

12

Prof. Dr. inż. STANISŁAW FRYZE.

MOC RZECZYWISTA, UROJONA I POZORNA W OBWODACH ELEKTRYCZNYCH O PRZEBIEGACH ODKSZTAŁCONYCH PRĄDU I NAPIĘCIA

SPRAWOZDANIE Z ODCZYTU, WYGŁOSZONEGO DLA CZŁONKÓW TOW. POLITECHNICZNEGO
I LWOWSK. KOŁA ELEKTRYKÓW W DNIU 19 LISTOPADA 1930 R. NA POLITECHNICIE LWOWSKIEJ

Odbitka z „Przeglądu Elektrotechnicznego“. Zeszyt 7—8 1931 r.

W A R S Z A W A

1 9 3 1

MOC RZECZYWISTA, UROJONA I POZORNA

W OBWODACH ELEKTRYCZNYCH O PRZEBIEGACH ODKSZTAŁCONYCH PRĄDU I NAPIĘCIA.

W wykładzie, wspomaganym doświadczeniami i ilustrowanym wykresami, przedstawiłem naprzód obecny stan definicji trzech zasadniczych wielkości, dotyczących mocy elektr. (moc rzeczywista P , moc urojona P_b i moc pozorna P_s), a następnie własną, ogólną teorię, na której definicje tych trzech wielkości winne być oparte w obwodach elektr. o dowolnych lecz periodycznych przebiegach prądu i napięcia.

Wykład poprzedzony był krótkimi objaśnieniami, jakie powody zniewalają do rozróżnienia w obwodach prądów zmiennych aż trzech rodzajów mocy. Objaśnienia te, jako bardzo ważne dla samego zagadnienia definicji mocy, podaję tu w streszczeniu.

W układzie 2-przewodowym (rys. 1) I przedstawia źródło prądu zmiennego, zasilającego odbiornik II energią elektryczną. Źródło i odbiornik połączone są 2-ma przewodami, których opory i indukcyjności oraz pojemność wzajemną pomijamy, zakładając, że są one bardzo małe. Przy periodycznych przebiegach napięcia między przewodami U_t (funkcja czasu) i prądu w obwodzie J_t (funkcja czasu) oraz jednakowej częstotliwości f obu tych funkcji załączony w obwód watomierz W będzie wskazywał moc (P) w watach, ogólnie mniejszą od iloczynu wskazań woltomierza cieplikowego (V) i amperomierza cieplikowego (A), czyli od iloczynu skutecznych wartości napięcia (U) i natężenia prądu (J), więc moc P w watach mniejszą od iloczynu UJ w woltamperach.

Wielkość, mierzona watomierzem, nazywamy *mocą rzeczywistą* (P), iloczyn napięcia zasilającego U i prądu zasilającego J nazwano *mocą pozorną* (P_s).

$$P_s = UJ$$

Moc rzeczywista P jest miarodajną dla zużycia energii elektrycznej

$$A = \int_{t_1}^{t_2} P \cdot dt$$

za którą odbiorca opłaca należność wytwórcy tej energii. Moc pozorna P_s decyduje o wielkości instalacji, wytwarzającej energję elektr., dalej o grubości przewodów, doprowadzających tę energję do odbiorcy, a w końcu o stratach energii elektr. w urządzeniu wytwórczym i przesyłowym. Gdy bowiem dostarczenie odbiorcy pewnej mocy rzeczywistej P wymaga dużej mocy pozornej P_s , czyli dużego iloczynu UJ , trzeba uskutecznić zasilanie odbiornika albo przy wyższem napięciu U lub przy większym prądzie J , niż by to było potrzebne, gdyby P_s było równe P , jak to jest w obwodach o prądach stałych (stałych w ścisłem znaczeniu tego słowa!).

Stosunek

$$\lambda = \frac{P}{P_s} = \frac{P}{UJ}$$

nazwano *spółczynnikiem mocy*. Spółczynnik ten może być co najwyżej równy 1, ogólnie zaś jest $\lambda < 1$ i wyraża, jaką część z P_s stanowi P .

Spółczynnik mocy λ można więc uważać za stopień wyzyskania mocy P_s stojącej do dyspozycji przy danem napięciu zasilania (U) i prądzie zasilania (J). W tem ujęciu i przy uwzględnieniu wyżej powiedzianego λ ma charakter współczynnika gospodarności o nader ważnem znaczeniu praktycznem. Im mniejsza jest bowiem wartość λ w elektrowni, tem większych zespołów maszynowych potrzeba do zasilania odbiorców, tem większe przekroje muszą posiadać przewody przy danem napięciu zasilania i tem większe mamy straty energii elektr. Pisząc poprzedni wzór na λ w postaci zależności:

$$P_s = \frac{P}{\lambda} \quad U = \frac{P}{J \cdot \lambda} \quad J = \frac{P}{U \cdot \lambda}$$

widzimy dobitnie szkodliwy wpływ λ na ilość woltamperów ($UJ = P_s$), konieczną do wytworzenia dla danego P (wzór P_s), na napięcie zasilania przy danem P i J (wzór U), oraz na prąd zasilania J przy danem P i U . Normalnie dostawa energii elektr. odbywa się przy praktycznie stałej wartości napięcia użytkowego U , przeto praktyczne znaczenie mają głównie wzory dla P_s i dla J .

Wytwórcy energii elektr. nie może być objętym, przy jakim współczynniku λ odbywa się zasilanie odbiorcy, pobierającego moc P , gdyż liczniki, według których oblicza się należność za energię elektr., wykazują tylko faktyczne zużycie, odpowiednio do wzoru

$$A = \int_{t_1}^{t_2} P \cdot dt$$

czyli rejestrują iloczyny zmieniającego się w czasie wskazania watomierza i czasu t . Gdy jednak dostawa tej *rzeczywiście zużywanej* energii odbywa się przy prądzie

$$J = \frac{P}{U \cdot \lambda}$$

zamiast, jak w obwodach o prądach stałych, przy prądzie

$$J = \frac{P}{U}$$

czyli przy prądzie $1/\lambda$ *razy większym*, niż w przypadku, gdy $\lambda = 1$, to przy danej mocy zainstalowanej, elektrownia może sprzedać tylko część (λ) tej produkcji, jaka odpowiada owej mocy przy danym czasie użytkowania urządzenia. Słusznie jest zatem stanowisko wytwórców energii elektr., którzy cenę kWh *zużytej* przez odbiorcę uzależniają od wartości współczynnika λ . Powstało tylko zagadnienie, jak to uzależnienie uskutecznić.

Rejestrowanie zmieniającej się wartości λ nie miałoby żadnego sensu, gdyż λ ma mniejsze znaczenie dla elektrowni przy małej mocy, a większe przy dużej mocy P . Sama wartość λ nie może więc decydować o dodatkach za użytą faktycznie energię elektryczną (A), gdy zużycie to zachodziło w czasie od t_1 do t_2 przy różnych wartościach P . Utworzono przeto pojęcie t. zw. *elektr. mocy urojonej* (po niem. Blindleistung) P_b i *elektr. pracy urojonej* (po niem. Blindarbeit) A_b i obmyślono przyrządy, służące do pomiaru tych wielkości. W obwodach sinusoidalnych sprawa dała się załatwić gładko, bo dla tych obwodów, jak wiadomo,

$$\lambda = \cos \varphi = \frac{P}{U \cdot J}$$

czyli odpowiada cosinusowi kąta przesunięcia fazowego φ między sinusoidą napięcia i prądu. Tworząc nowy współczynnik

$$\lambda_b = \sqrt{1 - \lambda^2} = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = \sin \varphi$$

t. zw. *współczynnik mocy urojonej*, można położyć

$$P_b = U \cdot J \sin \varphi = U \cdot J \cdot \lambda_b$$

analogicznie do

$$P = U \cdot J \cos \varphi = U \cdot J \cdot \lambda$$

i ze wzoru na P_b przejść do pracy urojonej

$$A_b = \int_{t_1}^{t_2} P_b \cdot dt$$

Można teraz narzucić odbiorcy taryfę, uzależniającą koszt faktycznie zużytej energii elektr.

$$A = \int_{t_1}^{t_2} P \cdot dt$$

od zarejestrowanej elektr. pracy urojonej A_b . Rejestracja A dokonują *zwykle liczniki kWh*, rejestrację A_b uskutecznią się zapomocą specjalnych liczników

(*bkWh* *) (po niem. Blindlastzähler). Narzucenie takiej taryfikacji jest uzasadnione tem, że w obwodach sinusoidalnych λ zależy od przesunięcia fazowego, a to od rodzaju składników odbiornika. Odbiornik, który stanowi sam tylko opór omowy R (lub zespół, takich oporów), pobiera energię elektr. przy $\lambda = 1$. Odbiorniki, które oprócz R zawierają cewki indukcyjne lub kondensatory, pobierają energię elektryczną przy $\lambda < 1$. Jest przeto oczywiste, że wartość λ zależy od odbiorcy, a skoro powoduje on zmniejszenie λ , winien za to opłacać pewien dodatek, obliczony według odczytów A_b .

Tak więc doszliśmy do trzech rodzajów mocy (P , P_b , P_s) i widzimy konieczność rozróżniania tych wielkości, co też znalazło wyraz w jednostkach W lub kW (dla P) Var lub $kVar$ (dla P_b) *) i VA lub kVA (dla P_s).

Między owymi trzema mocami istnieje bardzo ważny związek, określony dla sinusoid równaniem

$$P_s^2 = P^2 + P_b^2$$

Równanie to wyraża, że także moce należy w obwodach sinusoidalnych *dodawać geometrycznie, analogicznie jak prądy (skuteczne) i napięcia (skuteczne)*. Wynik ten nie może wydawać się dziwnym, jeżeli uwzględnimy, że moc jest iloczynem *skutecznych* wartości prądu i napięcia i że skuteczne wartości U , J powstają z kwadratowych wartości chwilowych, sumowanych na jeden okres T .

Powyższe, proste związki, ogólnie uznane i przyjęte, stosują się tylko do sinusoidalnych przebiegów U i J o tej samej częstotliwości (f).

Wiadomo jednak, że przebiegów takich niema w żadnej sieci elektr. zasilającej motory, transformatory i t. p. nawet w przypadku, gdy — jak to obecnie ma miejsce — maszyny w elektrowni wytwarzają sinusoidalne SEM-czne. Żelazne rdzenie urządzeń odbiorczych, oraz szereg innych czynników powoduje *odkształcenie* sinusoid prądu, a temsamem także sinusoid napięć. *W praktyce mamy więc do czynienia ogólnie z odkształconymi (niesinusoidalnymi) przebiegami prądów i napięć*. Wiemy, że i przy takich przebiegach jest ogólnie

$$\lambda < 1$$

powstało tedy zagadnienie, jak w takich sieciach załatwić rozliczanie wytwórcy z odbiorcą. Przy bliższym badaniu tego zagadnienia okazało się, że i w obwodach odkształconych trzeba stworzyć definicje mocy rzeczywistej, urojonej i pozornej. Z definicją mocy rzeczywistej (P) poszło gładko, albowiem wielkość ta, utworzona dla przebiegów sinusoidalnych w postaci całki

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T U_t \cdot J_t \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T P_t \cdot dt,$$

da się w tej samej postaci przenieść także na obwo-
dy o perjodycznych przebiegach odkształconych napięcia (U_t) i prądu (J_t).

Także pomiar watomierzem mocy rzeczywistej P nie doznaje tu żadnej zmiany. Z wielkością P_s (moc pozorna) poszło już znacznie trudniej. Dla układów 2-przewodowych wielkość ta równa się

*) Międzynarodowa Komisja Elektrotechniczna C. E. I. ustanowiła w r. 1930 jako jednostkę dla P_b t. zw. Var wzgl. $kVar$. (Dawna jednostka niemiecka bW wzgl. bkW).

wprawdzie znów iloczynowi skutecznej wartości napięcia (U) i prądu (J) zasilania, natomiast dla n -przewodowych systemów (układ 3-fazowy ze zerem lub bez zera), obliczenie P_s bez pomocy trzeciej wielkości P_b jest niemożliwe. Rzucono się zatem do ustalenia definicji mocy urojonej P^q w układach o przebiegach odkształconych, względnie do modyfikacji współczynnika λ , celem uzyskania analogji z obwodem sinusoidalnym. Oto wyniki 10-letniej pracy poważniejszych elektryków.

Prof. Dr. Inż. Emde dowodzi (w E. u. M. 1921, Str. 545), że pojęcie mocy urojonej dotyczy tylko obwodów sinusoidalnych i nie da się przenieść na obwody o przebiegach odkształconych.

Prof. Dr. Inż. Schering proponuje uzależnić moc urojoną od t. zw. pulsującej energii pola magnetycznego i elektrycznego obwodu, analogicznie jak w obwodach sinusoidalnych (E. T. Z. 1924, Str. 710). Ponieważ zależność ta przy przebiegach odkształconych jest inna, niż przy sinusoidalnych, trzeba, według Scheringa, zadowolić się tylko obliczeniem przybliżonym.

Dr. Dr. Inż. Weber „udowadnia“, że pojęcie mocy pozornej i urojonej jest w obwodach n -przewodowych wieloznaczne i nie da się sprecyzować (E. u. M. 1929, Str. 301), a dalej (E. T. Z. 1929, Str. 1547) twierdzi nawet, że utworzenie pojęcia mocy urojonej w obwodach o przebiegach odkształconych na podobieństwo definicji sinusoidalnej jest zgoła niemożliwe, bo równanie zasadnicze

$$P_s^2 = P^2 + P_b^2$$

ważne dla sinusoid, przechodzi dla obwodów o przebiegach dowolnych w nierówność

$$P^2 + P_b^2 \neq P_s^2$$

Prof. C. Budeanu oblicza wartość P_s szeregami Fouriera i dochodzi do wzoru:

$$P_s^2 = P^2 + P_b^2 + P_v^2$$

wprowadzając do obwodów o przebiegach odkształconych nową wielkość, t. zw. *moc zniekształcenia* P_v („Puissances réactives et fictives“ i „Les différentes opinions et conceptions concernant la motion de puissance réactive en régime non sinusoidal“ *).

Nie lepiej przedstawiają się usiłowania znalezienia rozwiązania przez odpowiednie ujęcie współczynnika mocy λ . Krijger proponuje przekształcenie λ na iloczyn dwu współczynników

$$\lambda = \lambda_0 \cdot \cos \Psi'$$

z których jeden λ_0 ma oznaczać t. zw. *współczynnik zniekształcenia*, a drugi Ψ' t. zw. *współczynnik przesunięcia* (fazowego) (E. T. Z. 1925, Str. 48). Analogiczne propozycje, choć inaczej ugruntowane, stawia Brynhilden i Kern (B. B. C. — Mitteilungen Bd. 14, zeszyt 5 — 8). Müller krytykuje te propozycje, znalazłszy, że $\cos \Psi'$ może wypaść w niektórych przypadkach większe od 1, co prowadzi do absurdu, i stawia inną propozycję utworzenia iloczynu ($\lambda = \lambda_0 \cos \phi$) (E. T. Z. 1928, Str. 251).

W roku 1930 Emde zwraca uwagę na pewną

wielkość, t. zw. „Entohmung“, spokrewnioną z mocą urojoną (E. T. Z. 1930, Str. 533).

Korowód powyższych ważniejszych prac (głównie niemieckich) zamyka po rok 1930 Dr. Müller — Lübeck propozycją wprowadzenia dwu rodzajów współczynników mocy t. zw. *elektrycznego* λ_E i *magnetycznego* λ_M (Forschung u. Technik 1930, Str. 134).

Jak widać „wybór“ propozycji jest duży, chociaż zacytowałem tu tylko małą część prac, dotyczących mocy, chodziło mi bowiem jedynie o zorientowanie co do typowych kierunków, obranych w drodze do rozwiązania zagadnienia definicji mocy w układach o przebiegach odkształconych prądu i napięcia. Międzynarodowa Komisja Elektrotechniczna (Commission Electrotechnique Internationale, C. E. I.), obradująca w lecie 1930 r. (w Stockholmie), nie przyjęła żadnej z proponowanych dotąd definicji mocy w układach niesinusoidalnych — i słusznie, żadna bowiem z propozycji niema koniecznych cech ogólnych, umożliwiających jednolite traktowanie zarówno obwodów sinusoidalnych, jak i niesinusoidalnych.

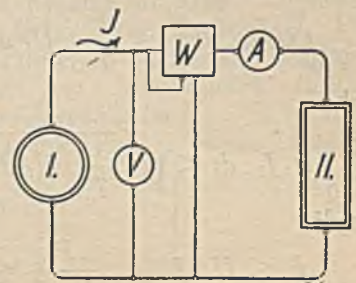
Obrady C. E. I. zachęciły i mnie, jak wielu elektryków na świecie, do dalszych poszukiwań. Sprawie mocy poświęciłem już dużo czasu, dochodząc do wyników, które odnośnie do n -przewodowych układów sinusoidalnych przedstawiłem w wykładzie odbytym w Towarzystwie Politechnicznym dnia 30 kwietnia 1926. Tam też podałem odkrytą przezemnie „Zasadę wyodrębnienia“ oraz „Uogólnienia obu praw Kirchhoffa“, bez których to „narzędzi operacyjnych“ ogólne rozwiązanie zagadnień mocy natrafia na trudności niepokonane. W obecnym wykładzie podaję do wiadomości ogólne rozwiązanie zagadnienia mocy, na razie dla układu 2-przewodowego (rys. 1). Analiza, którą tu przeprowadzam, przekreśla wszystkie propozycje, postawione dotąd przez różnych autorów. Okaże bowiem, że stosunki i związki, obowiązujące względem mocy, rozkładu napięć, prądów, oporów i t. p. dla układów sinusoidalnych, zachowują ważność (w odpowiednim ujęciu) także w obwodach o dowolnych (perjodycznych) przebiegach napięć i prądów. W szczególności udowodnię, że ważne dla sinusoidalnych obwodów kwadratowe równanie mocy

$$P_s^2 = P^2 + P_b^2$$

nie traci ważności także w obwodach niesinusoidalnych.

Nowe najogólniejsze definicje mocy rzeczywistej, pozornej i urojonej w układzie 2-przewodowym.

Zakładamy, że źródło prądu zmiennego o napięciu U_t zasilają odbiornik prądem J_t , 2-ma przewodami (jeden dosyłowy, drugi odsyłowy) (rys. 1). Zarówno U_t jak i J_t są perjodycznymi, jednowartościowymi funkcjami czasu (t) o identycznej częstotliwości f .



Rys. 1.

*) Publikacje Nr. 2 i 4 Inst. nat. Roumain pour l'étude de l'aménagement et de l'utilisation des sources d'énergie 1927.

Funkcja

$$P_t = U_t \cdot J_t \quad \dots \quad (1)$$

przedstawia zatem przebieg mocy i jest także jednowartościową funkcją t o częstotliwości f .

Wskazanie woltomierza ciepłikowego (V), włączonego między dwa przewody, łączące źródło z odbiornikiem, odpowiada wartości skutecznej funkcji U_t , czyli

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U_t^2 \cdot dt} \quad \dots \quad (2)$$

Wskazanie amperomierza ciepłikowego (A), włączonego w obwód, odpowiada wartości skutecznej funkcji J_t , czyli

$$J = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T J_t^2 \cdot dt} \quad \dots \quad (3)$$

Wskazanie watomierza (W), włączonego w obwód, odpowiada wartości średniej funkcji P_t , więc

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T P_t \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_t J_t \cdot dt \quad \dots \quad (4)$$

P przedstawia moc dostarczaną odbiornikowi. Nazywać ją będziemy dalej *mocą rzeczywistą* i oznaczać dla jednolitości symbolem P_w

$$P_w = P = \frac{1}{T} \int_0^T P_t \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_t J_t \cdot dt \quad \dots \quad (5)$$

Iloczyn *wartości skutecznych* napięcia U i prądu J zasilania, odpowiada mocy pozornej P_s , zatem

$$P_s = U \cdot J \quad \dots \quad (6)$$

Mamy w ten sposób ujęte dwie wielkości, t. j. *moc rzeczywistą* P_w , odpowiadającą wskazaniu watomierza, i *moc pozorną* P_s , odpowiadającą iloczynowi skutecznych wartości napięcia (U) i prądu (J), co zresztą jest ogólnie wiadome i odnośnie do systemu 2-przewodowego nie przedstawia nic nowego.

W myśl uchwały C. E. I. zakładamy teraz

$$\lambda = \frac{P}{U \cdot J} = \frac{P_w}{U \cdot J} \quad \dots \quad (7)$$

przyczem λ oznacza *spółczynnik mocy*. *Spółczynnik mocy* λ może być tylko co najwyżej równy lub mniejszy od 1, jak to wynika z t. zw. *nierówności Schwarz'a*

$$\left(\int_a^b f(x) g(x) \cdot dx \right)^2 \leq \int_a^b f(x)^2 \cdot dx \cdot \int_a^b g(x)^2 \cdot dx \quad (8)$$

która w zastosowaniu do naszych funkcji daje:

$$\left(\frac{1}{T} \int_0^T U_t J_t \cdot dt \right)^2 \leq \frac{1}{T} \int_0^T U_t^2 \cdot dt \cdot \frac{1}{T} \int_0^T J_t^2 \cdot dt \quad \dots \quad (9)$$

lub

$$\frac{1}{T} \int_0^T U_t J_t \cdot dt \leq \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U_t^2 \cdot dt} \cdot \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T J_t^2 \cdot dt} \quad (10)$$

czyli

$$P \leq U \cdot J \quad \frac{P}{U \cdot J} \leq 1 \quad \lambda \leq 1$$

Uwzględniając wartość λ możemy położyć

$$\lambda = \cos \varphi$$

i zapytać, co oznacza kąt φ , którego cosinus odpowiada współczynnikowi mocy w układzie 2-przewodowym, o odkształconych przebiegach napięcia i prądu? Pytanie to, na pozór całkiem nierozsądne, naprowadziło mnie właśnie na drogę, która nadspodziewanie i w sposób niezmiernie prosty prowadzi wprost do celu, t. j. do *właściwych a najogólniejszych definicji mocy*. Okazało się przytem, że szlak wytknięty „sinusoidalnym sposobem myślenia”, t. j. doszukiwanie się w obwodach niesinusoidalnych związków między energią pulsującą a mocą urojoną, — to droga wiodąca na manowce. Analiza bowiem prowadzona z myślą przewodnią, aby dotrzeć do owego „mistycznego” kąta φ , którego cosinus ma odpowiadać współczynnikowi mocy, to nietylko nowy, a odmienny od dotychczasowych, sposób rozwiązania zagadnienia mocy w obwodach niesinusoidalnych. lecz także *zupełnie nowa ideologia, zupełnie inna interpretacja* od tej, z jaką każdy elektryk zżył się od zarania rozwoju teorii prądów zmiennych. Przedstawiona tu teoria odślaniając nowe, nieprzeczuwane dotąd możliwości *zniewala jednak do zajęcia nowego odmiennego od dotychczasowego stanowiska, wobec pewnym, utartych i tradycją uświęconych zasad*.

Ułatwienie w tym względzie ma nam dać opis kilku doświadczeń, a więc faktów, rzucających pewne światło na dotychczasowe nasze pojęcia odnośnie do współczynnika mocy.

Doświadczenie 1. Do końcówek sinusoidalnego źródła prądu, włączona jest cewka indukcyjna z oporem. Stwierdzamy, że $\lambda < 1$, i „wyjaśniamy”, że powodem tego jest t. zw. *pulsowanie energii pola magnetycznego cewki*.

Doświadczenie 2. Do końcówek źródła prądu stałego załączamy łuk elektr. między węglami. Iloczyn UJ zgadza się tu ze wskazaniem watomierza, czyli $P_w = U \cdot J$. Gdy jednak łuk przełączamy na sinusoidalne źródło prądu, okazuje się, że $P_w < U \cdot J$, czyli w łuku elektr., zasilanym prądem zmiennym, jest ogólnie $\lambda < 1$. Pytanie, dlaczego tak jest, nie znalazło dotąd należytego wyjaśnienia. Równocześnie widzimy, że w przypadku tym nie można zjawiska tłumaczyć jakimkolwiek pulsowaniem energii pola magnetycznego (brak jakichkolwiek cewek w łuku).

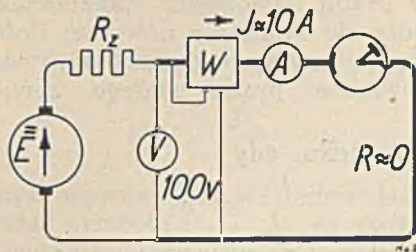
Doświadczenie 3. Do końcówek źródła prądu stałego lub sinusoidalnego załączamy perjodycznie zmieniający się opór omowy (opornica z wirującymi szczotkami) i stwierdzamy (już ze zdumieniem), że i teraz iloczyn $U \cdot J$ jest większy od wskazania watomierza (P_w), że zatem i tu $\lambda < 1$, jakkolwiek w przypadku tym mamy do czynienia li tylko z oporem omowym.

Doświadczenie 4. W obwód prądu stałego włączamy przerywacz rotacyjny, połączony w szeregu z oporem stałym (R). I tu jest $U \cdot J > P_w$, czyli $\lambda < 1$, gdy zmierzmy moc na zaciskach głównych czyli na końcówkach szeregu, utworzonego z przerywacza i oporu R , a $P_w = U_R \cdot J_R$, gdy mierzymy P_w na samym oporze R .

Doświadczenie 5. Załączamy obwód z doświadczenia 4 na źródło sinusoidalne. Znowu

stwierdzamy $UJ > P_w$ i $\lambda < 1$ gdy mierzymy moc na zaciskach źródła prądu, a $P_w = U_R \cdot J_R$, gdy mierzymy P_w na samym oporze R .

Doświadczenie 6. Do końcówek źródła prądu stałego dołączamy opór R_z a następnie w szereg przerywacz rotacyjny i krótki, gruby przewód miedziany. (Rys. 2).



Rys. 2.

Jakkolwiek tu jest $R \approx 0$, to jednak woltomierz V wskazuje około 100 V, amperomierz około 10 A, a watomierz (praktycznie) zero watów. (Opór R_z włączony jest tylko celem ograniczenia prądu J).

Ostatnie doświadczenie (dające analogiczne wyniki także przy zasilaniu ze źródła sinusoidalnego) musi w pierwszej chwili wprawić w zdumienie, wygląda bowiem wprost paradoksalnie. Oto ni mniej ni więcej, tylko mamy napięcie (100 V) na końcówkach grubego i krótkiego kawałka drutu miedzianego (o oporze omowym $R = 0,0001 \Omega$), gdy przez niego przepływa prąd „stały” (coprawda przerywany perjodycznie) o natężeniu 10 A. W myśl zasad elektrotechniki, stosowanych formalnie, „powinno być” przecież na końcówkach tego oporu $R \approx 0$ napięcie

$$U = J \cdot R \approx 0$$

Otóż te zasady. Nie jesteśmy jeszcze przyzwyczajeni do należytego stosowania zasad w przypadku prądów przerywanych. Różni autorowie, zapatrzeni w prądy sinusoidalne, czyli „dziedzicznie obciążeni” sinusoidalnym sposobem myślenia i interpretacji, starali się już od dawna załatwić zagadnienie mocy dla obwodów o jednokierunkowych prądach pulsujących, do jakich niewątpliwie należy obwód, przedstawiony na rys. 2. Wynajdywali więc różnego rodzaju współczynniki zniekształcenia („Verzerrungsfaktor”) i przesunięcia („Verschiebungsfaktor”), byle tylko „sprowadzić” działania, zachodzące w takich obwodach, do działań sinusoidalnych i „wytlómaczyć”, że powodem zmniejszenia λ w obwodach o przebiegach pulsujących jest znów przesunięcie fazy między harmonicznymi napięciami i prądami. Krótko, starali się dowieść, że i tu w obwodach o prądach pulsujących zachodzą *pulsowania energii elektrycznej*. Doświadczenie moje Nr. 6 przekreśla te prace. W oporze $R = 0$, połączonym z idealnym (bez strat) przerywaczem, niema przemian energetycznych ani żadnego zużycia energii elektrycznej na ciepło. Ani $R = 0$, ani przerywacz nie może magazynować żadnej energii, niema tu więc w odbiorniku także *pulsowania energii pola magnetycznego ani elektrycznego*. Odbiornik nasz, złożony z szeregowo połączanego przerywacza i grubego drutu miedzianego ($R = 0$) *nie wywołuje wogóle żadnych pulsowań energii w obrębie swych składników, ani nie powoduje żadnego zużycia energii elektr.* (w przypadku

idealnym). A jednak załączenie takiego odbiornika, (złożonego z oporu $R = 0$ i przerywacza rotacyjnego), zużywającego praktycznie zaledwie kilkanaście watów, na sieć prądu stałego, będzie mieć analogiczne skutki, jak załączenie cewki indukcyjnej o małym zużyciu watów na sieć prądu zmiennego. Zarówno tu, jak i w przypadku cewki, wystąpi na końcówkach odbiornika napięcie U , a przez element ten będzie płynął prąd J . W obu przypadkach więc sieci, zasilające owe odbiorniki, muszą dostarczyć iloczynu $U \cdot J$ i odpowiednio go pokryć! — A cóż przedstawia ten iloczyn? Ośmielam się twierdzić, że jest to właśnie *moc urojona (Blindleistung)*, zatem owa moc, której definicji od lat 10-ciu poszukują bezskutecznie rzese elektrotechników wszystkich krajów. Widzimy ją nareszcie bez żadnych „osłonek” i „przymieszek” i... może zrozumiemy w końcu, że *moc urojona nie jest w ogólności przywiązana do pulsowania energii pola magnetycznego lub elektrycznego*, jak nas dotąd mylnie uczono.

Nie będę mnożył dalszych przykładów, już te bowiem wystarczą, aby przekonać:

1^o Że nasze poglądy na sprawę, dotyczącą zmniejszenia λ , są nader jednostronne. (Wszystkie przypadki staramy się uślisnie lubo bezskutecznie „wytlómaczyć” pulsowaniem energii elektrycznej).

2^o Że nasze wyobrażenia, dotyczące mocy urojonej, którą poczytujemy za wynik pulsowań energii elektr., nie wytrzymują krytyki, popartej doświadczeniem.

Uprzymiśnijmy sobie, zrozumiemy może, że droga, którą szli dotąd wszyscy poszukiwacze definicji mocy urojonej, a polegająca na przystosowaniu pojęć i zależności znalezionych dla sinusoid do obwodów o przebiegach odkształconych, jest drogą, wiodącą na manowce. Jak błędny ognik na trzęsawiska, tak wiodła nas na bezdroża teza prawdziwa i fascynująca, że każda jednowartościowa funkcja perjodyczna, da się rozłożyć według Fouriera na szereg sinusoid i jedną wartość stałą. Wniosek z tej tezy, wyrażający się w mniemaniu, że sinusoidalna definicja mocy urojonej musi się dać przystosować do obwodów o przebiegach odkształconych, to właśnie owe bezdroża, po których błakali się dotąd wszyscy poszukiwacze ogólnych definicji mocy. Spróbujmy raz nareszcie zejść z tej drogi, która przez lat 10 gorączkowych poszukiwań doprowadziła tylko do chaosu pojęć i definicji, i zacznijmy rzecz od początku, odrzucając wszystkie dotychczasowe analizy.

Spytajmy się więc najpierw o kwestję zasadniczą, a mianowicie: *Jaka przyczyna powoduje, ogólnie zmniejszenie współczynnika mocy λ do wartości $\lambda < 1$?* Na pytanie to daję odpowiedź niezmiernie prostą: „Gdy iloraz funkcji U_t i J_t ma wartość stałą, niezmienną w czasie, musi być $\lambda = 1$, gdy iloraz ten jest jakąkolwiek funkcją czasu (oczywiście perjodyczną, bo U_t i J_t są funkcjami perjodycznymi), musi być $\lambda < 1$. Zatem

$$\lambda = 1, \text{ gdy } \frac{U_t}{J_t} = R \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \dots \dots \dots (11)$$

$$\lambda < 1, \text{ gdy } \frac{U_t}{J_t} = R_t$$

R oznacza tu wartość stałą, niezależną od czasu, R_t funkcję czasu, iloraz U_t/J_t ma przytem wymiar oporu omowego, dlatego oznaczyliśmy go też literą R (symbol oporu omowego).

Czyniąc przegląd w naszych poprzednio opisanych doświadczeniach, widzimy, że formalnie odpowiadają one w zupełności wzorom podanym pod (11). Należy tylko i przerywacz rotacyjny traktować także jako opór zmienny, bo wszak w chwili otwarcia opór jego jest *teoretycznie* $R = \infty$, a w chwili zamknięcia *teoretycznie* $R = 0$.

Stosunki (11) wynikają z nierówności Schwarz'a (8). Nierówność ta przejdzie w równanie, gdy między funkcjami

$$f(x) \text{ i } g(x)$$

istnieje zależność

$$f(x) = K \cdot g(x)$$

czyli, gdy $f(x)$ i $g(x)$ są względem siebie wielokrotnościami (K wartość stała). Wtedy bowiem otrzymamy

$$\left(\int_a^b f(x) g(x) \cdot dx \right)^2 = K^2 \left(\int_a^b g(x)^2 \cdot dx \right)^2$$

$$\int_a^b f(x)^2 \cdot dx \int_a^b g(x)^2 \cdot dx = K^2 \left(\int_a^b g(x)^2 \cdot dx \right)^2$$

czyli

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x) g(x) \cdot dx &= \\ &= \sqrt{\int_a^b f(x)^2 \cdot dx} \cdot \sqrt{\int_a^b g(x)^2 \cdot dx} = K \cdot \int_a^b g(x)^2 \cdot dx \end{aligned}$$

Na podstawie powyższego możemy dla naszych funkcji U_t , J_t i P_t napisać: Gdy

$$\frac{U_t}{J_t} = R$$

wtedy moc, mierzona watomierzem,

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_0^T U_t J_t \cdot dt = \\ &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U_t^2 \cdot dt} \cdot \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T J_t^2 \cdot dt} = U \cdot J = R \cdot J^2 \end{aligned}$$

Wynika stąd, że

$$R = \frac{U}{J} = \frac{P}{J^2} \dots \dots \dots (12)$$

co oznacza praktycznie, że gdy jest $\lambda = 1$, to musi zachodzić zależność

$$R = \frac{U_t}{J_t} = \frac{U}{J} = \frac{P}{J^2} \dots \dots \dots (13)$$

Funkcje U_t i J_t przedstawiają zmienne napięcie i zmienny prąd naszego nieznanego odbiornika, U i J odpowiadają wartościom skutecznym tych funkcji, czyli przedstawiają napięcie i prąd, mierzone na odbiorniku przyrządami cieplikowymi lub elektrodynamicznymi. Możemy zatem powiedzieć:

Spółczynnik mocy λ jest równy 1, czyli osiąga maximum, gdy w każdej chwili prąd chwilowy w odbiorniku jest proporcjonalny do chwilowego napięcia odbiornika, czyli gdy funkcja J_t jest wielokrotnością funkcji U_t . Jednakże P w równaniu

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T U_t J_t \cdot dt = U \cdot J = J^2 \cdot R \dots (14)$$

przedstawia moc rzeczywistą odbiornika. Równanie to objaśnia zatem, że w przypadku, gdy jest $\lambda = 1$, moc rzeczywista odbiornika wyraża się takimi samymi wzorami, jak dla obwodu prądu stałego, w którym przez opór omowy R przepływa prąd o natężeniu J . Wartość tego oporu odpowiada tu, jak i w obwodzie prądu stałego, ilorazowi napięcia i prądu odbiornika, jakkolwiek tu odbiornik może się składać z dowolnej ilości dowolnie ze sobą połączonych elementów, a w przykładowym obwodzie prądu stałego zawiera tylko opór R .

W przypadku, gdy

$$\frac{U_t}{J_t} = R_t$$

jest $\lambda < 1$, bo wtedy według (10) będzie

$$\frac{1}{T} \int_0^T U_t J_t \cdot dt < \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U_t^2 \cdot dt} \cdot \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T J_t^2 \cdot dt}$$

czyli

$$P_w < UJ$$

i

$$\frac{P_w}{UJ} < 1 \quad \text{lub} \\ \lambda < 1$$

Założmy, że w naszym obwodzie $U_t/J_t = R_t$; możemy więc napisać

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T U_t J_t \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T R_t \cdot J_t^2 \cdot dt = P_w = U \cdot J \cdot \lambda$$

Równanie powyższe wskazuje, że gdy $U_t/J_t = R_t$ i gdy wskutek tego $\lambda < 1$, to wytworzenie mocy rzeczywistej $P = P_w$ wymaga większego iloczynu UJ , aniżeli w przypadku, gdy $U_t/J_t = R$, czyli, gdy $\lambda = 1$. Wynik ten możemy interpretować w sposób następujący: Dla danego P_w i J jest według (7)

$$U = \frac{P_w}{J \cdot \lambda} \dots \dots \dots (15)$$

Dla danego P_w i U jest

$$J = \frac{P_w}{U \cdot \lambda} \dots \dots \dots (16)$$

Z (15) wynika, że przy danym P_w i J napięcie zasilania jest tem mniejsze, im większe jest λ i osiąga *minimum* przy $\lambda = 1$. Tę wartość oznaczmy symbolem U_w i nazwiemy *napięciem czynnym* (Wirkspannung)*).

Z (16) wynika, że przy danym P_w i U prąd zasilania jest tem mniejszy, im większe jest λ i osiąga *minimum* przy $\lambda = 1$. Tę wartość oznaczmy symbolem J_w i nazwiemy *prądem czynnym* (Wirkstrom). Odpowiednio do takiej interpretacji możemy teraz położyć:

$$U_w = \frac{P_w}{J} = U \cdot \lambda \dots \dots \dots (17)$$

$$J_w = \frac{P_w}{U} = J \cdot \lambda \dots \dots \dots (18)$$

*) Świetne niemieckie nazwy Wirk — Blind — Schein — Spannung, Stromstärke, Leistung, Widerstand i t. d. nie mają niestety odpowiedników przydatnych do użycia w niniejszej teorii. Nazw „mocny”, „bezmocny”, nie mogę użyć, bo doszedłbym dalej do mocy mocnej i mocy bezmocnej i tym podobnych dziwolągów.

We wzorach tych U_w oznacza *minimalne napięcie*, potrzebne do uzyskania mocy P_w przy danym prądzie J i $\lambda = 1$, a J_w — *minimalny prąd*, potrzebny do uzyskania mocy P_w przy danym napięciu U i $\lambda = 1$. Gdy jest $\lambda < 1$, trzeba albo powiększyć U_w do U lub J_w do J , przyczem musi być

$$U = \frac{U_w}{\lambda} \text{ lub } J = \frac{J_w}{\lambda} \quad (19)$$

albo trzeba powiększyć zarówno U i J , tak, aby było

$$UJ = \frac{P_w}{\lambda} \quad (20)$$

W myśl wzorów (17) względnie (18) możemy teraz uważać symbole U_w i J_w za skuteczne wartości następujących dwu funkcji, *pierwszorzędno znaczenia dla naszej analizy*:

$$U_{wt} = \frac{P_w}{J^2} J_t \quad (21)$$

$$J_{wt} = \frac{P_w}{U^2} U_t \quad (22)$$

Rzeczywiście bowiem z pierwszej (21) wynika podana pod (17) wartość U_w

$$U_w = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U_{wt}^2 dt} = \frac{P_w}{J^2} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T J_t^2 dt} = \frac{P_w}{J}$$

a z drugiej (22) podana pod (18) wartość J_w

$$J_w = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T J_{wt}^2 dt} = \frac{P_w}{U^2} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U_t^2 dt} = \frac{P_w}{U}$$

Uważając funkcję U_{wt} za *składową funkcji napięcia* U_t , możemy położyć:

$$U_t = U_{wt} + U_{bt} \quad (23)$$

$$U_{bt} = U_t - \frac{P_w}{J^2} J_t$$

Podobnie, traktując J_{wt} jako *składową funkcji prądu* I_t , położymy

$$J_t = J_{wt} + J_{bt} \quad (24)$$

przyczem

$$J_{bt} = J_t - \frac{P_w}{U^2} U_t$$

Podstawmy te składowe w równanie na moc (5); otrzymamy wtedy

$$\frac{1}{T} \int_0^T U_t J_t dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_{wt} J_t dt + \frac{1}{T} \int_0^T U_{bt} J_t dt = P_w$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T U_t J_t dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_t J_{wt} dt + \frac{1}{T} \int_0^T U_t J_{bt} dt = P_w$$

Ponieważ zaś po podstawieniu wartości za U_{wt} według (21) wypada

$$\frac{1}{T} \int_0^T U_{wt} J_t dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{P_w}{J^2} J_t^2 dt = P_w$$

i analogicznie, po podstawieniu wartości za J_{wt} , według (22)

$$\frac{1}{T} \int_0^T U_t J_{wt} dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{P_w}{U^2} U_t^2 dt = P_w$$

przeto w poprzednich równaniach na moc musi być

$$\int_0^T U_{bt} J_t dt = 0 \quad (25)$$

$$\int_0^T U_t J_{bt} dt = 0 \quad (26)$$

Podstawiając w ostatnich dwu równaniach z (21) względnie z (22)

$$J_t = U_{wt} \frac{J^2}{P_w}$$

$$U_t = J_{wt} \frac{U^2}{P_w},$$

otrzymamy jeszcze następujące dwie równości

$$\int_0^T U_{bt} J_t dt = \frac{J^2}{P_w} \int_0^T U_{bt} U_{wt} dt = 0$$

$$\int_0^T U_t J_{bt} dt = \frac{U^2}{P_w} \int_0^T J_{bt} J_{wt} dt = 0$$

skąd wynikają równania

$$\left. \begin{aligned} \int_0^T U_{wt} U_{bt} dt &= 0 \\ \int_0^T J_{wt} J_{bt} dt &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Podnieśmy teraz równania (23) i (24) do kwadratu i scałkujmy je, to w związku z powyższem (27) otrzymamy

$$U_t^2 = U_{wt}^2 + U_{bt}^2 + 2 U_{wt} U_{bt}$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T U_t^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_{wt}^2 dt + \frac{1}{T} \int_0^T U_{bt}^2 dt + \frac{2}{T} \int_0^T U_{wt} U_{bt} dt$$

$$U^2 = U_w^2 + U_b^2 \quad (28)$$

$$J_t^2 = J_{wt}^2 + J_{bt}^2 + 2 J_{wt} J_{bt}$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T J_t^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^T J_{wt}^2 dt + \frac{1}{T} \int_0^T J_{bt}^2 dt + \frac{2}{T} \int_0^T J_{wt} J_{bt} dt$$

$$J^2 = J_w^2 + J_b^2 \quad (29)$$

Ostatnie, nader ważne wyniki, wskazują, że rozkład funkcji U_t na składowe U_{wt} i U_{bt} prowadzi do *kwadratowego równania napięć*, obowiązującego dla wartości skutecznych tych funkcji (28). Przy takim rozkładzie U_t funkcja P_t rozpada się także na dwie funkcje składowe

$$P_t = U_{wt} J_t + U_{bt} J_t = P_{wt}^I + P_{bt}^I \quad (30)$$

przyczem

$$\frac{1}{T} \int_0^T P_{wt}^I dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_{wt} J_t dt = P_w \quad (31)$$

czyli wartość średnia składowej P_{wt}^I odpowiada mocy rzeczywistej P_w , a całka, obliczona dla drugiej składowej P_{bt}^I daje zero:

$$\int_0^T P_{bt}^I dt = 0 \quad (32)$$

Rozkład funkcji J_t na dwie składowe J_{wt} i J_{bt} prowadzi do *kwadratowego równania prądów*, obowiązującego dla wartości skutecznych tych funkcji. Przy takim rozkładzie J_t funkcja P_t rozpada się także na dwie składowe funkcje

$$P_t = U_t J_{wt} + U_t J_{bt} = P_{wt}^{II} + P_{bt}^{II} \quad (33)$$

przyczem

$$\frac{1}{T} \int_0^T P_{wt}^{II} dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_t J_{wt} dt = P_w \quad (34)$$

czyli odpowiada mocy rzeczywistej P_w , a

$$\int_0^T P_{bt}^{II} dt = 0 \quad (35)$$

Z kwadratowych równań napięć i prądów (28) i (29) wynika od razu dawno poszukiwane i nigdzie dotąd nie znalezione *kwadratowe równanie mocy*:

$$U^2 \cdot J^2 = (U_w^2 + U_b^2) \cdot J^2 = U^2 (J_w^2 + J_b^2)$$

$$P_s^2 = P_w^2 + P_b^2 \quad (36)$$

Ma ono identyczną postać jak dla obwodów sinusoidalnych i jak dla sinusoid obowiązują tu zależności:

$$P_w = U \cdot J_w = U_w \cdot J \quad (37)$$

$$P_b = U \cdot J_b = U_b \cdot J \quad (38)$$

Nowo otrzymaną wielkość P_b nazwiemy na razie formalnie *mocą urojoną lub lepiej bierną*. Widzimy tu, że wielkość ta jest analogicznym iloczynem *skutecznych* wartości napięcia i prądu, jak moc rzeczywista (czynna) P_w . Nie wchodząc na razie bliżej w omówienie znaczenia P_b nazwiemy U_b *napięciem biernym* a J_b *prądem biernym*. Dla wielkości tych obowiązują wzory:

$$U_b = \frac{P_b}{J} \quad (39)$$

$$J_b = \frac{P_b}{U} \quad (40)$$

Zanim objaśnimy fizyczne znaczenie otrzymanych tu po raz pierwszy kwadratowych równań napięć (28), prądów (29), mocy (36) i t. d., wrócimy jeszcze do naszej funkcji R_t . Podstawiając we wzorze na R_t (11) $U_t = U_{wt} + U_{bt}$ i uwzględniając zależności (21) i (17), napiszemy

$$R_t = \frac{U_t}{J_t} = \frac{U_{wt} + U_{bt}}{J_t} = \frac{P_w}{J^2} + \frac{U_{bt}}{J_t} =$$

$$= \frac{U_w}{J} + \frac{U_{bt}}{J_t} = R_w^I + R_{bt}^I$$

Podstawiając zaś we wzorze na $\frac{1}{R_t}$

$$J_t = J_{wt} + J_{bt}$$

otrzymamy, w myśl (22) i (18)

$$\frac{1}{R_t} = G_t = \frac{J_t}{U_t} = \frac{J_{wt} + J_{bt}}{U_t} = \frac{P_w}{U^2} + \frac{J_{bt}}{U_t} =$$

$$= \frac{J_w}{U} + \frac{J_{bt}}{U_t} = G_w^{II} + G_{bt}^{II}$$

Rozkład funkcji napięcia U_t na składowe U_{wt} i U_{bt} pociąga więc za sobą rozpadnięcie się funkcji R_t na dwa składniki

$$R_t = R_w^I + R_{bt}^I \quad (41)$$

Rozkład funkcji prądu J_t na składowe J_{wt} i J_{bt} powoduje rozpadnięcie się funkcji $G_t = \frac{1}{R_t}$

na dwa składniki

$$G_t = G_w^{II} + G_{bt}^{II} \quad (42)$$

Jeden z tych składników R_w^I względnie G_w^{II} ma wartość stałą, zależną jedynie od mocy rzeczywistej P_w i prądu J , względnie od P_w i napięcia U , zasilających odbiornik:

$$R_w^I = \frac{P_w}{J^2} = \frac{U_w}{J} \quad (43)$$

$$G_w^{II} = \frac{P_w}{U^2} = \frac{J_w}{U} \quad (44)$$

Drugie ze składników stanowią funkcje czasu R_{bt}^I (funkcja oporu omowego) względnie G_{bt}^{II} (funkcja przewodności) tego rodzaju, że w równaniach

$$\int_0^T R_{bt}^I \cdot J_t^2 dt = \int_0^T P_{bt}^I dt = 0 \quad (45)$$

$$\int_0^T G_{bt}^{II} \cdot U_t^2 dt = \int_0^T P_{bt}^{II} dt = 0 \quad (46)$$

prowadzą do zera.

Gdy $R_w^I = 0$, musi być także $P_w = 0$, czyli moc rzeczywista P_w zależy jedynie od składnika R_t^I funkcji R_t w (41). Analogicznie, gdy $G_w^{II} = 0$, musi być także $P_w = 0$, czyli moc rzeczywista P_w zależy jedynie od składnika G_t^{II} funkcji G_t w (42). Widać stąd, że gdy funkcja R_t względnie jej odwrotność G_t nie zawiera składnika niezależnego od czasu (R_w^I względnie G_w^{II}), to wytworzenie mocy rzeczywistej P_w przy danej funkcji napięcia U_t i prądzie J_t jest niemożliwe. Wypadek taki zachodzi nie tylko przy załączeniu na dowolne napięcie perjodyczne idealnej cewki indukcyjnej lub idealnego kondensatora lecz także przy zastosowaniu idealnego przerywacza perjodycznego (doświadczenie 6-te).

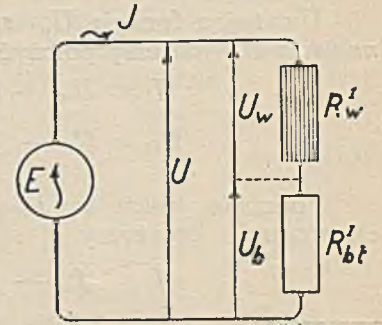
Fizyczne znaczenie znalezionych poprzednio wyników zrozumiemy łatwo, gdy uwzględnimy znaczenie wzorów

$$R_t = R_w^I + R_{bt}^I$$

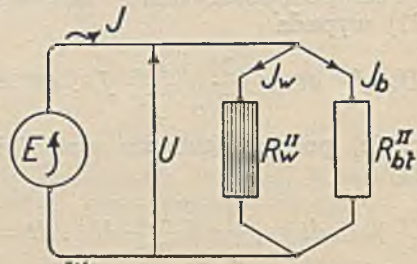
$$G_t = G_w^{II} + G_{bt}^{II}$$

Pierwszy z tych wzorów wskazuje, że nasz nieznaną odbiornik może być zastąpiony przez dwie części połączone ze sobą szeregowo (rys. 3).

Drugi ze wzorów poucza, że nasz nieznaną odbiornik może być zastąpiony przez dwie części połączone ze sobą równolegle (rys. 4).



Rys. 3.



Rys. 4.

Zacieniowane składowe R_w^I i $R_w^{II} = \frac{1}{G_w^{II}}$ odbiornika zachowują się taksamo, jak stałe, dla danego P_w , opory omowe (R_w^I wzgl. $R_w^{II} = \frac{1}{G_w^{II}}$) One to zużywają w całości doprowadzoną energię elektryczną (do odbiornika). Niezacieniowane części składowe R_{bt}^I i $R_{bt}^{II} = \frac{1}{G_{bt}^{II}}$ odbiornika, przedstawiają elementy obwodu, dla których energia elektryczna, obliczona dla okresu T równa się zeru (45 i 46), czyli te, które albo wogóle nie pobierają żadnej energii, albo też pobieraną w pewnych częściach okresu T energię elektr. zwracają następnie w innych częściach tych samych okresów, z powrotem do obwodu. Nieznany nasz odbiornik składa się zatem w równoważnych układach zastępczych z dwu szeregowo lub równolegle połączonych elementów, zupełnie odmiennego ustroju wewnętrznego. Elementy zacieniowane, pobierające energię elektr. z obwodu i zamieniające ją na inną formę, nazwiemy *czynnymi* (Wirkbestandteile). elementy niezacieniowane, nie pobierające żadnej energii lub sprawiające tylko niejako przechowanie energii elektr., bez żadnego pożytku dla odbiornika, nazwiemy *biernymi* (Blindbestandteile). Każdy odbiornik załączony w obwód o dowolnych przebiegach perjodycznych napięcia (U') i prądu (J'), da się zastąpić (w rozważaniach) dwoma elementami składowymi, połączonymi szeregowo lub równolegle. Jeden z tych elementów (czynny) działa jak opór o stałej, dla danej mocy P_w i danych U i J , wartości R , drugi (bierny) działa jak opór zmieniający się (perjodycznie) w taki sposób, że albo nie pobiera energii w żadnej chwili, albo też, że praca elektr., zużyta w ciągu jednego okresu T do jego zasilania, równa się zeru (pulsowanie energii).

Układy na rys. 3 i 4 tłumaczą jasno cały szereg wniosków, które wyprowadziliśmy poprzednio. Z układu szeregowego wynika n. p., że obecność elementu biernego przy danym J zniewala do zasilania odbiornika napięciem $U > U_w$ bo $U = \sqrt{U_w^2 + U_b^2}$. Układ równoległy poucza, że zasilanie odbiornika, posiadającego element bierny, zniewala przy danym napięciu U do podwyższenia prądu z wartości J_w , koniecznej dla R_w^{II} , do $J > J_w$ bo $J = \sqrt{J_w^2 + J_b^2}$. Nie znając składu odbiornika, powiemy ogólnie, że obecność w nim elementu lub elementów biernych zniewala do zasilania przy iloczynie UJ większym od P_w , bo $UJ = \sqrt{P_w^2 + P_b^2}$ a $P_w < UJ$. Widzimy tu konieczność uwzględnienia wielkości P_b tak samo, jak w obwodach sinusoidalnych, a ponieważ wielkość ta stoi w takim samym związku z mocą P_w i iloczynem UJ , jak w obwodach sinusoidalnych, przeto uprawnieni jesteśmy do nazwania jej (już definitywnie) *mocą urojoną lub lepiej bierną* (Blindleistung).

Z kwadratowego równania napięć (28) wynika, że napięcia U_w i U_b na elementach szeregowych w układzie (rys. 3) dodają się geometrycznie, pod kątem prostym jak w obwodach sinusoidalnych.

Z kwadratowego równania prądów (29) wynika, że w układzie równoległym na rys. 4, prądy

J_w i J_b dodają się geometrycznie, pod kątem prostym (jak w obwodach sinusoidalnych).

Zasady te, geometrycznego składania napięć i prądów, obowiązują praktycznie także w rzeczywistych układach szeregowych i równoległych, gdy układy te złożymy z elementów czynnych (stałe opory omowe) i biernych (cewki, kondensatory, przerywacze).

Dotychczas uważaliśmy za elementy bierne jedynie cewkę indukcyjną (bezoporową) i kondensator (bez strat). Wobec powyższego musimy za taki element uważać także każdy przerywacz perjodyczny, a ogólnie każdy element, który nie zużywa energii elektrycznej a wykazuje na swych końcówkach skuteczne wartości napięcia i prądu, różne od zera, czyli dla którego moc bierna P_b jest różna od zera. Obecność takiego elementu nawet w sieci prądu stałego musi spowodować takie same skutki, odnośnie do mocy, współczynnika mocy i t. d., jak w obwodzie sinusoidalnym włączenie cewki indukcyjnej lub kondensatora.

Z dociekań naszych wynika, że także w obwodach „prądów stałych” napięcie na szeregowym układzie elementów czynnego i biernego n. p. przerywacza perjodycznego i oporu omowego, odpowiada sumie geometrycznej poszczególnych napięć na tych elementach, a nie sumie algebraicznej (jakby się nam zdawało). Analogicznie, prąd całkowity, doprowadzony do dwu elementów, czynnego i biernego, (więc n. p. oporu i przerywacza perjodycznego), połączonych równolegle, odpowiada także w obwodach „prądów stałych” sumie geometrycznej, a nie algebraicznej (jakby się nam zdawało), poszczególnych prądów w tych elementach. Gdy element czynny ma ściśle $R = \text{const}$, a element bierny nie pobiera żadnej mocy rzeczywistej, (jak być powinno, ze względu na definicję), geometryczne sumy napięć względnie prądów, dają trójkąty prostokątne, czem się jeszcze bliżej zajmiemy.

Zasilanie n. p. prądem induktora z sieci prądu stałego, przy zastosowaniu przerywacza, celem wytworzenia wysokich napięć, koniecznych do uruchomienia rur Roentgenowskich, wymaga według naszej teorii znacznie większego prądu, przy danym napięciu sieci U , niż wypadłoby z prostego, lecz mylnie przeprowadzonego obliczenia, uwzględniającego jedynie moc rzeczywistą P_w i stałe napięcie U . Gdy n. p. urządzenie takie o mocy 10 kW wymaga przy napięciu 200 V źródła prądu stałego, natężenia prądu o wartości 50 A, mierzonego amperomierzem Deprez, amperomierz ciepłikowy musi wskazać znacznie więcej, n. p. 71 A. Przy $U = \text{const}$ woltomierz Deprez i ciepłikowy, wskazują jednakowo 200 V, a watomierz 10 000 W. Mamy tu zatem w myśl naszej teorii,

$$\lambda = \frac{P_w}{UJ} = \frac{10\,000}{200 \cdot 71} = \sim 0,704$$

i jakkolwiek wskazanie amperomierza Deprez odpowiada ilorazowi

$$J_D = \frac{P_w}{U} = \frac{10\,000}{200} = 50 \text{ A,}$$

należy przewody zasilające obliczyć dla 71 A, a nie dla 50 A. Obliczone dla 50 A będą za słabe. Również moc maszyny prądu stałego, koniecz-

nej do zasilania owego urządzenia Roentgenowskiego, musi wynosić nie 10 kW, tylko

$$\frac{P_w}{\lambda} = \frac{10}{0,704} = \sim 14,2 \text{ kVA}$$

czyli trzeba zainstalować maszynę, obliczoną na około 15 kW.

Widzimy, że, uskuteczniając pomiary jedynie woltomierzem i amperomierzem Deprèz i watomierzem, popełnilibyśmy szereg błędów, jakkolwiek wskazanie watomierza odpowiada w zupełności iloczynowi wskazań woltomierza i amperomierza Deprèz.

Nasza analiza poucza zatem, że zażądania, z jakimi mamy do czynienia w obwodach sinusoidalnych (zmniejszenie λ z powodu przesunięcia fazowego), istnieją także w obwodach o przebiegach odkształconych.

W omawianem n. p. urządzeniu Roentgenowskim, jest:

w moc pozorna $P_s = 14,2 \text{ kVA}$, moc rzeczywista $P_w = 10 \text{ kW}$, a moc urojona $P_b = \sim 10,08 \text{ kVar}$ ($P_s^2 = P_w^2 + P_b^2$).

Na powyższym przykładzie (instalacja Roentgenowska) widzimy dobitnie, że nawet elektrownie prądu stałego mogą mieć analogiczne trudności z odbiorcami, którzy stosują przerywacze perjodyczne, jak elektrownie prądu zmiennego z odbiorcami, stosującymi cewki indukcyjne. (Taryfikacja z uwzględnieniem $\lambda < 1$, przekrój przewodów, moc zainstalowanych maszyn czy akumulatorów i t. p.). Wprowadzenie funkcji $R_t = U_t / J_t$ umożliwi orientację ogólną w przypadkach, które dotąd w interpretacji sinusoidalnej były poprostu niezrozumiałe. (Łuk na prądzie zmiennym, wpływ na wartość λ przerywaczy perjodycznych, zmiennych oporów i t. p.).

Wróćmy jednak do naszych rozważań i zbadajmy, co oznaczają iloczyny skutecznych wartości napięć i prądów

$$\begin{aligned} P_s &= UJ \\ P_w &= U_w J = UJ_w \\ P_b &= U_b J = UJ_b \end{aligned}$$

dla naszych układów na rys. 3 i 4.

W iloczynie UJ odpowiada U napięciu a J prądowi zasilania całego odbiornika, iloczyny $U_w J$ i UJ_w stosują się do jego części czynnej, a iloczyny $U_b J$ i UJ_b do jego części biernej. Z uwagi na zależności powyższe, otrzymane w poprzednich rozważaniach, możemy przeto podać następujące ogólne definicje mocy:

Iloczyn skutecznych wartości napięcia i prądu zasilania odpowiada *mocy pozornej* odbiornika ($P_s = UJ$).

Iloczyn skutecznych wartości napięcia i prądu części czynnej odpowiada *mocy rzeczywistej* odbiornika ($P_w = U_w J = UJ_w$).

Iloczyn skutecznych wartości napięcia i prądu części biernej odpowiada *mocy urojonej* odbiornika ($P_b = U_b J = UJ_b$).

Definicje powyższe nie zawierają wcale samych przebiegów (funkcyj czasu), znaczy to, że są od nich zupełnie niezależne.

Mierząc w obwodzie, zawierającym dwa elementy, jeden — czynny, drugi — bierny, napięcia i prądy tych elementów woltomierzami i ampero-

mierzami ciepłikowemi, potrafimy określić wartości wszystkich powyższych trzech mocy oraz współczynnika mocy λ bez uciekania się do pomocy watomierza, oraz bez analizy krzywych prądów i napięć, równie łatwo i prosto, jak przy sinusoidalnych prądach i napięciach. Wyniku tego, nader ważnego teoretycznie i praktycznie, nie przewidywał dotąd żaden z elektryków, analizujących obwody o przebiegach odkształconych przy pomocy szeregów Fouriera. Wynik ten wyjaśnia jednakże odrazu znaczenie znalezionych poprzednio wzorów i wielkości, i tak:

Gdy U i J przedstawiają skuteczne wartości napięcia i prądu zasilania naszego nieznanego odbiornika, a P_w — jego moc rzeczywistą, to J_w i J_b możemy traktować jako skuteczne wartości składowych funkcyj prądu J_{wt} i J_{bt} . Składowa J_{wt} załatwia tu niejako (przy danem U_t) doprowadzenie zużywanej w odbiorniku energii, czyli przedstawia *pracującą, czynną część prądu J* . Składowa zaś J_{bt} zachowuje się, odnośnie do pracy odbiornika, obojętnie, biernie, czyli przedstawia *niepracującą, bierną część prądu J* .

Z natury wartości skutecznych wynika, że trzeba je dodawać geometrycznie; otrzymaliśmy też równanie

$$J^2 = J_w^2 + J_b^2$$

Analogicznie powiemy: Gdy U i J przedstawiają skuteczne wartości napięcia i prądu zasilania naszego nieznanego odbiornika, a P_w jego moc rzeczywistą, to U_w i U_b możemy traktować, jako skuteczne wartości składowych funkcyj napięcia U_{wt} i U_{bt} . Składowa U_{wt} załatwia tu niejako (przy danem J_t) doprowadzenie zużywanej w odbiorniku energii, czyli przedstawia *pracującą, czynną część napięcia U* . Składowa U_{bt} zachowuje się, względem pracy odbiornika obojętnie, biernie, czyli przedstawia *niepracującą, bierną część napięcia U* .

Z natury wartości skutecznych wynika, że trzeba je dodawać geometrycznie, otrzymaliśmy też równanie

$$U^2 = U_w^2 + U_b^2$$

Jakkolwiek bierna część prądu zasilającego (J_b) nie pracuje, to jednak nie możemy jej ignorować, bo przecież *jest* w obwodzie i na równi z czynną częścią J_w powoduje obciążenie *prądem* maszyn, przewodów i t. p. ze wszystkimi ujemnymi skutkami tegoż.

Nie możemy także zignorować i biernej części napięcia zasilającego (U_b), bo również *ujawnia się* w obwodzie i musi być wytworzona narówni z czynną częścią U_w .

Zasilanie odbiornika przy $\lambda < 1$ wymaga więc przy danem U wytworzenia dwu składowych J_w i J_b , względnie przy danem J dwu składowych U_w i U_b , czyli znieważa do wytworzenia obok mocy P_w jeszcze mocy P_b , przyczem

$$P_w^2 + P_b^2 = (UJ)^2 = P_s^2$$

Oczywiście, wyjaśnienie powyższe przedstawia tylko praktyczne (pogładowe) ujęcie sprawy. Niemniej jednak poucza ono, że *wielkość P_b , nazwana mocą urojoną, określona jest jedynie iloczynem skutecznej wartości prądu i napięcia elementu biernego i że wielkość ta niema nic wspólnego z prze-*

biegiem krzywej mocy urojonej P_{bt}^I i P_{bt}^{II} . Bo, po pierwsze, są to dwie zupełnie różne krzywe

$$P_{bt}^I = P_t - P_{wt}^I = U_t J_t - U_{wt} J_t = U_t J_t - \frac{P_w}{J^2} J_t^2$$

$$P_{bt}^{II} = P_t - P_{wt}^{II} = U_t J_t - U_t J_{wt} = U_t J_t - \frac{P_w}{U^2} U_t^2$$

a następnie nieznaną nasz odbiornik niekoniecznie musi mieć układ szeregowy, czy równoległy, rys. 3 i 4, tylko może się składać z dowolnej liczby, dowolnie ze sobą skombinowanych elementów elektrycznych (motory, cewki, przerywacze, nawet źródła prądu i t. p.). Wreszcie, do danych wartości skutecznych U, J, \dots , a temsamem do określonych temi trzema wielkościami wartości $U_w, U_b, J_w, J_b, P_w, P_b, P_s$ można dobrać nieskończenie wiele różnych (perjodycznych) przebiegów, U_t i J_t przy których wszystkie te wartości będą identyczne. Niepotrzebnie więc wysilano się w ciągu lat 10-ciu na poszukiwanie definicji mocy urojonej opartej na analizie funkcji U_t i J_t z pomocą szeregów Fouriera, gdyż wielkość ta P_b zależy jedynie i wyłącznie od skutecznych wartości napięcia biernego U_b i prądu zasilania J ($P_b = U_b J$), względnie od skutecznych wartości napięcia zasilania U i prądu biernego J_b ($P_b = U J_b$), co na jedno wychodzi.

Oczywiście, że gdy funkcja P_{bt}^I lub P_{bt}^{II} jest różna od zera, można „szukać” zależności między P_b a „energją pulsującą”, którą ogólnie możnaby ująć wzorem:

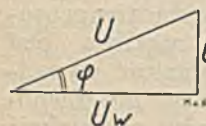
$$W_p = \frac{1}{4} \int_0^T |P_{bt}| \cdot dt$$

Oznaczenie $|P_{bt}|$ ma tu wskazywać, że całkowanie na okres T trzeba wykonać dla „sprostowanej” krzywej P_{bt} . Dla sinusoidalnych przebiegów jest

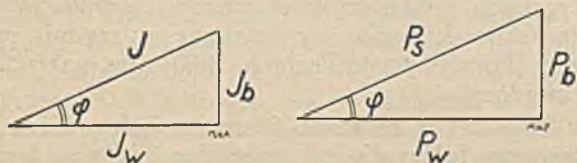
$$W_p = \frac{1}{4} \int_0^T |P_{bt}| \cdot dt = \frac{P_b}{\omega}$$

Różni autorzy „zahypnotyzowani” tym związkiem, kierowali wszystkie wysiłki ku temu, aby odkryć „analogiczne” związki między „energją pulsującą” i mocą urojoną (P_b) także w obwodach niesinusoidalnych. Usiłowania te unicestwia doświadczenie 6-te i wynik naszej analizy, która wyraża, że ogólna zależność P_b od W_p istnieć nie może, bo są możliwe do pomyślenia i zrealizowania przypadki, gdzie $P_{bt} = 0$, a $P_b \neq 0$.

Analogie między wielkościami, znalezionymi tu dla obwodów o przebiegach odkształconych, a wielkościami, wyprowadzonymi ogólnie dla obwodów sinusoidalnych, sięgają jednak znacznie dalej, niż to wykazałszy poprzednio. Z równań kwadratowych napięć, prądów i mocy wynikają konstrukcje na



Rys. 5.



Rys. 6

Konstrukcje te przedstawiają podobne trójkąty prostokątne o jednakowym kącie φ , którego cosinus równa się współczynnikowi mocy

$$\lambda = \cos \varphi = \frac{P_w}{P_s} = \frac{P_w}{UJ}$$

Oto więc znaleźliśmy kąt, o który pytaliśmy na wstępie. Ze zdumieniem stwierdzamy, że jest on tu tak samo określony, jak w obwodach dla prądów sinusoidalnych. Różnica jest tu tylko, że tu φ nie oznacza oczywiście żadnego przesunięcia fazowego. tylko kąt w prostokątnych trójkątach mocy, napięć, prądów, a jak zobaczymy, także oporów, względnie przewodności. Możemy przeto położyć

$$\lambda = \cos \varphi = \lambda_w$$

i analogicznie do tego

$$\sin \varphi = \sqrt{1 - \lambda^2} = \sqrt{1 - \lambda_w^2} = \lambda_b \dots (47)$$

λ_w oznacza tu współczynnik mocy czynnej, λ_b współczynnik mocy biernej.

Z poprzednich zależności wynikają wzory następujące:

$$U_w = U \cdot \lambda_w, U_b = U \cdot \lambda_b, J_w = J \cdot \lambda_w, J_b = J \cdot \lambda_b$$

$$P_w = P_s \cdot \lambda_w, P_b = P_s \cdot \lambda_b, R_w^I = \frac{U_w}{J}, G_w^{II} = \frac{J_w}{U}$$

Oznaczając

$$\frac{U}{J} = \frac{R_w^I}{\lambda_w} = R_s, \text{ a } \frac{U_b}{J} = R_s \cdot \lambda_b = R_b^I$$

otrzymamy

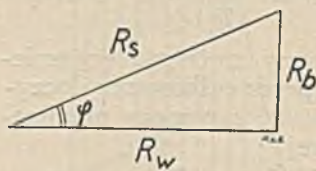
$$R_s^2 = (R_w^I)^2 + (R_b^I)^2 \dots (48)$$

i analogicznie dla

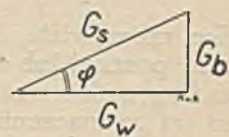
$$\frac{J}{U} = \frac{G_w^{II}}{\lambda_w} = G_s, \quad \frac{J_b}{U} = G_s \cdot \lambda_b = G_b^{II}$$

$$G_s^2 = (G_w^{II})^2 + (G_b^{II})^2 \dots (49)$$

Z ostatnich dwu równań kwadratowych (48 i 49) wynikają trójkąty prostokątne oporów i przewodności, przedstawione na rys. 8 i 9.



Rys. 8.



Rys. 9.

Pomiędzy wartościami R_w^I i G_w^{II} oraz R_b^I i G_b^{II} mamy następujące zależności

$$R_w^I \cdot G_w^{II} = \lambda_w^2 \dots (50)$$

$$R_b^I \cdot G_b^{II} = \lambda_b^2 \dots (51)$$

Zgodnie z powyższym możemy w końcu położyć

$$\lambda_w = \lambda = \cos \varphi = \frac{P_w}{P_s} = \frac{U_w}{U} = \frac{J_w}{J} = \frac{R_w^I}{R_s} = \frac{G_w^{II}}{G_s} \dots (52)$$

$$\begin{aligned} \lambda_b &= \sqrt{1 - \lambda^2} = \sin \varphi = \\ &= \frac{P_b}{P_s} = \frac{U_b}{U} = \frac{J_b}{J} = \frac{R_b^I}{R_s} = \frac{G_b^{II}}{G_s} \dots (53) \end{aligned}$$

Jednakże wszystkie powyższe zależności obowiązują przecież dla sinusoidalnych obwodów. Cóż zatem? Oto teoria nasza doprowadziła do wyniku, że *co do tych zależności i konstrukcyj (trójkątów), to pomiędzy obwodami o przebiegach sinusoidalnych i odkształconych niema żadnej różnicy*. Oczywiście należy uwzględnić, że w obwodach sinusoidalnych wielkości $P_s, P_w, P_b, U, U_w, U_b, J, J_w, J_b, R_s, R_w, R_b, G_s, G_w, G_b$, oraz $\lambda_w = \cos \varphi$ i $\lambda_b = \sin \varphi$ dadzą się wyrazić jeszcze dalszemi szczegółowymi wzorami. Tak n. p. φ oznacza prócz kąta w trójkątach mocy, napięć, prądów, oporów i przewodności, *jeszcze także przesunięcie fazowe między sinusoidą napięcia i prądu zasilającego, moc urojona P_b równa się jeszcze amplitudzie sinusoidy mocy biernej*, $R_b = \frac{U_b}{J}$ a prócz tego jeszcze

$R_b = L\omega - 1/C\omega$ odbiornika w sinusoidalnym układzie i t. p. Wszystkie te dalsze zależności należy jednak traktować jako *szczególne* w przeciwstawieniu do podanych w pracy niniejszej *związków ogólnych, ważnych dla dowolnych perjodycznych przebiegów napięcia zasilającego i prądu zasilającego* nasz nieznan nam bliżej odbiornik.

Otrzymane tu wyniki, nader ważne nie tylko teoretycznie, lecz także i praktycznie, wskazują, że usiłowania innych autorów, którzy z pomocą szeregów Fouriera lub innych metod analizy starali się ustalić inne od naszej definicje mocy urojonej i udowodnić, że kwadratowe równanie mocy

$$P_s^2 = P_w^2 + P_b^2$$

obowiązuje tylko dla prądów sinusoidalnych, wprowadziły jedynie chaos w definicjach mocy. W układach 2-przewodowych niema ani celu ani potrzeby wprowadzania innych definicji mocy od tych, które zdawna obowiązują dla przebiegów sinusoidalnych, należy tylko te ostatnie poprawić w duchu poprzednich rozważań, czyli odpowiednio do następującego schematu:

Jeżeli U_t oznacza perjodyczną funkcję napięcia (więc także sinusoidę), a J_t perjodyczną funkcję prądu (więc także sinusoidę) zasilania, to

$$P_w = \frac{1}{T} \int_0^T U_t J_t \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T P_t \cdot dt$$

Moc rzeczywistą P_w możemy *zmierzyć* watomierzem (pomiar) lub *obliczyć* przez całkowanie iloczynu $U_t J_t$, albo wreszcie ustalić z pomocą planimetru po wyznaczeniu krzywej

$$P_t = U_t J_t$$

(metoda wykreslna).

Następnie możemy *zmierzyć* (woltomierzem cieplikowym lub elektrodynamicznym) skuteczną wartość napięcia zasilającego U , lub *obliczyć* ją według wzoru

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U_t^2 \cdot dt}$$

• albo wreszcie *znaleźć* tę wartość *wykreslnie* zapomocą planimetru.

Analogicznie możemy *zmierzyć* (amperomierzem cieplikowym lub elektrodynamicznym) skuteczną wartość prądu zasilającego J , lub *obliczyć* ją według wzoru

$$J = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T J_t^2 \cdot dt}$$

a także *znaleźć* tę wartość *wykreslnie* zapomocą planimetru.

Gdy ustalone są w ten sposób główne trzy wartości U, J, P_w , *obliczamy* dalsze jak następuje:

$$\text{Moc pozorna } P_s = U \cdot J$$

$$\text{Moc urojona (bierna) } P_b = \sqrt{P_s^2 - P_w^2}$$

$$\text{Spółczynnik mocy } \lambda = \frac{P_w}{P_s} = \frac{P_w}{U \cdot J}$$

Mając współczynnik mocy λ , możemy jeszcze *obliczyć*

Spółczynnik mocy biernej $\lambda_b = \sqrt{1 - \lambda^2}$, a następnie

$$\text{Napięcie czynne } U_w = U \cdot \lambda$$

$$\text{Napięcie bierne } U_b = U \cdot \lambda_b$$

$$\text{Prąd czynny } J_w = J \cdot \lambda$$

$$\text{Prąd bierny } J_b = J \cdot \lambda_b$$

i sprawdzić, że dla wszelkich przebiegów perjodycznych U_t i J_t obowiązują kwadratowe równania:

$$P_s^2 = P_w^2 + P_b^2, \quad U^2 = U_w^2 + U_b^2, \quad J^2 = J_w^2 + J_b^2$$

Z poprzednich wartości obliczymy opory R_w, R_b, R_s tudzież przewodności G_w, G_b, G_s w myśl wzorów poprzednio podanych. Oczywiście oporów tych ani przewodności nie możemy ogólnie interpretować, tak, jak w obwodach sinusoidalnych. Przy odkształconych przebiegach napięcia i prądu pojemność nie może w zupełności skompensować indukcyjności ani w szeregowym ani w równoległym układzie idealnego kondensatora i cewki indukcyjnej. Ogólnie więc zatracą się pojęcie dodatniej i ujemnej mocy urojonej (P_b) wprowadzone w obwodach sinusoidalnych [$+P_b$ dla indukcyjnego obciążenia, $-P_b$ dla obciążenia pojemnościowego, odpowiednio do wzoru $P_b = J^2 (L\omega - 1/C\omega)$]. Niemniej jednak i w obwodach odkształconych możliwa jest kompensacja mocy P_b . Warunek takiej kompensacji ujmują ogólnie zależności

$$R_t = R_{tt} + R_{2t} = (R_{w1} + R_{w2}) + (R_{b1t} + R_{b2t}) \quad (54)$$

dla dwu szeregowo połączonych odbiorników o oporach R_{1t}, R_{2t} , względnie zależności

$$G_t = G_{tt} + G_{2t} = (G_{w1} + G_{w2}) + (G_{b1t} + G_{b2t}) \quad (55)$$

dla dwu równolegle połączonych odbiorników o przewodnościach G_{1t} i G_{2t} . Gdy w (54) $R_{b1t} + R_{b2t} = 0$, albo gdy w (55) $G_{b1t} + G_{b2t} = 0$, zespół szeregowo względnie równolegle połączonych odbiorników nie wytwarza wcale mocy biernej, jakkolwiek każdy z nich zosobna ma swą własną moc bierną. Mamy tu tedy zupełną kompensację mocy biernej (P_b). Oczywiście możliwa jest także kompensacja częściowa P_b . Wartość wypadkowej mocy biernej układu szeregowego lub równoległego zależy więc, jak widać, znów od funkcji R_{bt} a wprowadzenie jakichś elektrycznych i magnetycznych współczynników mocy, proponowane przez Müller-Lübecka w cytowanej poprzednio rozprawie (Forschung u. Technik 1930) jest najzupełniej zbędne.

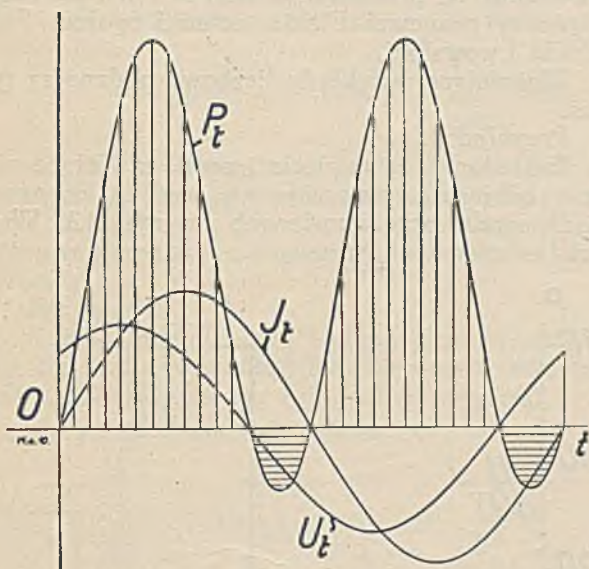
Wypada tu załatwić jeszcze jedną kwestję, postawioną fałszywie od początku rozwoju teorii prądów zmiennych, a mianowicie sprawę t. zw.

energji pulsującej. I w naszej teorii otrzymaliśmy funkcje

$$P_{bt}^I = U_{bt} \cdot J_t, \text{ przyczem } \int_0^T P_{bt}^I \cdot dt = 0$$

$$P_{bt}^{II} = U_t \cdot J_{bt}, \text{ przyczem } \int_0^T P_{bt}^{II} \cdot dt = 0$$

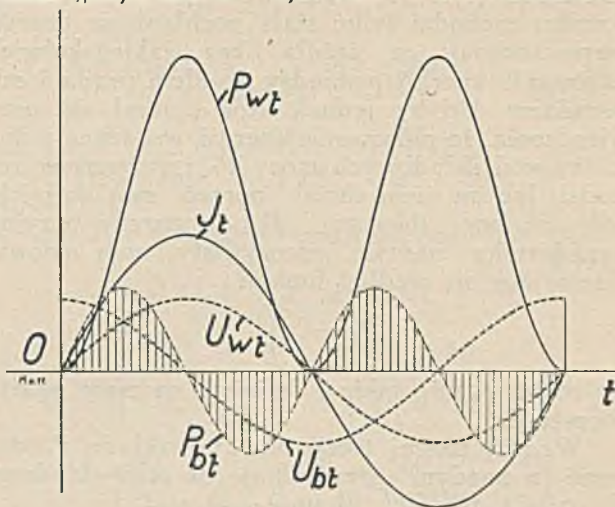
które zdają się wskazywać na „pulsowanie energii elektrycznej” w elementach obwodu, nazwanych tu biernymi. Z drugiej strony doświadczenie 6-te poucza, że moc urojona ujawnia się bez jakiegokolwiek pulsowania energii w elemencie biernym. Cóż zatem? Otóż należy uprzytomnić sobie, że utworzone tu i w obwodach sinusoidalnych wielkości U , J , P_w , P_b , P_s są jedynie tworami naszego mózgu. Realność fizyczną mają tylko chwilowe wartości napięć, prądów i mocy. To samo dotyczy także owej „energji pulsującej”. *Energja ta pulsuje przeważnie tylko w naszych głowach, a nie w obwodzie!* Badając nieznaną odbornik, stwierdzamy jedynie, że jego moc chwilowa zmienia się według funkcji $P_t = U_t J_t$, i nic ponadto (rys. 10).



Rys. 10.

Przypatrując się zaś uważnie graficznemu odwzorowaniu tej funkcji (rys. 10), musimy dojść do oczywistego wniosku, że faktycznie pulsującą energję może reprezentować tu *tylko* energja elektr. proporcjonalna do powierzchni zakreskowanej (pod osią czasu t). O tyle otrzymał odbornik „za dużo”, tyle zmagazynował w sobie i tyle też *zuraca* następnie do zasilającego go źródła z *powrotem*. Jak jednakże wygląda nasza uświęcona tradycja interpretacja? Oto *rozkładamy* sinusoidę P_t na dwie sinusoidy (rys. 11) i „objaśniamy”, że sinusoida P_{wt} przedstawia przebieg rzeczywistej, a sinusoida P_{bt} przebieg mocy urojonej. Powierzchnia zakreskowana na rys. 11 odpowiadać ma (przy takim rozkładzie) energii pulsującej. Gdzie jednak ta energja pulsuje? Chyba w samym odborniku, bo na zewnątrz ujawnia się tylko pulsowanie, uwidocznione na rys. 10. Na czemże jednak opieramy nasz wniosek, że w odborniku, *którego nie znamy*, pulsowanie takie zachodzi? Wszak może on się składać z bardzo wielu elementów wzajemnie między sobą wymieniających energję?

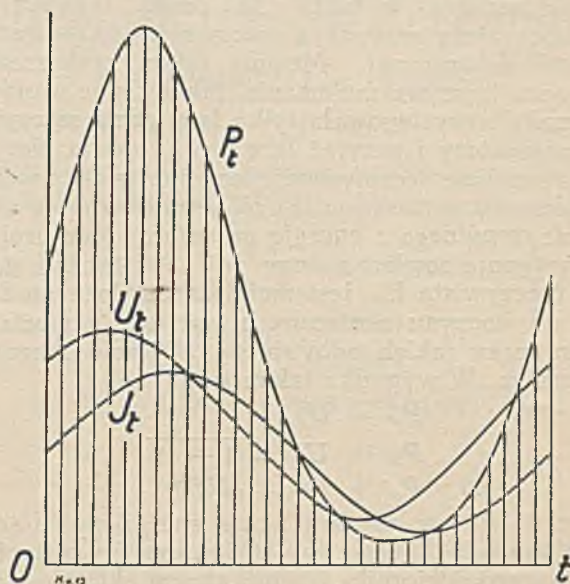
Widzimy tedy, że rozkład funkcji P_t , to nasze dzieło, nie mające nic do czynienia z realnym, fizycznym stanem rzeczy. Sinusoidy składowe mocy P_t nie istnieją wcale, to my stworzyliśmy je, celem „objaśnienia” zjawiska i ułatwienia sobie



Rys. 11.

analizy. Nie widzę powodu, dlaczego analogiczny rozkład nie mógłby być przeprowadzony także na dowolnej funkcji periodycznej, jak to uskuteczniłem poprzednio. Należy tylko strzec się błędnego łączenia mocy, biernej P_b z energją pulsującą.

Nałożmy na prąd sinusoidalny na rys. 11 prąd stały (rys. 12). Pulsowania energii między odbornikiem i źródłem *niema teraz wcale*. Cóż zatem poczynimy tu z funkcją P_t ? Czy i tu mamy rozłożyć ją na składowe *sinusoidy* mocy i jedną moc stałą? Cóż nam dać może taki rozkład? Chyba fałszywą interpretację. Skoro bowiem i tu staralibyśmy się „dowodzić”, że jedna ze sinusoidalnych składowych wskazuje na pulsowanie energii elek-



Rys. 12.

trycznej. powiem, iż równie dobrze możemy przyjąć, że wewnątrz nieznanego odbornika znajduje się *opór omowy*, zmieniający się według funkcji

$$R_t = \frac{U_t}{J_t}$$

i to zmieniający się jedynie w *wartościach dodatnich*, a więc stale pochłaniający energię elektryczną! Twierdzenie takie będzie nawet racjonalniejsze, bo wszak położenie krzywej P_t w całości nad osią czasu (rys. 12) wskazuje dobitnie, iż w odbiorniku zachodzi tylko stałe pochłanianie energii doprowadzanej ze źródła, bez jakiegokolwiek pulsowania energii pomiędzy źródłem prądu i odbiornikiem. Gdyby jednak ktoś upierał się przy twierdzeniu, że pulsowanie energii, wskazane jedną ze sinusoid składowych mocy P_t , rzeczywiście zachodzi, lub na niem chciał oprzeć swą definicję mocy urojonej (biernej) P_b , wystarczy przyjąć w odbiorniku naszym rzeczywisty opór omowy, zmieniający się według funkcji

$$R_t = \frac{U_t}{J_t}$$

aby rozumowanie takie i definicję na niem opartą unicestwić.

Według naszej teorii należy rozkład P_t dokonać (w każdym przypadku) na *dwie* składowe P_{wt}^I, P_{bt}^I lub P_{wt}^{II}, P_{bt}^{II} , według wzorów:

$$P_{wt}^I = \frac{P_w}{J^2} \cdot J_t^2, \quad P_{bt}^I = P_t - \frac{P_w}{J^2} \cdot J_t^2. \quad (56)$$

lub

$$P_{wt}^{II} = \frac{P_w}{U^2} \cdot U_t^2, \quad P_{bt}^{II} = P_t - \frac{P_w}{U^2} \cdot U_t^2. \quad (57)$$

Rozkład taki zastosowany do sinusoid U_t i J_t prowadzi do tych samych składowych P_t , jakimi zdawna operujemy w obwodach sinusoidalnych, odnośnie zaś do przebiegów odkształconych daje tę nader ważną korzyść, że umożliwia utrzymanie zasadniczych wzorów w formach obowiązujących zdawna dla przebiegów sinusoidalnych.

Nie znaczy to oczywiście wcale, jakoby funkcji P_t nie wolno było rozkładać na więcej składowych ani nie narusza to faktu, że cewki indukcyjne i kondensatory powodują *rzeczywiście* pulsowanie energii elektrycznej. Musimy tylko wykorzenić z umysłu fałszywe mniemanie, jakoby moc urojona (bierna) P_b , występowała tylko tam, gdzie są cewki i kondensatory i przyjąć tezę nową, opartą nietylko na analizie teoretycznej, lecz już także na doświadczeniu, a głoszącą, iż *ogólnie moc urojona nie ma nic wspólnego z energią pulsującą!* Moc urojona występuje bowiem zawsze, gdy $\lambda < 1$, czyli, gdy moc rzeczywista P_w jest mniejsza od iloczynu UJ t. j. od iloczynu skutecznych wartości napięcia i prądu, przy jakich odbywa się zasilanie naszego odbiornika. W wypadku takim jest

$$P_w = UJ \cdot \lambda$$

$$a \quad P_b = UJ \cdot \sqrt{1 - \lambda^2}$$

$$bo \quad P_w^2 + P_b^2 = (UJ)^2$$

Wzór na P_b nie zawiera wcale energii pulsującej i dla wartości P_b jest obojętnym, czy po zastąpieniu naszego odbiornika równoważnym układem szeregowym (rys. 3) lub równoległym (rys. 4), funkcja mocy urojonej (biernej) P_{bt}^I względnie P_{bt}^{II} jest zerem (jak w doświadczeniu 6-tem), czy też czemś różnym od zera. Moc urojona nie zależy bowiem od składu (przebiegu) tej funkcji. $\left(\int_0^T P_{bt} \cdot dt \right)$ będzie zerem także wtedy, gdy $P_{bt} = 0$.

W następnej pracy podam rozwiązanie problemu mocy, dotyczące układów n-przewodowych o przebiegach odkształconych.

Wpierw jednak muszę ogłosić wyniki, do jakich doszedłem dawniej (1926), odnośnie do n-przewodowych układów sinusoidalnych, oraz podać do wiadomości zasady operowania na takich obwodach (Uogólnione prawa Kirchhoffa, Zasada wyodrębnienia).

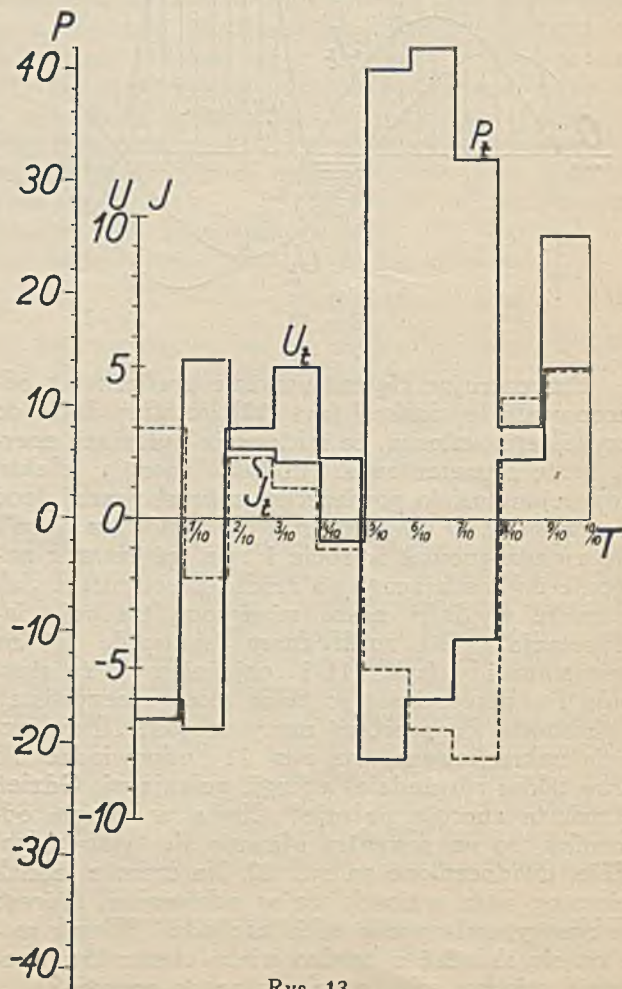
Polskiemu Komitetowi Elektrotechnicznemu, jako części składowej Międzynarodowej Komisji Elektrotechnicznej (C. E. I.), zwracam uwagę na niniejsze rozwiązanie problemu mocy w układach o przebiegach odkształconych napięcia i prądu. Może ono stanowić *tezę polską* dla C. E. I. odnośnie do mocy i to tezę posiadającą, moim zdaniem, wszelkie szanse kwalifikujące ją do przyjęcia. Podane tu definicje mocy rzeczywistej, urojonej i pozornej oraz współczynnika mocy ($\cos \varphi$) są bowiem zgodne z definicjami, jakie C. E. I. akceptowała już dla przebiegów sinusoidalnych.

Wyprowadzone tu równania i wzory zostały sprawdzone na przykładach liczbowych i doświadczalnie w pracowni Elektrotechniki ogólnej Politechniki Lwowskiej.

Ważniejsze przykłady liczbowe podane są poniżej.

Przykład 1.

Zakładamy, że napięcie i prąd, zasilające nieznaną odbiornik, zmieniają się według krzywych schodkowych, przedstawionych na rys. 13. Wartości liczbowe tych krzywych podane są w zesta-



Rys. 13.

wieniu. Okres T podzielony jest na 10 części. W obrębie 1/10 okresu są wszystkie funkcje odcinkami równoległymi do osi odciętych. Obliczenia mocy chwilowych, mocy średnich oraz innych pomocniczych wartości, oporu „czynnego” i „biernego” i t. p. podane są w Tabelcy I. Na końcu wyliczono współczynnik mocy i_w i skontrolowano zgodność wzorów

$$U_w^2 + U_b^2 = U^2; \quad J_w^2 + J_b^2 = J^2 \text{ i } P_w^2 + P_b^2 = P_s^2.$$

$$P_w^2 = U_w^2 \cdot J^2 = 11,66866 \cdot 19,8 = 231,039468 = \sim 231,04$$

$$P_w^2 = U^2 \cdot J_w^2 = 26,8 \cdot 8,620884 = 231,039691 = \sim 231,04$$

$$P_b^2 = U_b^2 \cdot J^2 = 15,13132 \cdot 19,8 = 299,600136 = \sim 299,6$$

$$P_b^2 = U^2 \cdot J_b^2 = 26,8 \cdot 11,179098 = 299,599826 = \sim 299,6$$

$$P_w^2 + P_b^2 = 231,04 + 299,60 = 530,64$$

$$P_s^2 = U^2 \cdot J^2 = 26,8 \cdot 19,8 = 530,64$$

$$i_w = \frac{P_w}{UJ} = \frac{15,2}{5,17687 \cdot 4,44971} = 0,65985$$

$$i_b = \frac{P_b}{UJ} = \frac{17,3089}{5,17687 \cdot 4,44971} = 0,7513988$$

$$U_w^2 + U_b^2 = 11,66866 + 15,13132 = 26,79998$$

$$U^2 = \dots = 26,8$$

$$J_w^2 + J_b^2 = 8,620884 + 11,179098 = 19,799982$$

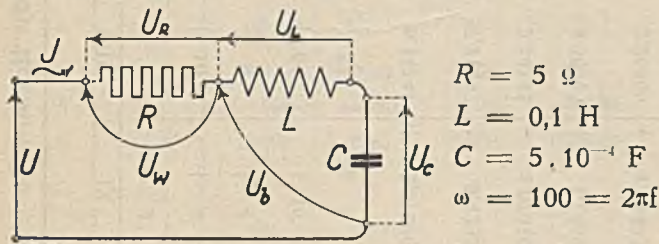
$$J^2 = \dots = 19,8$$

Wyniki te stwierdzają cyfrowo prawdziwość podanych przez nas twierdzeń. Krzywe prądu i napięcia mają bardzo nieregularne przebiegi, zatem zgodność powyższa nie może być uważana za przypadkową.

Przykład 2.

Krzywa napięcia jest funkcją perjodyczną, dającą się rozłożyć według Fourier'a na 3 sinusoidy (falę zasadniczą, drugą i piątą harmoniczną).

Dany jest obwód jak na rys. 14.



Rys. 14.

Napięcie wyraża się wzorem:

$$U_t = U_t^I + U_t^{II} + U_t^V$$

przyczem

$$U_t^I = 100 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \omega t$$

$$U_t^{II} = 50 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin 2\omega t$$

$$U_t^V = 80 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin 5\omega t$$

Według zasady superpozycji będzie:

$$J_t = J_t^I + J_t^{II} + J_t^V$$

$$J^I = \frac{U^I}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{100}{5 + j\left(100 \cdot 0,1 - \frac{10^4}{100 \cdot 5}\right)}$$

$$= \frac{100}{5 + j(10 - 20)} = \frac{100}{5 - j10} = \frac{100(5 + j10)}{25 + 100} = 4 + j8$$

$$(J^I)^2 = 4^2 + 8^2 = 80; \quad J^I = 8,9443; \quad \cos \varphi^I = \frac{4}{8,9443}$$

$$J_t^I = 8,9443 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \varphi^I)$$

$$J^{II} = \frac{U^{II}}{R + j\left(2\omega L - \frac{1}{2\omega C}\right)} = \frac{50}{5 + j\left(200 \cdot 0,1 - \frac{10^4}{200 \cdot 5}\right)}$$

$$= \frac{50}{5 + j(20 - 10)} = \frac{50}{5 + j10} = \frac{50(5 - j10)}{25 + 100} = 2 - j4$$

$$(J^{II})^2 = 2^2 + 4^2 = 20; \quad J^{II} = 4,4721; \quad \cos \varphi^{II} = \frac{2}{4,4721}$$

$$J_t^{II} = 4,4721 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(2\omega t - \varphi^{II})$$

$$J^V = \frac{U^V}{R + j\left(5\omega L - \frac{1}{5\omega C}\right)} = \frac{80}{5 + j\left(500 \cdot 0,1 - \frac{10^4}{500 \cdot 5}\right)}$$

$$= \frac{80}{5 + j(50 - 4)} = \frac{80}{5 + j46} = \frac{80(5 - j46)}{25 + 2116}$$

$$= \frac{400 - j3680}{2141} = 0,18683 - j1,71882$$

$$(J^V)^2 = 0,18683^2 + 1,71882^2 = 0,0349054489 + 2,9543421924 = 2,9892476413;$$

$$J^V = 1,72894; \quad \cos \varphi^V = \frac{0,18683}{1,72894}$$

$$J_t^V = 1,72894 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5\omega t - \varphi^V)$$

$$U = \sqrt{(U^I)^2 + (U^{II})^2 + (U^V)^2} = \sqrt{100^2 + 50^2 + 80^2} = \sqrt{10000 + 2500 + 6400} = \sqrt{18900} = 137,477 \text{ V}$$

$$J = \sqrt{(J^I)^2 + (J^{II})^2 + (J^V)^2} = \sqrt{80 + 20 + 2,9892476413} = \sqrt{102,9892476413} = 10,1483 \text{ A}$$

$$P_w = U^I \cdot J^I \cos \varphi^I + U^{II} \cdot J^{II} \cos \varphi^{II} + U^V \cdot J^V \cos \varphi^V$$

(ponieważ każda harmoniczna napięcia może dać moc tylko z odpowiadającą jej harmoniczną prądu).

$$P_w = 100 \cdot 8,9443 \cdot \frac{4}{8,9443} + 50 \cdot 4,4721 \cdot \frac{2}{4,4721} + 80 \cdot 1,72894 \cdot \frac{0,18683}{1,72894} = 400 + 100 + 14,9464 = 514,9464 \text{ W}$$

$$U_{wt} = \frac{P_w}{J^2} \cdot J_t;$$

$$U_w^2 = \frac{1}{T} \int_0^T U_{wt}^2 dt = \frac{P_w^2}{J^4} \cdot \frac{1}{T} \int_0^T J_t^2 dt = \frac{P_w^2}{J^4} \cdot J^2 = \frac{P_w^2}{J^2} = \frac{514,9464^2}{10,1483^2} = 2574,76416$$

$$U_w = \frac{P_w}{J} = \frac{514,9464}{10,1483} = 50,74213 \text{ V}$$

$$U_{bt} = U_t - U_{wt}$$

Tablica I. Zestawienie do przykładu liczbowego

L. p.	Funkcja	T										Wartość
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	
1	U_1	- 6	- 7	+ 3	+ 5	+ 2	- 8	- 6	- 4	+ 2	+ 5	$U^2=26,8 \quad U=\sqrt{26,8}=5,17687\text{woltow}$
2	U^2	+ 36	+ 49	+ 9	+ 25	+ 4	+ 64	+ 36	+ 16	+ 4	+ 25	
3	J_1	+ 3	- 2	+ 2	+ 1	- 1	- 5	- 7	- 8	+ 4	+ 5	$J^2=19,8 \quad J=\sqrt{19,8}=4,44971 \text{ amp}$ $P_w = 15,2 \text{ Watt}$
4	J^2	+ 9	+ 4	+ 4	+ 1	+ 1	+ 25	+ 49	+ 64	+ 16	+ 25	
5	P_1	- 18	+ 14	+ 6	+ 5	- 2	+ 40	+ 42	+ 32	+ 8	+ 25	$U_{wt} = \frac{P_w}{J^2} \cdot J_1 = \infty 0,7676767 J_1$ $U_w^2 = 11,66866$
6	U_{wt}	+ 2,30303	- 1,53535	+ 1,53535	+ 0,76767	- 0,76767	- 3,83838	- 5,37373	- 6,14141	+ 3,07070	+ 3,83838	
7	U_{wt}^2	+ 5,30395	+ 2,3573	+ 2,3573	+ 0,58932	+ 0,58932	+ 14,73316	+ 28,87697	+ 37,71692	+ 9,4292	+ 14,73316	$U_b = U_1 - U_{wt}$ $U_b^2 = 15,13132$
8	U_b	- 8,30303	- 5,46465	+ 1,46465	+ 4,23233	+ 2,76767	- 4,16162	- 0,62627	+ 2,14141	- 1,07070	+ 1,16162	
9	U_b^2	+ 68,94031	+ 29,8624	+ 2,1452	+ 17,91262	+ 7,66	+ 17,31908	+ 0,39221	+ 4,58563	+ 1,1464	+ 1,34936	$J_{wt} = \frac{P_w}{U^2} \cdot U_1 = \infty 0,5671641 U_1$ $J_w^2 = 8,620884$
10	J_{wt}	- 3,40298	- 3,97015	+ 1,70149	+ 2,83582	+ 1,13433	- 4,53731	- 3,40298	- 2,26866	+ 1,13433	+ 2,83582	
11	J_{wt}^2	+ 11,58027	+ 15,76209	+ 2,89507	+ 8,04187	+ 1,28670	+ 20,58718	+ 11,58027	+ 5,14682	+ 1,28670	+ 8,04187	$J_{br} = J_1 - J_{wt}$ $J_b^2 = 11,179098$
12	J_{br}	+ 6,40298	+ 1,97015	+ 0,29851	- 1,83582	- 2,13433	- 0,46219	- 3,59702	- 5,73134	+ 2,86567	+ 2,16418	
13	J_{br}^2	+ 40,99815	+ 3,88149	+ 0,08911	+ 3,37024	+ 4,55536	+ 0,21408	+ 12,93855	+ 32,84826	+ 8,21206	+ 4,68368	$P_{br}^I \approx 0$ $P_{br}^{II} \approx 15,20000$
14	P_{br}^I	+ 6,90909	+ 3,07071	+ 3,07071	+ 1,76768	+ 0,76768	+ 19,19192	+ 37,61616	+ 49,13131	+ 12,28283	+ 19,19192	
15	P_{br}^I	- 24,90909	+ 10,92929	+ 2,92929	+ 4,23232	- 2,76768	+ 20,80808	+ 4,38384	- 17,13131	- 4,28283	+ 5,80808	$P_{br}^{II} \approx 0$ $P_{br}^{III} \approx 15,20000$
16	P_{br}^{II}	+ 20,41791	+ 27,79104	+ 5,10448	+ 14,17910	+ 2,26866	+ 36,29850	+ 20,41791	+ 9,07463	+ 2,26866	+ 14,17910	
17	P_{br}^{III}	- 38,41791	- 13,79104	+ 0,89552	- 9,17910	- 4,26866	+ 3,70150	+ 21,58209	+ 22,92537	+ 5,73134	+ 10,82090	$P_{br}^{IV} \approx 0$
18	R_1	- 2,0	+ 3,5	+ 1,5	+ 5,0	- 2,0	+ 1,6	+ 0,85714	+ 0,5	+ 0,5	+ 1	
19	R_w	+ 0,76767	+ 0,767675	+ 0,767675	+ 0,76767	+ 0,76767	+ 0,767676	+ 0,767675	+ 0,767676	+ 0,767675	+ 0,767676	$R_w = \frac{U_{wt}}{J_1} = \infty 0,76767 \text{ ?}$
20	R_{br}^I	- 2,767676	+ 2,733325	+ 0,733325	+ 4,23233	- 2,76767	+ 0,833324	+ 0,089167	- 0,267676	- 0,267675	+ 0,233324	
21	G_1	- 0,5	+ 0,285714	+ 0,666666	+ 0,2	- 0,5	+ 0,625	+ 1,16666	+ 2,0	+ 2,0	+ 1	$G_w = \frac{J_{wt}}{U_1} = \infty 0,56716 \text{ ?}$
22	G_w	+ 0,567163	+ 0,567164	+ 0,567163	+ 0,567164	+ 0,567165	+ 0,567163	+ 0,567163	+ 0,567165	+ 0,567165	+ 0,567164	
23	G_{br}^{II}	- 1,067163	- 0,28145	+ 0,099503	- 0,367164	- 1,067165	+ 0,057836	+ 0,599503	+ 1,432835	+ 1,432835	+ 0,432836	

$$\begin{aligned}
 U_b^2 &= \frac{1}{T_0} \int_0^T (U_t - U_{wt})^2 dt = \\
 &= \frac{1}{T_0} \int_0^T U_t^2 dt - \frac{2}{T_0} \int_0^T U_t U_{wt} dt + \frac{1}{T_0} \int_0^T U_{wt}^2 dt = \\
 &= U^2 + U_w^2 - \frac{2}{T} \cdot \frac{P_w}{J^2} \int_0^T U_t J_t dt = U^2 + \frac{P_w^2}{J^2} - 2 \frac{P_w^2}{J^2} = \\
 &= U^2 - \frac{P_w^2}{J^2} = U^2 - U_w^2 = 18900 - 2574,76416 = \\
 &= 16325,23584
 \end{aligned}$$

$$U_b = 127,77 \text{ V}$$

$$P_b = U_b \cdot J = 127,77 \cdot 10,1483 = 1296,648 \text{ Var}$$

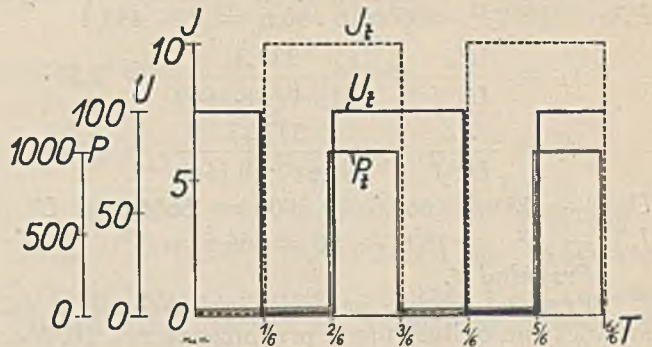
$$P_s = U \cdot J = 137,477 \cdot 10,1483 = 1395,158 \text{ VA}$$

$$i_w = \frac{P_w}{P_s} = \frac{514,9464}{1395,158} = 0,3691$$

$$i_b = \frac{P_b}{P_s} = \frac{1296,648}{1395,158} = 0,9294$$

Przykład 3.

Funkcje napięcia i prądu są funkcjami zdefiniowanymi w poszczególnych ułamkach okresu T zapomocą umowy (wartości liczbowe w zestawie-



Rys. 15.

niu). Obraz graficzny tych funkcji podaje rys. 15. Niektórych wartości nie można obliczyć, gdyż wypadają symbole nieoznaczone (rzęd 19 i 22 zestawienia liczbowego).

Zestawienie liczbowe:

L p.	Funkcja	I	II	III	IV	V	VI	W a r t o ś ć
1	U_t	100	0	100	100	0	100	$U^2 = 6666,6 \quad U = 81,649 \text{ V}$
2	U_t^2	10000	0	10000	10000	0	10000	
3	J_t	0	10	10	0	10	10	$J^2 = 66,6 \quad J = 8,1649 \text{ A}$
4	J_t^2	0	100	100	0	100	100	
5	P_t	0	0	1000	0	0	1000	$P_w = 333,3 \text{ Watt}$
6	U_{wt}	0	50	50	0	50	50	$U_{wt} = \frac{P_w}{J^2} \cdot J_t = 5 J_t$
7	U_{wt}^2	0	2500	2500	0	2500	2500	$U_w^2 = 1666,6$
8	U_{bt}	+ 100	- 50	+ 50	+ 100	- 50	+ 50	$U_b^2 = 5000$
9	U_{bt}^2	10000	2500	2500	10000	2500	2500	
10	J_{wt}	5	0	5	5	0	5	$J_{wt} = \frac{P_w}{U^2} \cdot U_t = 0,05 U_t$
11	J_{wt}^2	25	0	25	25	0	25	$J_w^2 = 16,6$
12	J_{bt}	- 5	+ 10	+ 5	- 5	+ 10	+ 5	$J_b^2 = 50$
13	J_{bt}^2	25	100	25	25	100	25	
14	P_{wt}^I	0	500	500	0	500	500	$P_w^{sr I} = 333,3 \text{ Watt}$
15	P_{bt}^I	0	- 500	+ 500	0	- 500	+ 500	$P_b^{sr I} = 0$
16	P_{wt}^{II}	500	0	500	500	0	500	$P_w^{sr II} = 333,3 \text{ Watt}$
17	P_{bt}^{II}	- 500	0	+ 500	- 500	0	+ 500	$P_b^{sr II} = 0$
18	R_t	+ ∞	0	+ 10	+ ∞	0	+ 10	$R_w^I = 5 \Omega$
19	R_w^I	$\frac{0}{0}$ *)	5	5	$\frac{0}{0}$ *)	5	5	
20	R_{bt}	+ ∞	- 5	+ 5	+ ∞	- 5	+ 5	$G_w^{II} = 0,05 \bar{\sigma}$
21	G_t	0	+ ∞	+ 0,1	0	+ ∞	+ 0,1	
22	G_w^{II}	+ 0,05	$\frac{0}{0}$ *)	+ 0,05	+ 0,05	$\frac{0}{0}$ *)	+ 0,05	
23	G_{bt}	- 0,05	+ ∞	+ 0,05	- 0,05	+ ∞	+ 0,05	

*) Dla tych przedziałów nie da się obliczyć wartości R_w^I wzgl. G_w^{II} .

$$P_b^2 = U_b^2 \cdot J^2 = 5000 \cdot 66,6 = 333\,333,3$$

$$P_b^2 = U^2 \cdot J_b^2 = 6666,6 \cdot 50 = 333\,333,3$$

$$P_w^2 = 333,3^2 = 111\,111,1$$

$$P_w^2 + P_b^2 = 111\,111,1 + 333\,333,3 = 444\,444,4$$

$$P_s^2 = U^2 \cdot J^2 = 6666,6 \cdot 66,6 = 444\,444,4$$

$$\lambda_w = \frac{P_w}{U \cdot J} = \frac{333,3}{81,649 \cdot 8,1649} = 0,5$$

$$\lambda_b = \frac{P_b}{U \cdot J} = \frac{577,35}{81,649 \cdot 8,1649} = 0,866$$

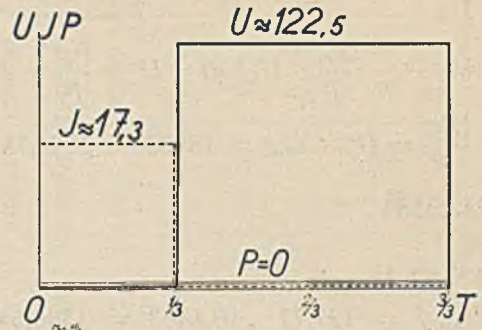
$$U_w^2 + U_b^2 = 1666,6 + 5000 = 6666,6 = U^2$$

$$J_w^2 + J_b^2 = 16,6 + 50 = 66,6 = J^2$$

Przykład 4.

Przebieg prądu i napięcia, jaki zachodzi w doświadczeniu 6, ilustruje w przybliżeniu rys. 16. Moc

„czynna” pobrana przez nasz odbiornik, składający się z przerywacza i krótkiego, grubego drutu, jest równa zero, zatem cała moc pozorna odbiornika równa się jego mocy „biernej”.



Rys. 16.

Zestawienie liczbowe do doświadczenia 6

Lp.	Funkcja	T			Wartość
		I	II	III	
1	U_t	0	122,5	122,5	
2	U_t^2	0	15006,25	15006,25	$U^2 = 10004,16$ $U \approx 100,02$ woltów
3	J_t	17,3	0	0	
4	J_t^2	299,29	0	0	$J^2 = 99,763$ $J \approx 9,988$ amp
5	P_t	0	0	0	$P_w = 0$ watt
6	U_{wt}	0	0	0	$U_{wt} = \frac{P_w}{J^2} \cdot J_t = 0$ V
7	U_{wt}^2	0	0	0	$U_w^2 = 0$ $U_w = 0$ V
8	U_{bt}	0	+ 122,5	+ 122,5	$U_{bt} = U_t - U_{wt}$
9	U_{bt}^2	0	15006,25	15006,25	$U_b^2 = 10004,16$; $U_b \approx 100,02$ V
10	J_{wt}	0	0	0	$J_{wt} = \frac{P_w}{U_t} \cdot U_t = 0$ A
11	J_{wt}^2	0	0	0	$J_w^2 = 0$; $J_w = 0$ A
12	J_{bt}	+ 17,3	0	0	$J_{bt} = J_t - J_{wt}$
13	J_{bt}^2	299,29	0	0	$J_b^2 = 99,763$; $J_b \approx 9,988$ A
14	P_{wt}^I	0	0	0	$P_w^I \dot{s}_r = 0$
15	P_{bt}^I	0	0	0	$P_b^I \dot{s}_r = 0$
16	P_{wt}^{II}	0	0	0	$P_w^{II} \dot{s}_r = 0$
17	P_{bt}^{II}	0	0	0	$P_b^{II} \dot{s}_r = 0$
18	R_t	0	∞	∞	
19	R_w^I	0	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$R_w = \frac{U_{wt}}{J_t} = 0 \Omega$
20	R_{bt}	0	∞	∞	
21	G_t	∞	0	0	
22	G_w^{II}	$\frac{0}{0}$	0	0	$G_w = \frac{J_{wt}}{U_t} = 0 \bar{\sigma}$
23	G_{bt}	∞	0	0	

$$\begin{aligned}
 P_w &= U_w J = 0 \cdot 9,988 = 0 \text{ Watt} \\
 P_w &= U \cdot J_w = 100,02 \cdot 0 = 0 \text{ Watt} \\
 P_b &= U_b \cdot J = 100,02 \cdot 9,988 = 999 \text{ Var} \\
 P_b &= U \cdot J_b = 100,02 \cdot 9,988 = 999 \text{ Var} \\
 P_s &= U \cdot J = 100,02 \cdot 9,988 = 999 \text{ VA} \\
 P_w^2 + P_b^2 &= 0^2 + 999^2 = 998001 \\
 P_s^2 &= 999^2 = 998001
 \end{aligned}$$

$$\lambda_w = \frac{P_w}{U \cdot J} = \frac{0}{999} = 0$$

$$\lambda_b = \frac{P_b}{U \cdot J} = \frac{999}{999} = 1$$

$$U_w^2 + U_b^2 = 0^2 + 100,02^2 = 100,02^2 = U^2$$

$$J_w^2 + J_b^2 = 0^2 + 9,988^2 = 9,988^2 = J^2$$

Przykład 5.

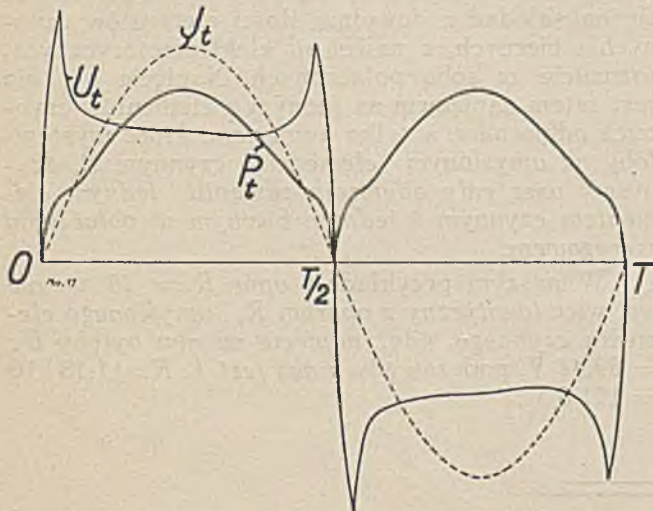
Pozorny opór elektryczny łuku (iloraz napięcia na łuku i natężenia prądu przepływającego przez łuk) jest przy prądzie zmiennym zmienny. Powoduje to zmniejszenie współczynnika mocy

$$\lambda = \frac{P_w}{UJ}$$

dla łuku zasilanego z generatora prądu zmiennego wskazuje rys. 17. Na rysunku tym uwidoczniło także krzywą $P_t = U_t \cdot J_t$. Skuteczną wartość prądu i napięcia znaleziono rysując krzywe J_t^2 i U_t^2 i wyznaczając planimetrem wartości całek

$$\int_0^T J_t^2 dt \text{ i } \int_0^T U_t^2 dt.$$

Przez podzielenie tych całek przez T i spierwiastkowanie otrzymuje się skuteczne wartości prądu i napięcia. Moc średnią P_w znajdziemy dzieląc wartość $\int_0^T P_t dt$ (zmierzoną planimetrem) przez T .



Rys. 17.

Na rys. 17 krzywe napięcia U_t , prądu J_t i mocy P_t podane są w różnych skalach. Ogólnie jest $1 \text{ cm} = a \text{ Volt}$ dla krzywej U_t , $1 \text{ cm} = b \text{ Amp}$ dla krzywej J_t , oraz $1 \text{ cm} = c \text{ Watt}$ dla krzywej P_t . Z planimetrowania otrzymano (po podzieleniu przez T) następujące wyniki:

$$U^2 = 19,86 \text{ a}^2 \text{ Volt}^2; \quad J^2 = 21,801 \text{ b}^2 \text{ Amp}^2;$$

$$P_w = 3,59 \text{ c Watt}$$

stad

$$\lambda_w = \frac{P_w}{U \cdot J} = \frac{P_w}{\sqrt{19,86} \cdot \sqrt{21,801} ab}$$

U nas obrano $c = \frac{ab}{0,2}$, zatem

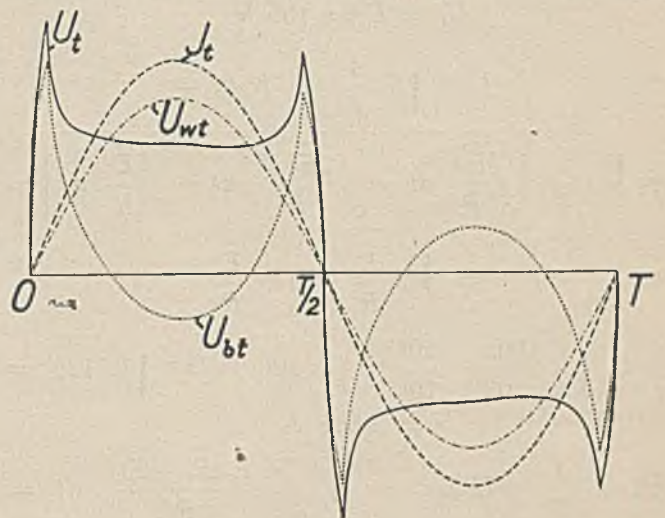
$$\lambda_w = \frac{3,59 \cdot ab}{\sqrt{19,86} \cdot \sqrt{21,801} ab \cdot 0,2} = 0,861$$

$$\lambda_b = \sqrt{1 - \lambda_w^2} = \sqrt{1 - 0,861^2} = \sqrt{0,258} = 0,509$$

$$P_b = \lambda_b \cdot U \cdot J = 0,509 \cdot \sqrt{19,86} \cdot \sqrt{21,801} \cdot ab = 10,6 ab \text{ Var}$$

Z drugiej strony możemy obliczyć P_w i P_b jako iloczyny $U_w J$ oraz $U_b J$. Rozkładamy zatem wykreślnie naszą krzywą napięcia U_t na $U_{wt} = \frac{P_w}{J_t} \cdot J_t$

i $U_{bt} = U_t - U_{wt}$ (rys. 18) i wyznaczamy ich skuteczne wartości jak poprzednio przy pomocy



Rys. 18.

planimetru. Krzywa U_{wt} jest sinusoidą. Jej skuteczną wartość otrzymamy dzieląc amplitudę przez $\sqrt{2}$. Wypada $U_w = \frac{U_w \text{ max}}{\sqrt{2}} = 3,836 \text{ a Volt}$

$$P_w = U_w \cdot J = 3,836 \cdot a \cdot \sqrt{21,801} b = 17,92 ab \text{ Watt}$$

$$P_w = 3,59 \text{ c Watt} = \frac{3,59}{0,2} ab \text{ Watt} = 17,95 ab \text{ Watt}.$$

Zgodność obu wyników jest zadowalająca, jeżeli się zważy, że znaleziono je metodą wykreslną.

Przy pomocy planimetru znaleziono następnie

$$U_b^2 = 5,29 \text{ a}^2 \text{ Volt}^2$$

zatem

$$P_b = U_b \cdot J = \sqrt{5,29} \cdot a \cdot \sqrt{21,801} b = 10,74 ab \text{ Var}$$

podczas gdy poprzednio przypadło $P_b = 10,6 ab \text{ Var}$. Zgodność obu wyników jest więc i w tym przypadku widoczna.

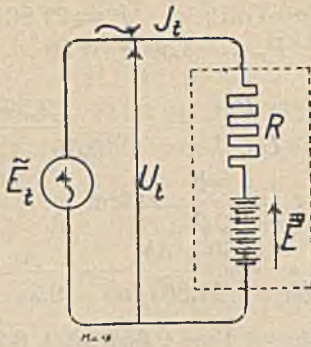
Przykład 6.

Dany jest obwód jak na rys. 19, przyczem

$$\tilde{E}_t = 100 \sqrt{2} \sin(\omega t) \text{ V}$$

$$\bar{E} = 50 \text{ V}$$

$$R = 10 \Omega$$



Rys. 19.

Stąd obliczamy:

$$U_t = \tilde{E}_t = 100 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t) \text{ V}$$

$$J_l = \frac{\tilde{E}_t - \bar{E}}{R} = 10 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t) - 5 \text{ A}$$

$$U = \tilde{E} = 100 \text{ V}$$

$$J = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T J_l^2 dt} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T} \left[\int_0^T \frac{\tilde{E}_t^2}{R^2} dt - \int_0^T \frac{2\tilde{E}_t \cdot \bar{E}}{R^2} dt + \int_0^T \frac{\bar{E}^2}{R^2} dt \right]} =$$

$$= \sqrt{\frac{\tilde{E}^2}{R^2} - 0 + \frac{\bar{E}^2}{R^2}}$$

$$J = \sqrt{\frac{100^2}{10^2} + \frac{50^2}{10^2}} = \sqrt{100 + 25} = \sqrt{125} = 11,18 \text{ A}$$

$$P_w = \frac{1}{T} \int_0^T U_l J_l dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{\tilde{E}_t (\tilde{E}_t - \bar{E})}{R} dt =$$

$$= \frac{1}{T} \left[\frac{1}{R} \int_0^T \tilde{E}_t^2 dt - \frac{\bar{E}}{R} \int_0^T \tilde{E}_t dt \right]$$

$$P_w = \frac{\tilde{E}^2}{R} - 0 = \frac{\tilde{E}^2}{R} = \frac{100^2}{10} = 1000 \text{ Watt}$$

$$k_w = \frac{P_w}{U \cdot J} = \frac{1000}{100 \cdot 11,18} = 0,895$$

$$U_{wt} = \frac{P_w}{J^2} \cdot J_l = \frac{1000}{125} \cdot J_l = 8 J_l$$

$$U_w = 8 \cdot J = 8 \cdot 11,18 = 89,44 \text{ V}$$

$$J_{wt} = \frac{P_w}{U^2} \cdot U_l = \frac{1000}{100^2} \cdot U_l = 0,1 U_l$$

$$J_w = 0,1 \cdot U = 0,1 \cdot 100 = 10 \text{ A}$$

$$U_w \cdot J = 89,44 \cdot 11,18 = 8 \cdot 11,18^2 = 8 \cdot 125 = 1000 \text{ Watt} = P_w$$

$$U \cdot J_w = 100 \cdot 10 = 1000 \text{ Watt} = P_w$$

$$U_{bt} = U_t - U_{wt} = U_t - 8 J_l$$

$$U_b^2 = \frac{1}{T} \int_0^T U_{bt}^2 dt =$$

$$= \frac{1}{T} \int_0^T U_t^2 dt - \frac{16}{T} \int_0^T U_t J_l dt + \frac{64}{T} \int_0^T J_l^2 dt$$

$$U_b^2 = U^2 - 16 P_w + 64 J^2 = 100^2 - 16 \cdot 1000 + 64 \cdot 125$$

$$U_b^2 = 10000 - 16000 + 8000 = 2000$$

$$U_b = \sqrt{2000} = 44,721 \text{ V}$$

$$U_w^2 + U_b^2 = 89,44^2 + 44,721^2 = 8000 + 2000 = 10000$$

$$U^2 = 100^2 = 10000$$

$$J_{bt} = J_l - J_{wt} = J_l - 0,1 U_l$$

$$J_b^2 = \frac{1}{T} \int_0^T J_{bt}^2 dt =$$

$$= \frac{1}{T} \int_0^T J_l^2 dt - \frac{0,2}{T} \int_0^T U_l J_l dt + \frac{0,01}{T} \int_0^T U_l^2 dt$$

$$J_b^2 = J^2 - 0,2 P_w + 0,01 \cdot 100^2 = 125 - 200 + 100 = 25$$

$$J_b = 5 \text{ A}$$

$$J_w^2 + J_b^2 = 10^2 + 5^2 = 125$$

$$J^2 = 125$$

$$P_b = U_b \cdot J = 44,721 \cdot 11,18 = \sqrt{2000} \cdot \sqrt{125} = \sqrt{250000} = 500 \text{ Var}$$

$$P_b = U \cdot J_b = 100 \cdot 5 = 500 \text{ Var}$$

$$P_w^2 + P_b^2 = 1000^2 + 500^2 = 1250000$$

$$P_w^2 = U^2 \cdot J^2 = 100^2 \cdot 11,18^2 = 10000 \cdot 125 = 1250000$$

Przeprowadzony przez nas rozkład napięcia U na U_w i U jest tylko myślowym. W rzeczywistości bowiem nie znamy zupełnie odbiornika, może się on składać z dowolnej ilości elementów czynnych i biernych, a nawet sił elektromotorycznych, rozmaicie ze sobą połączonych. Napięcie U_w nie jest zatem napięciem na jednym z elementów czynnych odbiornika, a tylko napięciem, które wystąpiłoby na umyślnym elemencie czynnym R , gdybyśmy nasz cały odbiornik zastąpili jednym elementem czynnym i jednym biernym w połączeniu szeregowym.

W naszym przykładzie opór $R = 10 \Omega$ nie jest więc identyczny z oporem R_w umyślnego elementu czynnego, gdyż napięcie na nim byłoby $U_w = 89,44 \text{ V}$, podczas gdy u nas jest $J \cdot R = 11,18 \cdot 10 = 111,8 \text{ V}$.

