431

Uwagi do artykułu

„Nakładanie stanów w obwodzie elektrycznym ogólnym"

(**T. M. Arlitewicz**, P. E. Nr. 3. 1925)

Dr. inż. **Stanisław Fryze**, Lwów.

Usiłowania p. inż. T. M. Arlitewicza, zmierzające do dalszej rozbudowy Teorji ogólnego obwodu, zasługują na pełne uznanie, jakkolwiek na razie nie doprowadziły jeszcze do pożądanych uproszczeń. Zasługuje na uwagę także oryginalny sposób zastosowania zasady nakładania przez p. Arlitewicza, choć nie jest wolny od pewnych przeoczeń, ograniczających ważność wzorów, wyprowadzonych tą metodą.

Dla oszczędności miejsca pomijam wywody p. Arlitewicza, a zajmę się zbadaniem tych tylko wyników, uzyskanych za pomocą zastosowania prawa superpozycji, które nie są identyczne ze znalezionemi przezemnie w „Teorji ogólnego obwodu" (p. E. Nr 11, 12, 13, 1924).

1) Dla obwodu (ogólnego) z dwiema zmiennemi impedancjami Z_x, Z_y, znalazł p. Arlitewicz zależności następujące:

$$\text{a)}\quad S_{xy} = S_x \cdot S_y \quad \dots\dots\dots\dots \quad (1)$$

$$\text{b)}\quad W\left(\begin{matrix}Z_x=\infty\\Z_y=\infty\end{matrix}\right) = W\left(\begin{matrix}Z_x=\infty\\Z_y=0\end{matrix}\right) + W\left(\begin{matrix}Z_x=0\\Z_y=\infty\end{matrix}\right) - W\left(\begin{matrix}Z_x=0\\Z_y=0\end{matrix}\right) \quad \dots\dots \quad (2)$$

Zależność podana pod (1) ogólnie istnieć nie może, bo

$$S_x = \frac{J_x\left(\begin{matrix}Z_x=0\\Z_y=0\end{matrix}\right)}{V_x\left(\begin{matrix}Z_x=\infty\\Z_y=0\end{matrix}\right)}, \qquad S_y = \frac{J_y\left(\begin{matrix}Z_x=0\\Z_y=0\end{matrix}\right)}{V_y\left(\begin{matrix}Z_x=0\\Z_y=\infty\end{matrix}\right)} \quad \dots \quad (3)$$

$$S_{xy} = S_x \frac{J_y\left(\begin{matrix}Z_y=\infty\\Z_y=0\end{matrix}\right)}{V_y\left(\begin{matrix}Z_x=\infty\\Z_y=\infty\end{matrix}\right)} = S_y \frac{J_x\left(\begin{matrix}Z_x=0\\Z_x=\infty\end{matrix}\right)}{V_x\left(\begin{matrix}Z_x=\infty\\Z_y=\infty\end{matrix}\right)} \quad \dots \quad (4)$$

Gdyby więc istniała, musiałoby:

$$S_x = \frac{J_x\left(\begin{matrix}Z_x=0\\Z_y=0\end{matrix}\right)}{V_x\left(\begin{matrix}Z_x=\infty\\Z_y=0\end{matrix}\right)} = \frac{J_x\left(\begin{matrix}Z_x=0\\Z_y=\infty\end{matrix}\right)}{V_x\left(\begin{matrix}Z_x=\infty\\Z_y=\infty\end{matrix}\right)} \quad \dots\dots \quad (5)$$

432

$$S_y = \frac{J_y\left(\begin{matrix}Z_x=0\\Z_y=0\end{matrix}\right)}{V_x\left(\begin{matrix}Z_x=0\\Z_y=\infty\end{matrix}\right)} = \frac{J_y\left(\begin{matrix}Z_x=\infty\\Z_y=0\end{matrix}\right)}{V_y\left(\begin{matrix}Z_x=\infty\\Z_y=\infty\end{matrix}\right)} \quad \dots\dots \quad (6)$$

Czyli, że impedancja sieci, mierzona na końcówkach x x zmiennej Z_x przy $Z_x = \infty$ i $Z_y = 0$ musiałaby być równa impedancji, tak samo mierzonej, ale przy $Z_x = \infty$ i $Z_y = \infty$ (wzór 5). Podobnie impedancja sieci, mierzona na końcówkach y y, w które włączona jest zmienna Z_y, musiałaby być przy $Z_y = \infty$, $Z_x = 0$ równa impedancji, taksamo mierzonej, ale przy $Z_y = \infty$, $Z_x = \infty$ (wzór 6). Równości takie zachodzić mogą tylko w specjalnie dobranych warunkach, ogólnie zdarzać się nie mogą.

Także zależność podana pod (2) istnieć nie może, bo musiałaby obowiązywać dla wszystkich

433

prądów i napięć obwodu. Załóżmy $W = V_x$, to według (2) otrzymamy:

$$V_x\left(\begin{matrix}Z_x=\infty\\Z_y=\infty\end{matrix}\right) = V_x\left(\begin{matrix}Z_x=\infty\\Z_y=0\end{matrix}\right) + V_x\left(\begin{matrix}Z_x=0\\Z_y=\infty\end{matrix}\right) - V_x\left(\begin{matrix}Z_x=0\\Z_y=0\end{matrix}\right).$$

Ponieważ

$$V_x\left(\begin{matrix}Z_x=0\\Z_y=\infty\end{matrix}\right) = 0 \text{ i } V_x\left(\begin{matrix}Z_x=0\\Z_y=0\end{matrix}\right) = 0$$

musiałoby być

$$V_x\left(\begin{matrix}Z_x=\infty\\Z_y=\infty\end{matrix}\right) = V_x\left(\begin{matrix}Z_x=\infty\\Z_y=0\end{matrix}\right) \quad \dots\dots \quad (7)$$

Czyli napięcie, mierzone na końcówkach xx, musiałoby mieć tę samą wartość i dla stanu $\begin{matrix}Z_x=\infty\\Z_y=\infty\end{matrix}$ jakoteż dla stanu $\begin{matrix}Z_x=\infty\\Z_y=0\end{matrix}$, co znowu może zachodzić tylko w specjalnym przypadku, ogólnie jednak zdarzać się nie może.

Z powyższego wynika, że równanie p. Arlitewicza

$$W=\frac{w\begin{pmatrix}Z_x=0\\Z_y=0\end{pmatrix}+S_x w\begin{pmatrix}Z_x=\infty\\Z_y=0\end{pmatrix}Z_x+S_y w\begin{pmatrix}Z_x=0\\Z_y=\infty\end{pmatrix}Z_y+}{1+S_xZ_x+S_yZ_y+S_xS_yZ_xZ_y}$$
$$\frac{+S_xS_y\left[w\begin{pmatrix}Z_x=\infty\\Z_y=0\end{pmatrix}+w\begin{pmatrix}Z_x=0\\Z_y=\infty\end{pmatrix}-w\begin{pmatrix}Z_x=0\\Z_y=0\end{pmatrix}\right]}{1+S_xZ_x+S_yZ_y+S_xS_yZ_xZ_y} \qquad (8)$$

nie jest identyczne z analogicznem równaniem, podaniem przezemnie

$$W=\frac{w\begin{pmatrix}Z_x=0\\Z_y=0\end{pmatrix}+S_x w\begin{pmatrix}Z_x=\infty\\Z_y=0\end{pmatrix}Z_x+S_y W\begin{pmatrix}Z_x=0\\Z_y=\infty\end{pmatrix}Z_y+}{1+S_xZ_x+S_yZ_y+S_{xy}Z_xZ_y}$$
$$\frac{+S_{xy}w\begin{pmatrix}Z_x=\infty\\Z_y=\infty\end{pmatrix}Z_xZ_y}{1+S_xZ_x+S_yZ_y+S_{xy}Z_xZ_y} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

Wzór (8) wyprowadzony został przez p. Arlitewicza dla obwodu uzupełnionego na końcówkach xx i yy dodatkowemi SEM-cznemi $E_x=V_x$ i $E_y=V_y$ i ważny jest dla dowolnego prądu lub napięcia obwodu z temi właśnie uzupełnieniami, przyczem — jak łatwo dowieść — musi być:

$$E_x=\frac{V_x\begin{pmatrix}Z_x=\infty\\Z_y=0\end{pmatrix}S_xZ_x}{1+S_xZ_x},\quad E_y=\frac{V_y\begin{pmatrix}Z_x=0\\Z_y=\infty\end{pmatrix}S_yZ_y}{1+S_yZ_y}\quad . \quad (10)$$

$$S_x=\frac{I_x\begin{pmatrix}Z_x=0\\Z_y=0\end{pmatrix}}{V_x\begin{pmatrix}Z_x=\infty\\Z_y=0\end{pmatrix}},\quad S_y=\frac{J_y\begin{pmatrix}Z_x=0\\Z_y=0\end{pmatrix}}{V_y\begin{pmatrix}Z_x=0\\Z_y=\infty\end{pmatrix}}\quad \ldots\ldots \quad (10a)$$

Obwód z dwiema zmiennemi impedancjami Z_x, Z_y i dwiema równolegle do tychże przyłączonemi SEM-cznemi E_x, E_y przedstawiony jest na rys. 1. Po wykonaniu nakładania w sposób, podany przez p. Arlitewicza, nie będzie można odjąć tych SEM-cznych, gdyż przez dodatkowe (idealne) źródła prądu, będące ich siedliskiem, będą płynąć prądy. Choć więc ze względu na rodzaj tych źródeł (brak oporów wewnętrznych) musi być stale

$$E_x=V_x,\ E_y=V_y,$$

to jednakże zamierzony cel nie został osiągnięty. Analiza, przeprowadzona przy pomocy nakładania, prowadzi do innych wyników, niż przeprowadzona za pomocą praw Kirchhoffa i wyznaczników.

Do wyznaczenia stałych obwodu z dwiema zmiennemi Z_x, Z_y potrzeba ogólnie nie trzech (jak znalazł p. Arlitewicz), lecz czterech skombinowanych stanów jałowych i zwarcia. Odmienny wynik u p. Arlitewicza spowodowało włączenie w obwód SEM-cznych E_x i E_y, wskutek czego obwód z dwiema zmiennemi impedancjami Z_x i Z_y przekształcił się na obwód z dwiema zmiennemi SEM-cznemi (E_x, E_y), w którym przy dowolnych wartościach E_x i E_y zmiany Z_x i Z_y nie mają już żadnego wpływu na prądy i napięcia (W) obwodu (oczywiście z wyjątkiem samych elementów Z_x i Z_y).

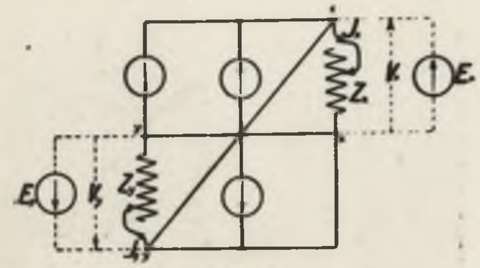
Dla obwodu, podanego na rys. 1-m, trzeba więc napisać (zgodnie z teorją obwodu i abstrahując od wartości Z_x i Z_y).

$$W=C+E_xA+E_yB\quad \ldots\ldots \quad (11)$$

przyczem jest

$$C=W\begin{pmatrix}E_x=0\\E_y=0\end{pmatrix}\quad \ldots\ldots \quad (12)$$

$$A=\frac{W\begin{pmatrix}E_x=E_{xD}\\E_y=0\end{pmatrix}-C}{E_{xD}},\quad B=\frac{W\begin{pmatrix}E_x=0\\E_y=E_{yD}\end{pmatrix}-C}{E_{yD}} \quad (13)$$



Rys 1

Wartości tych spółczynników nie zależą od wartości Z_x, Z_y dla wszystkich prądów i napięć obwodu W, z wyłączeniem prądów J_x i J_y (dla których jest $J_x=\frac{E_x}{Z_x}$, $J_y=\frac{E_y}{Z_y}$).

Kładąc pod (12) $E_x=0$, $E_y=0$, wywołujemy na końcówkach xx i yy zwarcie, możemy więc napisać, że

$$C=W\begin{pmatrix}E_x=0\\E_y=0\end{pmatrix}=W\begin{pmatrix}Z_x=0\\Z_y=0\end{pmatrix}\quad \ldots \quad (14)$$

Symbole E_{xD}, E_{yD} oznaczają dowolne (różne od 0 i ∞) wartości SEM-cznych E_x i E_y.

Odbierając dla stanu $E_y=0$, $E_{xD}=V\begin{pmatrix}Z_x=\infty\\E_y=0\end{pmatrix}$, a dla stanu $E_x=0$, $E_{yD}=V_y\begin{pmatrix}E_x=0\\Z_y=\infty\end{pmatrix}$ możemy (ze względu na właściwości układu połączeń) napisać

$$A=\frac{W\begin{pmatrix}Z_x=\infty\\Z_y=0\end{pmatrix}-W\begin{pmatrix}Z_x=0\\Z_y=0\end{pmatrix}}{V_x\begin{pmatrix}Z_x=\infty\\Z_y=0\end{pmatrix}},\quad B=\frac{W\begin{pmatrix}Z_x=0\\Z_y=\infty\end{pmatrix}-W\begin{pmatrix}Z_x=0\\Z_y=0\end{pmatrix}}{V_y\begin{pmatrix}Z_x=0\\Z_y=\infty\end{pmatrix}}\quad (15)$$

Podstawiając te wartości, oraz wartości za E_x i E_y (10) w równanie (11), otrzymamy

$$W=w\begin{pmatrix}Z_x=0\\Z_y=0\end{pmatrix}+\frac{S_xZ_x}{1+S_xZ_x}\left[w\begin{pmatrix}Z_x=\infty\\Z_y=0\end{pmatrix}-\right.$$

$$-w\begin{pmatrix}Z_x=0\\Z_y=0\end{pmatrix}\Bigg]+\frac{S_yZ_y}{1+S_yZ_y}\cdot\left[w\begin{pmatrix}Z_x=0\\Z_y=\infty\end{pmatrix}-w\begin{pmatrix}Z_x=0\\Z_y=0\end{pmatrix}\right]=$$

$$=\frac{w\begin{pmatrix}Z_x=0\\Z_y=0\end{pmatrix}+S_xw\begin{pmatrix}Z_x=\infty\\Z_y=0\end{pmatrix}Z_x+S_yw\begin{pmatrix}Z_x=0\\Z_y=\infty\end{pmatrix}Z_y+}{1+S_xZ_x+S_yZ_y+S_xS_yZ_xZ_y}$$

$$\frac{+S_xS_yZ_xZ_y\left[w\begin{pmatrix}Z_x=\infty\\Z_y=0\end{pmatrix}+w\begin{pmatrix}Z_x=0\\Z_y=\infty\end{pmatrix}-w\begin{pmatrix}Z_x=0\\Z_x=0\end{pmatrix}\right]}{1+S_xZ_x+S_yZ_y+S_xS_yZ_xZ_y}$$

(równanie p. Arlitewicza). Jest to, jak widać równanie szczególne (dla szczególnych założeń), a ponieważ wyprowadziliśmy je ze wzoru (11), nic więc dziwnego, że jego stałe spółczynniki dadzą się wyznaczyć z trzech skombinowanych stanów zerowych (12) i (13), względnie z trzech skombinowanych stanów jałowych i zwarcia (14) i (15).

Wypada zaznaczyć, że za pomocą równania p. Arlitewicza (8) nie można obliczyć prądów i napięć obwodu, w którym są tylko dwie zmienne impedancje Z_x i Z_y (a niema SEM-cznych E_x i E_y). Jak wykazałem powyżej, równanie to obowiązuje tylko dla tego przypadku, gdy równolegle z impedancjami Z_x i Z_y są połączone SEM-czne E_x i E_y, i przy założeniu, że równocześnie ze zmianami Z_x i Z_y zmieniamy także i E_x i E_y tak, aby zawsze zachodziły równości

$$E_x=\frac{V_x\begin{pmatrix}Z_x=\infty\\Z_y=0\end{pmatrix}S_xZ_x}{1+S_xZ_x},\qquad E_y=\frac{V_y\begin{pmatrix}Z_y=0\\Z_x=\infty\end{pmatrix}S_yZ_y}{1+S_xZ_x}$$

Te SEM-czne nie kompensują [1]) już wcale (dla dowolnych wartości Z_x, Z_y) napięć V_x i V_y, gdyż w myśl ogólnej teorji, napięcia te dla obwodu z Z_x i Z_y a bez E_x i E_y), określają następujące związki:

$$V_x=\frac{V_x\begin{pmatrix}Z_x=\infty\\Z_y=0\end{pmatrix}S_xZ_x+V_x\begin{pmatrix}Z_x=\infty\\Z_y=\infty\end{pmatrix}S_{xy}Z_xZ_y}{1+S_xZ_x+S_yZ_y+S_{xy}Z_xZ_y}\quad\ldots\ (16)$$

$$V_y=\frac{V_y\begin{pmatrix}Z_x=0\\Z_y=\infty\end{pmatrix}S_yZ_y+V_y\begin{pmatrix}Z_x=\infty\\Z_y=\infty\end{pmatrix}S_{xy}Z_xZ_y}{1+S_xZ_x+S_yZ_y+S_{xy}Z_xZ_y}\quad\ldots\ (17)$$

W ten sam sposób można udowodnić także, że dalsze, przez p. Arlitewicza znalezione zależności stałych spółczynników

c) $S_{xyz}=S_x\,.\,S_y\,.\,S_z$

d) $$w\begin{pmatrix}Z_x=\infty\\Z_y=\infty\\Z_z=\infty\end{pmatrix}=w\begin{pmatrix}Z_x=\infty\\Z_y=0\\Z_z=\infty\end{pmatrix}+w\begin{pmatrix}Z_x=0\\Z_y=\infty\\Z_z=0\end{pmatrix}+$$

$$+w\begin{pmatrix}Z_x=0\\Z_y=0\\Z_z=\infty\end{pmatrix}-2w\begin{pmatrix}Z_x=0\\Z_y=0\\Z_z=0\end{pmatrix}\ \text{i t. d.}$$

nie mogą mieć ważności ogólnej.

Do wyznaczenia stałych spółczynników funkcji

$$w=\frac{F(Z_x, Z_y, \ldots\ldots Z_k, E_u, E_v, \ldots\ldots E_p)}{f(Z_x, Z_y, \ldots\ldots Z_k)}$$

potrzeba ogólnie

$$2^k(1+p)\quad\ldots\ldots\ldots\ (18)$$

skombinowanych stanów jałowych i zwarcia, i usiłowania p. Arlitewicza, zmierzające do zmniejszenia ilości tych stanów, — choć zasługują na uznanie — nie zostały jednakże uwieńczone pomyślnym wynikiem. Nie twierdzę bynajmniej, że ilość stanów, podana pod (18), przedstawia konieczne minimum (choć tak na razie sprawa wygląda). Być może, że przy zręcznem użyciu zasady nakładania, lub jakiejś innej metody, uda się przecież dowieść zależności niektórych stałych spółczynników, a tem samem zredukować liczbę stanów, podaną pod (18). Mimo gorliwych poszukiwań nie udało mi się dotąd celu tego osiągnąć, na równi jednak z p. Arlitewiczem uważam rozwiązanie tego zadania (czy to z wynikiem pozytywnym czy negatywnym) za nader ważne dla teorji obwodu.

P. Arlitewicz wyraża (przy końcu swego artykułu, str. 39) mniemanie, że obliczenie stałych funkcji

$$w=C_w+A_wE_x\quad\ldots\ldots\ (19)$$

nie zawsze jest możliwe. Mniemanie to pozbawione jest uzasadnienia. Równanie (19) jest wynikiem równań Kirchhoffa. Spółczynniki jego muszą się więc dać wyznaczyć dla **każdego** przypadku, w którym obowiązują prawa Kirchhoffa.

Obliczenie stałych równania (19) nie nastręcza większych trudności, aniżeli te, do jakich z konieczności prowadzi rozwiązywanie obwodów za pomocą obu praw Kirchhoffa. Słusznie jednak mówi p. Arlitewicz, że obliczanie spółczynników S dla sieci technicznych byłoby kłopotliwe. Nie zalecałem też metody do obliczania sieci technicznych. Za pomocą teorji ogólnego obwodu będzie można jednakże wypisać **wprost** prawie wszystkie ogólne wzory sieci, na których wyprowadzenie zużyli Herzog i Feldman poważną część objętości swego dzieła „Die Berechnung der Leichtungsnetze". To chyba daje uproszczenie, a więc stanowi postęp w odnośnej dziedzinie.

Celem każdej nauki jest dążność do uzyskania uproszczeń i tworzenia uogólnień. Te idee właśnie były wytycznemi dla mnie przy opracowywaniu „Teorji ogólnego obwodu elektrycznego". W praktycznem traktowaniu, podana przezemnie metoda okaże się **właściwem narzędziem do właściwych celów**. Jakie są te „właściwe cele" wskazałem szkicowo w artykule „Nowe drogi" (P. E. Nr. 18, 19, 20) i wskażę jeszcze w dalszych pracach. Uwagi powyższe podaję celem przeszkodzenia ewentualnemu utrwaleniu się mniemania, że podana przezemnie metoda ma służyć **głównie** do rozwiązywania zadań, jakie nastręczają sieci techniczne.

[1]) Przez źródło kompensujące swą SEM-czną jakieś napięcie nie może płynąć żaden prąd.