23

Prof. Dr. inż. STANISŁAW FRYZE

JEDNOSTKI FIZYKALNE I TECHNICZNE

STUDJUM KRYTYCZNE

ORAZ

NOWY SYSTEM OZNACZANIA JEDNOSTEK

ODBITKA Z „PRZEGLĄDU ELEKTROTECHNICZNEGO". ROK 1933.

WARSZAWA — 1933

Sp Akc. Zakl. Graf. „Drukarnia Polska". Warszawa, Szpitalna 12. Tel. 717-98, 772-06 772-22

JEDNOSTKI FIZYKALNE I TECHNICZNE.

STUDJUM KRYTYCZNE ORAZ NOWY SYSTEM OZNACZANIA JEDNOSTEK.

Prof. Dr. Inż. Stanisław Fryze.

Wstęp.

Przy studjowaniu różnych działów fizyki i techniki nabieramy dość prędko przeświadczenia, jak wielkie znaczenie dla nauki i praktyki mają jednostki. Wszak bez jednostek nie można sobie wyobrazić ani obliczeń liczbowych, ani pomiarów wartości różnych wielkości fizykalnych. Od początku rozwoju fizyki nie poprzestawano też na samem tylko określaniu praw przyrody, lecz równolegle poświęcano wiele pracy i trudów także sprawie jednostek. Inaczej być zresztą nie mogło, bo prawa fizykalne muszą być kontrolowane z pomocą pomiarów, a pozatem cała wogóle fizyka i technika wspiera się na obserwacjach pewnych faktów, które w istocie swej wyrażają zależności między wartościami różnych wielkości fizykalnych, a pojęcie wartości przywiązane jest do jednostki.

Przy ogromie pracy, trudów, no i kosztów, jakie pociągnęła dotąd „sprawa jednostek" i przy uwzględnieniu tężyzny umysłowej twórców obecnych systemów, zadziwić musi fakt ogólnego niezadowolenia, jakie przejawia się odnośnie do jednostek na terenie nauki o elektryczności i magnetyzmie. Mimo ustawicznie odnawianych obrad krajowych i międzynarodowych wydaje się, że stan rzeczy odnośnie do jednostek przynależnych do elektromagnetyzmu nie tylko nie ulega poprawie na lepsze, ale przeciwnie, wykazuje nawet dość znaczne pogorszenie, manifestujące się w nowych (wprowadzających zamieszanie) tezach, uchwałach i propozycjach.

Do niedawna wytykano fizykalnym układom elektromagnetycznym CGS tylko niepraktyczność. Dziś czytamy w pismach fachowych, że układy te są bezwartościowe lub nawet błędne. (Literatura podana dalej). Do niedawna uczono, że natężenie pola magnetycznego H i indukcja magnetyczna B, to fizykalnie wielkości tego samego rodzaju; obecnie dowiadujemy się, że jednak w tej sprawie przeważyło odmienne zapatrywanie. Międzynarodowa Komisja Elektrotechniczna (I. E. C.) uchwaliła mianowicie w czasie obrad w Stockholmie 1930, że jednostką natężenia pola magnetycznego (H) ma być „oersted", a jednostką indukcji magnet. (B) „gauss" i że obie te jednostki są różne, bo nawet w próżni H i B, to dwie fizykalnie różne wielkości. Do niedawna nikt z poważniejszych fizyków ani elektrotechników nie wątpił, że równania fizykalne określają związki między wartościami, a nie wielkościami, a jednak w roku 1927 tak poważna instytucja jak AEF w Berlinie (Ausschuss für Einheiten und Formelgrössen Związku Elektrotechników Niemieckich) oświadczyła w swym „Entwurf 30. Schreibweise physikalischer Gleichungen" (ETZ 1927, str. 337) coś wręcz przeciwnego, a mianowicie, że symbole literowe w równaniach fizykalnych należy z reguły traktować jako wielkości. Do niedawna wreszcie „borykaliśmy się" tylko z 3-ma zasadniczymi układami (ES, EM i Gaussa), obecnie forsuje się już nowy 4-ty układ (amper-ohm-centymetr-sekunda), rzekomo jedynie racjonalny, bo oparty na etalonach ampera, ohma, centymetra i sekundy, „oczyszczony" z czynnika 4π oraz uzupełniony spółczynnikami fizykalnemi próżni (Δ stała elektryczna próżni, Π stała magnetyczna próżni).

W powodzi różnych sprzecznych poglądów, uchwał i propozycyj nie można sobie wyrobić należytego zdania w sprawie jednostek bez ugruntowania pewnych kardynalnych pojęć zasadniczych.

Omówienie tych pojęć oraz ustalenie pewnych narzucających się wniosków w sprawie znakownictwa jednostek i pisowni równań fizykalnych, to treść niniejszej pracy *).

I. *Wielkość, wartość, jednostka.*

W fizyce i technice operujemy takiemi pojęciami, jak *wielkość, wartość, jednostka.* Są to pojęcia ogólne, trudne do określenia słowami, niemniej jednak ogółowi fizyków i techników znane. W prostem, ogólnie zrozumiałem ujęciu, moglibyśmy trzy powyższe pojęcia określić jak następuje:

Wielkość jest to pojęcie fizykalne, któremu można przydać wartość i jednostkę. W = W{W

Jednostka jest to wielkość obrana dowolnie dla oznaczenia wartości liczbowej wielkości tego samego rodzaju.

---

*) W pracy niniejszej zastosowana jest w drodze wyjątku pisownia jednostek odmienna od tej, której stale trzyma się Redakcja Przeglądu Elektrotechnicznego zgodnie z zaleceniami Centralnej Komisji Słownictwa Elektrotechnicznego. *Red.*

Wartość jest to liczba wyrażająca stosunek wielkości do jej jednostki. W definicjach tych „obracamy" się około zasadniczego pojęcia, którem jest wielkość fizykalna. Co to jest *wielkość*, wszyscy pojmujemy, jakkolwiek każdy z nas mógłby tu za św. Augustynem powiedzieć: „Dopóki mnie nikt nie pyta — wiem, gdy pytającego mam objaśnić — nie wiem". Kto się zajmuje fizyką, ten wyrabia sobie z czasem poczucie znaczenia takich nazw, jak długość, powierzchnia, objętość, prędkość, siła, moc, praca, energja i t. d. Ogólnie można powiedzieć, że są tó właśnie nazwy różnych *wielkości fizykalnych*, przy pomocy których opisujemy zjawiska obserwowane w przyrodzie.

Skoro mamy ugruntowane w umyśle pojęcie wielkości, to pojęcie jednostki nie powinno już nastręczać żadnych trudności. Jeżeli bowiem wiemy, co to jest np. długość, to odpowiemy „z miejsca", że jednostka długości jest pewną określoną długością i sprawa wydaje się być załatwiona. Pewna trudność wystąpi jednak, gdy uprzytomnimy sobie, że pojęcie jednostki wprowadziliśmy głównie po to, aby móc określić *wartość* wielkości fizykalnej.

Wartość wielkości fizykalnej można jednak określić w dwa różne sposoby:

1) Przez porównanie wielkości z wielkością tego samego rodzaju, przyjętą za jednostkę. (Przykład: określenie długości przy pomocy metra).

2) Z pomocą pewnych praw fizykalnych, które ujmując zależność wartości, przynależnych do kilku różnych wielkości fizykalnych, umożliwiają tem samem określenie wartości jednej z nich, gdy wartości wszystkich innych są znane. (Przykład: określenie wartości prędkości przy pomocy znanych wartości długości i czasu).

Zgodnie z określeniem podanem pod 1) piszemy np.

$$l = 80 \text{ m},$$

wyrażając temsamem, że długość (l) jako wielkość jest równa 80-ciu długościom jednostkowym (m — metra). Odnośnie do drugiego określenia 2) napiszemy:

$$l = 100 \text{ cm}, \quad t = 5 \text{ sek}, \quad v = \frac{l}{t},$$

$$v = \frac{100}{5}\,\frac{\text{cm}}{\text{sek}} = 20\,\frac{\text{cm}}{\text{sek}}.$$

Tu powstaną jednak zaraz kwestje:

a) Czy litera „v" oznacza wielkość, czy wartość, czy więc należy pisać

$$v = \frac{100}{5} \text{ w } \frac{\text{cm}}{\text{sek}}, \text{ czy też } v = \frac{100 \text{ cm}}{5 \text{ sek}} = 20\,\frac{\text{cm}}{\text{sek}}?$$

b) Czy znak $\frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ przedstawia jednostkę prędkości, czy też tylko ma wyrażać do jakich jednostek długości (l) i czasu (t) odnosi się *obliczona, a nie bezpośrednio zmierzona* wartość prędkości „20"?

Sprawą równań fizykalnych zajmiemy się w jednym z dalszych ustępów. Tam też wykażemy, że ściśle biorąc, *równania fizykalne wyrażają tylko zależności między wartościami, a nie między wielkościami fizykalnemi*, oraz postaramy się o usunięcie wynikających stąd trudności w zastosowaniu równań fizykalnych do określenia wielkości. Narazie zaś stwierdzamy, że choć jedynie poprawną pisownię równania fizykalnego na prędkość (ruchu jednostajnego) przedstawia relacja

$$\text{wartość } v = \frac{\text{wartość } l}{\text{wartość } t}$$

to jednak ten stan rzeczy nie przesądza bynajmniej sprawy wyrażania samej prędkości v jako wielkości fizykalnej. Możemy mianowicie *umówić się*, że tak jak znak „m" i nazwa „metr" oznacza pewną określoną *jednostkę długości*, tak też i ów znak $\frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ i ewentualnie nazwa „centymetr na sekundę" może oznaczać pewną określoną *jednostkę prędkości*. Napiszemy zatem

$$l = 100 \text{ m i } v = 20\,\frac{\text{cm}}{\text{sek}}$$

dochodząc w ten sposób do *znaków i nazw prostych* (*m* — metr, *l* — litr, *sek* — sekunda, *g* — gram i t. d.) i do *znaków i nazw złożonych* ($\frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ — centymetr na sekundę, *V/cm* — volt na centymetr i t. d.).

Możemy być różnego zdania, co do tego, czy ogólnie należy dla jednostek tworzyć określone nazwy i znaki, czy też na podobieństwo owych $\frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ należy posiłkować się znakami i nazwami złożonemi. Z powyższego widać jednak, że każdą wielkość można wyrazić z pomocą równości

$$\textit{wielkość} = \textit{wartość liczbowa} \times \textit{jednostka}.$$

W symbolice matematycznej równość tę można przedstawić albo w formie relacji

$$N = \{N\}\ [N] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)^{1)}$$

N — wielkość, $\{N\}$ — wartość liczbowa wielkości N, $[N]$ — jednostka przynależna do wielkości N; lub też celem uniknięcia nawiasu $\{\ \}$ w formie relacji

$$\mathbf{N} = N\ [N] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

$\mathbf{N}$ — wielkość, N — wartość liczbowa wielkości $\mathbf{N}$, $[N]$ jednostka przynależna do wielkości $\mathbf{N}$ (ten sposób oznaczania będzie zastosowany w niniejszej pracy).

W równościach powyższych mamy po prawej stronie iloczyn wartości, czyli liczby i jednostki $[N]$. Wynika stąd, że symbole $\mathbf{N}$ i $[N]$ muszą przedstawiać *wielkości tego samego rodzaju.*

Wynik ten jest zgodny z ogólnie przyjętym sposobem określania jednostek, albowiem każdą jednostkę definjujemy zawsze tak, że *przedstawia ona określoną wielkość tego samego rodzaju, co wielkość, do której przynależy.* Jako przykład mogą tu służyć następujące definicje: Dyna jest to *siła*, która jednostce masy nadaje jednostkowe przyśpieszenie. Amper (międzynarodowy) jest to takie *natężenie prądu* (stałego), przy którem z azotanu srebra wydziela się w sekundzie 1,11800 mg srebra. Jednostka *ES* naboju jest to taki *nabój*, który równy sobie, a odległy o 1 cm, odpycha w próżni z siłą 1 dyny (zakładamy przytem, że oba naboje należy sobie wyobrazić punktowo) i t. d.

---

[1]) To znakowanie jest ogólnie przyjęte w literaturze.

Pojęcie każdej wielkości fizykalnej jest tylko jedno. Jedno jest pojęcie siły, jedno pojęcie naboju elektrycznego i t. d. Dajemy temu wyraz, oznaczając każdą z wielkości fizykalnych jednym tylko symbolem literowym. Np. F — symbol siły, A — symbol pracy, Q — symbol naboju elektrycznego i t. d. Ograniczona liczba liter alfabetu zmusza do użycia tych samych liter dla oznaczenia różnych wielkości fizykalnych, niemniej jednak żaden fizyk lub elektryk nie ma co do tego żadnych wątpliwości, że np. t — czas i t — temperatura to dwie najzupełniej różne wielkości.

Jednostek jednej i tej samej wielkości można stworzyć dowolnie wiele. Skoro jednak pojęcie wielkości jest tylko jedno, a w myśl powyższego, każda jednostka musi być tego samego rodzaju co wielkość do której przynależy, to nie może ulegać żadnej wątpliwości, *iż wszystkie jednostki przynależne do tej samej wielkości fizykalnej muszą być jednorodne z ową wielkością i jednorodne między sobą. Między różnemi jednostkami* $[N]_1$, $[N]_2$, ... $[N]_n$ *przynależnemi do tej samej wielkości* **N** *mogą zachodzić tylko różnice ilościowe, a nie jakościowe*, czyli w myśl (2) musi być

$$\mathbf{N} = N_1\,[N]_1 = N_2\,[N]_2 = \;..N_n\,[N]_n \quad . \; . \quad (3)$$

albo, gdy porównamy jednostki ze sobą

$$[N]_0 = n_1\,[N]_1 = n_2\,[N]_2 = \ldots = n_n\,[N]_n \quad . \quad (4)$$

Zbadajmy, jakie jest ustosunkowanie do powyższego kardynalnego warunku jednostek przynależnych do układów używanych obecnie na terenie nauki o elektryczności i magnetyzmie.

Dla *naboju elektrycznego* utworzono np. następujące jednostki:

Jednostkę elektrostatyczną (znak „jedn. ES naboju"), jednostkę elektromagnetyczną (znak „jedn. EM naboju"), jednostkę Gaussa równą jednostce ES naboju, jednostkę Heaviside'a równą $\frac{1}{\sqrt{4\pi}}$ jedn ES naboju, jednostkę praktyczną naboju (nazwa coulomb, znak C lub amperosekunda znak Asek), amperogodzinę (znak Ah) równą 3600 amperosekundom czyli coulombom.

Nie robiąc żadnych różnic jakościowych między owemi jednostkami napisalibyśmy zgodnie z (3)

$$\mathbf{Q} = 5\,.\,3\,.\,10^{10}\ \text{jedn. } ES \text{ naboju} = 5 \text{ jedn. } EM \text{ naboju} = 5\,.\,3\,.\,10^{10}\sqrt{4\pi} \text{ jedn. Gaussa} = 5\,.\,3\,.\,10^{10}\sqrt{4\pi} \text{ jedn. Heaviside'a} = 50 \text{ coulombów} = 50 \text{ amperosekund} = \frac{50}{3\,600} \text{ amperogodzin}\,^{2})$$

Z równości powyższej wypadłaby nam w myśl (4) następująca relacja dla jednostek:

$$3\,.\,10^{10} \text{ jedn. ES naboju} = 1 \text{ jedn. EM naboju} = 3\,.\,10^{10} \text{ jedn. Gaussa} = 3\,.\,10^{10}\sqrt{4\pi} \text{ jedn. Heaviside'a} = 10 \text{ coulombów} = 10 \text{ amperosekund} = \frac{10}{3\,600} \text{ amperogodzin}\,^{2}).$$

Na przeszkodzie takiemu załatwieniu sprawy stanęło jednak *pomieszanie pojęcia jednostki z pojęciem wymiaru, czyli dymensją jednostki.* Zamiast pisać np .

$$Q = 5\,.\,3\,.\,10^{10} \text{ jedn. ES naboju} \quad . \; . \; . \quad (a)$$

pisano

$$Q = 5\,.\,3\,.\,10^{10}\ \mathrm{cm}^{3/2}\ \mathrm{g}^{1/2}\ \mathrm{sek}^{-1} \quad . \; . \; . \quad (b)$$

Podobnie zamiast pisać np.

$$Q = 5 \cdot \text{jedn. EM naboju} \quad . \; . \; . \; . \quad (c)$$

pisano

$$Q = 5\,.\,\mathrm{cm}^{1/2}\ \mathrm{g}^{1/2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (d)$$

i t. d.

Pozornie może się wydawać, że oba powyższe rodzaje pisowni wyrażają to samo, albowiem w myśl definicji (2) możemy tu położyć

$$\mathbf{Q} = Q\ [Q] \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (e)$$

i traktować symbol **Q** jako wielkość, symbol Q jako wartość, a symbol $[Q]$ jako jednostkę. W wyrażeniu (b) odpowiadałby zatem symbol Q liczbie $5\,.\,3\,.\,10^{10}$, a jednostce $[Q]$ symbol w formie iloczynu potęgowego ($\mathrm{cm}^{3/2}\ \mathrm{g}^{1/2}\ \mathrm{sek}^{-1}$). Podobnie w równości (*d*) wartość Q wyrażałaby liczba „5", zaś jednostka *EM* odpowiadałaby symbolowi w formie iloczynu potęgowego ($\mathrm{cm}^{1/2}\ \mathrm{g}^{1/2}$). W myśl poprzednich rozważań możemy wszak również i odnośnie do jednostek elektrycznych *umówić się*, że symbole potęgowe w ogólnej postaci

$$\mathrm{cm}^{\alpha}\ \mathrm{g}^{\beta}\ \mathrm{sek}^{\gamma}$$

będziemy traktować analogicznie, jak ową jednostkę prędkości $\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sek}}$ t. j. uważać je za *znaki złożone* z symboli jednostek zasadniczych cm, g, sek.

Oczywiście nazwy i znaki jednostek, to sprawa umowy. Trzeba jednak uwzględnić, że w nauce *dopuszczalne są tylko takie umowy, które nie prowadzą do sprzeczności.* Z praktycznych względów należałoby nawet wykluczyć takie oznaczenia, które prowadzą tylko do pewnych dwuznaczności. Otóż już na terenie mechaniki stosowanie *iloczynów potęgowych* $\mathrm{cm}^{\alpha}\ \mathrm{g}^{\beta}\ \mathrm{sek}^{\gamma}$, *jako symboli jednostek, prowadzi do dwuznaczności*, bo w układzie CGS wypada np. dla momentu i pracy ten sam symbol „$\mathrm{cm}^2\,\mathrm{g}\,\mathrm{sek}^{-2}$". Na terenie nauki o elektryczności i magnetyzmie *identyfikowanie symboli jednostek z symbolami dymensyj prowadzi nietylko do wieloznaczności, ale nawet do sprzeczności matematyczno-fizykalnych,* jak to wykażemy w ustępie następnym.

II. Uwagi krytyczne, dotyczące dotychczasowego stanu rzeczy.

Na terenie mechaniki stosują fizycy tylko jeden układ miar, a mianowicie t. zw. system *C G S* i tam ogólnie przyzwyczajono się do niego. Pewnym jednostkom układu *C G S* przydano nawet nazwy powszechnie używane, jak centymetr, gram, sekunda, dyna, erg, nazwy innych urobiono z formuł dymensyjnych, jak „centymetr na sekundę" z cm/sek dla prędkości, „centymetr na sekundę do kwadratu" z cm/sek^2 dla przyśpieszenia i t. d. Czy takie ujęcie nazw i znaków jest właściwe, o tem pomówimy dalej. Tu chcę narazie zwrócić tylko uwagę na tę okoliczność, że trudności, niejasności i różnego rodzaju sprzeczności matematyczne i fizykalne zaobserwowano, odnośnie do jednostek, głównie na terenie nauki o elektryczności i magnetyźmie, z powodu czego też wszystkie zarzuty skierowywano prawie wyłącznie przeciw elektr. i magnet. układom *CGS*.

---

[2]) Amper jako $\frac{1}{10}$ jedn. EM.

W nauce o elektryczności i magnetyzmie są w użyciu 3 układy *CGS*, a mianowicie układ Gaussa, układ elektrostatyczny (*ES*) i układ elektromagnetyczny (*EM*). Pozatem używany jest jeszcze 4-ty układ Lorentza, który powstał z układu Gaussa przez t. zw. racjonalizację, według propozycji Heaviside'a. (Przekształcenia mające na celu częściowe wyeliminowania czynnika 4π).

Ze względu na łączność fizyki z techniką powinniśmy się starać o zachowanie łączności między jednostkami fizykalnemi a technicznemi. Dotychczas łączność ta była w pełnej mierze utrzymana w nauce o elektryczności i magnetyzmie. *Wszystkie dotychczasowe elektryczne i magnetyczne jednostki praktyczne stanowią bowiem wielokrotności jednostek układu elektromagnetycznego (skrót EM).*

W latach powojennych ujawnia się coraz silniejsza tendencja rozluźnienia tego związku. Coraz częściej pojawiają się krytyki dotychczasowych układów fizykalnych *CGS*, t. j. układu Gaussa, układu *ES* i układu *EM*.

Wszystkie dotychczas podniesione zarzuty można streścić w następujących punktach (idąc od najsłabszych ku coraz silniejszym):

1. Dotychczasowe układy fizykalne *CGS* są niepraktyczne w użyciu, bo zawierają iloczyny potęgowe

$$L^{\alpha}\ M^{\beta}\ T^{\gamma},\quad (\mathrm{cm}^{\alpha}\ \mathrm{g}^{\beta}\ \mathrm{sek}^{\gamma})$$

o wykładnikach ułamkowych.

Ten zarzut możnaby odeprzeć oświadczeniem że zamiast pisać np. $\mathrm{cm}^{3/2}\ \mathrm{g}^{1/2}\ \mathrm{sek}^{-1}$ można pisać $\mathrm{cm}^{3/2}\ \mathrm{g}^{1/2}\ \mathrm{sek}^{-2/2}$ i t. d. Wtedy łatwość operowania ułamkami o stałym mianowniku „2" nie ustępuje w prostocie operacjom liczbami całemi.

2. Dotychczasowe układy fizykalne *CGS* są nieporęczne w użyciu praktycznem, *bo jednostki nie mają nazw*, a *znaki tychże w formie iloczynów potęgowych* ($\mathrm{cm}^{\alpha}\ \mathrm{g}^{\beta}\ \mathrm{sek}^{\gamma}$) *są trudne do spamiętania i nader niewygodne.*

Ten zarzut jest całkiem słuszny. Proponuję też w tym względzie własny *ogólny system nazw i znaków jednostek dla wszystkich obecnych systemów jednostek* (patrz dalej „Nowy ogólny system oznaczania jednostek").

3. W użyciu są aż 3 systemy (układy) jednostek (Gaussa, ES i EM). Z tych dwa (ES i EM) wykazują *różne wymiary* (dymensje) dla *tych samych wielkości*, a *jednakowe wymiary dla różnych wielkości*, z powodu czego powstaje zamieszanie i pewne sprzeczności fizykalnej i matematycznej natury.

Napiszmy np. dla naboju elektrycznego w układzie ES

$$Q = 5\ (\mathrm{cm}^{3/2}\ \mathrm{g}^{1/2}\ \mathrm{sek}^{-1})$$

i dla masy magnetycznej w układzie EM

$$m = 5\ (\mathrm{cm}^{3/2}\ \mathrm{g}^{1/2}\ \mathrm{sek}^{-1}).$$

Gdy potraktujemy obie te równości matematycznie, wypadnie nonsens fizykalny

$$\mathbf{Q} = \mathbf{m}$$

nabój elektr. = masie magnet.

Możemy tu wprawdzie powiedzieć, że nie należy czynić porównań między wielkościami wyrażonemi w dwu różnych układach, na zarzut taki znajduje się jednak odpowiedź, że skoro wypisujemy równości

wielkość = wartość $\times$ jednostka,

to nie możemy czynić żadnych zakazów w tym względzie. Zakazy takie oznaczałyby bowiem, iż poza różnicami ilościowemi dopatrujemy się w różnych jednostkach jeszcze jakichś różnic jakościowych, coby zmuszało także do wprowadzenia różnic jakościowych odnośnie do tej samej wielkości wyrażonej w różnych jednostkach. Uznając, że pojęcie wielkości jest tylko jedno, musimy stać na tem stanowisku, że albo pewne wyrażenie jest jednostką i temsamem przedstawia wielkość tego samego rodzaju, co wielkość, do której owa jednostka przynależy, albo, że wyrażenie to przedstawia wielkość innego rodzaju, a w takim razie nie może uchodzić za jednostkę wielkości, o którą chodzi. Jednostką naboju elektrycznego może być tylko nabój, nic innego, bo symbol Q wyraża nabój, a pojęcie naboju jest tylko jedno. Również jednostką masy magnetycznej może być tylko jakaś masa magnetyczna i jedno jest tylko pojęcie masy magnetycznej. Umowa, że jednostkę naboju i jednostkę masy magnet. ma wyrażać ten sam iloczyn potęgowy $\mathrm{cm}^{3/2}\ \mathrm{g}^{1/2}\ \mathrm{sek}^{-1}$ jest zatem niedopuszczalna, bo *to samo wyrażenie nie może być nabojem elektr. i masą magnetyczną*. To samo dotyczy analogicznie wszystkich innych jednostek układu ES i EM.

Pozatem nie lepiej przedstawia się sytuacja w obrębie jednego układu. Np. dla długości wypiszemy w układzie CGS równość $l = 10$ cm, a dla prędkości — $v = 50\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sek}}$. Czy teraz rozszerzymy zakres układu CGS na jednostki ES, czy też na EM, wypadnie dla jednostek elektrycznych:

pojemność (w układzie ES)	$C = 100$ cm
przewodność (w układzie ES)	$G = 50\ \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sek}}$

Albo

indukcyjność (w układzie EM)	$L = 100$ cm
opór (w układzie EM)	$R = 50\ \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sek}}$

i t. d.

Tu już nie wymkniemy się z matni, bo gdybyśmy nawet przyjęli, że w nauce o elektryczności i magnetyzmie ma być stosowany tylko jeden jedyny układ, np. EM, to i tak *nie uchronimy się przed jednakowymi symbolami jednostek formy* $\mathrm{cm}^{\alpha}\ \mathrm{g}^{\beta}\ \mathrm{sek}^{\gamma}$ *dla zupełnie różnych wielkości.*

4. Porównywanie jednostek w formie symboli potęgowych $\mathrm{cm}^{\alpha}\ \mathrm{g}^{\beta}\ \mathrm{sek}^{\gamma}$ jest zgoła niemożliwe, lub prowadzi do sprzeczności matematycznych.

P r z y k ł a d: Jednostka EM naboju jest $3 \cdot 10^{10}$ razy większa od jedn ES, zdawałoby się więc, że można położyć odpowiednio do tego:

$$1 \text{ jedn. EM naboju} = 3 \cdot 10^{10} \text{ jedn. ES naboju}$$

czyli

$$1\ (\mathrm{cm}^{1/2}\ \mathrm{g}^{1/2}) = 3 \cdot 10^{10}\quad (\mathrm{cm}^{3/2}\ \mathrm{g}^{1/2}\ \mathrm{sek}^{-1})$$

Jednakże po uproszczeniu wypada z tej drugiej równości

$$\underline{1 = 3 \cdot 10^{10}\ \mathrm{cm/sek}}$$

czyli prędkość światła równa jedności, czego po pierwsze nie zakładaliśmy ani w układzie ES, ani EM, a po drugie nie rozumiemy.

Mógłby ktoś sądzić, że wynik powyższy ma oznaczać prędkość światła, jako jednostkę prędkości. Ale przecież nikt dla żadnej jednostki nie może kłaść takiej równości. Obraliśmy np. centymetr za jednostkę długości, czy można *dlatego* założyć cm = 1? Co ma oznaczać taka równość? Jest to oczywiście znów równość conajmniej niezrozumiała, od której trzeba się koniecznie uwolnić.

Niektórzy autorzy radzili, aby przy porównywaniu jednostek układu ES i EM uzgadniać wymiary. Według nich należy np. zakładać

$$1\ (\mathrm{cm}^{1/2}\ \mathrm{g}^{1/2})\ \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sek}} = 3 \cdot 10^{10}\ (\mathrm{cm}^{3/2}\ \mathrm{g}^{1/2}\ \mathrm{sek}^{-1}).$$

Wtedy wypada jednak sprzeczność matematyczna

$$1 = 3 \cdot 10^{10}$$

oczywisty dowód błędnej rady.

Analogiczne trudności ujawniają się przy porównaniu wszystkich innych jednostek układu ES i EM. W t. zw. zracjonalizowanym układzie ES, zwanym układem Heaviside'a lub Lorentz'a, oznaczanie jednostek symbolem potęgowym $\mathrm{cm}^{\alpha}\ \mathrm{g}^{\beta}\ \mathrm{sek}^{\gamma}$ koliduje z identycznemi symbolami układu ES. Jednostki obu tych układów mają jednakowe wymiary i tylko różne wielkości i teraz nie wiadomo, co podstawić np. we wzorze

$$Q = 100 \text{ jedn. Heaviside'a}$$

za symbol jednostki, czy $\mathrm{cm}^{3/2}\ \mathrm{g}^{1/2}\ \mathrm{sek}^{-1}$, zgodnie z wymiarem, czy $\frac{1}{\sqrt{4\pi}}\ \mathrm{cm}^{3/2}\ \mathrm{g}^{1/2}\ \mathrm{sek}^{-1}$, zgodnie z prawem Coulomba, które w relacji Heaviside'a ma postać

$$F = \frac{Q_1\ Q_2}{4\pi\,\varepsilon \,.\, l^2}\,.$$

5. Najcięższe zarzuty przeciw elektromagnetycznym układom CGS podnieśli w ostatnich dziesiątkach lat Mie, prof. fizyki uniwersytetu w Greisswald (Niemcy), Pohl, prof. fizyki uniwersytetu w Göttingen, Wallot, prof. politechniki w Berlinie, a ostatnio Weber w Ameryce.

W książce swej p. t. „Lehrbuch der Elektrizität und des Magnetismus" (Stuttgart 1910) odsądza Mie elektr. układy CGS od wszelkiej wartości i powiada, że *należy sobie życzyć, aby je nareszcie wyrzucono „na złom"* (strona 482) [3]. Pohl w swej znakomitej książce p. t. „Einführung in die Elektrizitätslehre" (Berlin 1927) uważa, że odstępstwo od układów CGS nie wymaga specjalnego umotywowania, skoro Mie załatwił już tę sprawę. Cała książka Pohla, podobnie jak i Mie'go, zawiera też jednostki kombinowane z voltów, amperów, ohmów, cm i sek. Ciekawem jest, że ani Mie, ani Pohl nie podają tablic dla jednostek, wskutek czego czytelnik musi się mozolić z przeliczaniem różnych „volt. sekund na centymetr kwadratowy" (jednostka B) na zrozumiałe dla siebie ogólnie używane jednostki układu praktycznego, lub na jednostki układów CGS. Wallot poszedł jeszcze dalej, bo oświadczył całkiem poważnie w swej pracy p. t. „Die physikalischen und technischen Einheiten" (ETZ 1922, zesz. 44 i 46), że fizycy nie potrzebują się zajmować układami, bo on (Wallot) wynalazł taki typ równań fizykalnych, które są ważne dla dowolnych jednostek. (Do tej sprawy jeszcze powrócimy). Weber oświadczył w roku 1932 [4]) co następuje:

a) „Absolutne systemy jednostek" (mowa o wymienionych powyżej) są *nieuzasadnionemi dowolnościami* i muszą być usunięte jako pomyłki (Fehlgriffe).

b) Prawidłowe systemy dymensyjne w nauce o elektryczności i magnetyzmie muszą zawierać nie trzy (jak dotychczas w układach CGS), tylko cztery zasadnicze wielkości.

c) Układ CGS może być zużytkowany tylko w mechanice, w nauce o elektryczności i magnetyzmie wymaga on rozszerzenia.

Oczywiście Weber podnosi także inne zarzuty przeciw układom, nie przynoszą one jednakże nic nowego. Natomiast powyższe trzy punkty Webera byłyby poprostu druzgocące dla dzisiejszych układów, gdyby Weber potrafił dowieść najważniejszego z nich, sprecyzowanego w punkcie (a).

Oczywiście nie poprzestano na samych tylko krytykach układów CGS. Mie dał podwaliny pod nowy układ t. zw. amper-ohm-centymetr-sekunda-system. Za nim poszedł Pohl i Wallot, a ostatnio forsuje się t. zw. układ praktyczny zracjonalizowany, oparty, według Mie'go, na jednostkach zasadniczych volt, amper, centymetr, sekunda, który znalazł silne poparcie w Niemczech i w Ameryce [5]). Pozatem Weber zaproponował dwa ciekawe nowe systemy jednostek (fizykalny i techniczny) [6]). O innych propozycjach, jak Rodewalda [7]), Germani'ego [8]), Brylińskiego [9]) już nawet nie chcę wspominać, aby nie powiększać zbytnio niniejszej pracy. (Bliższe szczegóły znajdzie czytelnik w podanej tu literaturze). Wypada tu tylko nadmienić, że jeszcze w roku 1904 sam Emde podał kilka nowych systemów jednostek, dowodząc niezbicie, że aby uzyskać rzeczywiście praktyczne jednostki, trzebaby zmienić dotychczasowe jednostki amper, volt i ohm, co oczywiście w obecnym stanie rozwoju jest niemożliwe do przeprowadzenia [10]).

III. Układ CGS i dymensje czyli wymiary.

Z powyższego widzimy, że sprawa *znakowania jednostek* nie może być zbagatelizowana. Nawet tych kilka przykładów, które podaliśmy powyżej, wystarcza do zakwestjonowania umowy, na mocy której iloczyny potęgowe

$$\mathrm{cm}^{\alpha}\ \mathrm{g}^{\beta}\ \mathrm{sek}^{\gamma}$$

---

[3]) W oryginale niemieckim: „...dass es zu wünschen wäre, wenn man die alten s. g. absoluten Einheiten endlich einmal zu alten Eisen würfe".

[4]) Wykład w „American Institute of Electrical Engineers", Providence, R. I, w dniu 4 maja 1932, referat przed „American Physical Society". Washington, w dniu 30 kwietnia 1932.

[5]) A. Kennelly (prof. uniwersytetu Harvarda) „Magnetic-Circuit Units", Trans, A. I. E. E., 1930, tom 49, str. 486 i Revue générale de l'Electricité, 1930, tom 28, str. 913 (Kennelly porównuje układy CGS i wskazuje na prostotę wzorów wypisanych w nowym zracjonalizowanym układzie praktycznym).

[6]) E. Weber „Ein Vorschlag zur Lösung des Problems der elektr. Einheitensysteme" E. u. M., 1933, styczeń, zeszyt 4-ty, str. 49.

[7]) E. u. M., 1931, str. 895.

[8]) Rev. Gén. de l'Electricité, 1931, str. 781.

[9]) Rev. Gén. de l'Electricité, 1932, str. 39.

[10]) Emde, ETZ, 1904, str. 432.

miałyby być traktowane jako symbole jednostek. *Umowa taka nie da się utrzymać dla całego terenu fizyki, bo prowadzi do dwuznaczności i sprzeczności fizykalnych i matematycznych.* Musimy ją ograniczyć do terenu mechaniki, gdzie stosunkowo wprowadza tylko niewielkie trudności (gram — masa, gram — ciężar, $cm^2 g\, sek^{-2}$ — moment, $cm^2 g\, sek^{-2}$ — praca), choć i tam przydałaby się sanacja.

Wypada zapytać, co skłoniło fizyków do stworzenia układu CGS, z którym na terenie nauki o elektryczności i magnetyzmie tyle jest kłopotów. Na pytanie to nie trudno odpowiedzieć. Przy określaniu jednostek chodzi nietylko o definicje tychże, lecz także o t. zw. *miary*, czyli materjalną realizację jednostek. Centymetr jest fizykalną jednostką długości, miarą tej jednostki jest $\frac{1}{100}$ odcinka oznaczonego dwiema kreskami na międzynarodowo ustalonym wzorcu, czyli etalonie metra, przechowywanym w Sèvres pod Paryżem. Gram jest jednostką masy, miarą tej jednostki jest $\frac{1}{1\,000}$ masy międzynarodowo przyjętego *wzorca kilograma* przechowywanego również w Sèvres pod Paryżem. Otóż tylko niewiele jednostek można w ten sposób zrealizować w *formie materjalnych miar jednostkowych*, czyli wzorców [11]. Już przy prędkości natrafilibyśmy na niepokonane trudności w tym względzie, cóż dopiero mówić o wzorcach takich jednostek, jak dyna, erg i t. d. Pozatem trzeba sobie zdać sprawę z tego, że wykonanie wzorców z bezwzględną dokładnością jest niemożliwe i że zatem, w miarę powiększania liczby wzorców, zwiększamy liczbę źródeł błędów w pomiarach precyzyjnych.

Powyższe zmusza do wyznaczania wartości bardzo wielu wielkości fizykalnych z pomocą *pomiarów pośrednich* przy użyciu tylko kilku jednostek wzorcowych, przynależnych do kilku podstawowych wielkości. Na terenie mechaniki przyjęto za takie jednostki podstawowe centymetr, gram i sekundę. Inne jednostki określono przy pomocy tych trzech na zasadzie pewnych praw fizykalnych, przyjętych za *prawa definicyjne*. Tak np. za definicyjne równanie prędkości przyjmujemy wzór $v = \frac{dl}{dt}$ i stąd wywiedziony jest znak jedn. prędkości $\frac{cm}{sek}$, za *definicyjne równanie przyśpieszenia* uważamy wzór fizykalny $\gamma = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 l}{d t^2}$ i stąd znak jednostki przysp. $\frac{cm}{sek^2}$. Jako *definicyjne równanie siły* służy wzór fizykalny $F = m \,.\, \gamma = m \frac{d^2 l}{d t^2}$ i stąd znak jedn. siły $cm\; g\; sek^{-2}$ i t. d.

W mechanice definicje różnych wielkości zostały ogólnie przyjęte i mimo, że np. w statyce siły, wyrażające pewne naprężenie elastyczne, nie mają nic wspólnego z masą i przyśpieszeniem, to jednak podaną powyżej definicję siły zatrzymujemy, bo wyobrażamy sobie, że gdyby np. jakaś statycznie działająca siła mogła spowodować ruch jakiejś masy materjalnej *m*, to ruch tej masy odbyłby się w próżni i zdala od wszelkich innych ciał z przyśpieszeniem $\gamma = F/m$, a więc odpowiednio do definicji siły.

Było to niewątpliwie wielką zasługą Gaussa (1832) i Webera (1846), że opracowali zasady analogicznego systemu jednostek dla wielkości elektrycznych i magnetycznych w postaci t. zw. *układu absolutnego CGS*. Zastosowanie bowiem tego układu umożliwiło sprowadzenie miar elektrycznych i magnetycznych do miar zasadniczych, używanych w mechanice, a mianowicie do jednostki długości (cm), masy (gram) i czasu (sekunda), wskutek czego odpadła konieczność tworzenia nowych wzorców elektrycznych i magnetycznych bynajmniej nie łatwych do wykonania [12].

Przy tworzeniu jednostek układu CGS za podstawę służyła *teorja t. zw. wymiarów, czyli dymensyj*. Teorja dymensyj poucza, że dla *n* wielkości fizykalnych *A, B, C, D ... N*, związanych wzajemnie *k* niezależnemi równaniami fizykalnemi, da się przy $n > k$ każda z tych wielkości (ściśle wartości) wyrazić *w najprostszej zależności* iloczynem potęgowym ogólnego kształtu

$$N = A^\alpha B^\beta C^\gamma \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

w którym *A, B, C* przedstawiają $n - k$ dowolnie obranych wielkości zasadniczych (ściśle wartości), a α, β, γ wykładniki w formie liczb całkowitych względnie ułamkowych (Tak zwany Π — Teorem [13]).

Iloczyn potęgowy (5) nazwano — jak wiadomo — dymensją (wymiarem) wielkości *N*, skąd pisownia

$$\dim N = A^\alpha B^\beta C^\gamma \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

Z (6) wynika relacja

$$\dim [N] = [A]^\alpha [B]^\beta [C]^\gamma \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

gdzie symbole [*N*], [*A*], [*B*], [*C*], oznaczają jednostki własne, przynależne do wielkości *N, A, B, C*.

Wielkości *A, B, C*, od których uzależnione są w powyższy sposób wszystkie inne wielkości, nazywamy *podstawowemi;* ich jednostki [*A*], [*B*], [*C*] noszą nazwę *jednostek podstawowych*.

W układzie CGS podstawowe wielkości stanowią długość *L*, masa *M* i czas *T*, a podstawowe jednostki cm, g, sek. Dla układów CGS będzie więc według (6) i (7)

$$\underline{\dim N = L^\alpha M^\beta T^\gamma} \; . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$

$$\underline{\dim [N] = cm^\alpha g^\beta sek^\gamma} \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

Iloczyny potęgowe w relacji

$$cm^\alpha \; g^\beta \; sek^\gamma$$

nie przedstawiają jednostek, tylko dymensje jednostek. Jakiekolwiek np. naboje obierzemy za jednostki, zawsze będą to tylko naboje, a więc wielkości tego samego rodzaju, co **Q** w wyrażeniu

$$\mathbf{Q} = Q\,[Q]$$

---

[11]) O trudnościach, jakie sprawiało wykonanie etalonów elektr. czytaj „Die Enstehung der internationalen Masse der Elektrotechnik", Jaeger, 1932.

[12]) Konieczności nie należy mięszać z potrzebą. W praktyce pomiarowej istnieje potrzeba wielu miar w formie materjalnych jednostek, te jednakże można ustalać z pomocą t. zw. pomiarów absolutnych według jednostek długości, masy i czasu.

[13]) Bridgman-Holl „Theorie der physikalischen Dimensionen" 1932, wyd. Teubnera. (Jest to niemieckie tłómaczenie Holl'a znakomitej pracy o dymensjach Bridgmana, prof. fizyki uniwersytetu Harvarda w Ameryce.

Układów opartych na wymiarach (dymensjach) można stworzyć nieskończenie wiele i to tak, że dla jednej *i tej samej wielkości wyjdą różne wymiary, a więc i różne iloczyny potęgowe dla odnośnych jednostek.* Jako przykład służyć tu mogą relacje:

$$\dim Q = L^{3/2} M^{1/2} T^{-1},$$

skąd $\dim [Q] = \mathrm{cm}^{3/2} \mathrm{g}^{1/2} \mathrm{sek}^{-1}$, (Układ ES),

$$\dim Q = L^{1/2} M^{1/2},$$

skąd $\dim [Q] = \mathrm{cm}^{1/2} \mathrm{g}^{1/2}$ (Układ EM).

Nieporozumienia i sprzeczności, na jakie natrafiamy odnośnie do jednostek na terenie nauki o elektryczności i magnetyzmie, mają swe główne źródło w tem, że *pomięszano pojęcie jednostki z pojęciem dymensji*, a pozatem, że dymensje jednej i tej samej wielkości wywiedziono z kilku różnych praw fizykalnych.

Różnica między symbolem dymensyjnym, a symbolem jednostki jest ta, że na czynnikach symbolu dymensyjnego w formie iloczynu potęgowego dopuszczamy działania matematyczne, podczas gdy symbol jednostki stanowi niezmienną całość. Kładąc np. dla prawa Coulomba

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{\varepsilon \cdot l^2}, \quad \dim F = \frac{\dim Q \cdot \dim Q}{\dim \varepsilon \cdot \dim l^2}$$

i podstawiając $\dim Q = L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$,

$\dim \varepsilon = 1$, $\dim l^2 = L^2$, otrzymamy

$$\dim F = \frac{(L^{3/2} M^{1/2} T^{-1})^2}{L^2} = L \cdot M \cdot T^{-2} \text{ (wymiar siły)}$$

skąd $\dim [F] = \mathrm{cm\ g\ sek}^{-2}$ (wymiar dyny).

Z początku zdawano sobie widocznie sprawę z różnicy, jaka zachodzi między jednostką a jej symbolem dymensyjnym, bo nawet dla jednostki prędkości $\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sek}}$ proponowano nazwę „velo". Velo przepadł jednak w niepamięci, a dla jednostek ES i EM wogóle nie pomyślano o nazwach. (Dopiero w roku 1930 w Stockholmie uchwalono nazwy „gilbert" dla jedn. EM napięcia magnetycznego, „oersted" dla jedn. EM natężenia pola magnet., „gauss" dla jedn. EM indukcji magnet. oraz „maxwell" dla jednostki EM strumienia magnet.). Brak nazw i znaków jednostek elektrycznych i magnetycznych spowodował, że ogólnie przyjęła się pisownia wielkości w postaci równości

$$\mathrm{N} = N\ (\mathrm{cm}^{\alpha}\ \mathrm{g}^{\beta}\ \mathrm{sek}^{\gamma})$$

która doprowadziła właśnie do sytuacji omówionej w ustępie II-gim.

Elektrotechnicy wyzwolili się dość dawno od bałamutnego identyfikowania jednostek z ich wymiarami. Przy sposobności tworzenia własnych praktycznych jednostek, wprowadzono dość wcześnie nazwy i znaki dla ważniejszych jednostek: C — coulomb, A — amper, V — volt, Ω — ohm, W — watt i t. d. Zdawało się, że w ten sposób przynajmniej sprawa znakownictwa jednostek praktycznych została definitywnie ustaloną i że z biegiem czasu do obecnych nazw i znaków będą tylko dodawane nowe znaki i nazwy dla tych jednostek, które jeszcze z braku innych oznaczeń wypisywano w starej formie iloczynów potęgowych z opuszczeniem wykładników potęgowych. Np.:

$\Psi = 30 \cdot \mathrm{c\,g\,s}$, (strumień elektryczny)

$D = 50 \cdot \mathrm{c\,g\,s}$, (indukcja elektryczna).

Tem więcej musi zatem dziwić, że zganiwszy układy CGS, także i elektrotechnicy popadają w stary błąd fizyków i w miejsce dotychczasowych, co dopiero uchwalonych nazw jednostek magnetycznych (gilbert, oersted, gauss, maxwell), usiłują wprowadzić (w nowo forsowanym t. zw. „zracjonalizowanym" układzie praktycznym) tego rodzaju kombinacje, jak $\frac{\mathrm{amper}}{\mathrm{cm}}$ dla H, $\frac{\mathrm{volt\ sek}}{\mathrm{cm}^2}$ dla B, volt sek dla Φ i t. d. *Kombinacje te to bowiem znów nic innego, jak tylko znaki dymensyjne odnośnych jednostek w nowym układzie volt — amper — cm — sek.*

Znów nikt nie zwraca uwagi na konsekwencje wypływające z takich oznaczeń. Konsekwencje w nowym układzie są zaś mniejwięcej tego samego rodzaju, co w dotychczasowych układach CGS, a mianowicie, że *różne wielkości otrzymują jednakowo oznaczone i co gorsza jednakowo nazwane jednostki.* Tak np., gdy wprowadzimy dla natężenia pola magnet. (H) jednostkę $\frac{\mathrm{amper}}{\mathrm{cm}}$ w miejsce świeżo uchwalonego oersteda, wypada, jako jednostka napięcia magnetycznego (U_m), amper, czyli taka sama jednostka, jak dla natężenia prądu. Jednostką strumienia elektrycznego ma być amperosekunda, czyli taka sama jednostka, jak dla naboju elektrycznego. Joule ma być jednostką pracy i równocześnie jednostką momentu mech. i t. d.

Powyższe nazwy i znaki wywodzą racjonaliści wprost z równań fizykalnych, pouczając błędnie, że symbole literowe w równaniach fizykalnych oznaczają wielkości, nie wartości, a jako klasyczny przykład podają trywialny wzór na prędkość

$$v = \frac{l}{t}$$

Gdy w tym wzorze podstawimy np. $l = 100$ cm i $t = 5$ sek, otrzymamy

$$v = \frac{l}{t} = \frac{100\ \mathrm{cm}}{5\ \mathrm{sek}} = 20\ \mathrm{cm/sek}$$

Gdy zaś podstawimy np. $l = 80$ km, $t = 2$ godz., otrzymamy

$$v = \frac{l}{t} = \frac{80\ \mathrm{km}}{2\ \mathrm{godz}} = 40\ \mathrm{km/godź}$$

Jednostki prędkości wypadają tu „automatycznie" (wskazują racjonaliści), należy, więc i inne równania fizykalne analogicznie traktować, a pozbędziemy się kłopotów z jednostkami. Jeden przykład wystarczy, aby powyższy system operowania na równaniach fizykalnych zakwestjonować.

P r z y k ł a d: Dwie równoległe sztaby o przeciwnie skierowanych prądach $J_1 = 10$ A, $J_2 = 10$ A, długości $l = 10$ m, oddalone o $x = 10$ cm, odpychają się w myśl prawa Ampère'a w próżni, względnie w powietrzu ($\mu = 1$) z siłą

$$F = \frac{2 \cdot J_1\ J_2\, l \mu}{100 \cdot x} \text{ w dynach}$$

Podstawiam w myśl powyższej (błędnej) ideologji

$$F = \frac{2 \cdot J_1 J_2 l}{100 \cdot x} = \frac{2 \cdot 10\,\mathrm{A} \cdot 10\,\mathrm{A} \cdot 1000\ \mathrm{cm}}{100 \cdot 10\ \mathrm{cm}} = 200\ \mathrm{A}^2$$

i otrzymuję siłę F w A^2, zamiast w dynach. Gdy teraz położę

$$F = 200\ A^2 = 200\ \mathrm{dyn}$$

otrzymam niespodziewaną relację

$$\text{dyna} = \text{amper}^2$$

Dyna jest siłą, a amper jest prądem. Jakże zatem siła może być równa prądowi do kwadratu? Na to pytanie niech odpowiedzą ci, którzy symbole literowe w równaniach fizykalnych traktują jako wielkości. Co do mnie, to ja taką interpretację odrzucam.

W zadaniu powyższem należy podstawić *jedynie wartości*, czyli liczby (bez znaków jednostek). Liczba „200", jaka wypada po takiem podstawieniu, oznacza wartość siły F w dynach. Jeśli idzie o dymensję, to napiszemy (dla ampera jako 1/10 jedn. EM):

$$\dim A^2 = (\mathrm{cm}^{1/2}\ \mathrm{g}^{1/2}\ \mathrm{sek}^{-1})^2 = \mathrm{cm\ g\ sek}^{-2}$$

otrzymując wymiar dyny. Jak widać dyna nie równa się tu wcale amperowi do kwadratu, tylko *wymiar dyny równa się wymiarowi ampera do kwadratu!* Ściśle biorąc, także jednostka prędkości „velo" nie równa się cm/sek, *tylko wymiar jednostki velo równa się cm/sek.* To samo dotyczy wszystkich innych jednostek układu CGS.

Oczywiście jeden lub dwa przykłady nie wystarczą do obalenia ideologji racjonalistów, musimy tu jeszcze zbadać wyczerpująco problem t. zw. *równań fizykalnych.* Już teraz możemy jednak stwierdzić, że kombinowane znaki jednostek na wzór symboli dymensyjnych prowadzą w wielu przypadkach do sprzeczności fizykalno-matematycznych i że ideologja, na której się tego rodzaju oznaczenia wspierają, prowadzi w pewnych przypadkach do nonsensów fizykalnych (dyna = amper²).

Oczywiście nie wynika stąd, aby wszelkie kombinowane znaki jednostek należało wykluczyć. Powyższe rozważania wskazują jednak jasno, że w tworzeniu takich znaków należy zachować bardzo daleko posuniętą ostrożność, polegającą na zbadaniu, czy nowo proponowany znak jednostki, skombinowany ze znaków innych jednostek, nie prowadzi do sprzeczności lub dwuznaczności w porównaniu z ogólnie już używanymi znakami jednostek. Wolno np. umówić się, że $\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sek}}$ ma oznaczać jednostkę prędkości, ale nie wolno postanowić dalszej umowy, że $\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sek}}$ ma oznaczać także jednostkę oporu (w układzie EM). Wolno się umówić, że amperosekunda ma oznaczać jednostkę naboju, ale nie wolno postanowić, że amperosekunda ma oznaczać także jednostkę strumienia elektrycznego. Wprowadzenie na moment mechaniczny jednostki „joule" uważam osobiście za nonsens fizykalny, uświęcony tradycyjnym nonsensem, według którego jednostkę momentu mechanicznego i pracy oznaczamy jednakowym znakiem $\mathrm{cm^2 g\ sek^{-2}}$ względnie kg m. Do kategorji takich nonsensów przynależy także znak kg na oznaczenie jednostki masy i siły.

Racjonalistom jest widocznie mało obecnych dualizmów, skoro propagują zwiększenie ich liczby. *Czyż jednak postęp ma polegać na dodawaniu nowych dwuznaczności do dwuznaczności już istniejących?*

IV. Równania fizykalne.

Zależności między różnemi wielkościami wynikające z doświadczeń lub wydedukowane drogą rozumowania fizykalnego i ujęte w formę równań matematycznych nazywamy *równaniami fizykalnemi.* W równaniach fizykalnych widzimy nietylko naznaczone działania matematyczne, lecz dopatrujemy się w nich pewnej treści fizykalnej. Pisząc np.

$$U = J \,.\, R$$

widzimy nietylko iloczyn dwu liczb algebraicznych (ogólnych) J, R, równy trzeciej U, lecz równaniem tem wyrażamy prawo Ohma.

Na tle tego skojarzenia matematycznego i fizycznego znaczenia równań fizykalnych powstały w ostatnich dziesiątkach lat spory co do znaczenia symbolów literowych występujących w tych równaniach. Przeciwstawiano sobie dwa następujące diametralnie przeciwne poglądy, dotąd dyskutowane i dotąd nie uzgodnione:

Pogląd A, za którego standartową przedstawicielkę uważana być może pani Afanasjewa-Ehrenfest, gdyż jej praca naukowa [14]) *stanowi klasyczną rozprawę w tym względzie.*

Wszystkie symbole w równaniach fizykalnych przedstawiają — liczby: Liczby zasadnicze odpowiadające wartościom pewnych wielkości fizykalnych, liczby wyrażające wartości pewnych spółczynników fizykalnych, liczby stanowiące t. zw. *spółczynniki wyrównawcze (Ausgleichsfaktoren k) zależne od doboru jednostek* i wreszcie różne inne liczby, wynikające z pewnych operacyj matematycznych, jak $1/2$, 2π, 4π i t. d.

Pogląd B, którego standartowym przedstawicielem jest Wallot, gdyż on w swych pracach pogląd ten zastosował konsekwentnie do wszelkich równań fizykalnych [15]). *Symbole literowe w równaniach fizykalnych oznaczają wielkości a nie wartości.* Poza pewnemi liczbami jak $1/2$, π, 2 .. i t. d., t. zw. spółczynniki fizykalne są nietylko liczbami, lecz mają charakter wielkości, to znaczy należy je wyrażać ogólnie analogicznie jak wielkość:

Wielkość fizykalna $\mathbf{N} = N\,[N]$

Spółczynnik fizykalny $\mathbf{S} = S\,[S]$

Tak zwanych *spółczynników wyrównawczych* (Ausgleichsfaktoren) zależnych od doboru jednostek (które w analizie p. Afanasjewy odgrywają pierwszorzędną rolę) według Wallota nie potrzeba wcale; skoro bowiem symbole literowe wyrażają w równaniach fizykalnych wielkości a nie wartości i gdy założymy, że jednostki mogą być dowolne, to spółczynniki wyrównawcze są zbędne.

Czytelnikom, którzy nie znają bliżej prac p. Afanasjewej i p. Wallota, wyjaśni sprawę następujący przykład:

Prawo Ohma ważne dla *dowolnych jednostek* należy według *Afanasjewej* traktować jako *„równanie wartościowe"* i pisać

$$U = k \,.\, J \,.\, R \quad \ldots\ldots \quad \text{(a)}$$

[14]) Afanasjewa - Ehrenfest „Der Dimensionsbegriff und der analitysche Bau physikalischer Gleichungen", Mathematische Annalen 77, 259 — 276, 1916.

[15]) Wallot „Zur Theorie der Dimensionen", Zeitschrift für Physik, 1922, tom 10, Str. 329.

Wallot „Die physikalischen und technischen Einheiten", ETZ 1922, Zeszyty: 44 i 46. Dyskusja w tym i w dalszych rocznikach ETZ.

U *wartość* napięcia, J *wartość* natężenia prądu, R *wartość* oporu, k spółczynnik wyrównawczy (Ausgleichsfaktor), zależny od doboru jednostek. Np. dla U w mV, J w mA, i R w m Ω, będzie

$$U = 10^{-3} \,.\, J \,.\, R, \text{ czyli } k = 10^{-3}$$

Rzeczywiście, gdy np. podstawimy $J = 5$ w mA, $R = 6$ w mΩ, to otrzymamy prawidłowo

$$U = 10^{-3} \,.\, 5 \,.\, 6 = 0{,}03 \text{ w mV}$$

Dla U w V, J w A, R w Ω wypada $k = 1$, dla U w kV, J w mA i R w M Ω wypada też $k = 1$ i t. d.

Prawo Ohma ważne *dla dowolnych jednostek* należy według Wallota traktować jako „*równanie wielkościowe*" i pisać

$$\underline{\mathbf{U} = \mathbf{J}\mathbf{R}} \quad \ldots\ldots \quad \text{(b)}$$

$\mathbf{U}$ *wielkość* w znaczeniu $\mathbf{U} = U\,[U]$, $\mathbf{J}$ *wielkość* w znaczeniu $\mathbf{J} = J\,[J]$, $\mathbf{R}$ *wielkość* w znaczeniu $\mathbf{R} = R\,[R]$.

Jednostki $[J]$, $[R]$, możemy tu wstawiać dowolnie, ponieważ zaś lewa strona równania fizykalnego musi być a priori równa prawej, przeto z powyższego równania fizykalnego wypada wprost równanie dla jednostek

$$[U] = [J] \,.\, [R]$$

Przykłady liczbowe: Dla $J = 5$ A, $R = 6\ \Omega$ jest

$$\mathbf{U} = \mathbf{J}\mathbf{R} = 5\text{ A} \,.\, 6\ \Omega = 30\text{ A}\Omega$$

$$\mathbf{U} = U \,.\, [U] = 30\text{ A}\,\Omega, \text{ czyli } [U] = \text{A}\,\Omega$$

lub gdy (jak to zrobiono) położymy $[U] = \text{V}$

$$\underline{V = A \,.\, \Omega}$$

Dla $J = 5$ mA, $R = 6$ m Ω, będzie

$$\mathbf{U} = \mathbf{J}\mathbf{R} = 5\text{ mA} \,.\, 6\text{ m}\Omega = 30\text{ m}^2\text{ A}\,\Omega$$

i możemy tu albo położyć $m = \frac{1}{1\,000}$ (m znak mili)

otrzymując $\mathbf{U} = 30 \,.\, 10^{-6}\text{ A}\,\Omega = 30 \,.\, 10^{-6}\text{ V}$

lub też położyć

$$\mathbf{U} = 30\, m\text{ A}\,\Omega \,.\, m = 30\text{ mV} \,.\, 10^{-3} = \frac{30}{1\,000}\text{ mV}$$

Analogicznie (już bez objaśnień) dla $J = 5$ mA, $R = 6$ M Ω wypada

$$\mathbf{U} = 5\text{ mA} \,.\, 6\text{ M}\Omega = 30 \,.\, 10^{-3}\text{ A} \,.\, 10^{6}\ \Omega =$$
$$= 30 \,.\, 10^{3}\text{ A}\Omega = 30\,000\text{ V} = 30\text{ kV}$$

Pogląd B daje w przeciwstawieniu do poglądu A tak wiele korzyści, że w Niemczech stał się już prawie obowiązującym kanonem na podstawie orzeczenia AEF (Ausschuss für Einheiten und Formelgrössen) Związku Elektrotechników Niemieckich (Entwurf 30, ETZ 1927, st. 337 [16]).

Mimo korzyści, jakie daje pogląd B, nie może ulegać żadnej wątpliwości, że jest on fizykalnie błędny. Postawienie tak sprawy, że symbole literowe w równaniach fizykalnych oznaczają wielkości, prowadzi bowiem do następujących niemożliwych do utrzymania konsekwencyj:

1° Naznaczone w równaniach fizykalnych działania matematyczne oznaczałyby działania matematyczne na *wielkościach*, czyli *mnożenie, dzielenie, potęgowanie, logarytmowanie i t. d. napięć, prądów, sił, prac, energji i t. p.*, *co fizykalnie nie ma sensu.*

2° Także przy formalnem tylko traktowaniu symboli literowych jako wielkości, w myśl definicji

$$\mathsf{N} = \{N\}\ [N] \text{ lub } \mathbf{N} = N\,[N]\ ^{17})$$

dochodzimy w myśl poglądu B do zupełnie niezrozumiałych relacyj. Logarytmując np. równanie na funkcję zanikającego prądu, traktowane w myśl Wallota jako równanie wielkościowe

$$\mathbf{J}_t = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{R}}\, e^{-\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{L}}\mathbf{t}} \quad \ldots\ldots \quad \text{(c}$$

otrzymamy

$$ln\,\mathbf{J}_t = ln\,\frac{\mathbf{E}}{\mathbf{R}} - \frac{\mathbf{R}}{\mathbf{L}}\,\mathbf{t}$$

a po podstawieniu

$\mathbf{J}_t = J_t\,[J]$, $\mathbf{E} = E\,[E]$, $\mathbf{R} = R\,[R]$, $\mathbf{L} = L\,[L]$, $\mathbf{t} = t\,[t]$

$$ln\ J_t + ln\,[J] = ln\,E + ln\,[E] - ln\,R - ln\,[R] -$$
$$- \frac{R}{L}\, t\, \frac{[R]}{[L]}\,[t].$$

W równaniu tem J, E, R, L, t są liczbami, a $[J]$, $[E]$ $[R]$, $[L]$, $[t]$ symbolami jednostek. Co znaczy ln A czyli ln z ampera i t. d., Wallot nie objaśnia. On sam przyznaje, że wyrażenia tego rodzaju są ***kompletnie nie do pojęcia***[18]), pisze jednak, że wynikają one konsekwentnie z zastosowania poglądu B i kto przyjmie ten pogląd za zasadę, musi w konsekwencji przyjąć także i możliwość takich wyrażeń. Wallot akceptuje np. wyrażenie

$C = - 1{,}586 + \log_{10}$ (atmosfery$^{-3/2}$ stopnia$^{-5/2}$)

czyli $\log_{10}$ z iloczynu atmosfery do — 3/2 i stopnia do — 5/2, które to wyrażenie wypada z konsekwentnego zastosowania poglądu B przy obliczeniu stałej chemicznej Nernsta.

3° Według poglądu Wallota nie można równań fizykalnych pisać tak, jak dotychczas z liczbowemi tylko spółczynnikami fizykalnemi. Każdy bowiem taki spółczynnik musi być traktowany jako pewnego rodzaju wielkość, a nie liczba. Np. nie wolno pisać:

(d) $\mathbf{D} = \mathbf{K}\varepsilon$, ε liczba niemianowana w układzie ES,

(e) i $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mu$, μ liczba niemianowona w układzie EM,

tylko należy pisać:

f) $\mathbf{D} = \mathbf{K}\varepsilon^*$, $\varepsilon^* = \varepsilon\ [\varepsilon]$, lub $\varepsilon^* = \varepsilon\,\Delta^*$ [19])

(g) $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mu^*$, $\mu^* = \mu\ [\mu]$, lub $\mu^* = \mu\ \Pi^*$

Δ^* pewna stała o charakterze wielkości, określająca *właściwości elektryczne* próżni (stała dielektryczna próżni), μ^* pewna stała o charakterze wielkości, określająca *właściwości magnetyczne* próżni (przenikalność próżni).

Ponieważ wszystkie trzy obecnie w fizyce używane układy (Gaussa, ES i EM) wykraczają przeciw powyższemu żądaniu, wypływającemu z poglądu B, przeto jedno z dwojga — pisze Wallot —

---

[16]) Wszystkie dotychczasowe uchwały AEF zebrane są razem w publikacji p. t.: „AEF Verhandlungen des Ausschusses für Einheiten und Formelgrössen" in den Jahren 1907 bis 1927. Berlin, Springer, 1928.

[17]) Dalej będziemy używać tylko tego drugiego oznaczenia, aby uniknąć nawiasów.

[18]) Wallot „Zur Theorie der Dimensionen", Zeitschrift für Physik 1922, tom 10, Zeszyt 5, strona 336, odnośnik 3.

[19]) Ze względu na brak tłustych greckich czcionek stosować będziemy dla wielkości, które oznaczone są literami greckiemi, odnośne litery z gwiazdką (np. ε^*, μ^*, Φ^* i t. d.).

otrzymam niespodziewaną relację

$$\text{dyna} = \text{amper}^2$$

Dyna jest siłą, a amper jest prądem. Jakże zatem siła może być równa prądowi do kwadratu? Na to pytanie niech odpowiedzą ci, którzy symbole literowe w równaniach fizykalnych traktują jako wielkości. Co do mnie, to ja taką interpretację odrzucam.

W zadaniu powyższem należy podstawić *jedynie wartości*, czyli liczby (bez znaków jednostek). Liczba „200", jaka wypada po takiem podstawieniu, oznacza wartość siły F w dynach. Jeśli idzie o dymensję, to napiszemy (dla ampera jako 1/10 jedn. EM):

$$\dim A^2 = (\text{cm}^{1/2}\ \text{g}^{1/2}\ \text{sek}^{-1})^2 = \text{cm g sek}^{-2}$$

otrzymując wymiar dyny. Jak widać dyna nie równa się tu wcale amperowi do kwadratu, tylko *wymiar dyny równa się wymiarowi ampera do kwadratu!* Ściśle biorąc, także jednostka prędkości „velo" nie równa się cm/sek, *tylko wymiar jednostki velo równa się cm/sek.* To samo dotyczy wszystkich innych jednostek układu CGS.

Oczywiście jeden lub dwa przykłady nie wystarczą do obalenia ideologji racjonalistów, musimy tu jeszcze zbadać wyczerpująco problem t. zw. *równań fizykalnych.* Już teraz możemy jednak stwierdzić, że kombinowane znaki jednostek na wzór symboli dymensyjnych prowadzą w wielu przypadkach do sprzeczności fizykalno - matematycznych i że ideologja, na której się tego rodzaju oznaczenia wspierają, prowadzi w pewnych przypadkach do nonsensów fizykalnych (dyna = amper²).

Oczywiście nie wynika stąd, aby wszelkie kombinowane znaki jednostek należało wykluczyć. Powyższe rozważania wskazują jednak jasno, że w tworzeniu takich znaków należy zachować bardzo daleko posuniętą ostrożność, polegającą na zbadaniu, czy nowo proponowany znak jednostki, skombinowany ze znaków innych jednostek, nie prowadzi do sprzeczności lub dwuznaczności w porównaniu z ogólnie już używanymi znakami jednostek. Wolno np. umówić się, że $\frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ ma oznaczać jednostkę prędkości, ale nie wolno postanowić dalszej umowy, że $\frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ ma oznaczać także jednostkę oporu (w układzie EM). Wolno się umówić, że amperosekunda ma oznaczać jednostkę naboju, ale nie wolno postanowić, że amperosekunda ma oznaczać także jednostkę strumienia elektrycznego. Wprowadzenie na moment mechaniczny jednostki „joule" uważam osobiście za nonsens fizykalny, uświęcony tradycyjnym nonsensem, według którego jednostkę momentu mechanicznego i pracy oznaczamy jednakowym znakiem cm²g sek⁻² względnie kg m. Do kategorji takich nonsensów przynależy także znak kg na oznaczenie jednostki masy i siły.

Racjonalistom jest widocznie mało obecnych dualizmów, skoro propagują zwiększenie ich liczby. *Czyż jednak postęp ma polegać na dodawaniu nowych dwuznaczności do dwuznaczności już istniejących?*

IV. *Równania fizykalne.*

Zależności między różnemi wielkościami wynikające z doświadczeń lub wydedukowane drogą rozumowania fizykalnego i ujęte w formę równań matematycznych nazywamy *równaniami fizykalnemi.* W równaniach fizykalnych widzimy nietylko naznaczone działania matematyczne, lecz dopatrujemy się w nich pewnej treści fizykalnej. Pisząc np.

$$U = J \,.\, R$$

widzimy nietylko iloczyn dwu liczb algebraicznych (ogólnych) J, R, równy trzeciej U, lecz równaniem tem wyrażamy prawo Ohma.

Na tle tego skojarzenia matematycznego i fizycznego znaczenia równań fizykalnych powstały w ostatnich dziesiątkach lat spory co do znaczenia symbolów literowych występujących w tych równaniach. Przeciwstawiano sobie dwa następujące diametralnie przeciwne poglądy, dotąd dyskutowane i dotąd nie uzgodnione:

Pogląd A, za którego standartową przedstawicielkę uważana być może pani Afanasjewa-Ehrenfest, gdyż jej praca naukowa [14]) *stanowi klasyczną rozprawę w tym względzie.*

Wszystkie symbole w równaniach fizykalnych przedstawiają — liczby: Liczby zasadnicze odpowiadające wartościom pewnych wielkości fizykalnych, liczby wyrażające wartości pewnych spółczynników fizykalnych, liczby stanowiące t. zw. *spółczynniki wyrównawcze (Ausgleichsfaktoren k) zależne od doboru jednostek* i wreszcie różne inne liczby, wynikające z pewnych operacyj matematycznych, jak $^1/_2$, 2π, 4π i t. d.

Pogląd B, którego standartowym przedstawicielem jest Wallot, gdyż on w swych pracach pogląd ten zastosował konsekwentnie do wszelkich równań fizykalnych [15]). *Symbole literowe w równaniach fizykalnych oznaczają wielkości a nie wartości.* Poza pewnemi liczbami jak $^1/_2$, π, 2 .. i t. d., t. zw. spółczynniki fizykalne są nietylko liczbami, lecz mają charakter wielkości, to znaczy należy je wyrażać ogólnie analogicznie jak wielkość:

Wielkość fizykalna $\mathbf{N} = N\,[N]$

Spółczynnik fizykalny $\mathbf{S} = S\,[S]$

Tak zwanych *spółczynników wyrównawczych* (Ausgleichsfaktoren) zależnych od doboru jednostek (które w analizie p. Afanasjewy odgrywają pierwszorzędną rolę) według Wallota nie potrzeba wcale; skoro bowiem symbole literowe wyrażają w równaniach fizykalnych wielkości a nie wartości i gdy założymy, że jednostki mogą być dowolne, to spółczynniki wyrównawcze są zbędne.

Czytelnikom, którzy nie znają bliżej prac p. Afanasjewej i p. Wallota, wyjaśni sprawę następujący przykład:

Prawo Ohma ważne dla *dowolnych jednostek* należy według *Afanasjewej* traktować jako *„równanie wartościowe"* i pisać

$$\underline{U = k \,.\, J \,.\, R} \quad . \;.\; .\; .\; . \qquad \text{(a)}$$

[14]) Afanasjewa - Ehrenfest „Der Dimensionsbegriff und der analitysche Bau physikalischer Gleichungen", Mathematische Annalen 77, 259 — 276, 1916.

[15]) Wallot „Zur Theorie der Dimensionen", Zeitschrift für Physik, 1922, tom 10, Str. 329.

Wallot „Die physikalischen und technischen Einheiten", ETZ 1922, Zeszyty: 44 i 46. Dyskusja w tym i w dalszych rocznikach ETZ.

U *wartość* napięcia, J *wartość* natężenia prądu, R *wartość* oporu, k spółczynnik wyrównawczy (Ausgleichsfaktor), zależny od doboru jednostek. Np. dla U w mV, J w mA, i R w mΩ, będzie

$$U = 10^{-3} . J . R, \text{ czyli } k = 10^{-3}$$

Rzeczywiście, gdy np. podstawimy $J = 5$ w mA, $R = 6$ w mΩ, to otrzymamy prawidłowo

$$U = 10^{-3} . 5 . 6 = 0{,}03 \text{ w mV}$$

Dla U w V, J w A, R w Ω wypada $k = 1$, dla U w kV, J w mA i R w MΩ wypada też $k = 1$ i t. d.

Prawo Ohma ważne *dla dowolnych jednostek* należy według Wallota traktować jako „*równanie wielkościowe*" i pisać

$$\underline{\mathbf{U} = \mathbf{J}\mathbf{R}} \quad \ldots\ldots \quad \text{(b)}$$

U *wielkość* w znaczeniu $\mathbf{U} = U\,[U]$, **J** *wielkość* w znaczeniu $\mathbf{J} = J\,[J]$, **R** *wielkość* w znaczeniu $\mathbf{R} = R\,[R]$.

Jednostki $[J]$, $[R]$, możemy tu wstawiać dowolnie, ponieważ zaś lewa strona równania fizykalnego musi być a priori równa prawej, przeto z powyższego równania fizykalnego wypada wprost równanie dla jednostek

$$[U] = [J] . [R]$$

Przykłady liczbowe: Dla $J = 5$ A, $R = 6\ \Omega$ jest

$$\mathbf{U} = \mathbf{J}\mathbf{R} = 5\text{ A} . 6\ \Omega = 30\text{ A}\Omega$$

$$\mathbf{U} = U . [U] = 30\text{ A}\Omega, \text{ czyli } [U] = \text{A}\Omega$$

lub gdy (jak to zrobiono) położymy $[U] = \text{V}$

$$\underline{V = A . \Omega}$$

Dla $J = 5$ mA, $R = 6$ mΩ, będzie

$$\mathbf{U} = \mathbf{J}\mathbf{R} = 5\text{ mA} . 6\text{ m}\Omega = 30\text{ m}^2\text{ A}\Omega$$

i możemy tu albo położyć $m = \frac{1}{1\,000}$ (m znak mili)

otrzymując $\mathbf{U} = 30 . 10^{-6}\text{ A}\Omega = 30 . 10^{-6}\text{ V}$

lub też położyć

$$\mathbf{U} = 30\,m\,\text{A}\Omega . m = 30\text{ mV} . 10^{-3} = \frac{30}{1\,000}\text{ mV}$$

Analogicznie (już bez objaśnień) dla $J = 5$ mA, $R = 6$ MΩ wypada

$$\mathbf{U} = 5\text{ mA} . 6\text{ M}\Omega = 30 . 10^{-3}\text{ A} . 10^6\ \Omega =$$
$$= 30 . 10^3\text{ A}\Omega = 30\,000\text{ V} = 30\text{ kV}$$

Pogląd B daje w przeciwstawieniu do poglądu A tak wiele korzyści, że w Niemczech stał się już prawie obowiązującym kanonem na podstawie orzeczenia AEF (Ausschuss für Einheiten und Formelgrössen) Związku Elektrotechników Niemieckich (Entwurf 30, ETZ 1927, st. 337 [16]).

Mimo korzyści, jakie daje pogląd B, nie może ulegać żadnej wątpliwości, że jest on fizykalnie błędny. Postawienie tak sprawy, że symbole literowe w równaniach fizykalnych oznaczają wielkości, prowadzi bowiem do następujących niemożliwych do utrzymania konsekwencyj:

1° Naznaczone w równaniach fizykalnych działania matematyczne oznaczałyby działania matematyczne na *wielkościach*, czyli *mnożenie, dzielenie, potęgowanie, logarytmowanie i t. d. napięć, prądów, sił, prac, energji i t. p., co fizykalnie nie ma sensu.*

2° Także przy formalnem tylko traktowaniu symboli literowych jako wielkości, w myśl definicji

$$N = \{N\}\ [N] \text{ lub } \mathbf{N} = N\,[N]\ ^{17})$$

dochodzimy w myśl poglądu B do zupełnie niezrozumiałych relacyj. Logarytmując np. równanie na funkcję zanikającego prądu, traktowane w myśl Wallota jako równanie wielkościowe

$$\mathbf{J}_t = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{R}} e^{-\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{L}}\mathbf{t}} \quad \ldots\ldots \quad \text{(c}$$

otrzymamy

$$\ln \mathbf{J}_t = \ln \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{R}} - \frac{\mathbf{R}}{\mathbf{L}}\mathbf{t}$$

a po podstawieniu

$$\mathbf{J}_t = J_t\,[J],\ \mathbf{E} = E\,[E],\ \mathbf{R} = R\,[R],\ \mathbf{L} = L\,[L],\ \mathbf{t} = t\,[t]$$

$$\ln J_t + \ln [J] = \ln E + \ln [E] - \ln R - \ln [R] -$$
$$- \frac{R}{L}\, t\, \frac{[R]}{[L]}\,[t].$$

W równaniu tem J, E, R, L, t są liczbami, a $[J]$, $[E]$ $[R]$, $[L]$, $[t]$ symbolami jednostek. Co znaczy ln A czyli ln z ampera i t. d., Wallot nie objaśnia. On sam przyznaje, że wyrażenia tego rodzaju są *kompletnie nie do pojęcia*[18]), pisze jednak, że wynikają one konsekwentnie z zastosowania poglądu B i kto przyjmie ten pogląd za zasadę, musi w konsekwencji przyjąć także i możliwość takich wyrażeń. Wallot akceptuje np. wyrażenie

$C = -1{,}586 + \log_{10}$ (atmosfery$^{-3/2}$ stopnia$^{-5/2}$) czyli $\log_{10}$ z iloczynu atmosfery do $-3/2$ i stopnia do $-5/2$, które to wyrażenie wypada z konsekwentnego zastosowania poglądu B przy obliczeniu stałej chemicznej Nernsta.

3° Według poglądu Wallota nie można równań fizykalnych pisać tak, jak dotychczas z liczbowemi tylko spółczynnikami fizykalnemi. Każdy bowiem taki spółczynnik musi być traktowany jako pewnego rodzaju wielkość, a nie liczba. Np. nie wolno pisać:

(d) $\mathbf{D} = \mathbf{K}\varepsilon$, ε liczba niemianowana w układzie ES,

(e) i $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mu$, μ liczba niemianowona w układzie EM,

tylko należy pisać:

f) $\mathbf{D} = \mathbf{K}\varepsilon^*$, $\varepsilon^* = \varepsilon\ [\varepsilon]$, lub $\varepsilon^* = \varepsilon\,\Delta^*$ [19])

(g) $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mu^*$, $\mu^* = \mu\ [\mu]$, lub $\mu^* = \mu\ \Pi^*$

Δ^* pewna stała o charakterze wielkości, określająca *właściwości elektryczne* próżni (stała dielektryczna próżni), Π^* pewna stała o charakterze wielkości, określająca *właściwości magnetyczne* próżni (przenikalność próżni).

Ponieważ wszystkie trzy obecnie w fizyce używane układy (Gaussa, ES i EM) wykraczają przeciw powyższemu żądaniu, wypływającemu z poglądu B, przeto jedno z dwojga — pisze Wallot —

[16]) Wszystkie dotychczasowe uchwały AEF zebrane są razem w publikacji p. t.: „AEF Verhandlungen des Ausschusses für Einheiten und Formelgrössen" in den Jahren 1907 bis 1927. Berlin, Springer, 1928.

[17]) Dalej będziemy używać tylko tego drugiego oznaczenia, aby uniknąć nawiasów.

[18]) Wallot „Zur Theorie der Dimensionen", Zeitschrift für Physik 1922, tom 10, Zeszyt 5, strona 336, odnośnik 3.

[19]) Ze względu na brak tłustych greckich czcionek stosować będziemy dla wielkości, które oznaczone są literami greckiemi, odnośne litery z gwiazdką (np. ε^*, μ^*, Φ^* i t. d.).

Weber Proportionalitäten

 Strömungen

albo należy te układy odrzucić i przyjąć pogląd B, albo odrzucić pogląd B łącznie z korzyściami z niego wypływającemi. Co do mnie, to, po gruntownem przestudjowaniu sprawy i wobec punktów 1, 2, 3 oświadczam się *za odrzuceniem poglądu B, jako fizykalnie błędnego, a matematycznie prowadzącego do niemożliwych do pojęcia wyrażeń.* Uważam też, że fizycy nie wyrzekną się układu CGS i potrafią go należycie obronić. (Do tej sprawy zresztą jeszcze wrócimy).

W miejsce błędnego poglądu B proponuję własny pogląd C, który nie narusza w niczem słusznego poglądu A, a mimo to daje wszystkie korzyści osiągalne z poglądu B.

P o g l ą d C. Wszystkie symbole literowe w równaniach fizykalnych oznaczają liczby. Ponieważ jednakże (pewne z nich) oznaczają wartości pewnych wielkości fizykalnych względnie pewnych spółczynników fizykalnych, przeto możemy odnośne symbole literowe traktować jak wartości i zastąpić je ilorazami $\frac{\text{wielkość}}{\text{jednostka}}$ według relacji:

$$\text{wartość} = \frac{\text{wielkość}}{\text{jednostka}}, \text{ czyli } N = \frac{\mathbf{N}}{[N]} \quad . \; . \; . \quad (10)$$

N — wartość, $\mathbf{N}$ — wielkość, $[N]$ — jednostka przynależna do $\mathbf{N}$, zgodnie z podanym poprzednio wzorem (2):

$$\mathbf{N} = N\,[N]$$

Analogiczną pisownię można przenieść także na spółczynniki fizykalne:

kładąc
$$\mathbf{S} = S\,[S] \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (11)$$
skąd
$$S = \frac{\mathbf{S}}{[S]} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (12)$$

W równaniach (11) i (12) oznaczają: $\mathbf{S}$ — spółczynnik fizykalny w formie wielkości, S — wartośc liczbową spółczynnika, $[S]$ — znak wyrażający spółczynnik fizykalny dla pewnego określonego przebiegu zjawiska. Np. *dla układu* ES można położyć:

$$\varepsilon^* = \varepsilon\,.\,[\varepsilon]_{ES},\; [\varepsilon]_{ES} = 1\,, \quad \mu^* = \mu\,[\mu]_{ES},\; [\mu]_{ES} = \frac{1}{c^2}$$

Podobnie *dla układu* EM położylibyśmy

$$\varepsilon^* = \varepsilon\,[\varepsilon]_{EM},\; [\varepsilon]_{EM} = \frac{1}{c^2}, \quad \mu^* = \mu\,[\mu]_{EM},\; [\mu]_{EM} = 1$$

$$c = 3\,.\,10^{10}\,\frac{\text{cm}}{\text{sek}}$$

Pogląd C zatrzymuje pisownię równań fizykalnych według poglądu A, dopuszczając jedynie przekształcenie tychże w ten sposób, aby w miejsce wartości, czyli liczb, figurowały ilorazy $\frac{\text{wielkość}}{\text{jednostka}}$

P r z y k ł a d: Prawo Ohma w formie równania wartościowego, ważnego dla U w voltach, J w amperach i R w ohmach, ma postać

$$U = J\,.\,R \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (h)$$

Podstawiając w tem równaniu:

$$U = \frac{\mathbf{U}}{V}, \quad J = \frac{\mathbf{J}}{A}, \quad R = \frac{\mathbf{R}}{\Omega}$$

otrzymamy równanie następujące

$$\frac{\mathbf{U}}{V} = \frac{\mathbf{J}}{A} \cdot \frac{\mathbf{R}}{\Omega}$$

lub po przekształceniu

$$\mathbf{U} = \frac{V}{A\,\Omega}\,\mathbf{J}\cdot\mathbf{R} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (i)$$

Równanie tego typu, utworzone w myśl poglądu C, nazywać będziemy dalej równaniem *formalno-wielkościowem*, gdy bowiem podstawimy w niem za symbole wielkości $\mathbf{U}, \mathbf{J}, \mathbf{R}$, równości

$$\mathbf{U} = U\,.\,V, \quad \mathbf{J} = J\,.\,A, \quad \mathbf{R} = R\,.\,\Omega$$

przechodzi ono w równanie wartościowe (h), z którego powstało.

Równania typu C są zatem w gruncie rzeczy równaniami wartościowemi, czyli nie wykraczają w niczem przeciw fizykalnie słusznemu poglądowi A, a mimo to dają te same korzyści, co równania wielkościowe typu B.

P r z y k ł a d y:

a) Podstawiamy w (i) $\mathbf{J} = 5$ mA, $\mathbf{R} = 6$ mΩ i otrzymujemy

$$\mathbf{U} = \frac{V}{A\,\Omega}\,\mathbf{J}\,.\,\mathbf{R} = \frac{V}{A\,\Omega}\,5\,\text{m}A\cdot 6\,\text{m}\Omega = 30.10^{-6}\,V$$

(bo znak „m" (mili) oznacza 10^{-3}).

b) Podstawiamy $\mathbf{J} = 5$ kA, $\mathbf{R} = 6$ MΩ i otrzymujemy

$$\mathbf{U} = \frac{V}{A\,\Omega}\,\mathbf{J}\,.\,\mathbf{R} = \frac{V}{A\,\Omega}\,5\text{kA}\,.\,6\text{M}\Omega =$$

$$= \frac{V}{A\,\Omega}\,30.10^3\,.\,10^6\,A\Omega = 30\,.\,10^9\,V\,.$$

Jak widać w równaniach typu C można podstawiać za symbole wielkości, figurujące po prawej stronie równania, wartości w dowolnych jednostkach, co wynika stąd, że zgodnie z wzorem (3), można tu położyć:

$$\mathbf{J} = J_1\,\text{A} = J_2\,\text{mA} = J_3\,[J]_3 = \;.\;.\;.\;.\;. = J_n\,[J]_n$$
$$\mathbf{R} = R_1\,\Omega = R_2\,\text{M}\,\Omega = R_3\,[R]_3 = \;.\;.\;.\;.\;. = R_n\,[R]_n$$

Porównując ze sobą wzór typu B i typu C na prawo Ohma

$$\mathbf{U} = \mathbf{J}\,.\,\mathbf{R} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (j)$$

$$\mathbf{U} = \frac{V}{A\,.\,\Omega}\,\mathbf{J}, \mathbf{R} \quad . \; . \; . \; . \quad (k)$$

moglibyśmy sądzić, że wystarczy tylko położyć

$$V = A\,.\,\Omega \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (l)$$

aby przejść z równania typu C (k) na równanie typu B (j). Cała jednak różnica między poglądem B i C polega właśnie na tem, *że w myśl poglądu C równość taka* (l) *jest niedopuszczalna.* Gdybyśmy ją bowiem dopuścili, wykroczylibyśmy przeciwko poglądowi A, który wyraża, że *równania fizykalne określają zależności między wartościami, a nie między wielkościami.* Znak V oznacza jednostkę „volt", czyli pewne napięcie, znak A oznacza jednostkę „amper", czyli pewien prąd, znak Ω oznacza jednostkę „ohm", czyli pewien opór. Równość $V = A\,.\,\Omega$ wyrażałaby zatem, że

$$\text{volt} = \text{amper} \times \text{ohm}$$

czyli, że pewne napięcie równa się iloczynowi pewnego prądu i oporu. Tworzenie jednak iloczynów z wielkości, to nonsens fizykalny, albowiem działania matematyczne można wykonywać tylko na liczbach ,a nie na wielkościach fizykalnych. Prawo Ohma w ścisłem ujęciu opiewa: „Wartość napięcia równa się iloczynowi wartości natężenia prądu i wartości oporu", a nie „napięcie równa się iloczywszystkie mamy mieć K ze względu na możliwość różnych układów

nowi natężenia prądu i oporu". Tylko dla krótkości używamy tego drugiego wysłowienia, to jednak nie uprawnia nas wcale do błędnej interpretacji symboli literowych w równaniach fizykalnych jako wielkości.

Odrzucając pogląd *B*, nietylko nic nie tracimy, lecz wyzbywamy się ogromnych trudności z tym poglądem związanych. Wallot żąda, aby każdy wzór fizykalny wypisany był w formie wielkościowej (typ *B*). Stanowisko to zmusza do odrzucenia dotychczasowych systemów CGS (Gaussa, ES, EM oraz układu Heaviside'a), a następnie zniewala do *niepotrzebnych działań symbolami jednostek*. Odrzucać systemów CGS jedynie dla zadośćuczynienia błędnemu poglądowi *B*, nie będziemy. Zbędność zaś operacyj matematycznych na symbolach jednostek wykażemy najlepiej na przykładzie:

Dotychczas obliczaliśmy np. udźwig magnesu (F) z pomocą wzoru

$$F = \frac{B^2 . s}{8\pi . \mu_0} \text{ dyn, lub } F = \frac{B^2 . s}{8\pi . 981.000\, \mu_0} \text{ kg, } \mu_0 = 1.$$

Dla $B = 3{,}2 . 10^3$ gauss, $s = 3{,}14$ cm², otrzymujemy tu np.:

$$F = \frac{(3{,}2 . 10^3)^2 . 3{,}14}{8\pi . 981.000} = \frac{0{,}1281 . 10^7}{981.000} = 1{,}31 \text{ w kg.}$$

Według Wallota należy ten prosty rachunek zastąpić następującym:

a) Zamiast powyższego wzoru *wartościowego* należy tu użyć wzoru *wielkościowego*

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mathbf{B}^2 \mathbf{s}}{\mu_0^*}$$

w którym **B** ma być podstawione w nowych jednostkach „voltsek/cm²", a μ_0^* przedstawia przenikalność próżni, określoną relacją

$$\mu_0^* = 0{,}4\pi . 10^{-8} \frac{\text{henry}}{\text{cm}}$$

b) W powyższem równaniu wielkościowem należy podstawić za symbole literowe wartości łącznie z jednostkami, wówczas — jak powiada Wallot — otrzymamy siłę *F* „automatycznie" w jednostkach, *które same wypadną*.

Oto jak wygląda to „automatyczne" obliczenie Wallota:

$$\mathbf{F} = \frac{(3{,}2 . 10^3 [B]_{EM})^2\, 3{,}14 \text{ cm}^2}{2 . 0{,}4 . \pi . 10^{-8} \frac{\text{henry}}{\text{cm}}} =$$

$$= \frac{(3{,}2 . 10^3 . 10^{-8} \text{ voltsek/cm}^2)^2 . 3{,}14 \text{ cm}^2}{2 . 0{,}4\pi . 10^{-8} \frac{\text{henry}}{\text{cm}}} =$$

$$= 0{,}1281 \frac{\text{volt}^2 \text{sek}^2 \text{amp.}}{\text{volt sek cm}} = 0{,}1281 \frac{\text{joule}}{\text{cm}} =$$

$$= \frac{0{,}1281}{9{,}8} \frac{\text{m}}{\text{cm}} \text{kg} = \underline{1{,}31 \text{ kg}}$$

Przypatrzywszy się temu obliczeniu dokładnie, widzimy:

1⁰ Że „automatycznie" wypada tu siła *F* w $\frac{\text{joulach}}{\text{cm}}$, które Wallot przerabia dopiero na kg przez dodatkowe podstawienie

$$\frac{\text{joule}}{\text{cm}} = 10^7 \text{ dyn} = \frac{1}{9{,}8} \frac{\text{m}}{\text{cm}} \text{kg}.$$

2⁰ Że, aby otrzymać wynik, trzeba tu podstawić:

$$[B]_{EM} = 10^{-8} \text{ voltsek/cm}^2$$

$$\text{oraz } \frac{\text{ohm}}{\text{henry}} \text{ sek} = 1, \text{ czyli } \frac{\text{voltsek}}{\text{amper}} = \text{henry}$$

3⁰ Że niepotrzebnie przeprowadziliśmy tu działania na symbolach jednostek, skoro bowiem wiemy, że ze wzoru

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \frac{\mathbf{B}^2 \mathbf{s}}{\mu_0^*}$$

wypada *F* w $\frac{\text{joulach}}{\text{cm}}$ (nowa jednostka siły w nowym układzie zracjonalizowanym), to należało poprostu użyć równania wartościowego

$$F = \frac{1}{2} \frac{B^2 s}{\mu_{P0}}$$

i podstawić w niem jedynie liczby, jak następuje:

$$F = \frac{(3{,}2 . 10^3 . 10^{-8})^2 . 3{,}14}{2 . 0{,}4\pi . 10^{-8}} = 0{,}1281 \text{ w } \frac{\text{joule}}{\text{cm}}$$

Racjonaliści unikają tego prostego sposobu liczenia, bo musieliby ujawnić całą nicość nowo forsowanego systemu. Dotychczasowy wzór wartościowy

$$F = \frac{B^2 s}{8\pi . \mu_0}, \quad \mu_0 = 1$$

ganią racjonaliści dlatego, bo zawiera czynnik 8π, wzór wartościowy przez racjonalistów podany

$$F = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2 s}{\mu_{P0}}$$

jest pozornie wolny od tego czynnika. W rzeczywistości jednak, gdy podstawimy wartość za μ_{P0} (przenikalność próżni w nowym układzie), wyjdzie

$$F = \frac{B^2 s}{2 . 0{,}4\pi . 10^{-8}} = \frac{B^2 s}{8\pi . 10^{-9}}$$

Mamy tu nietylko czynnik 8π, ale jeszcze nowy czynnik 10^{-9} dlatego, bo w nowym układzie wyraża się siłę w $\frac{\text{joule'ach}}{\text{cm}} = 10^7$ dyn, a nie w dynach, jak było dotychczas, a indukcję magnet. *B* w voltsek/cm², a nie w gaussach, jak było dotychczas.

Ogólnie w nowo forsowanym układzie czynnik 4π nie występuje w pewnych równaniach fizykalnych tylko dlatego, że został ukryty w t. zw. stałej elektrycznej Δ^* i stałej magnetycznej Π^* próżni:

$$\Delta^* = \frac{10^9}{4\pi c^2} \frac{\text{farad}}{\text{cm}} = 8{,}84 . 10^{-14} \frac{\text{farad}}{\text{cm}}$$

$$\Pi^* = \frac{4\pi}{10^9} \frac{\text{henry}}{\text{cm}} = 1{,}256 . 10^{-8} \frac{\text{henry}}{\text{cm}}$$

Przy obliczeniach liczbowych czynnik 4π ujawnia się, jak to widzieliśmy w powyższem zadaniu i jak możemy sprawdzić na innych zadaniach.

Poza powyżej wskazanem utrudnieniem, na jakie nas naraża pogląd *B*, zmuszając do traktowania symboli literowych w równaniach fizykalnych jako wielkości, skierowuje nas ten pogląd — mojem zdaniem — na zupełnie błędny tor odnośnie do systemów jednostek.

Wallot i jego poplecznicy sądzą, że skoro według poglądu *B* należy pisać np.:

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{l}}{\mathbf{t}}$$

$J = K_1 \frac{E}{R} e$

Porównaj się bo moje wszystkie równania jednost…

$\underline{U = kJR}$ $\quad J_1 = K \frac{E}{R} e$

(równanie wielkościowe), to temsamem dopuszczalność równości

$$[v] = \frac{[l]}{[t]}$$

między symbolami odnośnych jednostek nie podlega żadnej dyskusji.

Racjonaliści tworzą też na wzór $\frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ wiele nowych jednostek skombinowanych ze znaków dotychczasowych jednostek, a mianowicie:

Jednostka natężenia pola elektr. (K)	volt/cm,
Jednostka natężenia pola magn. (H)	amp/cm,
Jednostka indukcji elektr. (D)	coulomb/cm²,
Jednostka indukcji magnet. (B)	voltsek/cm²,
Jednostka strumienia elektr. (Ψ)	coulomb,
Jednostka strumienia magnet. (Φ)	voltsek,
Jednostka siły (F)	joule/cm,
Jednostka momentu mechan. (M)	joule,
Jednostka pracy (A)	joule i t. d.

Jednostki te wynikają z praw fizykalnych odpowiednio przystosowanych do nowych jednostek. Tak np. jednostka coulomb dla Ψ wynika z prawa Gaussa, które w nowym systemie ma mieć postać równania *wielkościowego* w relacji

$$\Psi^* = \mathbf{Q}$$

zamiast dotychczasowej formy *wartościowej*

$$\Psi = 4\pi\, Q$$

Oczywiście, gdy w poprzedniem równaniu wielkościowem wstawimy

$\Psi^* = \Psi\,[\Psi]$ i położymy $\mathbf{Q} = Q\,[Q] = Q$ coulomb, to wypadnie z równania

$$\Psi\ [\Psi] = Q \text{ coulomb}$$

$$\text{wartość } \Psi = \text{wartości } Q$$

$$\text{oraz jednostka } [\Psi] = \text{coulomb.}$$

Na tym przykładzie widać jednak doskonale niedopuszczalność równości

$$\Psi^* = \mathbf{Q}$$

wszak Ψ^* oznacza strumień elektryczny, a $\mathbf{Q}$ nabój elektryczny, a więc dwie zupełnie różne wielkości fizykalne! Strumień elektr. Ψ^* ma tyle tylko wspólnego z nabojem elektr. $\mathbf{Q}$, że wartość strumienia Ψ^* jest równa (przy przyjęciu pewnych jednostek) wartości naboju $\mathbf{Q}$ w przypadku gdy Ψ^* pochodzi od $\mathbf{Q}$. Stwierdzenie tego faktu nie upoważnia nas jednak bynajmniej do identyfikowania wielkości Ψ^* z wielkością $\mathbf{Q}$.

W myśl poglądu *A* musimy tu napisać

$$\Psi = Q$$

(równanie wartościowe), a w myśl poglądu *C* wolno co najwyżej położyć

$$\Psi = \frac{\Psi^*}{[\Psi]}, \quad Q = \frac{\mathbf{Q}}{[Q]}$$

czyli

$$\frac{\Psi^*}{[\Psi]} = \frac{\mathbf{Q}}{[Q]}$$

Skąd wypływa równanie

$$\Psi^* = \frac{[\Psi]}{[Q]}\,\mathbf{Q} \quad \ldots\ldots \quad (m)$$

Możemy teraz położyć

$$[Q] = \text{coulomb}$$

i tak dobrać jednostkę $[\Psi]$, aby powyższe równanie formalno-wartościowe (typu *C*) obowiązywało, lecz w myśl poglądu *C* nie wolno kłaść w (*m*)

$$[\Psi] = \text{coulomb}$$

gdyż mamy tu do czynienia z dwiema jednostkami przynależnemi do dwóch najzupełniej różnych wielkości fizykalnych Ψ^* i $\mathbf{Q}$, czyli z dwiema najzupełniej różnemi jednostkami.

Wallot twierdzi, że równania typu *B* są niezależne od systemów jednostek. Twierdzenie to nie zgadza się z pisownią wzorów podanych przez Wallota. Tak np. prawo Coulomba należy według Wallota pisać w postaci wielkościowej

$$\mathbf{F} = \frac{\mathbf{Q}_1\,\mathbf{Q}_2}{4\pi\,.\,\varepsilon\,\Delta^*.\,\mathbf{l}^2} \quad \ldots\ldots \quad (n)$$

Dotychczasową formę tego prawa

$$F = \frac{Q_1\,Q_2}{\varepsilon\,.\,l^2} \quad \ldots\ldots \quad (o)$$

należy — według Wallota — odrzucić. Porównując ((n) z (o) widzimy, że Wallot wprowadza czynnik 4π w równanie, które poprzednio tego czynnika nie miało oraz nowy czynnik Δ^* (stałą elektryczną próżni) obok dotychczasowej stałej ε. Łatwo stwierdzić, że uzupełnienia te są konieczne dlatego, aby wzór Wallota obowiązywał dla jednostek: coulomb, (odnośnie do *Q*), cm (odnośnie do *l*) i $\frac{\text{joule}}{\text{cm}}$ (odnośnie do *F*):

$$F = \frac{1 \text{ coulomb} \,.\, 1 \text{ coulomb}}{4\,\pi\,.\,\varepsilon\,.\,\frac{10^9}{4\,\pi\,c^2}\,\frac{\text{farad}}{\text{cm}}\,\text{cm}^2} =$$

$$= \frac{\text{coulomb}^2}{\varepsilon\,.\,\frac{10^9}{9\,.\,10^{20}}\,\frac{\text{coulomb}}{\text{volt}}\,\text{cm}} = \frac{9\,.\,10^{11}}{\varepsilon}\,\frac{\text{culomb volt}}{\text{cm}} =$$

$$= \frac{9\,.\,10^{11}}{\varepsilon}\,\frac{\text{joule}}{\text{cm}}$$

Tę samą wartość siły *F* otrzymamy z (o), podstawiając

$Q_1 = Q_2 = 3\,.\,10^9$ w jedn. ES (co odpowiada nabojowi 1 coulomba) i $l = 1$ w cm,

$$F = \frac{3\,.\,10^9\,.\,3\,.\,10^9}{\varepsilon\,.\,1} = \frac{9\,.\,10^{18}}{\varepsilon} \text{ w dynach} =$$

$$= \frac{9\,.\,10^{11}}{\varepsilon} \text{ w } \frac{\text{joulach}}{\text{cm}}, \text{ bo } \frac{\text{joule}}{\text{cm}} = 10^7 \text{ dyn.}$$

Czyniąc przegląd wszystkich wzorów podanych przez Wallota i jego adherentów, stwierdzimy łatwo, *że nie są one niezależne od systemów jednostek — jak twierdzi Wallot — bo obowiązują właśnie dla nowo forsowanego „racjonalnego" systemu jednostek.*

Pogląd, *że równania fizykalne są niezależne od jakiegokolwiek układu jednostek jest najzupełniej* błędny, a wysuwanie tego poglądu jako argumentu w walce z dawnemi systemami jednostek, nie wytrzymuje krytyki.

Pani Afanasjewa - Ehrenfest dowiodła niezbicie w swej cytowanej poprzednio pracy, że każde równanie fizykalne, które ma być ważne dla dowolnie obranych jednostek, musi być uzupełnione t. zw. spółczynnikami wyrównawczemi (Ausgleichsfaktoren) k.

Punkt wyjścia z teorji p. Afanasjewy stanowi t. zw. *zasada jednorodności równań fizykalnych.* Każdy wzór fizykalny można przedstawić — według Afanasjewy — w formie równania ogólnego

$$f(A, B, C \ldots N;\ S_1, S_2 \ldots S_n;\ k_1, k_2 \ldots k_m) = 0$$

w którem symbole A, B, C, ... N przedstawiają wartość pewnych wielkości fizykalnych, symbole $S_1\ S_2 \ldots S_n$ wartości pewnych spółczynników fizykalnych a $k_1\ k_2 \ldots k_m$ spółczynniki wyrównawcze i pewne liczby ($^1/_2$, π, 2π, 4π i t. d.). Wartości wielkości i spółczynników fizykalnych zależą od doboru jednostek, a *żadne równanie fizykalne nie jest ważne dla wszelkich dowolnych jednostek.* Tę właściwość określa Afanasjewa jako *niejednorodność* równań fizykalnych.

Ponieważ do obliczeń liczbowych można użyć tylko równań jednorodnych, przeto każde równanie fizykalne trzeba odpowiednio uzupełnić t. zw. spółczynnikami wyrównawczemi (k), których liczba i wartość zależy od postaci równania i doboru jednostek.

Tak np. prawo Ohma w postaci

$$U = J \,.\, R$$

wymaga tylko jednego spółczynnika wyrównawczego k

$$U = k \,.\, J \,.\, R$$

Prawo Ohma w postaci

$$U = E - J \,.\, R$$

wymaga dwu spółczynników wyrównawczych k_1, k_2

$$U = k_1 E - k_2 J \,.\, R$$

Ogólnie równania fizykalne w postaci iloczynów

$$N = A^\alpha\, B^\beta\, C^\gamma\, D^\delta$$

wymagają do uzupełnienia tylko jednego spółczynnika wyrównawczego k

$$N = k\, A^\alpha\, B^\beta\, C^\gamma\, D^\delta$$

Natomiast równania fizykalne w postaci sum iloczynów

$$N = A^\alpha\, B^\beta\, C^\gamma + D^\delta\, E^\varepsilon + F^\varphi$$

wymagają tylu spółczynników wyrównawczych, ile zawierają składników, tworzących iloczyny:

$$N = k_1\, A^\alpha\, B^\beta\, C^\gamma + k_2\, D^\delta\, E^\varepsilon + k_3\, F^\varphi$$

Określenie ilości spółczynników k i miejsc im przynależnych nie przedstawia żadnych trudności. Wypisujemy dane równanie fizykalne w najprostszej formie t. j. dla tak dobranych (w myśli) jednostek, aby nie posiadało żadnego spółczynnika wyrównawczego. Następnie każdy symbol literowy, oznaczający wartość w owem równaniu, zastępujemy iloczynem $N \,.\, k$, przyjmując, że maksymalnie może wystąpić tylko tyle spółczynników wyrównawczych, ile jest owych symboli w równaniu. Wreszcie ściągamy razem te iloczyny utworzone z k, które dadzą się zastąpić jednym spółczynnikiem k i rzecz gotowa.

P r z y k ł a d: Najprostsza forma równania na napięcie źródła prądu stałego jest

$$U = E - J \,.\, R$$

Podstawiamy

$$U = U \,.\, k_1,\ E = E \,.\, k_2,\ J = J \,.\, k_3,\ R = R \,.\, k_4$$

$$U \,.\, k_1 = E\, k_2 - J\, k_3 \,.\, R\, k_4$$

$$U = E \frac{k_2}{k_1} - J R \frac{k_3\, k_4}{k_1}$$

i otrzymujemy

$$U = k_I E - k_{II} J R$$

Analogicznie i już bez objaśnień

$$F = \frac{Q_1\, Q_2}{\varepsilon\, l^2},\quad F k_1 = \frac{Q_1\, Q_2\, k^2_2}{\varepsilon\, k^2_3\, l^2},\quad F = \frac{k_2^{\,2}}{k_1\, k^2_3}\,\frac{Q_1\, Q_2}{\varepsilon\, l^2}$$

$$F = k\,\frac{Q_1\, Q_2}{\varepsilon\, l^2}$$

Znacznie trudniejszą sprawę przedstawia obliczenie spółczynników wyrównawczych (k). Musimy tu przerobić choć jeden przykład, aby stało się zrozumiałem, jak *cenną rzeczą są systemy jednostek,* na które tylu autorów napada.

Przypuśćmy, że teorja dymensyj i układów jednostek jest nieznana i że jakiś fizyk odkrył prawo zaniku prądu

$$J_t = \frac{E}{R}\, e^{-\frac{R}{L}\, t}$$

i podał go do wiadomości w tej prostej postaci, oczywiście z komentarzem, co do znaczenia symboli literowych, jednakże bez żadnej uwagi co do jednostek. Przypuśćmy dalej, że w dziedzinie jednostek panuje zupełny chaos, że więc np. mierzymy SEM E w mV, opór R w Ω, indukcyjność L w jedn. ES, czas t w μ sek [20], a prąd J w jedn. *EM.* (Chyba wystarczający „bigos" jednostek). Zakładamy dalej, że mamy oscylograf prądu, wycechowany oczywiście w jedn. EM, oraz pomierzone wartości E, R, L w podanych poprzednio jednostkach.

Zadaniem naszem jest przystosować nowo odkryty wzór do podanego powyżej *zespołu jednostek.* Gdyby nie było układów jednostek, ani teorji dymensyj, musielibyśmy po pierwsze zrobić porządne zdjęcie oscylograficzne przebiegu J_t w obwodzie o stałej SEM E i stałych R, L. Po drugie wyznaczyć dla dwóch dowolnie obranych momentów czasu wartości chwilowe prądu i_1 i i_2. Po trzecie napisać poprzednie równanie w formie

$$J_t = k_1 \frac{E}{R}\, e^{-k_2 \frac{R}{L} t}$$

i z niego po podstawieniu

$$i_1 = k_1 \frac{E}{R}\, e^{-k_2 \frac{R}{L} t_1}$$

$$i_2 = k_1 \frac{E}{R}\, e^{-k_2 \frac{R}{L} t_2}$$

obliczyć wartości liczbowe k_1 i k_2 według wzorów (wartościowych)

$$k_1 = \frac{R}{E}\left(\frac{i_1^{\,t_2}}{i_2^{\,t_1}}\right)^{\frac{1}{t_2 - t_1}}$$

$$k_2 = \frac{L}{R\,(t_2 - t_1)}\, ln\left(\frac{i_1}{i_2}\right)$$

Gdybyśmy to wszystko wykonali *z zupełną dokładnością,* wypadłoby nam

$$k_1 = \frac{1}{10^4},\quad k_2 = \frac{1}{9 \,.\, 10^{17}}$$

Moglibyśmy wtedy napisać

$$J_t = \frac{1}{10^4}\,\frac{E}{R}\, e^{-\frac{1}{9\,.\,10^{17}}\,\frac{R}{L}\, t}$$

---

[20]) $\mu\,$sek $= 10^{-6}$ sek.

ważne dla J w jedn. EM prądu, E w mili-voltach, R w ohmach, L w jedn. ES indukcyjności, t w mikro-sekundach.

Mając ten zespół jednostek, moglibyśmy następnie z pomocą przeliczeń, okazywanych na początku niniejszego ustępu, przerabiać powyższy wzór na wszelkie inne zespoły jednostek (oczywiście, gdyby nam były wiadome relacje między podanemi tu i nowemi jednostkami).

Otóż trzeba sobie zdać sprawę z następujących rzeczy:

1° *Każdy wzór fizykalny jest dopiero wtedy kompletny, gdy określimy choć jeden zespół jednostek, dla którego zachowuje ważność w podanej relacji.*

2° *Przy bezplanowym obiorze jednostek różnych wielkości wystąpiłyby we wszystkich równaniach i wzorach fizykalnych spółczynniki wyrównawcze k*, których wyznaczenie bez teorji dymensyj i układów miar byłoby bardzo trudną sprawą.

3° *Spółczynniki (k) musiałyby być podane przy każdem równaniu fizykalnem i każdym pochodnym wzorze oddzielnie*, dlatego, bo przy analitycznem wyprowadzaniu wzorów pochodnych tworzą się kombinacje z owych spółczynników.

Przykład: $U = k_1 J . R$, $P = k_2 U . J$
$P = k_2 U . J = k_1 k_2 J^2 . R = k_3 J^2 . R$ i t. p.

4° *Poza wartościami spółczynników k trzeba by podawać przy każdym wzorze, dla jakich zespołów jednostek on obowiązuje.*

5° Przy analizie teoretycznej musielibyśmy ciągnąć niepotrzebnie wszystkie spółczynniki k, inaczej nasze wzory końcowe wymagałyby doświadczeń, celem ustalenia wartości k, bez których wszak nie można sprawdzać wyników, ani rachunkowo, ani eksperymentalnie (ilościowo).

6° Wyliczenia liczbowe byłyby żmudne, bo obarczone wieloma czynnikami k, przeważnie o postaci liczb o wielu miejscach dziesiętnych.

7° Przejrzystość wzorów fizykalnych, uzupełnionych wieloma spółczynnikami k, ucierpiałaby znacznie.

Otóż tego wszystkiego można uniknąć przez odpowiedni, planowy dobór jednostek, czyli przez stworzenie jednolitego systemu jednostek dla całego obszaru fizyki. Praktyk może narzekać, jak chce, na niestosownie wielkie lub małe jednostki, *fizyk musi dążyć przedewszystkiem do wyeliminowania spółczynników k, czyli do takiego doboru jednostek, przy którym w możliwie wielu równaniach zasadniczych wszystkie spółczynniki k, lub przeważna ich większość, jest równa jedności*, a pozatem do takiego systemu jednostek, aby *minimalną ilością precyzyjnych pomiarów możliwe było dokładne określenie poszczególnych jednostek*. Ten cel spełniają właśnie t. zw. systemy C G S, w których za podstawę przyjęto trzy zasadnicze jednostki: centymetr, gram, sekundę. Ustalając tylko te trzy jednostki w formie etalonowej i uzależniając wszystkie inne jednostki od tychże, tworzymy system, w którym definicje wszystkich innych jednostek pozostaną tak długo nienaruszone, jak długo owe zasadnicze etalony będą niezmienione.

Oczywiście dla praktyki elektrotechnicznej wydaje się bardziej celowem tworzenie jeszcze dalszych etalonowych jednostek, jak *amper* (prąd stały, wydzielający z azotanu srebra w sekundzie 0,00111800 g srebra), *ohm* (opór słupa rtęci o długości 106,300 cm, i masie 14,4521 g przy jednakowym przekroju i temp. 0° C), *volt* (napięcie na oporze 1 ohma, gdy przepływa przez niego prąd stały, równy jednemu amperowi) (W przybliżeniu $\frac{1}{1,1830}$ SEM-cznej normalnego ogniwa Westona przy 20° C). Na tem tle doszło właśnie do sporów między elektrotechnikami i fizykami. Fizycy żądają, aby *wszelkie dalsze etalony miały tylko znaczenie pomocnicze, a nie definicjonalne*, elektrotechnicy zaś żądają, aby *obok definicyjnych jednostek etalonowych centymetra, grama i sekundy* dopuścić jeszcze nowe *definicyjne i już dalej nie podlegające zmianom etalonowe jednostki, amper i ohm* lub ewentualnie jeszcze *volt*.

Kto ma rację? Mojem zdaniem, rację trzeba przyznać fizykom, albowiem trzeba uwzględnić, że *żaden etalon nie da się ustalić z absolutną dokładnością*, czyli, że każdy obarczony jest pewnym błędem. Im więcej etalonów, tem więcej źródeł błędów. Aby zrozumieć poglądowo, na czem polega ten cały spór, przytoczę taki przykład:

Objętość kuli określa ściśle wzór

$$v = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Jednostką objętości może być jakiś etalon np. „mililitr" lub definicja „jednostką objętości jest cm³". Gdy mililitrem nazywać będziemy objętość 1 cm³, jest wszystko w porządku. Gdybyśmy natomiast sporządzili *etalon* (np. naczynie) o objętości równej 1 mililitr, powstaną trudności następujące: Nigdy nikt nie potrafi sporządzić etalonu „mililitra" tak, aby on miał *ściśle* objętość 1 cm³. Dziś określimy, że według dzisiejszego stanu techniki pomiarowej nasz etalon ma „rzeczywiście" objętość 1 cm³, za lat kilka lub kilkadziesiąt okaże się napewno, że ma więcej lub mniej jak 1 cm³. Otóż po każdem takiem odkryciu niezgodności etalonu „mililitra" z cm³ mamy przed sobą dwie alternatywy:

1° Zmienić etalonową jednostkę „mililitr" tak, aby znów (przy danej technice pomiarowej) odpowiadała 1 cm³.

2° Ogłosić, że od pewnej daty będąca w użyciu miara „mililitr" nie jest równa 1 cm³.

Pierwsza alternatywa zmusza do zmiany wszystkich będących w użyciu miar wzorowanych na etalonie i powoduje zamięszanie. Dla uniknięcia nieporozumień musielibyśmy znaczyć np. „mililitr z roku 1900", „mililitr z roku 1930" i t. d. Gdybyśmy tych uzupełnień nie dodali, nie wyznalibyśmy się w pomiarach *precyzyjnych*, czynionych w różnych czasach owym etalonowym mililitrem, gdyż mililitr z roku 1900, a mililitr z roku 1930 to *dwie różne miary objętości!* Nie chcąc wprowadzać takiego zamieszania lub trudności związanych ze zmianą ustalonego etalonu, musielibyśmy przyjąć alternatywę drugą. *To pociąga jednak za sobą zmianę wszystkich wzorów fizykalnych*, stojących bezpośrednio lub pośrednio w związku z objętością. Gdy mililitr = 1 cm³ mogę położyć np. dla kuli

$$v = \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ centymetrów}^3 \text{ czyli mililitrów}$$

Gdy natomiast ustalony etalon „mililitr" nie równa się 1 cm³ trzeba będzie pisać $v = \frac{4}{3} \pi r^3$ w cm³ i $v = k \frac{4}{3} \pi r^3$ w mililitrach.

Fizycy, którzyby się zgodzili na wprowadzenie jakiejkolwiek nowej *etalonowej jednostki* np. etalonu mililitra $= \frac{1}{1000}$ litra, muszą się więc przygotować na to, że z czasem *ich równania przestaną być ważne w dzisiejszej formie, zawierającej różne ustalone spółczynniki liczbowe określone dla* cm^3.

Przy stwierdzeniu niedokładności w etalonach alternatywa 1-sza prowadzi więc do zmiany wszystkich miar cechowanych według etalonów, a alternatywa 2-ga do zmiany wszystkich (lub bardzo wielu) spółczynników liczbowych w równaniach fizykalnych. — *I jedna i druga przedstawia więc zło, tem większe, im więcej jest etalonów* i dlatego słuszne jest stanowisko fizyków, że *jednostek etalonowych powinno być jak najmniej.*

Oczywiście powyższe nie wyklucza tworzenia etalonów porównawczych ampera, volta, mikro-henra, mikro-farada i t. p. Fizycy stoją jednak na tem stanowisku, że *etalony te winny wyrażać wielokrotności jednostek układu CGS, czyli, że w miarę postępu techniki pomiarowej, winny być odpowiednio ‚dopasowywane" do jednostek CGS,* zaś praktycy żądają, *aby pewne etalony stały się takiemi definicyjnemi jednostkami etalonowemi, jak metr, kilogram i sekunda.*

Powyższe określenia były konieczne dla zrozumienia istoty sporu. Fizyków, broniących układów CGS, nie można uważać za konserwatystów sprzeciwiających się innym „nowoczesnym" systemom jednostek. Im chodzi bowiem o rzecz podstawową, a mianowicie o to, że obok dotychczasowych trzech definicjonalnych i etalonowych jednostek metra, kilograma i sekundy mają być stworzone dalsze takie jednostki (amper, ohm lub volt i amper), co spowoduje tylko nowe, niepotrzebne trudności.

Wypada teraz jeszcze wyjaśnić rzecz zasadniczą, a mianowicie, czy obecne systemy CGS, używane w nauce o elektryczności i magnetyzmie, są poprawne, czy też błędne? Odpowiedź na to pytanie brzmi:

Gdy przyjmiemy pogląd A za słuszny, nie ulega żadnej wątpliwości, że obecne systemy CGS są poprawne, gdy zaś przyjmiemy pogląd *B* za słuszny, trzeba będzie odrzucić owe systemy, jako wykraczające przeciw temu poglądowi. Ponieważ poprzednio wykazaliśmy, że pogląd *B* nie da się utrzymać, to wynika stąd, że *właśnie nowo forsowany system praktyczny trzeba odrzucić i pozostać przy dawnych systemach CGS.*

Pewne nieporozumienia, powstałe na podłożu tych systemów, usuwa w zupełności zastosowanie do analizy, w miejsce równań wartościowych, równań formalno-wartościowych typu *C*.

Układ CGS wspiera się na teorji dymensyj — jak to już poprzednio omówiliśmy.

Zasadniczo formuły dymensyjne zawierają symbole wartości, a nie wielkości fizykalnych. Na tem tle powstały trudności i nieporozumienia. Gdy bowiem napiszemy ogólnie

$$\dim N = A^\alpha B^\beta C^\gamma \quad . \; . \; . \; . \quad (13)$$

i uważać będziemy symbole *N*, *A*, *B*, *C* za wartości, to staje się niezrozumiałem, w jaki sposób z tego równania dymensyjnego przechodzimy na równanie

$$\dim [N] = [A]^\alpha [B]^\beta [C]^\gamma \quad . \; . \; . \quad (14)$$

w których symbole $[N]$, $[A]$, $[B]$, $[C]$, oznaczają jednostki, a więc pewne wielkości. Pozatem mówimy np. „objętość ma wymiar (dymensję) długości w 3-ciej potędze — a nie — wartość objętości ma wymiar wartości długości w 3-ciej potędze".

Z powyższych trudności wyjdziemy, podstawiając w pierwotnem równaniu dymensyjnem zamiast wartości *N*, *A*, *B*, *C* ilorazy

$$N = \frac{\mathbf{N}}{[N]}, \; A = \frac{\mathbf{A}}{[A]}, \; B = \frac{\mathbf{B}}{[B]}, \; C = \frac{\mathbf{C}}{[C]}$$

w których symbole **N**, **A**, **B**, **C**, oznaczają wielkości fizykalne. Po takiem podstawieniu otrzymamy

$$\dim \frac{\mathbf{N}}{[N]} = \frac{\mathbf{A}^\alpha}{[A]^\alpha} \frac{\mathbf{B}^\beta}{[B]^\gamma} \frac{\mathbf{C}^\gamma}{[C]^\gamma}$$

$$\text{czyli} \quad \dim \mathbf{N} = \frac{\dim [N]}{[A]^\alpha [B]^\beta [C]^\gamma} \mathbf{A}^\alpha \mathbf{B}^\beta \mathbf{C}^\gamma \quad . \; . \quad (15)$$

Ponieważ w myśl teorji dymensji ma być

$$\dim [N] = [A]^\alpha [B]^\beta [C]^\gamma$$

przeto w naszem równaniu (15) jest

$$\frac{\dim [N]}{[A]^\alpha [B]^\beta [C]^\gamma} = 1 \quad . \; . \; . \; . \quad (16)$$

Otrzymujemy więc z równania (15) dwa równania dymensyjne

$$\underline{\dim \mathbf{N} = \mathbf{A}^\alpha \mathbf{B}^\beta \mathbf{C}^\gamma} \quad . \; . \; . \; . \quad (17)$$

$$\text{i} \quad \underline{\dim [N] = [A]^\alpha [B]^\beta [C]^\gamma} \quad . \; . \; . \; . \quad (18)$$

Z których (17) wyraża dymensję ze względu na *wielkość*, a (18) w odniesieniu do *jednostek*. Słuszność równania (15) widoczna jest przy podstawieniu z powrotem $\mathbf{N} = N\,[N]$, $\mathbf{A} = A\,[A]$, $\mathbf{B} = B\,[B]$, $\mathbf{C} = C\,[C]$.

Wypada wtedy

$$\dim \mathbf{N} = N\,[N] = A^\alpha [A]^\alpha B^\beta [B]^\beta C^\gamma [C]^\gamma$$

$$\dim N \,.\, \dim [N] = A^\alpha B^\beta C^\gamma \,.\, [A]^\alpha [B]^\beta [C]^\gamma$$

$$\dim N = A^\alpha B^\beta C^\gamma$$

Wzór (16) wyraża, że wyraz $\frac{[N]}{[A]^\alpha [B]^\beta [C]^\gamma}$ utworzony z symboli jednostek wielkości, stojących po obu stronach znaku równości, musi być bezwymiarowy, czyli, że nie może mieć wymiaru żadnej wielkości fizykalnej.

Powyższy „wielkościowy" sposób traktowania dymensyj wyjaśnia wiele niejasności w teorji dymensyj. Tak np. wyjaśnia z miejsca sprawę t. zw. *stałych fizykalnych.* Gdy je traktujemy, jako *liczby bezwymiarowe*, to odpadają one z równań dymensyjnych. Gdy je traktujemy analogicznie, jak wielkości, to znaczy kładziemy

$$\mathbf{S} = S\,[S]$$

wypadnie nam wymiar $[S]$ z równania dymensyjnego dla jednostek (16).

P r z y k ł a d: Prawo grawitacji Newtona ma w relacji wartościowej postać

$$F = C \frac{m_1 m_2}{l^2}, \; C \text{ stała grawitacji}$$

Traktując *C* jako wielkość, napiszemy w myśl poglądu *C*

$$\mathbf{F} = \frac{[F]\,[l]^2}{[m]^2\,[C]} \mathbf{C} \frac{\mathbf{m}_1 \mathbf{m}_2}{\mathbf{l}^2}$$

Według (17) wynika stąd

$$\dim \mathbf{F} = \mathbf{C m^2 l^{-2}}$$

oraz

$$\dim \frac{[F]\,[l]^2}{[m]^2\,[C]} = 1$$

Możemy zatem napisać

$$\dim \mathbf{C} = \mathbf{F M^{-2} L^2} \text{ oraz } \dim [C] = \frac{[F]\,[l]^2}{[m]^2}$$

Podstawiając $[F] = \text{cm g sek}^{-2}$, $[l] = \text{cm}$, $[m] = \text{g}$, otrzymamy

$$\dim [C] = \frac{\text{cm g sek}^{-2}.\,\text{cm}^2}{\text{g}^2} = \frac{\text{cm}^3}{\text{g}.\,\text{sek}^2}$$

jako wymiar stałej grawitacyjnej w układzie CGS [20]).

Gdybyśmy natomiast założyli powyżej, że C jest liczbą niemianowaną, napisalibyśmy

$$\mathbf{F} = \frac{[F]\,[l]^2}{[m]^2}\,C\,\frac{\mathbf{m_1\,m_2}}{\mathbf{l^2}}$$

$$\dim \mathbf{F} = \mathbf{m^2 l^{-2}}$$

$$\dim \frac{[F]\,[l]^2}{[m]^2} = 1$$

Stała grawitacyjna zniknęłaby tu z dymensyj [21]), lecz orzeklibyśmy równocześnie, że jest to możliwe tylko w takim układzie, gdzie siła **F** ma wymiar $\mathbf{m^2 l^{-2}}$ Na takiem założeniu opiera się też t. zw. *układ astronomiczny*.

Spory na temat, czy przy tworzeniu układów należy wszystkie spółczynniki fizykalne wpisywać w formie wartościowej, czy wielkościowej, nie mają sensu, *gdyż od sposobu wpisywania pewnych spółczynników zależy rodzaj układu, a pisownia innych musi być ujęta tak, aby nie powstały sprzeczności dymensyjne.*

Tak np. dla układu C G S, stała grawitacyjna *C musi* mieć charakter wielkości, skoro przyjęliśmy jako wymiar siły

$$\dim F = L\,M\,T^{-2}$$

Gdy jednak przyjmiemy za podstawowe wielkości M i L i założymy, że ma być $\dim F = m^2\,l^{-2}$. to wyjdzie, że stała grawitacyjna musi mieć charakter wartości. Widać stąd, że o przypisywaniu dymensjom jakiegoś znaczenia absolutnego, zdradzającego istotę danej wielkości, nie może być mowy. Ogólnie można stworzyć nieskończenie wiele różnych układów z nieskończenie wielu różnemi dymensjami dla tej samej wielkości fizykalnej.

Dwie wielkości jednakowe mogą mieć różne dymensje w dwu różnych układach, a *dwie wielkości różne* mogą mieć jednakowe dymensje w dwu różnych układach.

Pytanie, jaki jest „prawdziwy" wymiar jakiejś wielkości ma to samo znaczenie, jak pytanie, jaka jest „prawdziwa" nazwa jakiegoś przedmiotu.

To samo odnosi się do spółczynników fizykalnych.

Powyższe uwagi rzucają wiele światła na sprawę *kontroli równań fizykalnych z pomocą dymensyj.* Ogólnie utarło się mniemanie, że *w każdem równaniu fizykalnem musi być dymensja lewej strony równa dymensji prawej strony równania.* Twierdzenie to polega na ciekawem nieporozumieniu. Zbadajmy bowiem np. dymensję prawa Priestley'a ogólnie zwanego prawem Coulomb'a [22]).

$$F = \frac{Q_1\,Q_2}{\varepsilon\,l^2}$$

Gdy założymy, że w myśl danych układu ES ma być

$$\dim F = L\,M\,T^{-2},\ \dim Q = L^{3/2}\,M^{1/2}\,T^{-1},$$
$$\dim l = L,$$

wypadnie $\dim \varepsilon = 1$, czyli ε bez wymiaru.

Gdy natomiast założymy, że ma być według układu EM

$$\dim F = L\,M\,T^{-2},\ \dim Q = L^{1/2}\,M^{1/2},$$
$$\dim l = L, \text{ wypadnie}$$

$\dim \varepsilon = L^{-2}\,T^2$ czyli wymiar prędkości do minus 2-giej potęgi.

Już na tych dwu przykładach widać, że o jakiejś a priori danej zgodności dymensyj wyrazów zawartych po obu stronach znaku równości w równaniu fizykalnem nie może być mowy. Równość dymensyj po obu stronach równania fizykalnego, to nie jakieś konieczne prawo przyrody, tylko całkiem-poprostu nasze dzieło. Z doświadczeń czerpiemy tylko zależności dotyczące *wartości* różnych wielkości. Odpowiednio do tego układamy równania fizykalne względnie prawa fizykalne. Wzory fizykalne są w zasadzie *równaniami wartościowemi*, i jako takie nie mogą zawierać żadego warunku równości dymensyjnej po obu stronach znaku równości. Ponieważ jednak *teorję dymensyj można stosować tylko przy założeniu równości dymensyj, przeto dobieramy wymiary tak, aby zawsze w każdym wzorze po obu stronach znaku równości wypadały jednakowe dymensje* [23]). Wypadają przytem zabawne kolizje, prowadzące do jałowych sporów. Zdarza się bowiem w pewnych przypadkach, że przy uzgadnianiu dymensyj w równaniach wypadają nam różne wymiary dla wielkości, o których z rozważań fizykalnych wiemy, że są tego samego rodzaju. Klasycznym przykładem mogą być w tym względzie znane równania

$$D = \varepsilon.\,K \text{ i } B = \mu.\,H$$

Z rozważań fizykalnych wiemy, że natężenie pola elektrycznego K i indukcja elektryczna D w próżni nie różnią się niczem od siebie [24]). To samo wiemy o natężeniu pola magnetycznego H i indukcji magnetycznej B. Fizykalnie rzecz biorąc, powinno zatem dla próżni być $\varepsilon = 1$ i $\mu = 1$, jak to słusznie

---

[20]) Wartość stałej grawitacyjnej wynosi około $6{,}65\,.\,10^{-8}$, czy i $\mathbf{C} = 6{,}65\,.\,10^{-8}\,\frac{\text{cm}^3}{\text{g}.\,\text{sek}^2}$

[21]) Dymensja z liczby bez wymiaru C wynosi $\dim C = 1$.

[22]) Prawo to odkrył pierwszy Priestley a nie Coulomb. (Patrz Whittacher „History of the Theory of the Ether and Electricity", 1910).

[23]) Czytaj w Brigdmannie rozdział na str. 37 i dalszych.

[24]) W znanem dziele Abrahama „Theorie der Elektrizität" tom I 1923 wyd. 5-te podkreślano specjalnie we wstępie i wewnątrz, że wielkości K i D wzgl. H i B są tego samego rodzaju. Punktem wyjścia nowego układu praktycznego jest jednak teza wręcz przeciwna. Sprawę tę omówię w osobnej pracy.

założył Gauss w swym układzie, zwanym układem Gaussa. W układzie ES przyjmujemy jednak dla próżni jedynie $\varepsilon_0 = 1$, a dla μ_0 „wypada" z uzgodnień dymensyjnych $\mu_0 = \frac{1}{c^2}$. W układzie EM przyjmujemy jedynie $\mu_0 = 1$, a z uzgodnień dymensyjnych „wypada" $\varepsilon_0 = \frac{1}{c^2}$. W układzie Gaussa mamy zatem dim D = dim K, i dim B = dim H, w układzie ES jest w myśl założenia dim D = dim K, a dim $B \neq$ dim H! Na tem tle powstały też spory o to, czy wielkości K i D, względnie H i B są tego samego rodzaju, czy nie. Spory te są bezsensowe dlatego, bo właśnie *równość dymensyj po obu stronach znaku równości nie jest wcale a priori dana w równaniach fizykalnych, o równość taką trzeba się dopiero postarać,* (czy to przez uzupełnienie równania odpowiednio zdymensjonowanymi spółczynnikami, czy też przez przydanie pewnym spółczynnikom wymiarów), jeżeli teorja dymensyj ma znaleźć zastosowanie. Trzeba bowiem pamiętać, że podstawą teorji dymensyj jest założenie równości dymensyj po obu stronach równania fizykalnego, bez niej niema teorji dymensyj. Konieczność tę nazywamy krótko *zasadą równości dymensyjnej równań fizykalnych.*

Na zasadzie równości dymensyjnej zbudowana jest piękna analiza fizykalno-dymensyjna, w którą się tu oczywiście wdawać nie możemy [25]). Wypada tylko zaznaczyć, że każdy *fizykalny system jednostek* musi być oparty na teorji dymensyj i tem się różni od t. zw. *praktycznych zespołów jednostek,* które w zasadzie można obierać dowolnie.

Ponieważ nie wszyscy rozumieją, na czem polega różnica między jednym a drugim zespołem jednostek ,dodam tu następujące wyjaśnienia:

Pojęcie wartości N jakiejś wielkości N ma sens tylko w odniesieniu do przynależnej do niej jednostki. Jeżeli każda wielkość ma być mierzona własną jednostką, *potrzeba ogólnie conajmniej tyle jednostek, ile jest różnych wielkości.* Teoretycznie każda jednostka własna, czyli jednorodna z N, może być obrana dowolnie. Razem tworzą wszystkie *zbiór jednostek.*

P r z y k ł a d: Cal jako jednostka długości, tonna jako jednostka masy, węzeł marynarski jako jednostka prędkości, godzina jako jednostka czasu i t. d.

Poprzednio wyjaśnialiśmy już, że równania fizykalne nie są ważne dla dowolnych jednostek.

Zbiór jednostek, które sprawdzają pewien zespół danych równań fizykalnych możemy nazwać *zespołem jednostek.*

Jednostki własne, wchodzące w skład zespołu jednostek, nie mogą być dowolne, lecz są wzajemnie uzależnione danym zespołem równań fizykalnych, do którego przynależą. Mimo to można stworzyć *nieskończenie wiele różnych zespołów jednostek.* W interesie zarówno fizyków jak i techników leży, by tych zespołów jednostek wszystkich wielkości było jak najmniej i by odpowiadały pewnym wymaganiom. Jeżeli bowiem uwzględnimy, że każda jednostka powinna mieć swoją nazwę, a przynajmniej swój znak, to jasnem będzie, że w tworzeniu jednostek trzeba zachować pewne umiarkowanie. Oczywiście ideałem byłby taki stan, w którym wszystkich zadowoliłby *jeden jedyny zespół jednostek, złożony tylko z unikatów jednostkowych dla każdej wielkości.* Niestety stan taki nie może być osiągnięty z powodu różnych wymagań, jakie stawiamy odnośnie do jednostek.

Teoretycy żądają, aby definicje jednostek były proste i aby przy ich zastosowaniu wypadały możliwe proste formy równań czy wzorów fizykalnych. Możliwość tworzenia etalonów dla jednostek, poszczególnych wielkości stoi tu na drugim planie.

Praktycy wymagają, aby jednostki miały *wielkości dobrane do częstych obliczeń i pomiarów,* oraz, aby była możliwość tworzenia etalonów przynajmniej dla ważniejszych jednostek.

Żądania teoretyków i praktyków nie dadzą się zadowolić jednym zespołem jednostek i dlatego musimy się pogodzić z tym stanem rzeczy, że obok siebie będą istniały przynajmniej dwa systemy jednostek: *teoretyczny i praktyczny.* Teoretyczne systemy znajdują główne zastosowanie w fizyce, praktyczne w technice, dlatego pierwsze możemy nazywać także fizykalemi, a drugie technicznemi. Teoretyczne systemy jednostek, obecnie używane w fizyce, charakteryzuje to, że każdy zespół jednostek stanowi równocześnie pewien *układ miar. Układem miar* nazywamy taki system jednostek, w którym jednostki uzależnia się wzajemnie, nietylko odpowiednio do praw fizykalnych, lecz *w którym wszystkie jednostki są równocześnie uzależnione jeszcze od kilku t .zw. podstawowych jednostek.*

Tak np. *w t. zw. układach CGS jednostki wszystkich wielkości fizykalnych uzależnione są od trzech jednostek podstawowych, które stanowią: centymetr, gram (masa) i sekunda.* Uzasadnienie dla tej zależności podaliśmy już powyżej. Oparcie dla niej stanowi teorja dymensyj.

Dotychczas trudność w praktycznem zastosowaniu układów CGS na terenie nauki o elektryczności i magnetymie polegała na niedokładnościach t. zw. pomiarów absolutnych. W obecnych czasach, trudność ta została jednak już częściowo przezwyciężona [26]). Drugą trudność w zastosowaniu układów CGS stanowi brak nazw i znaków jednostek przynależnych do tych układów. Brak ten da się jednak łatwo usunąć w sposób podany w następnym ustępie.

Na podstawie dotychczasowych rozważań w poprzednich ustępach przeprowadzonych, możemy zatem wypowiedzieć następujące konkluzje:

I. *Symbole literowe we wzorach fizykalnych przedstawiają wartości, nie wielkości.*

II. *Obliczenia liczbowe należy przeprowadzać, wstawiając w te wzory liczby, a nie liczby z jednostkami.*

III. *Wszelkie wnioski, wypływające z równań wielkościowych typu B, są błędne, ponieważ opierają się na błędnem założeniu, że symbole literowe w równaniach fizykalnych oznaczają wielkości.*

IV. Jeżeli dla pewnych celów (analizy) uważamy za pożądane, aby w równaniach fizykalnych wystąpiły wielkości zamiast wartości, należy od-

---

[25]) Patrz Bridgman - Holl.

[26]) Bliższe szczegóły zawiera referat prof. Dr. Krukowskiego.

nośne wartości zastąpić ilorazem $\frac{\text{wielkość}}{\text{jednostka}}$. Podstawienie takie prowadzi do wzorów typu C, t. j. do równań *formalno-wielkościowych.*

V. Wypisywanie równań dla jednostek w formie wzorów np.

$$V = A\,\Omega, \text{ lub volt} = \text{amper} \times \text{ohm}$$
$$\text{dyna} = \text{cm g sek}^{-2} \text{ i t. d.}$$

przedstawia niczem nieuzasadnioną dowolność, która ogólnie prowadzi do sprzeczności matematyczno-fizykalnych.

Wzory tego rodzaju opierają się na równaniach fizykalnych wielkościowych (typ B), a więc na błędnej podstawie.

VI. Obecne systemy CGS są teoretycznie poprawne, a oparcie tych systemów na teorji dymensyj jest uzasadnioną koniecznością.

VII. Źródłem wszystkich dotychczasowych nieporozumień i błędów jest pomieszanie pojęcia wartości z wielkością i identyfikowanie symboli dymensyjnych z symbolami jednostek.

VIII. Nowy „zracjonalizowany" układ jednostek nietylko nie chroni przed dotychczasowemi błędami, ale pomnaża je.

IX. Z dotychczasowego pomieszania pojęć i chaosu jednostek wybawi nas nie nowy system jednostek, tylko ścisłe rozgraniczenie pojęć oraz wprowadzenie nazw i znaków jednostek. Należy przytem unikać nazw i znaków kombinowanych, gdyż opierają się one na błędnem identyfikowaniu dymensji jednostki z samą jednostką, względnie na błędnej interpertacji pomiarów pośrednich.

X. *Wzór fizykalny jest kompletny dopiero wtedy, gdy podany jest zespół jednostek, dla którego jest ważny w podanej relacji.*

XI. *Nowy układ jednostek to równocześnie także nowe wzory fizykalne, bo ze zmianą jednostek zmieniają się także spółczynniki fizykalne S oraz spółczynniki wyrównawcze k.*

V. *Nowy ogólny system nazw i znaków dla jednostek wszystkich układów.*

Przechodzimy teraz do rzeczy praktycznie bardzo ważnej, a mianowicie do *ogólnego systemu znaków i nazw wszystkich jednostek,* który przedstawiam tu, jako własną propozycję. (Tablica jednostek).

Przy układaniu tej tablicy kierowałem się następującemi myślami przewodniemi:

1) *Każda jednostka powinna mieć swą nazwę i swój znak.*

Przy obecnych wielu układach jednostek byłoby niepodobieństwem tworzenie całkiem różnych nazw i znaków dla wielu różnych jednostek, przynależnych do tej samej wielkości. Wszak dotąd nie zdobyliśmy się nawet na nazwy i znaki dla wszystkich jednostek układu praktycznego. Trzeba jednak zauważyć, że tworzenie całkiem różnych nazw i całkiem różnych znaków dla jednostek przynależnych do tej samej wielkości nie miałoby żadnego sensu. *Jeżeli bowiem nazwy i znaki wielkości zatrzymujemy jednakowe bez względu na to, w jakim układzie te wielkości wyrażamy,* to dlaczegóż mielibyśmy odbiegać od tej wytycznej przy tworzeniu nazw i znaków *jednostek*? Czy dlatego, że jednostki przynależne do różnych układów mają różne dymensje? Ależ poszczególne wielkości mają też w różnych układach różne dymensje. Nabój Q ma np. w układzie ES wymiar $L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$, a w układzie EM wymiar $L^{1/2} M^{1/2}$, podobnie wszystkie inne wielkości mają różne wymiary w tych układach, a jednakże nikt nie proponował, aby *dlatego* w jednym układzie nazywać nabój „nabojem" i znaczyć symbolem „Q", a w innym układzie nadać mu całkiem inną nazwę i całkiem inny symbol literowy; co najwyżej znaczymy Q_{ES} i Q_{EM} aby wskazać przynależność do układu. Bądźmy zatem konsekwentni i zgódźmy się na to, że także wszystkie jednostki, przynależne do tej samej wielkości, powinny mieć podobne nazwy i podobne znaki, bez względu na różnice w wymiarach tych jednostek.

Wzorując się na następujących ogólnie używanych nazwach i znakach:

A amper, mA miliamper, μA mikroamper, kA kiloamper,

V volt, mV milivolt, μV mikrovolt, kV kilovolt,

Ω ohm, $m\Omega$ miliohm, $\mu\Omega$ mikroohm, $M\Omega$ megaohm i t. d.,

proponuję zużytkowanie istniejących nazw i znaków układu praktycznego, przez dodanie do nazw odpowiednich skrótów słownych (prefiksów), a do znaków liter dodatkowych, wskazujących przynależność do układu.

W podanej tablicy jednostek zestawione są proponowane przezemnie nazwy i znaki jednostek różnych układów i podane są relacje tych jednostek do jednostek ogólnie obecnie stosowanego systemu praktycznego.

Uwagi: *Układ ES* nazwałem w skrócie „*elektrycznym*" (Symbol „E") dlatego, bo wywodzi się z prawa *Priestley'a* (zwanego *elektrycznem* prawem Coulomba)

$$F = \frac{Q_1\, Q_2}{\varepsilon \,.\, l^2}$$

Układ EM nazwałem w skrócie „*magnetycznym*" (Symbol „M") dlatego, bo wywodzi się z *magnetycznego* prawa Coulomba:

$$F = \frac{m_1\, m_2}{\mu\, l^2}$$

Skróty „elektryczny" (symobl E) zamiast „elektrostatyczny" (symbol ES) oraz „magnetyczny" (symbol M) zamiast „elektromagnetyczny" (symbol EM) są już używane w literaturze (patrz np. poprzednio cytowane prace Wallota).

Jednostki układu ES, czyli E, otrzymały zatem prefiks „elektro" i dodatkową literę „E", a jednostki układu EM, czyli układu magnetycznego, prefiks „magneto" i znak „M".

Układ Gaussa przedstawia, jak wiadomo, kombinację jednostek wielkości elektrycznych według układu ES, a jednostek wielkości magnetycznych według układu EM. Z tego powodu w układzie tym nie wprowadzam żadnych nowych nazw i znaków. Oczywiście możnaby i w układzie Gaussa wprowadzić nazwy i znaki następujące:

gauss - coulomb	$({}_GC) =$	elektro - coulomb	$({}_EC)$
gauss - amper	$({}_GA) =$	elektro - amper	$({}_EA)$
gauss - volt	$({}_GV) =$	elektro - volt	$({}_EV)$
gauss - ohm	$({}_G\Omega) =$	elektro - ohm	$({}_E\Omega)$
gauss - henry	$({}_GH) =$	elektro - henry	$({}_EH)$
			i t. d.

Nazwy takie i znaki mogłyby być zastosowane w przypadku, gdyby zarzucono układy ES i EM, a zaczęto używać wyłącznie układu Gaussa, jak to czyni wielu poważnych fizyków (patrz np. Abraham „Theorie der Elektrizität" 1930, Planck „Einführung in die Theorie der Elektrizität und des Magnetismus" 1922 i t. d.).

Układ Lorentza, utworzony według propozycji Heaviside'a, powstał z układu Gaussa przy zastosowaniu t. zw. *racjonalizacji*, mającej na celu usunięcie czynnika 4π z niektórych równań fizykalnych. W układzie Lorentza-Heaviside'a wszystkie jednostki mają te same wymiary, co w układzie Gaussa, lecz różnią się od nich wielkością. Oznaczyliśmy je więc w tabeli z prefiksem „lorentz" i znaczkiem „L".

Porównując jednostki Gaussa z Lorentzowskiemi, widzimy, że racjonalizacja w myśl propozycji Heaviside'a połączona jest ze zmianą prawie wszystkich jednostek elektrycznych i magnetycznych.

Jednostki magnetyczne układu EM otrzymały w roku 1930 (w Stockholmie) nazwy: gilbert (dla U_m), oersted (H), gauss (B), maxwell (Φ); w układzie EM odpadają zatem prefiksy „magneto" dla tych jednostek.

Ponieważ jednostki magnetyczne układu Gaussa są identyczne z jednostkami magnetycznemi układu EM, przeto konsekwentnie pozostają także w układzie Gaussa nazwy gilbert, gauss, oersted i maxwell.

Nowe jednostki obecnie forsowanego układu praktycznego zracjonalizowanego otrzymały prefix „pra" i znaczek „P". Np.:

pragram $({}_Pg) = 10^7$ gram, nowa jednostka masy,
pradyna $({}_P\mathrm{dyn}) = 10^7$ dyn, nowa jednostka siły,
pragilbert $({}_PGb) = 0{,}4\pi$ gilbert, nowa jednostka napięcia magnetycznego, oznaczana przez racjonalistów jako „amper" (!!) i t. d. (patrz tabela jednostek).

Brakujące dotąd nazwy na jednostki dla natężenia pola elektrycznego K, indukcji elektrycznej D, strumienia indukcji elektr. Ψ i innych uzupełniłem nazwami: „priestley" znak P (dla K), „franklin" znak Fr (dla D), „thomson" znak T (dla Ψ) i t. d. Dodatkowa litera „r" przy franklinie jest konieczną ze względu na znak F dla farada. Podobnie „weber" (jednostka masy magnetycznej) otrzymuje znak Wb, aby jej nie mieszać z wattem, znak W. Odnośnie do nazw i znaków najważniejszych jednostek podanych w tablicy dopuszczalne są oczywiście zmiany. Tu chodzi mi tylko o pokazanie jakby wyglądała całość.

Przy każdej jednostce podany jest jej znak (np. ${}_EC$), jej wielkość w stosunku do jednostki układu praktycznego, skąd czerpiemy nazwy i znaki podstawowe (np ${}_EC = \frac{1}{3.10^9}C$) nazwa jednostki (np. elektro-coulomb), oraz wymiar jednostki (np. $\dim {}_EC = \mathrm{cm}^{3/2}\,g^{1/2}\,\mathrm{sek}^{-1}$). Jak widać z tablicy *wymiary jednostek pozostają bez zmian i odpowiadają wszędzie wymiarom odnośnych wielkości w danym systemie.* Po przyjęciu systemu *nie wolno pisać* jak dotychczas

$$Q = 50\,(\mathrm{cm}^{3/2}\,g^{1/2}\,\mathrm{sek}^{-1}),\quad J = 10\,(\mathrm{cm}^{1/2}\,g^{1/2}\,\mathrm{sek}^{-2})\ \text{i t. d.}$$

tylko należy pisać

$$Q = 50\,{}_EC,\quad J = 10\,{}_EA\ \text{i t d.}$$

Zasadnicze źródło sprzeczności matematyczno-fizykalnych, omówione w ustępie II-gim, zostaje w ten sposób usunięte.

2) Stoję na stanowisku, że *pod pojęciem jednostki należy rozumieć zawsze i wszędzie pewną określoną wielkość tego samego rodzaju, co wielkość, do której dana jednostka przynależy.* Jednostką naboju może być więc tylko pewien nabój, jednostką natężenia prądu tylko pewne natężenie prądu, jednostką napięcia pewne napięcie i t. d. W myśl tego stanowiska *uznaję wszystkie jednostki, przynależne do tej samej wielkości, za jednorodne z wielkością, do której przynależą, bez względu na ich przynależność do różnych układów.* Wobec tego *dopuszczam porównanie jednostek przynależnych do tej samej wielkości* w relacji ogólnej

$$[N]_0 = n_1\,[N]_1 = n_2\,[N]_2 = n_3\,[N]_3 = \ldots = n_n\,[N]_n$$

$n_1, n_2, \ldots\ldots n_n$ liczby stosunkowe, $[N]_1$, $[N]_2$, ... $[N]_n$ symbole jednorodnych jednostek wielkości N.

Przykłady:

$$1\,C = 3.10^9\,{}_EC = \frac{1}{10}\,{}_MC = \sqrt{4\pi}\,.\,3.10^9\,{}_LC$$

$$1\,A = 3.10^9\,{}_EA = \frac{1}{10}\,{}_MA = \sqrt{4\pi}\,.\,3.10^9\,{}_LA$$

$$1\,V = \frac{1}{300}\,{}_EV = 10^8\,{}_MV = \frac{1}{\sqrt{4\pi}\,300}\,{}_LV\ \text{i t. d.}$$

Z uwagi na jednorodność fizykalną jednostek C, ${}_EC$, ${}_MC$, ${}_LC$, z nabojem Q, można pisać

$$Q = 5\,.\,3.10^{10}\,{}_EC = 5\,{}_MC = 5\,.\,3.10^{10}\,\sqrt{4\pi}\,{}_LC = 50\,C$$

Natomiast nie wolno pisać

$$Q = 5\,.\,3.10^{10}\,(\mathrm{cm}^{3/2}\,g^{1/2}\,\mathrm{sek}^{-1}) = 5\,(\mathrm{cm}^{1/2}\,g^{1/2}) =$$
$$= 5\,.\,3.10^{10}\,\sqrt{4\pi}\,(\mathrm{cm}^{3/2}\,g^{1/2}\,\mathrm{sek}^{-1})$$

Znak jednostki i jej dymensja to wszak dwie różne rzeczy, jak to już wielkrotnie podkreślaliśmy.

3) *Zaletą nowo proponowanego systemu jest wydatne skrócenie wysłowienia i znakowania.*

Zamiast mówić np.

„elektrostatyczna jednostka naboju" i znaczyć „jedn. ES naboju",

będziemy mówić

elektro-coulomb i znaczyć ${}_EC$

Ponieważ mamy już nazwy i znaki jednostek praktycznych, a nazwy i znaki jednostek innych układów tworzy się tylko przez dodanie pewnych skrótów do nazw i liter do znaków jednostek praktycznych, przeto zapamiętanie proponowanych przezemnie oznaczeń nie przedstawia żadnych trudności.

4) Przejście z wzorów wyprowadzonych dla jednostek jednego układu na wzory dla jednostek innego układu należy uskutecznić z pomocą relacji

$$\frac{\mathrm{N} = N_1\,[N]_1 = N_2\,[N]_2}{N_2 = N_1\,\dfrac{[N]_1}{[N]_2}} \quad \ldots \quad (19)$$

N oznacza tu wielkość, N_1 jej wartość w odniesieniu do jednostki $[N]_1$, N_2 jej wartość w odniesieniu do jednostki $[N]_2$.

Przykład: [27])

Prawo Priestleya w układzie ES ma postać

$$F = \frac{Q_1^{ES} Q_2^{ES}}{\varepsilon^{ES} l^2} \quad \ldots\ldots \quad (a)$$

i jest ważne dla Q w jedn. ES, czyli elektro-coulombach ($_EC$); l w cm, F w dynach, ε^{ES} oznacza stałą dielektryczną w układzie ES.

Kładąc według (19) $Q^{ES} = Q^{EM} \frac{_MC}{_EC} =$

$$= Q^{EM} \frac{10\,C}{^1/_3 \cdot 10^{-9}\,C} = Q^{EM} . 3 . 10^{10}, \text{ otrzymamy}$$

$$F = (3 . 10^{10})^2 \frac{Q_1^{EM} Q_2^{EM}}{\varepsilon^{ES} l^2} = c^2 \frac{Q_1^{EM} Q_2^{EM}}{\varepsilon^{ES} l^2} =$$

$$= \frac{Q_1^{EM} Q_2^{EM}}{\frac{\varepsilon^{ES}}{c^2} l^2}$$

$$F = \frac{Q_1^{EM} Q_2^{EM}}{\varepsilon^{EM} l^2} \quad \ldots\ldots \quad (b)$$

$$\varepsilon^{EM} = \varepsilon^{ES} . \frac{1}{c^2} \quad \ldots\ldots \quad (c)$$

c wartość prędkości światła czyli $c = 3.10^{10}$ w $\frac{\text{cm}}{\text{sek}}$

Wzór (b) będzie tu ważny dla Q w $_MC$, l w cm, F w dynach, a ε_{EM} będzie oznaczać (jak dotychczas) stałą dielektryczną w układzie EM, czyli wzór (b) będzie ważny dla układu elektromagnetycznego (EM).

Dla układu praktycznego napiszemy (według 19)

$$Q^{EM} = Q^P \frac{C}{_MC} = Q^P \frac{C}{10\,C} = Q^P \frac{1}{10}$$

otrzymując po podstawieniu powyższej relacji we wzorze (b) wzór

$$F = \frac{1}{10^2} \frac{Q_1^P Q_2^P}{\varepsilon^{EM} l^2} \quad \ldots\ldots \quad (d)$$

lub przy uwzględnieniu (c)

$$F = (3 . 10^9)^2 \frac{Q_1^P Q_2^P}{\varepsilon^{ES} l^2} \quad \ldots\ldots \quad (e)$$

We wzorze (d) trzeba wstawiać Q w jednostkach praktycznych, czyli coulombach (C), ε w układzie EM, l w cm i wówczas wypadnie F w dynach.

We wzorze (e) trzeba wstawiać Q w coulombach, l w cm, a ε w układzie ES i wówczas wypadnie F także w dynach.

Wszystkie powyższe wzory należy traktować jako równania fizykalne wartościowe, to znaczy, należy w nich podstawiać za symbole literowe wartości, a nie wielkości.

5) Nowy system znakowania nie wyklucza wcale dymensyjnej kontroli wzorów.

[27]) Aby uniknąć nieporozumień, znaczę symbole literowe, oznaczające *wartości* różnych wielkości fizykalnych, indeksami, wskazującemi przynależność do układu np. Q^{ES} oznacza wartość Q w jednostkach ES, czyli w $_EC$, Q^{EM} wartość Q w jednostkach EM, czyli $_MC$ i t. d.

Przykład: W poprzednim wzorze (a)

$$F = \frac{Q_1^{ES} Q_2^{ES}}{\varepsilon^{ES} l^2}$$

podstawimy: $\dim Q = L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$, $\dim l = L$, $\dim \varepsilon^{ES} = 1$ i otrzymujemy

$$\dim F = \frac{(\dim Q)^2}{\dim \varepsilon . \dim l^2} = \frac{(L^{3/2} M^{1/2} T^{-1})^2}{1 . L^2} = L M T^{-2} (f)$$

We wzorze (b) podstawiamy:

$$\dim Q = L^{1/2} M^{1/2}, \ \dim l = L, \ \dim \varepsilon^{EM} = \frac{1}{(L/T)^2}$$

i otrzymujemy

$$\dim F = \frac{(\dim Q)^2}{\dim \varepsilon^{EM} . \dim l^2} = \frac{(L^{1/2} M^{1/2})^2}{\frac{1}{(L/T)^2} L^2} = L M T^{-2} \quad (g)$$

Gdy wstawimy w (f) Q w odniesieniu do $\text{cm}^{3/2}\,\text{g}^{1/2}\,\text{sek}^{-1}$, L w odniesieniu do cm, wypadnie F w odniesieniu do $\text{cm}\,\text{g}\,\text{sek}^{-2}$, czyli w dynach. Gdy wstawimy w (g) Q w odniesieniu do $\text{cm}^{1/2}\,\text{g}^{1/2}$, L w odniesieniu do cm, wypadnie F w odniesieniu do $\text{cm}\,\text{g}\,\text{sek}^{-2}$, czyli też w dynach.

6) Nowy system pisowni jednostek odsłania to, *co powinno wystąpić na plan pierwszy*, a mianowicie, *że każdy nowy układ, to naogół nowy zespół jednostek.*

Układy ES i EM różnią się przedewszystkiem tem, że przynależą im zupełnie różne jednostki prawie wszystkich wielkości.

Przykłady:

elektro-coulomb	=	$\frac{1}{3 . 10^{10}}$	magneto-coulomb
elektro-amper	=	$\frac{1}{3 . 10^{10}}$	magneto-amper
elektro-volt	=	$3 . 10^{10}$	magneto-volt
elektro-farad	=	$\frac{1}{(3 . 10^{10})^2}$	magneto-farad
elektro-siemens	=	$\frac{1}{(3 . 10^{10})^2}$	magneto-siemens
elektro-ohm	=	$(3 . 10^{10})^2$	magneto-ohm
elektro-henry	=	$(3 . 10^{10})^2$	magneto-henry i t. d.

7) Porównanie jednostek dwu różnych układów jest niesłychanie proste. Piszemy np. $\frac{_EC}{_MC} = ?$

wstawiamy według tablicy $\frac{_EC}{_MC} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 10^{-9}\,C}{10\,C} = \frac{1}{3 . 10^{10}}$

i otrzymujemy $\quad _EC = {_MC} \frac{1}{3 . 10^{10}}$

8) Oczywiście nie wolno podstawiać za symbole jednostek znaków dymensyjnych, więc np. w poprzedniej relacji za $_EC$ iloczynu potęgowego $\text{cm}^{3/2}\,\text{g}^{1/2}\,\text{sek}^{-1}$), a za $_MC$ iloczynu potęgowego ($\text{cm}^{1/2}\,\text{g}^{1/2}$), albowiem *jednostka a dymensja to dwie zupełnie różne rzeczy.*

Można jednak porównać dymensje dwu jednostek przynależnych do tej samej wielkości i dwu różnych układów w następujący sposób:

Piszemy $\frac{\dim {}_EC}{\dim {}_MC}$ = ? Wstawiamy według tablicy $\frac{\dim {}_EC}{\dim {}_MC} = \frac{cm^{3/2}\,g^{1/2}\,sek^{-1}}{cm^{1/2}\,g^{1/2}} = cm/sek$ i otrzymujemy $\dim {}_EC = \dim {}_MC \cdot \frac{cm}{sek}$

Porównując relację

$$ {}_EC = {}_MC \frac{1}{3 \cdot 10^{10}} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (h)$$

z relacją

$$\dim {}_EC = \dim {}_MC \frac{cm}{sek} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (i)$$

(i analogicznie wszystkich innych jednostek układów ES i EM), widzimy, na czem polegały trudności w porównywaniu jednostek w dzisiejszym stanie rzeczy i dlatego wychodziły sprzeczności fizykalne lub nawet matematyczne (Ustęp II-gi). *Łączne porównanie wartości i dymensyj dwu jednostek, przynależnych do dwu różnych układów (a tej samej wielkości) jest, jak widać, zgoła niemożliwe!!*

Porównywanie wartości jednostek (h) wymaga *podzielenia* przez *wartość* prędkości światła, porównanie symboli dymensyjnych (i) wymaga *pomnożenia* przez *wymiar* prędkości światła!

9) Nowy system znakowania usuwa raz na zawsze kombinacje znaków jednostek w rodzaju V/cm, V sek/cm² i t. p. Jakiekolwiek bowiem nowe układy wprowadzimy do nauki o elektryczności i magnetyzmie, to zawsze zasadnicze źródłosłowy nazw jednostek (coulomb, amper, volt, ohm i t. d.) i zasadnicze znaki jednostek (*C*, *A*, *V*, Ω i t. d.) pozostaną niezmienione. Dodamy tylko w nowym układzie skróty słowne do tych nazw (prefiksy), a do znaków odpowiednią literę i określimy relacje nowych jednostek do zasadniczych.

P r z y k ł a d: Gdyby przyjęto układ Webera, o którym poprzednio wspomniałem, utworzylibyśmy następujące nazwy i znaki:

weber-amper	wA,	weber-volt	wV,
weber-gauss	wG,	weber-maxwell	wM,
weber-coulomb	wC,	weber-ohm	$w\Omega$ i t. d.

10) Na szczególną uwagę zasługuje nowa pisownia stałej dielektrycznej (ε) i przenikalności magnetycznej (μ). Według racjonalistów należy odróżniać liczby ε i μ, t. zw. *względną stałą dielektryczną* lub *względną przenikalność magnetyczną*, wyrażające właściwości elektryczne i magnetyczne materji w odniesieniu do próżni [28]) od t. zw. *stałej elektrycznej* (Δ) i *magnetycznej* Π próżni i od bezwzględnej stałej dielektrycznej ε^* i przenikalności magnetycznej μ^*.

Ogólnie wchodzi w użycie pisownia

$$\varepsilon^* = \varepsilon\,\Delta^* \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (20)$$

$$\mu^* = \mu\,\Pi^* \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (21)$$

W układzie ES jest

$$\Delta^*_{ES} = 1\text{, zatem } \varepsilon^*_{ES} = \varepsilon\text{, } \Pi^*_{ES} = \frac{1}{c^2}\text{,}$$

$$\text{zatem } \mu^*_{ES} = \mu \frac{1}{c^2} \text{ przyczem } c = 3 \cdot 10^{10}\ cm/sek$$

[28]) Podawane w tablicach fizykalnych.

W układzie EM jest

$$\Delta^*_{EM} = \frac{1}{c^2}\text{, zatem } \varepsilon^*_{EM} = \varepsilon \frac{1}{c^2}\text{, } \Pi^*_{EM} = 1\text{, zatem } \mu^*_{EM} = \mu$$

W układzie Gaussa oraz Lorentza jest

$$\Delta^*_G = 1 \text{ i } \Pi^*_G = 1\text{, zatem } \varepsilon^*_G = \varepsilon \text{ i } \mu^*_G = \mu$$

W nowo proponowanym układzie praktycznym ma być

$$\Delta^*_p = \frac{10^9}{4\pi c^2}\,\frac{farad}{cm} = \frac{10^9}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^{0}}\,\frac{farad}{cm} = $$

$$= 8{,}84 \cdot 10^{-14}\,\frac{farad}{cm}$$

$$\Pi^*_p = \frac{4\pi}{10^9}\,\frac{henry}{cm} = 0{,}4\pi \cdot 10^{-8}\,\frac{henry}{cm} =$$

$$= 1{,}256 \cdot 10^{-8}\,\frac{henry}{cm}$$

przyczem

$$\varepsilon^*_p = \varepsilon\,\Delta^*_p \quad , \quad \mu^*_p = \mu\,\Pi^*_p$$

Dla tego samego materjału są wartości ε wzgl. μ we wszystkich powyższych wzorach jednakowe. Np.: dla szkła o stałej dielektrycznej $\varepsilon = 4$ napiszemy

$$\varepsilon^* = 4\,\Delta^*$$

podstawiając za Δ^* relację odpowiadającą odnośnemu systemowi jednostek. Podobnie dla żelaza o $\mu = 10\,000$ napiszemy

$$\mu^* = 10\,000\,\Pi$$

podstawiając znów za Π^* odnośną relację.

Wysnuwanie jakichś wniosków z wartości i dymensyj Δ^* i Π^* — jak to czynią racjonaliści — nie wytrzymuje krytyki. Ogólnie można przyjąć dla Δ^* i Π^* jakiekolwiek wartości i dymensje, nie prowadzące do sprzeczności i na tych przyjęciach oprzeć układy jednostek.

Stałe Δ^* i Π^* zależą więc od naszych założeń, a nie są wcale stałemi wynikającemi z praw przyrody i dlatego dyskusja na temat, czy poprawne jest założenie w układzie ES $\Delta^*_{ES} = 1$ i $\Pi^*_{ES} = \frac{1}{c^2}$, a w układzie EM $\Delta^*_{EM} = \frac{1}{c^2}$, $\Pi^*_{EM} = 1$, nie ma sensu. I jedno i drugie założenie jest dopuszczalne, tak samo, jak jest dopuszczalne także założenie czynione przez racjonalistów (Δ^*_p . Π^*_p).

U w a g a: We wzorach formy wartościowej (Typu A) należy podstawiać tylko wartości stałych Δ i Π, czyli same liczby przynależne tym spółczynnikom, więc np. w nowym praktycznym układzie zracjonalizowanym

$$\Delta = \frac{10^9}{4\pi c^2}\text{,} \quad \Pi = \frac{4\pi}{10^9}$$

VI. Pisownia wzorów fizykalnych w zależności od układów jednostek.

Wybór układu jednostek ma wpływ na postać wzorów zasadniczych i pochodnych. Tak np. prawo Priestleya, zwane elektrycznem prawem Coulomba, ma postać:

a) W układzie ES $F = \frac{Q_1 Q_2}{\varepsilon l^2}$ [29])

b) W układzie EM $F = \frac{Q_1 Q_2}{\varepsilon \frac{1}{c^2} l^2}$

c) W układzie Lorentza $F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi . \varepsilon . l^2}$

d) W dotychczasowym układzie praktycznym

$$F = (3.10^{10})^2 \frac{Q_1 Q_2}{\varepsilon . l^2}$$

e) W nowo proponowanym układzie praktycznym $F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi . \varepsilon . \Delta_p . l^2}$

W związku z nowo wprowadzoną stałą elektryczną próżni Δ i stałą magnetyczną próżni Π, można nadać wzorom dla wszystkich obecnie istniejących układów (z wyjątkiem dzisiejszego t. zw. „układu praktycznego", który jest tylko zespołem jednostek) jedną z dwu głównych postaci:

a) naturalną, b) zracjonalizowaną.

Poniżej podane zestawienie ważniejszych wzorów uwidacznia te dwie formy.

TABLICA WZORÓW

	nie zracjonalizowane Wzory naturalne	Wzory zracjonalizowane
I. Elektrostatyka.		
Prawo Priestleya	$F = \frac{Q_1 Q_2}{\varepsilon \Delta . l^2}$	$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi . \varepsilon \Delta . l^2}$
Definicja natężenia pola elektrycznego (K)	$K = \frac{F}{Q}$	$K = \frac{F}{Q}$
Definicja indukcji pola elektrycznego (D)	$D = 4\pi \frac{dQ}{ds}$	$D = \frac{dQ}{ds}$
Związek między D i K	$\bar D = \Delta \bar K + 4\pi \bar P$	$\bar D = \Delta \bar K + \bar P$ [30])
Stała dielektryczna ε	$D = \varepsilon \Delta K$	$D = \varepsilon \Delta K$
Elektryzacja P	$P = \varkappa K$	$P = \varkappa K$
Spółczynnik polaryzacji $\varkappa$	$\varkappa = \frac{\Delta (\varepsilon - 1)}{4\pi}$	$\varkappa = \Delta (\varepsilon - 1)$
Strumień magnetyczny Ψ	$\Psi = \int_s D_n \, ds$	$\Psi = \int_s D_n \, ds$
Natężenie pola elektrostatycznego	$K = \frac{1}{\varepsilon \Delta} \Sigma \frac{Q_i}{l_i^2}$	$K = \frac{1}{4\pi \varepsilon \Delta} \Sigma \frac{Q_i}{l_i^2}$
Potencjał pola elektrostatycznego V	$V = \frac{1}{\varepsilon \Delta} \Sigma \frac{Q_i}{l_i}$	$V = \frac{1}{4\pi . \varepsilon \Delta} \Sigma \frac{Q_i}{l_i}$
Napięcie elektryczne U	$U_{12} = \int_1^2 K_l \, dl$	$U_{12} = \int_1^2 K_l \, dl$
Prawo Gaussa	$\Psi = 4\pi \Sigma Q_i$	$\Psi = \Sigma Q_i$
Energja układu naboi elektrycznych	$W = \frac{1}{2} \Sigma V_i Q_i$	$W = \frac{1}{2} \Sigma V_i Q_i$
Energja pola elektrostatycznego	$W = \frac{1}{8\pi} \int_v K D \, dv$	$W = \frac{1}{2} \int_v K D \, dv$
Definicja pojemności kondensatora	$Q = C . U$	$Q = C . U$
Pojemność kuli	$C = \varepsilon \Delta r$	$C = 4\pi \varepsilon \Delta r$
Pojemność kondensatora płaskiego	$C = \frac{\varepsilon \Delta s}{4 \pi \delta}$	$C = \frac{\varepsilon \Delta s}{\delta}$
Natężenie pola elektr. przy powierzchni przewodnika	$K = \frac{4\pi}{\varepsilon \Delta} \sigma$	$K = \frac{\sigma}{\varepsilon \Delta}$
Natężenie w odległości x od prostolinijnego przewodnika o $l = \infty$.	$K = \frac{2\sigma}{\varepsilon \Delta x}$	$K = \frac{2\sigma}{4\pi \varepsilon \Delta x}$
II. Magnetostatyka		
Prawo Coulomba	$F = \frac{m_1 m_2}{\mu \Pi l^2}$	$F = \frac{m_1 m_2}{4\pi \mu \Pi l^2}$
Definicja natężenia pola magnetycznego (H)	$H = \frac{F}{m}$	$H = \frac{F}{m}$

[29]) We wzorach a, b, c, d oznacza wszędzie ε *względną stałą dielektryczną.*

[30]) W oznacza wielkość wektorjalną.

	Wzory naturalne	Wzory zracjonalizowane
Definicja momentu magnetycznego	$M = m \,.\, \lambda$	$M = m \,.\, \lambda$
Definicja magnetyzacji J	$J = \frac{dM}{dv}$	$J = \frac{dM}{dv}$
Definicja indukcji magnetycznej B	$\bar{B} = \Pi \bar{H} + 4\pi \bar{J}$	$\bar{B} = \Pi \bar{H} + \bar{J}$
Przenikalność μ	$B = \mu \Pi H$	$B = \mu \Pi H$
Magnetyzacja J	$J = \chi H$	$J = \chi H$
Podatność χ	$\chi = \frac{\Pi(\mu - 1)}{4\pi}$	$\chi = \Pi(\mu - 1)$
Strumień indukcji magnetycznej	$\Phi = \int_s B_n ds$	$\Phi = \int_s B_n ds$
Natężenie pola magn.	$H = \frac{1}{\mu \Pi} \sum \frac{m_i}{l_i^2}$	$H = \frac{1}{4\pi \mu \Pi} \sum \frac{m_i}{l_i^2}$
Potencjał w polu magnetostat.	$V_m = \frac{1}{\mu \Pi} \sum \frac{m_i}{l_i}$	$V = \frac{1}{4\pi \mu \Pi} \sum \frac{m_i}{l_i}$
Napięcie magnetyczne	$U_m = {}_1\int^2 H_l dl$	$U_m = {}_1\int^2 H_l dl$
Prawo Gaussa	$\Phi = 4\pi \,.\, \Sigma m$	$\Phi = \Sigma m$
Energja układu mas magnetycznych	$W = \frac{1}{2} \Sigma V_{mi} m_i$	$W = \frac{1}{2} \Sigma V_{mi} m_i$
Energja pola magnetycznego	$W = \frac{1}{8\pi} \int_V H B dv$	$W = \frac{1}{2} \int_V H B dv$
Udźwig magnesu	$F = \frac{B^2 s}{8\pi \Pi}$	$F = \frac{B^2 s}{2 \Pi}$

III. Elektromagnetyzm.

Prawo Biota-Savarta	$H = \frac{1}{c\sqrt{\Delta \Pi}} J \oint \frac{dl \sin \gamma}{\rho^2}$	$H = \frac{1}{4\pi c \sqrt{\Delta \Pi}} J \oint \frac{dl \sin \lambda}{\rho^2}$
Natężenie H toroidu	$H = \frac{1}{c\sqrt{\Delta \Pi}} \frac{4\pi J z}{l}$	$H = \frac{1}{c\sqrt{\Delta \Pi}} \frac{J z}{l}$
Natężenie H kołowej strugi prądu	$H = \frac{1}{c\sqrt{\Delta \Pi}} \frac{2\pi J}{r}$	$H = \frac{1}{c\sqrt{\Delta \Pi}} \frac{J}{2r}$
Natężenie w odległości x od prostolinjowej strugi prądu	$H = \frac{1}{c\sqrt{\Delta \Pi}} \frac{2J}{x}$	$H = \frac{1}{c\sqrt{\Delta \Pi}} \frac{J}{2\pi x}$
Siła magneto - motoryczna	$N = \frac{4\pi J z}{c\sqrt{\Delta \Pi}}$	$N = \frac{J z}{c\sqrt{\Delta \Pi}}$
Opór magnetyczny	$S = \Sigma \frac{l_i}{\mu_i \Pi s_i}$	$S = \Sigma \frac{l_i}{\mu_i \Pi s_i}$
Magnetyczne prawo Ohma	$\Phi = \frac{N}{S}$	$\Phi = \frac{N}{S}$
Amperozwoje	$J.z = \frac{c\sqrt{\Delta \Pi}}{4\pi} \Sigma H_i l_i$	$J.z = c\sqrt{\Delta \Pi}\, \Sigma H_i l_i$

IV. Elektrodynamika.

Prawo Laplace'a	$F = \frac{1}{c\sqrt{\Delta \Pi}} J \int B dl \sin \alpha$	$F = \frac{1}{c\sqrt{\Delta \Pi}} J \int B dl \sin \alpha$
Wzór Ampere'a	$F = \frac{\mu \Pi}{c^2 \Delta \Pi} J_1 J_2 \int \int \frac{dl_1 dl_2}{\rho^2} \cdot (x)$ $x = (2 \cos \beta - 3 \cos \alpha_1 \,.\, \cos \alpha_2)$	$F = \frac{\mu \Pi}{4\pi c^2 \Delta \Pi} J_1 J_2 \int \int \frac{d'_1 dl_2}{\rho_2} \cdot (x)$ $x = (2 \cos \beta - 3 \cos \alpha_1 \,.\, \cos \alpha_2)$

V. Indukcja elektro magnetyczna.

Prawo Faraday'a	$E_{12} = \frac{1}{c\sqrt{\Delta \Pi}} \int_1^2 B_n v_n dl$	$E_{12} = \frac{1}{c\sqrt{\Delta \Pi}} \int_1^2 B_n v_n dl$
Samoindukcja	$E_s = L \frac{dJ}{dt}$	$E_s = L \frac{dJ}{dt}$

	Wzory naturalne	Wzory zracjonalizowane
Indukcyjność własna	$L=\frac{4\pi}{c\sqrt{\Delta\Pi}}\frac{z^2}{S}$	$L=\frac{1}{c\sqrt{\Delta\Pi}}\cdot\frac{z^2}{S}$
Indukcyjność wzajemna	$M=\frac{4\pi}{c\sqrt{\Delta\Pi}}\frac{z_1 z_2}{S_{12}}$	$M=\frac{1}{c\sqrt{\Delta\Pi}}\frac{z_1 z_2}{S_{12}}$
VI. Prawa Maxwell'a		
forma różniczkowa	$\begin{cases}\operatorname{rot}\bar{H}=\frac{4\pi}{c\sqrt{\Delta\Pi}}\bar{\sigma}_i+\frac{1}{c\sqrt{\Delta\Pi}}\frac{\partial\bar{D}}{\partial t}\\ \operatorname{rot}\bar{K}=-\frac{1}{c\sqrt{\Delta\Pi}}\frac{\partial\bar{B}}{\partial t}\end{cases}$	$\operatorname{rot}\bar{H}=\frac{1}{c\sqrt{\Delta\Pi}}\left(\bar{\sigma}_i+\frac{\partial\bar{D}}{\partial t}\right)$ $\operatorname{rot}\bar{K}=-\frac{1}{c\sqrt{\Delta\Pi}}\frac{\partial\bar{B}}{\partial t}$
forma całkowa	$\begin{cases}\oint H_l dl=\frac{4\pi}{c\sqrt{\Delta\Pi}}\Sigma J+\frac{1}{c\sqrt{\Delta\Pi}}\frac{d\Psi}{dt}\\ \oint K_l dl=-\frac{1}{c\sqrt{\Delta\Pi}}\frac{d\Phi}{dt}\end{cases}$	$\oint H_l dl=\frac{1}{c\sqrt{\Delta\Pi}}\left(\Sigma J+\frac{d\Psi}{dt}\right)$ $\oint K_l dl=-\frac{1}{c\sqrt{\Delta\Pi}}\frac{d\Phi}{dt}$
VII. Prawa obwodu		
Prawo Ohma	$J=\frac{U}{R}$	$J=\frac{U}{R}$
Opór	$R=\frac{l}{q}\rho$	$R=\frac{l}{q}\rho$
I-sze prawo Kirchhoffa	$\Sigma J=0$	$\Sigma J=0$
II-gie prawo Kirchhoffa	$\Sigma JR=\Sigma E$	$\Sigma JR=\Sigma E$
Moc elektryczna	$P=U.J$	$P=U.J$
Praca elektryczna	$A=\int_{t_1}^{t_2}U.J.dt$	$A=\int_{t_1}^{t_2}U.J.dt$
Energja cewki indukcyjnej	$W=\frac{1}{2}L.J^2$	$W=\frac{1}{2}L.J^2$
Energja kondensatora	$W=\frac{1}{2}C.U^2$	$W=\frac{1}{2}C.U^2$

Przez podstawienie w powyższych wzorach odpowiednich wartości Δ i Π można otrzymać wzory dla wszystkich układów jednostek.

Aby utrzymać wzory ważne *dla układu ES* trzeba podstawić we wzorach naturalnych

$$\Delta=1,\quad \Pi=\frac{1}{c^2},\ \text{czyli}\ \frac{1}{c\sqrt{\Delta\Pi}}=1$$

Aby otrzymać wzory ważne dla *układu EM* trzeba podstawić we wzorach naturalnych

$$\Delta=\frac{1}{c^2},\quad \Pi=1,\ \text{czyli}\ \frac{1}{c\sqrt{\Delta\Pi}}=1$$

Aby otrzymać wzory ważne *dla układu Gaussa* trzeba podstawić we wzorach naturalnych

$$\Delta=1\ \text{i}\ \Pi=1,\ \text{czyli}\ \frac{1}{c\sqrt{\Delta\Pi}}=\frac{1}{c}$$

Aby otrzymać wzory ważne *dla układu Lorentza* trzeba znów podstawić we wzorach zracjonalizowanych

$$\Delta=1\ \text{i}\ \Pi=1,\ \text{czyli}\ \frac{1}{c\sqrt{\Delta\Pi}}=\frac{1}{c}$$

Jak widać *wyeliminowanie we wszystkich wzorach trzech głównych stałych Δ, Π, c jest niemożliwe.*

Stosunkowo najprostszy jest układ Gaussa.

Każdy układ można *zracjonalizować* wstawiając odpowiednie wartości Δ i Π we wzory drugiej kolumny poprzedniego zestawienia (wzory zracjonalizowane). Z układów zracjonalizowanych w ten sposób jest jednak używany tylko układ Lorentza. Gdy we wzorach zracjonalizowanych (2-giej kolumny) podstawimy

$$\Delta=\frac{10^9}{4\pi.c^2},\quad \Pi=\frac{4\pi}{10^9}$$

otrzymamy wzory dla nowo proponowanego zracjonalizowanego układu praktycznego.

Podane powyżej wzory zachowują ważność jedynie dla jednostek tak dobranych, aby we wszystkich tych wzorach spółczynniki wyrównawcze k zachowały wartość równą 1. Zestawienie tych jednostek zawarte jest w podanej dalej *Tablicy jednostek.* (Uwaga: Wzory powyższe nie są ważne dla obecnych jednostek praktycznych). Wybór innych jednostek wymaga uzupełnień w postaci spółczynników wyrównawczych (k). Oczywiście spółczynniki wyrównawcze (k) można skombinować ze stałemi Δ, Π, c, jak to uczyniono w używanym obecnie układzie praktycznym.

Tak np. *ogólny* wzór systemu naturalnego dla natężenia pola magnetycznego H ma postać

$$H=\frac{1}{c\sqrt{\Delta\Pi}}J.\oint\frac{dl\sin\lambda}{\rho^2}\quad\ldots\quad(a)$$

TABLICA JEDNOSTEK

UKŁAD		GAUSS	ES (E)	EM (M)	PRAKT.	LORENTZ	PR. ZRACJ.
wielkość		cm *g* sek	cm *g* sek	cm *g* sek	cm *g* sek	cm *g* sek	*V A* cm sek
Długość	l	cm centymetr (cm)	cm centymetr (cm)	cm centymetr (cm)	cm centymetr (cm)	cm centymetr (cm)	cm centymetr (cm)
Masa	m	g gram (g)	g gram (g)	g gram (g)	g gram (g)	g gram (g)	${}_{P}g = 10^7 g$ pragram ($VA\ cm^{-2}\ sek^3$)
Czas	t	sek sekunda (sek)	sek sekunda (sek)	sek sekunda (sek)	sek sekunda (sek)	sek sekunda (sek)	sek sekunda (sek)
Siła	F	dyn dyna ($cm\ g\ sek^{-2}$)	dyn dyna ($cm\ g\ sek^{-2}$)	dyn dyna ($cm\ g\ sek^{-2}$)	dyn dyna ($cm\ g\ sek^{-2}$)	dyn dyna ($cm\ g\ sek^{-2}$)	${}_{P}dyn = 10^7$ dyn pradyna ($VA\ cm^{-1}\ sek$)
Praca, Energja	A, W	$erg = 10^{-7} J$ erg ($cm^2\ g\ sek^{-2}$)	$erg = 10^{-7} J$ erg ($cm^2\ g\ sek^{-2}$)	$erg = 10^{-7} J$ erg ($cm^2\ g\ sek^{-2}$)	$J = 10^7$ erg joule ($cm^2\ g\ sek^{-2}$)	$erg = 10^{-7} J$ erg ($cm^2\ g\ sek^{-2}$)	$J = 10^7$ erg joule (VA sek)
Moc	P	${}_{A}W = 10^{-7} W$ miniwatt ($cm^2\ g\ sek^{-3}$)	${}_{A}W = 10^{-7} W$ miniwatt ($cm^2\ g\ sek^{-3}$)	${}_{A}W = 10^{-7} W$ miniwatt ($cm^2\ g\ sek^{-3}$)	W watt ($cm^2\ g\ sek^{-3}$)	${}_{A}W = 10^{-7} W$ miniwatt ($cm^2\ g\ sek^{-3}$)	W watt (VA)
Nabój elekt.	Q	${}_{E}C = 1/3 \cdot 10^{-9} C$ elektrocoulomb ($cm^{3/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{E}C = 1/3 \cdot 10^{-9} C$ elektrocoulomb ($cm^{3/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{M}C = 10\ C$ magnetocoulomb ($cm^{1/2}\ g^{1/2}$)	C coulomb ($cm^{1/2}\ g^{1/2}$)	${}_{L}C = \frac{1}{3\sqrt{4\pi}} \cdot 10^{-9} C$ lorentzcoulomb ($cm^{3/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	C coulomb (A sek)
Natężenie prądu	I	${}_{E}A = 1/3 \cdot 10^{-9} A$ elektroamper ($cm^{3/2}\ g^{1/2}\ sek^{-2}$)	${}_{E}A = 1/3 \cdot 10^{-9} A$ elektroamper ($cm^{3/2}\ g^{1/2}\ sek^{-2}$)	${}_{M}A = 10\ A$ magnetoamper ($cm^{1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	A amper ($cm^{1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{L}A = \frac{1}{3\sqrt{4\pi}} \cdot 10^{-9} A$ lorentzamper ($cm^{3/2}\ g^{1/2}\ sek^{-2}$)	A amper (A)
Elektryzacja	P	${}_{E}R = 1/3 \cdot 10^{-9} R$ elektrorowland ($cm^{-1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{E}R = 1/3 \cdot 10^{-9} R$ elektrorowland ($cm^{-1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{M}R = 10\ R$ magnetorowland ($cm^{-3/2}\ g^{1/2}$)	R rowland ($cm^{-3/2}\ g^{1/2}$)	${}_{L}R = \frac{1}{3\sqrt{4\pi}} \cdot 10^{-9} R$ lorentzrowland ($cm^{-1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	R rowland ($A \cdot cm^{-2}$ sek)
Napięcie, SEM	U, E	${}_{E}V = 300\ V$ elektrovolt ($cm^{1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{E}V = 300\ V$ elektrovolt ($cm^{1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{M}V = 10^{-8}\ V$ magnetovolt ($cm^{3/2}\ g^{1/2}\ sek^{-2}$)	V volt ($cm^{3/2}\ g^{1/2}\ sek^{-2}$)	${}_{L}V = 300\sqrt{4\pi}\ V$ lorentzvolt ($cm^{1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	V volt (V)
Natężenie pola elektr.	K	${}_{E}P = 300\ P$ elektropriestley ($cm^{-1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{E}P = 300\ P$ elektropriestley ($cm^{-1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{M}P = 10^{-8}\ P$ magnetopriestley ($cm^{1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-2}$)	P priestley ($cm^{1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-2}$)	${}_{L}P = 300\sqrt{4\pi}\ P$ lorentzpriestley ($cm^{-1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	P priestley ($V \cdot cm^{-1}$)
Indukcja pola elektr.	D	${}_{E}Fr = 1/3 \cdot 10^{-9} Fr$ elektrofranklin ($cm^{-1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{E}Fr = 1/3 \cdot 10^{-9} Fr$ elektrofranklin ($cm^{-1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{M}Fr = 10\ Fr$ magnetofranklin ($cm^{-3/2}\ g^{1/2}$)	Fr franklin ($cm^{-3/2}\ g^{1/2}$)	${}_{L}Fr = \frac{1}{3}\sqrt{4\pi} \cdot 10^{-9} Fr$ lorentzfranklin ($cm^{-1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{P}Fr = 4\pi\ Fr$ prafranklin ($A\ cm^{-2}$ sek)
Strumień elektr.	Ψ	${}_{E}T = 1/3\ 10^{-9} T$ elektrothomson ($cm^{3/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{E}T = 1/3 \cdot 10^{-9} T$ elektrothomson ($cm^{3/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{M}T = 10\ T$ magnetothomson ($cm^{1/2}\ g^{1/2}$)	T thomson ($cm^{1/2}\ g^{1/2}$)	${}_{L}T = \frac{1}{3}\sqrt{4\pi} \cdot 10^{-9} T$ lorentzthomson ($cm^{3/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{P}T = 4\pi\ T$ prathomson ($A \cdot$ sek)
Pojemność	C	${}_{E}F = 1/9 \cdot 10^{-11} F$ elektrofarad (cm)	${}_{E}F = 1/9 \cdot 10^{-11} F$ elektrofarad (cm)	${}_{M}F = 10^9 F$ magnetofarad ($cm^{-1}\ sek^2$)	F farad ($cm^{-1}\ sek^2$)	${}_{L}F = \frac{1}{4\pi \cdot 9} 10^{-11} F$ lorentzfarad. (cm)	F farad ($V^{-1} A \cdot$ sek)
Przewodność	G	${}_{E}S = 1/9 \cdot 10^{-11} S$ elektrosiemens ($cm\ sek^{-1}$)	${}_{E}S = 1/9 \cdot 10^{-11} S$ elektrosiemens ($cm\ sek^{-1}$)	${}_{M}S = 10^9 S$ magnetosiemens (cm^{-1} sek)	S siemens (cm^{-1} sek)	${}_{L}S = \frac{1}{4\pi \cdot 9} \cdot 10^{-11} S$ lorentzsiemens ($cm \cdot sek^{-1}$)	S siemens ($V^{-1} A$)
Opór	R	${}_{E}\Omega = 9 \cdot 10^{11} \Omega$ elektroohm (cm^{-1} sek)	${}_{E}\Omega = 9 \cdot 10^{11} \Omega$ elektroohm (cm^{-1} sek)	${}_{M}\Omega = 10^{-9} \Omega$ magnetoohm ($cm\ sek^{-1}$)	Ω ohm ($cm\ sek^{-1}$)	${}_{L}\Omega = 4\pi \cdot 9 \cdot 10^{11} \Omega$ lorentzohm (cm^{-1} sek)	Ω ohm (VA^{-1})
Indukcyjność	L, M	${}_{E}H = 9 \cdot 10^{11} H$ elektrohenry ($cm^{-1}\ sek^2$)	${}_{E}H = 9 \cdot 10^{11} H$ elektrohenry ($cm^{-1}\ sek^2$)	${}_{M}H = 10^{-9} H$ magnetohenry (cm)	H henry (cm)	${}_{L}H = 4\pi \cdot 9 \cdot 10^{11} H$ lorentzhenry ($cm^{-1}\ sek^2$)	H henry (VA^{-1} sek)
Masa magnet.	m	Wb weber ($cm^{3/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$	${}_{E}Wb = 3 \cdot 10^{10} Wb$ elektroweber ($cm^{1/2}\ g^{1/2}$)	Wb weber ($cm^{3/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	Wb weber ($cm^{3/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{L}Wb = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} Wb$ lorentzweber ($cm^{3/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{P}Wb = \frac{1}{4\pi} \cdot 10^8 Wb$ praweber (V sek)
Magnetyzacja	J	K kerr ($cm^{-1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{E}K = 3 \cdot 10^{10} K$ elektrokerr ($cm^{-3/2}\ g^{1/2}$)	K kerr ($cm^{-1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	K kerr ($cm^{-1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{L}K = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} K$ lorentzkerr ($cm^{-1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{P}K = \frac{1}{4\pi} \cdot 10^8 K$ prakerr ($V\ cm^{-2}$ sek)
Napięcie magnet. siła magneto-motoryczna	$U_m\ N$	Gb gilbert ($cm^{1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{E}Gb = 1/3 \cdot 10^{-10} Gb$ elektrogilbert ($cm^{3/2}\ g^{1/2}\ sek^{-2}$)	Gb gilbert ($cm^{1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	Gb gilbert ($cm^{1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{L}Gb = \sqrt{4\pi}\ Gb$ lorentzgilbert ($cm^{1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{P}Gb = 0{,}4\pi\ Gb$ pragilbert (A)
Natężenie pola magnetycz.	H	$Ö$ oersted ($cm^{-1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{E}Ö = 1/3 \cdot 10^{-10} Ö$ elektrooersted ($cm^{1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-2}$)	$Ö$ oersted ($cm^{-1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	$Ö$ oersted ($cm^{-1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{L}Ö = \sqrt{4\pi}\ Ö$ lorentzoersted ($cm^{-1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{P}Ö = 0{,}4\pi\ Ö$ praoersted ($A\ cm^{-1}$)
Indukcja magnet.	B	G gauss ($cm^{-1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{E}G = 3 \cdot 10^{10} G$ elektrogauss ($cm^{-3/2}\ g^{1/2}$)	G gauss ($cm^{-1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	G gauss ($cm^{-1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{L}G = \sqrt{4\pi}\ G$ lorentz gauss ($cm^{-1/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{P}G = 10^8 G$ pragauss ($V\ cm^{-2}$ sek)
Strumień magnetyczny	Φ	M maxwell ($cm^{3/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{E}M = 3 \cdot 10^{10} M$ elektromaxwell ($cm^{1/2}\ g^{1/2}$)	M maxwell ($cm^{3/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	M maxwell ($cm^{3/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{L}M = \sqrt{4\pi}\ M$ lorentzmaxwell ($cm^{3/2}\ g^{1/2}\ sek^{-1}$)	${}_{P}M = 10^8 M$ pramaxwell (V sek)
Opór magnetyczny	S	E ewing (cm^{-1})	${}_{E}E = 1/9 \cdot 10^{-20} E$ elektroewing ($cm\ sek^{-2}$)	E ewing (cm^{-1})	E ewing (cm^{-1})	E ewing (cm^{-1})	${}_{P}E = 4\pi \cdot 10^{-9} E$ praewing ($V^{-1} A\ sek^{-1}$)
Stała dielektryczna*)	$\varepsilon_s = \varepsilon \cdot \Delta_s$	$\varepsilon_G = \varepsilon$ $\Delta_G = 1$ $\dim \varepsilon_G = 1$	$\varepsilon_E = \varepsilon$ $\Delta_E = 1$ $\dim \varepsilon_E = 1$	$\varepsilon_M = \varepsilon \cdot \Delta_M$ $\Delta_M = \frac{1}{c^2} = \frac{1}{9} \cdot 10^{-20}$ $\dim \varepsilon_M = cm^{-2}\ sek^2$	$\varepsilon_T = \varepsilon \cdot \Delta$ **) $\Delta = \frac{10^9}{c^2} = \frac{1}{9} \cdot 10^{-11}$ $\dim \varepsilon_T = cm^{-2}\ sek^2$	$\varepsilon_L = \varepsilon$ $\Delta_L = 1$ $\dim \varepsilon_L = 1$	$\varepsilon_P = \varepsilon \cdot \Delta_P$ $\Delta_P = \frac{10^9}{4\pi\ c^2} = 8{\cdot}84 \cdot 10^{-14}$ $\dim \varepsilon_P = \dim \frac{F}{cm} = V^{-1} A\ cm^{-1}$ sek
Przenikalność magnetyczna *)	$\mu_s = \mu \cdot \Pi_s$	$\mu_g = \mu$ $\Pi_g = 1$ $\dim \mu_g = 1$	$\mu_E = \mu\ \Pi_E$ $\Pi_E = \frac{1}{c^2} = \frac{1}{9} \cdot 10^{-20}$ $\dim \mu_E = cm^{-2}\ sek^2$	$\mu_M = \mu$ $\Pi_M = 1$ $\dim \mu_M = 1$	$\mu_T = \mu$ **) $\Pi = 1$ $\dim \mu_r = 1$	$\mu_L = \mu$ $\Pi_L = 1$ $\dim \mu_L = 1$	$\mu_P = \mu \Pi_P$ $\Pi_P = \frac{4\pi}{10^9} = 1{\cdot}256 \cdot 10^{-8}$ $\dim \mu_P = \dim \frac{H}{cm} = VA^{-1}\ cm^{-1}$ sek

*) Oznaczają tu: ε_s (ε_G, ε_E, ε_M i t. d.) bezwzgledną stałą dialektryczną, μ_s (μ_G, μ_E, μ_M i t. d.) bezwzględną przenikalność magnetyczną, Δ_s i Π_s stałe — elektryczną i magnetyczną próżni, a ε i μ (bez indeksu) względną stałą dielektryczną i przenikalność magnetyczną.

**) Znakami ε_T i μ_T (T — skrót słowa „techniczne") oznaczone są ε_s i μ_s dla dotychczasowego układu praktycznego (Δ i Π bez indeksu).

W *układzie Gaussa* (czyli dla $\Delta = 1$ i $\Pi = 1$) wzór ten przybiera postać

$$H = \frac{1}{c} J \oint \frac{dl \sin \lambda}{\rho^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(b)}$$

i jest ważny dla H w Ö, J w εA, l i ρ w cm.

Obliczając według tablicy jednostek i wzoru (19)

$$J = J_E \,.\, \varepsilon A = J_A \,.\, A$$

$$J_E = J_A \frac{A}{\varepsilon A} = J_A \frac{A}{{}^1/_3 \,.\, 10^{-9} A} = 3 \,.\, 10^9 J_A$$

i podstawiając tę wartość we wzorze (b), otrzymujemy relację

$$H = 3 \,.\, 10^9 \frac{1}{c} J_A \oint \frac{dl \sin \lambda}{\rho^2} \quad . \quad . \quad . \quad \text{(c)}$$

w której liczba $3 \,.\, 10^9$ przedstawia spółczynnik wyrównawczy k konieczny we wzorze (c), gdy w nim natężenie prądu J ma być wyrażone w amperach (A), a nie w elektroamperach (εA), jak być powinno w układzie Gaussa.

Oczywiście możemy tu ściągnąć iloczyn

$$k \frac{1}{c} = 3 \,.\, 10^9 \frac{1}{3 \,.\, 10^{10}} = \frac{1}{10}$$

w jedną liczbę $\frac{1}{10}$, skąd wzór praktyczny

$$H = \frac{1}{10} J_A \oint \frac{dl \sin \lambda}{\rho^2}$$

W analogiczny sposób można wyprowadzić wszystkie wzory praktyczne z powyżej podanvch wzorów ogólnych.

W nowo proponowanym zracjonalizowanym układzie praktycznym chodziło o uzyskanie trzech celów:

1° O przeistoczenie dotąd używanego praktycznego *zespołu* jednostek w *układ jednostek.*

2° O nadanie przytem jednostkom takich wielkości jakich wymaga praktyka.

3° O racjonalizację w myśl propozycji Heaviside'a.

Cel 1-szy został osiągnięty w zupełności. Wzory nowego układu praktycznego mają postać wzorów ogólnych kolumny 2-giej, przyczem spółczynnik $c\sqrt{\Delta\,\Pi} = 1$, bo $\sqrt{\Delta\,\Pi} = \frac{1}{c}$. *Cel 1-szy ma jednak znaczenie tylko dla elektryków uprawiających teorję, uzyskują oni mianowicie naogół prostszą pisownię wzorów.*

Cel 2-gi został tylko częściowo osiągnięty i to kosztem wprowadzenia nowej jednostki siły (pradyna = 10^7 dyn), nowej jednostki masy (pragram = 10^7 g). Nowe jednostki indukcji B, a temsamem strumienia magnet. Φ są najzupełniej niepraktyczne, a mianowicie zbyt wielkie w porównaniu z wielkościami, z jakiemi praktyk ma ciągle do czynienia. Jednostki nowego praktycznego układu są w elektrostatyce dalej niepraktyczne, a mianowicie za wielkie — jak to było dotychczas w układzie EM. Nowy układ pogarsza więc sytuację w Elektromagnetyzmie, nie dając żadnych korzyści w Elektrostatyce. Racjonaliści wyrzucili w nauce o magnetyzmie prawie całą Magnetstatykę, wprowadzając w ten sposób niepotrzebne utrudnienia. (Tą sprawą zajmę się w oddzielnym referacie).

Cel 3-ci został osiągnięty tylko pozornie, czynnik 4π nie został bowiem wyeliminowany, tylko ukryto go w stałych Δ i Π. Możemy więc powiedzieć, że racjonaliści dokonali w swym układzie tylko *pseudoracjonalizacji*, niezgodnej z zamierzeniem, do jakiego dążył Heaviside.

Także racjonalizacja faktyczna, przeprowadzona w myśl propozycji Heaviside'a, nie może doprowadzić w żadnym układzie do zupełnego wyrugowania czynnika 4π. Widzimy to jasno porównując kolumnę wzorów *naturalnych* z kolumną wzorów *zracjonalizowanych*. I w tej i w drugiej kolumnie występuje czynnik 4π. We wzorach zracjonalizowanych ujawnia się czynnik 4π głównie we wzorach podstawowych (prawo Priestley'a, prawo Coulomba, prawo Biota — Savarta, wzór Ampere'a i t. d.), które czynnika tego poprzednio nie miały.

Konkluzja końcowa.

Nowo forsowany „zracjonalizowany" układ praktyczny ma pewne zalety, ważne głównie dla elektrotechników - teoretyków. Praktykom przynosi raczej nowe utrudnienia przy obliczeniach liczbowych.

Nowy układ cechuje sankcjonowanie starych błędów, polegających na identyfikowaniu znaków jednostek z ich wymiarami oraz na przypisywaniu symbolom literowym w równaniach fizykalnych znaczenia wielkości, co jest niczem nieuzasadnioną dowolnością.

Ogólnie nowy system powiększy tylko liczbę obecnie używanych systemów o jeden, nie ma bowiem żadnych szans, któreby go kwalifikowały do przyjęcia przez fizyków i jest bardzo wątpliwem, czy zostanie ogólnie przyjęty przez wszystkich elektrotechników.

Podane powyżej opinje wypowiadam we własnem imieniu, nie uważając oczywiście wcale, aby w ten sposób sprawa jednostek fizykalnych i technicznych była kompletnie wyczerpana. Pozostaje jeszcze do omówienia praktyczna strona problemu, czem się zajął prof. Krukowski. Byłoby pożądanem, aby także i inni polscy elektrycy zabrali głos w sprawie jednostek, bo w ten sposób będzie można dojść do sformułowania tezy polskiej, względnie do odpowiedniego ustosunkowania się polskich elektryków do tez innych narodów.