. 4) graficznie, wyrażamy, że dla wszystkich wartości chwilowych dodatnich (rzędnych krzywej W nad osią czasu) działanie W skierowane jest w jedną stronę (np. \vec{ab}), dla wszystkich zaś wartości chwilowych ujemnych (rzędnych krzywej W pod osią czasu), działanie skierowane jest przeciwnie, (więc w stronę \vec{ba}).

W ten sposób dochodzimy do wartości (chwilowych) dodatnich i ujemnych wielkości kierunkowych.



Rys. 4.

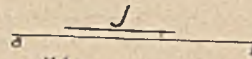
Wypada zaznaczyć, że sama funkcja $W=f(t)$, lub sama krzywa odwzorowująca tę funkcję (rys. 4) nie określa jeszcze wielkości W jednoznacznie. W obwodach prądów stałych jednoznaczność określenia W wymaga podania wartości (liczba jednostek W) i wskazania kierunku działania (strzałka w układzie połączeń). Te same warunki muszą być spełnione także i w obwodach prądu zmiennego.

Dla jednoznacznego określenia W (ogólnie dla wszystkich obwodów) koniecznym jest podanie funkcji W i wskazanie kierunku działania W w układzie połączeń.

Jak to należy zrobić, wskażę rozważania dalsze. Na razie, jako wstęp do tych rozważań, przejdziemy metodycznie sposób oznaczeń używany ogólnie dla obwodów prądów stałych. Okaże się, że już w tym sposobie są braki, po uzupełnieniu których można będzie dopiero znaleźć zasady oznaczeń, nadające się do zastosowania we wszystkich wogóle obwodach elektrycznych.

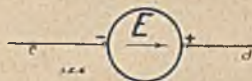
2. Sposób strzałkowania zasadniczych wielkości kierunkowych w obwodach prądów stałych.

a) Prąd (J). Za Maxwellem przyjęto ogólnie lecz dowolnie, że prąd można pojmować jako ruch elektryczności dodatniej. Odpowiednio do tego przyjęcia, wskazujemy w układach połączeń obwodów prądu stałego strzałką prądu kierunek ruchu elektryczności dodatniej (rys. 5).



Rys. 5.

b) SEM-czna (E). Konsekwentnie do powyższego oznaczenia, orjentujemy strzałkę SEM-cznej w kierunku działania („parcia“) E wywieranego na elektryczność dodatnią (rys. 6). W idealnym, bezo-

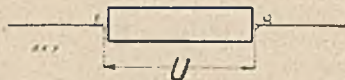


Rys. 6.

pornościowem źródle prądu, strzałka SEM-cznej zwrócona jest grotem zawsze ku końcówce o wyższym potencjale (oznaczanej ogólnie znakiem „+“ i uważanej za końcówkę dodatnią), bez względu na wielkość i kierunek prądu przepływającego to źródło.

c) Napięcie (U) przywykliśmy oznaczać jedynie wartością i „kotą” (rys. 7). Oznaczenie takie

jako niewystarczające z a r z u c a m y. Napięcie (U) możemy pojmować (dla obwodu prądu stałego) albo jako różnicę potencjałów $U = V_1 - V_2$, albo jako stosunek $U = \frac{A}{q}$ pracy transportu (A) naboju dodatniego ($+q$) wykonanej lub uzyskanej przy przeniesieniu tego naboju z punktu o potencjale V_1 do punktu o potencjale V_2 . Otóż nie jest obojętnym (rys. 7), czy utworzymy różnicę $U = V_f - V_g$, czy też $U = V_g - V_f$. Podobnie nie jest obojętnym,

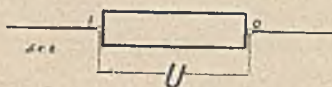


Rys. 7.

czy nabój $+q$ przeniesiemy z punktu „f” do „g” czy odwrotnie. Liczbowo otrzymamy wprawdzie w obu przypadkach te same wartości, jednakże w jednym przypadku wypadnie różnica dodatnia, w drugim ujemna, w jednym praca przenoszenia będzie zyskiem, w drugim stratą.

Oznaczeniem podanym na rys. 7, nie można więc operować bo takie oznaczenie nie orjentuje, czy chodzi o napięcie U_{fg} czy U_{gf} .

Proponuję przeto zastąpić go oznaczeniem wskazanym na rys. 8. (wartość i strzałka). A więc



Rys. 8.

i napięcie będziemy strzałkować a nie kotować i już na bardzo prostych przykładach można się przekonać, jak wielkie korzyści odnieśliśmy z tego ulepszenia.

Strzałkę napięcia proponuję, stawiać tak, aby dla różnicy potencjałów $U = V_1 - V_2$ wskazywała (grotem) punkt, którego potencjał w tej różnicy jest odjemną (V_2); a dla stosunku $U = A/q$, aby wskazywała grotem punkt, z którego należy przenieść dodatni nabój $+q$ do punktu drugiego, związanego z poprzednim strzałką U , celem zmierzenia pracy przenoszenia A .

Oznaczenie na rys. 8. wskazuje więc, że

$$U = V_f - V_g = \frac{A \rightarrow g}{q} \dots \dots \dots (1)$$

tu dla zmierzenia A należy przenieść ($+q$) z punktu f do g . Jeżeli $V_f > V_g$, U będzie dodatnie, jeżeli $V_f < V_g$, U będzie ujemne. Znaki $>$ i $<$ orjentują, który z potencjałów jest wyższy, względnie niższy.

Co do ilorazu A/q , to powiemy, że gdy przenoszenie ($+q$) z f do g daje zysk pracy ($V_f > V_g$), to pracę przenoszenia A uważamy za dodatnią, jeżeli zaś wymaga nakładu pracy ($V_f < V_g$), to uważamy ją za ujemną (zgodnie z przyjętą ogólnie zasadą w fizyce).

Z powyższego wynika, że dla dodatnich wartości U strzałka napięcia jest zorjentowana ku punktowi o wyższym potencjale, dla ujemnych zaś wartości U ku końcówce o niższym potencjale.

W ten sposób oznaczone napięcia (strzałkami) będziemy traktowali tak samo jak SEM-czne. Nie

będziemy więc wskazywali kierunku odniesienia indeksami (np. odnośnie do rys. 8. $U_{fg} = U_f - U_g$), bo załatwia to już strzałka wrysowana w układ połączeń. Wszak i dla SEM-cznych wskazujemy kierunek E jedynie strzałką, a nie indeksami i to najzupełniej wystarcza.

Na pierwszy rzut oka mogło by się wydawać dogodniejszym oznaczenie strzałki napięcia przeciwnie niż tu zaproponowano, a więc tak, aby według rys. 8. odpowiadało różnicy

$$U = V_g - V_f,$$

a nie różnicy:

$$U = V_f - V_g,$$

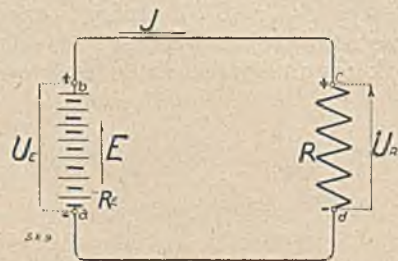
Strzałka U wskazywałaby przy tym drugim sposobie oznaczania punkt, którego potencjał jest odjemnikiem (V_f) a nie odjemną. Pomiar próbnym nabojem ($+q$) skutecznilibyśmy (celem fikcyjnego pomiaru U), przenosząc go w kierunku strzałki (z punktu g do f), a nie jak podano poprzednio (z punktu f do g) w kierunku przeciwnym strzałce.

Oczywiście i jedno i drugie oznaczenie jest najzupełniej dopuszczalne, a oba są tylko umowami (konwencjami) nie mającymi żadnego wpływu na wyniki obliczeń dokonanych zapomocą U . O wyborze jednego z powyższych oznaczeń nie decydują więc żadne względy teoretyczne, a tylko i jedynie i wyłącznie względy praktyczne.

Przyjmując proponowane przez nas oznaczenie, uzupełnimy obwód prądu stałego strzałkami napięcia, w sposób podany na rys. 9.

Strzałki te oznaczają:

$U_E = V_b - V_a$ napięcie źródła prądu o SEM-cznej E , tu strzałki E , U_E i J są zgodnie skierowane, a U_E jest dodatnie, bo $V_b > V_a$.



Rys. 9.

$U_R = V_c - V_d = +JR$ napięcie na końcówkach oporu omowego R . Ponieważ $V_c > V_d$, jest U_R dodatnie, a także JR dodatnie (J dodatnie, R dodatnie).

Traktując napięcia jak SEM-czne, napiszemy $U_E - U_R = 0$,

lub

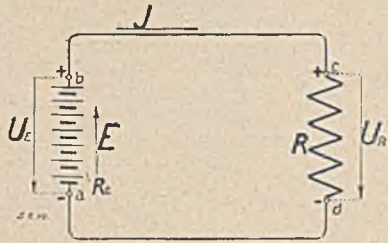
$$(E - JR_E) - JR = 0$$

Prąd J płynie w kierunku strzałki E względnie w kierunku strzałki U_E , co odpowiada zakorzenieniu z dawną nawyknienu, wyrażającemu się w pojmowaniu napięcia jako „działania elektrycznego” wywieranego na elektryczność dodatnią.

W drugim sposobie oznaczania strzałki na rys. 9. odpowiadałyby następującym związkom:

$U_E = V_a - V_b$. Ponieważ $V_b > V_a$, wypadnie tu U_E ujemne, podobnie będzie $U_R = V_d - V_c$ ujemne, bo $V_c > V_d$.

Chcąc operować (według drugiego sposobu oznaczania) dodatnimi wartościami U byłibyśmy zmuszeni strzałki U_E i U_R odwrócić (rys 10) wtedy jednakże otrzymamy dla dodatniego napięcia źródła $U_E = V_b - V_a$ strzałkę skierowaną przeciwnie do kierunku E i do strzałki J .



Rys. 10.

Uważam, że taki sposób oznaczania byłby dla elektryków bardzo niedogodny i mógłby powodować omyłki, dlatego opowiadam się za pierwszym projektem i w dalszym ciągu będę napięcia strzałkował zawsze w ten sposób, jak to wskazuje rys. 9.

3. Operowanie napięciami. Każdą część obwodu o napięciu U możemy traktować podobnie jak idealne źródło prądu o SEM-cznej $E = U$ i kierunku działania E zgodnym z kierunkiem strzałki U .

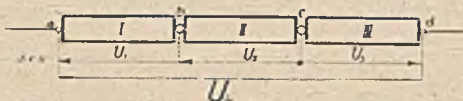
Upodabniając sposób oznaczania U do używanego z dawną dla E , ułatwiamy sobie znakomicie rozważania obwodów. Przy obliczaniu napięć wypadkowych nie potrzebujemy wcale wyróżniać SEM-cznych i napięć i możemy natychmiast wskazać kierunek prądu, jaki powstanie po włączeniu oporu na napięcie U . Tylko w przypadkach, gdzie napięcia nie można wyrazić różnicą potencjałów ($U = V_1 - V_2$), gdzie więc nie tylko przenoszenie (+q) z punktu do punktu ale i tor po którym tego transportu dokonywamy musi być uwzględniony, zniewoli nas do rozróżniania E i U . W tych przypadkach jednakże strzałkami napięć możemy wskazać nie tylko kierunek ale i tor przenoszenia.

Przykłady zastosowania strzałkowania napięć dla obwodów prądu stałego:

Przykład 1. I, II, III (rys. 11) przedstawiają trzy elementy (części obwodu) o nieznanych właściwościach. Dane:

$$\begin{aligned} U_1 &= V_a - V_b = +100 \text{ V} \\ U_2 &= V_b - V_c = -60 \text{ V} \\ U_3 &= V_d - V_c = +80 \text{ V} \end{aligned}$$

Obliczyć $U_4 = V_a - V_d$.



Rys. 11.

Stosownie do zaproponowanego poprzednio sposobu oznaczania napięć, skierujemy strzałki napięć U_1, U_2, U_3 i U_4 ku końcówkom „a”, „b”, „d” i „a” t. j. tak, aby wskazywały grotem odjemne różnic potencjałów.

Zgodnie z teorią potencjału napiszemy:

$$\begin{aligned} U_4 &= V_a - V_d = (V_a - V_b) + (V_b - V_c) + (V_c - V_d) = \\ &= (V_a - V_b) + (V_b - V_c) - (V_d - V_c) = \\ &= U_1 + U_2 - U_3 \\ &= (+100) + (-60) - (+80) = -40 \text{ V.} \end{aligned}$$

Wynik wskazuje, że $V_a < V_d$, czyli, że końcówka „a” ma niższy potencjał od „d”.

Przenieśmy w równaniu

$$U_4 = U_1 + U_2 - U_3$$

wszystkie wyrazy na jedną stronę, to otrzymamy

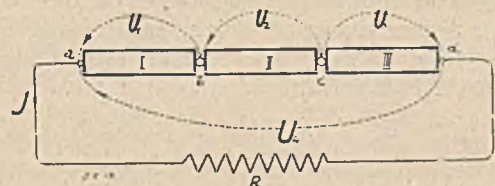
$$U_4 - U_1 - U_2 + U_3 = 0$$

czyli

$$\Sigma U = 0.$$

Oznaczmy strzałki napięć tak jak wskazuje rys 12, to utworzą one koło napięć. Zgodnie z podanym wzorem, możemy powiedzieć:

Suma napięć w każdym zamkniętym kole napięć jest równa zeru.

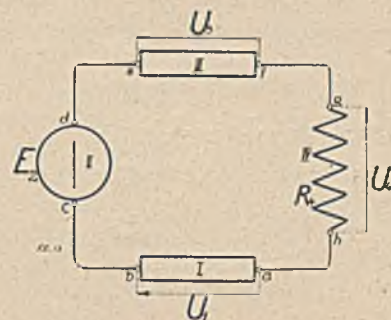


Rys. 12.

Napięcia zgodnie skierowane (w kole napięć) sumujemy, napięcia przeciwnie skierowane odejmujemy.

Jeżeli na końcówkach „ad” zespołu elementów na rys. 12 włączony jest zespół R , a U_4 ma wartość dodatnią ($V_a > V_d$), to przez zespół ten musi płynąć prąd $J = U_4/R$ w kierunku zgodnym ze strzałką U_4 , bez względu na ustrój poszczególnych elementów I, II, III.

Przykład 2. W szereg z oporem R_4 (rys. 13) połączone są dwa elementy I i III o niezna-



Rys. 13.

nych właściwościach i jedno idealne (bezopornościowe) źródło prądu o SEM-cznej E_2 . Zakładamy, że oporności połączeń są równe zeru.

Dane:

$$\begin{aligned} R_4 &= 2 \Omega, \\ U_1 &= V_b - V_a = +100 \text{ V} \\ E_2 &= +80 \text{ V}, \\ U_3 &= V_c - V_f = +60 \text{ V.} \end{aligned}$$

Obliczyć J i oznaczyć kierunek prądu.

Rozwiązanie: Stosownie do założeń, oznaczamy odpowiednio strzałki U_1 i U_3 i obieramy dowolnie strzałkę U_4 . W myśl podanej poprzednio zasady i odpowiednio do kierunku strzałek U_1 , E , U_3 i U_4 , mamy: $U_1 + E_2 - U_3 - U_4 = 0$, skąd

$$U_4 = U_1 + E_2 - U_3 = (+100) + (+80) - (+60) = \\ = +120 \text{ V}, J = \frac{120}{2} = 60 \text{ A}.$$

Wartość $U_4 = +120$ wskazuje, że końcówka „g” ma wyższy potencjał. (bo dla obranego kierunku strzałki U_4 , jest $U_4 = V_g - V_h$), a więc prąd J płynie w kierunku gh .

W obu powyższych przykładach wykonaliśmy obliczenia dla obwodów, które albo w całości (przykład 1) lub częściowo (przykład 2), złożone były z elementów o nieznanymi właściwościami. Wynika z tego, że do obliczenia napięcia wypadkowego potrzeba tylko znać napięcia składowe. Właściwości elementów, na których napięcia te się ujawniają, najzupełniej nie wchodzi tu w grę i czas nareszcie zająć krytyczne stanowisko względem II-go prawa Kirchhoffa:

$$\sum J R = \sum E, \dots \dots \dots (2)$$

które z miejsca zniewała do wnikania w ustrój elementów obwodu.

Prawa Kirchhoffa wyrazimy ogólniej i jaśniej sposób w następujący:

$$\text{I.} \quad \sum J = 0 \dots \dots \dots (3)$$

$$\text{II.} \quad \sum U = 0 \dots \dots \dots (4)$$

Równanie I. wyraża, że suma prądów dopływających do węzła i odpływających od węzła równa się zero (rys. 14):



Rys. 14.

$$J_1 + J_2 + J_3 - J_4 - J_5 - J_6 = 0,$$

i znajduje rozszerzenie w następującem prawie:

Suma prądów dopływających do dowolnej części obwodu i odpływających z niej równa się zero (rys. 15).

$$J_1 + J_2 - J_3 - J_4 + J_5 + J_6 = 0$$

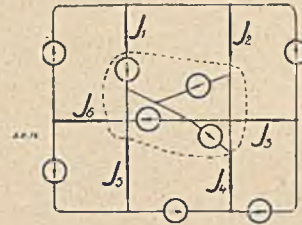
Równanie II orzeka, że suma napięć do w o l n e g o koła napięć równa się zero (rys. 16).

$$U_E - U_1 - U_2 - U_3 = 0$$

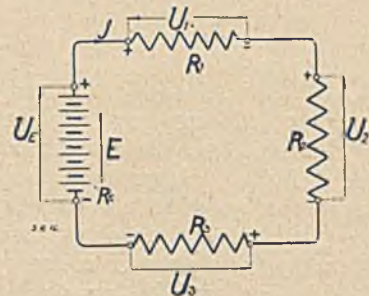
$$(E - JR_E) - (JR_1) - (JR_2) - (JR_2) = 0^1)$$

i może być z wielkim pożytkiem rozszerzoną w ten sposób, że koła napięć tworzyć będziemy nietylko

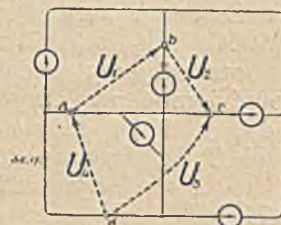
wzdłuż torów prądu (na rys. 16, wzdłuż toru J), lecz także w sposób najzupełniej dowolny (rys. 17).



Rys. 15.



Rys. 16.



Rys. 17.

Obierzmy w dowolnie ukształtowanym obwodzie (prądu stałego, rys. 17) dowolne punkty a, b, c, d i oznaczmy napięcia:

$$U_1 = V_b - V_a, U_2 = V_c - V_b, U_3 = V_c - V_d, U_4 = V_a - V_d$$

W myśl teorii potencjału, musi być

$$U_1 + U_2 - U_3 + U_4 = 0.$$

W oddzielnej rozprawie wykażę, jak wielkie korzyści może dać takie rozszerzenie obu praw Kirchhoffa, tu musimy zadowolić się jedynie prostymi przykładami.

Przykład 3. Obliczyć napięcie U_w części obwodu, przedstawionego na rys. 18, i podać biegunowość końcówek „a”, „b”, gdy:

$$E_1 = +100 \text{ V}, J_1 = +10 \text{ A}, R_1 = -6 \Omega,$$

$$E_2 = -50 \text{ V}, J_2 = -2 \text{ A}, R_2 = +8 \Omega.$$

Wartości E_1 , E_2 , J_1 , J_2 można uważać za chwilowe wartości pewnego stanu obwodu prądu zmiennego. Znaczenie $+R$ i $-R$ wyjaśniono już poprzednio.

Rozwiązanie: orjentujemy strzałki U_1 i U_2 przeciw strzałkom odnośnych prądów (J_1 i J_2). Obieramy

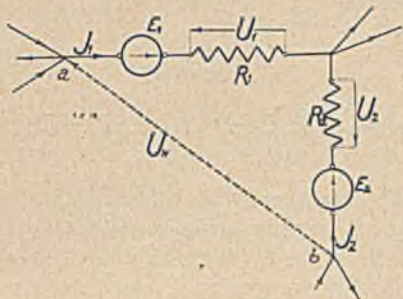
¹⁾ II-gie równania Kirchhoffa można uważać z korzyścią za pochodną równanie ogólnego $\sum U = 0$.

dowolnie strzałkę U_w (tu orientujemy ją grotem ku końcówce „a”). Wtedy, z uwzględnieniem kierunków strzałek, mamy:

$$U_w + E_1 - U_1 + U_2 - E_2 = 0,$$

$$U_w = -E_1 + U_1 - U_2 + E_2.$$

Wprowadzając podane poprzednio wartości, oraz $U_1 = J_1 R_1 = (+10) (-6) = -60 \text{ V}$, $U_2 = J_2 R_2 = (-2) (+8) = -16 \text{ V}$,



Rys. 18.

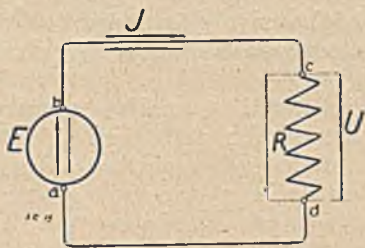
otrzymamy:

$$U_w = -(+100) + (-60) - (-16) + (-50) = -194 \text{ V}$$

Wynik ten wskazuje, że między punktami „a” i „b” ujawnia się napięcie 194 V i że końcówka „a” ma w porównaniu z „b” niższy potencjał (o 194 V).

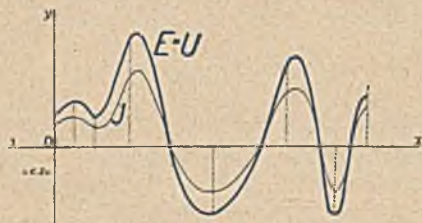
Trudno o prostszy sposób liczenia i interpretacji.

4. Sposób strzałkowania zasadniczych wielkości w obwodach prądów zmiennych. Wyobraźmy sobie generator prądu zmiennego (idealny) o SEM-cznej E , zasilający bezopornościowymi przewodami opór omowy R (rys. 19).



Rys. 19.

Indukcyjność pętlicy pomijamy. Zmiany E określa funkcja $E = f_E(t)$ przedstawiona na rys. 20.



Rys. 20.

Z uwagi na założenia:

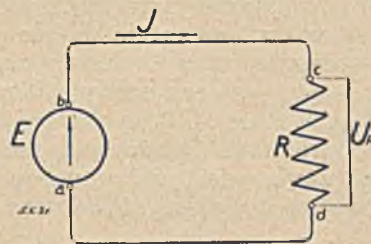
$$J = f_i(t) = \frac{f_E(t)}{R}, \text{ a } U = f_u(t) = f_E(t).$$

Krzywą $J = f_i(t)$ otrzymamy wprost z krzywej $f_E(t)$ a krzywe $E = f_E(t)$ i $U = f_u(t)$ muszą być iden-

tyczne. Przypuśćmy dalej, że zmiany E odbywają się tak wolno, iż można je śledzić przy pomocy środków, stosowanych w obwodach prądów stałych.

Ustalamy (czy to zapomocą woltomierzy i amperomierzy dwukierunkowych załączonych w obwód, czy w inny sposób), że w chwilach, w których krzywa $E = f_E(t)$ przebiega nad osią czasu (t) końcówka „b” generatora (na rys. 19) jest dodatnia, więc prąd płynie w kierunku bc , a na oporze R ujawni się w „c” potencjał wyższy niż w „d”. Oznaczmy kierunki ab (dla E), bc (dla J) i dc (dla U) strzałkami grubo wyciągniętymi. W chwilach gdy krzywa E przebiega pod osią czasu, kierunek E a z nim i J i U będą przeciwne. Oznaczmy je strzałkami cienko wyciągniętymi (patrz rys. 19).

Umawiając się że na rysunkach układów połączeń obwodów prądów zmiennych oznaczać będziemy zawsze tylko kierunki działania E , J , U dla dodatnich wartości chwilowych funkcji $E = f_E(t)$, $J = f_i(t)$ i $U = f_u(t)$, czyli dla rzędnych położonych nad osią czasu krzywych odwzorowujących te funkcje, możemy strzałki cienko wyciągnięte odrzucić (rys. 21). Upodobniamy w ten spo-



Rys. 21.

sób obwód prądu zmiennego do obwodu prądu stałego. Tak tam jak i tu strzałki E , J , U , wskazują kierunki tych wielkości dla ich wartości dodatnich, i co najważniejsze - oznaczenia te (strzałki) już nie zależą od czasu (jak dla prądów stałych). Różnica polegać będzie tylko na tem, że w obwodach prądu stałego strzałki E , J , U wskazują kierunki działania dla dodatnich wartości stałych, tu zaś (w układach obwodów prądu zmiennego) dla wszystkich dodatnich wartości **chwilowych**.

Interpretacja tak oznaczonych strzałek E , J , U (ogólnie W) jest nader prosta. Dla dodatnich wartości chwilowych prądów zmiennych strzałki E , J , U wskazują to samo, co w obwodach prądów stałych, więc kierunek działania „parcia”, wywieranego na elektryczność dodatnią (E), kierunek ruchu elektryczności dodatniej (J), i punkt o wyższym potencjale (U). Dla ujemnych zaś wartości chwilowych, te same strzałki będą wskazywać działania diametralnie przeciwne do poprzednich (linjowa zmienność kierunku działania).

Jakkolwiek w ten sam sposób interpretujemy także wielkości ostrzałkowane dla ujemnych wartości E , J , U w obwodach prądów stałych, to jednakże tu (w obwodach prądów zmiennych) pojęcie takie byłoby niewygodne.

Postępując o krok dalej, możemy oznaczenia podane na rys. 21, interpretować także w sposób następujący:

1. Strzałka SEM-cznej wskazuje dla dodatnich ujemnych

wartości chwilowych E kierunek działania („parcia“) wywieranego na $\frac{\text{dodatnia}}{\text{ujemna}}$ elektryczność.

2. Strzałka prądu wskazuje dla $\frac{\text{dodatnich}}{\text{ujemnych}}$ wartości chwilowych J kierunek ruchu $\frac{\text{dodatniej}}{\text{ujemnej}}$ elektryczności.

3. Strzałka napięcia wskazuje dla $\frac{\text{dodatnich}}{\text{ujemnych}}$ wartości chwilowych U końcówkę (punkt) o $\frac{\text{wyższym}}{\text{niższym}}$ potencjale.

W ten sposób pojmowanie znaczenia strzałek zostało ustalone i wskazuje równocześnie, jak te strzałki mają być oznaczone w układzie połączeń. Uważam, że wprowadzenie do rozważań także pojęcia prądu, jako ruchu elektryczności ujemnej, będzie korzystnym ze względu na teorię elektronową i liczne już dziś urządzenia, w których wchodzi w grę prąd, wyrażające się ruchem elektronów ujemnych (np. lampki katodowe).

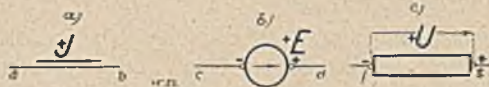
Elektryk nowoczesny musi przywyknąć do tego, że prąd może być pojmowany równie dobrze jako ruch elektryczności dodatniej, i jako ruch elektryczności ujemnej (w stronę przeciwną do ruchu poprzedniej). To mu z pewnością na złe nie wyjdzie, owszem, zapobiegnie utrwaleniu się mylnego przekonania, że prąd jest rzeczywiście ruchem elektryczności dodatniej. To wyobrażenie uniemożliwiło właśnie poprawne rozwiązanie zagadnienia, dotyczącego oznaczania wielkości zmiennych (E, J, U) i musi być stosowane z większą niż dotychczas powściągliwością.

Pozostają do załatwienia jeszcze dwie sprawy:

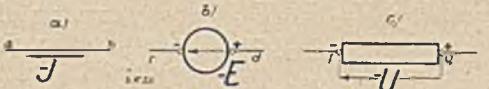
a) Jak nazwać strzałki w obwodach prądów zmiennych?

b) Jak należy nimi operować?

Ze względu na utarte znaczenie strzałek w obwodach prądów stałych, musimy te dwa rodzaje oznaczeń rozróżnić. Proponuję oznaczenia odnoszące się do wielkości stałych, nazwać „strzałkami kierunkowymi“ a oznaczenia, odnoszące się do wielkości zmiennych, — „strzałkami kierunkowości“.



Rys. 22.

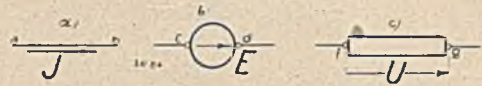


Rys. 23.

Strzałki kierunkowe wskazują kierunki działania W dla dodatnich lub ujemnych wartości stałych W . Uzupełniamy je symbolem W ze znakiem „+“ lub „-“ rys. 22. a, b, c i 23. a, b, c.

Strzałki kierunkowości wskazują ten z dwu diametralnie przeciwnych kierunków działania W , do którego odnosimy wszystkie dodatnie wartości chwilowe funkcji $W=f(t)$. Oznaczać je będziemy symbolem W bez znaków (\pm), rys. 24 a, b, c.

Gdy podamy (rys. 22a), że np. $J=+10\text{ A}$ znaczy to, że w kierunku \overrightarrow{ab} odbywa się ruch (hipotetyczny) elektryczności dodatniej (10 kulombów na sekundę). Oznaczenie 23 a i wartość np. $J=-10\text{ A}$ objaśniają, że w kierunku \overrightarrow{ba} odbywa się ruch elektryczności ujemnej (10 kulombów na sekundę). Gdy



Rys. 24.

podamy odnośnie do 24 a, że np. $J=J_m \sin(\omega t + \alpha)$, znaczy to, że w każdej chwili (t), dla której wypadnie wartość chwilowa (i) dodatnia, w kierunku \overrightarrow{ab} odbywa się ruch elektryczności dodatniej, zaś w każdej chwili, dla której wartość chwilowa (i) wypadnie ujemna, odbywa się w tym samym kierunku \overrightarrow{ba} ruch elektryczności ujemnej.

Strzałki kierunkowe musimy odwracać, ilekroć kierunek działania W uległ zmianie.

Strzałki kierunkowości raz wyznaczone w układzie połączeń pozostają bez zmiany dla wszystkich wartości zmiennej W i dla wszystkich stanów obwodów (stany jałowe, zwarcia, stany obciążenia i t. p.).

Ze względu na poprawne operowanie wielkościami W jest jednak nieodzownie potrzebne, aby różne funkcje W_1, W_2, \dots, W_n , należące do tego samego obwodu, miały identyczny sposób liczenia czasu i ten sam moment początkowy ($t=0$).

Warunek ten może być spełniony:

a) jeżeli chodzi o doświadczalne badanie, przez równoczesne włączenie identycznie funkcjonujących oscylografów,

b) jeżeli chodzi o analizę teoretyczną, przez odniesienie wszystkich przebiegów (W) do wspólnej osi czasu i wspólnego początku spólrzędnych.

Rozważania za pomocą strzałek kierunkowości wykonujemy na symbolach E, J, U tak samo, jak za pomocą strzałek kierunkowych na wielkościach stałych E, J, U !

Jeżeli bowiem zgodnie z rys. 21 napiszemy:

$$U_R = JR,$$

to wzór ten możemy zastosować zarówno do dodatniej jak i ujemnej wartości J i R , zatem także i do funkcji

$$U_R = f_1(t) \cdot R$$

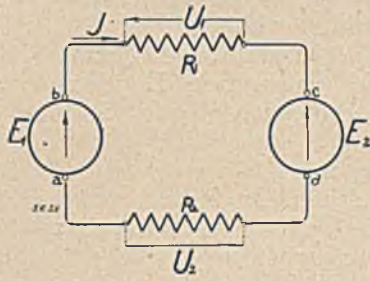
Przykład 4. W obwodzie podanym na rys. 25 działają dwie SEM-czne

$$E_1 = E_{m1} \sin(\omega t + \alpha_1),$$

$$E_2 = E_{m2} \sin(\omega t + \alpha_2).$$

Dla dodatnich wartości chwilowych E_1 ma kierunek \overrightarrow{ab} , zaś E_2 kierunek \overrightarrow{dc} . Znaleźć przebieg prądu J , gdy obwód zawiera tylko opory omowe R_1 i R_2 stałe, a indukcyjność pętlicy i opór połączeń pomijamy.

Rozwiązanie: Stosownie do danych, oznaczamy strzałki kierunkowości E_1 i E_2 , następnie obieramy



Rys. 25.

dowolnie strzałkę prądu J (np. \vec{bc}). Orientujemy strzałki U_1 i U_2 przeciw strzałce prądu J i mamy jak dla prądu stałego:

$$\begin{aligned} E_1 - U_1 - E_2 - U_2 &= 0, \\ E_1 - JR_1 - E_2 - JR_2 &= 0, \\ J &= \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2} \end{aligned}$$

$$J = \frac{1}{R_1 + R_2} [E_{m1} \sin(\omega t + \alpha_1) - E_{m2} \sin(\omega t + \alpha_2)]$$

Oznaczona w układzie połączeń strzałka J wskazuje względem tej (znalezionej) funkcji J kierunek ruchu elektryczności dodatniej dla wszystkich chwilowych wartości dodatnich, względnie kierunek ruchu elektryczności ujemnej dla wszystkich wartości ujemnych J .

Założmy $R_1 = 3\Omega$, $R_2 = 7\Omega$, $E_{m1} = 100\text{ V}$, $E_{m2} = 60\text{ V}$, $\omega = 2\pi f = 0.4$, $\alpha_1 = \alpha_1^0 \cdot 0.0174 = \pi/2$, $\alpha_2 = \alpha_2^0 \cdot 0.0174 = \pi$, i obliczmy wartość chwilową (i) dla $t = 1$.

$$\begin{aligned} i_{(t=1)} &= \frac{1}{3+7} [100 \sin(0.4 + 3.14/2) - 60 \sin(0.4 + \\ &\quad + 3.14)] = \\ &= \frac{1}{10} [100 \sin(1.97) - 60 \sin(3.54)] = \\ &= \frac{1}{10} [100 \cdot 0.9205 - 60(-0.39073)] = \\ &= \frac{1}{10} [92.05 + 23.44] = +115.49\text{ A.} \end{aligned}$$

Dodatni znak $i_{(t=1)}$ wskazuje, że w chwili $t=1$ w kierunku strzałki J odbywa się ruch elektryczności dodatniej (chwilowe natężenie prądu wynosi 115.49 A). Prostota rozważania i jasność interpretacji nie pozostawiają chyba nic do życzenia.

5. Zasady jednolitego postępowania przy rozważaniu różnych obwodów elektrycznych.

Równania w postaci

$$\sum J = 0, \sum U = 0 \dots (5)$$

stosują się do obwodów prądu stałego (o jednolitych strugach prądu). Dla obwodu prądu zmiennego za-

strzegając, że oporności (R), indukcyjności (L) i pojemności (C) są skupione i niezależne od prądu $i = f(t)$, dalej częstość zmian w granicach pozwalających na pominięcie skończonej prędkości rozchodzenia się zaburzeń elektromagnetycznych (więc ciągłość strug prądu, czyli jednakowe natężenie prądu na całej długości nierozgałęzionego przewodnika w tej samej chwili czasu), zakładając dalej, że prądy płyną jedynie w przewodnikach (doskonała izolacja względem otoczenia), możemy z pominięciem indukcyjności pętlic obwodu napisać

$$\sum J(t) = 0, \sum U(t) = 0 \dots (6)$$

gdzie symbole $J(t)$ i $U(t)$ oznaczają funkcje czasu.

Dla przebiegów sinusoidalnych z uwzględnieniem powyższych zastrzeżeń będzie więc (przy zastosowaniu metody symbolicznej)

$$\sum J = 0, \sum U = 0 \dots (7)$$

W trzech powyższych wzorach symbole J i U oznaczają wartości stałe, $J(t) = f_i(t)$, $U(t) = f_u(t)$ (funkcje czasu, a $J = J_m e^{j(\omega t + \alpha)}$, $U = U_m e^{j(\omega t + \beta)}$ odpowiadają promieniom wirującym ze stałą prędkością kątową $\omega = 2\pi f$.

We wszystkich powyższych wzorach sumowanie uskuteczniamy na tych samych zasadach, według strzałek kierunkowości. Przy sposobności należy zaznaczyć, że nie tylko dla $W_i = f(t)$ i dla $W = W_m e^{j(\omega t + \alpha)}$ stosujemy strzałki kierunkowości. I dla stałych wielkości W strzałki kierunkowości, a nie kierunkowe mogą mieć zastosowanie. Bliższe rozpatrzenie sprawy wskazuje, że strzałek kierunkowości używamy w elektrotechnice już od czasów Kirchhoffa, lubo nieświadomie! Tak na przykład, przystępując do obliczenia rozplywu prądu w obwodzie dowolnie złożonym, obieramy przecież dowolnie strzałki wszystkich prądów. Co te strzałki mają oznaczać? Czy kierunki tych prądów? Nie, bo tych nie znamy!

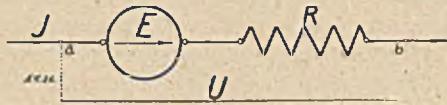
Przyjęte w obwodzie prądu stałego strzałki oznaczają właśnie kierunkowości, t. j. kierunki, które dla dodatnich wartości J wskazywać mają (hipotetyczny) ruch elektryczności dodatniej, a dla ujemnych wartości J (hipotetyczny) ruch elektryczności ujemnej. Operowaliśmy więc strzałkami kierunkowości, nie zdając sobie z tego zupełnie sprawy! I jeżeli rozejrzymy się w zadaniach, jakie następczą obwody prądów stałych, to skonstatujemy, że zakres zastosowania jedynie strzałek kierunkowych (dla ściśle określonych kierunków działania E , J , U) jest nader szczupły.

Strzałka każdej wielkości W , którą oznaczamy przed obliczeniem W , jest strzałką kierunkowości a nie kierunku. Tak np. według rys. 26 stosownie do oznaczonych tam strzałek:

$$U = E - JR.$$

W ten sposób ustalamy wzór na U dla wskazanych temi strzałkami kierunkowości E , J , U . Wszak za E , J , R możemy wstawić w tym wzorze dowolne wartości dodatnie lub ujemne, stałe albo i nawet funkcje czasu, a wynik określony podaną zależnością dla wskazanych na rys. 26 strzałek, będzie zadowalniający.

Przykład 5. $E = +100$ V, $J = +10$ A, $R = +2$ Ω , to $U = (+100) - (+10) (+2) = +80$ V, (końcówka „b” ma wyższy potencjał od „a” o 80 woltów), a gdy $E = -100$ V, $J = +30$ A, $R = +6$ Ω , to $U = (-100) - (+30) (+6) = -280$ V,



Rys. 26.

(końcówka „b” ma niższy potencjał od „a” o 280 woltów). Dla E i J możemy założyć dowolne funkcje czasu np.: $E = 30t - 6t^2$, $J = +5t + 4t^3$, $R = +2$ Ω ,

wtedy: $U = (30t - 6t^2) - (5t + 4t^3) (+2) = 30t - 6t^2 - 10t - 8t^3 = +20t - 6t^2 - 8t^3$.

Dla $t = 1$ będzie

$$U_{(t=1)} = +20 - 6 - 8 = +6$$
 V

(W chwili $t = 1$ końcówka „b” ma wyższy potencjał od „a” o 6 woltów).

Dla $t = 2$ będzie

$$U_{(t=2)} = +40 - 24 - 64 = -48$$
 V

(W chwili $t = 2$ końcówka „b” ma niższy potencjał od „a” o 48 woltów) i t. d.

Jak widać, operujemy tym samym wzorem zarówno dla stałych wartości E , J , R (dodatnich i ujemnych), jak i dla funkcji czasu $E(t)$, $J(t)$.

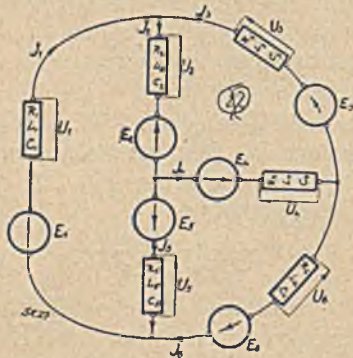
Przechodząc z obwodu prądu stałego na obwód prądu zmiennego, nie zmieniamy zupełnie sposobu postępowania. Zamiast wielkości stałych wchodzi w skład tego samego wzoru funkcje czasu — oto wszystko! Korzyści stosowania strzałek kierunkowości są chyba aż nadto widoczne!

Oznaczając strzałkami nie kierunki, lecz kierunkowości E , J , U , sprowadzamy rozważania dla wszystkich obwodów, dla których ważne są oba prawa Kirchhoffa, do postaci:

$$\sum J = 0, \sum U = 0,$$

osiągamy więc najzupełniejszą jednolitość, oczywiście z uwzględnieniem praw elektromagnetyzmu.

Przykład 6. Napisz sześć równań, koniecznych do obliczenia prądów $J_1, J_2 \dots J_6$ dla obwodu przedstawionego na rys. 27, gdy dane są SEM-czne $E_1, E_2 \dots E_6$



Rys. 27.

$E_2 \dots E_6$ (wartości i strzałki kierunkowości) oraz stałe elementów obwodu $R_1, R_2 \dots R_6, L_1, L_2 \dots L_6, C_1, C_2 \dots C_6$,

a) dla prądu stałego ($L_1, L_2 \dots L_6, C_1, C_2 \dots C_6$ równe zero),

b) dla prądu zmiennego (przebiegi dowolne, lecz zmiany niezbyt szybkie),

c) dla prądu zmiennego (przebiegi sinusoidalne, częstotliwość wszystkich E identyczna i niezbyt wielka). (Indukcyjność pętlic i opory połączeń pomijamy).

Rozwiązanie:

Przypuśćmy, że strzałki kierunkowości SEM-cznych obrano dla wszystkich rodzajów prądów jednakowe. Strzałki kierunkowości prądów obieramy również dla wszystkich obwodów jednakowe (dowolnie). Zorientujmy strzałki napięć na poszczególnych elementach o stałych R, L, C przeciw kierunkom odpowiednich strzałek prądów, wtedy możemy napisać:

1. $J_1 - J_2 - J_3 = 0$
2. $J_2 - J_4 - J_5 = 0$
3. $J_5 + J_6 - J_1 = 0$
4. $E_1 - U_1 - U_2 - E_2 + E_5 - U_5 = 0 \dots (8)$
5. $E_2 + U_2 - U_3 - E_3 + U_4 - E_4 = 0$
6. $E_4 - U_4 - U_6 + E_6 + U_5 - E_5 = 0$

Jeżeli teraz w podanym zespole równań (8) podstawimy za symbole $E_1, E_2 \dots E_6$ wartości stałe (dodatnie lub ujemne), a za U wartości

$$U_1 = J_1 R_1, U_2 = J_2 R_2, U_3 = J_3 R_3, U_6 = J_6 R_6 \dots (9)$$

to przy założeniu, że $R = \text{const}$, otrzymamy sześć równań, umożliwiających obliczenie stałych wartości prądów $J_1, J_2 \dots J_6$ dla podanych w układzie połączeń strzałek kierunkowości J .

Przy obliczaniu J możemy wstawić nie tylko dodatnie lecz i ujemne wartości (stałe) za poszczególne R . Oznaczone w układzie strzałki prądów będą zawsze wskazywały dla dodatnich wartości J kierunek ruchu elektryczności dodatniej, dla ujemnych wartości J kierunek ruchu elektryczności ujemnej.

Wprowadzając w podanym zespole równań (8) funkcje czasu

$$E_1 = f_1(t), E_2 = f_2(t) \dots E_6 = f_6(t)$$

wyrażone w ten sposób, aby dla dodatnich wartości chwilowych E oznaczone w układzie strzałki SEM-cznych wskazywały działanie (parcie) wywierane na elektryczność dodatnią i zakładając:

$$\begin{aligned} U_1 &= J_1 R_1 + L_1 \frac{dJ_1}{dt} + \frac{1}{C_1} \int J_1 dt \\ U_2 &= J_2 R_2 + L_2 \frac{dJ_2}{dt} + \frac{1}{C_2} \int J_2 dt \\ &\dots \dots \dots (10) \\ U_6 &= J_6 R_6 + L_6 \frac{dJ_6}{dt} + \frac{1}{C_6} \int J_6 dt \end{aligned}$$

otrzymamy sześć równań różniczkowych, z których możemy obliczyć funkcje

$$J_1 = \varphi_1(t), J_2 = \varphi_2(t) \dots J_6 = \varphi_6(t).$$

Oznaczone w układzie połączeń strzałki J wskazują dla tych funkcji kierunki, w których dla dodatnich wartości chwilowych J odbywa się ruch

elektryczności dodatniej, a dla ujemnych wartości chwilowych J ruch elektryczności ujemnej.

W wyniku obliczeń otrzymamy funkcje czasu na J nietylko dla przypadku gdy SEM-czne będą takimi funkcjami, lecz także i w tym razie, gdy przy stałych wartościach i kierunkach działania E , skalary R , L , C będą ulegały zmianom w czasie. W tym przypadku pojmowanie wyników względem J będzie takie samo, jak poprzednio podano. (Oczywiście dla tego przypadku trzeba napięcia U wyrazić inaczej, niż podano poprzednio i należy określić także R , L i C odpowiednimi funkcjami).

Zakładając wreszcie, że zmiany SEM-cznych odbywają się według sinusoid o jednakowej częstotliwości (f), wstawimy w równania (8)

$$E_1 = E_{m_1} e^{j(\omega t + \alpha_1)}, E_2 = E_{m_2} e^{j(\omega t + \alpha_2)} \dots$$

$$E_c = E_{m_c} e^{j(\omega t + \alpha_c)}$$

a za U podstawimy:

$$U_1 = J_1 Z_1, U_2 = J_2 Z_2 \dots U_c = J_c Z_c \dots \quad (11)$$

tu:

$$Z = R + j(L\omega - 1/C\omega).$$

Obliczenie da sześć funkcji w postaci

$$J_1 = J_{m_1} e^{j(\omega t + \beta_1)}, J_2 = J_{m_2} e^{j(\omega t + \beta_2)} \dots$$

$$J_c = J_{m_c} e^{j(\omega t + \beta_c)}.$$

Oznaczone w układzie połączeń strzałki prądów wskazują dla tych funkcji znowu kierunek ruchu elektryczności dodatniej dla wszystkich położów chwilowych promieni J nad osią rzeczywistą (x -ów), a kierunek ruchu elektryczności ujemnej dla wszystkich położów tych promieni pod osią rzeczywistą. I tu więc znaczenie wyników jest zupełnie jasne, a obliczenia dokonaliśmy bez wykresów, bez wyznaczania kątów fazowych i t. p. środków pomocniczych.

Porównyując trzy powyższe rozważania, uskutecznione dla tego samego obwodu i trzech różnych rodzajów prądów, widzimy najzupełniejszą jednolitość postępowania i jednakowe znaczenie wyników!

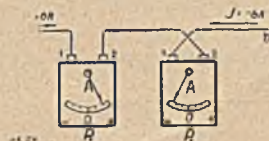
Każdy elektryk przyznać musi, że daje to nader cenne ułatwienie.

II. Podstawy fizyczne ogólnego systemu strzałkowania.

1. Doświadczalny sposób wyznaczania strzałek kierunkowości w obwodach prądów stałych. Wyobraźmy sobie, że nie mamy żadnej innej możliwości doświadczalnego oznaczania kierunków E , J , U , jak tylko zapomocą dwukierunkowych woltomierzy i amperomierzy (rys. 28). Przyrządy te (z zerem w środku) przygotowujemy tak, aby przy przepływie prądu w kierunku od końcówki, oznaczonej cechą „1” ku końcówce oznaczonej cechą „2”, dawały wychylenie w prawo. Wychylenie w tym kierunku będziemy uważać za dodatnie, wychylenie w lewo za ujemne (por. znaki „+” i „-” na przyrządach).



Rys. 28.



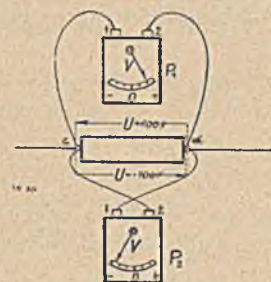
Rys. 29.

Włączamy tak cechowane amperomierze w sposób dowolny w obwód prądu stałego (połączenie „proste” lub „skrzyżowane” — rys. 29). Jeżeli przyrząd P_1 da wychylenie w prawo, to przyrząd P_2 musi dać wychylenie w lewo (n. p. 6 A).

Prąd J , płynący przez przewód ab , możemy więc oznaczyć albo strzałką \vec{ab} i wartością $J = +6$ A, lub strzałką \vec{ba} i wartością $J = -6$ A (por. rys. 29). Oba oznaczenia są równoznaczne, bo pierwsze wskazuje, że w kierunku ab odbywa się ruch elektryczności dodatniej (6 kulombów na sek.), drugie zaś poucza, że w kierunku ba odbywa się ruch elektryczności ujemnej (6 kulombów na sek.), co na jedno wychodzi.

Jak widać, strzałka J jest skierowana w obu przypadkach ku końcówce „1” przyrządów P_1 i P_2 .

Analogiczny wynik otrzymamy, łącząc na końcówki cząstki obwodu cd (rys. 30) o napięciu U dwa jednakowe (w podany powyżej sposób cechowane) woltomierze P_1 i P_2 (połączenie „proste” i „skrzyżowane”). I tu przyrządy dadzą równe, lecz przeciwnie skierowane wychylenia. Przyrząd P_1 daje wychylenie w prawo, należy więc strzałkę wskazanego napięcia n. p. $U = +100$ V zorjentować ku końcówce „c” („c” końcówka o wyższym potencjale). Strzałkę dla $U = -100$ V dla drugiego sposobu założenia (przyrząd P_2) musimy zatem zorjentować przeciwnie, grotem ku końcówce „d” („d” końcówka o niższym potencjale).



Rys. 30.

Widzimy, że i tu strzałka U skierowana jest zawsze ku końcówce „1” przyrządu.

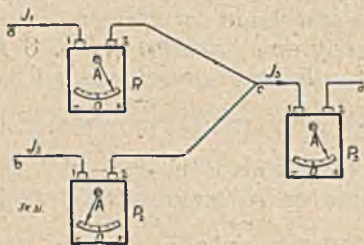
Z powyższych rozważań wynikają następujące zasady:

1. Strzałki kierunkowości J i U orjentować należy zawsze ku końcówce „1” dwukierunkowego przyrządu. Znak mierzonej wielkości wskazuje wychylenie wskazówki przyrządu (w prawo znak +, w lewo znak -). Będzie to doświadczalny sposób wyznaczania strzałek dla obwodów prądu stałego.

2. Celem doświadczalnego sprawdzenia wielkości, obliczonych dla pewnych strzałek kierunkowości, należy przyrządy dwukierunkowe włączyć tak, aby oznaczone w układzie połączeń strzałki wskazywały grotami końcówki „1” przyrządów.

3. Każdą wielkość kierunkową można jednoznacznie określić w dwojaki sposób, stosownie do dwu diametralnie przeciwnych kierunków strzałek, wskazujących bądź to kierunek działania W , bądź też kierunkowość tej wielkości. Które z tych oznaczeń wybierzemy jest obojętne. Na przykładach praktycznych okazemy, że posilkowanie się jednym

lub drugim oznaczeniem prowadzi do tych samych wyników.



Rys. 31.

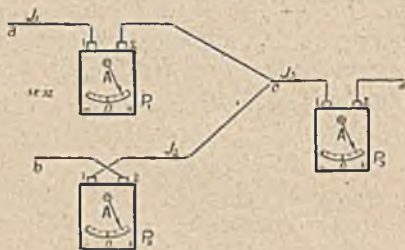
Przykład 7. W obwód rozgałęziony (rys. 31) włączamy trzy dwukierunkowe amperomierze P_1, P_2, P_3 i stosownie do sposobu włączenia tychże, orientujemy strzałkę J_1 w kierunku ac , strzałkę J_2 w kierunku bc , strzałkę J_3 w kierunku cd .

W myśl prawa Kirchoffa mamy:

$$J_1 + J_2 - J_3 = 0,$$

Zatem:

$$J_3 = J_1 + J_2.$$



Rys. 32.

Przypuśćmy, że P_1 daje wychylenie w prawo ($J_1 = +20A$), a P_2 wychylenie—w lewo ($J_2 = -6A$), to $J_3 = (+20) + (-6) = +14A$.

Przyrząd P_3 musi dać wychylenie w prawo ($J_3 = +14A$).

Przypuśćmy, że w tym samym rozgałęzionym obwodzie włączyliśmy przyrządy w sposób podany na rys. 32. Włączeniu takiemu odpowiadają strzałki wskazane na rysunku. Odpowiednio do kierunku tych strzałek napiszemy teraz

$$J_1 - J_2 - J_3 = 0$$

$$J_3 = J_1 - J_2$$

Przyrząd P_1 daje wychylenie w prawo ($J_1 = +20A$), przyrząd P_2 dać tu musi także wychylenie w prawo (por. rys. 31), ($J_2 = +6A$). Zatem:

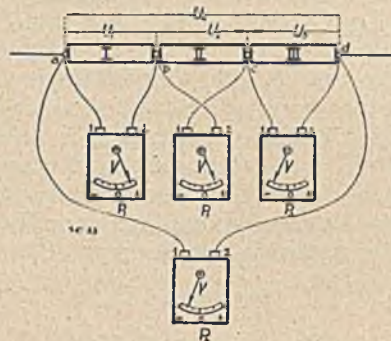
$$J_3 = (+20) - (+6) = +14A.$$

Przyrząd P_3 dać musi wychylenie w prawo ($J_3 = +14A$). Wyniki mamy te same jak poprzednio.

Podobne wyniki otrzymamy przy doświadczalnym badaniu napięć.

Przykład 8. Na elementy obwodu I, II, III włączamy w sposób dowolny trzy woltomierze dwu-

kierunkowe P_1, P_2, P_3 , oznaczając odpowiednio do sposobu załączenia strzałki U_1, U_2, U_3 (zawsze tak, aby skierowane były ku końcówkom połączonym z zaciskiem „1” przyrządów). (Rys. 33). Szukamy napięcia U_4 .



Rys. 33.

Oznaczmy dowolnie strzałkę U_4 i odpowiednio do jej kierunku włączmy przyrząd P_4 . W myśl prawa o kole napięć, napiszemy:

$$U_4 - U_1 + U_2 - U_3 = 0$$

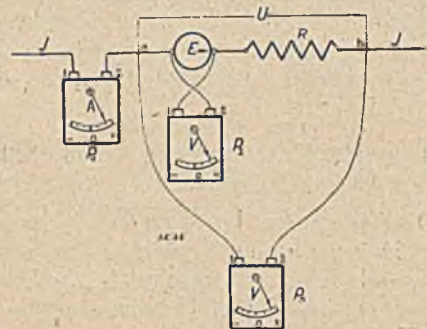
$$U_4 = U_1 - U_2 + U_3.$$

Przypuśćmy, że przyrządy P_1 i P_2 dają wychylenia w prawo ($U_1 = +100V, U_2 = +60V$), a przyrząd P_3 daje wychylenie w lewo ($U_3 = -70V$). Wstawiając te wartości, otrzymamy

$$U_4 = (+100) - (+60) + (-70) = -30V$$

Przyrząd P_4 musi dać wychylenie w lewo (30 woltów).

Przykład 9. W cząstkę obwodu przedstawionego na rys. 34 włączamy przyrządy P_1, P_2 i P_3 . P_1 daje wychylenie w prawo ($J = +20A$), P_2 daje wychylenie w prawo ($E = +100V$). Oznaczając odpowiednio do sposobu włączenia przyrządów strzałki J, E, U napiszemy: $U = E - JR$



Rys. 34.

Gdy $R = -6\Omega$, wstawiając wartości otrzymamy:

$$U = (+100) - (+20)(-6) = +220V$$

Woltomierz P_3 musi dać wychylenie w prawo (220 V) *)

Wykonywanie opisanych pomiarów w obwodach prądów stałych nie jest konieczne. Znamy cały szereg innych prostych sposobów na oznaczenie kierunków wielkości E, J, U . Niemniej jednak

*) Uwaga: Połączenie woltomierza P_3 na rys. 34 należy skrzyżować t. j. „a” połączyć z „2”, a „b” z „1”.

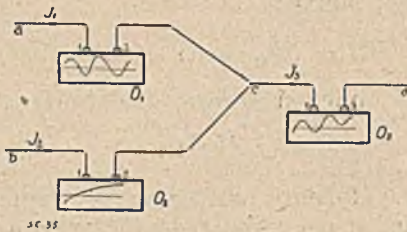
rozważania powyższe pouczają, że strzałki kierunkowości mają znaczenie fizyczne, a nie są litylko strzałkami liczenia. Strzałka wskazuje sposób włączenia przyrządu, a sposób włączenia przyrządu określa kierunek strzałki. Przystem wszystkie strzałki orientują dla dodatnich wskazań przyrządów o kierunku ruchu elektryczności dodatniej, a dla ujemnych wskazań o kierunku ruchu elektryczności ujemnej.

Wartościami dodatnimi i ujemnymi (E, J, U) możemy nietylko liczyć ale możemy je także eksperymentalnie mierzyć¹⁾.

Dokładne rozważenie opisanych tu zasad pomiaru ułatwi w znacznym stopniu zrozumienie analogicznych pomiarów, przeprowadzonych na obwodach prądów zmiennych. Zobaczymy, że w sposobie stosowania przyrządów nic się nie zmieni. Woltomierze i amperomierze dwukierunkowe będą zastąpione oscylogramami względnie fazomierzami o tak samo odcychowanych końcówkach, jak to miały przyrządy dwukierunkowe prądu stałego—oto wszystko!

2. Doświadczalny sposób oznaczania strzałek kierunkowości w obwodach prądów zmiennych. Szybkość zmian w obwodach prądów zmiennych wyklucza użycie dwukierunkowych amperomierzy i woltomierzy. Zastępujemy je więc oscylogramami (prądu i napięcia) z cechowanymi końcówkami („1“, „2“), tak że przy przepływie prądu przez przyrządy w kierunku 1→2 one dają wychylenia nad osią czasu a więc (przy przeciwnym kierunku prądu 2→1 dać muszą wychylenia pod osią czasu).

Przyrządy takie (o synchronicznym biegu) włączamy równocześnie w rozgałęzienie obwodu przedstawionego na rys. 35. Strzałki prądów J_1, J_2, J_3 orientujemy tak, jak poprzednio ku końcówkom „1“ przyrządów.



Rys. 35.

Zgodnie z kierunkiem strzałek napiszemy:

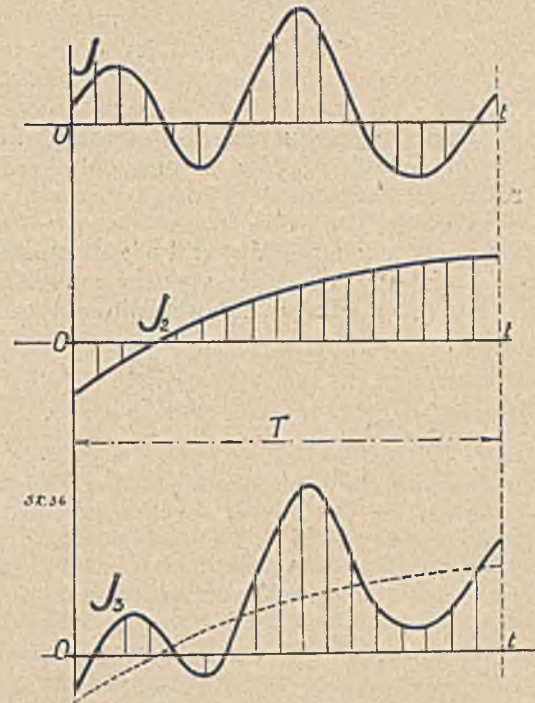
$$J_1 + J_2 - J_3 = 0$$

$$J_3 = J_1 + J_2 = f_1(t) + f_2(t).$$

Jeżeli oscylogram O_1 daje w okresie T krzywą $J_1 = f_1(t)$, a oscylogram O_2 krzywą $J_2 = f_2(t)$, to w tym samym okresie czasu (T) oscylogram O_3 musi dać krzywą

$$f_3(t) = f_1(t) + f_2(t).$$

Dodając rzędne oscylogramu O_1 do rzędnych oscylogramu O_2 (rys. 36), otrzymamy oscylogram O_3 („T“ oznacza czas włączenia przyrządów).



Rys. 36.

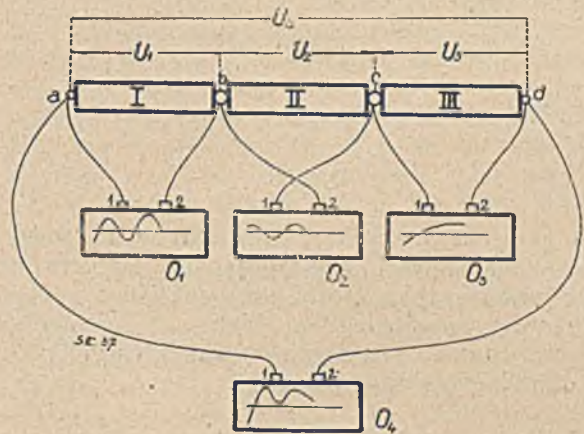
W obwodach prądów zmiennych mają więc strzałki kierunkowości również znaczenie fizyczne, takie samo zresztą jak w obwodach prądów stałych (o rozszerzonym systemie strzałkowania).

Oznaczone w układzie połączeń (rys. 35) strzałki wskazują dla wszystkich oscylogramów dla rzędnych dodatnich kierunek ruchu elektryczności dodatniej, dla rzędnych ujemnych kierunek ruchu elektryczności ujemnej.

W podobny sposób operować będziemy także oscylogramami napięcia.

Przykład 10. Analogicznie do przykładu podanego poprzednio, włączamy równocześnie cztery oscylogramy O_1, O_2, O_3 i O_4 w sposób podany na rys. 37. Mamy więc:

$$U_4 = U_1 - U_2 + U_3 = f_1(t) - f_2(t) + f_3(t),$$



Rys. 37.

oscylogram $U_4 = f_4(t)$ otrzymamy, dodając rzędne oscylogramów O_1 i O_3 i odejmując od nich rzędne oscylogramu O_2 .

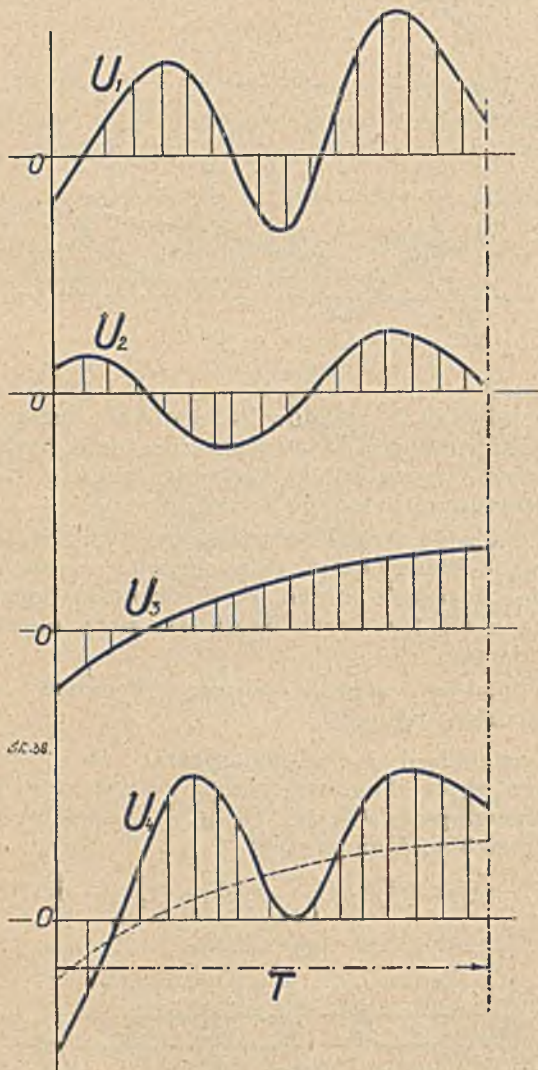
¹⁾ Pomiar E pomyślany jest oczywiście (tu i poprzednio) na idealnym (bezoporowym źródle) prądu. W podobny sposób będziemy traktowali źródła prądu także w dalszym ciągu (w prądach zmiennych R, L, C źródła są równe zeru).

Oscylograf O_4 musi dać krzywą

$$f_4(t) = f_1(t) - f_2(t) + f_3(t)$$

(rys. 38).

Oto jasne i proste znaczenie strzałek kierunkowości w obwodach prądów zmiennych! Widzimy, że nie różni się ono niczem od znaczenia strzałek kierunkowości w obwodach prądów stałych! (wszak i w obwodach prądów stałych można operować oscylografami). Posiłkując się przy rozważaniach doświadczeniem, chociażby uskuteczniomem w myśli



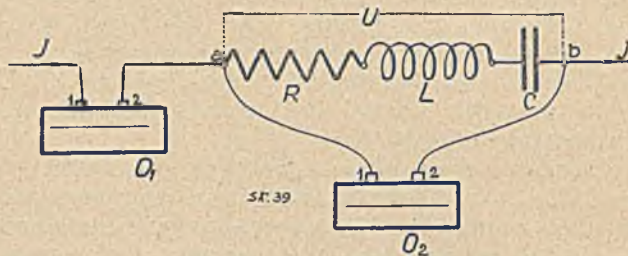
Rys. 38.

lub na papierze, ozywiamy treść różnych związków (między wielkościami występującymi w obwodach prądów zmiennych), które przywykliśmy stosować przeważnie tylko formalnie. Tak n. p. napięcie na elemencie obwodu o stałych charakterystycznych R, L, C , określamy związkiem

$$U = JR + L \frac{dJ}{dt} + \frac{1}{C} \int J dt.$$

Równanie to możemy skojarzyć w myśli z rys. 39. Gdy oscylograf O_1 daje krzywą $J = f_1(t)$, to oscylograf O_2 dać musi krzywą $U = f_u(t) = JR + L \frac{dJ}{dt} +$

$+\frac{1}{C} \int J dt$. Spóśób włączenia przyrządów podaje rys. 39, z którego widać że strzałki kierunkowości J i U są zwrócone przeciw sobie (jak strzałki J i $U_R = JR$ w obwodach prądów stałych).



Rys. 39.

Rzędne dodatnie J (nad osią) odpowiadają chwilom, w których odbywa się ruch elektryczności dodatniej w kierunku strzałki J . Rzędne dodatnie U odpowiadają chwilom, w których końcówka „a” ma wyższy potencjał od „b”.

Strzałki kierunkowe ułatwiają nie tylko rozważanie i pojmowanie, lecz wskazują jeszcze, jak należałoby wykonać pomiar za pomocą oscylografów, mają więc i tu znaczenie fizyczne. Podobnie jak przy prądzie stałym, można każdą wielkość W określić jednoznacznie w dwojaki sposób stosownie do dwu diametralnie przeciwnych kierunków strzałek, wskazujących kierunkowość, którą możemy obrać. I tu jednak wybór jednej z tych dwu możliwości jest dla wyniku obojętny.

3. Prądy sinusoidalne. Wszystko co powiedzieliśmy o prądach zmiennych w ogólności, można zastosować także i do prądów sinusoidalnych. Sinusoidy można zastąpić promieniami wirującymi ze stałą prędkością kątową $\omega = 2\pi f$.

Zamiast sinusoid

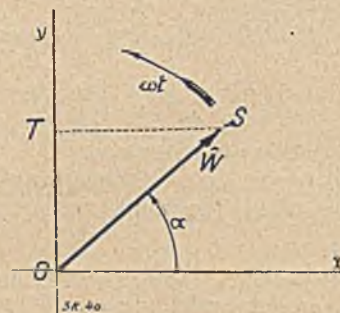
$$W = W_m \sin(\omega t + \alpha) \dots \dots (12)$$

możemy do obliczeń wprowadzić funkcje

$$W = W_m e^{j(\omega t + \alpha)} \dots \dots (13)$$

określające położenie promienia W względem dodatniego kierunku osi x -ów (oś rzeczywista) dla dowolnego momentu czasu (t).

Między funkcjami (12) i (13) mamy związek, że dla każdego momentu czasu t , rzut promienia W na oś y -ów odpowiadać musi (co do wartości i znaku) wartości chwilowej W , obliczonej z (12) (rys. 40).



Rys. 40.

$$\overline{OT} = \overline{OS} \sin(\omega t + \alpha) \quad (14)$$

$$\overline{OS} \sin(\omega t + \alpha) = W_m \sin(\omega t + \alpha) \quad (14a)$$

Z uwagi na powyższy związek, znaczenie strzałek w układach sinusoidalnych możemy określić w sposób następujący:

1. Strzałka SEM wskazuje dla wszystkich położen promienia $E_{\text{pod}}^{\text{nad}}$ osią rzeczywistą (x-ów) kierunek działania (parcia) wywieranego na $\frac{\text{dodatnią}}{\text{ujemną}}$ elektryczność.

2. Strzałka prądu wskazuje dla wszystkich położen promienia $J_{\text{pod}}^{\text{nad}}$ osią rzeczywistą (x-ów) kierunek ruchu $\frac{\text{dodatniej}}{\text{ujemnej}}$ elektryczności.

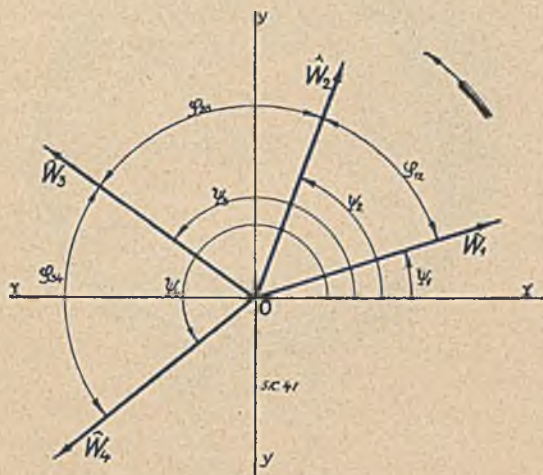
3. Strzałka napięcia wskazuje dla wszystkich położen promienia $U_{\text{pod}}^{\text{nad}}$ osią rzeczywistą (x-ów) punkt (końcówkę) o $\frac{\text{wyższym}}{\text{niższym}}$ potencjale.

Obliczenie rozplywu prądów i rozkładu napięć zapomocą funkcji:

$$W = W_m e^{j(\omega t + \alpha)}$$

proceedzi do funkcji (prądów i napięć) takiego samego rodzaju.

Wszystkie wielkości kierunkowe (więc E, J, U, Φ i t. p.) ogólnie W_1, W_2, \dots, W_n tego samego obwodu, tworzą pęk promieni wirujący z stałą prędkością kątową ω , a nie zmieniający swej konfiguracji. (rys. 41).



Rys. 41.

Kąty Ψ określone ogólne wzorem:

$$\Psi = \omega t + \alpha \quad (15)$$

nazywać będziemy kątami położenia.

Zależą one jak widać z (15) od czasu (t). Kąty zawarte między poszczególnymi promieniami określone ogólnie związkiem

$$\varphi_{rs} = \Psi_r - \Psi_s$$

$$\varphi_{rs} = (\omega t + \alpha_r) - (\omega t + \alpha_s) = \alpha_r - \alpha_s \quad (16)$$

stałe dla wszystkich chwil czasu (t) nazywamy kątami fazowymi.

Przy badaniu obwodów sinusoidalnych obchodzi nas jedynie konfiguracja promieni (ich wzajemne położenie) i wielkość tych promieni (amplitudy sinusoid zastąpionych promieniami). Ten stan rzeczy uprawnia do uproszczeń.

Zamiast liczyć funkcjami

$$W = W_m e^{j(\omega t + \alpha)}$$

możemy liczyć symbolami

$$W = W_m e^{j\Psi} \quad (17)$$

które określają położenie promienia W dla jakiejś jednej, dowolnie obranej chwili czasu (najdogodniej $t=0$). Symbol W możemy w takim przypadku wyrazić wzorem:

$$W = W_m e^{j\Psi} = W_m (\cos \Psi + j \sin \Psi) = a + jb \quad (18)$$

czyli ogólnie liczbą zespoloną, która na płaszczyźnie rysunku, uważanej za płaszczyznę liczbową Gaussa, wyznacza jednoznacznie położenie końca promienia w dla obranego momentu (n. p. $t=0$). Ponieważ symbol $W = a + jb$ powstał z funkcji $W = W_m e^{j(\omega t + \alpha)}$ a ta stosuje się do ustalonego ściśle kierunku strzałki w układzie połączeń, przeto symbolami W należy operować w łączności ze strzałkami kierunkowości w układzie połączeń.

Ten prosty i oczywisty wniosek został zapoznany przez ogół elektrotechników.

Zasugerowani stałością kątów fazowych φ (wzór 16), skierowali elektrycy swe usiłowania ku poszukiwaniom łatwych metod wyznaczania tych kątów fazowych, a z nimi i amplitud sinusoid (wartości maksymalnych, względnie skutecznych) poszczególnych wielkości kierunkowych (W) i t. d.

Z obwodami prostymi o jednym źródle prądu sprawa poszła gładko. Strzałki kierunkowości zastąpiono tu kątami fazowymi i rozważania przeprowadza się z pomocą tychże, pozornie bez zarzutu. (Mówię „pozornie“, bo dalsze rozważania ujawnią, że taki sposób postępowania nie jest bez zarzutu). Nazwano nawet promienie W wektorami (!) i zastosowano do obliczeń analizę wektorjalną. (Niepotrzebne utrudnienie!). W miarę jednakże rozszerzania zastosowania takiego sposobu operowania (wektorami bez strzałek) na coraz bardziej skomplikowane obwody, poczęły się ujawniać coraz większe trudności. Okazało się to, co się okazać musiało, że na obwodach elektrycznych skomplikowanych nie można operować bez strzałek!

Zamiast jednak zastanowić się nad przyczyną trudności, co umożliwiłoby rozpoznanie, że obrana droga nie jest właściwą, starano się pokonać ją z pomocą różnych uzupełnień (podwójne diagramy Blocha, metoda topograficzna Steinmetza i Görgesa, strzałki liczenia i t. p.). Niektóre propozycje — jak n. p. Kaf-i¹⁾, który radzi ten sam prąd oznaczać dwiema przeciw sobie skierowanymi strzałkami (!), godzą wprost w poczucie elektrotechniczne!

Nic dziwnego, że praktyczni elektrycy znie-

¹⁾ Cytowane we wstępie rozprawa EuM.

chęcili się gruntownie nie tylko do różnych „systemów“, ale i do znakomitej metody symbolicznej w szczególności. Każdy w fantazję wyposażony elektryk uważał bowiem za obowiązek, obdarzyć ogół swą własną metodą liczenia lub oznaczenia. Każde nowe zagadnienie, wyłaniając nowe trudności, zniewalało do nowych uzupełnień ogólnie uznanych lub narzuconych sposobów oznaczania wielkości kierunkowych. Powstał nieunikniony chaos, znajdujący doskonałą ilustrację w artykule Scheringa „Definition der Wirk-Blind-u. Scheinleistung”³⁾.

Czas zawrócić z drogi, która z żelazną konsekwencją prowadzić musi do niesłychanych wprost utrudnień! Nim kto opowie się bezwzględnie za metodą operowania zapomocą kątów fazowych, raczej przestudjować dzieło Waltza p. t. „Wechselstrom-arbeitsdiagramme”⁴⁾. Istny potop oznaczeń, zalew symboli, diagramy transformatora o kilkudziesięciu punktach (!!),—oto owoc konsekwentnie zastosowanej metody operowania kątami fazowymi!

Waltz okazał (mimowoli) swą pracą, że operowanie ogólnie uznaną metodą, polegającą na ustalaniu kątów fazowych między poszczególnymi wielkościami kierunkowymi, jest przedsięwzięciem (jeśli chodzi o konsekwentne przeprowadzenie tegoż), najzupełniej chybnym!

Układy połączeń obwodów sinusoidalnych należy uzupełnić strzałkami kierunkowości i operować na tych obwodach według tych samych zasad, które obowiązują dla obwodów prądu stałego!

Mniemanie, że strzałkom w obwodach sinusoidalnych nie można przypisać żadnego znaczenia fizycznego, jest najzupełniej mylne. Oto zapomocą fazomierzy będziemy mogli ustalić kąty fazowe tak samo, jak poprzednio przebiegi zapomocą oscylografów. Przytem okaże się, że wyznaczenie kątów fazowych bez pomocy strzałek jest znowu operacją czysto formalną. Pod przesunięciem fazowym rozumiemy ogólnie kolejność następstwa w czasie dodatnich maximów sinusoid, dla których to przesunięcie obowiązuje. Poprzednio wykazaliśmy, że każdą wielkość kierunkową (W) sinusoidalnie zmienną, można jednoznacznie określić sinusoidą i strzałką w dwojaki sposób, odpowiednio do dwu diametralnie przeciwnych kierunków działania W (linjowa zmienność kierunku). Nawet umowa, że przesunięcie fazowe wyznaczać będziemy (jak to się ogólnie praktykuje) dla najbliższych dodatnich maximów W_1 i W_2 , nie wystarcza do jednoznacznego określenia $\varphi(W_1, W_2)$! Wszak zarówno W_1 jak i W_2 może w wykresie promieni lub w analizie wystąpić albo jako promień W lub j^2W , zależnie od oznaczonej w układzie połączeń strzałki W ! Uwzględniając to, otrzymamy aż trzy wartości dla φ :

1. $\varphi(W_1, W_2)$, 2. $\varphi[(j^2W_1) W_2]$, 3. $\varphi[W_1 (j^2W_2)]$

Którą z nich należy wybrać? Albo o której myślimy, mówiąc o przesunięciu fazowym?

Sprawą kątów fazowych zajmijmy się jeszcze w dalszym ciągu; tu wystarczy zaznaczyć, że zapomocą strzałek pozbywamy się niejasności. Strzałki kierunkowości wskazują, że cho-

dzi o czasowe następstwo maximów dodatnich sinusoid (zdjętych doświadczalnie lub znalezionych z obliczenia) dla których strzałkami oznaczono dodatnie kierunki działania W_1 i W_2 .

4. Doświadczalny sposób wyznaczania strzałek kierunkowości w obwodach prądów sinusoidalnych. Badania obwodów prądów zmiennych zapomocą oscylografów możemy skutecznie w tym razie, gdy analizę przeprowadziliśmy na sinusoidach

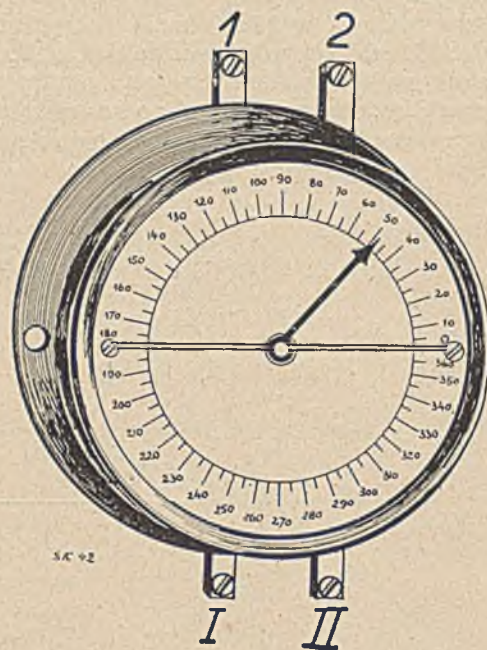
$$W = W_m \sin(\omega t + \alpha).$$

Zasady, ustalone poprzednio dla prądów o przebiegach dowolnych—oczywiście i tu obowiązują.

Zastosowanie do analizy metody symbolicznej wymaga odrębnej metody doświadczalnego badania.

Dane, względnie obliczone wielkości (W) przedstawiają promienie o długościach, które odpowiadają maksymalnym lub skutecznym wartościom W .

Promienie te są odchyłone od dodatniego kierunku osi x -ów o kąt położenia (Ψ), który dla jednej chwili czasu t możemy ustalić doświadczalnie zapomocą fazomierza o czterech kwadrantach (360°) n. p. w wykonaniu firmy Hartmann-Braun¹⁾. Fazomierz taki (rys. 42 a, b) ma dwie pary końcówek, które opatrzymy cechami n. p. I, II i 1, 2 należących do dwu



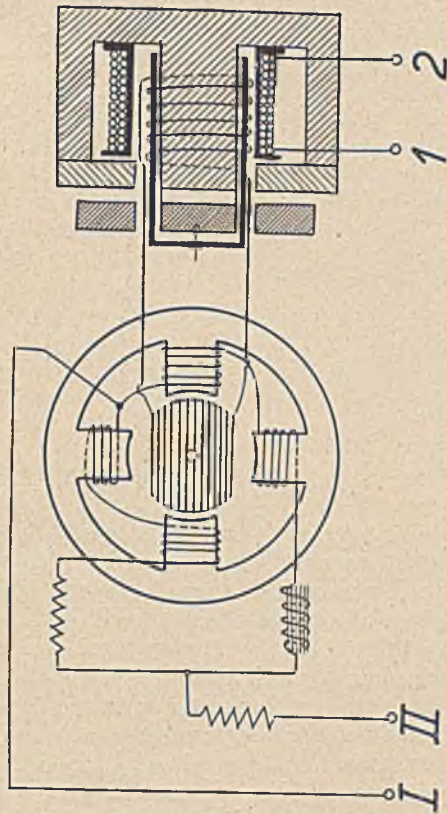
Rys. 42-a.

oddzielnych obwodów wewnętrznych, sprzężonych z sobą indukcyjnie. Oznaczenie końcówek jest tak dobrane, że po włączeniu fazomierza na sinusoidalne źródło prądu o napięciu U w sposób, podany na rys. 43, wskazówka przyrządu ustawia się na 0° . Wyobraźmy sobie, że mamy do dyspozycji tak odcelowane fazomierze prądu i napięcia i że możemy je łączyć na dowolne napięcia i dowolne prądy (praktycznie zapomocą transformatorów mierniczych). Trzy takie fazomierze prądu włączamy końcówkami 1, 2 w rozgałęzienia obwodu sinusoidalnego, przed-

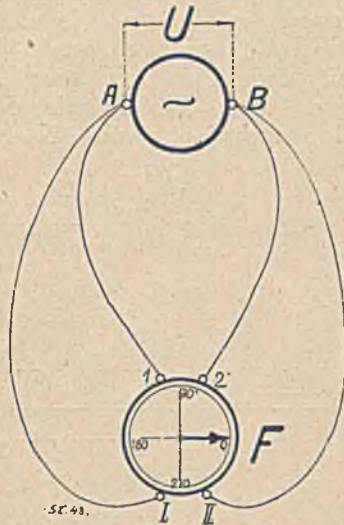
³⁾ ETZ zeszyt 27, 1924 Str. 710.

⁴⁾ Berlin, wyd. 1912 H. Meusser'a.

¹⁾ Opis znajdzie czytelnik w czasopiśmie „Helios” 1921 Nr. 2.



Rys. 42-b.

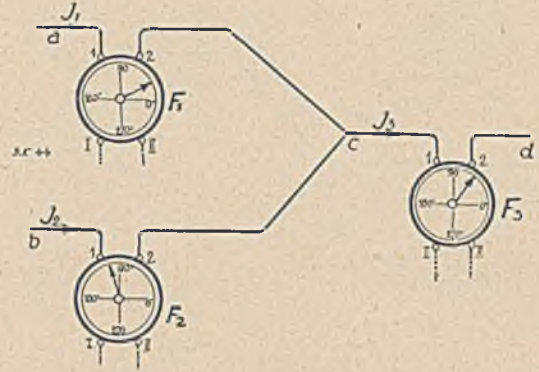


Rys. 43.

stawione na rys. 44. Sposób załączenia końcówek niech będzie dowolny, jednakże strzałki prądów J_1, J_2, J_3 zorjentujemy, jak przy oscylografach, ku końcówkom „I” przyrządów. Wszystkie trzy fazomierze wyobraźmy sobie załączone końcówkami I i II na jedno dowolne napięcie lub prąd sinusoidalny o tej samej częstotliwości co prądy J_1, J_2, J_3 . Będzie to napięcie, względnie prąd odniesienia. Oczywiście połączenia końcówek I, II, wszystkich przyrządów muszą być identyczne (wszystkie końcówki, oznaczone cechą I będą przyłączone do jednej końcówki, a wszystkie, oznaczone cechą II, do drugiej końcówki elementu obwodu odniesienia).

Na rys. 45 przedstawiony jest taki sposób połączenia; tu wielkością odniesienia (względem któ-

rej kąty fazowe będą mierzone) jest napięcie U generatora AB. W dalszych schematach połączeń wskażemy, że prądem lub napięciem odniesienia może być również dobrze jeden z prądów lub jedno napięcie mierzonych. Przypuścimy, że fazomierz F_1 na rys. 44, wskazuje kąt $\psi_1=30^\circ$, fazomierz F_2 , wskazuje $\psi=120^\circ$. Pomiar prądu amperomierzami w gałęziach ac i bc daje n. p. wartości skuteczne $J_1=20A, J_2=15A$.

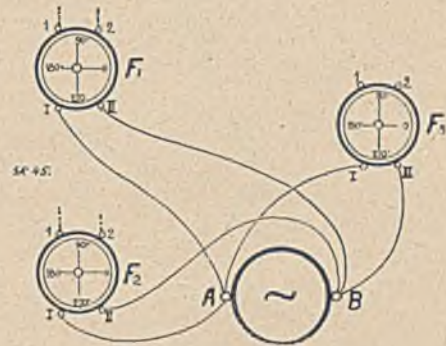


Rys. 44.

Możemy więc napisać

$$J_1 = 20 \cdot e^{j30^\circ}, J_2 = 15 \cdot e^{j120^\circ}$$

symbole J_1 i J_2 odpowiadają wartościom skutecznym



Rys. 45.

Dla podanych kierunków strzałek J_1, J_2, J_3 .

$$J_1 + J_2 - J_3 = 0,$$

skąd:

$$J_3 = J_1 + J_2.$$

Wstawiając wartości, otrzymamy:

$$J_3 = 20 e^{j30^\circ} + 15 e^{j120^\circ} = 25 e^{j66^\circ 50'}$$

Amperomierz, włączony w gałąź cd, wskaże 25A, a fazomierz F_3 wskaże kąt $\psi_3 = 66^\circ 50'$.

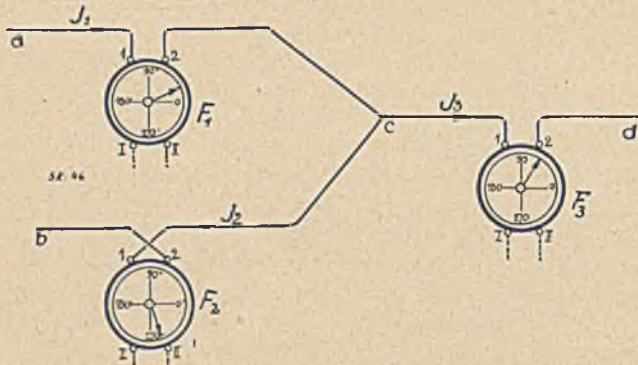
Ten sam wynik dla J_3 otrzymamy przy połączeniu fazomierzy w sposób, podany na rys. 46. Fazomierz F_1 wskaże tu kąt $\psi_1=30^\circ$, fazomierz F_2 (z powodu skrzyżowania końcówek w odniesieniu do połączenia poprzedniego) kąt $\psi_2=120^\circ + 180^\circ = 300^\circ$. Stosownie do kierunku strzałek na rys. 46 napiszemy:

$$J_1 - J_2 - J_3 = 0$$

$$J_3 = J_1 - J_2$$

$$J_3 = 20 e^{j30^\circ} - 15 e^{j300^\circ} = 25 e^{j66^\circ 50'}$$

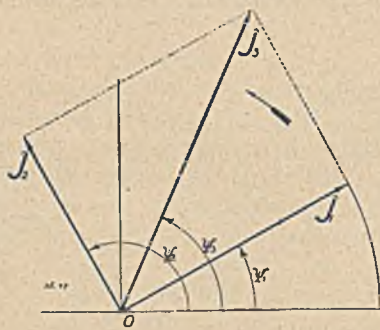
Fazomierz F_3 wskaże i teraz ten sam kąt, co poprzednio, a rachunek, przeprowadzony z pomocą strzałek, daje w obu przypadkach te same wyniki.



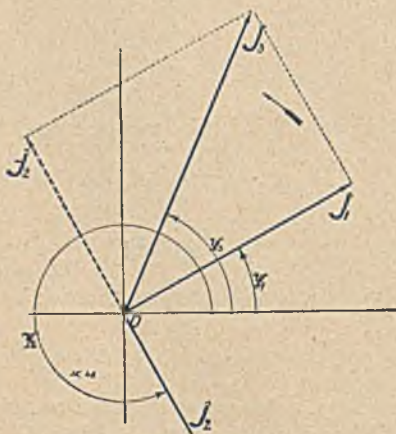
Rys. 46.

Wykonując obliczenie graficznie, sporządzamy dla pierwszego przypadku, wykres podany na rys. 47, a dla drugiego—wskazany na rys. 48.

Chcąc dojść konstrukcyjnie do promienia J_3 należy na wykresie pierwszym do J_1 dodać J_2 , zaś na wykresie 2-im od J_1 odjąć J_2 , czyli do J_1



Rys. 47.



Rys. 48.

dodać promień ($-J_2$). Jakie działanie należy w danym przypadku wykonać, wskazują strzałki (analogicznie jak przy prądach stałych względem liczb).

Z powyższego wynika jasno, że dla węzła obwodu sinusoidalnego równanie

$$\sum J = 0$$

bez oznaczenia strzałek (kierunkowości) w układzie połączeń pozbawione jest tak samo sensu, jak w analogicznym przypadku dla obwodu prądu stałego.

W zadaniu rozważanem jest:

$$\sum (J_1, J_2, J_3) = 0$$

lecz z uwzględnieniem związków, wpływających z kierunków strzałek!

Dla rys. 44 napiszemy:

$$J_1 + J_2 - J_3 = 0,$$

$$20 e^{j30^\circ} + 15 e^{j120^\circ} - 25 e^{j66^\circ 50'} = 0.$$

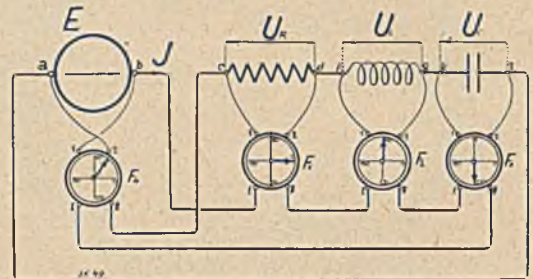
a dla rys. 46:

$$J_1 - J_2 - J_3 = 0.$$

$$20 e^{j30^\circ} - 15 e^{j300^\circ} - 25 e^{j66^\circ 50'} = 0.$$

Znowu widzimy najzupełniejszą jednolitość w rozważaniu wszystkich obwodów, którą nieopornie i ze szkodą dla samych siebie niweczymy wprowadzając do obliczeń same tylko kąty fazowe (φ) bez strzałek. Operowanie kątami położenia (ψ) prowadzi nierównie prościej i nieledwie automatycznie do celu, gdy tymczasem sprawne operowanie kątami fazowymi (φ) wymaga nielada natężenia umysłu ze względu na wieloznaczność i prowadzi łatwo do pomyłek. Nie wynika z tego jednakże, aby wyznaczanie kątów fazowych i liczenie nimi należało zarzucić. Możemy się dalej posługiwać tym środkiem pomocniczym, jednakże z uwzględnieniem strzałek kierunkowości (jak to dalej pokażemy).

Zamiast używać osobnego prądu lub napięcia jako wielkości odniesienia (prądnicą AB, rys. 45), możemy użyć do tego celu równie dobrze jednego z prądów lub napięć obwodu. Na rys. 49 poka-



Rys. 49.

zany jest układ połączeń czterech fazomierzy (F_1, F_2, F_3, F_4), włączonych w obwód prądu sinusoidalnego, zawierający idealny generator o SEM-cznej E (strzałka ab) i elementy o stałych charakterystycznych R, L i C . (Opory połączeń i indukcyjność pętlicy obwodu pomijamy).

Dla podanych kierunków strzałek E, J oraz $U_R, U_L, U_C = E_s$ i U_C jest

$$U_R = JR, \quad U_L = E_s = J(+jL\omega), \quad U_C = J(-1/C\omega).$$

$$E = JZ, \quad Z = R + j(L\omega - 1/C\omega).$$

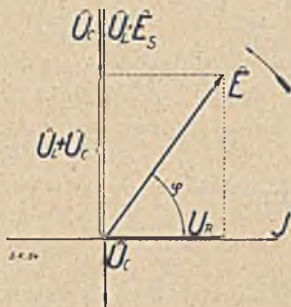
Gdy poszczególne fazomierze załączymy tak, aby prąd J był wielkością odniesienia, F_1 wskaże kąt $\psi_1 = 0^\circ, F_2$ kąt $\psi_2 = +90^\circ, F_3$ kąt $\psi_3 = -90^\circ,$

$$\text{a } F_4 \text{ kąt } \psi_4 = \arctg \frac{L\omega - 1/C\omega}{R}.$$

Oto — korzyści strzałkowania odnośnie do obwodów sinusoidalnych. Ułatwiamy sobie z ich pomocą nie tylko liczenie, ale i ewentualne doświadczenia. Trzeba tylko ulepszyć metodę symboliczną tak, aby z równań symbolicznych można było bez trudu przejść na równania realne ¹⁾, a mamy wprost świetne narzędzie do operowania na obwodach sinusoidalnych i otwiera się przed nami pole do ulepszeń obecnych metod pomiarów, których w obecnym stadium rozwoju nie można uważać wcale za zadawalniające. Wszak wiadome jest ogólnie, jak niedokładne wyniki dają pomiary kątów, uskutecznione z pomocą woltomierza, amperomierza i watomierza przy kątach fazowych bliskich 0° lub 90° ²⁾. Zapomocą fazomierza można pomiaru tych kątów dokonać znacznie dokładniej, a przytem mierzywny je w stopniach a nie pośrednio stosunkiem $\cos \varphi = \frac{\text{waty}}{\text{wolt} \cdot \text{ampery}}$.

Mierząc wielkości E, J, U_R, U_L i U_C woltomierzami względnie amperomierzami (pomiar E idealny), otrzymujemy wielkości promieni E, J, U_R, U_L, U_C, proporcjonalne do wartości skutecznych prądu i napięć. Fazomierze, włączone w sposób podany na rys. 49, wskażą położenie tych promieni względem promienia J, użytego tu za promień odniesienia.

Stan, określony poprzednio równaniami zilustrować możemy wykresem, wskazanym na rys. 50, zgodnym z pomiarem na rys. 49.



Rys. 50.

Wykres ten, jak zresztą każdy wogóle wykres obwodu prądu sinusoidalnego ma znowu sens jedynie w łączności z układem połączeń (rys. 49). Strzałki kierunkowości tam oznaczone wskazują, że:

$$E - U_R - U_L - U_C = 0$$

(prawo koła napięć), czyli że:

$$E = U_R + U_L + U_C.$$

Aby (konstrukcyjnie) znaleźć E, trzeba utworzyć sumę geometryczną promieni U_R, U_L, U_C w myśl podanego wzoru.

Kloss ³⁾ zastanawia się nad tem, jak ma wyglądać taki wykres przy poprawnej konstrukcji. Oczywiście moglibyśmy napięcia na rys. 49 ostrzałkować także w inny sposób n. p. tak, jak wskazano na rys. 51.

¹⁾ Udało mi się załatwić i tę sprawę, wyniki jednakże podam oddzielnie.

²⁾ Patrz: Arnold „Wechselstromtechnik“ t. I. str. 360 (wyd. II-gie).

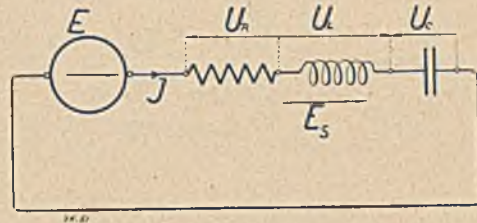
³⁾ „Vorzeichen-und Richtungsregeln“, rozprawa cytowana we wstępie.

Dla strzałek oznaczonych w ten sposób napiszemy:

$$U_R = JR, \quad U_L = E_S = -J(+jL\omega)$$

$$U_C = J(-1/C\omega), \quad E = JZ$$

$$Z = R + j(L\omega - 1/C\omega)$$

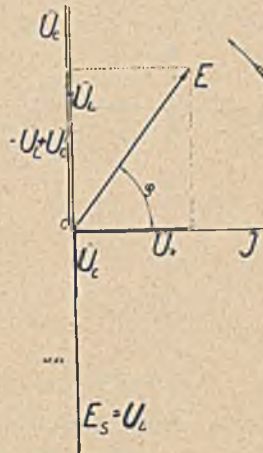


Rys. 51.

Odpowiedni wykres wskazuje rys. 52. Wynika on ze wzoru:

$$E - U_R + U_L - U_C = 0,$$

$$E = +U_R - U_L + U_C,$$



Rys. 52.

ważnego dla kierunków strzałek, oznaczonych na rys. 51. Aby otrzymać promień E należy do sumy (geometrycznej) — U_L i U_C dodać promień U_R.

W końcu moglibyśmy wszystkie strzałki obwodu skierować w jedną stronę (jak właśnie radzi Kloss). Dla tak oznaczonych wielkości (rys. 53):

$$U_R = -JR$$

$$U_L = E_S = -J(jL\omega)$$

$$U_C = -J(-1/C\omega)$$

$$E = JZ$$

$$Z = R + j(L\omega - 1/C\omega)$$

Odpowiedni wykres promieni wskazuje rys. 54, bo stosownie do oznaczonych na rys. 53 kierunków strzałek napiszemy:

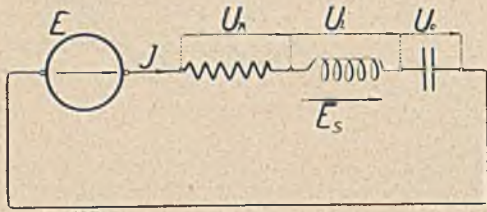
$$E + U_R + U_L + U_C = 0,$$

z czego wynika:

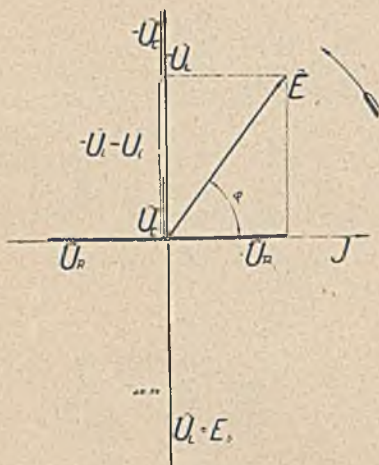
$$E = -U_R - U_L - U_C.$$

Promień E otrzymamy, dodając odwrócone (o 180°) promienie U_R , U_L i U_C .

Pytanie, który z powyższych trzech wykresów jest „poprawny”, niema sensu. Wszystkie są poprawne z przynależnymi do nich strzałkami, nie wszystkie jednak są praktyczne w użyciu. Mnie osobiście najlepiej dogadza konstrukcja pierwsza rys. 50), w podręcznikach najczęściej podana jest



Rys. 53.



Rys. 54.

druga (rys. 52), Kloss zaleca konstrukcję analogiczną do trzeciej (rys. 54), i to bez strzałek!

III. Zastosowanie ogólnego sposobu strzałkowania.

1. Zasady. Z rozważań w poprzednim rozdziale wynika jasno, że jednoznaczność określenia jakiegokolwiek wielkości kierunkowej (W) wymaga podania wartości i kierunku tej wielkości.

W obwodach prądów stałych określamy wartość liczbą jednostek W , a kierunek—strzałką w układzie połączeń. Jakkolwiek przyjęty ogólny sposób oznaczania ogranicza się jedynie do dodatnich wartości E , J , Φ i t. d., możemy z korzyścią dla elektrotechniki rozszerzyć go także na ujemne wartości tych wielkości.

Napięcia także należy strzałkować nie kotować, rozszerzając i tu oznaczanie na dodatnie i ujemne wartości U .

Dla obwodów prądu zmiennego dociekania ujawniły, że sama funkcja $W=f(t)$ nie określa jeszcze wielkości zmiennej W jednoznacznie. Jakkolwiek funkcja ta może być wyrażona w takiej postaci, że poza wartościami chwilowymi wskazuje, w których chwilach czasu zachodzą zmiany kierunku W , to jednakże i takie uzupełnienie nie wystarcza. Analogicznie jak w obwodach prądów stałych trzeba i tu, w obwodach prądów zmiennych, uzupełnić oznaczenie W strzałką w układzie połączeń. Nie

należy strzałek kierunku W odnosić do wartości chwilowych, lecz tylko do funkcji. Oznaczenie strzałek dla funkcji [$W=f(t)$] możliwe jest jedynie przy pomocy nowego pojęcia „kierunkowości”. Wielkość kierunkowa zmienna jest jednoznacznie określona, gdy podamy funkcję czasu $W=f(t)$ oraz wskażemy strzałką w układzie połączeń kierunkowość W .

Strzałki kierunkowości mają znaczenie fizyczne, bo wskazują dla dodatnich wartości chwilowych funkcji W to samo, co strzałki kierunkowe dla dodatnich wartości stałych W . Przytem strzałki kierunkowości pouczają, jak należy dokonać doświadczalnego badania W odpowiednio przygotowanym przyrządem.

Ustaliliśmy poprzednio następujące zasady oznaczania, które obowiązują zarówno dla stałych jak, i zmiennych wielkości kierunkowych W :

1. Strzałka SEM-cznej wskazuje dla dodatnich ujemnych wartości stałych lub chwilowych E , a więc dla rzędnych $\frac{\text{nad}}{\text{pod}}$ osi czasu funkcji $E=f(t)$, wreszcie dla położenia promienia $E=E_m e^{j(\omega t + \alpha)}$ względnie promienia $E=E_m e^{j\psi}$ $\frac{\text{nad}}{\text{pod}}$ osi rzeczywistej (x -ów) kierunek działania („parcia”) E , wywieranego na dodatnią ujemną elektryczność ¹⁾.

2. Strzałka prądu wskazuje dla dodatnich ujemnych wartości stałych lub chwilowych J , a więc dla rzędnych $\frac{\text{nad}}{\text{pod}}$ osi czasu funkcji $J=f(t)$, wreszcie dla położenia promienia $I=J_m e^{j(\omega t + \alpha)}$ względnie promienia $I=J_m e^{j\psi}$ $\frac{\text{nad}}{\text{pod}}$ osi rzeczywistej (x -ów) kierunek ruchu $\frac{\text{dodatniej}}{\text{ujemnej}}$ elektryczności.

3. Strzałka napięcia wskazuje dla dodatnich ujemnych wartości stałych lub chwilowych U , a więc dla rzędnych $\frac{\text{nad}}{\text{pod}}$ osi czasu funkcji $U=f(t)$, wreszcie dla połączeń promienia $U=U_m e^{j(\omega t + \alpha)}$ względnie promienia $U=U_m e^{j\psi}$ $\frac{\text{nad}}{\text{pod}}$ osi rzeczywistej (x -ów) końcówkę o $\frac{\text{wyższym}}{\text{niższym}}$ potencjale.

4. Strzałka strumienia magnetycznego wskazuje dla dodatnich ujemnych wartości stałych lub chwilowych Φ , a więc dla rzędnych $\frac{\text{pod}}{\text{nad}}$ osi czasu funkcji $\Phi=f(t)$, wreszcie dla położenia promienia $\Phi=\Phi_m e^{j(\omega t + \alpha)}$ względnie promienia $\Phi=\Phi_m e^{j\psi}$ $\frac{\text{nad}}{\text{pod}}$ osi rzeczywistej (x -ów) kierunek w jakim poruszałyby się swobodny $\frac{\text{północny}}{\text{południowy}}$ biegun magnetyczny, umieszczony wewnątrz strumienia Φ .

Oznaczone w powyższy sposób strzałki wskazują dla wielkości stałych stałe kierunki działania $W=const$, a dla wielkości zmiennych—stałe kierunkowości działania $W=f(t)$.

¹⁾ Oczywiście można oznaczenie kierunku odnieść także do $W=W_m e^{j\psi}$, gdzie $W_m = \frac{W_m}{\sqrt{2}}$ (wartość skuteczna).

W obu wypadkach strzałki (kierunkowe i kierunkowości) pouczają, jak ma być wykonane doświadczalne ustalenie kierunku względnie kierunkowości. Sposoby doświadczalnego badania kierunków działania są ogólnie znane, nie potrzebują więc być wyliczane.

Doświadczalne sposoby ustalania kierunkowości sprowadzają się do dwu następujących zasad:

1. Przyrządy (dwukierunkowe woltomierze względnie amperomierze, oscylografy, wreszcie fazomierze) muszą mieć końcówki cechowane (cyframi „1”, „2”, lub znakami „+”, „-”), które określają działania prądu stałego względnie sinusoidalnego porównawczego (fazomierze). Znak „1” względnie „+” ma zawsze oznaczać dopływ prądu, końcówka „2” względnie „-” odpływ prądu. (Cechowanie przyrządów do badań innych wielkości oprócz J i U należy uzgodnić odpowiednio do powyższego).

2. Tak cechowane przyrządy należy zawsze włączać w ten sposób, aby grot strzałki wskazywał końcówkę z cechą „1” względnie „+”, gdy chodzi o doświadczalne stwierdzenie analizy na obwodzie z oznaczonymi już strzałkami. Jeżeli strzałki mają być dopiero wyznaczone, to przyrządy w zasadzie, można włączać dowolnie, a strzałki należy orjentować tak, aby wskazywały grotem końcówkę z cechą „1” względnie „+”.

3. Przy wyznaczaniu strzałek należy (uwzględniając tradycję) orjentować je tak, aby odpowiadały wzorom ogólnie używanym (względnie praktyczny). Strzałkami, oznaczonymi na powyższych zasadach posługujemy się najzupełniej jednakowo bez względu na to, czy oznaczają one kierunki czy kierunkowości W .

Dla obwodów prądów stałych przeprowadzimy analizę zapomocą strzałek na symbolach E , J , U , Φ i t. d. odpowiadających wartościom stałym (dodatnim, ujemnym lub bez znaku — gdy strzałki wskazują kierunkowość). Dla obwodów prądów zmiennych te same rozumowania przeprowadzimy z pomocą strzałek na funkcjach $E = f_e(t)$, $J = f_i(t)$ i t. d. Wreszcie dla obwodów sinusoidalnych analiza będzie przeprowadzona z pomocą strzałek albo na funkcjach $E = F_e(t)$, $J = F_i(t)$ i t. d., lub na symbolach E , J i t. d. o charakterze liczb zespolonych. W ostatnim przypadku niema potrzeby uciekania się do analizy wektorowej, wystarczy najzupełniej zwykły rachunek liczbami zespolonymi.

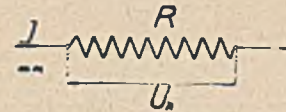
Poniżej podaję zestawienie najważniejszych związków z uwzględnieniem strzałek kierunkowości E , J , U , Φ . Poprzednie rozważania wskazują, jak te strzałki mają być zorjentowane i jak je należy pojmować. Układy połączeń i wzory w zestawieniu nie wymagają więc żadnych dalszych objaśnień. Wzory ułożone są w dwu grupach „a” i „b”, w pierwszej (a) występują poszczególne symbole ze znakami dodatnimi, w drugiej — (b) częściowo ze znakami ujemnymi. Przy wyborze wzorów z jednej, lub drugiej grupy należy się kierować jedynie względami praktycznymi, teoretycznie jest obojętne, czy operujemy wzorami grupy „a” czy „b”, czy nawet w tem samym zadaniu wzorami obu grup.

2. Zestawienie ważniejszych oznaczeń. Uwaga: We wszystkich podanych tu wzorach przyjmujemy, że R , L , C i μ są stałe i niezależne od prądu.

Strzałkowanie:

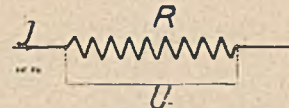
Wzory:

1.
Rys. 55. a) $U = JR$ (19)
 $U = JR$ (20)



Rys. 55.

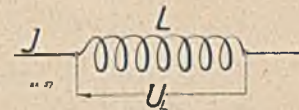
- Rys. 56. b) $U = -JR$ (21)
 $U = -JR$ (22)



Rys. 56.

2.
Rys. 57. a) $U_L = E_S = +L \frac{dJ}{dt}$ (23)

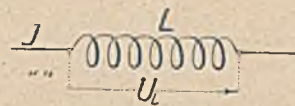
$$U_L = E_S = +L \frac{dJ}{dt} = J(+jL\omega) \quad (24)$$



Rys. 57.

- Rys. 58. b) $U_L = E_S = -L \frac{dJ}{dt}$ (25)

$$U_L = E_S = -L \frac{dJ}{dt} = J(-jL\omega) \quad 6$$



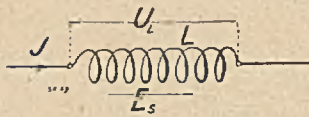
Rys. 58.

Uwaga: Jedną strzałką oznaczono tu napięcie cewki indukcyjnej (idealnej) i SEM-czną samoindukcji. Ma to swoją analogję w oznaczeniu jedną strzałką SEM-cznej i napięcia źródła prądu. Ta sama strzałka wskazuje dla U_L końcówkę o wyższym potencjale niższym dla dodatnich wartości chwilowych U_L , a dla E_S kierunku działania (parcia) wywieranego na dodatnią ujemną elektryczność, odpowiednio do dodatnich ujemnych wartości chwilowych E_S .

Oczywiście nie stoi na przeszkodzie do oznaczenia E_S i U_L oddzielnymi i przeciwnie skierowanymi strzałkami (rys. 59), napiszemy wtedy:

- Rys. 59. c) $E_S = -L \frac{dJ}{dt}$ (25a)

$$U_L = +L \frac{dJ}{dt} (23a)$$

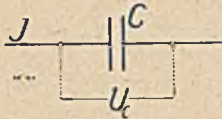


Rys. 59.

3.

Rys. 60. a) $U_C = + \frac{1}{C} \int J dt \dots (27)$

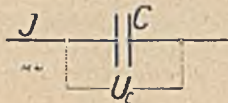
$U_C = + \frac{1}{C} \int J dt = J (-j 1/C\omega) (28)$



Rys. 60.

Rys. 61. b) $U_C = - \frac{1}{C} \int J dt \dots (29)$

$U_C = - \frac{1}{C} \int J dt = - J (-j 1/C\omega) (30)$



Rys. 61.

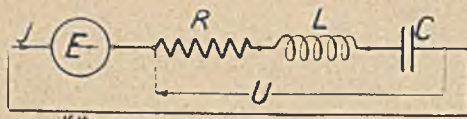
4.

Rys. 62. a) $U = JR + L \frac{dJ}{dt} + \frac{1}{C} \int J dt \dots (31)$

$U = J [R + j(L\omega - 1/C\omega)] \dots (32)$

$E = JR + L \frac{dJ}{dt} + \frac{1}{C} \int J dt \dots (33)$

$E = J [R + j(L\omega - 1/C\omega)] \dots (34)$



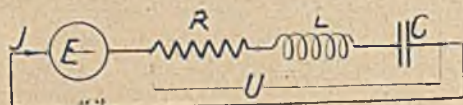
Rys. 62.

Rys. 63. b) $U = -JR - L \frac{dJ}{dt} - \frac{1}{C} \int J dt \dots (35)$

$U = -J [R + j(L\omega - 1/C\omega)] \dots (36)$

$E = [\text{jak pod (33)}]$

$E = [\text{jak pod (34)}].$



Rys. 63.

5.

Rys. 64. a) $E_S = + \frac{d\Phi}{dt} \dots (37)$

$E_S = + \frac{d\Phi}{dt} = + j\omega \Phi \dots (38)$



Rys. 64.

Rys. 65. b) $E_S = - \frac{d\Phi}{dt} \dots (39)$

$E_S = - \frac{d\Phi}{dt} = - j\omega \Phi \dots (40)$



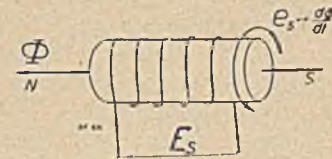
Rys. 65.

Uwaga: Strzałka Φ zorjentowana jest dla dodatnich ujemnych wartości chwilowych Φ w kierunku $\overset{SN}{NS}$ (jak poprzednio podano w zasadach, por. rys. 70 i 71).

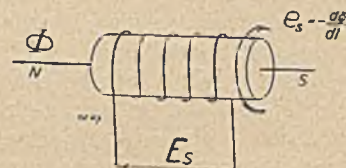
6.

Rys. 66. a₁, a₂) $E_S = + z \frac{d\Phi}{dt} \dots (41)$

$E_S = + z \frac{d\Phi}{dt} = + j\omega z \Phi \dots (42)$



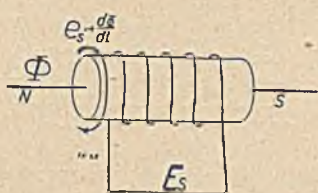
Rys. 66.



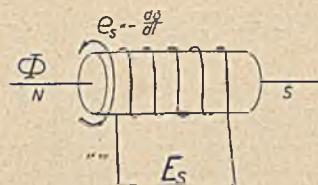
Rys. 67.

Rys. 68. b₁, b₂) $E_S = - z \frac{d\Phi}{dt} \dots (43)$

$E_S = - z \frac{d\Phi}{dt} = - j\omega z \Phi (44)$



Rys. 68.



Rys. 69.

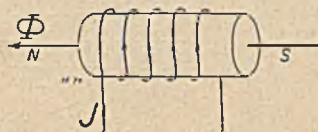
Uwaga: Strzałki około rdzenia wskazują kierunek działania SEM-cznej e_s indukowanej zmianą Φ w okręgu tego strumienia. Strzałka między końcówkami uzwojenia wskazuje działanie wypadkowe wszystkich zwoji (E_s). Podane wzory (41, 42, 43 44) stosują się do E_s , a nie do e_s .

7.

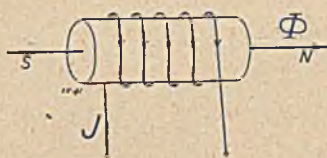
Rys. 70. $a_1, a_2) \Phi = \lambda \cdot J z \dots (45)$

Rys. 71. $\Phi = \lambda \cdot J z \dots (46)$

$\lambda = \frac{0 \cdot 4 \pi \cdot \mu \cdot s}{l} \dots (47)$



Rys. 70.



Rys. 71.

Uwaga: Zależność kierunkowości Φ od J jest taka sama, jak kierunków Φ od J dla prądu stałego ($\mu = \text{const}$). Wzór 47 jest ważny ze znanymi zastrzeżeniami.

8.

Rys. 72. a) $E_s = +L \frac{dJ}{dt} \dots (48)$

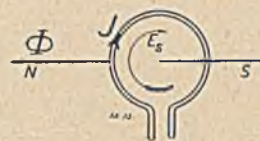
$E_s = +L \frac{dJ}{dt} = J (+jL\omega) \dots (49)$



Rys. 72.

Rys. 73. b) $E_s = -L \frac{dJ}{dt} \dots (50)$

$E_s = -L \frac{dJ}{dt} = -J (+jL\omega) \dots (51)$

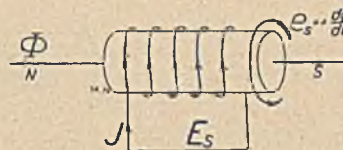


Rys. 73.

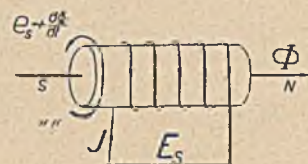
9.

Rys. 74. $E_s = +L \frac{dJ}{dt}, \Phi = \lambda \cdot J z \dots (52)$

Rys. 75. $E_s = +L \frac{dJ}{dt}, \Phi = \lambda \cdot J z \dots (53)$



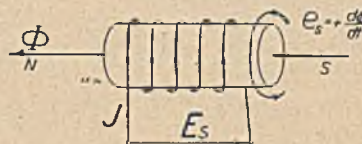
Rys. 74.



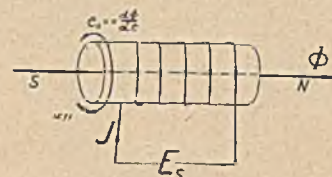
Rys. 75.

Rys. 76. $E_s = -L \frac{dJ}{dt}, \Phi = \lambda \cdot J z \dots (54)$

Rys. 77. $E_s = -L \frac{dJ}{dt}, \Phi = \lambda \cdot J z \dots (55)$



Rys. 76.

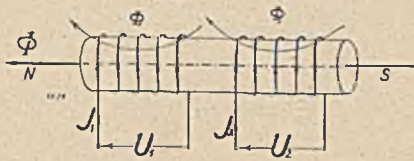


Rys. 77.

10.

Rys. 78. a) $U_1 = J_1 R_1 + L_1 \frac{dJ_1}{dt} + M \frac{dJ_2}{dt} \dots (56)$

$U_1 = J_1 R_1 + L_1 \frac{dJ_1}{dt} + M \frac{dJ_2}{dt} =$
 $= J_1 (R_1 + jL_1\omega) + J_2 (+jM\omega) \dots (57)$

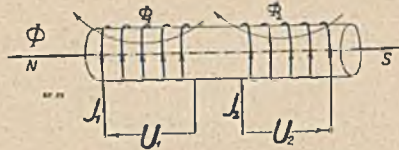


Rys. 78

Rys. 79. $a_2) U_2 = J_2 R_2 + L_2 \frac{dJ_2}{dt} + M \frac{dJ_1}{dt}$ (56a)

$$U_2 = J_2 R_2 + L_2 \frac{dJ_2}{dt} + M \frac{dJ_1}{dt} =$$

$$= J_2 (R_2 + jL_2\omega) + J_1 (M\omega) \dots (57a)$$



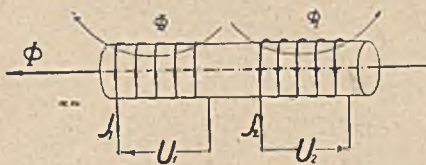
Rys. 79.

Uwaga: Wzory (a₁) i (a) obowiązują w przypadku zgodnej kierunkowości magnesowania (Φ) przez oba prądy J₁ i J₂. (Strzałki Φ₁ i Φ₂ zgodnie skierowane ze strzałką Φ).

Rys. 80. $b) U_1 = J_1 R_1 + L_1 \frac{dJ_1}{dt} - M \frac{dJ_2}{dt}$ (58)

$$U_1 = J_1 R_1 + L_1 \frac{dJ_1}{dt} - M \frac{dJ_2}{dt} =$$

$$= J_1 (R_1 + jL_1\omega) + J_2 (-jM\omega) (59)$$

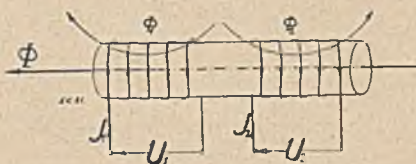


Rys. 80.

Rys. 81. $b_2) U_2 = J_2 R_2 + L_2 \frac{dJ_2}{dt} - M \frac{dJ_1}{dt}$ (58a)

$$U_2 = J_2 R_2 + L_2 \frac{dJ_2}{dt} - M \frac{dJ_1}{dt} =$$

$$= J_2 (R_2 + jL_2\omega) + J_1 (-jM\omega) (59a)$$



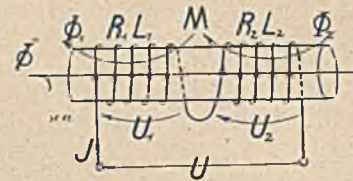
Rys. 81

Uwaga: Wzory pod (b₁) i (b₂) obowiązują w przypadku przeciwnej kierunkowości magnesowania (Φ) przez oba prądy J₁ i J₂. (Strzałki Φ₁ i Φ₂ skierowane przeciw sobie).

11.

Rys. 82. $a) U = J (R_1 + R_2) + (L_1 + L_2 + M) \frac{dJ}{dt}$ (60)

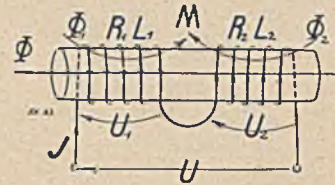
$$U = J [R_1 + R_2 + j\omega (L_1 + L_2 + M)] (61)$$



Rys. 82.

Rys. 83. $b) U = J (R_1 + R_2) + (L_1 + L_2 - M) \frac{dJ}{dt}$ (62)

$$U = J [R_1 + R_2 + j\omega (L_1 + L_2 - M)] (63)$$



Rys. 83.

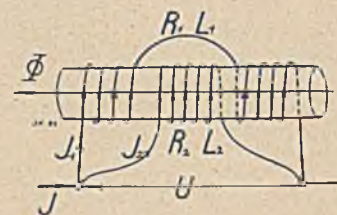
12.

Rys. 84. $a) U = J_1 R_1 + L_1 \frac{dJ_1}{dt} + M \frac{dJ_2}{dt} =$

$$= J_2 R_2 + L_2 \frac{dJ_2}{dt} + M \frac{dJ_1}{dt} \dots (64)$$

$$U = J_1 (R_1 + jL_1\omega) + J_2 jM\omega =$$

$$= J_2 (R_2 + jL_2\omega) + J_1 jM\omega \dots (65)$$



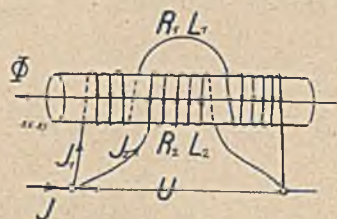
Rys. 84.

Rys. 85. $b) U = J_1 R_1 + L_1 \frac{dJ_1}{dt} - M \frac{dJ_2}{dt} =$

$$= J_2 R_2 + L_2 \frac{dJ_2}{dt} - M \frac{dJ_1}{dt} \dots (66)$$

$$U = J_1 (R_1 + jL_1\omega) - J_2 jM\omega =$$

$$= J_2 (R_2 + jL_2\omega) - J_1 jM\omega \dots (67)$$



Rys. 85.

Powyżej podanych przykładów nie należy traktować formalnie jako „sposobów” oznaczania strzałek kierunkowości dla różnych przypadków, tylko jako przykłady, otrzymywane przy zastosowaniu znanych związków:

$$U = JR \quad (19) \quad E_s = -L \frac{dJ}{dt} \quad (23 a), \quad U_c = \frac{1}{C} \int J dt \quad (27),$$

$$\Phi = \lambda Jz \quad (45), \quad E_s = -z \frac{d\Phi}{dt} \quad (39).$$

Zastosowanie tych wzorów do różnych przypadków (podanych poprzednio) z uwzględnieniem strzałek kierunkowości jest doskonałym ćwiczeniem przy rozważaniu obwodów prądu zmiennego.

Uwaga: We wszystkich podanych układach strzałki wskazują dla dodatnich wartości chwilowych E , J , U , Φ to samo, co w obwodach prądów stałych dla dodatnich wartości stałych.

Przegląd powyższych wzorów (które obejmują tylko najważniejsze przypadki układów nieruchomych) wyjaśnia, dlaczego początkujący elektrycy (a czasem nawet zaawansowani) tak często popełniają omyłki i dlaczego rozważanie obwodów prądów zmiennych następuje tak dużo trudności. Oto pozbawiono te obwody strzałek w zupełności, na określenie różnych działań podano wzory nie zawsze w jednolity sposób ułożone (np. napięcie U_L i U_C). Niektóre wzory (jak dla indukcji wzajemnej) opatrzone niedostatecznymi uwagami, wreszcie nieuwzględniono kierunku wartości chwilowych. Nic dziwnego, że średnio uzdolniony elektryk potrzebuje całych lat czasu na przyswojenie sobie wiadomości, które przy odpowiednim podaniu (ze strzałkami) byłyby przyswojone w kilkakrotnie krótszym czasie. Przytem — jak miałem sposobność się przekonać — u najzdolniejszych nawet elektryków przyswojenie wzorów podanych bez strzałek jest najczęściej najzupełniej formalne. (Studentom najwyższych lat trudno ocenić, czy np. SEM-czną samoindukcji E_s

można wyrazić wzorem $E_s = +L \frac{dJ}{dt}$, bowiem wzór

$$E_s = -L \frac{dJ}{dt}$$

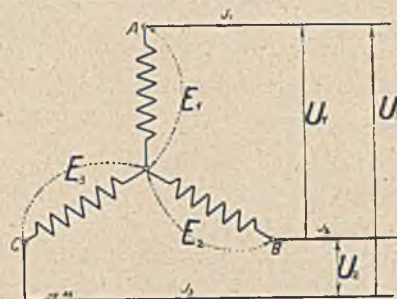
uważają za nienaruszalny kanon

i tym jedynie potrafią się posługiwać). Odnośnie do współczynnika indukcji wzajemnej (M) można spotkać niejasną interpretację nawet u poważnych elektryków (brak ścisłego określenia, kiedy M występuje ze znakiem dodatnim, a kiedy ze znakiem ujemnym).

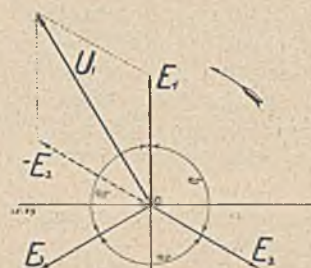
Działania, zachodzące w obwodach prądów zmiennych są znacznie zawilsze od działań w obwodach prądów stałych. Czyż nie jest więc anachronizmem, że na obwodach łatwych do ogarnięcia umysłem operujemy strzałkami, a na zawilych — bez strzałek? POCO te utrudnienia? Przy braku strzałek łatwo przemykają się przeoczenia, wynikają nieporozumienia, powstają niejasności i t. p.

Jako typowy przykład formalistycznego operowania na obwodach prądów zmiennych można przytoczyć obliczenie napięć międzyprzewodowych układu 3-fazowego (rys. 86). Napięcia fazowe E_1, E_2, E_3 rysujemy zwykle w sposób podany na rys. 87. Zakotowane (!) napięcia U_1, U_2, U_3 znajduje się wykreślić, tworząc odpowiednie różnice napięć fazowych:

$$U_1 = E_1 - E_2, \quad U_2 = E_2 - E_3, \quad U_3 = E_3 - E_1.$$



Rys. 86.

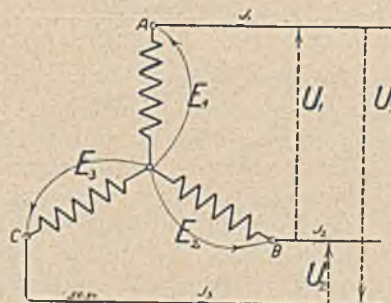


Rys. 87.

Pozwolę sobie zapytać, czem zniewoleni jesteśmy do takiej właśnie konstrukcji? Czemu to właśnie promień E_2 odwracamy i dodajemy do E_1 (i t. d.), a nie odwrotnie?

Bez przyznania prawa obywatelstwa strzałkom kierunkowości napięć nie potrafimy odpowiedzieć na to pytanie!

Oznaczenie w układzie strzałek E_1, E_2, E_3 i U_1, U_2, U_3 w sposób podany na rys. 88 wyjaśnia sprawę



Rys. 88.

natychmiast. Zgodnie z kierunkiem tych strzałek napiszemy (dla poszczególnych kół napięć):

$$\begin{aligned} U_1 - E_1 + E_2 &= 0, \\ U_2 - E_2 + E_3 &= 0, \\ U_3 - E_3 + E_1 &= 0, \end{aligned}$$

Skąd

$$\begin{aligned} U_1 &= E_1 - E_2, \\ U_2 &= E_2 - E_3, \\ U_3 &= E_3 - E_1. \end{aligned}$$

Konstrukcja na rys. 87 odpowiada więc pewnemu określönemu kierunkowi strzałek napięć i te trzeba w układzie wskazać! Inaczej robimy z elektrotechniki zbiór przepisów i recept!

W podanym powyżej zestawieniu wskazano strzałkowanie dla dwu rodzajów wzorów (grupy a i b). Obecnie stosuje się ogólnie pewne wzory z grupy

(a), inne z grupy (b), np. wzory $U_R = JR$, $U_C = \frac{1}{C} \int I dt$ należą do grupy (a), a wzory $E_S = - \frac{dJ}{dt} L \cdot E_S = - \frac{d\Phi}{dt}$ do grupy (b). I tu należałoby

pomyśleć o jednolitości, chociaż przy uzupełnieniu obwodu strzałkami niejasności znikają. Osobiście głosowałbym za tem, aby stosować (celem ćwiczenia) zarówno wzory grupy (a), jak i wzory grupy (b), ale to już dalsza sprawa, nie tak piekącą jak kwestja strzałkowania, którą trzeba przedewszystkiem załatwić.

W zestawieniu podałem obok wzorów ogólnych także wzory umożliwiające przejście na wartości symboliczne (dla prądów sinusoidalnych). Uważam, że tylko w ten sposób należy sprawę traktować. Wypisywanie dla prądów sinusoidalnych wzorów gotowych, lub wyprowadzonych z rozważań o kątach fazowych stwarza niepewność i obciąża niepotrzebnie pamięć.

Początkującemu elektrykowi lepiej trafi do przekonania taki np. wywód:

$$E_S = -L \frac{dJ}{dt} = -L \frac{d(J_m e^{j(\omega t + \alpha)})}{dt} = -j L \omega J_m e^{j(\omega t + \alpha)} = -j L \omega J,$$

niż objaśnienie, że wektor SEM-cznej E_S pozostaje w tyle za wektorem J o 90° i że dlatego:

$$E_S = -j L \omega J.$$

Konstrukcja wykresu winna wypaść z analizy, a nie odwrotnie, wszak o tem, że sinusoida E_S jest przesunięta o ćwierć okresu wstecz¹⁾ względem sinusoidy prądu dowiadujemy się także z analizy (sinusoidami):

$$E = -L \frac{dJ}{dt} = -L \frac{d[J_m \sin(\omega t + \alpha)]}{dt} = L \omega J_m \sin(\omega t + \alpha - \pi/2).$$

Wypisywanie gotowych formuł przy operowaniu metodą symboliczną daje asumpt do formalistycznego traktowania sprawy i zraża do metody. Student asymiluje jedynie całe masy związków pochodnych zamiast nauczyć się je wyprowadzać. Obciąża w ten sposób pamięć, a unika kombinowania. Wystarczy zmienić kierunek wirowania wektorów lub znak w jakimś wzorze (n. p. zamiast

$$E_S = -L \frac{dJ}{dt} \text{ założyć } E_S = +L \frac{dJ}{dt}, \text{ aby powstał}$$

w umyśle jego zamęt niemożliwy do opanowania. Elektrotechnika nie może być nauką formułek również w dziale traktującym o prądach zmiennych. Dobrych elektryków wyszkolimy tylko taką metodą, która umożliwi utrzymanie łączności z fizykalnym znaczeniem różnych związków. Taką łączność stworzyć możemy jedynie zapomocą strzałek. Obojętnym jest, czy do analizy użyjemy np. wzoru $E_S = -L \frac{dJ}{dt}$, czy $E_S = +L \frac{dJ}{dt}$, strzałki bowiem chronią od nieporozumień i w obu przypadkach wskazują dla dodatnich wartości chwilowych końcówkę o wyższym potencjale (stąd przeciwny kierunek obu strzał-

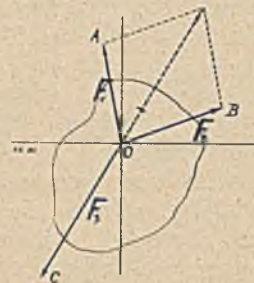
łek dla E_S w poprzednich wzorach). Prof. Klöss skarży się w swej pracy¹⁾, że nawet przy egzaminach doktorskich (z elektrotechniki) kandydaci popełniają błędy w określaniu zasadniczych związków (dla obwodów sinusoidalnych). Przyczyna tego stanu rzeczy leży w obecnym wadliwym systemie nauczania i zmiana na lepsze nie nastąpi prędzej, aż ugruntuje się przekonanie, że strzałki są konieczne nie tylko przy analizie prądów stałych, lecz także przy analizie prądów zmiennych (tu nawet są bardziej potrzebne niż tam!).

Rozwój elektrotechniki szedł głównie w kierunku praktycznego zastosowania, teorię dorabiano do znanych faktów i dlatego to „wszystko się dotychczas zgadzało”. Trudności wyłaniają się jednak natychmiast, gdy zapagniemy choć trochę zboczyć z utworowanej przez innych drogi i rozpoczniemy analizę obwodów skomplikowanych a dotąd nie opracowanych.

3. Promienie jako wektory. Zastępując sinusoidy promieniami, możemy cały szereg zadań rozwiązać wykreślnie przy pomocy konstrukcji geometrycznych bardzo prostych i zazwyczaj łatwych do przeprowadzenia.

Duże podobieństwo między promieniami (E , J , U , Φ i t. d.) a wektorami (np. siły) spowodowało wprowadzenie do elektrotechniki wektorowego sposobu traktowania wielkości sinusoidalnie zmiennych. Najdalej poszedł w tym kierunku Natalis, stwarzając nową interesującą lecz zawiłą metodę operowania na obwodach elektrycznych przy pomocy analizy wektorjalnej²⁾. Samą metodą Natalisa zajmę się przy innej sposobności. Tu pozwolę sobie zwrócić uwagę na ten ważny szczegół, że wektory rzeczywiste (n. p. siły), są jednoznacznie określone przez odcinek kierunkowy, podczas gdy „wektory” wielkości kierunkowej sinusoidalnie zmiennej wymagają jeszcze uzupełnienia w postaci strzałki kierunkowości³⁾.

Uważam, że nazywanie promieni E , J , U , Φ , wektorami, jest niewłaściwym nawyknięciem, które możnaby ostatecznie utrzymać, gdyby nie to, że prowadzi do nieporozumień.



Rys. 89.

Suma np. trzech sił F_1 , F_2 , F_3 , działających na ciało w równowadze (rys. 89) i określonych wektorami \vec{OA} , \vec{OB} , \vec{OC} , jest równa zeru, czyli

$$F_1 + F_2 + F_3 = 0.$$

¹⁾ Cytowana na wstępie praca.

²⁾ Natalis. „Die Berechnung von Gleich-u. Wechselstromsystemen”, Berlin 1924.

³⁾ Przyp. redakcji: „gdyż wektor siły określa wprost jej położenie w przestrzeni, natomiast wektor np. prądu wyraża zmienność jego w obwodzie, niezależnie od przestrzennego kierunku, który tam musi być dodatkowo zaznaczony.

¹⁾ Przy użyciu wzoru $E_S = +L \frac{dJ}{dt}$ o ćwierć okresu wprzód.

Suma trzech promieni prądów sinusoidalnych J_1, J_2, J_3 spływających się w węzle (rys. 90) da zero tylko w tym przypadku, gdy przy sumowaniu tych promieni \vec{OA}, \vec{OB} i \vec{OC} uwzględnimy kierunki strzałek w układzie połączeń. Dla węzła (a) napiszemy (z uwzględnieniem strzałek).

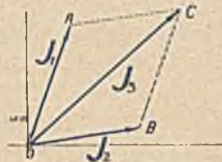
$$J_3 = J_1 + J_2 \quad (\text{rys. 91})$$

Z czego wynika, że

$J_1 + J_2 + J_3 = J_1 + J_2 + (J_1 + J_2) = 2(J_1 + J_2) = 2J_3$ daje podwójny promień J_3 a nie zero. Aby suma J dało zero musimy wstawić J_1 i J_2 ze znakami do-



Rys. 90.



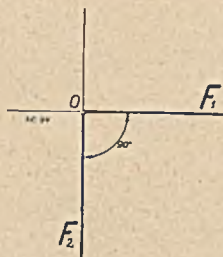
Rys. 91.

datniami, a J_3 ze znakiem ujemnym lub odwrotnie, a więc:

$$J_1 + J_2 - J_3 = 0, \text{ albo } -J_1 - J_2 + J_3 = 0$$

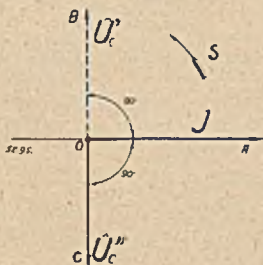
Jak widać, sumowanie wektorów sił (F) i sumowanie „wektorów” prądów (J) nie pokrywają się w zupełności i dlatego działań na promieniach w myśl zasad obowiązujących dla wektorów nie należy polecać. (Metoda Natalisa).

Wynik powyższego porównania rzuca także pewne światło na ogólnie u elektryków zakorzeniony zwyczaj stosowania działań na kątach fazowych. Wektory rzeczywiste zawierają między sobą kąty rzeczywiste. O dwu wektorach siły np. F_1, F_2 (rys. 92)



Rys. 92.

możemy powiedzieć, że zawierają między sobą kąt prosty. To samo możemy powiedzieć także co do dwu promieni np. J i U_c (rys. 93). Ale twierdzenie



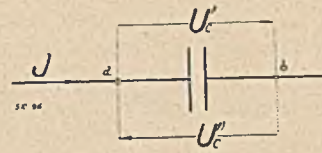
Rys. 93.

dla tego drugiego przypadku, że promień J wyprzedza U_c o 90° (kierunek wirowania promieni wskazuje strzałka S) w tym znaczeniu jak się to ogólnie

nie rozumie (kolejne następstwo maximów dodatnich) jest bez uwzględnienia strzałek kierunkowości niedopuszczalne!

Niech będzie U_c napięciem kondensatora i niech

$$J = J_m \sin(\omega t)$$



Rys. 94.

Dla kierunku strzałki U_c' (rys 94):

$$U_c' = +j / C \omega J, \dots \dots \dots a)$$

zaś dla kierunku strzałki U_c'' :

$$U_c'' = -j / C \omega J. \dots \dots \dots b)$$

Wzór a) daje promień \vec{OB} (U_c') odchyłony względem \vec{OA} (prąd) o 90° na przód, wzór b) daje promień \vec{OC} (U_c'') odchyłony względem \vec{OA} (prąd) o 90° wstecz.

Jakież jest więc „rzeczywiste” przesunięcie fazowe U_c i J ? Czy U_c wyprzedza J , czy jest względem tegoż opóźnione o 90° ? Odpowiedź na to pytanie dać możemy znowu tylko z pomocą strzałek J i U_c .

Dla (a) powiemy, że dodatnie maximum różnicy potencjałów $U_c' = V_b - V_a$ występuje między końcówkami a i b zawsze o czas odpowiadający $\omega t = \pi/2$ wcześniej jak dodatnie maximum prądu

J płynącego w kierunku ab (prąd pojęty jako ruch elektryczności dodatniej).

Dla (b) powiemy, że dodatnie maximum różnicy potencjałów $U_c'' = V_a - V_b$ występuje między końcówkami a i b zawsze o czas odpowiadający $\omega t = \pi/2$ później jak dodatnie maximum prądu J

płynącego w kierunku ab (pojęcie prądu jak wyżej).

Strzałki chronią nas tu znowu od nieporozumień, a równocześnie widzimy, że dotąd zbyt obficie szafowaliśmy przesunięciami fazowymi, bez należytego wnikania w znaczenie tego pojęcia. Z powyższych rozważań wynika, że określenie iż jakiś „wektor” W_1 wyprzedza „wektor” W_2 lub pozostaje za nim w tyle, nie jest jednoznaczne. Operowanie kątami fazowymi bez strzałek, to znowu formalistyka prowadząca do nieporozumień!

Ogół elektryków musi dojść w końcu do przeświadczenia, że wykres promieniowy nie jest wcale wykresem wektorowym, a tylko wykreślnie odwzorowanym zespołem promieni, których końce wskazują punkty odpowiadające liczbom zespolonym (płaszczyzna liczbowa Gaussa).

Promień („wektor”) wielkości sinusoidalnie zmiennej (W) zastępuje tylko liczbę (zespoloną) czyli określa W tylko ilościowo. Jednoznaczność określenia wymaga jeszcze podania kierunku i ten wskazuje strzałka kierunkowości. (Wektor „prawdziwy” np. siły, takiego uzupełnienia nie potrzebuje!)

Kąty fazowe muszą być określane w związku ze strzałkami kierunkowości, a wektorowy sposób traktowania wielkości sinusoidalnie zmiennych bez uwzględnienia strzałek należy uważać za anachronizm, który utrzymuje się dotąd tylko dzięki temu, że wiele obwodów prądu zmiennego technicznie ważnych, ma układy połączeń bardzo proste.

Na takich to obwodach (bez strzałek) prowadzą rozumowania różni autorzy z różnemi, zachwalanemi metodami i nic dziwnego, że święcą tryumfy (np. Natalis). Te same obwody możemy także i dla prądów stałych zanalizować bez strzałek, na tej podstawie nie powiemy przecież, że w obwodach prądów stałych są strzałki niepotrzebne i że wielkości E, J, U, Φ należy traktować jako wektory (jak chce Natalis).

Mogłoby się zdawać jednakże że dla mocy elementu

$$P = UJ$$

analiza wektorowa jest konieczna. (Iloczyn skalarny, iloczyn wektorowy):

$$\begin{aligned} (UJ) &= UJ \cos(\angle UJ) \\ [(UJ)] &= UJ \sin(\angle UJ) \end{aligned} \quad (68)$$

Uważam, że i tu wprowadzanie analizy wektorowej jest najzupełniej zbędne i zaciemnia tylko sprawę.

Jeżeli $W = a + jb$ oznacza dowolną liczbę ze spoloną, a $\hat{W} = a - jb$ liczbę zespoloną sprzężoną z poprzednią, to $\hat{W}\hat{W} = W^2$.

Gdy więc dla jakiegoś elementu obwodu:

$$\hat{U} = U e^{j\psi_u}, \quad \hat{J} = J e^{j\psi_i}$$

to

$$\hat{U}\hat{J} = UJ e^{j(\psi_u - \psi_i)} = UJ e^{j\varphi} = UJ (\cos \varphi + j \sin \varphi) \quad (69)$$

$$\hat{U}\hat{J} = UJ e^{j(-\psi_u + \psi_i)} = UJ e^{-j\varphi} = UJ (\cos \varphi - j \sin \varphi) \quad (70)$$

Zatem

$$UJ \cos \varphi = \frac{\hat{U}\hat{J} + \hat{U}\hat{J}}{2} \quad (\text{moc rzeczywista}) \quad (71)$$

$$UJ \sin \varphi = \frac{\hat{U}\hat{J} - \hat{U}\hat{J}}{2j} \quad (\text{moc urojona}) \quad (72)$$

Wreszcie

$$\hat{U}\hat{J} = UJ \cos \varphi + jUJ \sin \varphi \quad (\text{moc zespolona}) \quad (73)$$

$$UJ = \sqrt{\hat{U}\hat{J} \cdot \hat{U}\hat{J}} = \sqrt{(UJ \cos \varphi)^2 + (UJ \sin \varphi)^2} \quad (\text{moc pozorna}) \quad (74)$$

We wszystkich powyższych wzorach należy traktować poszczególne symbole W algebraicznie (jako liczby zespolone).

Sprawą poprawnego traktowania związków określających moc dla obwodów sinusoidalnych zajmie się w osobnej rozprawie, tu bowiem zabralaby za dużo miejsca. Wskażę tam, że uwzględnienie strzałek kierunkowości pozwala na bardzo proste rozwiązanie całego szeregu zagadnień następujących się przy obliczaniu mocy układów wielofazowych (i przy pomiarach mocy tychże watomierzami). Tu wystarczy stwierdzić że i dla wykresów promieniowych

i wykresalnych sposobów rozważania obwodów sinusoidalnych, układy połączeń muszą być uzupełnione strzałkami kierunkowości, bez względu na to, czy promienie traktujemy (poprawnie) jako odwzorowanie liczb zespolonych na płaszczyźnie liczbowej Gaussa, czy też jako quasi-wektory na podobieństwo wektorów np. siły.

Uwzględniając przy obliczeniu mocy w elemencie obwodu kierunek (kierunkowość) napięcia U i prądu J , możemy w sposób bardzo prosty określić pojęcie „źródła“ i „odbiornika“.

Dla zgodnych kierunków (kierunkowości) strzałek U i J napiszemy

$$P = +U \cdot J \quad (a)$$

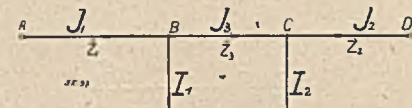
a dla przeciwnie skierowanych strzałek U i J :

$$P = -U \cdot J \quad (b)$$

Jeżeli ze wzorów (a i b) wypadnie po wstawieniu wartości na U i J (z przynależnymi znakami) wartość P dodatnia, odpowiedni element jest źródłem (oddaje energję do obwodu), jeżeli zaś wypadnie P ujemne, element ten jest odbiornikiem (pobiera energję z obwodu). Gdy otrzymamy na P wartość zero, element zachowuje się w obwodzie obojętnie (nie pobiera ani nie oddaje energii na zewnątrz).

Zastosowanie takiej interpretacji iloczynu $P = \pm UJ$ podam oddzielnie.

4. Przykłady praktyczne. a) Obliczyć rozptył prądu w sieci ABCD, zasilanej w punktach A i D a obciążonej w węzłach B i C prądami sinusoidalnemi I_1 i I_2 . Impedancje poszczególnych części są dane $AB = Z_1, BC = Z_3, CD = Z_2$. Różnica potencjałów między A i D jest równa zeru (rys. 95).



Rys. 95.

Aby wskazać, że obliczenie uskutecznione metodą symboliczną dla prądów zmiennych jest najzupełniej jednakowe z analogicznem obliczeniem dla prądów stałych, przeprowadzimy oba równolegle.

1. Prąd stały. Uzupełniamy obwód strzałkami w sposób podany na rys. 95. Wypada zaznaczyć, że strzałki J_1, J_2, J_3 możemy obrać najzupełniej dowolnie, jednakże ze względów praktycznych, ponieważ wiemy, że prądy J_1 i J_2 popłyną ku węzłom B względnie C, orjentujemy J_1 ku B, a J_2 ku C. Odnośnie do J_3 nie wiemy z góry czy prąd ten popłynie w kierunku \vec{BC} czy \vec{CB} , strzałkę J_3 możemy więc zorjentować albo ku węzłowi C lub B (na rys. 95 obrano kierunek \vec{BC}).

Oznacza R_1 — opór AB, R_3 opór BC i R_2 opór CD , to przy uwzględnieniu obranych kierunków strzałek, mamy:

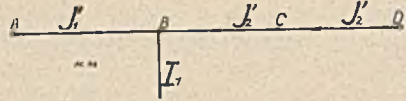
$$\begin{aligned} J_1 R_1 + J_3 R_3 - J_2 R_2 &= 0, \\ J_1 - J_3 - I_1 &= 0, \\ J_2 + J_3 - I_2 &= 0, \end{aligned}$$

Skąd

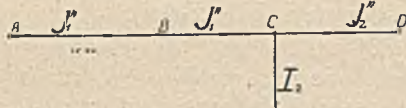
$$J_1 = \frac{I_1 (R_2 + R_3) + I_2 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \dots (75)$$

$$J_2 = \frac{I_1 R_1 + I_2 (R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} \dots (76)$$

$$J_3 = \frac{I_2 R_2 - I_1 R_1}{R_1 + R_2 + R_3} \dots (77)$$



Rys. 96.



Rys. 97.

Wzory te znaleźlibyśmy także zapomocą superpozycji (rys. 96 i 97):

$$\begin{aligned} I_1 &= J_1' + J_2', \\ I_2 &= J_1'' + J_2'', \\ J_1' R_1 &= J_2' (R_2 + R_3), \\ J_1'' (R_1 + R_3) &= J_2'' R_2, \end{aligned}$$

$$J_1 = J_1' + J_1'', \quad J_2 = J_2' + J_2'', \quad J_3 = -J_2' + J_1''$$

Skąd:

$$J_1' = \frac{I_1 (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}, \quad J_2' = \frac{I_1 R_1}{R_1 + R_2 + R_3} \dots (78)$$

$$J_1'' = \frac{I_2 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}, \quad J_2'' = \frac{I_2 (R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} \dots (79)$$

Spadek napięcia od A do B:

$$E_B = J_1 R_1,$$

Spadek napięcia od D do C:

$$E_C = J_2 R_2.$$

Znaczenie strzałek: Wszystkie strzałki (J_1, J_2, J_3) wskazują dla dodatnich wartości J_1, J_2, J_3 kierunek ruchu elektryczności dodatniej, a dla ujemnych wartości kierunek ruchu elektryczności ujemnej.

2). Prąd zmienny. Oznaczone na rys. 95 strzałki J_1, J_2, J_3, I_1 i I_2 pozostawiamy bez zmiany, wskazując tu one będą kierunkowości tych prądów, czyli dla dodatnich rzędnych chwilowych sinusoid J_1, J_2, J_3 kierunek ruchu dodatniej elektryczności.

Zgodnie z poprzednimi równaniami i z uwzględnieniem oznaczonych strzałek prądów, i tu napiszemy,

$$\begin{aligned} J_1 Z_1 + J_3 Z_3 - J_2 Z_2 &= 0, \\ J_1 - J_3 - I_1 &= 0 \\ J_2 + J_3 - I_2 &= 0 \end{aligned}$$

Skąd otrzymamy (analogicznie do poprzedniego):

$$J_1 = \frac{I_1 (Z_2 + Z_3) + I_2 Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \dots (80)$$

$$J_2 = \frac{I_1 Z_1 + I_2 (Z_1 + Z_3)}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \dots (81)$$

$$J_3 = \frac{I_2 Z_2 - I_1 Z_1}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \dots (82)$$

I tu możemy użyć prawa superpozycji, przyjmując:

$$\begin{aligned} I_1 &= J_1' + J_2', & I_2 &= J_1'' + J_2'', \\ J_1' Z_1 &= J_2' (Z_2 + Z_3), & J_1'' (Z_1 + Z_3) &= J_2'' Z_2, \\ J_1 &= J_1' + J_1'', & J_2 &= J_2' + J_2'', & J_3 &= -J_2' + J_1'' \end{aligned}$$

$$J_1' = \frac{I_1 (Z_2 + Z_3)}{Z_1 + Z_2 + Z_3}, \quad J_2' = \frac{I_1 Z_1}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \dots (83)$$

$$J_1'' = \frac{I_2 Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3}, \quad J_2'' = \frac{I_2 (Z_1 + Z_3)}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \dots (84)$$

Widzimy, że w obu przypadkach postępujemy jednakowo i otrzymujemy wzory najzupełniej identyczne (jak być powinno ze względu na to, że w obu przypadkach strzałki są identyczne).

Pozwolę sobie zwrócić uwagę na wzory

$$J_3 = -J_2' + J_1'' \text{ i } J_3 = -J_2' + J_1''$$

które wypadły dla oznaczonego na rys. 95 kierunku (kierunkowości) strzałki J_3 .

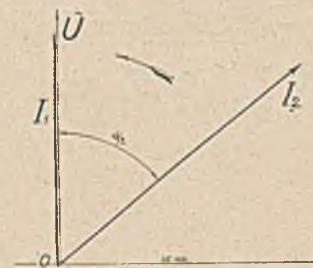
Gdybyśmy strzałkę J_3 obrali przeciwnie (zamiast

\vec{BC} w kierunku \vec{CB}), otrzymalibyśmy

$$J_3 = +J_2' - J_1'' \text{ i } J_3 = +J_2' - J_1''$$

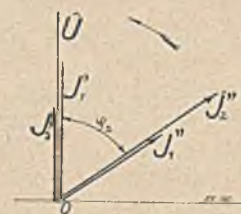
Widać tu dobitnie, że „wektory” J_2' i J_1'' musimy składać z uwzględnieniem kierunku strzałki J_3 . Bez uwzględnienia strzałek wystąpią zaraz trudności i nieporozumienia. Naprzód bowiem nie będziemy wiedzieć czy należy od J_2' odjąć J_1'' czy odwrotnie (a to przecież nie jest wszystko jedno ze względu na wartość i położenie J_3). Następnie możemy snadnie popełnić omyłkę przy określeniu znaczenia wyników. Wykażemy to najjaśniej na wykresach.

Niech U oznacza promień („wektor” napięcia na punktach zasilających A i D, a „wektory” I_1 (obciążenie omowe, $\varphi_1 = 0$) i I_2 (obciążenie indukcyjne o przesunięciu fazowym φ_2) rys 98.



Rys. 98.

Załóżmy, że poszczególne części obwodu mają tylko opory omowe (R_1, R_2, R_3). Składowe $J_1', J_2,$



Rys. 99.

będą więc w „fazie“ z I_1 , a składowe J_1' i J_2'' w fazie z I_2 (rys. 99).

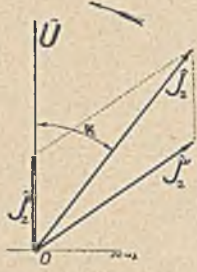
$$J_1' + J_2' = I_1, \quad J_1'' + J_2'' = I_2.$$

W myśl prawa superpozycji będzie

$$J_1 = J_1' + J_1'' \text{ (rys. 100)}, \quad J_2 = J_2' + J_2'' \text{ (rys. 101)}.$$



Rys. 100.



Rys. 101.

Ujawni się, że „wektory“ J_1 i J_2 są przesunięte względem wektora U o kąty fazowe Ψ_1 i Ψ_2 wstecz, jak było z góry do przewidzenia ze względu na obciążenie I_2 .

„Wektor“ J_3 otrzymamy przeprowadzając dla kierunku \vec{BC} strzałki J_3 działanie oznaczone równaniem

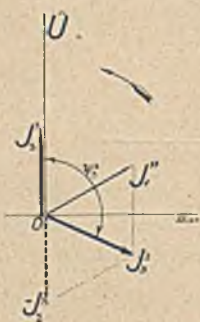
$$J_3 = -J_2' + J_1'' \text{ (rys. 102)},$$

względnie dla kierunku \vec{CB} strzałki J_3 działanie:

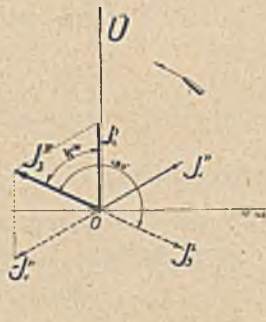
$$J_3 = +J_2'' - J_1' \text{ (rys. 103)}.$$

Z konstrukcji pierwszej wypada, że wektor J_3 I jest przesunięty o kąt φ_3 I wstecz za wektorem U , z drugiej, że wektor J_3 II jest przesunięty względem U o kąt Ψ_3 II naprzód.

Elektryk praktyczny, operujący bez strzałek, dokonawszy konstrukcji podanej na rys. 103 będzie skłonny przypuszczać, że obciążenie indukcyjne I_2 wywołuje w elemencie BC działanie analogiczne do działania kondensatora (przesunięcie fazy prądu J_3 przed napięcie U). Wypada zastanowić się: 1° która z konstrukcyj wskazanych na rys. 102 i 103 jest poprawna i 2° jak je należy pojmować.



Rys. 102.



Rys. 103.

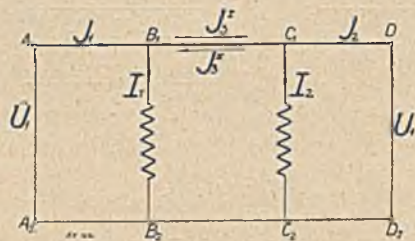
Przy uwzględnieniu strzałek obie konstrukcje są najzupełniej jednakowe tak samo jak jednakowe byłyby wyniki np. $J_3 = +10$ A kierunek \vec{BC} lub $J_3 = -10$ A kierunek \vec{CB} w analogicznym przypadku dla prądu stałego.

Dla wyniku J_3 I strzałka \vec{BC} wskazuje kierunek ruchu elektryczności dodatniej dla wszystkich ujemnej położenia promienia wirującego J_3 I nad osią x-ów. Dla

wyniku zaś J_3 II to samo wskazuje strzałka \vec{CB} , co oczywiście na jedno wychodzi. W obu przypadkach otrzymujemy tę samą wartość max. J_3 (czyli amplitudę sinusoidy J_3) a „wektory“ J_3 I i J_3 II przedstawiają dwa promienie równe sobie, lecz przeciwnie skierowane (zawierają między sobą $\approx 180^\circ$). Ten sam wynik dałoby wykreślne traktowanie sprawy dla prądu stałego (np. „wektor“ $J_3 = +10$ A i „wektor“ $J_3 = -10$ A są promieniami równymi sobie i zawierającymi również $\approx 180^\circ$. Przytem oba padają na oś rzeczywistą x-ów).

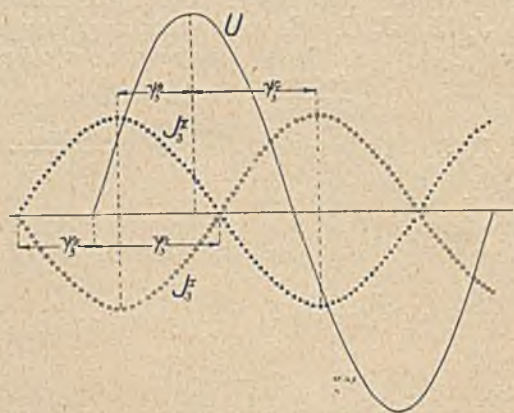
Elektryk praktyczny nie będzie zadowolony z takiego załatwienia sprawy—on wzrósł w ciągłym operowaniu kątami fazowymi i zażąda tu ujęcia sprawy w duchu przesunięć fazowych. Spróbujmy i temu żądaniu uczynić zadość.

Kąt fazowy określa kolejność następstwa w czasie, maximów dodatnich dwu sinusoid przesuniętych względem siebie o ten kąt. Stając na gruncie fizycznym powiemy tak. Napięcie na punktach zasilających $A_1 - A_2$ i $D_1 - D_2$ rys. 104 zmienia się sinusoidalnie w sposób identyczny, to znaczy w tej samej chwili, kiedy między końcówkami A_1 i A_2 rys. 104 występuje max. różnica potencjałów i A_1 jest końcówką dodatnią, jest również dodatnią końcówką D_1 , a między D_1 i D_2 ujawnia się taka sama



Rys. 104.

max. różnica potencjałów. Przebieg zmian U ilustruje sinusoida U (rys. 105). Przebieg zmian J_3 I



Rys. 105.

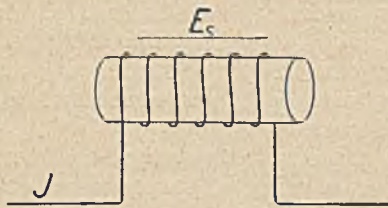
i J_3 II ilustrują dwie sinusoidy przesunięte względem siebie o 180° . Dodatnie maxima sinusoidy J_3 I przypadają o $\approx \Psi_3$ I później od dodatnich maximów U , dodatnie maxima sinusoidy J_3 II o $\approx \Psi_3$ II wcześ-

niej od dodatnich maximów U . Możemy więc powiedzieć tak. Prąd J_3 (pojęty wyłącznie jako ruch elektryczności dodatniej) płynąc w kierunku $B_1 C_1$ osiąga swe maximum o $\Psi_3 I$ później niż napięcie U . Płynąc zaś w kierunku $C_1 B_1$ osiąga swe maximum o $\Psi_3 II$ wcześniej niż napięcie U pojęte jako różnica potencjałów

$$U = V_{A_1} - V_{A_2} = V_{D_1} - V_{D_2}.$$

Chyba jest jasnym, że nie można mówić o przesunięciu fazowym, nie podawszy kierunków dla jakich maxima mają być wyznaczone. Oznaczanie kątów fazowych bez pomocy strzałek jest formalistyką i zostało bezkrytycznie przeniesione z pojedynczego koła prądu, gdzie brak strzałek uzupełniamy sobie w myśli pewnymi wyobrażeniami zastępującymi strzałki. Mówiąc n. p. że wektor SEM-cznej samoindukcji E_s pozostaje w tyle za wektorem prądu J mamy na myśli (a przynajmniej powinniśmy mieć) obraz wskazany na rys. 106.

(„parcie“) wywierane przez $E_s = -L \frac{dJ}{dt}$ w kierunku strzałki osiąga swe dodatnie maximum o 90° później jak wypada dodatnie maximum prądu płynącego w kierunku strzałki J . (Prąd pojmowany tu jako ruch elektryczności dodatniej). Obie strzałki kierunkowości E_s i J są tu zgodnie skierowane i ostatecznie mogą być pominięte w rysunku o ile zachowane są w pamięci. Normalnie jednak dzieje się tak, że zbiegiem czasu zapominamy dla



Rys. 106.

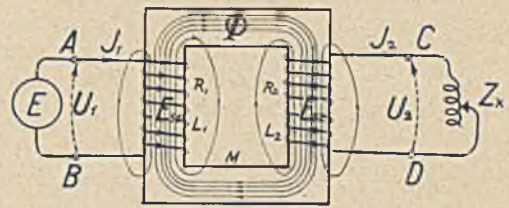
jakich to kierunków odniesienia ważne są przesunięcia fazowe i operujemy kątami fazowymi tak, jak gdyby one nie były wogóle zależne od tych kierunków. Nic dziwnego, że potem w takim zadaniu jak poprzednie (kąt fazowy J_3 względem U) powstać musi niepewność: wyprzedzenie czy opóźnienie? Ewentualny spór jak jest w „rzeczywistości“ wogóle niema sensu, bo J_3 zarówno wyprzedza jak i spóźnia się względem U zależnie od kierunków strzałek U i J_3 . Bez uwzględnienia zaś tych kierunków wyznaczenie przesunięcia fazowego jest niewykonalne.

b) Transformator. Równania różniczkowe transformatora piszemy zazwyczaj w tej postaci:

$$U_1 = J_1 R_1 + L_1 \frac{dJ_1}{dt} + M \frac{dJ_2}{dt} \dots (85)$$

$$0 = U_2 + J_2 R_2 + L_2 \frac{dJ_2}{dt} + M \frac{dJ_1}{dt} \dots (86)$$

Narysujmy dowolnie uzwojenie pierwotne i wtórne transformatora (rys. 107) i oznaczmy kierunkowość U_1 (napięcie źródła zasilającego) i kierunkowość J_1 (prąd pierwotny) strzałkami zgodnie skierowanymi (jak podano na rys. 107). Odpowiednio do



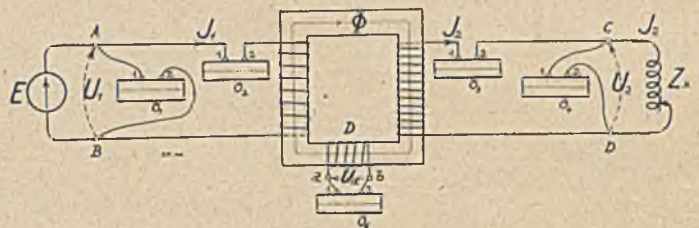
Rys. 107.

układu wzorów (85) i (86) musimy oznaczyć strzałkę kierunkowości J_2 tak, aby odpowiadała zgodnemu kierunkowi strumienia Φ wywołanego przez J_1 i J_2 , przyczem kierunkowość Φ oznaczamy tak samo jak w przypadku prądu stałego (reguła korkociąga zastosowana do J_1 i Φ). Ze względu na skład wzoru (86) i kierunkowość J_2 musimy strzałkę U_2 zorjentować od D do C (patrz rys. 107).

Jak widać więc, wzory podane poprzednio są związane z pewnymi określonymi kierunkowościami poszczególnych wielkości (U_1 , U_2 , J_1 , J_2) i nie można ich wypisywać dla transformatora bez równoczesnego oznaczenia strzałek w układzie połączeń.

Oznaczone w podany powyżej sposób strzałki kierunkowości (na rys. 107), wskazują dla dodatnich ujemnych wyższych niższych wartości chwilowych U_1 i U_2 końcówki o potencjałach, dla dodatnich ujemnych wartości chwilowych J_1 i J_2 kierunki ruchu dodatniej ujemnej elektryczności. Strzałka Φ orjentuje, że dla dodatnich ujemnych wartości chwilowych Φ kierunek strumienia Φ jest $\frac{SN}{NS}$ (patrz zasady oznaczania).

Chcąc doświadczalnie zdjąć przebiegi U_1 , U_2 i J_1 , J_2 należy włączyć jednocześnie (cehowane) oscylografy O_1 , O_2 , O_3 , O_4 w sposób podany na rys. 108. Doświadczalne badanie strumienia Φ moglibyśmy skutecznie przy pomocy oscylografu O_5 włączonego na dodatkowe uzwojenie D w sposób podany na rys. 108.



Rys. 108.

Przy takim włączeniu wszystkich przyrządów, odpowiadają:

- Oscylogram O_1 przebiegowi zmian U_1 (napięcie źródła zasilającego),
- oscylogram O_2 przebiegowi zmian J_1 (prąd pierwotny),
- oscylogram O_3 przebiegowi zmian J_2 (prąd wtórny obciążenia Z_x),
- oscylogram O_4 przebiegowi zmian U_2 (napięcie wtórne),
- oscylogram O_5 przebiegowi zmian U_d (napięcie na cewce dodatkowej);

We wszystkich tych oscylogramach rzędne dodatnie (nad osią czasu) odpowiadają dodatnim wartościom chwilowym, a rzędne ujemne (pod osią czasu) ujemnym wartościom chwilowym. Oscylogram U_1 odpowiada wzorowi (85), oscylogram U_2 wzorowi:

$$U_2 = - (J_2 R_2 + L_2 \frac{dJ_2}{dt} + M \frac{dJ_1}{dt})$$

a oscylogram O_5 (przy wskazanym sposobie uzwojenia D), wzorowi

$$U_d = + Z_d \frac{d\Phi}{dt} \dots \dots \dots (87)$$

gdzie z_d oznacza ilość zwojów cewki „D”.

Zakładając sinusoidalność przebiegów i $\mu = \text{const}$ i uskuteczniając działania wskazane w 85 i 86, znajdziemy:

$$U_1 = J_1 (R_1 + jL_1 \omega) + jM \omega J_2 \dots \dots (88)$$

$$O = U_2 + J_2 (R_2 + jL_2 \omega) + jM \omega J_1 \dots (89)$$

$$U_d = Z_d \cdot j\omega \Phi, \dots \dots \dots (90)$$

Oznaczając,

$$Z_1 = R_1 + jL_1 \omega \dots \dots \dots (91)$$

$$Z_2 = R_2 + jL_2 \omega \dots \dots \dots (92)$$

$$X_m = jM \omega, \dots \dots \dots (93)$$

możemy napisać:

$$U_1 = J_1 Z_1 + X_m J_2 \dots \dots \dots (94)$$

$$O = U_2 + J_2 Z_2 + X_m J_1 \dots \dots \dots (95)$$

Uważajmy napięcie U_1 za promień odniesienia i zastąpmy wszystkie oscylogramy na rys. 108 fazomierzami (cechowanymi). Odpowiedni układ połączeń wskazuje rys. 109. Przypuśćmy, że przy pomocy odpowiednio załączonych woltomierzy i ampe-

Związki te mogą posłużyć następnie do konstrukcji wykresu transformatora, czem zajmiemy się jednak oddzielnie (w pracy p. t. „Nowy wykres transformatora”).

Zakończenie.

Uważam, że mnożenie dalszych przykładów na udowodnienie, że tylko przy uwzględnieniu strzałek można rozważać obwoły prądów zmiennych poprawnie, jest zbędne. Trzeba by tu właściwie przerobić cały dział elektrotechniki, traktujący o prądach zmiennych. Każdy krytycznie usposobiony elektryk przyznać musi, że w roztrząsaniach staliśmy wyłącznie na gruncie fizykalnym. Podany poprzednio sposób oznaczeń jest uogólnieniem zasad przyjętych zdawna dla prądów stałych i może być zastosowany z powodzeniem do wszystkich obwodów o dowolnych układach połączeń, oczywiście z temi samymi zastrzeżeniami jakie obowiązują prawa Kirchhoffa.

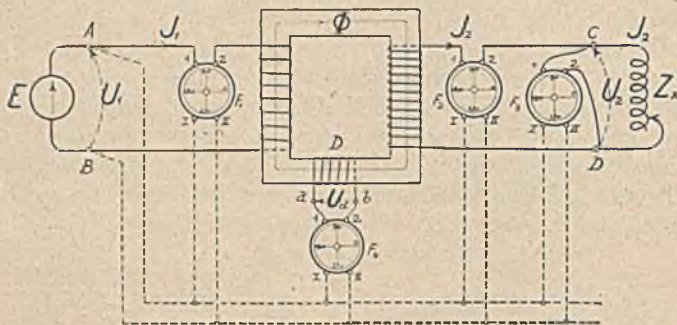
Sprawę strzałkowania wielkości kierunkowych w obwodach elektrycznych uważam za nader ważną i mam pełną nadzieję, że poświęcą jej uwagę ci wszyscy elektrycy, którzy od nauki wymagają czegoś więcej jak formalistycznego traktowania danej gałęzi wiedzy. Sądzę, że także Szanowna Redakcja Przeglądu Elektrotechnicznego nie poskąpi miejsca na przedyskutowanie kwestji, które wymagać będą jeszcze wyjaśnienia.

Początkowo zdawało mi się, że „przeuczanie” się elektryków na przedstawioną tu modłę operowania wymagać będzie dłuższego przeciągu czasu. Próby przeprowadzone ze studentami najwyższego roku Politechniki lwowskiej ujawniły jednakże nieoczekiwany rezultat. Oto studenci operujący poprawnie starą metodą, po zapoznaniu się z nową nie byli w stanie rozwiązywać zadania dwójako t. j. starą i nową metodą, tłumacząc się, że nie mogą w abstrahowaniu od strzałek poprawnie kombinować. Także dyskusja na temat systemu w Warszawie¹⁾ ujawniła, że podane zasady mogą być bardzo szybko przyswojone i spożytkowane. Byłoby pożądanem, aby ostateczne załatwienie sprawy nastąpiło możliwie rychło, wprowadzenie bowiem systemu do nauki szkolnej ochroni rzeszę początkujących elektryków od obecnego balastu, który utrudnia ogromnie naukę elektrotechniki i urabia formalistyczny sposób myślenia.

W szeregu dalszych prac (transformator, układ kaskadowy, moc układu wielofazowego i t. d.) będę się już posługiwał przedstawionym tu sposobem oznaczania, tam więc będzie wskazane rozleglejsze zastosowanie systemu. Szczególnie ciekawe a proste wyniki daje zastosowanie strzałkowania przy obliczaniu mocy w układach wielofazowych oraz przy obliczaniu rozptyłu prądu w gałęziach równoległych, zawierających SEM-czne²⁾. Ze względu jednak na zbyt wielką objętość pracy niniejszej, przykłady te muszą być podane oddzielnie, temwięcej, że wymagają obszerniejszego traktowania.

¹⁾ 10 listopada 1924 r. w gronie profesorów i wykładowców na Politechnice Warszawskiej.

²⁾ patrz: Fryze „Sur le calcul des courants circulants dans les diverses branches d'un réseau de conducteurs. „Revue générale de l'Electricité“ (t. XVII, 1925, str. 955—957).



Rys. 109.

romierzy zmierzylismy wartości skuteczne U_1, J_1, U_2, J_2 . Jeżeli fazomierze F_1, F_2, F_3 wskazują kąty Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3 i przyjmiemy, że dla jakiejś (nieznanej bliżej) chwili czasu promień U_1 pada na dodatni kierunek osi x-ów, to symbolicznie określimy podane wielkości kierunkowe liczbami zespolonemi

$$U_1 = U_1, J_1 = J_1 e^{j\Psi_1}, U_2 = U_2 e^{j\Psi_2}, J_2 = J_2 e^{j\Psi_2}$$

Wartości (skuteczne) U_1, J_1, U_2, J_2 wskazują woltomierze i amperomierze, kąty Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3 fazomierze. Pomiedzy zmierzonymi tak wielkościami U_1, J_1, U_2 i J_2 muszą zachodzić związki, określone wzorami (94) i (95), czyli:

$$U_1 = J_1 e^{j\Psi_1} Z_1 + J_2 e^{j\Psi_2} X_m$$

$$O = U_2 e^{j\Psi_2} + J_2 e^{j\Psi_2} Z_2 + J_1 e^{j\Psi_1} X_m$$

