Sur le calcul des courants circulant dans les diverses branches d'un réseau de conducteurs

Dans cette note l'auteur établit tout d'abord une relation montrant qu'un système de circuits dérivés contenant des forces électromotrices peut être remplacé par un circuit unique de résistance équivalente et où agit une force électromotrice appropriée. De cette relation, il déduit un procédé de calcul des valeurs des courants dans les diverses branches d'un réseau de conducteurs, si compliqué que soit ce réseau ; il termine par l'application de ce procédé à un système triphasé parcouru par des courants sinusoïdaux.

1. – Considérons un circuit complexe formé de n circuits disposés en parallèle (fig. 1) dont les résistances sont $R_1, R_2, \ldots R_n$, renfermant des forces électromotrices $E_1, E_2, \ldots E_n$ et qui sont parcourus par des courants $I_1, I_2, \ldots I_n$.

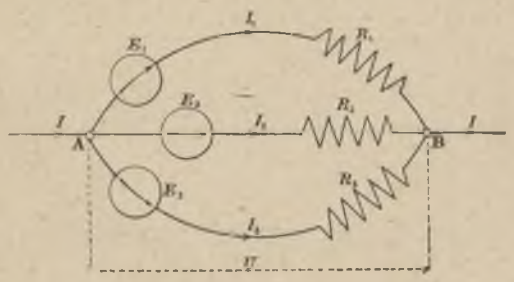

Fig. 1.

En appelant U la différence de potentiel $V_B - V_A$ entre les nœuds A et B de dérivation, nous avons

$$U = E_1 - R_1 I_1, \quad U = E_2 - R_2 I_2 \quad \ldots \quad U = E_n - R_n I_n. \qquad (1)$$

En divisant la première de ces égalités par R_1, la seconde par R_2, etc., et additionnant les nouvelles égalités ainsi obtenues, il vient

$$U\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}\right) = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \ldots + \frac{E_n}{R_n} - (I_1 + I_2 + \ldots + I_n).$$

ou, en désignant par R_r la résistance équivalente de l'ensemble des conducteurs, par I le courant total,

$$\frac{U}{R_r} = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \ldots + \frac{E_n}{R_n} - I.$$

Si nous posons

$$E_r = \left(\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \ldots + \frac{E_n}{R_n}\right) R_r, \qquad (2)$$

cette relation devient

$$U = E_r - R_r I. \qquad (3)$$

Elle montre que l'ensemble des circuits considérés peut être remplacé par le circuit unique représenté par la figure 2, ayant une résistance R_r et dans laquelle

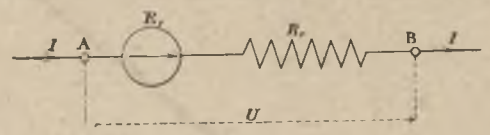

Fig. 2.

agit une force électromotrice E_r donnée par la relation (2).

Si donc on connaît les valeurs des résistances et des forces électromotrices dans les diverses branches du circuit complexe de la figure 1, on pourra calculer R_r et E_r, puis U et de la valeur de U ainsi obtenue on déduira les valeurs des intensités au moyen des formules (1) qui donnent

$$I_1 = \frac{E_1 - U}{R_1}, \quad I_2 = \frac{E_2 - U}{R_2}, \quad \ldots\ldots \quad I_n = \frac{E_n - U}{R_n}. \qquad (4)$$

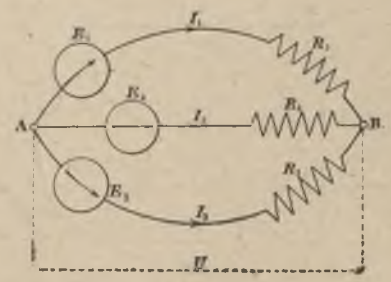

Fig. 3.

2. — Dans le cas particulier où le circuit complexe n'est pas relié à un circuit extérieur (fig. 3) le courant I

est nul et l'on a, d'après la relation (3), $U = E_r$, de sorte que les valeurs des courants sont données par

$$I_1 = \frac{E_1 - E_r}{R_1}, \quad I_2 = \frac{E_2 - E_r}{R_2}, \ \ldots\ldots \ I_n = \frac{E_n - E_r}{R_n}.$$

3. — Considérons maintenant un réseau de conducteurs comportant de nombreuses mailles, tel que, par exemple, celui que représente la figure 4. En remplaçant par un seul circuit les circuits complexes AB, CD, EF, GH, nous pouvons ramener ce réseau à la forme plus simple indiquée par la figure 5. Puis, remplaçant le circuit complexe compris entre B et D par un circuit unique, nous obtenons le nouveau réseau que représente la figure 6. Enfin, en appliquant le même procédé de simplification au circuit complexe compris entre B et F, nous arrivons au circuit unique de la figure 7.

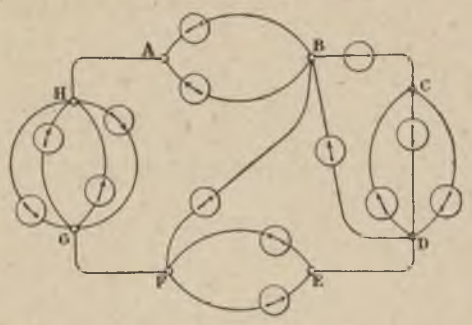

Fig. 4.

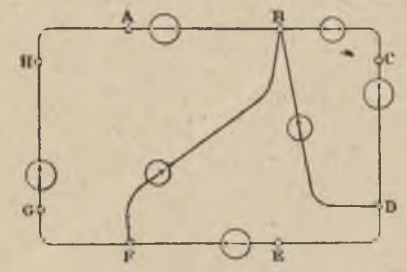

Fig. 5.

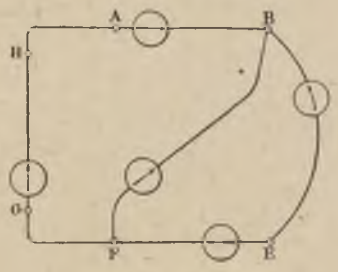

Fig. 6.

4. — Il est évident que les considérations exposées au paragraphe 1 sont applicables aux circuits en parallèle, parcourus par des courants alternatifs sinusoïdaux et qui sont le siège de forces électromotrices sinusoïdales de même fréquence, à la condition de substituer aux résistances R_1, R_2,... les impédances Z_1, Z_2,... des circuits.

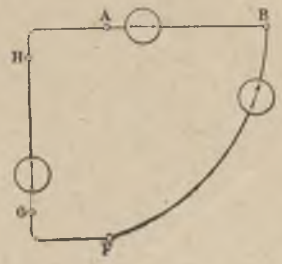

Fig. 7.

Appliquons-les au calcul des vecteurs $\overline{I}_1$, $\overline{I}_2$, $\overline{I}_3$, des courants dans un système triphasé (fig. 8) où les tensions entre conducteurs sont $\overline{U}_1$, $\overline{U}_2$, $\overline{U}_3$.

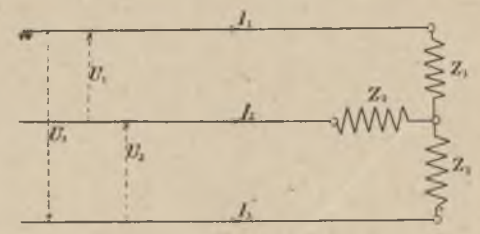

Fig. 8.

Puisque, dans un tel système, nous avons

$$\overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{I}_3 = 0, \quad \overline{U}_1 + \overline{U}_2 + \overline{U}_3 = 0,$$

nous pouvons remplacer le schéma de la figure 8 par celui de la figure 9. L'application de la formule (2) nous donne

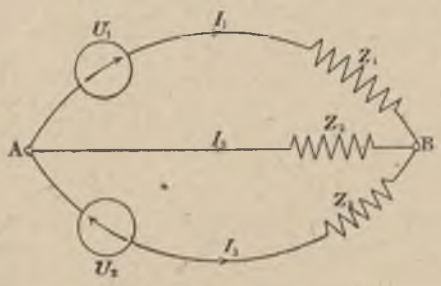

Fig. 9.

$$\overline{U}_r = \left(\frac{\overline{U}_1}{\overline{Z}_1} - \frac{\overline{U}_2}{\overline{Z}_3}\right)\overline{Z}_r,$$

$\overline{Z}_r$ désignant la grandeur définie par

$$\frac{1}{\overline{Z}_r} = \frac{1}{\overline{Z}_1} + \frac{1}{\overline{Z}_2} + \frac{1}{\overline{Z}_3}.$$

et l'application des formules (4) conduit aux valeurs suivantes des intensités

$$\overline{I}_1 = \frac{\overline{U}_1 - \overline{U}_r}{\overline{Z}_1}, \quad \overline{I}_2 = \frac{-\overline{U}_r}{\overline{Z}_2}, \quad \overline{I}_3 = \frac{-\overline{U}_2 - \overline{U}_r}{\overline{Z}_3}.$$

En écrivant que la somme de ces trois intensités est nulle, on obtient la relation

$$\overline{U}_1\overline{Z}_2\overline{Z}_3 - \overline{U}_r\overline{Z}_2\overline{Z}_3 - \overline{U}_r\overline{Z}_1\overline{Z}_3 - \overline{U}_2\overline{Z}_1\overline{Z}_2 - \overline{U}_r\overline{Z}_1\overline{Z}_2 = 0$$

dont la considération peut être utile dans certains cas.

Stanislaw Fryze,
Docteur-ingénieur, professeur
à l'Ecole des Arts et Métiers
de Léopol (Pologne).

Extrait de la Revue générale de l'Electricité *du 20 juin 1925, t. XVII, p. 955-957.*

PARIS. — SOC. G^le D'IMP. ET D'ÉDIT., 17, RUE GASSETTE