PRZEGLĄD RADJOTECHNICZNY

ORGAN STOWARZYSZENIA RADJOTECHNIKÓW POLSKICH.

WYCHODZI ŁĄCZNIE Z „PRZEGLĄDEM ELEKTROTECHNICZNYM“ 15-go KAŻDEGO MIESIĄCA.

SPRAWY REDAKCYJNE: Z RAMIENIA KOMITETU REDAKCYJNEGO S. R. P. MJR. K. KRULISZ WARSZAWA, OFIC. SZK. INŻ. NOWOWIEJSKA 54, BUD. H, ZAKŁ. BADANIA, TEL. 252-75, OD GODZ. 11—2.

SPRAWY ADMINISTRACYJNE: „PRZEGLĄD ELEKTROTECHNICZNY“, WARSZAWA, ULICA CZACKIEGO № 5. TELEFON № 90-23

Rok IV. Warszawa, 1 października 1926 r. Zeszyt 15—16.

FILTRY ELEKTRYCZNE.

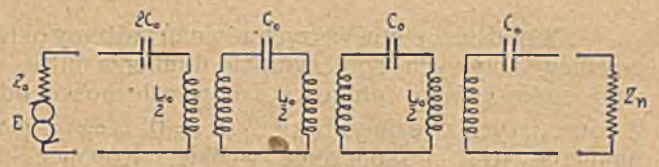
Napisał, mjr. inż. **K. Dobrski.**

(Dokończenie).

5. Zastosowanie teorji do poszczególnych rodzajów filtrów.

Weźmy pod uwagę układ przedstawiony na rys. 15. Jest rzeczą widoczną, iż filtr kondensatorowy przedstawiony na rys. 5-ym stanowi poszczególny wypadek tego filtru.

Nie będzie również przedstawiać żadnych trudności podciągnięcie pod wypadek rozpatrywany i filtru dławikowego lub jakiegokolwiek innego złożonego z ogniw jednorodnych.



Rys. 15.

Żeby było widocznem, w jaki sposób do filtru danego można zastosować teorję ogólną, przedstawmy ten filtr, jak na rys. 16-ym.

W założeniu, iż mamy łańcuch bez strat, otrzymamy dla oporu pojedyńczego ogniwa Z_c oraz dla oporu sprzężenia Z_m następujące wyrażenia

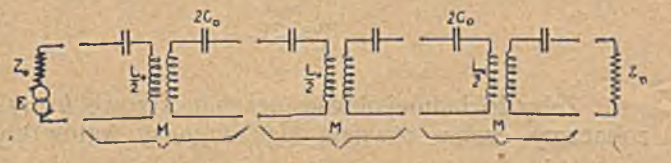
$$Z_c = j\left(\omega L_0 - \frac{1}{\omega C_0}\right) \quad . \; . \; . \; . \quad (24)$$

oraz

$$Z_m = j\omega M \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (25)$$

Zauważmy mimochodem, iż w wypadku filtru dławikowego

$$Z_m = \frac{1}{j\omega C},$$



Rys. 16.

w wypadku filtru o gałęzi poprzecznej, złożonej z indukcyjności i pojemności w szereg,

$$Z_m = j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \text{ i t. d.}$$

Wracając do filtru rozpatrywanego, załóżmy

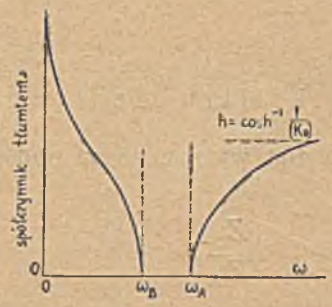
$$M = \frac{k_0 L_0}{2}$$

Przyczem k_0 będzie naogół mniejsze od jedności, dodatnie w wypadku filtrów kondensatorowych, ujemne w wypadku filtrów dławikowych. Wówczas

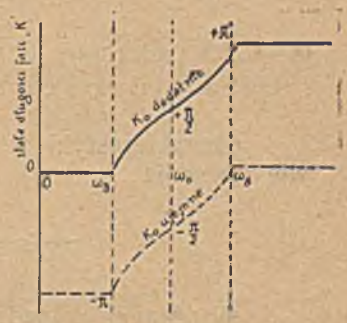
$$Z_m = \frac{j\omega L_0 k_0}{2} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (26)$$

zaś stosunek

$$\frac{Z_c}{Z_m} = \frac{2\left(\omega L_0 - \frac{1}{\omega C_0}\right)}{\omega L_0 k_0} \quad . \; . \; . \; . \quad (27)$$



Rys. 17.



Rys. 18.

Jak wiemy, filtr powyższy będzie przewodził prądy zmienne o pulsacjach, dla których Z_c / Z_m będzie zawarte pomiędzy (-2) i $(+2)$. Zatem częstotliwości graniczne otrzymamy z równania

$$\frac{Z_c}{Z_m} = \frac{2\left(\omega L_0 - \frac{1}{\omega C_0}\right)}{\omega L_0 k_0} = \pm 2 \quad . \; . \quad (28)$$

lub też

$$\omega L_0 - \frac{1}{\omega C_0} = \pm k_0 \omega L_0$$

A więc

$$\omega_A = \sqrt{\frac{1}{L_0 C_0 (1 - k_0)}} = \omega_0 \sqrt{\frac{1}{1 - k_0}} \quad . \; . \quad (29)$$

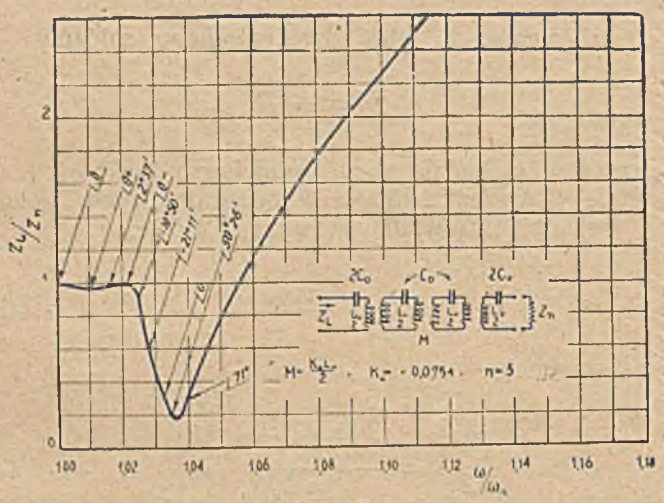
oraz

$$\omega_B = \sqrt{\frac{1}{1 + k_0}} \cdot \omega_0$$

gdzie

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$$

Filtr przedstawiony na rys. 15-ym będzie naogół posiadał tedy dwie częstotliwości graniczne, które odpowiednio do wartości k_0 mogą wzajemnie oddalać się, lub zbliżać i przytem im k_0 będzie mniejsze, tym ω_A i ω_B będą bliższe ω_0 — pulsacji rezonansowej poszczególnego ogniwa, zaś im k_0 będzie większe, tym bardziej ω_A i ω_B będą się od siebie oddalać.



Rys. 19.

6. Charakterystyka tłumienia oraz stałej długości fali filtru idealnego.

Charakterystyki te można wyznaczyć na podstawie równania

$$\cosh \tau = -\frac{Z_c}{2 Z_m}$$

W danym wypadku równanie to można rozbić na dwa następujące:

$$\cosh (h) \cos (k) = -\frac{Z_c}{2 Z_m}$$

oraz

$$\sinh (h) \sin (k) = 0.$$

Dla zakresu pulsacji, dla których $\omega < \omega_B$, $h \neq 0$, a zatem $\sin (k) = 0$, zaś $\cos (k) = 1$. Możemy tedy napisać dla tego zakresu pulsacji

$$\cosh (h) = +\frac{1}{k_0}\left[\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 - 1\right] \quad . \; . \; . \quad (32)$$

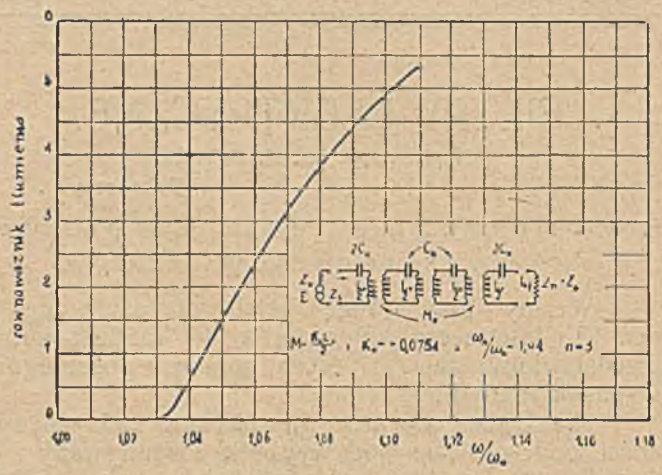
i $k = 0$.

Kiedy ω jest zawarte pomiędzy ω_A i ω_B, $h = 0$, a więc

$$\cos (k) = \frac{1}{k_0}\left[\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 - 1\right] \quad . \; . \; . \quad (33)$$

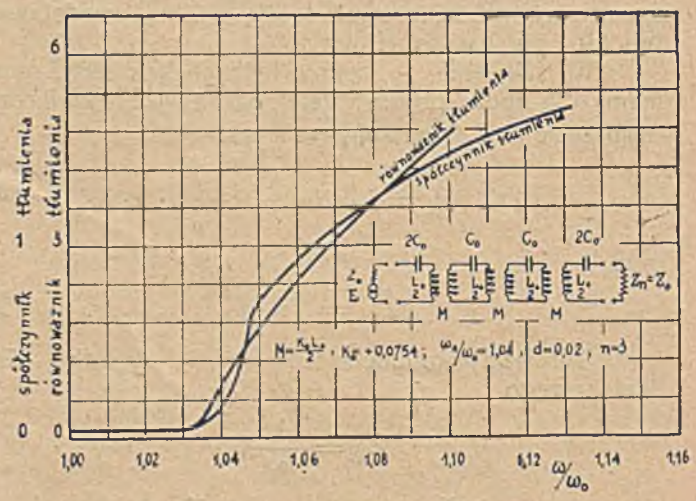
Nakoniec dla pulsacji większych od ω_A — h staje się znowu większem od zera, a zatem $\sin (k) = 0$, zaś $\cos (k) = -1$. Znak $\cos (k)$ jest uwarunkowany przez znak wyrażenia $\left(-\frac{Z_c}{2 Z_m}\right)$, wiedząc jednocześnie o tem, iż $\cosh (h)$ jest zawsze dodatnie. Możemy tedy dla $\omega > \omega_A$ napisać

$$\cosh (h) = \frac{1}{k_0}\left[1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2\right] \quad . \; . \; . \quad (34)$$



Rys. 20.

Na podstawie powyższych równań możemy określić przebieg krzywych spółczynnika tłumienia filtru, oraz jego spółczynnika, długości fali w zależności od ω. Z równań tych widzimy, iż kiedy $\omega = 0$, $h = \infty$, a więc tłumienie jest nieskończenie wielkie. Również kiedy $\omega = \infty$, $h = arc \cosh \frac{1}{k_0}$.



Rys. 21.

Żeby dokładniej określić przebieg krzywej $h = f(\omega)$, zobaczmy czemu równają się tangensy kątów stycznych $\frac{dh}{d\omega}$, przeprowadzonych do tej krzywej w punktach charakterystycznych. A więc

$$\frac{dh}{d\omega} = \frac{\pm 2\,\omega_0^2}{\omega\, k_0 \sqrt[1]{(1/k_0)^2 (\omega_0^2 - \omega^2)^2 - \omega^4}}$$

Kiedy

$$\omega = 0, \qquad \frac{dh}{d\omega} = \sim$$

zatem krzywa tłumienia jest styczna w punkcie nieskończenie dalekim do osi rzędnych. Kiedy

$$\omega = \omega_B = \omega_0 \cdot \sqrt{\frac{1}{1+k_0}}$$

lub też

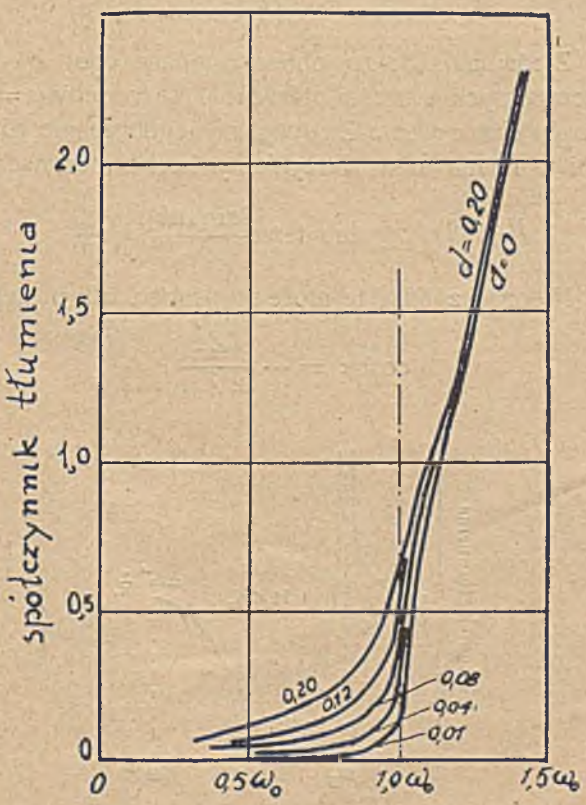
$$\omega = \omega_A = \omega_0 \cdot \sqrt{\frac{1}{1-k_0}}, \qquad \left(\frac{dh}{d\omega}\right) = \sim$$

Zatem krzywa ta dotyka się odciętych w punktach ω_A i ω_B prostopadle. Dla

$$\omega = \sim, \qquad \frac{dh}{d\omega} = 0,$$

a więc spółczynnik tłumienia dochodzi asomptotycznie do swej końcowej wartości. Przebieg krzywej pokazany jest na rys. 17-ym.

Kiedy $k_0 = 0$ obie częstotliwości graniczne ω_A i ω_B schodzą się razem i filtr teoretycznie przewodzi tylko jedną częstotliwość. W miarę jak k_0 rośnie, zakres



Rys. 22.

częstotliwości przewodzonych rozszerza się, a jednocześnie zdolności selekcyjne filtru stają się coraz mniejsze. Kiedy k_0 osiągnie swą wartośc maksymalną i równą jedności, ω_A oddala się do nieskończoności i filtr staje się filtrem kondensatorowym.

Przebieg spółczynnika długości fali możemy określić na podstawie równania 33-go. Rys. 18 przedstawia odpowiednie krzywe w założeniu k_0 dodatniem i ujemnem.

7. Opór charakterystyczny filtru.

Opór charakterystyczny filtru wyraża się wzorem

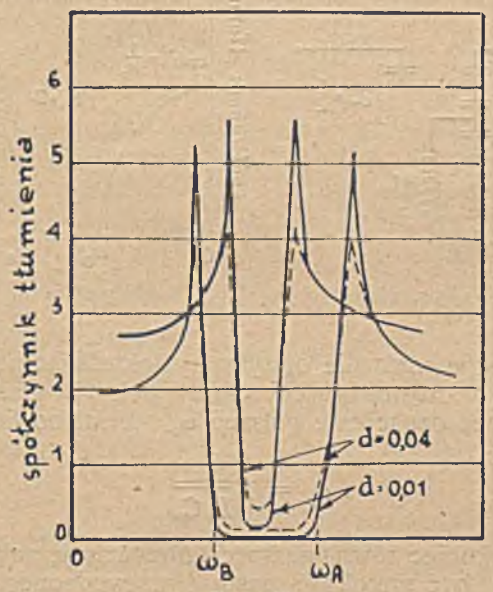
$$Z_s = \pm \sqrt{\left(\frac{Z_c}{2}\right)^2 - Z^2_m} =$$

$$= \pm Z_m \sqrt{\left(\frac{Z_c}{2Z_m}\right)^2 - 1} \quad \ldots \quad (35)$$

W wypadku filtru idealnego opór ten jest rzeczywistym dla pulsacji przewodzonych bez tłumienia, dla których $\left(\frac{Z_c}{Z_m}\right)^2$ jest mniejsze od jedności.

Dla pulsacji tłumionych opór ten jest urojonym. Dla częstotliwości granicznych. dla których

$$\frac{Z_c}{2Z_m} = \pm 1$$



Rys. 23.

opór ten staje się równym zeru. A więc w zakresie częstotliwości przewodzonych opór charakterystyczny filtru zmienia się od zera do zera, przechodząc przez maximum, i jest rzeczywistym.

8. Wyznaczenie stałych filtru.

Filtr w rodzaju rozpatrywanego wyżej posiada trzy stałe $L_0 m$, C_0 i k_0, które należy określić, projektując filtr.

Zazwyczaj, włączając filtr do jakiegoś obwodu dopasowuje się odpowiednio jego opór charakterystyczny do oporu Z_n lub odwrotnie. Ponieważ jednak opór Z_s zmienia się w specjalny sposób w zależności od pulsacji i niekoniecznie w ten sposób jak Z_n, dlatego też opór charakterystyczny filtru dobiera się w ten sposób, aby dla obranej pulsacji np. w wypadku filtru rozpatrywanego dla pulsacji (ω_0) opór ten był, o ile możności, równy oporowi Z_n.

Opór charakterystyczny Z_s można w zależności od ω_0, C_0 i k_0 przedstawić jak następuje:

$$Z_s^2 = -\frac{1}{4}\frac{1}{\omega^2 C_0^2}\left[\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\left\{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\left(1-k_0^2\right)-2\right\}+1\right]$$

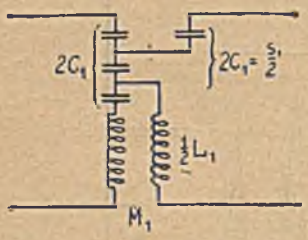
Dla $\omega=\omega_0$ możemy napisać

$$Z_s^2 = -\frac{1}{4}\frac{1}{\omega_0^2 C_0^2}\left[-k_0^2\right] = +\frac{1}{4}\frac{k_0^2}{\omega_0^2 C_0^2}$$

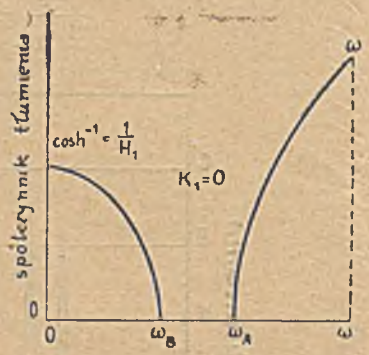
Zatem opór załączony na końcu filtru Z_n powinien być równy powyższej wartości. Oznaczmy tę wartość przez Z_0, wówczas

$$Z_n = Z_0 = \frac{1}{4}\frac{k_0^2}{\omega^2 C_0^2}$$

będzie pierwszem równaniem, wiążącem trzy stałe filtry L_0, C_0 i k_0.



Rys. 24.



Rys. 25.

Drugie równanie otrzymamy, określając położenie w widmie częstotliwości zakresu pulsacji przewodzonych przez oznaczenie pulsacji ω_0. A mianowicie

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$$

Nakoniec równanie trzecie otrzymamy, zakładając, jaka ma być szerokość pasma przewodzonego przez założenie wartości k_0, względnie pulsacji granicznej ω_A lub ω_B.

9. Opór filtru zakończonego odbiornikiem.

Opór ten zgodnie z równaniem 14-ym równa się

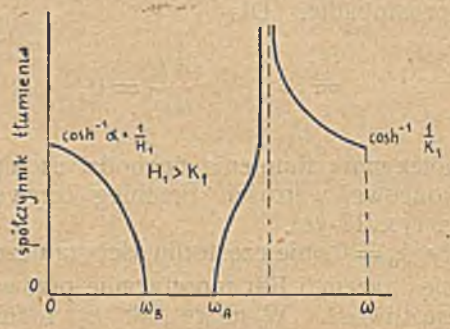
$$Z_L = \frac{Z_n \cosh n\tau + Z_s \sinh n\tau}{\cosh n\tau + \frac{Z_n}{Z_s}\sinh n\tau} \quad \ldots\ldots \quad (38)$$

Dla zakresu częstotliwości przewodzonych opór Z_L można przedstawić, jak następuje

$$Z_L = Z_n\left[\frac{1+\frac{Z_s}{Z_n}jtg(nk)}{1+\frac{Z_n}{Z_s}jtg(nk)}\right] \quad \ldots\ldots \quad (39)$$

A zatem jeżeli Z_n będzie równe Z_0, to znaczy, iż opór charakterystyczny filtru będzie równy przy pulsacji $\omega = \omega_0$ oporowi Z_n, to opór Z_L przy $\omega = \omega_0$ mierzony na początku filtru będzie równy Z_n. Dla pulsacji innych opór Z_L będzie odchylał się naogół od oporu załączonego na końcu filtru odpowiednio do stosunku $\frac{Z_s}{Z_n}$. Naogół można oczekiwać, iż oba te opory Z_s i Z_n będą w pobliżu pulsacji ω_0 posiadały wartości zbliżone, a wtedy opór Z_L będzie mniej więcej w przybliżeniu równy oporowi

$$Z_n = Z_0 = \frac{1}{4}\frac{k_0}{\omega_0^2 C_0^2}$$



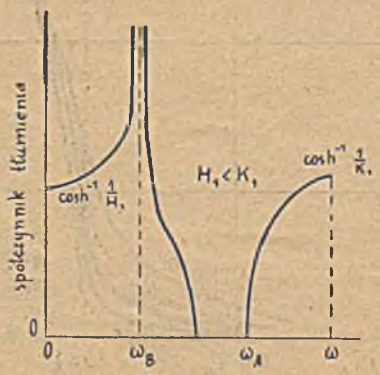
Rys. 26.

Z równania 38-go obliczyć można opór Z_L dla poszczególnych wartości pulsacji ω. Lecz kiedy $\omega = \omega_A$ lub ω_B, $\sinh n\tau$ oraz Z_s stają się jednocześnie równe zeru i w mianowniku otrzymamy liczbę nieoznaczoną

$$jtg(nk)/Z_s \quad \text{lub też} \quad \frac{j\sin(nk)}{Z_s} = \frac{0}{0}$$

Nieoznaczoność tę możemy usunąć, jak następuje

$$\cosh\tau = -\frac{Z_c}{2Z_m}$$



Rys. 27.

a zatem

$$\sinh(\tau) = \sqrt{\frac{Z_c^2}{4Z_m^2} - 1}$$

Lecz

$$Z_s = \pm Z_m\sqrt{\left(\frac{Z_c}{2Z_m}\right)^2 - 1} = \pm Z_m \sinh(\tau)$$

Z drugiej strony dla częstotliwości przewodzonych

$$\sinh(\tau) = \sinh(jk) = j\sin k$$

A zatem

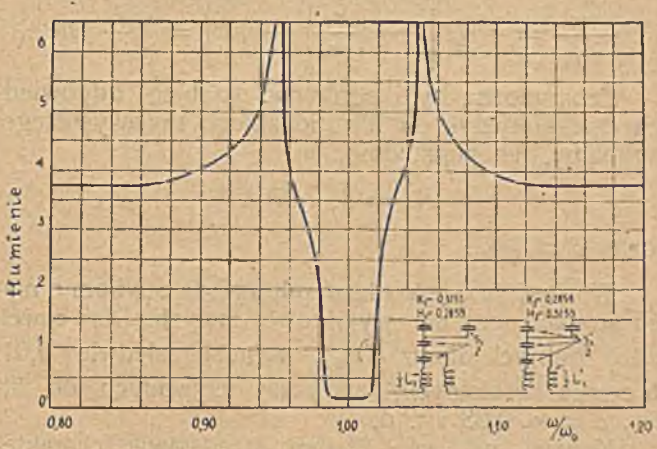
$$j\sin(nk)/Z_s = \pm\frac{j}{Z_m}\cdot\frac{\sin(nk)}{j\sin(k)} =$$

$$= \pm\frac{n\cos(nk)}{\cos(k)}\cdot\frac{1}{Z_m},$$

jeżeli k zbliża się nieskończenie do 0 lub π. W rezultacie równanie (39) możemy napisać, kiedy $\omega = \omega_A$ lub ω_B, jak następuje

$$\frac{Z_L}{Z_n}(\omega = \omega_A \text{ lub } \omega_B) = \frac{\cos(nk)}{\cos(nk) \pm Z_n\dfrac{j\sin(nk)}{jZ_m\sin(k)}} =$$

$$= \frac{1}{1 \pm \dfrac{Z_n}{Z_m}\, n/\cos k} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (40)$$



Rys. 28.

Równanie powyższe zostało wyprowadzone w sposób najzupełniej ogólny i dlatego stosuje się do wszystkich filtrów. Znak + lub — w mianowniku tego równania jest określony przez warunki zagadnienia.

Odpowiednio do równań powyższych wykreślono przebieg krzywej oporu Z_L w zależności od stosunku ω/ω_0. Dla filtru rozpatrywanego, złożonego z trzech ogniw, krzywa ta przedstawiona jest na rys. 19-ym.

10. Równoważnik tłumienia filtru.

Z równań poprzednich mamy

$$I_q = E_0\left[\frac{1}{Z_L}\cosh(q\tau) - \frac{1}{Z_s}\sinh(q\tau)\right]$$

przyczem E_0 oznacza napięcie przyłożone do pierwszego ogniwa filtru. Oznaczamy przez E siłę elektromotoryczną źródła prądu przyłączonego do filtru, zaś jego opór przez Z_0. Jeżeli do pierwszego ogniwa filtru przyłączona jest jakaś sieć przewodów, to zawsze tą sieć możemy zastąpić przez układ prosty, równoważny źródłu prądu o oporze Z_0 i sile elektromotorycznej E.

Wprowadzając do równania poprzedniego zależność

$$E_0 = \frac{ZE_L}{Z_o + Z_L},$$

otrzymamy

$$I_q = \frac{E}{Z_o + Z_L}\left[\cosh(q\tau) - \frac{Z_L}{Z_s}\sinh(q\tau)\right]. \quad (41)$$

Gdybyśmy odbiornik energji przyłączyli bezpośrednio do generatora, to prąd w nim płynący wyniósłby

$$I'_n = \frac{E}{Z_o + Z_n} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (42)$$

Stosunek prądu I_n, jaki popłynie przez odbiornik, kiedy łańcuch iest włączony do obwodu, do prądu I'_n będzie

$$I_n/I'_n = \frac{1 + Z_n/Z_o}{1 + Z_L/Z_o}\left[\cosh(n\tau) - Z_L/Z_s\,\sinh(n\tau)\right] \quad (43)$$

Jeżeli, jak to zwykle ma miejsce, $Z_n = Z_o$, to

$$I_n/I'_n = \frac{2}{1 + Z_L/Z_0}\left[\cosh(n\tau) - Z_L/Z_s\,\sinh(n\tau)\right] \quad (44)$$

Stosunek ten mógłby służyć miarą równoważnika tłumienia, jakie wprowadza do obwodu łańcuch. Wszakże — zgodnie z przyjętym zwyczajem — za miarę równoważnika tłumienia przyjmuje się $lg_e\, I'_n/I_n$. Istotnie, jeżeli poszczególne opory pozorne są tak dobrane, że niema fali odbitej, to $lg\, I'_n/I_n$ wskazuje odrazu liczbę jednostek tłumienia.

Z równania (43) możemy obliczyć równoważnik tłumienia w zależności od ω lub od ω/ω_0. Jedynie dla pulsacji granicznych ω_A i ω_B otrzymamy nieoznaczoność

$$\frac{\sinh(n\tau)}{Z_s} = \frac{0}{0},$$

którą można usunąć w taki sam sposób, jak poprzednio. A mianowicie dla tych pulsacji otrzymamy:

$$\left(I_n/I'_n\right)(\omega = \omega_A \text{ lub } \omega_B) = \frac{2}{1 + Z_L/Z_n}\left[\cos(nk) \pm\right.$$

$$\left.\pm Z_L\frac{j\sin(nk)}{jZ_m\sin k}\right] = \frac{2\cos(nk)}{1 + Z_L/Z_n}\left[1 \pm \frac{Z_L}{Z_m}\frac{n}{\cos(k)}\right] \quad (45)$$

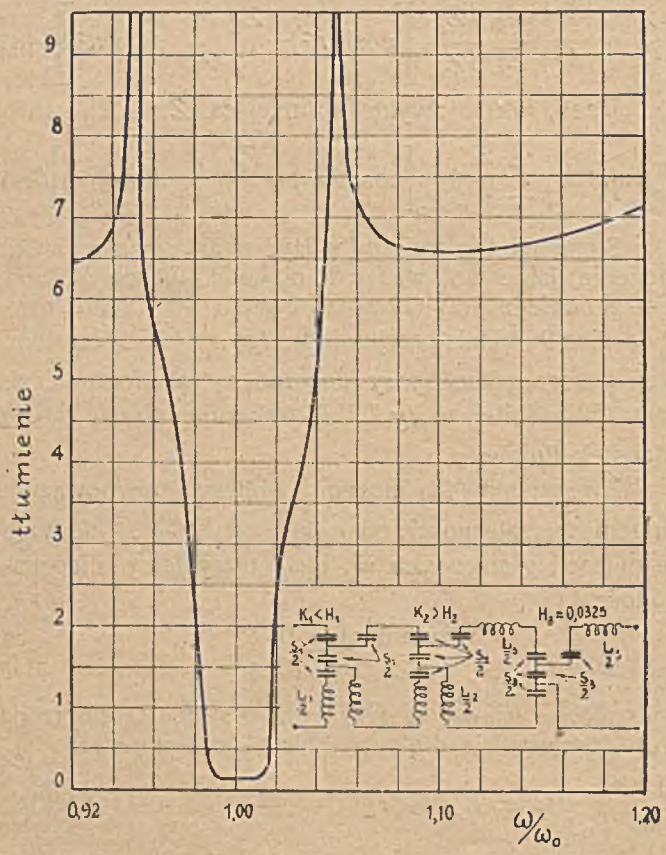
Na podstawie powyższych równań możemy określić krzywą równoważnika tłumienia. Na rys. 20-ym mamy taką krzywą dla filtru rozważanego o trzech ogniwach i spółczynniku sprzężenia $k_0 = +0{,}0754$ w założeniu, iż $Z_n = Z_0 = Z_s$. Krzywa ta — podobnie jak poprzednie — jest wykreślona dla częstotliwości powyżej częstotliwości rezonansowej.

Porównywując rys. 17 i 20 widzimy, że, wyłączywszy punkty w pobliżu częstotliwości granicznych, przebiegi obu krzywych są podobne, a zatem z kształtu jednej krzywej można sądzić o kształcie drugiej. Krzywe te jednak w żadnym wypadku wzajemnie się nie pokrywają, gdyż np. dla $\omega = \sim$, jedna zmierza do

wartości $arc\cosh\left(\frac{1}{k_0}\right)$ a druga do nieskończoności, bowiem i opór Z_L staje się wtedy nieskończenie wielki. Podobnie też krzywe te odchylają się od siebie i w pobliżu częstotliwości granicznych. W pobliżu bowiem tych częstotliwości opór charakterystyczny odbiega znacznie od oporu pozornego odbiornika, dzięki czemu powstaje fala odbita o znacznej amplitudzie. Równoważnik tłumienia równa się iloczynowi spółczynnika tłumienia łańcucha (h) przez ilość ogniw tylko w tym wypadku, gdy niema fali odbitej lub przynajmniej kiedy praktycznie można ją pominąć wobec amplitudy fali idącej od generatora.

11. Charakterystyki łańcuchów rzeczywistych.

Jak widzieliśmy, filtry posiadają własności selekcyjne w wybitnym stopniu, to znaczy, iż dla pewnych



Rys. 29.

pulsacji ich spółczynnik tłumienia staje się równym zeru, tylko wówczas, kiedy opory Z_c i Z_m są urojone. Lecz filtry rzeczywiste zawsze zawierają opory, rozpraszające częściowo energję elektryczną, zamieniając ją na energję cieplną. Otóż jest rzeczą konieczną, projektując filtr, zdać sobie sprawę, w jakim stopniu opory rzeczywiste poszczególnych ogniw filtru wywołują odchylenia charakterystyk rzeczywistych od charakterystyk idealnych.

Można z góry powiedzieć, w jakim kierunku te odchylenia będą miały miejsce. A więc przedewszystkiem ponieważ stosunek $\frac{Z_c}{Z_m}$ nie będzie liczbą urojoną lecz zespoloną, spółczynnik tłumienia (h) nigdy nie będzie równy zeru, ale większy od zera. Z drugiej strony też spółczynnik ten nigdy nie osiągnie nieskończoności, gdyż Z_c nie może się stać nieskończenie wielkiem, ani Z_m równem zeru. Zatem obecność oporów rzeczywistych, lub inaczej mówiąc, istnienie strat energji w filtrach powoduje powiększenie tłumienia tam, gdzie ono było bardzo małem, zaś zmniejszenie tam, gdzie ono było bardzo wielkie.

Przebieg charakterystyki tłumienia dla filtrów rzeczywistych można wyznaczyć na podstawie równania 20-go lub 21-go. Zazwyczaj przy takich obliczeniach przyjmuje się, iż kondensatory nie powodują rozproszenia energji, zaś opór skuteczny cewek zmienia się proporcjonalnie do ω. W tych warunkach można napisać, iż

$$\frac{R}{\omega L} = d,$$

zaś opór cewki indukcyjnej równa się

$$j\omega L + d\omega L = \omega L(j + d)$$

Dla łańcucha rozpatrywanego znajdziemy tedy:

$$Z_c = (d + j)\,\omega L - \frac{j}{\omega C_0}; \qquad Z_m = j\omega L_0 k_0/2,$$

$$\frac{Z_c}{Z_m} = 2/k_0\left[1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 - jd\right] = n + jm$$

Żeby można było porównać przebieg odpowiednich charakterystyk dla filtru idealnego i rzeczywistego, przyjmijmy, jak poprzednio,

$$K_0 = +0{,}0754$$

a dalej $d = 0{,}02$.

Wartość przyjęta dla d odpowiada cewkom o małych stratach lecz nie wyjątkowo małych. Dla cewek bardzo dobrych iloraz $R/\omega L$ wynosi zaledwie 0,01, dla cewek normalnych, zazwyczaj używanych do filtrów, $d = \sim 0{,}03$ i t. d.

Krzywa na rys. 21-tym przedstawia charakterystykę spółczynnika tłumienia dla przyjętego łańcucha rzeczywistego. Krzywa ta odbiega od krzywej analogicznej dla łańcucha idealnego (rys. 17-ty) zwłaszcza w pobliżu częstotliwości granicznych, pozatem przebieg jej jest podobny. W zakresie częstotliwości przewodzonych spółczynnik tłumienia posiada wartość nieco różną od zera.

Rys 22 przedstawia szereg charakterystyk spółczynnika tłumienia dla różnych wartości (d) dla filtru dławikowego. Rys. 23 odpowiednie krzywe dla filtru innego rodzaju.

12. Łańcuchy złożone z różnych ogniw.

Jeżeli mamy łańcuch złożony z nieskończonej ilości jednak owych ogniw, to równoważnik tłumienia pomiędzy dwoma jakiemikolwiek ogniwami równa się iloczynowi spółczynnika (h) przez ilość ogniw zawartą pomiędzy punktami rozpatrywanemi. Takiemuż iloczynowi będzie równać się równoważnik tłumienia, jeżeli łańcuch posiadać będzie skończoną ilość ogniw, lecz będzie zamknięty przez odbiornik o oporze równym oporowi charakterystycznemu łańcucha. A zatem jeżeli mamy łańcuch zbudowany z różnych ogniw, i jeżeli opory charakterystyczne poszczególnych ogniw są jednakowe, to równoważnik tłumienia całego łańcucha

równa się sumie iloczynów spółczynników tłumienia poszczególnych rodzajów odgniw (h^1) przez odpowiednią ilość tych ogniw (n^1), a więc Σ ($h^1 n^1$). Tym sposobem możemy łatwo zdać sobie sprawę z własności dowolnego filtru, utworzonego z różnych ogniw, wyznaczając przebieg krzywej tłumienia, jeżeli tylko dopasujemy do siebie poszczególne rodzaje ogniw w ten sposób, aby ich opory charakterystyczne były jednakowe.

To też tworząc filtr z różnych ogniw, przyjmuje się jako regułę nadanie wszystkim ogniwom jednakowego oporu charakterystycznego.

13. Przykłady.

Weźmy pod uwagę ogniwo przedstawione na rys. 24-tym. Niech wzajemna indukcyjność wynosi tutaj

$$M_1 = \frac{L_1 k_1}{2},$$

oraz, ponieważ obwody te są z sobą sprzężone również elektrycznie, wzajemna elastancja $S_m = 2\, C_1 / H_1$

Wzajemna elastancja jest tutaj określona w sposób analogiczny jak wzajemna indukcyjność. A więc podobnie jak siła elektromotoryczna wzbudzona we wtórnym obwodzie na skutek sprzężenia indukcyjnego wynosi ($j\omega M$), tak też i napięcie wywołane sprzężeniem elektrycznem wynosi $\frac{1}{j\omega S_m}$.

W rezultacie więc jeżeli obwód wtórny będzie otwarty (rys. 24-ty), to napięcie wytworzone na końcach tego obwodu będzie

$$j\omega M I_1 + \frac{I_1}{j\omega S_m} = \frac{1}{2} j I_1 \left(\omega L_1 k_1 - \frac{H_1}{\omega C_1}\right).$$

Możemy tedy dla ogniwa rozpatrywanego napisać

$$Z_{c_1} = j\omega L_1 - \frac{j}{\omega C_1} = j\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right)$$

$$\text{oraz } Z_m = \frac{1}{2} j \left(\omega L_1 k_1 - \frac{H_1}{\omega C_1}\right).$$

Gdybyśmy ogniwo to chcieli połączyć z ogniwem poprzednio rozpatrywanem, to należałoby przyrównać ich opory charakterystyczne.

A więc, oznaczając znakiem O wielkości, odnoszące się do filtru poprzednio rozpatrywanego, otrzymamy:

$$\sqrt{\left(\frac{Z_{co}}{2}\right)^2 - Z_{mo}^2} = \sqrt{\left(\frac{Z_{c_1}}{2}\right)^2 - Z_{m_1}^2}$$

W danym wypadku po podniesieniu do kwadratu mamy

$$\omega^2 L_0^2 - \frac{2L_0}{C_0} + \frac{1}{\omega^2 C_0^2} - \omega^2 k_0^2 L_0^2 = \omega^2 L_1^2 -$$

$$- \frac{2L_1}{C_1} + \frac{1}{\omega^2 C_1^2} - \omega^2 L_1^2 k_1^2 + \frac{2k_1 H_1 L_1}{C_1} - \frac{H_1^2}{\omega^2 C_1^2}$$

Zeby równanie to mogło być spełnione dla wszystkich pulsacji, muszą równać się sobie spółczynniki wyrazów zawierających ω^2 i $\frac{1}{\omega^2}$

A zatem

$$L_1^2 = L_0^2 \cdot \frac{1-k_0^2}{1-k_1^2} \quad \ldots \quad (46)$$

$$C_1^2 = C_0^2 \left(1 - H_1^2\right) \quad \ldots \quad (47)$$

oraz

$$L_0 / C_0 = L_1 \; C_1 \; (1 - k_1 H_1) \quad \ldots \quad (48)$$

A więc

$$\frac{\left(1-k_1^2\right)\left(1-H_1^2\right)}{1-k_0^2} = (1 - k_1 H_1)^2 \quad . \quad (49)$$

Otrzymaliśmy trzy równaia, podczas gdy mamy w ogólnym wypadku do określenia cztery stałe. Jedna stała może być zatem określona dowolnie. Przyjmuje się zazwyczaj stosunek H_1 / k_1, jako dowolny. Stosunek ten określa się odpowiednio do tego, jaki jest w danym wypadku najwygodniejszy przebieg równoważnika tłumienia. Należy więc rozpatrzeć wpływ tego stosunku na przebieg tej krzywej.

Współczynnik tłumienia dla filtru idealnego określa się na podstawie równania

$$\cosh(h) = -\frac{Z_c}{2 Z_m}$$

W danym wypadku

$$\cosh(h) = -\frac{\left(\omega/\omega_1\right)^2 - 1}{\left(\omega/\omega_1\right)^2 k_1 - H_1}; \text{gdzie } \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$$

Mamy teraz cztery następujące wypadki do rozpatrzenia.

1. $H_1 = 0$, to znaczy, iż sprzężenie jest wyłącznie indukcyjne, a więc filtr sprowadza się do postaci rozpatrywanej poprzednio.

2. $k_1 = 0$, to znaczy, iż sprzężenie jest wyłącznie pojemnościowe, a więc filtr staje się dławikowym. Przebieg współczynnika tłumienia tego filtru można wyznaczyć, określając ten współczynnik dla niektórych wartości ω. A więc kiedy $\omega = 0$, $\cosh(h) = + 1/H_1$ to jest $h = arc \cosh\left(1/H_1\right)$, kiedy $\omega = \infty$, $\cosh(h) = \infty$, to jest $h = \infty$ i t. d. Dyskutując wyrażenie $\cosh(h)$ dla rozpatrywanego wypadku moglibyśmy podobnie jak poprzednio wyznaczyć całkowicie $h = f(\omega)$. Krzywa odpowiednia jest pokazana na rys. 25.

3. $H_1 > k_1$, to znaczy, iż filtr posiada zarówno sprzężenie indukcyjne jak i pojemnościowe, lecz z pewną przewagą sprzężenia pojemnościowego. Kiedy $\omega = 0$, $\cosh(h) = 1/H_1$; kiedy $\omega = \infty$, $\cosh(h) = \frac{1}{k_1}$. Kiedy $\left(\omega/\omega_1\right)^2 = H_1/k_1$, $\cosh(h) = \infty$, a więc i $h = \infty$. Ten ostatni warunek może np. służyć dla określenia stosunku H_1/k_1. Rys. 26 przedstawia kształt odpowiedniej krzywej w danym wypadku.

4. $H_1 < k_1$. Kiedy $\omega = 0$, $\cosh(h) = \frac{1}{H_1}$ jak poprzednio. Również kiedy $\omega = \infty$, $\cosh(h) = \frac{1}{k_1}$. Współczynnik h staje się nieskończenie wielkim dla $\omega/\omega_1 = \sqrt{H_1/k_1}$. Ponieważ obecnie H_1 jest mniejszem od k_1, zatem pulsacja ω dla której h staje się nieskończenie wielkiem znajduje się w przeciwieństwie do poprzedniego wypadku w zakresie pulsacji mniejszych od pulsacji przewodzonych bez tłumienia. Krzywa współczynnika tłumienia przedstawiona jest obecnie na rys. 27.

Dla czterech powyższych wypadków częstotliwości graniczne można określić na podstawie równań:

$$\omega_A \text{ lub } \omega_B = \omega_1 \sqrt{\frac{1+H_1}{1+k_1}}; \quad \omega_B \text{ lub } \omega_A = \omega_1 \sqrt{\frac{1-H_1}{1-k_1}}$$

gdzie

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$$

Możemy teraz, łącząc ze sobą różne ogniwa odpowiednio do siebie dopasowane, utworzyć filtr, zadawalniający żądane wymagania. A więc np. łącząc ze sobą ogniwo, dla którego $k = 0$, z ogniwem dla którego $H = 0$, możemy otrzymać filtr, tłumiący w jednakowym stopniu duże i małe pulsacje poza zakresem częstotliwości przepuszczanych bez tłumienia.

Lub też przypuśćmy, że chcemy utworzyć filtr, któryby przepuszczał o ile możności bez tłumienia częstotliwości od 29 700 do 30 300 okresów na sek. Wahania równoważnika tłumienia w zakresie tych częstotliwości mają nie przekraczać 0,2 jednostki tłumienia, natomiast równoważnik tłumienienia poza granicami 29 000 i 31 000 ma być większy od 5 jednostek tłumienia.

Załóżmy, iż filtr poszukiwany będzie utworzony z ogniw wzajemnie do siebie dopasowanych, a więc dla których będą miały miejsce równania 46, 47, 48 i 49. Niech częstotliwość rezonansowa wynosi 30 000. Częstotliwości graniczne muszą znajdować się poza zakresem który, ma być przewodzony, gdyż w tych punktach straty będą już dość duże. Załóżmy tedy $\omega_A/\omega_0 = 1{,}016$.

Wówczas na podstawie równania

$$k_0 = 1 - (\omega_0/\omega_A)^2 = 0{,}0325$$

znajdziemy k_0

Wybierzmy narazie dwa ogniwa i przytem takie, aby ich spółczynnik tłumienia stawał się nieskończenie wielki przy $\omega \sim/\omega_0 = 1{,}05$ dla jednego i przy

$$\omega \sim/\omega_0 = \frac{1}{1{,}05} = 0{,}952$$

dla drugiego. Wówczas dla pierwszego ogniwa

$$\sqrt{H_1/k_1} = 1{,}05; \quad H_1/k_1 = 1{,}105$$

a więc z równania 49

$$k_1 = 0{,}2859 \quad \text{i} \quad H_1 = 0{,}3153$$

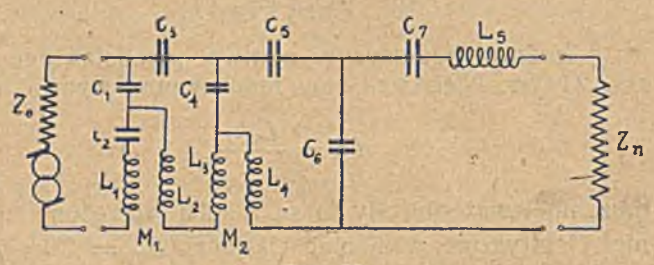
zaś dla drugiego ogniwa

$$k_2 = 0{,}3153; \quad H_2 = 0{,}2859$$

Tłumienie filtru złożonego z obu ogniw będzie się przedstawiać, jak pokazuje rys. 28 przyjmując, iż w danym wypadku $\frac{R}{\omega L} = 0{,}02$.

Z krzywej na rys. 28-ym widzimy, iż filtr dany nie odpowiada wymaganym warunkom, gdyż tłumienie dla częstotliwości poza widmem przewodzonem jest zbyt małe. Zatem do dwuch powyższych ogniw dodamy trzecie, dla którego założymy $\omega \sim/\omega_0 = \sim$. Dlatego $k_3 = 0$, a z równania 49 znajdziemy

$$H_3 = k_0 = 0{,}0325$$



Rys. 30.

Tłumienie trzech ogniw będzie obecnie miało przebieg jak na rys. 29-tym. Przebieg ten zadawalnia postawione założenie. Stałe filtru otrzymanego wynikają z poniższych równań. Przedewszystkiem C_0 i L_0, które wchodzą do równań 46 — 49, określimy na podstawie równań

$$C_0 = \frac{k_0}{2\omega_0 Z_0}$$

a kiedy

$$Z_0 = 600, \quad C_0 = 1{,}437 \cdot 10^{-10} \text{ faradów},$$

$$L_0 = \frac{2 Z_0}{|k_0|\,\omega_0} = 0{,}1958 \text{ henrów}.$$

A w takim razie, korzystając z równań 46 — 49, otrzymamy

$$L_1 = L_0 \sqrt{\frac{1-k_0^2}{1-k_1^2}};$$

$$C_1 = C_0 \sqrt{1 - H_1^2} = 1{,}364 \cdot 10^{-10}\, F$$

$$L_2 = L_0 \sqrt{\frac{1-k_0^2}{1-k_2^2}} = 0{,}2062\, H,$$

$$C_2 = C_0 \sqrt{1 - H_2^2} = 1{,}377 \cdot 10^{-10}\, F$$

Nakoniec

$$L_3 = L_0 \sqrt{1 - k_0^2} = 0{,}1958\, H;$$

$$C_3 = C_0 \sqrt{1 - H_3^2} = 1{,}437 \cdot 10^{-10}\, F$$

Krzywa tłumienia filtru złożonego z 3-ch ogniw pokazana jest na rys. 29-ym, zaś jego postać na rys. 30.

Redaktor: profesor **M. Pożaryski.** Wydawca: w z. Sp. z ogr. odp. inżynier **R. Podoski.**

Druk „A. Michalski" sp. z ogr. odp., Warszawa, Chmielna 27, tel. 27-15.