Kaz. Drewnowski

Pomiary elektrotechniczne.

POLITECHNIKA ŚLĄSKA
BIBLIOTEKA GŁÓWNA
w Gliwicach
142 489

Wstęp.

1. Metody pomiarów.

Pomiary elektrotechniczne, jak wogóle pomiary wielkości fizycznych, mogą być

bezpośrednie, jeżeli polegają na porównywaniu mierzonej wielkości z taką samą znaną n. p. pomiar długości za pomocą metra, pomiar oporu w mostku Wheatstone'a, albo

pośrednie, przy których uwzględnia się także inne wielkości tworzące z mierzoną zasadnicze prawa matematyczne lub fizyczne, n. p. pomiar powierzchni zapomocą długości podniesionej do kwadratu, pomiar oporu na podstawie prawa Ohma.

Wielkości elektrycznych nie można mierzyć wprost, lecz zapomocą przyrządów, w których pomiar sprowadza się często do odczytywania podziałki (n. p. galwanometru), a więc do pomiaru długości. Przy pomiarach można w tym względzie zastosować następujące metody:

Metodę odchyłową, która polega wprost na mierzeniu długości, o jaką się skazówka przyrządu mierniczego odchyli. Wskazania przyrządu są wtedy zależne od różnych sił działających, jak prąd elektryczny, sprężyna, magnes itp. Z tego względu jest ona mniej dokładna, niż

metoda zerowa, przy której staramy się osiągnąć taki stan, aby działanie wyżej wymienionych sił zmniejszyć do możliwych granic. Jest to najbardziej dokładny sposób pomiarów, wymagający jednak dłuższego czasu; używa się go przeto głównie przy pomiarach bardzo dokładnych, laboratoryjnych.

Zbliżoną do zerowej jest metoda równych odchyleń, przy której pomiar polega na porównywaniu dwuch wielkości w ten sposób, że pomiar każdej wielkości obywa się osobno, ale tak, że przy obu pomiarach wytwarza się ten sam stan

równowagi układu, sprowadzając oba razy skazówkę galwanometru do tego samego odchylenia.

W praktyce technicznej stosuje się powszechnie metodę odchyłową.

2. Błędy.

Pomiaru bezwzględnie pewnego wykonać nie można i zawsze popełnia się błąd, t. zn. że wartość otrzymana z pomiaru różni się od wartości rzeczywistej tej mierzonej wielkości o jakąś wielkość. Z tem należy się zawsze liczyć i uwzględniać wpływ błędów na wynik pomiaru.

Według pochodzenia rozróżniamy błędy: stałe i zmienne.

Błędy stałe. — Źródło ich leży w samej metodzie pomiaru lub w przyrządzie mierniczym, a mianowicie albo w trwałej zmianie stałej przyrządu n. p. skutkiem zaniku magnetyzmu magnesów lub siły skręcającej sprężyny, albo w czasowej zmianie n. p. skutkiem tarcia chwilowego, działania obcych pól magnetycznych lub elektrycznych, temperatury itp. Błędy stałe mogą powstać także skutkiem niedbałości spostrzegającego.

Taki błąd można usunąć albo wyrównać przez zmianę metody, przez sprawdzenie czyli wycechowanie przyrządu, przez powtórzenie pomiaru przy zmienionym układzie połączeń, przez zmianę kierunku prądu itp., a wreszcie przez zmianę spostrzegającego.

Niektóre błędy stałe, n. p. skutkiem wpływu temperatury, można, znając ich przyczynę i skutki, uwzględnić rachunkowo przez wprowadzenie t. zw. poprawek.

Uwzględnienie poprawek jest nieodzowne przy pomiarach precyzyjnych; jeżeli jednak błąd popełniony przez zaniedbanie poprawki jest znacznie mniejszy, aniżeli błąd popełniony przy spostrzeganiu, wtedy można poprawkę opuścić. Jako praktyczną granicę, powyżej której należy już poprawkę uwzględnić, można przyjąć $\frac{1}{10}$ błędu granicznego.

Przy obliczaniu poprawek posługuje się zwykle wzorami skróconymi (p. str. 14).

Błędy zmienne. — Są to błędy właściwe, występujące przy pomiarze zawsze, nawet jeżeli się usunęło błędy stałe. Objawiają się one tem, że przy pomiarze powtórzonym kilkakrotnie, otrzymuje się wartości różne. Błędy zmienne pochodzą

z niedoskonałości ludzkich zmysłów, którymi spostrzegamy, najczęściej oka, n. p. przy odczytywaniu wychylenia skazówki galwanometru, albo przy fotometrowaniu światła.

Przy nabraniu pewnej wprawy w odczytywaniu i przy zastosowaniu należytych środków można odczytywać bardzo dokładnie, a więc zmniejszyć błędy; nigdy ich jednak nie można zupełnie usunąć. Takimi środkami pomocniczymi są nonius, szkło powiększające, skazówka bardzo cienka, podkładka zwierciadlana do uniknięcia paralaksy itp.

Wyrównywanie błędów zmiennych wymaga całego szeregu spostrzeżeń; wtedy każde poszczególne spostrzeżenie będzie obarczone jakimś błędem. Te poszczególne błędy pozwalają nam — na podstawie teoryi błędów — określić wpływ błędu spostrzeżenia na wynik pomiaru.

Błędy zmienne rozróżniamy według rodzaju następujące:

1. **Błąd graniczny** Δ_{gr}. — Jest to największy błąd, jaki wolno popełnić, a właściwie poza jaki nie powinno się wyjść przy pomiarze. Zależy on od dokładności lub czułości danego przyrządu mierniczego, a także od zdolności spostrzegania.

Błąd graniczny może być:

bezwzględny, — jeżeli podaje się go wprost w jednostkach mierzonej wielkości; albo

względny, — jeżeli odnosi się go w procentach do mierzonej wielkości.

Błąd graniczny mogący powstać przy danej metodzie, można z góry określić, znając dany przyrząd i warunki pomiaru; zwykle przyjmuje się n. p. że opornice zatyczkowe mają dokładność do 0,1—0,2%, czyli ich błąd graniczny wynosi 0,1—0,2%, normale samoindukcyjne 0,3—0,5%, przyrządy techniczne 0,5—1,0%, odchylenia igiełki galwanometru można odczytać z dokładnością 0,1—0,25 podziałki i t. p. Te błędy można sprawdzić przez wycechowanie danych przyrządów i przez uwzględnienie dokładności spostrzegania.

Przy pomiarach elektrotechnicznych, nawet jeżeli mamy do czynienia z jedną tylko zmienną, to jednak nie otrzymujemy szukanej wielkości wprost zapomocą bezpośredniego porównania jej z jednostką, jak to jest n. p. przy pomiarze dłu-

gości zapomocą metra, a więc długości; zawsze przychodzi jeszcze przyrząd pomocniczy, mierniczy, zapomocą którego porównuje się daną wielkość z normalną i, zależnie od sposobu pomiaru, mamy metodę zerową lub odchyłową. W ten sposób mamy do czynienia przynajmniej z dwiema wielkościami różnorodnemi, z których jedna może być stałą, a druga zmienną, obie jednak obarczone są błędami, których suma stanowi błąd graniczny.

Najczęściej stosuje się metody zerowe; wtedy przy określaniu błędu granicznego należy uwzględnić i błąd, jaki się popełnia przez niedokładne nastawienie skazówki galwanometru na 0, wzgl. przez to, że galwanometr jest za mało czuły i nie reaguje do pewnej granicy na prąd płynący przez niego. To samo odnosi się do metody równych odchyleń. Przy metodzie odchyłowej natomiast mamy tem samem błąd graniczny odchylenia galwanometru zawarty w samej metodzie, gdyż szukana wielkość jest funkcyą odchylenia (n. p. pomiar pojemności przez porównanie).

Błąd graniczny odchylenia galwanometru wyznacza się zapomocą badania t. zw. czułości układu ze względu na galwanometr. Jest to wpływ umyślnego błędu, odpowiadającego najmniejszemu odchyleniu galwanometru, które się przyjmuje stosownie do dokładności metody, czułości galwanometru i zdolności spostrzegania (0,1—0,25 podziałki).

Przy wyznaczaniu błędu granicznego, jeżeli funkcya posiada tylko jeden człon, najlepiej jest stosować różniczkowanie logarytmiczne, różniczkując logarytm funkcyi.

2. Błąd średni. — Jest to błąd, jaki się rzeczywiście popełnia przy pomiarze; oblicza się go na podstawie rachunku prawdopodobieństwa z całego szeregu spostrzeżeń.

Błąd średni może być:

błędem poszczególnego pomiaru lub

błędem średniej wartości pomiarów;

dalej może być:

bezwzględny lub

względny, jak przy błędach granicznych;

wreszcie rozróżniamy błąd średni

prawdopodobny Δ_{pr}, który otrzymuje się — według rachunku prawdopodobieństwa — przez pomnożenie błędu śred-

niego przez 0,674. O otrzymanej w ten sposób liczbie można z równem prawdopodobieństwem powiedzieć, że błąd popełniony rzeczywiście jest od niej zarówno większy jak i mniejszy.

3. Wyrównywanie błędów.

Sposoby wyznaczania błędów i określania ich wpływu na wynik pomiaru zależą od tego, czy metoda pomiaru posiada jedną czy więcej zmiennych spostrzeganych (niezależnych).

I. Metoda posiada jedną zmienną niezależną

$$y=f(x).$$

Wielkość y mierzy się zapomocą szeregu spostrzeżeń wielkości x, której funkcyą jest y.

1. Błąd graniczny.

Błąd graniczny określa się ze względu na zmienną niezależną x, najlepiej zapomocą różniczkowania logarytmicznego, stosownie do metody, jakiej się używa.

Funkcyę $y=f(x)$,

można przedstawić jako $y=Cx$

z tego logarytm naturalny $\log_n y=\log_n C+\log_n x$,

po zróżniczkowaniu będzie $\frac{dy}{y}=\frac{dC}{C}+\frac{dx}{x}$.

Ponieważ to są wartości skończone, piszemy

$$\frac{\Delta y}{y}=\frac{\Delta C}{C}+\frac{\Delta x}{x},$$

co przedstawia błąd graniczny względny.

Jeżeli stała C jest liczbą niemianowaną, to jej pochodna $=0$, czyli $\frac{\Delta C}{C}$ odpada i błąd graniczny określa się błędem zmiennej. Jeżeli zaś w stałej C zawarte są pewne wielkości fizyczne, które utrzymujemy podczas pomiaru stałemi, to one są także obarczone błędami, które trzeba uwzględnić.

Ogólnie oznaczymy błąd graniczny:

a) bezwzględny $\Delta_g y=f(\Delta_g x)$

b) względny $\frac{\Delta_g y}{y}=\frac{f(\Delta_g x)}{f(x)}$ (ewent. w %).

Przy metodach zerowych i równych odchyleń, trzeba jeszcze uwzględnić błąd graniczny galwanometru, czyli t. zw.

czułość układu. Po sprowadzeniu układu do równowagi (galwanometr na 0 lub na danem odchyleniu), zmieniamy x o δx tak długo, aż dostaniemy założone odchylenie $\Delta\alpha$ skazówki galwanometru. Wtedy y obliczone według $x+\delta x$ będzie

$$y' = y + \delta y = f(x+\delta x),$$

a

$$\frac{\delta y}{y} = \frac{f(x+\delta x) - f(x)}{f(x)} = \frac{F(\delta x)}{f(x)},$$

co będzie miarą czułości układu.

Wtedy błąd graniczny:

a) bezwzględny $\Delta_g y = f(\Delta_g x) + \delta y$,

b) względny $\frac{\Delta_g y}{y} = \frac{f(\Delta_g x)}{y} + \frac{\delta y}{y}$ (ewent. w %).

2. Błąd średni.

Celem wyznaczenia błędu średniego robi się n spostrzeżeń zmiennej niezależnej x i z poszczególnych spostrzeżeń oblicza się szukaną wielkość y. W ten sposób otrzymuje się n pomiarów wielkości y, z których każdy obarczony będzie błędem Δy, powstałym skutkiem błędu spostrzeżenia Δx.

Dla $y = f(x)$ będzie wynik po uwzględnieniu błędu $y + \Delta y = f(x+\Delta x)$,

czyli $\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x)$, a więc

błąd bezwzględny $\Delta y = F(\Delta x)$,

a błąd względny $\frac{\Delta y}{y} = \frac{F(\Delta x)}{f(x)}$.

Z tego widać, że błąd średni wyniku jest funkcyą błędu spostrzeżenia. Jeżeli ta zależność jest linijna $y = C.x$, to błąd wyniku jest proporcyonalny do błędu spostrzeżenia; można więc odrazu obliczyć z n spostrzeżeń średni błąd x, wtedy błąd wyniku bezwzględny będzie $\Delta y = C.\Delta x$, a względny $\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta x}{x}$.

Jeżeli funkcya ma kształt $y = C.x^2$,

to błąd będzie $y + \Delta y = C(x+\Delta x)^2 = Cx^2\left(1+\frac{\Delta x}{x}\right)^2$,

z tego na podstawie wzorów skróconych

$$y + \Delta y = y\left(1 + 2\frac{\Delta x}{x}\right)$$

$$= y + 2y\frac{\Delta x}{x},$$

czyli $$\Delta y = 2y\frac{\Delta x}{x}$$

a $$\frac{\Delta y}{y} = \frac{2\Delta x}{x},$$

błąd względny wyniku jest więc 2 razy większy od błędu spostrzeżenia.

Do tego samego dojdziemy stosując różniczkowanie logarytmiczne

$$y = C.x^2$$

$$\log_n y = \log_n C + 2\log_n x$$

$$\frac{dy}{y} = \frac{2dx}{x}.$$

W podobny sposób można się przekonać, że jeżeli $y = C\sqrt{x}$, to błąd wyniku jest 2 razy mniejszy od błędu spostrzeżenia.

Z tego względu najlepiej jest przy obliczaniu błędów postępować tak, jak na początku wskazano, to jest obliczać je nie ze spostrzeżeń, lecz z poszczególnych pomiarów.

Błędy średnie znajduje się więc w następujący sposób: Robi się n pomiarów badanej wielkości y, z których oblicza się średnią arytmetyczną $y_{śr}$ i wyznacza się różnice Δ między poszczególnemi wartościami y a $y_{śr}$, $\Delta = y_{śr} - y$, wtedy:

błąd średni: a) bezwzględny:

α) poszczególnego pomiaru: $\varepsilon = \pm\sqrt{\frac{\Sigma(\Delta^2)}{n-1}}$

β) średnią wartość „ $E = \pm\sqrt{\frac{\Sigma(\Delta^2)}{n(n-1)}} = \pm\frac{\varepsilon}{\sqrt{n}}$

b) względny:

α) poszczególnego pomiaru: $\pm\frac{\varepsilon}{y_{śr}}$ (ewent. w $^0/_0$)

β) średniej wartości „ $\pm\frac{E}{y_{śr}}$ („ „ „)

Znak $\pm$ oznacza, że błąd spostrzeżenia, w ten sposób znaleziony, może być z równą dokładnością wzięty jako większy jak i mniejszy od rzeczywistej wartości.

Ilość spostrzeżeń n zależy od tego jak pomiar wypada; jeżeli różnice między poszczególnemi spostrzeżeniami są nieznaczne, to można się zadowolić paroma spostrzeżeniami; zwykle $n = 5$ do 10. Jeżeli otrzyma się spostrzeżenie bardzo różniące się od reszty, to z dostateczną pewnością można to

przypisać fałszywemu spostrzeganiu i poprostu usunąć z rachunku, a na to miejsce wziąć inne. Przy tem trzeba jednak postępować z wszelką uwagą, aby nie popełnić omyłki i przekonać się poprzednio, czy nie zachodzi tu jaki błąd stały; wtedy należy go usunąć lub uwzględnić poprawkę.

W ostatecznym wyniku pomiaru należy uwzględnić błąd prawdopodobny, obliczony z błędu bezwzględnego.

Ponieważ szukana wielkość i jej błąd bardzo się od siebie różnią co do wielkości, byłoby wykonywanie działań niemi bardzo żmudne, dlatego w takich razach używa się — jak to już zaznaczono — wzorów skróconych (p. str. 14.).

Przykład:

Pomiar oporu żarówki zapomcą galwanometru różnicowego.

Opór badany X równa się oporowi porównawczemu R, jeżeli igiełka galwanometru stoi na zerze, co osiąga się przez regulowanie oporu R. Pomiar powtórzono pięciokrotnie, przyczem otrzymano szereg wartości R czyli X (ponieważ $X = R$), z których oblicza się średnią i wyznacza średni błąd według następującego protokołu pomiaru:

L. p.	$R = X$	$X_{śr}$	ΔX	$(\Delta X)^2$
1	294,2		0,0	0,00
2	294,3		0,1	0,01
3	294,1	294,2	−0,1	0,01
4	294,0		−0,2	0,04
5	294,4		0,2	0,04
				$\Sigma(\Delta X)^2 = 0,10$

Błąd średni:

a) bezwzględny:

α) poszczególnego pomiaru: $\varepsilon = \pm\sqrt{\frac{\Sigma(\Delta X)^2}{n-1}} = \pm\sqrt{\frac{0,10}{4}} = \pm 0,158;$

β) średniej wartości: $E = \pm\frac{\varepsilon}{\sqrt{n}} = \pm 0,0706;$

γ) prawdopodobny średniej wartości: $\pm 0,0706 \,.\, 0,674 = \pm 0,0476.$

b) względny:

α) poszczególnego pomiaru: $\pm\frac{\varepsilon}{X} = \pm\frac{0,158}{294,2} = \pm 0,000536 = \pm 0,0536\,\%;$

β) średniej wartości: $\pm\frac{E}{X} = \pm\frac{0,0706}{294,2} = \pm 0,00024 = \pm 0,024\,\%.$

Wynik ostateczny:

$$X = 294,2 \pm 0,0476\,\Omega.$$

Błąd graniczny pomiaru t. j. największy, poza jaki nie można wyjść, obliczy się według $\frac{\Delta_g X}{X} = \frac{\Delta_g R}{R} + \frac{\delta X}{X}$, gdzie $\Delta_g R$ przyjmuje się ze

względu na opornicę 0,1%, a δX wyznacza się, badając czułość układu. Jeżeli przy zmianie oporu R o $\delta R = 0{,}05$, otrzymaliśmy odchylenie igiełki galwanometru 0,1 podziałki, to $\delta X = 0{,}05$.

Błąd graniczny:

a) bezwzględny: $\Delta_g X = \Delta_g R + \delta X = 0{,}2942 + 0{,}05 = 0{,}2992$;

b) względny:

$$\frac{\Delta_g X}{X} = \frac{\Delta_g R}{R} + \frac{\delta X}{X} = \frac{0{,}002 \cdot 294{,}2}{294{,}2} + \frac{0{,}05}{294{,}2} = 0{,}002169 = 0{,}2169\%,$$

jest więc znacznie większy od średniego, co wskazuje, że pomiar został uskuteczniony z dostateczną dokładnością.

II. Metoda posiada więcej zmiennych niezależnych.

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \ldots).$$

Wielkość y mierzy się zapomocą szeregu spostrzeżeń wielkości $x_1, x_2, x_3, \ldots$, których funkcyą jest y.

Tu mogą zachodzić dwa wypadki:

A. Zmienne niezależne spostrzega się jednocześnie.

Wtedy błędy poszczególne wyznacza się ze względu na całą funkcyę. Błąd wyniku znajduje się zapomocą różniczkowania cząstkowego $y = f(x_1, x_2, x_3 \ldots)$.

$$\Delta y = \pm \frac{\partial f(x_1, x_2, x_3, \ldots)}{\partial x_1} \Delta x_1 \pm \frac{\partial f(x_1, x_2, x_3, \ldots)}{\partial x_2} \Delta x_2 \pm \frac{\partial f(x_1, x_2, x_3, \ldots)}{\partial x_3} \Delta x_3 \pm \ldots$$

Jeżeli oznaczymy $\frac{\partial f(x_1, x_2, \ldots)}{\partial x_n}$ przez λ_n, a Δx_n przez ε_n, to

$$\Delta y = \pm \lambda_1 \varepsilon_1 \pm \lambda_2 \varepsilon_2 \pm \lambda_3 \varepsilon_3 \pm \ldots$$

Znaki $\pm$ oznaczają, że z góry nie można powiedzieć, jakie będą znaki + czy —.

1. Błąd graniczny wyniku będzie sumą poszczególnych błędów granicznych, t. zn. zakładamy, że wszystkie znaki są dodatnie;

bezwzględny: $\Delta_g y = \Sigma(\lambda, \varepsilon)$

względny: $\frac{\Delta_g y}{y} = \frac{\Sigma(\lambda, \varepsilon)}{y}$ (ewent. w %).

Błąd graniczny obliczamy zapomocą różniczkowania cząstkowego danej funkcyi.

2. Błąd średni wyniku będzie — według metody najmniejszych kwadratów — drugim pierwiastkiem z sumy kwadratów poszczególnych błędów;

bezwzględny: $\Delta y = \sqrt{(\lambda_1 \varepsilon_1)^2 + (\lambda_2 \varepsilon_2)^2 + (\lambda_3 \varepsilon_3)^2 + \ldots}$

względny: $\frac{\Delta y}{y} = \frac{\sqrt{(\lambda_1 \varepsilon_1)^2 + (\lambda_2 \varepsilon_2)^2 + (\lambda_3 \varepsilon_3)^2 + \ldots}}{y}$

Błąd średni będzie zarazem błędem prawdopodobnym.

Praktycznie stosuje się to w ten sposób, że pomiar powtarza się kilkakrotnie i każdorazowo oblicza się szukaną wielkość; ze znalezionych w ten sposób wartości bierze się średnią i wyznacza średni błąd wyniku.

Jeżeli funkcya ma tylko jeden człon, to najlepiej zastosować tu różniczkowanie logarytmiczne.

Przykład:

Pomiar oporu zapomocą ampermetru i voltmetru.

Pomiar odbywa się przez przepuszczenie prądu J przez opór X i mierzenie spadku napięcia E, spowodowanego danym prądem.

Wynik oblicza się na podstawie następującego protokołu:

L. p.	J	E	X	$X_{śr}$	ΔX	$(\Delta X)^2$
1	2,47	6,79	0,364		0,000	0,000000
2	2,20	6,12	0,360		−0,004	16
3	3,25	8,76	0,371	0,364	0,007	49
4	2,78	7,63	0,365		0,001	1
5	2,09	6,08	0,360		0,004	16
						$\Sigma(\Delta X)^2 = 0{,}000082$

Błąd średni wyniku:

a) bezwzględny: $\Delta X = \pm\sqrt{\frac{0{,}000082}{5 \cdot 4}} = \pm 0{,}002015,$

b) względny: $\frac{\Delta X}{X} = \pm\frac{0{,}002015}{0{,}364} = \pm 0{,}00558 = \pm 0{,}558\%.$

Wynik ostateczny:

$$X = 0{,}364 \pm 0{,}002015\ \Omega.$$

Błąd graniczny wyznacza się według:

$$\frac{\Delta_g X}{X} = \frac{\Delta_g J}{J} + \frac{\Delta_g E}{E},$$

gdzie $\Delta_g J$ i $\Delta_g E$ obiera się ze względu na skalę i dobroć przyrządów; ampermetr i voltmetr można było odczytać z dokładnością do 2 dziesiątych części podziałki, co odpowiadało 0,02 A i 0,02 V; w tem mieściła się i dokładność cechowania przyrządów, tak, że błąd graniczny względny jest

$$\frac{\Delta_g X}{X} = 0{,}02 + 0{,}02 = 0{,}04 = 4\%,$$

a więc znacznie większy niż średni.

B. Zmienne niezależne spostrzega się niejednocześnie.

Wtedy błędy poszczególnych zmiennych wyznacza się osobno, a więc błąd graniczny $\Delta_g x_1$, $\Delta_g x_2$, $\Delta_g x_3$,..., zakładając go

dla każdej zmiennej i obliczając z tego — przy zachowaniu reguł podanych pod *A*— poszczególne błędy graniczne $\Delta_g y'$, $\Delta_g y''$, $\Delta_g y'''$..., których suma daje błąd graniczny wyniku

$$\Delta_g y = \Delta_g y' + \Delta_g y'' + \Delta_g y''' + \ldots;$$

a błąd średni Δx_1, Δx_2, Δx_3..., obliczając średnie wartości x_1, x_2, x_3... i ich błędy według *I* i tak otrzymane wartości wstawiając do wzoru na y, przyczem przyjmuje się po kolei, że jedna zmienna jest obarczona błędem a inne nie, w ten sposób otrzyma się szereg błędów $\Delta y'$, $\Delta y''$, $\Delta y'''$..., z których oblicza się średni błąd wyniku

$$\Delta y = \sqrt{(\Delta y')^2 + (\Delta y'')^2 + (\Delta y''')^2 + \ldots}$$

Błędy względne oblicza się jak poprzednio.

Jeżeli nie idzie o wyznaczenie poszczególnych błędów Δx_1, Δx_2, Δx_3... i ich wpływu na wynik pomiaru, lecz tylko o ostateczny błąd wyniku, to można z każdorazowych wartości x_1, x_2, x_3... obliczyć y i z tak otrzymanego szeregu wartości y wziąć średnią i wyznaczyć średni błąd według *I*.

Przykład:

Pomiar pojemności kondenzatora przez porównanie z normalnym.

Pojemność mierzona $C = C_n \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$, gdzie C_n jest to pojemność kondenzatora normalnego, tutaj $C_n = 0{,}82\,\mu F$, α_1 odchylenie odpowiadające pojemności C, a α_2 pojemności C_n. Oba spostrzeżenia α_1 i α_2 robi się niezależnie od siebie i powtarza 5 razy, z czego bierze się średnie wartości. Błędy wyznacza się na podstawie następującego protokołu pomiaru:

L. p.	α_1	$\alpha_{1\,śr}$	$\Delta\alpha_1$	$(\Delta\alpha_1)^2$	α_2	$\alpha_{2\,śr}$	$\Delta\alpha_2$	$(\Delta\alpha_2)^2$
1	7,625		0,028	0,000784	6,125		—0,040	0,001600
2	7,625		0,028	0784	6,200		0,035	0,001225
3	7,610	7,597	0,013	0169	6,250	6,165	0,085	0,007225
4	7,550		—0,047	2209	6,150		—0,015	0,000225
5	7,575		—0,022	0484	6,100		—0,065	0,004225
				$\Sigma(\Delta\alpha_1)^2 = 0{,}004430$				$\Sigma(\Delta\alpha_2)^2 = 0{,}014500$

Pojemność badaną oblicza się z wartości średnich:

$$C = C_n \frac{\alpha_{1\,śr}}{\alpha_{2\,śr}} = 0{,}82 \frac{7{,}597}{6{,}165} = 0{,}82 \cdot 1{,}23 = 1{,}008\,\mu F.$$

Błąd średni zmiennej α_1:

a) bezwzględny: $\Delta\alpha_1 = \pm\sqrt{\frac{\Sigma(\Delta\alpha_1)^2}{n(n-1)}} = \pm\sqrt{\frac{0{,}004430}{20}} = \pm 0{,}01484$;

b) względny: $\frac{\Delta\alpha_1}{\alpha_1} = \pm\frac{0{,}01484}{7{,}597} = \pm 0{,}001955 = \pm 0{,}1955\%$.

Błąd średni zmiennej α_2:

a) bezwzględny: $\Delta\alpha_2 = \pm\sqrt{\frac{0{,}014500}{20}} = \pm 0{,}0269$;

b) względny: $\frac{\Delta\alpha_2}{\alpha_2} = \pm\frac{0{,}0269}{6{,}165} = \pm 0{,}00436 = \pm 0{,}436\%$.

Błąd średni wyniku:

α) ze względu na $\Delta\alpha_1$:

$$C' = C_n\frac{\alpha_{1\,śr}+\Delta\alpha_1}{\alpha_{1\,śr}} = 0{,}82\,\frac{7{,}597+0{,}01484}{6{,}165} = 1{,}010,$$

a więc $\Delta C' = C - C' = 1{,}008 - 1{,}010 = -0{,}002$;

β) ze względu na $\Delta\alpha_2$:

$$C'' = C_n\frac{\alpha_{1\,śr}}{\alpha_{1\,śr}+\Delta\alpha_2} = 0{,}82\,\frac{7{,}597}{6{,}165+0{,}0269} = 1{,}003,$$

a więc $\Delta C'' = C - C'' = 1{,}008 - 1{,}003 = 0{,}005$;

czyli ostatecznie błąd:

a) bezwzględny: $\Delta C = \sqrt{(\Delta C')^2+(\Delta C'')^2} = \sqrt{(-0{,}002)^2+(0{,}005)^2} = 0{,}00538$,

b) względny: $\frac{\Delta C}{C} = \frac{0{,}00538}{1{,}008} = 0{,}534\%$.

Wynik ostateczny:

$$C = 1{,}008 \pm 0{,}00538\,\mu F.$$

Błąd graniczny wyznacza się przez różniczkowanie logarytmiczne wzoru na C i dodanie poszczególnych członów

$$\frac{\Delta_g C}{C} = \frac{\Delta_g C_n}{C_n} + \frac{\Delta_g \alpha_1}{\alpha_1} + \frac{\Delta_g \alpha_2}{\alpha_2},$$

gdzie przyjmuje się $\Delta_g C_n$ ze względu na kondenzator normalny 0,1%, a $\Delta_g \alpha_1$ i $\Delta_g \alpha_2$ jako odchylenia galwanometru balistycznego 0,25 podziałki.

Błąd a) bezwzględny: $\Delta_g C = 0{,}001 \,.\, 1{,}008 + 0{,}25 + 0{,}25 = 0{,}501008$,

b) względny: $\frac{\Delta_g C}{C} = \frac{0{,}001 \,.\, 1{,}008}{1{,}008} + \frac{0{,}25}{7{,}597} + \frac{0{,}25}{6{,}165} = 7{,}46\%$,

jest więc znacznie większy od znalezionego średniego.

Powyższe metody A i B mogą być kombinowane, t. zn. metoda posiada kilka zmiennych, z których jedne są między sobą zależne, a inne nie. Wtedy należy grupy zmiennych od siebie zależnych traktować razem.

4. Najlepsze warunki pomiaru.

Przez odpowiednią dyskusyę metody pomiaru można z góry określić warunki, w jakich powinien się pomiar odbywać, aby średni błąd względny wyniku był najmniejszy, czyli znaleźć minimum błędu.

Ponieważ ten błąd jest zwykle funkcyą jednej lub kilku zmiennych, przeto minimum tego błędu będzie, jeżeli pochodna tej funkcyi będzie $=0$, a druga pochodna dodatnia.

Jeżeli więc $y=f(x)$, to średni błąd względny

$$\frac{dy}{y}=\frac{F(dx)}{f(x)}=\varphi(x),$$

a minimum będzie jeżeli $\frac{d\varphi(x)}{dx}=0$, a $\varphi'(x)>0$.

Jeżeli zaś $y=f(x_1, x_2, x_3...)$,

to $$\frac{dy}{y}=\varphi(x_1, x_2, x_3...),$$

a minima poszczególnych błędów będą, jeżeli

$$\frac{d\varphi(x_1, x_2, x_3,...)}{dx_1}=0, \quad \frac{d\varphi(x_1, x_2, x_3,...)}{dx_2}=0, \quad \frac{d\varphi(x_1, x_2, x_3,...)}{dx_3}=0,...$$

Przy pomiarach elektrotechnicznych — zwłaszcza w praktyce — mierzona wielkość jest często funkcyą odchylenia skazówki przyrządu mierniczego

$$x=C.\alpha,$$

wtedy błąd średni $$\frac{dx}{x}=\frac{d\alpha}{\alpha}.$$

Widać z tego, że błąd średni wyniku będzie tem mniejszy, im odchylenie α większe. Stosownie do tego trzeba dobierać takie warunki pomiaru, aby α było jak największe. Ponieważ jednak α jest funkcyą x, nie można bez zmiany jednej wielkości zmienić drugą. Udać się to więc może wtedy, jeżeli x można zmienić o tyle, że tylko jego pewną, ściśle określoną część się mierzy, n. p. przy pomiarze natężenia prądu galwanometrem z zastosowaniem upustu; wtedy upust można tak zregulować, aby odchylenie α było największe. Praktycznie osiąga się to przez użycie przyrządu o większej czułości na miejsce mniej czułego, który daje odchylenia w granicach początku podziałki.

Przykład: Pomiar natężenia prądu zapomocą busoli stycznych.

Busola opatrzona jest upustem, który pozwala zmieniać dowolnie stałą C; natężenie prądu jest:

$$J=C.\operatorname{tg}\alpha,$$

średni błąd względny $$\frac{dJ}{J}=\frac{dx}{C.\cos^2\alpha}=\frac{2\,dx}{\sin 2x}=\varphi(\alpha).$$

Minimum tej funkcyi będzie, jeżeli

$$\frac{d\varphi(\alpha)}{dx}=0.$$

Warunek ten będzie spełniony, jeżeli $\alpha = 45^0$; czyli najlepszy warunek pomiaru busolą stycznych jest wtedy, kiedy $\alpha = 45^0$, co można osiągnąć przez regulowanie upustu.

Jeżeli nie można osiągnąć najlepszych warunków pomiaru, to trzeba ile możności do nich się zbliżyć, nie warto jednak przy tem posuwać się do ostatecznych granic, gdyż błąd średni waha się bardzo mało w pobliżu teoretycznie najlepszych warunków. Z tego powodu wystarczy znaleść najlepsze warunki pomiaru dla błędu granicznego, którego wyznaczenie jest prostsze niż średniego.

Dyskusya błędu granicznego daje nam jeszcze inne wskazania, jak należy pomiar odbywać. Z błędu granicznego odrazu można poznać, które wielkości należy dokładniej od innych spostrzegać; będą to te, które dają dotyczący błąd graniczny większy. Jeżeli więc przychodzi n. p. we wzorze jakaś wielkość podniesiona do kwadratu, to jej wpływ na błąd graniczny wyniku będzie 2 razy większy niż innych; jeżeli jest pod pierwiastkiem, to będzie 2 razy mniejszy i t. p.

Błędy graniczne poszczególnych zmiennych pozwalają również przepisać z góry, z jaką dokładnością należy wykonywać poszczególne spostrzeżenia. Jeżeli błąd graniczny jednej zmiennej różni się znacznie od drugiej, n. p. z powodu mniej czułych przyrządów, to odczytywanie z wielką dokładnością na innych przyrządach przyniesie tylko nieznaczne poprawienie błędu rzeczywistego, nie zawsze jest więc konieczne.

Przy opisywaniu poszczególnych metod podano także najlepsze warunki pomiaru.

5. Wzory skrócone.

W wypadkach, w których jakiś wyraz matematyczny zawiera człony bardzo od siebie się różniące, można zastosować wzory skrócone, jeżeli ten wyraz da się przedstawić w formie $(1 \pm \delta)^m$, gdzie δ jest wobec 1 bardzo małe, a m jest jakąkolwiek liczbą, a więc także 1. Wtedy można wyższe potęgi δ wobec 1 opuścić, a wzory przybiorą następujące formy:

1. $(1 \pm \delta)^m = 1 \pm m\delta.$

2. $\sqrt[m]{1 \pm \delta} = 1 \pm \frac{1}{m}\delta.$

3. $\frac{1}{(1\pm\delta)^m}=1\mp m\delta.$

4. $\frac{1}{\sqrt[m]{1\pm\delta}}=1\pm\frac{1}{m}\delta.$

5. $(1\pm\delta)(1\pm\varepsilon)(1\pm\xi)\ldots=1\pm\delta\pm\varepsilon\pm\xi\pm\ldots$

6. $\frac{(1\pm\delta)(1\pm\varepsilon)\ldots}{(1\pm\xi)(1\pm\eta)\ldots}=1\pm\delta\pm\varepsilon\pm\ldots\mp\xi\mp\eta\ldots$

7. $\sin\delta=\delta$ przeto $\sin(x+\delta)=\sin x+\delta\cos x.$

8. $\cos\delta=1$ $\cos(x+\delta)=\cos x-\delta\sin x.$

9. $\operatorname{tg}\delta=\delta$ $\operatorname{tg}(x+\delta)=\operatorname{tg}x+\frac{\delta}{\cos^2 x}.$

10. $\log_n(1+\delta)=\delta-\frac{1}{2}\delta^2.$

11. $\log_n(x+\delta)=\log_n x+\frac{\delta}{x}-\frac{1}{2}\frac{\delta^2}{x^2}.$

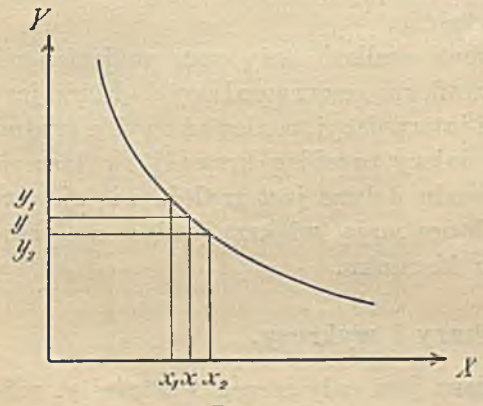
12. $\log_n\frac{x+\delta}{x-\delta}=2\frac{\delta}{x}+\frac{2}{3}\frac{\delta^3}{x^3}.$

13. $\sqrt{\delta_1\delta_2}=\frac{1}{2}(\delta_1+\delta_2)$, jeżeli δ_1 i δ_2 bardzo mało się różnią.

Znak $\pm$ i $\mp$ oznacza, że górne znaki odnoszą się do siebie, a dolne do siebie.

6. Interpolacya.

Jeżeli przy pomiarze wielkości y, będącej funkcyą x *(rys. 1.)*, należy ją do pewnej ściśle określonej wartości x sprowadzić (n. p. przy pomiarze oporu metodą odchyłową do pewnego odchylenia skazówki galwanometru) i nie można tego uskutecznić, a tylko otrzymuje się wartości sąsiednie x_1 i x_2, tak, że $x_1 < x < x_2$, a więc $y_1 > y > y_2$, to można przyjąć, że część krzywej objęta temi wielkościami, jest prosta.



Rys. 1.

Wtedy $$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y_1-y}{y_1-y_2}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$$

z tego $$y = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1).$$

Takie postępowanie nazywa się interpolacyą.

Przy metodach zerowych stosuje się interpolacyę, jeżeli igiełki galwanometru nie można sprowadzić do 0. Jeżeli więc przy mierzeniu jakiejś funkcyi y, — która $= k.x$, skoro odchylenie igiełki $\alpha = 0$, — nie można wartości x tak nastawić, aby $\alpha = 0$, lecz otrzymuje się odchylenie:

α' w prawo przy x' t. zn. zamiast y otrzymuje się y',
$-\alpha''$ w lewo „ $x'+1$ „ „ „ „ „ „ y'',

to stosując interpolacyę i podstawiając za y wartości x, otrzymamy:

$$y = x' + \frac{x'+1-x'}{\alpha'' + \alpha'}(0 + \alpha') \qquad \text{czyli}$$

$$y = x' + \frac{\alpha'}{\alpha' + \alpha''}, \qquad \text{a więc ostatecznie}$$

$$y = k\left(x' + \frac{\alpha'}{\alpha' + \alpha''}\right).$$

O ile te obie wartości, z których ma się obliczyć na podstawie interpolacyi mierzoną wielkość, różnią się zanadto od siebie, tak że części krzywej objętej niemi nie można uważać za prostą, to trzeba się uciec do interpolacyi graficznej. Do tego potrzeba jednak przynajmniej trzech wartości x, aby móc przez nie poprowadzić krzywę; wtedy między niemi na tej krzywej leży szukana wartość y.

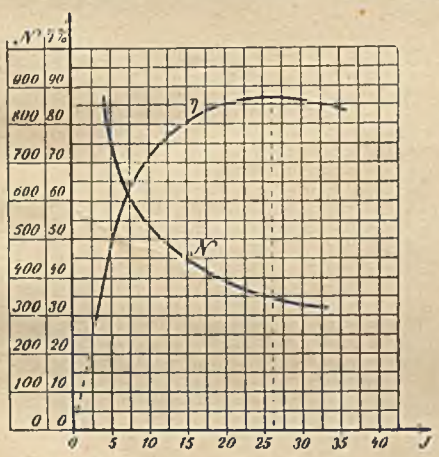
W razie, jeżeli mierzona wielkość leży poza znalezionemi wartościami, stosuje się graficzną extrapolacyę, która jest znacznie mniej dokładną od interpolacyi, ponieważ zwykle trudno jest określić ze ścisłością dalszy przebieg krzywej, zwłaszcza na jej końcach. Z tego powodu dobrze jest znaleść więcej wartości x, głównie takich, które mają większy wpływ na przebieg krzywej w szukanym kierunku.

7. Wykazy i wykresy.

Jeżeli wynikiem pomiaru jest cały szereg wartości y, różniących się od siebie a zależnych od x, to dla lepszego przeglądu należy je ułożyć w wykazy, a na podstawie tych wykazów sporządzić wykresy.

Zwłaszcza te ostatnie dają nam nie tylko obraz przebiegu szukanych wielkości, zmieniających się z innemi, ale pozwalają nam także zmniejszyć wpływ błędów, jakiemi obarczone są poszczególne wielkości. Zwykle bowiem dostajemy jako wynik pomiaru jakąś krzywą, która musi mieć przebieg ciągły; na mocy więc interpolacyi można z poszczególnych wartości wypośrodkować właściwą krzywą. Wtedy wartości zanadto odbiegające od tej krzywej, można uważać za błędne i ewentualnie dany pomiar poprawić. Należy tu jednak postępować z wszelką ostrożnością, aby nie popełnić omyłki. Czasem przebieg krzywej, który nam się wydaje na pierwszy rzut oka nieprawdopodobny, jest najzupełniej uzasadniony.

Wykresy mają wielkie znaczenie zwłaszcza przy pomiarach maszyn jako t. zw. charakterystyki. Wtedy poszczególne wartości otrzymane przy pomiarze t. zw. odczyty, służą tylko do oryentacyi przy wykreślaniu charakterystyk; z chwilą gdy to już mamy, tylko wartości na tych krzywych się znajdujące, są dla nas miarodajne i niemi należy się posługiwać przy dalszych obliczeniach. Jeżeli n. p. przy pomiarze maszyny dostaliśmy cały szereg wartości napięcia i natężenia w funkcyi jakiejś innej wielkości, to chcąc otrzymać przebieg mocy w tej samej funkcyi, nie można mnożyć tych poszczególnych wartości przez siebie, lecz nakreślić krzywe napięcia i natężenia i dopiero odpowiednie rzędne tych krzywych pomnożyć przez siebie, a otrzyma się nową krzywą mocy. W ten sposób wyrównuje się błędy, gdyż wartości na krzywej uważamy za poprawione.



Rys. 2.

Wykresy należy najlepiej tak sporządzać, żeby wartości zmiennej niezależnej x przedstawić jako odcięte, a funkcye jako rzędne. Dla przejrzystości należy o ile możności zaczynać zawsze od $y=0$ i $x=0$, aby punkt zerowy był w środku układu;

POLITECHNIKA BIBLIOTEKA GŁÓWNA

skale należy obierać dla tych samych wielkości równe (n. p. wolty w jednej skali, ampery w jednej i t. p.) i zaznaczać je w równych odstępach od początku układu. Poszczególnych wartości znalezionych, nie zaznacza się osobno. Natomiast normalne wartości trzeba oznaczyć, aby móc się odrazu z wykresu zoryentować co do własności danej maszyny.

Na *rys. 2.* podany jest wzór, w jaki sposób należy sporządzać wykresy. Przedstawione tam są krzywe wydajności η i obrotów N w zależności od natężenia prądu J motoru szeregowego, biorącego przy pełnem obciążeniu normalnie 26,5 A. Część kreskowaną krzywej wydajności otrzymano przez extrapolacyę.

O błędach i ich wyrównywaniu w zastosowaniu do fizyki i elektrotechniki można znaleść obszerniejsze uwagi w podanych dziełach Kohlrauscha i Gérarda.

Część I.

Pomiary wielkości elektrotechnicznych.

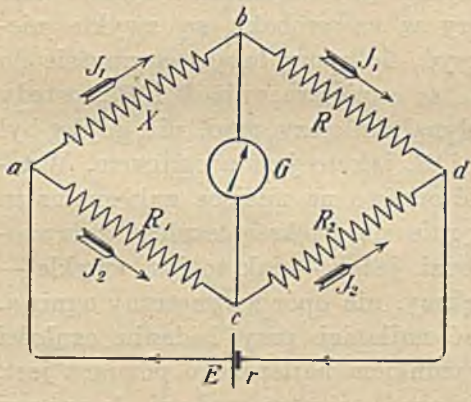
I.

Pomiary oporu.

A. Opory średnie.

1. Mostek Wheatstone'a.

Pomiar oporu za pomocą mostku Wheatstone'a polega na, podanym w r. 1843 przez Wheatstone'a, szczególnym sposobie połączenia 4 oporów, z których trzy są znane, a czwarty badany, z galwanometrem i źródłem siły elektromotorycznej. Te 4 opory łączy się w czworobok, w jedną przekątnię wstawia się galwanometr, a w drugą ogniwo *(rys. 3.)*. Taki układ nazywa się mostkiem, boki i przekątnie gałęziami.



Rys. 3.

Przez odpowiedni dobór oporów X, R, R_1 i R_2 można osiągnąć taki stan, że przez galwanometr prąd nie płynie, t. zn. że potencyały w p. *b* i *c* są równe, a więc i spadki napięcia w gałęziach *ab* i *ac* są równe. Wtedy przez gałęzie *ab* i *bd* płynie ten sam prąd J_1, a przez *ac* i *cd* prąd J_2, przeto

$$J_1 X = J_2 R_1$$

$$J_1 R = J_2 R_2$$

z tego

$$\frac{X}{R} = \frac{R_1}{R_2}, \text{ czyli } XR_2 = RR_1,$$

jest to równanie mostku Wheatstone'a, a zarazem warunek równowagi układu, powiadający, że jeżeli iloczyny oporów przeciwległych są równe, to przez galwanometr prąd nie płynie.

Znając trzy opory, można czwarty obrachować

$$X = R\frac{R_1}{R_2}$$

Opór R nazywa się oporem porównawczym, a R_1 i R_2 stosunkowymi.

Najlepsze warunki pomiaru. — Z powyższego równania i z układu połączeń widać, w jaki sposób należy te 6 gałęzi między sobą połączyć, aby uzyskać najlepsze warunki pomiaru t. j. najdokładniejszy wynik pomiaru. Ponieważ przy pomiarze staramy się osiągnąć stan równowagi przez sprowadzenie igiełki galwanometru do 0, trzeba się starać o taki układ, żeby przez galwanometr płynął prąd możliwie największy przy zachowaniu innych wielkości niezmienionych. Można to otrzymać przez przestawienie galwanometru i ogniwa albo oporów między sobą. Opory w czworoboku są zwykle nierówne, może się więc zdarzyć, że opory leżące w upuście do galwanometru n. p. X i R_1 są mniejsze, niż R i R_2, wtedy przez galwanometr będzie płynął mniejszy prąd, niż gdyby był on w upuście do oporów X i R, jak to jest z ogniwem. W takim razie trzeba przestawić ogniwo na miejsce galwanometru i na odwrót, przez co osiągnie się większą czułość galwanometru. Wypadek taki zachodzi, jeżeli — jak to jest zwykle — opór galwanometru jest większy, niż opór wewnętrzny ogniwa. Można się o tem przekonać najlepiej przy badaniu czułości układu. Pierwszym więc warunkiem najlepszego pomiaru jest, aby galwanometr znajdował się w gałęzi łączącej punkt połączeń dwu oporów dużych z dwoma małymi.

Ponieważ galwanometr jest najczulszy, jeżeli jego opór wewnętrzny równa się oporowi reszty obwodu zewnętrznego t. j.

$$g = \frac{(X+R_1)(R+R_2)}{X+R+R_1+R_2},$$

a z drugiej strony prąd, jaki daje ogniwo jest największy, jeżeli jego opór wewnętrzny jest równy oporowi obwodu zewnętrznego t. j.:

$$\varrho = \frac{(X+R)(R_1+R_2)}{X+R+R_1+R_2},$$

przeto aby uzyskać te warunki, trzeba się starać, aby opory wszystkich gałęzi były równe,

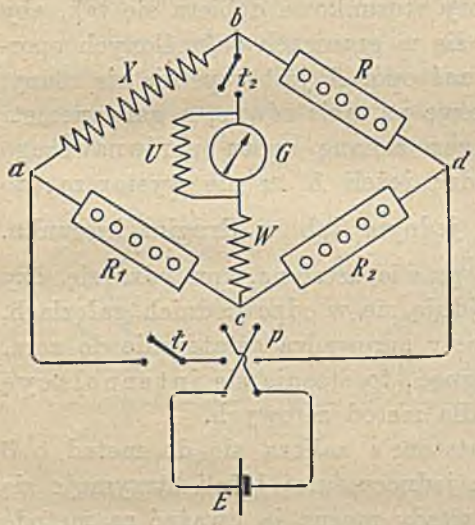
$$X = R = R_1 = R_2 = G = \varrho.$$

To jest w praktyce nie do osiągnięcia, należy więc przynajmniej dążyć do zbliżenia się do tego.

Błąd graniczny. — Przy pomiarze zapomocą mostku Wheatstone'a posługujemy się czterema przyrządami, z których każdy jest obarczony błędem, a mianowicie trzema opornicami i galwanometrem. Największy błąd graniczny wyniku będzie sumą tych poszczególnych błędów. Błąd graniczny względny będzie więc

$$\frac{\Delta_g X}{X} = \frac{\Delta_g R}{R} + \frac{\Delta_g R_1}{R_1} + \frac{\Delta_g R_2}{R_2} + \frac{\delta X}{X},$$

gdzie $\Delta_g R$, $\Delta_g R_1$ i $\Delta_g R_2$ są to błędy graniczne opornic, które zakłada się stosownie do dobroci 0,1—0,2%, a δX wyznacza się przez zbadanie czułości układu.



Rys. 4.

Pomiar. — Połączenie wykonuje się według następującego układu *(rys. 4.)*.

Tutaj oznacza:

X — opór badany,
R, R_1 R_2 — opornice zatyczkowe,
G — galwanometr,
E — ogniwo,
U — opór upustowy,
W — opór dodatkowy,
t_1, t_2 — wyłączniki,
p — przełącznik.

Opory stosunkowe R_1 i R_2 są umieszczone zwykle w jednej skrzynce i mają jednakowe stopniowanie 1, 10, 100, 1000...Ω. Opór wewnętrzny galwanometru powinno się dostosować do innych oporów, aby jak najbardziej zbliżyć się do warunku największej czułości. Z tego samego powodu, jako

źródło *SEM**) nadają się najlepiej ogniwa suche, o dużym oporze wewnętrznym; zwykle jedno ogniwo wystarcza. Jako przełącznik p służy zwykle kołyska Poggendorffa; za jej pomocą puszcza się prąd w jednym lub w drugim kierunku. Ażeby przy rozpoczynaniu pomiaru nie przepuścić zbyt silnego prądu przez galwanometr należy dać w upuście do niego jakiś mały opór, albo włączyć w szereg z nim duży opór dodatkowy; to drugie jest czasem lepsze, gdyż upust zmniejsza opór gałęzi *bc*, co powoduje większy prąd z ogniwa, a więc szybszy spadek *SEM*, która powinna być stałą podczas całego pomiaru. Wyłącznik t_2 ma na celu ochronę galwanometru przed nadmiernymi prądami indukcyjnymi, jakie powstają przy załączaniu i wyłączaniu prądu z ogniwa; w tym celu należy przy załączaniu prądu naprzód załączyć wyłącznik t_1, a potem t_2, a przy wyłączaniu naprzód wyłączyć t_2, a potem t_1.

Pomiar uskutecznia się w ten sposób, że przy stałym stosunku R_1 i R_2 zmienia się opór R tak długo, aż skazówka galwanometru stanie na zerze. Jeżeli wielkość oporu X jest mniej więcej znana, to opory stosunkowe dobiera się tak, aby opór porównawczy znalazł się w granicach zakreślonych opornicą zatyczkową R. Jeżeli zaś opór X jest zupełnie nie znany, to obiera się opory stosunkowe na razie równe, a galwanometr ochrania się upustem i przez zmianę oporu porównawczego szuka się równowagi układu; jeżeli R tu nie wystarcza, to zmienia się stosunek $\frac{R_1}{R_2}$ w jednym lub w drugim kierunku. Kiedy równowaga jest już prawie ustalona, sprawdza się, czy galwanometr i ogniwo znajdują się w odpowiednich gałęziach, wyłącza upust i galwanometr sprowadza ostatecznie do zera. Jeżeli nie można tego osiągnąć, to stosuje się interpolacyę według sposobu podanego dla metod zerowych.

Metoda mostku Wheatstone'a zalicza się do metod o 3 zmiennych, spostrzeganych jednocześnie; jeżeli utrzymuje się opory stosunkowe stałemi, wtedy można ją uważać za metodę o jednej zmiennej ($X = C.R$).

Ażeby wyznaczyć średni błąd pomiaru, należy go powtórzyć kilkakrotnie. Celem zaś usunięcia możliwych błędów stałych (n. p. z powodu nierówności przewodów łączących)

*) *SEM* = siła elektromotoryczna.

trzeba każdy pomiar uskutecznić dwukrotnie, puszczając zapomocą przełącznika prąd raz w jednym, drugi raz w drugim kierunku i sprowadzając każdorazowo równowagę układu; średnia z obu pomiarów da wartość właściwą, z której oblicza się później błąd średni.

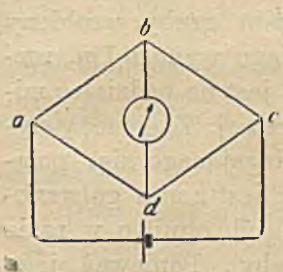
Protokół pomiaru prowadzi się w następujący sposób:

L. p.	R_1	R_2	R_{pr}	R_{lew}	$R_{śr}$	X	$X_{śr}$	ΔX	$(\Delta X)^2$

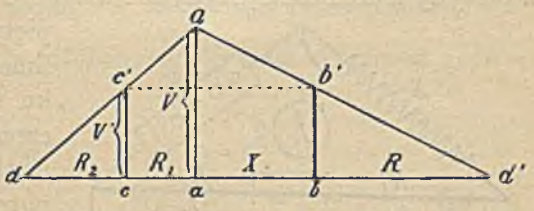
Tutaj oznacza L. p. — liczbę porządkową pomiaru; R_{pr} — wartość oporu R, jaką się dostaje przy puszczeniu prądu w prawo, a R_{lew} w lewo, po sprowadzeniu układu do równowagi; $R_{śr}$ wartość średnią z obu X oblicza się według $X = R_{śr}\frac{R_1}{R_2}$, a $X_{śr}$ z wszystkich wartości X; ΔX są to różnice między $X_{śr}$, a poszczególnymi X.

Graficzne wyprowadzenie równania Wheatstone'a.

Weźmy pod uwagę chwilę gdy przez galwanometr prąd nie płynie, t. zn. w p. *b* i *c* są te same potencyały *(rys. 5a* i *5b)*. Wyobraźmy sobie czworobok rozcięty w p. *d* i rozłożony. Na prostej *dd'* odcinamy długość $dc = R_2$ i $ca = R_1$. Między p. *a* i *d*



Rys. 5*a)*



Rys. 5*b)*

panuje różnica potencyałów V, przedstawiona rzędną $aa' = V$. Ta różnica potencyałów wyrównuje się spadkiem napięcia na drodze *abd'* i *acd*, spadek ten jest linijny, t. zn. że rzędna *cc'* przedstawia różnicę potencyałów V' między *a* i *c*. Ponieważ różnica potencyałów $ac = ab$, przeto prosta poprowadzona z p. *c'* równolegle do *dd'* przetnie *ad'* w p. *b'*, a pion *bb'* odetnie nam wielkość X i R. Wtedy

$$\frac{V-V'}{V}=\frac{R_1}{R_2}=\frac{X}{R},$$

czyli

$$X=R\frac{R_1}{R_2}$$

2. Mostek Kirchhoffa.

(Drut mierniczy).

Sposób ten *(rys. 6.)* jest odmianą mostku Wheatstone'a, w którym opory stosunkowe R_1 i R_2 zastąpiono drutem kalibrowanym, t. j. takim, którego jednakowym długościom odpowiadają jednakowe opory; będzie to wtedy, jeżeli jego przekrój jest wszędzie jednakowy. Wtedy mamy:

$$R_1=\varrho\frac{l_1}{q}$$

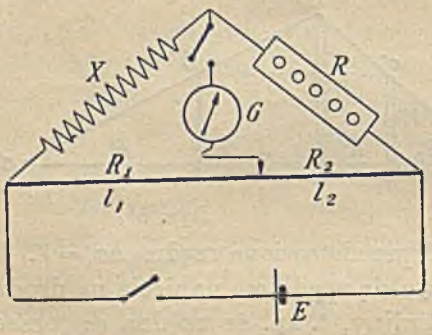
$$R_2=\varrho\frac{l_2}{q}$$

$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{l_1}{l_2},$$

a więc stosunek oporów może być zastąpiony stosunkiem długości. W tym wypadku równanie Wheatstone'a będzie

$$X=R\frac{l_1}{l_2}$$

Drut mierniczy jest zwykle 0,5—1 *mm* gruby, zrobiony z platyny z domieszką irydyum. Długość jego wynosi 1 *m*, rozpięty jest na podziałce milimetrowej. Zapomocą styku ślizgającego się, połączony jest z nim galwanometr (lub ogniwo w razie potrzeby). Ponieważ jego opór jest mały (0,5 do 2 Ω na 1 *m*), przeto nadaje się do mierzenia przedewszystkiem oporów małych, zwłaszcza jeżeli jako oporu R używa się oporu normalnego, stałego n. p. 1 Ω.



Rys. 6.

Z tego, co powiedziano przy mostku Wheatstone'a, największa czułość układu będzie, jeżeli wszystkie opory będą wiel-

kościami jak najbardziej do siebie zbliżone, a więc jeżeli styk stoi na środku drutu, a opory galwanometru i ogniwa są małe i mniej więcej równe.

Postępowanie przy pomiarze jest nieco odmienne, niż przy mostku Wheatstone'a. Tam się zmieniało opór porównawczy, a tutaj zmienia się opory stosunkowe, przesuwając styk wzdłuż drutu mierniczego tak długo, aż igiełka galwanometru stanie na zerze.

Jeżeli opór badany jest mały, to zważać należy, ażeby opory przewodów łączących były małe, albo aby stosunek oporów łączących w gałęziach X i R był proporcyonalny do $\frac{l_1}{l_2}$. Również dobrze jest puszczać prąd w obu kierunkach i brać średnią z $\frac{l_1}{l_2}$.

Także inne uwagi, podane przy opisie metody mostku Wheatstone'a odnoszą się i tutaj.

Mostek Kirchhoffa jest to metoda o 3 zmiennych jednoczesnych, z których jedna t. j. R może być stała.

Błąd graniczny będzie podobnie jak poprzednio

$$\frac{\Delta_g X}{X} = \frac{\Delta_g R}{R} + \frac{\Delta_g l_1}{l_1} + \frac{\Delta_g l_2}{l_2} + \frac{\delta X}{X},$$

gdzie $\Delta_g R$ zakłada się 0,1—0,2%, $\Delta_g l_1$ i $\Delta_g l_2$ 0,2%, a $\frac{\delta X}{X}$ jest miarą czułości układu, którą się otrzymuje przez zmianę stosunku $\frac{l_1}{l_2}$, aż się dostanie założone odchylenie skazówki galwanometru.

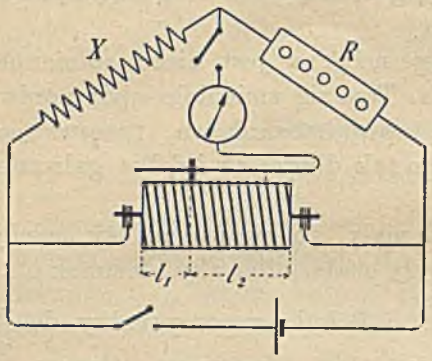
Protokół pomiaru:

L. p.	R	$l_{1\,pr}$	$l_{2\,pr}$	$\frac{l_1}{l_2}{}_{pr}$	$l_{1\,lew}$	$l_{2\,lew}$	$\frac{l_1}{l_2}{}_{lew}$	$\frac{l_1}{l_2}{}_{śr}$	X	$X_{śr}$	ΔX	$(\Delta X)^2$

3. Mostek Kohlrauscha.

Jest to odmiana mostku Kirchhoffa; drut mierniczy jest tutaj nawinięty na walec marmurowy, a opór porównawczy jest w tej samej skrzynce co i walec umieszczony, skutkiem

tego cała budowa jest prostsza *(rys. 7.)*. Po drucie ślizga się styk ruchomy. Ponieważ zwojów drutu jest 10 i każdy zwój jest podzielony na 100 części, a oprócz tego jest zastosowany nonius, przeto można z zupełną dokładnością odczytywać dziesięciotysięczne części drutu. Jest więc skutkiem tego dokładniejszy od mostku Kirchhoffa.



Rys. 7.

Postępowanie przy pomiarze jest podobne do poprzedniego; przesuwając styk przez obracanie walca sprowadzamy układ do równowagi, wtedy

$$X = R\frac{l_1}{l_2}.$$

Błąd graniczny i protokół pomiaru są takie same, jak przy poprzedniej metodzie.

Sposób ten jest używany często do pomiaru oporu cieczy, o czem później.

4. Galwanometr różnicowy.

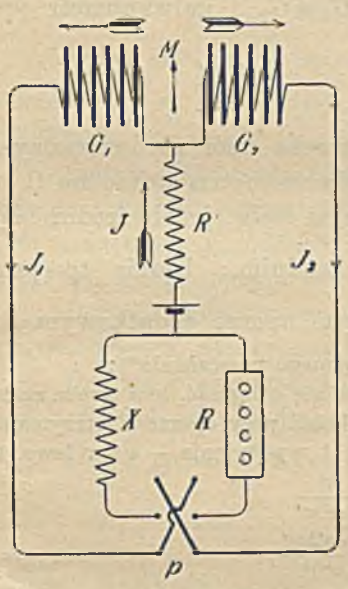
Galwanometr różnicowy (syst. Wiedemanna) posiada dwie równolegle do siebie ustawione cewki, złożone z drutu o jednakowej długości, jednakowej liczbie zwojów i jednakowym oporze ohmowym. Te cewki mogą wywierać jednakowe działanie na igłę magnetyczną umieszczoną między niemi, jeżeli przez nie przepływa ten sam prąd; wtedy momenty skręcające znoszą się i igiełka pozostaje w spoczynku. Aby więc igiełka nie doznała wychylenia, muszą być spełnione pewne warunki, które trzeba sprawdzić przed pomiarem. Jest to t. zw.

Ustawienie galwanometru.

1. Siły działające na igiełkę galwanometru muszą pochodzić tylko od momentów skręcających, wytworzonych przez cewki; w szczególności musi być zniweczony wpływ magnetyzmu ziemskiego; aby tak było, płaszczyzny cewek muszą

leżeć w płaszczyźnie południka magnetycznego. Aby się o tem przekonać, łączy się obie cewki tak, aby ich działania na igiełkę się dodawały — połączenie za sobą — i puszcza się przez nie prąd z ogniwa zapomocą przełącznika raz w jednym, drugi raz w drugim kierunku. Jeżeli płaszczyzny cewek nie leżą w płaszczyźnie południka, to wychylenia igiełki nie są jednakowe w obie strony; przez obracanie galwanometru około osi pionowej można wtedy spełnić pierwszy warunek. Dla bezpieczeństwa należy przed galwanometr załączyć duży opór (kilkadziesiąt tysięcy ohmów).

2. Obie cewki muszą wywierać na igiełkę momenty skręcające równe lecz wprost przeciwne. Moment skręcający zależy od prądu w cewce i od odległości cewki od igiełki (przy tej samej liczbie zwojów). Jeżeli momenty są równe, to przy połączeniu cewek przeciw sobie i puszczeniu prądu przez nie, igiełka musi stać na 0. W przeciwnym razie należy zwiększyć odległość cewki, dającej większy moment, przez odpowiednie przesunięcie jej wzdłuż jej osi poziomej, albo też zmniejszyć jej natężenie prądu przez połączenie równoległe do niej wielkiego oporu. Dla bezpieczeństwa należy przed galwanometr załączyć duży opór.



Rys. 8.

3. Opory cewek muszą być równe. Celem sprawdzenia łączy się początek jednej cewki z końcem drugiej i w miejscu połączenia wpuszcza się prąd tak, aby cewki wywierały momenty przeciwne. Jeżeli momenty są równe, to igiełka nie odchyli się; w przeciwnym razie należy w szereg z tą cewką, która daje większe wychylenie, włączyć odpowiedni opór. Układ połączeń jest podobny do *rys. 8.* (bez oporów X i R i przełącznika).

Ustawianie galwanometru powinno się odbywać w wymienionym porządku.

Zastosowanie galwanometru różnicowego do pomiaru oporów średnich odbywa się według następujących układów połączeń.

a) Połączenie szeregowe (rys. 8.).

Tutaj oznacza:

G_1, G_2 — cewki galwanometru o oporach G_1 i G_2

M — igiełkę magnetyczną

X — opór badany

R — „ porównawczy

R' — „ dodatkowy

p — przełącznik.

Z układu połączeń widać, że jeżeli *SEM* ogniwa jest E, to

$$J_1 = \frac{E}{X + R' + G_1}$$

$$J_2 = \frac{E}{R + R' + G_2}$$

Jeżeli igiełka stoi na 0, a $G_1 = G_2$ i galwanometr jest „ustawiony", to

$$J_1 = J_2$$

czyli $$X = R.$$

Aby więc wyznaczyć opór X, trzeba opór porównawczy R regulować tak długo, aż igiełka galwanometru stanie na 0.

Najlepsze warunki pomiaru będą, jeżeli średni błąd wyniku będzie najmniejszy t. j. $\frac{\Delta X}{X} = \text{minim.}$; będzie to przy małym oporze galwanometru i małym oporze dodatkowym R'.

Dojdziemy do tego według następującego rozważania*):

Warunku, aby $X = R$ zwykle nie da się osiągnąć, lecz trzeba zastosować interpolacyę (metod zerowych!). Jeżeli przy oporze R otrzymamy wychylenie α' n. p. w prawo, a przy $R + 1$ wychylenie $-\alpha''$ w lewo, to

$$X = R + \frac{\alpha'}{\alpha' + \alpha''}$$

a

$$\Delta X = \frac{\alpha'' \Delta\alpha' - \alpha' \Delta\alpha''}{(\alpha' + \alpha'')^2};$$

jeżeli założymy, że $\Delta\alpha' = -\Delta\alpha'' = \Delta\alpha$, to

$$\Delta X = \frac{\Delta\alpha}{\alpha' + \alpha''}$$

a

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta\alpha}{(\alpha' + \alpha'')X}$$

*) Według Gérarda op. cit.

Chodzi teraz o to, aby wychylenie zastąpić innemi wielkościami. Te wychylenia α' i α'' będą miarą prądu przepływającego przez galwanometr, t. j. różnicy prądów J_1 i J_2

$$C\alpha' = \frac{E}{X + R' + G_1} - \frac{E}{R + R' + G_2}$$

podobnie $$C\alpha'' = \frac{E}{X + R' + G_1} - \frac{E}{R + 1 + R' + G_2},$$

dodawszy to, otrzymamy

$$C(\alpha' + \alpha'') = \frac{E}{X + R' + G_1} - \frac{E}{R + 1 + R' + G_2},$$

czyli jeżeli $G_1 = G_2 = G$, to

$$C(\alpha' + \alpha'') = \frac{E}{(X + R' + G)(R + 1 + R' + G)}.$$

Ponieważ $X + R' + G_1 \cong R + 1 + R' + G_2$, to

$$\alpha' + \alpha'' = \frac{E}{C(X + R' + G)^2}.$$

Podstawiwszy to w równanie poprzednio otrzymane, będzie

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{C(X + R' + G)^2 \Delta\alpha}{X \cdot E}.$$

Widać ztąd, że $\frac{\Delta X}{X}$ będzie minimum, jeżeli $C(X + R' + G)^2$ będzie minimum, t. zn. przy małym oporze galwanometru i małym oporze dodatkowym.

Opory doprowadzeń powinny być równe, gdyż wpływają one na opór obu cewek galwanometru. Widać ztąd, że ten sposób nadaje się przedewszystkiem do pomiaru oporów średnich i dużych, gdzie opory przewodów łączących nie grają wielkiej roli.

Celem wyrównania możliwych niedokładności ustawienia galwanometru należy zawsze puszczać prąd w obu kierunkach.

Pomiar oporu galwanometrem różnicowym należy do metod o jednej zmiennej (por. str. 8).

Błąd graniczny:

$$\frac{\Delta_g X}{X} = \frac{\Delta_g R}{R} + \frac{\delta X}{X},$$

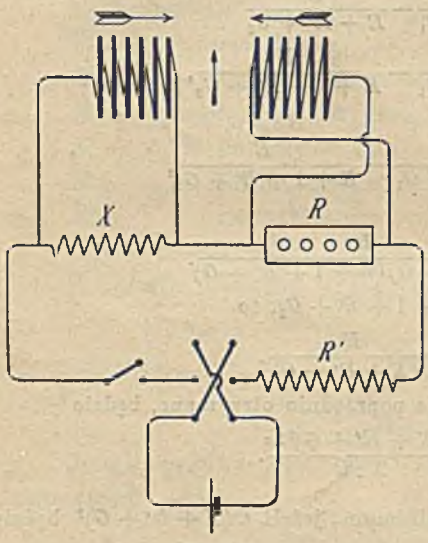
gdzie $\Delta_g R$ zakłada się 0,1—0.2%, a $\frac{\delta X}{X}$ jest miarą czułości układu.

Protokół pomiaru:

L. p.	R_{pr}	R_{lew}	$R_{śr}$	X	$X_{śr}$	ΔX	$(\Delta X)^2$

b) Połączenie upustowe zwykłe.

Jeżeli opór badany jest mniejszy niż opór cewek galwanometru, to lepiej jest zastosować połączenie upustowe *(rys. 9.)*, polegające na tem, że cewki galwanometru załącza się w upuście do oporu badanego i porównawczego, tak aby przez nie płynął prąd w kierunku przeciwnym. Wtedy opory przewodów łączących, które mogą mieć wpływ na małe opory badane, nie dodają się do niego, lecz do oporu cewek galwanometru, a ten jest zwykle znacznie większy od oporów doprowadzeń.



Rys. 9.

Sposób postępowania przy pomiarze jest taki sam, jak pod *a)*.

c) Połączenie upustowe przełożone. p. Pomiary oporów małych. str. 39.

5. Porównanie spadków napięcia.

Opór badany X łączy się z oporem porównawczym R według następującego układu połączeń *(rys. 10.)*.

Zapomocą galwanometru o oporze G i przełącznika p mierzy się raz spadek napięcia E_x na oporze X, a drugi raz spadek napięcia E_r na oporze R. Wtedy

$$E_x = JR_x,$$

a

$$E_r = JR_r,$$

gdzie R_x jest to opór zastępczy oporów X i G i $= \frac{XG}{X+G}$, a R_r jest to opór zastępczy oporów R i G i $= \frac{RG}{R+G}$,

czyli

$$\frac{E_x}{E_r} = \frac{X(R+G)}{R(X+G)},$$

z tego

$$X = \frac{E_x RG}{E_r R + E_r G - E_x R}$$

albo

$$X=\frac{E_x R}{E_r+\frac{E_r R}{G}-\frac{E_x R}{G}}$$

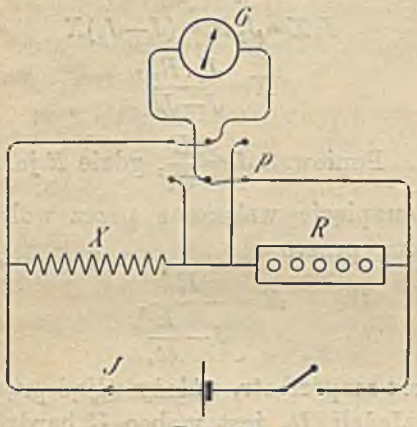
Jeżeli opór wewnętrzny galwanometru jest bardzo duży, a $X=\sim R$ to można opuścić człony, w których G przychodzi i wtedy

$$X=\frac{E_x}{E_r}R.$$

Przy użyciu woltmetru statycznego jako galwanometru, wzór ten jest ważny bez poprawek.

Przy pomiarze oporów małych można użyć tylko galwanometru; ponieważ wychylenia jego są proporcyonalne do napięcia przy tym samym oporze wewnętrznym, przeto zamiast E_x i E_r można podstawić odpowiednie wychylenia α_x i α_r i wzór przybierze formę:

$$X=R\frac{\alpha_x}{\alpha_r}.$$



Rys. 10.

Jest to więc metoda o 3 zmiennych niezależnych, spostrzeganych jednocześnie, z których jedna t. j. R jest zwykle stałą; błędów poszczególnych zmiennych nie wyznacza się oddzielnie, lecz odrazu błąd wyniku.

Błąd graniczny:

$$\frac{\Delta_g X}{X}=\frac{\Delta_g R}{R}+\frac{\Delta_g \alpha_x}{\alpha_x}+\frac{\Delta_g \alpha_r}{\alpha_r}$$

gdzie $\Delta_g R$ zakłada się 0,1—0,2%, a $\Delta_g \alpha_x$ i $\Delta_g \alpha_r$ 0,1—0,25 podziałki przyrządu.

Najlepsze warunki pomiaru będą, jeżeli α_x i α_r będą równe i największe w granicach podziałki przyrządu.

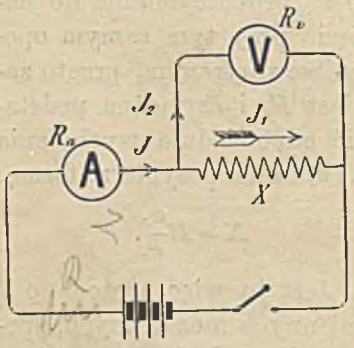
Protokół pomiaru:

L. p.	R	α_x	α_r	X	$X_{śr}$	ΔX	$(\Delta X)^2$

6. Sposoby techniczne.

W praktyce nie zawsze można posługiwać się galwanometrami i opornicami; najczęściej ma się do czynienia z woltmetrami i ampermetrami, wtedy można do pomiaru oporów (średnich) zastosować prawo Ohma, a więc pomierzyć spadek napięcia, wywołany przez znany prąd na badanym oporze. Tu są możliwe dwa sposoby połączeń.

a) Ampermetr *A (rys. 11.)* mierzy prąd J, który jest sumą prądu J_1 płynącego przez opór badany X i prądu J_2 płynącego przez woltmetr V o oporze wewnętrznym R_v; woltmetr mierzy spadek napięcia na oporze X.



Rys. 11.

$$J = J_1 + J_2$$

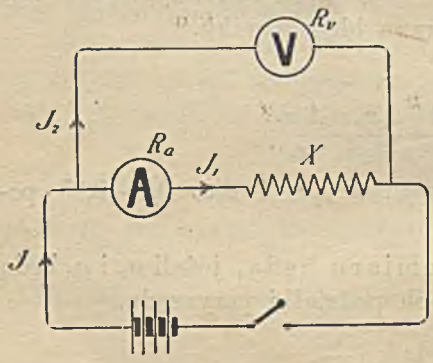
$$J_1 X = J_2 R_v = (J - J_2) X$$

$$X = \frac{J_2 \cdot R_v}{J - J_2}$$

Ponieważ $J_2 = \frac{E}{R_v}$, gdzie E jest to napięcie wskazane przez woltmetr, przeto

$$X = \frac{E}{J - \frac{E}{R_v}},$$

czyli od prądu wskazanego przez ampermetr, należy odjąć prąd przechodzący przez woltmetr. Jeżeli R_v jest wobec E bardzo duże, to można człon $\frac{E}{R_v}$ opuścić.



Rys. 12.

Tego układu połączeń używa się przy dużych prądach a małych napięciach.

b) Ampermetr *A (rys. 12.)* mierzy prąd J_1 płynący przez opór X, a woltmetr V mierzy spadek napięcia wywołany prądem J_1 na oporze badanym X i oporze wewnętrznym ampermetru R_a

$$J_1 (X + R_a) = J_2 R_v,$$

z tego po podstawieniu $J_2 = \frac{E}{R_v}$

$$X = \frac{E - J_1 R_a}{J_1}$$

czyli: od napięcia wskazanego przez woltmetr należy odjąć spadek napięcia na oporze wewnętrznym ampermetru. Jeżeli R_v jest bardzo małe wobec J_1, to można człon $J_1 R_a$ opuścić.

Tego układu połączeń używa się przy dużych napięciach a małych prądach.

Oba sposoby należą do metod o dwu zmiennych jednoczesnych. Człony $\frac{E}{R_v}$ i $J_1 R_a$ są to poprawki wynikające z układu połączeń, trzeba więc je zawsze wyznaczyć i ewent. uwzględnić; przy obliczaniu błędów mogą jednak nie wchodzić w rachubę (p. str. 2).

Błąd graniczny w obu wypadkach:

$$\frac{\Delta_g X}{X} = \frac{\Delta_g E}{E} + \frac{\Delta_g J}{J}$$

gdzie $\Delta_g E$ i $\Delta_g J$ przyjmuje się 0,2—0,5 %, albo nawet więcej, jeżeli się ma do czynienia z przyrządami technicznymi.

Najlepsze warunki pomiaru będą przy E i J maximum w granicach podziałki przyrządu.

Protokół pomiaru:

L. p.	J	E	X	$X_{śr}$	ΔX	$(\Delta X)^2$

B. Opory małe

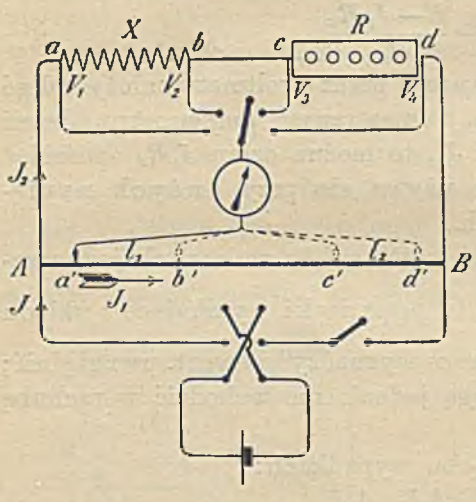
(niżej 0,1 Ω).

Metody pomiarów oporów średnich nie uwzględniają oporów doprowadzeń i przewodów łączących, a opór otrzymany z pomiaru zawiera już w sobie te opory. Przy pomiarze oporów małych jest to niedopuszczalne; tam trzeba zastosować inne metody.

1. Metoda Matthiessena i Hockina.

Układ połączeń jest podobny do mostku Kirchhoffa *(rys. 13.)*; sposób postępowania przy pomiarze jest natomiast nieco inny: zamiast pojedyńczego, robi się tu poczwórne spostrzeżenie.

Opór X załącza się w szereg z oporem porównawczym R, a równolegle do nich drut mierniczy AB jako opory stosunkowe. Najpierw załącza się galwanometr w p. a zapomocą przełącznika i przesuwa się styk ruchomy po drucie tak długo, aż igiełka stanie na 0, będzie to n. p. w p. a'. Wtedy w p. a i a' istnieje ten sam potencyał V_1. Taki punkt musi się znaleźć, gdyż różnica potencyałów między p. A i B musi się wyrównać zapomocą prądów J_1 i J_2; jakiemuś więc potencyałowi w gałęzi XR musi odpowiadać taki sam potencyał w drucie mierniczym. Tego szukamy właśnie zamopocą galwanometru. Podobnie szukamy równych potencyałów w p. b i b', c i c', d i d', będą to V_2, V_3, V_4.



Rys. 13.

Wtedy będzie, jeżeli przez r oznaczymy opór drutu na jedną podziałkę:

$$V_1 - V_2 = J_1 r l_1 = J_2 X$$

$$V_2 - V_4 = J_1 r l_2 = J_2 R$$

z tego

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{X}{R}$$

czyli

$$X = R\frac{l_1}{l_2}$$

Jest to więc równanie mostku Kirchhoffa; uwagi tam odnoszące się stosuje się i tutaj.

Z układu połączeń widać, że równanie powyższe nie zawiera wielkości oporów doprowadzeń Aa, bc i dB o co właśnie chodziło. Sposób ten jest wprawdzie dokładny, wymaga jednak kilkakrotnego spostrzegania.

Metoda Matthiessena i Hockina jest to metoda o 3 zmiennych jednoczesnych, z których jedna t. j. R może być stała.

Przy wyznaczaniu błędu granicznego trzeba uwzględnić poczwórne spostrzeganie, a więc błąd jaki może powstać przez

niedokładne nastawienie skazówki galwanometru na zero. Skutkiem tego długości l_1 i l_2 mogą być większe lub mniejsze niż rzeczywiste; na l_1 przypadną dwa błędy $\delta l'_1$ i $\delta l''_1$; podobnie na l_2. Biorąc najniekorzystniejszy wypadek, przyjmujemy, że w liczniku błędy się dodają, a w mianowniku odejmują się od rzeczywistej wartości; jeżeli błędy są równe, to

$$X' = X + \delta X = R\frac{l_1 + 2\delta l_1}{l_2 - 2\delta l_2},$$

skąd można obliczyć δX.

Wtedy błąd graniczny będzie:

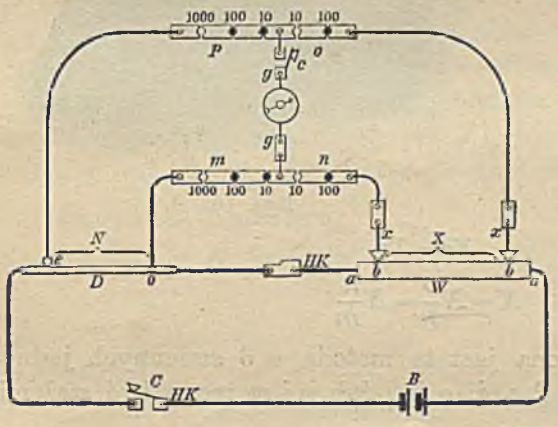
$$\frac{\Delta_g X}{X} = \frac{\Delta_g R}{R} + \frac{\Delta_g l_1}{l_1} + \frac{\Delta_g l_2}{l_2} + \frac{\delta X}{X}$$

Protokół pomiaru:

L. p.	R	$l_{1\,pr}$	$l_{1\,lew}$	$l_{1\,śr}$	$l_{2\,pr}$	$l_{2\,lew}$	$l_{2\,śr}$	X	$X_{śr}$	ΔX	$(\Delta X)^2$

2. Mostek Thomsona.

Dogodniejszym sposobem od poprzedniego jest podwójny mostek Thomsona, wymagający tylko pojedyńczego spostrzegania. Polega on na szczególnym układzie połączeń *(rys. 14.)* sześciu oporów, to jest oporu badanego X, oporu porównawczego N i 4 oporów stosunkowych m, n, o, p. Opór N jest grubym drutem mierniczym, zwiniętym w krąg na skrzynce, w której znajdują się 4 opory stosunkowe *(rys. 15. i 16.,* według wykonania firmy Siemens i Halske).



Rys. 14.

Sposób postępowania przy pomiarze jest podobny, jak przy mostku Kirchhoffa. Opory stosunkowe nastawia się tak, aby

przez przesuwanie styku ruchomego po drucie mierniczym otrzymać równowagę układu; będzie to wtedy, gdy igiełka galwanometru stanie na zerze. Wtedy prądy w oporach N i X, m i n, p i o będą parami równe. Także spadki napięcia w oporach p i $N+m$, oraz w o i $X+n$ będą równe, a więc, jeżeli oznaczymy prąd w p i o przez J_1, w N i X przez J_2, a w m i n przez J_3, to

$$J_1 p = J_2 N + J_3 m,$$

podobnie

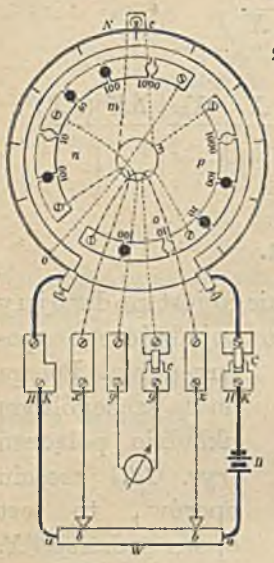
$$J_1 o = J_2 X + J_3 n,$$

po sprowadzeniu obu równań do 1 będzie

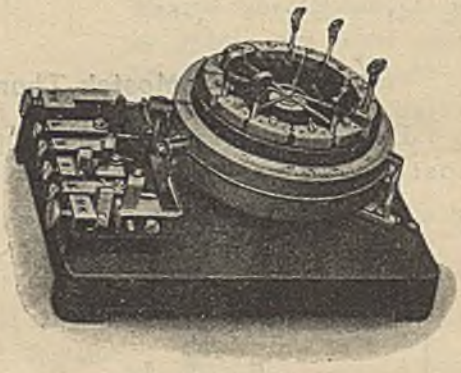
$$\frac{J_2 N}{J_1 p} + \frac{J_3 m}{J_1 p} = \frac{J_2 X}{J_1 o} + \frac{J_3 n}{J_1 o}$$

Jeżeli opory stosunkowe obierzemy tak, żeby $m=p$, a $n=o$, to

$$\frac{N}{p} = \frac{X}{o}$$



Rys. 15.



Rys. 16.

albo

$$No = Xp$$

czyli

$$X = N\frac{o}{p} = N\frac{n}{m}$$

Mostek Thomsona jest to metoda o 3 zmiennych jednoczesnych, z których 2 t. j. o i p lub n i m mogą być stałemi.

Błąd graniczny:

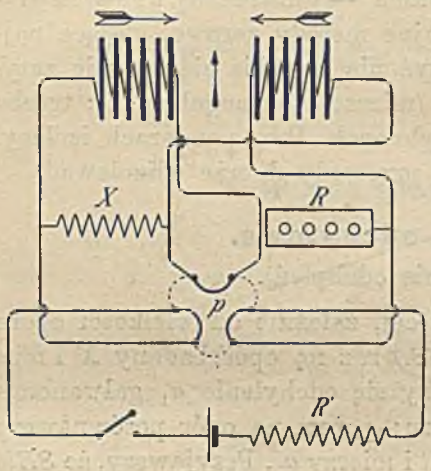
$$\frac{\Delta_g X}{X} = \frac{\Delta_g N}{N} + \frac{\Delta_g o}{o} + \frac{\Delta_g p}{p} + \frac{\delta X}{X},$$

lub

$$= \frac{\Delta_g N}{N} + \frac{\Delta_g n}{n} + \frac{\Delta_g m}{m} + \frac{\delta X}{X},$$

gdzie $\Delta_g N$, $\Delta_g o$, $\Delta_g p$, $\Delta_g m$, $\Delta_g n$ przyjmuje się 0,1%, a $\frac{\delta N}{X}$ jest miarą czułości układu, którą wyznacza się przesuwając styk ruchomy.

Najlepsze warunki pomiaru. Rozchodzi tu się głównie o to, jak należy włączyć galwanometr, aby dawał największe wychylenie. Galwanometr o oporze G jest włączony równolegle do oporów $p+N+m$ i $o+X+n$; wychylenie jego będzie więc największe, jeżeli G będzie równe oporowi zastępczemu tych obu oporów równoległych. Położywszy $o=n$, a $p=m$ i opuściwszy X i N jako bardzo małe względem m i n, będzie $G=\frac{2mn}{m+n}$ jako warunek największej czułości układu.



Rys. 17.

Prąd z ogniw powinien być dość duży (kilka amperów), gdyż nawet bardzo czuły galwanometr przy małym prądzie mógłby nie dać pewnego wychylenia, a to przez wpływ prądów termoelektrycznych, powstających przy styku ruchomym. Opory porównawcze powinny być duże, aby opory przejściowe (stykowe) nie grały większej roli. Dobrze jest puszczać prąd w obu kierunkach.

Protokół pomiaru:

L. p.	N	$m=o$	$n=p$	X	$X_{śr}$	ΔX	$(\Delta X)^2$

3. Galwanometr różnicowy.

Połączenie upustowe przełożone. (Inne połączenia p. str. 30 i n.). Przy tem połączeniu *(rys. 17.)* przewód łączący opory X i R wpływa równocześnie na obie cewki, t. j. spadek napięcia na tym oporze wywołuje tę samą zmianę prądu w jednej cewce co w drugiej. Wpływ więc oporów łączących na

opór badany jest usunięty. Aby można było puszczać prąd w obu kierunkach, służy do tego sześciokontaktowy przełącznik p; przy danem położeniu płynie prąd w kierunku oznaczonym strzałkami, przy położeniu kreskowanem — w odwrotnym.

Sposób postępowania przy pomiarze jest podobny do połączenia zwykłego (str. 32).

C. Opory wielkie

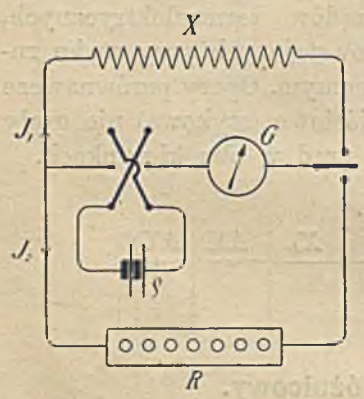
(ponad 100000 Ω).

Do pomiaru oporów wielkich — głównie oporów izolacyi — nie nadają się zwyczajne metody zerowe, dające najbardziej dokładne wyniki, gdyż nie wyrabia się opornic zatyczkowych na tak duże opory (mierzone w megohmach); trzeba się więc uciec do metod odchyłowych. Przy pomiarach izolacyi należy wszystkie przyrządy i przewody dobrze odizolować.

1. Metoda odchyłowa.

(Porównanie odchyleń).

Ogniwo — jedno lub więcej, zależnie od wielkości oporu badanego — załącza się *(rys. 18.)* raz na opór badany X i mierzy się odchylenie α_1 galwanometru; potem na opór porównawczy R i mierzy α_2. Przyjąwszy, że *SEM* ogniwa E się nie zmieni (jeżeli X i R bardzo duże) będzie



Rys. 18.

$$J_1 = \frac{E}{X + G + \varrho} = \alpha_1 C$$ gdzie

G jest to opór galwanometru, ϱ opór wewnętrzny ogniwa, a C stała galwanometru, podobnie

$$J_2 = \frac{E}{R + G + \varrho} = \alpha_2 C$$ z tego

$$\frac{X}{R} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$$ albo

$$X = R\frac{\alpha_2}{\alpha_1}.$$

Powyższa metoda należy do rzędu metod o trzech zmiennych jednoczesnych, z których jedna t. j. R może być stała.

Błąd graniczny:

$$\frac{\Delta_g X}{X} = \frac{\Delta_g R}{R} + \frac{\Delta_g \alpha_1}{\alpha_1} + \frac{\Delta_g \alpha_2}{\alpha_2},$$

gdzie $\Delta_g R$ przyjmuje się 0,1—0,2%, a $\Delta_g \alpha_1$ i $\Delta_g \alpha_2$ 0,1—0,25 podziałki.

Najlepsze warunki pomiaru będą przy największych odchyleniach skazówki galwanometru.

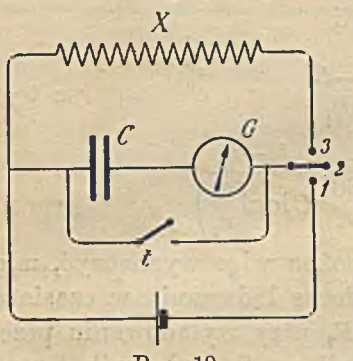
Aby uniknąć możliwych błędów stałych, należy puszczać prąd w obu kierunkach.

Protokół pomiaru:

L. p.	R	$\alpha_{1\,pr}$	$\alpha_{1\,lew}$	$\alpha_{1\,śr}$	$\alpha_{2\,pr}$	$\alpha_{2\,lew}$	$\alpha_{2\,śr}$	X	$X_{śr}$	ΔX	$(\Delta X)^2$

2. Metoda strat ładunków.

Ten sposób nadaje się głównie do pomiaru izolacyi. Polega on na porównywaniu spadku ładunków kondenzatora o znanej pojemności C, raz otwartego, drugi raz załączonego na badany opór. *SEM* ogniwa dającego ładunki musi być w obu wypadkach stałą.



Rys. 19.

Opór X załącza się według układu połączeń *(rys. 19.)*. Przez nastawienie przełącznika na 1 kondenzator C się ładuje; na 2 jest kondenzator otwarty, a na 3 wyładowuje się przez opór X.

Przy ładowaniu pod napięciem E ilość elektryczności Q, jaką dostaje kondenzator C jest

$$Q = C.E.$$

Przy wyładowaniu prąd $i = -\frac{dQ}{dt} = -C\frac{dE}{dt}$, gdzie znak — oznacza zmniejszenie się ładunku; albo

$i = \frac{E}{R_1}$, gdzie R_1 jest to opór drogi prądu wyładowania przy położeniu przełącznika na 2, czyli

$$-C\frac{dE}{dt}=\frac{E}{R_1}$$

$$\frac{dE}{E}=-\frac{dt}{CR_1}$$

$$\log_n E=-\frac{t}{CR_1}+k \text{ (stała)}$$

$$E=k_1 e^{-\frac{t}{CR_1}}$$

E przedstawia napięcie na kondenzatorze mierzone w czasie t. W czasach t_1 i t_2 będą odpowiednie napięcia

$$E_1=k_1 e^{-\frac{t_1}{CR_1}}$$

$$E_1=k_1 e^{-\frac{t_2}{CR_1}}$$

$$\frac{E_1}{E_2}=e^{\frac{t_2-t_1}{CR_1}}$$

$$\log_n\left(\frac{E_1}{E_2}\right)=\frac{t_2-t_1}{CR_1}$$

Napięcia E_1 i E_2 można mierzyć za pomocą odchyleń galwanometru α_1 i α_2, bo $\frac{E_1}{E_2}=\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$, czyli

$$\log_n\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)=\frac{t_2-t_1}{CR_1}$$ z tego

$$R_1=\frac{t_2-t_1}{C\log_n\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)}=\frac{1}{2{,}30}\cdot\frac{t_2-t_1}{C\log\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)}$$

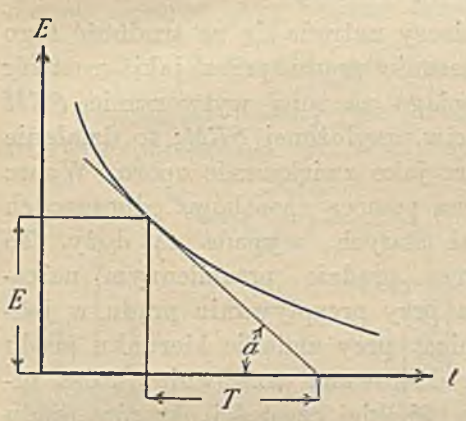
Opór drogi wyładowania R_1 można więc wyznaczyć, mierząc napięcie E_1 kondenzatora podczas ładowania w czasie t_1 (przełącznik na 1), oraz napięcie E_2 przy wyładowaniu przez galwanometr po czasie t_2 (przełącznik na 2, wyłącznik $\hat{t}$ zamknięty).

Jeżeli kondenzator naładuje się następnie przy tej samej *SEM* w czasie t_3 (przeł. 1) i załączy na opór X (przeł. 3), a po czasie t_4 wyładuje (przeł. 2, $\hat{t}$ zamkn.), to można w podobny sposób jak poprzednio pomierzyć opór drogi wyładowania R_2, który będzie wtedy oporem zastępczym z X i R_1:

$$R_2=\frac{X.R_1}{X+R_1}=\frac{t_4-t_3}{C\log_n\left(\frac{\alpha_3}{\alpha_4}\right)},$$ z tego

$$X = \frac{R_1 R_2}{R_1 - R_2}$$

Przy tym pomiarze lepiej jest używać elektrometrów zamiast galwanometrów do wyznaczenia każdorazowego potencyału kondenzatora, gdyż wtedy nie trzeba kondenzatora wyładowywać, lecz można w każdej chwili odczytywać wartości potencyału. Można wtedy również łatwiej wyznaczyć całą krzywę wyładowania odnosząc *(rys. 20.)* różnice potencyałów E w funkcyi czasu t; jest to krzywa logarytmiczna, której $\operatorname{tg}\alpha = \frac{dE}{dt}$; ponieważ poprzednio było, że



Rys. 20.

$$\frac{E}{R} = C\frac{dE}{dt}, \text{ przeto}$$

$$\frac{E}{R} = C\operatorname{tg}\alpha = C\frac{E}{T}$$

$$R = \frac{T}{C},$$

gdzie T jest to podstyczna.

Ten sposób wyznaczania R stosuje się wtedy, gdy chodzi o uwzględnienie wpływu temperatury na opór izolacyi, który jest od niej zależny, wtedy nie można całkować równania $\frac{E}{R} = -C\frac{dE}{dt}$, przyjmując że R jest stałe, jak to zrobiono powyżej.

Powyższa metoda należy do metod o dwu zmiennych niejednoczesnych; obie te zmienne R_1 i R_2 mierzy się oddzielnie i wyznacza naprzód ich błędy, a potem błąd $\Delta X'$ ze względu na R_1, zakładając, że R_2 jest stałe, podobnie $\Delta X''$ ze względu na R_2, zakładając że R_1 jest stałe. Błąd wyniku będzie

$$\Delta X = \sqrt{(\Delta X')^2 + (\Delta X'')^2}.$$

Przy zastosowaniu tej metody do pomiaru oporu izolacyi kabla, występują bardzo znaczne błędy stałe, mające swe źródło w tem, że opór izolacyi zależy od temperatury i od przyłożonego napięcia; te dwa czynniki a zwłaszcza ostatni różnią się bardzo przy pomiarach i przy normalnym ruchu. Z tego

powodu dokładność pomiaru jest mała i błąd graniczny można przyjąć na 2%.

Protokół pomiaru dla R_1 (dla R_2 podobnie):

L.p.	C	t_1	α_1	t_2	α_2	R_1	$R_{1\,śr}$	ΔR_1	$(\Delta R_1)^2$

D. Opory cieczy.

Przy pomiarze oporu cieczy natrafia się na trudność tego rodzaju, że każde przepuszczanie prądu przez jakiś roztwór powoduje elektrolizę, co pociąga za sobą wytworzenie *SEM* polaryzacyi, działającej przeciw przyłożonej *SEM*; to działanie objawia się więc na zewnątrz jako zwiększenie oporu. Wobec tego opór cieczy mierzony za pomocą sposobów, odnoszących się do pomiaru oporów ciał stałych, wypada za duży. To dotyczy prądu stałego. Przy prądzie przemiennym następuje wprawdzie polaryzacya przy przepływaniu prądu w jednym kierunku, ale natychmiast przy zmianie kierunku prądu występuje *SEM* polaryzacyi skierowana przeciwnie, która niweczy tamtą, tak że — przy wielkiej częstości okresów prądu przemiennego — można uważać, że tej *SEM* niema. Sposoby posługujące się więc przy pomiarach oporu cieczy prądem przemiennym są dokładniejsze niż przy prądzie stałym.

Pomiary oporów cieczy zachodzą głównie przy wyznaczaniu oporu właściwego cieczy.

1. Pomiar prądem stałym.

Ciecz umieszczona jest w naczyniu *(rys. 21.)* o podstawie metalowej, stanowiącej jedną elektrodę, drugą elektrodą (anodą) jest płytka, którą można dowolnie zanurzać w naczyniu. Ciecz wstawiona jest w obwód prądu płynącego ze źródła *SEM* E o oporze ϱ, przez galwanometr G i opornicę zatyczkową R. Przy położeniu a płytki będzie, jeżeli *SEM* polaryzacyi jest e

$$E-e=i(X_1+R_1+G+\varrho).$$

Przy położeniu b opór cieczy wzrośnie do wartości X_2; aby otrzymać ten sam prąd i, reguluje się opór R tak długo, aż wychylenie galwanometru będzie to samo (przy R_2), wtedy

$$E-e=i(X_2+R_2+G+\varrho)$$

z tych obu równań

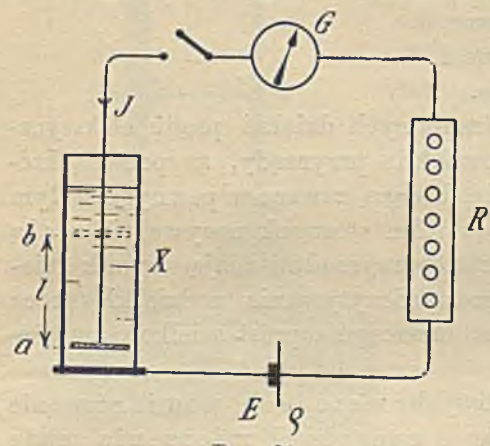
$$X = X_2 - X_1 = R_2 - R_1.$$

Widać stąd, że przez podwójną obserwacyę można usunąć wpływ *SEM* polaryzacyi. Ponieważ opór cieczy bardzo się zmienia z temperaturą, należy utrzymywać podczas pomiaru temperaturę jednostajną (termostaty).

Zamiast metody odchyłowej można tu zastosować metodę zerową, n. p. mostek Wheatstone'a. Lepiej jest jednak używać metody zerowej przy prądzie przemiennym.

2. Pomiar prądem przemiennym.

Ten sposób podany jest przez Kohlrauscha, który użył tu swego mostku (p. str. 27), przyczem jako źródło *SEM* służyła cewka wtórna induktora, dająca prąd o znacznej częstości, a zamiast galwanometru, który nadaje się tylko do prądu stałego, telefon. Opory stanowiące czworobok muszą być nieindukcyjne. Jeżeli przez telefon przepływa prąd przemienny lub przerywany, to daje się słyszeć szmer; jeżeli szmer ustanie, znaczy to, że układ jest w równowadze.



Rys. 21.

Inne uwagi podane do mostku Kohlrauscha, można odnieść i tutaj.

Podobnie można użyć i innych metod mostkowych do pomiaru oporów cieczy.

II.

Pomiary natężenia prądu.

Pomiary natężenia prądu sprowadzają się prawie wyłącznie do mierzenia skutków, jakie wywołuje prąd elektryczny. Te skutki mogą być:

elektrolityczne,
elektromagnetyczne,
elektrodynamiczne i
elektrokaloryczne.

Na zasadzie tych różnorodnych działań prądu elektrycznego, są zbudowane odpowiednie przyrządy, za pomocą których mierzy się to działanie, będące zawsze w pewnym stałym stosunku do natężenia prądu. Ten stosunek nazywa się stałą przyrządu. Znając więc stałę przyrządu i znając wynik działania prądu — zwykle przez odczytywanie podziałki (prócz elektrolitycznych) — można oznaczyć wprost wielkość natężenia prądu.

Wobec tego o właściwych metodach pomiarów nie można tu mówić, lecz tylko o sposobach mierzenia prądu i o sposobach wyznaczania stałych przyrządów mierniczych.

Opisywanie sposobów mierzenia sprowadza się właściwie do opisu działania i teoryi przyrządów mierniczych, co wykroczyłoby poza ramy niniejszego podręcznika; podane są tutaj tylko niektóre opisy, stosowane przeważnie przy pomiarach laboratoryjnych.

Wyznaczanie stałych p. *Część II., rozdz. 1.*

1. Przyrządy elektrolityczne.

Pomiary prądu za pomocą przyrządów elektrolitycznych, opierają się na prawie Faradaya, według którego ciężar P strąconego metalu w roztworze, przez który prąd J przepływa,

jest proporcyonalny do tego prądu, do czasu t trwania elektrolizy i t. zw. elektrochemicznego równoważnika k.

$$P = kJt \text{ mg.},$$

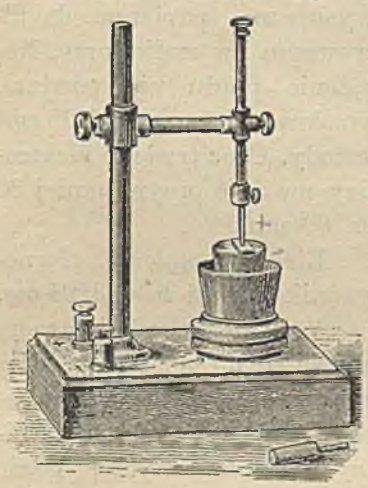
gdzie J jest w amp., t w sek., a k w miligramach; stąd

$$J = \frac{P}{kt}$$

Przyrządy na tej zasadzie zbudowane nazywają się **woltametrami**.

a) Woltametr srebrowy *(rys. 22.)*.

Pomiar odbywa się przez ważenie strąconego srebra na katodzie platynowej w czasie przynajmniej 30 *min.* Katoda ma kształt tygielka, anodą jest pałeczka srebrna, elektrolitem roztwór azotanu srebra ($AgNO_3$) w wodzie destylowanej, pozbawionej chlorku (15—20 części azotanu na 100 części wody; ciężar gatunkowy wynosi wtedy 1,12—1,26). Przed pomiarem należy obmyć katodę kwasem azotowym, a później wodą destylowaną, następnie zaś dobrze wysuszyć i zważyć. — Prąd przechodzący przez elektrolit nie powinien przekraczać $^1/_{50}$ amp. na cm^2 katody, a $^1/_5$ amp/cm^2 anody. Silniejszy prąd powoduje osadzanie się srebra w formie kryształków, które łatwo mogą odpaść od katody. Celem uchronienia się od odpadających cząsteczek srebra od anody, owija się ją papierem do filtrowania lub podstawia pod nią miseczkę szklaną. Prąd powinien być podczas pomiaru stały, co bada się galwanometrem włączonym (w upuście) w obwód prądu. — Po odpowiednim czasie przerywa się prąd, wylewa elektrolit, myje się tygielek zimną wodą destylowaną, wolną od chlorku (aż woda nie mąci się przez dodanie kropli kwasu solnego), następnie taką samą gorącą (70—90° C) i suszy się w powietrzu gorącem. Po ochłodzeniu waży się ją na czułej wadze; różnica między ciężarem poprzednim daje ciężar strąconego srebra.



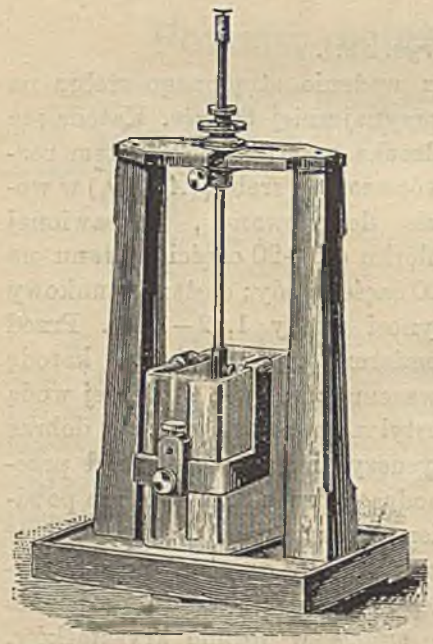
Rys. 22.

Elektrochemiczny równoważnik srebra $k = 1{,}118\,mg.$

Voltametru srebrowego używa się do małych prądów, zwłaszcza przy cechowaniu przyrządów mierniczych precyzyjnych. Za pomocą niego można pomierzyć prąd 1 *amp* z dokładnością do 0,08%.

b) Voltametr miedziowy *(rys. 23.)*.

Katodą są zwykle dwie płytki miedziane lub platynowe, anodą płytka miedziana, elektrolitem jest roztwór siarczanu miedzi $CuSO_4$ o ciężarze gat. 1,1 (10 gr. kryst. siarczanu w 50 cm^3 wody). Przyrost ciężaru mierzy się na katodzie, obmytej wodą destylowaną, wysuszonej papierem do filtrowania i w exsikatorze. Natężenie prądu nie powinno przekraczać 1 *amp* na 25 cm^2 katody. Czas trwania elektrolizy ma być przynajmniej 30 do 60 min.



Rys. 23.

Elektrochemiczny równoważnik miedzi $k = 0{,}3294\ mg$.

Voltametru miedziowego używa się do pomiaru prądów większych, zwłaszcza przy cechowaniu przyrządów mierniczych technicznych, gdzie można się zadowolić mniejszą dokładnością; sam proces zaś jest tańszy. Za pomocą niego można pomierzyć prąd 1 *amp* z dokładnością do 0,1—0,3%.

Bliższe szczegóły o voltametrach p. Kohlrausch op. cit.

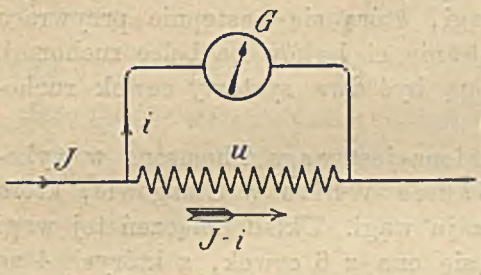
2. Przyrządy elektromagnetyczne.

Najbardziej używane są galwanometry o stałym magnesie, a ruchomej cewce. Używa się ich głównie przy pomiarach precyzyjnych bardzo małych prądów. Wtedy ich odchylenie α jest miarą prądu i przepływającego przez galwanometr,

$$i = C\alpha,$$

gdzie C jest to stała galwanometru.

O ile się rozchodzi o pomiar prądu silniejszego, niżby go mógł znieść galwanometr, można rozszerzyć granice używalności galwanometru przez zastosowanie upustu, t. j. załączenia galwanometru *(rys. 24.)* równolegle do bardzo małego oporu u, przez który przepływa większa część prądu $(J—i)$, tak że przez galwanometr— o oporze wewnętrznym G— płynie tylko bardzo słaby prąd i. Wtedy



Rys. 24.

$$\frac{i}{J-i}=\frac{u}{G}$$ z tego

$$i=J\frac{u}{u+G}=ca$$ a

$$J=i\frac{u+G}{u}=c\frac{u+G}{u}a=c'a.$$

Przez dodanie upustu zwiększyła się stała — ze względu na J — z wartości c na $c\frac{u+G}{u}$.

Ażeby upustem można się było łatwo posługiwać, robi się go zawsze w pewnym stosunku do G, tak aby i było $= 0{,}1$, $0{,}01$, $0{,}001$... J, to zn. że musi być wtedy $u=\frac{1}{9}$, $\frac{1}{99}$, $\frac{1}{999}$, ... G.

Na tej zasadzie są zbudowane prawie wszystkie techniczne ampermetry.

Stosunek oporu upustu u do oporu galwanometru G powinien być zawsze stały; z tego powodu najlepiej jest, jeżeli są one z jednego metalu i ustawione w pobliżu siebie, gdyż wtedy podlegają jednakowym wpływom temperatury. Z tego też powodu ogrzanie upustu prądem nie powinno być duże.

3. Przyrządy elektrodynamiczne.

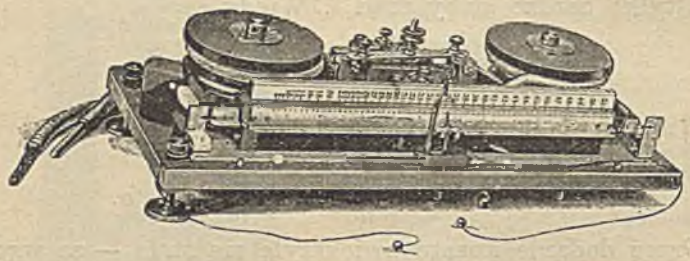
Z przyrządów polegających na zasadzie działania dwuch prądów na siebie czyli elektrodynamometrów, nadaje się do precyzyjnego pomiaru prądu tylko

Waga Thomsona.

Waga Thomsona polega na zasadzie działania dwuch cewek, z których jedna jest stała, a druga ruchoma, wykonana

w formie belki wagowej. Przez przepływanie prądów przez obie cewki następuje przyciąganie cewki ruchomej przez stałą, a więc zburzenie równowagi, którą się następnie przywraca przez nakładanie i przesuwanie ciężarków na belce ruchomej. Zamiast dwuch cewek mogą być dwa systemy cewek ruchomych i stałych.

Na *rys. 25.* przedstawiona jest waga Thomsona w wykonaniu firmy Kelvin & James White w Glasgowie, która głównie wyrabia tego rodzaju wagi. Układ połączeń tej wagi pokazuje *rys. 26.* Składa się ona z 6 cewek, z których 4 są stałe i leżą po 2 nad sobą, a między niemi znajdują się 2 cewki



Rys. 25.

ruchome, tak że jedna para cewek stałych działa na jedną cewkę ruchomą, a druga para na drugą; te działania mogą być niezależne od siebie, a wyzyskane są do rozszerzenia granic używalności wagi. Cewki ruchome są połączone tak, że prąd przepływa przez nie w kierunkach przeciwnych, przez co niweczy się wpływ obcych pól magnetycznych. Na cewce ruchomej znajduje się skala podzielona linijnie, na drugiej skala podzielona kwadratowo.

Siła z jaką obie cewki działają na siebie jest proporcyonalna do iloczynu z prądów przepływających przez cewki. Działanie tej siły równoważy się przez przesuwanie ciężarków wzdłuż cewki ruchomej, przyczem należy na końcu jednej cewki ruchomej umieścić odpowiedni przeciwciężarek.

Do pomiaru wielkich prądów używa się cewek *a* i *b*; przez *a* przepuszcza się prąd mierzony *J*, załączony do końcówek *I* i *II*, a przez *b* prąd pomocniczy *i* o stałem natężeniu (zwykle $i=0{,}25$ *A*), załączony do końcówek *III* i *IV*. Przełącznik stoi na *W*. Jeżeli moment skręcający wywarty przez cewki zostanie zrównoważony przez przesunięcie ciężarka *P*

(oznaczonego przez WW) na długości l', to warunek równowagi będzie

$$Pl' = cJi,$$

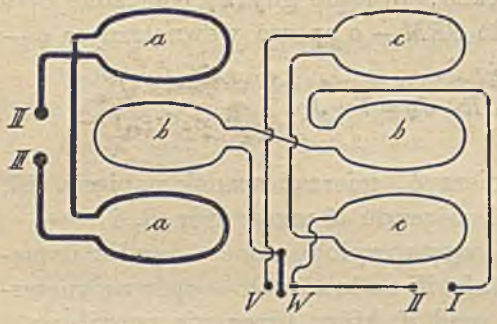
stąd

$$J = \frac{Pl'}{ci} = c_1 l,$$

gdzie c jest to stała elektrodynamometru, c_1 stała ciężarka, a l przesunięcie ciężarka o l podziałek, odczytanych na skali ruchomej.

Prąd pomocniczy i bierze się z bateryi akumulatorów przy mierzeniu prądu stałego, a z tego samego źródła przy prądzie przemiennym.

Do pomiaru małych prądów używa się cewek b i c, przez które puszcza się ten sam prąd mierzony J, załączając go do końcówek I i II przy położeniu przełącznika na V. Postępowanie jest podobne jak poprzednio, tylko używa się ciężarków VW, a odczytuje na skali stałej. Jeżeli jest równowaga, to



Rys. 26.

$$Pl' = cJ^2,$$

stąd

$$J = \sqrt{\frac{Pl'}{c}} = c_2 l,$$

gdzie c_2 jest to stała ciężarka.

Wspomniana firma wykonuje wagi w 5 wielkościach do pomiaru centi-, deci-, deka-, hekto- i kiloamperów, w granicach od 0,25 do 2500 A.

Wag, za pomocą których można mierzyć z dokładnością do 0,1%, używa się głównie do cechowania ampermetrów do prądu przemiennego; zauważyć jednak należy, że w ostatnich czasach wyrób ampermetrów elektrodynamicznych tak dalece postąpił, że coraz więcej wchodzą one w użycie jako przyrządy precyzyjne.

Wag można używać także do pomiaru sił elektromotorycznych i mocy.

Przyrządy elektrokaloryczne są mniej dokładne od poprzednich; używa się ich tylko jako przyrządów technicznych, wskazujących wprost mierzoną wielkość.

III.

Pomiary siły elektromotorycznej.

Pomiar siły elektromotorycznej E na krańcach jakiegoś źródła *SEM*, odróżnić należy od pomiaru napięcia V, panującego na tych krańcach, w razie gdy są połączone oporem R, tak że przez źródło *SEM* — o oporze wewnętrznym ϱ — przepływa prąd J. Wtedy

$$E = JR + J\varrho = V + J\varrho.$$

Widać stąd, że:

a) napięcie można mierzyć, mierząc spadek napięcia JR, spowodowany przepływaniem prądu J przez opór R, i

b) do pomiaru *SEM* wystarczyłoby znać — prócz napięcia V, panującego w danej chwili na krańcach — opór wewnętrzny ϱ źródła prądu i sam prąd J, który przez nie przepływa.

Na zasadzie a) zbudowane są woltmetry, za pomocą których mierzymy prąd — mały — przepływający przez znany — bardzo duży — opór, czyli spadek napięcia na tym oporze, a więc i na całym oporze zewnętrznym, załączonym między tymi samymi krańcami co woltmetr (metody pośrednie).

Zasady b) nie można używać do dokładnych pomiarów *SEM*, gdyż skutkiem przepływania prądu przez źródło *SEM* występują, prócz spadku napięcia, także inne zjawiska uboczne (n. p. elektroliza i polaryzacya w ogniwach, oddziaływanie twornika w maszynach i t. p.). W tym wypadku należy zastosować metody takie, przy których prąd nie przepływa przez źródło *SEM*; są to metody elektrometryczne i kompenzacyjne, przy których porównuje się badaną *SEM* ze znaną, normalną (metody bezpośrednie). Źródłem *SEM* normalnej są t. zw. ogniwa normalne, dające zawsze stałą *SEM*, ale tylko przy bardzo małym prądzie; ogniw normalnych nie

powinno się używać bez oporu dodatkowego, mniejszego niż 100000 Ω).

W praktyce zadowolić się często można pomiarami pośrednimi, jeżeli tylko prąd przepływający przez źródło *SEM* jest dostatecznie mały, aby można go było nie uwzględnić; robi się to za pomocą voltmetrów o bardzo dużym oporze, załączonych na krańcach źródła; wtedy

$$V = JR = E - J\varrho,$$

gdzie V jest to wskazanie voltmetru, jeżeli $J\varrho$ jest bardzo małe, to można je opuścić i

$$V = E.$$

Normalne ogniwo Westona (międzynarodowe) ma *SEM* w dużych granicach (0—40°C) prawie niezależną od temperatury i wynoszącą 1,0184—0,0000406 (t—20°) V.

Ogniwo Clarka jest więcej zależne od temperatury, jego *SEM* wynosi przy temperaturach 0—30° 1,4292—0,00123 (t—18°) V. Ogniwo to jest również bardziej polaryzacyjne niż Westona; przy prądach mniejszych niż $0{,}5 . 10^{-6}$ amp. można uważać, że polaryzacya nie występuje.

SEM ogniw normalnych można przyjąć z dokładnością do 0,01% w granicach podanych temperatur, przyczem jednak trzeba przy ogniwie Clarka pomierzyć temperaturę z dokładnością do 0,1°. Bez uwzględnienia temperatury można przyjąć przy wyznaczaniu błędu granicznego 0,05%, jako dokładność ogniw.

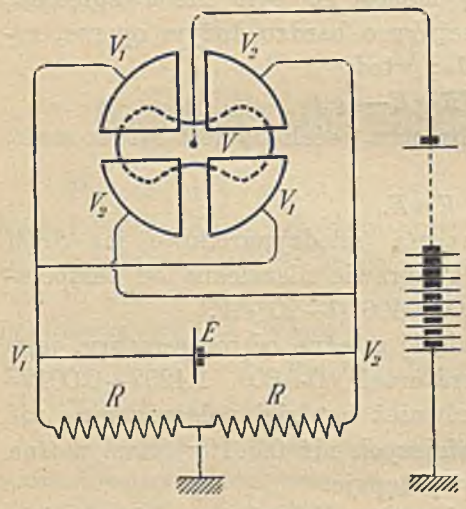
1. Elektrometr.

Elektrometry, używane w praktyce, polegają głównie na zasadzie elektrometru kwadrantowego Thomsona, składającego się z 4 kwadrantów metalowych, zupełnie równych, dobrze od siebie izolowanych, z których po 2 przeciwległe są ze sobą połączone; między kwadrantami wisi igła aluminiowa z lusterkiem. Całość jest osłonięta płaszczem metalowym uziemionym, aby zniweczyć działania elektrostatyczne i elektromagnetyczne ciał obcych.

a) Połączenie kwadrantowe. (Pomiar małych *SEM*).

Jedną parę kwadrantów łączymy *(rys. 27.)* z jednym biegunem ogniwa, którego *SEM* mamy oznaczyć, drugą z drugim; igłę łączymy z bateryą ogniw lub akumulatorów (100

i więcej voltów), której drugi koniec jest uziemiony. Równolegle do ogniwa załącza się duży opór *RR* w środku uziemiony. Przed pomiarem należy odprowadzić wszystkie możliwe ładunki do ziemi, a igiełkę nastawić symetrycznie do obu par kwadrantów. Wtedy ten układ przedstawia nam 2 kondenzatory, utworzone przez igłę i jedną parę kwadrantów z jednej strony, a igłę i drugą parę z drugiej strony; pojemność obu kondenzatorów będzie równa *C*. Jeżeli załączymy bateryę i ogniwo, to kondenzatory dostaną ładunki



Rys. 27.

$$Q_1 = C(V - V_1)$$

i $$Q_2 = C(V - V_2).$$

Skutkiem tych ładunków powstaną momenty skręcające przeciwne, proporcyonalne do różnicy potencyałów, a igła przesunie się w stronę tej pary kwadrantów, z którą wykazuje większą różnicę potencyałów, a więc w stronę potencyału mniejszego.

Momenty będą więc:

$$M_1 = c(V - V_1)^2 \text{ i } M_2 = c(V - V_2)^2,$$

gdzie *k* jest to stała zawierająca w sobie pojemność, którą można przyjąć za stałą, jeżeli przesunięcie jest małe, siłę przeciwdziałającą skręceniu nitki itp.; a moment wypadkowy

$$M = c(V - V_1)^2 - c(V - V_2)^2,$$

czyli $$c(2V - V_1 - V_2)(-V_1 + V_2),$$

albo $$M = c(V_2 - V_1)\left(V - \frac{V_1 + V_2}{2}\right) = \alpha,$$

gdzie α jest to wychylenie się igły, odczytane na podziałce za pomocą lusterka.

Ponieważ potencyały V_1 i V_2 są równe i przeciwne, $V_1 = -V_2$ — przez połączenie ich oporem *R* uziemionym w środku — będzie:

$$\alpha = 2cVV_1 = 2cVV_2.$$

Jeżeli V_1 i V_2 są bardzo małe wobec V, to

$$\alpha = cV(V_2 - V_1) = cVE,$$

odchylenie igły jest więc proporcyonalne do różnicy potencyałów, czyli do *SEM* $E = V_2 - V_1$.

Jeżeli więc dla *SEM* E_n ogniwa normalnego otrzymano odchylenie $\alpha_n = cVE_n$,

a dla *SEM* E ogniwa badanego przy tych samych warunkach

$$\alpha = cVE,$$

to $$E = E_n \frac{\alpha}{\alpha_n}.$$

Warunki pomiaru zostaną te same, jeżeli małą *SEM* połączy się z igłą i ziemią, a dużą bateryę — o parzystej liczbie ogniw — załączy się na oba kwadranty i jej środek uziemi; wtedy opory R mogą odpaść, lepiej jednak je zatrzymać dla pewności, aby potencyały były równe lecz przeciwne.

Powyższa metoda posiada 3 zmienne, z których E_n zwykle jest stałe, a α i α_n są spostrzegane niejednocześnie.

Błąd graniczny wyznacza się według:

$$\frac{\Delta_g E}{E} = \frac{\Delta_g E_n}{E_n} + \frac{\Delta_g \alpha}{\alpha} + \frac{\Delta_g \alpha_n}{\alpha_n},$$

gdzie $\Delta_g E_n$ przyjmuje się przy ogniwach normalnych 0,05%, a $\Delta_g \alpha$ i $\Delta_g \alpha_n$ 0,25—0,5 podziałki.

Protokół pomiaru dla α:

L. p.	α	$\alpha_{śr}$	$\Delta\alpha$	$(\Delta\alpha)^2$

Podobnie dla α_n.

Wynik oblicza się ze średnich wartości α i α_n, a błąd wyniku badając wpływ błędów $\Delta\alpha$ i $\Delta\alpha_n$ na E, t. j. wyznaczając błędy $\Delta E'$ i $\Delta E''$, wtedy błąd wyniku będzie

$$\Delta E = \sqrt{(\Delta E')^2 + (\Delta E'')^2}.$$

O ile nie chodzi o wyznaczenie poszczególnych błędów $\Delta\alpha$ i $\Delta\alpha_n$ i ich wpływu na wynik pomiaru, to można każdorazowe wartości α i α_n wstawić do wzoru na E i w ten sposób otrzymać szereg pomiarów wielkości E, z których bierze się średnią i oblicza średni błąd. Wtedy będzie protokół pomiaru:

L. p.	E_n	α	α_n	E	$E_{śr}$	ΔE	$(\Delta E)^2$

Najlepiej jest zastosować wtedy przełącznik do E i E_n i spostrzegać naprzemian α i α_n.

b) Połączenie podwójne. (Pomiar wielkich *SEM*).

Igłę łączy się *(rys. 28.)* z jedną parą kwadrantów, n. p. o potencyale V_2, a jeden koniec bateryi, o potencyale przeciwnym niż igła n. p. V_1, uziemia się.

Wtedy we wzorach poprzednich $V = V_2$, czyli

$$\alpha = c(V_2 - V_1)^2 = cE^2.$$

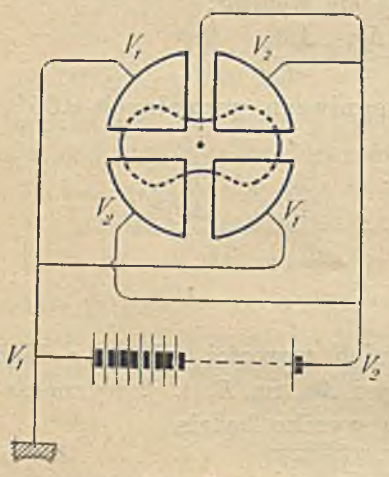
Jeżeli więc dla ogniwa normalnego

$$\alpha_n = cE^2{}_n,$$

a dla badanego $\alpha = kE^2$,

to $$E = E_n\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha_n}}.$$

Ponieważ różnica potencyałów przychodzi tu w kwadracie, przeto α jest niezależne od znaku; tego sposobu używa się więc przy pomiarach *SEM* prądu przemiennego, wtedy E przedstawia skuteczną wartość *SEM*.



Rys. 28.

Typ metody jest ten sam co poprzedni.

Błąd graniczny wyznacza się według:

$$\frac{\Delta_g E}{E} = \frac{\Delta_g E_n}{E_n} + \frac{\Delta_g \alpha}{2\alpha} + \frac{\Delta_g \alpha_n}{2\alpha_n},$$

jak poprzednio.

W obu wypadkach najlepszy warunek pomiaru jest przy największych odchyleniach α i α_n.

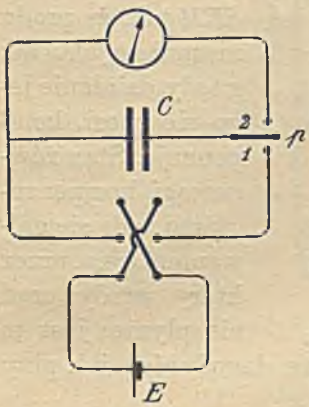
Przy wszystkich pomiarach elektrometrem należy uważać, aby przy rozpoczęciu pomiaru elektrometr był zupełnie wyładowany i dobrze uziemiony, a igła wisiała symetrycznie do kwadrantów i w równej od nich odległości. Wprawdzie przez przesunięcie pionowe igły czułość jej się zwiększa, ale za to gdy znajduje się w pośrodku, nie mają wpływu możliwe nierówności i zagięcia igły. Ustawienie elektrometru polega na tem, że najpierw sprowadza się obie pary kwadrantów i igłę

do potencyału zero, a potem ładuje się tylko igłę do wielkiego potencyału; w obu wypadkach musi igła znajdować się w położeniu zerowem. Osiąga się to przez przesuwanie igły w górę lub w dół, lub przez skręcanie nitki, na której wisi igła.

Elektrometr jest to przyrząd mało czuły z powodu małego natężenia sił elektrostatycznych; z tego powodu błąd graniczny odchyleń można założyć dość znaczny, chociażby się z wszelką dokładnością odczytywało. Elektrometru używa się głównie do pomiaru dużych sił elektromotorycznych, do których nie nadają się następne, dokładniejsze metody.

2. Metoda porównawcza.

Ten sposób polega na porównywaniu ładunków kondenzatora, naładowanego raz za pomocą ogniwa normalnego, drugi raz za pomocą ogniwa badanego.



Rys. 29.

Kondenzator C *(rys. 29.)* ładuje się za pomocą ogniwa E (położenie przełącznika na 1) i wyładowuje się go (przełącznik na 2) przez galwanometr balistyczny (por. część II. rodz. 1.), wtedy

$$Q = E\,C = c_b\,\alpha_1\left(1+\frac{\Lambda}{2}\right),$$

gdzie c_b = stała balistyczna.

To samo robi się z ogniwem normalnem, wtedy

$$Q_n = E_n C = c_b\,\alpha_{n1}\left(1+\frac{\Lambda}{2}\right), \text{ z tego } E = E_n\frac{\alpha_1}{\alpha_{n1}}.$$

Dobrze jest ładować kondenzator w obu kierunkach, przyczem trzeba z obu przełącznikami tak postępować, aby kondenzator nie wyładował się przez kołyskę. Czas ładowania powinien być przy obu ogniwach ten sam, aby dielektryk mógł pochłonąć odpowiednie ładunki.

Ponieważ przy tej metodzie ogniwo nie daje prądu, stosuje się ją przy ogniwach silnie polaryzujących.

Powyższa metoda posiada 3 zmienne, z których E_n jest zwykle stałe, a α_1 i α_{n1} spostrzega się niejednocześnie.

Pomiar będzie najdokładniejszy, jeżeli α_1 i α_{n1} będą największe; do tego można się zbliżyć przez odpowiedni dobór pojemności kondenzatora.

Błąd graniczny wyznacza się według

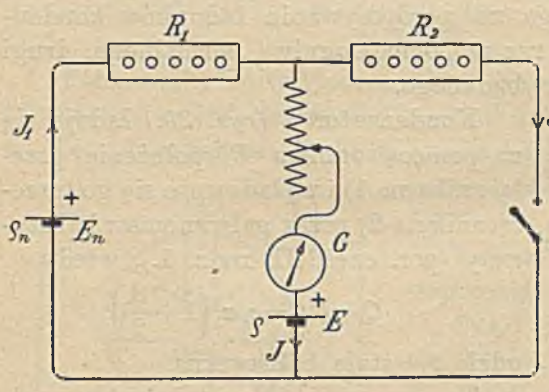
$$\frac{\Delta_g E}{E} = \frac{\Delta_g E_n}{E_n} + \frac{\Delta_g \alpha_1}{\alpha_1} + \frac{\Delta_g \alpha_{n1}}{\alpha_{n1}},$$

gdzie $\Delta_g E_n$ przyjmuje się 0,05% (jeżeli to jest ogniwo normalne), a $\Delta_g \alpha_1$ i $\Delta_g \alpha_{n1}$ 0,25 podziałki.

Obliczenie wyniku, wyznaczanie błędów średnich i protokoły pomiaru są te same, co przy pomiarze *SEM* za pomocą elektrometru (p. str. 55).

3. Metoda Poggendorffa.

Jest to t. zw. metoda kompenzacyjna — podana po raz pierwszy przez Poggendorffa (1841) — polegająca na tem, że badane źródło *SEM* załącza się przeciw drugiemu o znanej *SEM* tak, że prądu nie może wydawać; wtedy działanie jego się znosi, kompenzuje. Stan równowagi kompenzacyjnej bada się galwanometrem, przez który wtedy prąd nie płynie; jest to więc metoda zerowa, dająca tu takie same dogodności, jak przy pomiarach oporów.



Rys. 30.

Dwa ogniwa E i E_n o oporach wewnętrznych ϱ i ϱ_n, łączy się z dwiema opornicami zatyczkowemi R_1 i R_2 i galwanometrem G według podanego układu *(rys. 30.)*.

Wtedy według prawa Kirchhoffa:

$$E_n = J_1(R_1 + \varrho_n) + J_2 R_2$$
$$E = J_2 R_2 - J(G + \varrho).$$

Po podstawieniu $J_1 = J + J_2$ i po podzieleniu E_n przez E otrzymamy

$$\frac{E_n}{E} = \frac{J_2(R_1 + R_2 + \varrho_n) + J(R_1 + \varrho_n)}{J_2 R_2 - J(G + \varrho)}.$$

Przez odpowiedni dobór oporów R_1 i R_2 kompenzujemy ogniwo E, wtedy $J=0$ czyli galwanometr musi stać na zerze,

a
$$\frac{E_n}{E}=\frac{R_1+R_2+\varrho_n}{R_2};$$

jest to warunek równowagi kompenzacyjnej. Ażeby ten warunek był spełniony musi być $E_n > E$. Jeżeli E_n znane, to

$$E=E_n\frac{R_2}{R_1+R_2+\varrho_n}.$$

Można również skompenzować *SEM* E_n; wtedy galwanometr wstawia się w gałąź E_n, a w gałąź E opornicę zatyczkową n. p. R. Łatwo się przekonać, że wtedy warunek równowagi będzie

$$\frac{E_n}{E}=\frac{R_2}{R+R_2+\varrho};$$

aby tak było, musi $E > E_n$. Zależnie więc od wielkości porównywanych *SEM* używa się jednego lub drugiego połączenia. Kierować tu należy się tem, że z jednej strony z ogniwa nie wolno brać za dużego prądu, a z drugiej, że ogniwo badane, mające znaczną polaryzacyę, daje błędne wyniki.

Metoda Poggendorffa należy do metod o 3 zmiennych, z których E_n jest zwykle stałe, a R_1 i R_2 spostrzega się jednocześnie.

Do wyznaczenia najlepszych warunków pomiaru szukamy pochodnej z $\frac{E}{E_n}$ zakładając np. $R_1=\text{const.}$ i $\varrho_n=\text{const.}$

$$\frac{E}{E_n}=\frac{R_2}{R_1+R_2+\varrho_n}$$

$$d\left(\frac{E}{E_n}\right)=\frac{(R_1+\varrho_n)dR_2}{(R_1+R_2+\varrho_n)^2}$$

a
$$\frac{d\left(\frac{E}{E_n}\right)}{\frac{E}{E_n}}=\frac{(R_1+\varrho_n)}{R_1+R_2+\varrho_n}\frac{dR_2}{R_2}.$$

Ta wartość będzie minimum, jeżeli R_1 i R_2 będą największe, t. zn. że opory R_1 i R_2 trzeba obierać możliwie największe; wtedy ϱ_n jako bardzo małe można opuścić.

W razie gdy ogniwo E jest skłonne do polaryzacyi, trzeba włączyć przed nie duży opór, który się powoli wyłącza, aż układ znajdzie się w równowadze; wtedy trzeba chwilę poczekać aż ogniwo orzeźwi się i na nowo zbadać równowagę.

Błąd graniczny będzie sumą poszczególnych błędów granicznych cząstkowych, które się otrzymuje zakładając jedne wielkości stałe, a względem drugich różniczkując daną funkcyę.

Jeżeli R_1 i R_2 stałe, to

$$(dE)' = \frac{R_2}{R_1+R_2} dE_n;$$

jeżeli E_n i R_1 stałe, to

$$(dE)'' = E_n \frac{(R_1+R_2)dR_2 - R_2 dR_2}{(R_1+R_2)^2} = E_n \frac{R_1 dR_2}{(R_1+R_2)^2};$$

jeżeli zaś E_n i R_2 stałe, to

$$(dE)''' = -E_n \frac{R_2 dR_1}{(R_1+R_2)^2}.$$

Błędy dR_1 i dR_2 możemy położyć równe, wtedy ostatnie równanie będzie

$$(dE)''' = -E_n \frac{R_2 dR_2}{(R_1+R_2)^2}.$$

Aby otrzymać błąd graniczny dodajemy poszczególne błędy, zakładając, że wszystkie są dodatnie i pisząc w wartościach skończonych

$$\Delta_g E = (\Delta_g E)' + (\Delta_g E)'' + \Delta_g E)'''$$

$$\Delta_g E = \frac{R_2}{R_1+R_2} \Delta_g E_n + E_n \frac{R_1}{(R_1+R_2)^2} \Delta_g R_2 + E_n \frac{R_2}{(R_1+R_2)^2} \Delta_g R_2$$

$$\Delta_g E = \frac{R_2}{R_1+R_2} \Delta_g E_n + \frac{E_n}{R_1+R_2} \Delta_g R_2;$$

błąd graniczny względny otrzymamy przez podzielenie ostatniego równania przez $E = E_n \frac{R_2}{R_1+R_2}$,

$$\frac{\Delta_g E}{E} = \frac{\Delta_g E_n}{E_n'} + \frac{\Delta_g R_2}{R_2} + \frac{\delta E}{E}$$

gdzie $\Delta_g E_n$ przyjmuje się 0,05% (jeżeli to jest ogniwo normalne), a $\Delta_g R_2$ 0,1—0,2%, a $\frac{\delta E}{E}$ jest miarą czułości układu.

Z tego widać również, że aby błąd był najmniejszy, musi być R_2 największe, a co za tem idzie i R_1, gdyż R_1 i R_2 są związane równaniem

$$R_1 = \left(\frac{E_n}{E} - 1\right) R_2.$$

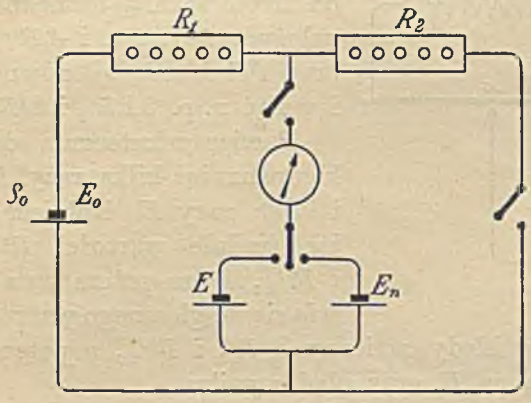
Protokół pomiaru:

L. p.	E_n	R_1	R_2	E	$E_{śr}$	ΔE	$(\Delta E)^2$

Wynik oblicza się z każdorazowych spostrzeżeń E_n, R_1 i R_2 i z kilku pomiarów bierze się $E_{śr}$ i wyznacza średni błąd.

4. Metoda Du Bois-Reymond'a.

Jest to odmiana metody Poggendorffa. Ogniwo badane E i ogniwo normalne E_n kompenzuje się każde z osobna, względem ogniwa pomocniczego E_0 o oporze wewnętrznym ϱ_0, które w tym wypadku musi mieć *SEM* większą niż tamte (najlepiej akumulator).



Rys. 31.

Układ połączeń przedstawia *rys. 31.*

Naprzód kompenzuje się E względem E_0 według metody Poggendorffa. Równowaga układu niech będzie przy oporach R'_1 i R'_2, wtedy

$$E = E_0 \frac{R'_2}{R'_1 + R'_2 + \varrho_0};$$

następnie kompenzuje się E_n względem E_0

$$E_n = E_0 \frac{R_2''}{R''_1 + R_2'' + \varrho_0}.$$

Z tych obu równań otrzymamy

$$\frac{E}{E_n} = \frac{R'_2(R''_1 + R''_2 + \varrho_0)}{R''_2(R'_1 + R'_2 + \varrho_0)}.$$

Jeżeli opory R_1 i R_2 tak dobierzemy, że ogniwo E_0 wydaje ten sam prąd, t. zn. że ich suma będzie w obu wypadkach równa, a tylko ich wzajemny stosunek się zmieni, to

$$R'_1 + R'_2 + \varrho_0 = R''_1 + R''_2 + \varrho_0;$$

stąd

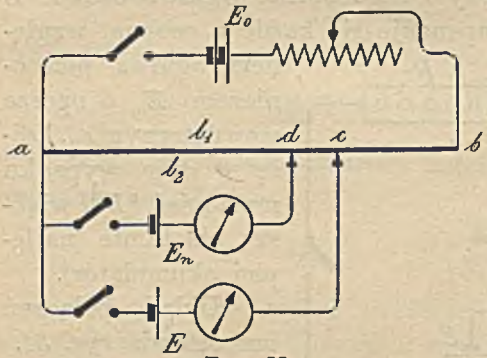
$$E = E_n \frac{R'_2}{R''_2}.$$

Powyższa metoda należy do metod o 3 zmiennych, z których E_n jest zwykle stałe, a R'_2 i R''_2 spostrzega się niejednocześnie.

Błąd graniczny oblicza się według

$$\frac{\Delta_g E}{E} = \frac{\Delta_g E_n}{E_n} + \frac{\Delta_g R'_2}{R'_2} + \frac{\Delta_g R''_2}{R''_2} + \frac{\delta E}{E} + \frac{\delta E_n}{E_n},$$

gdzie $\Delta_g E_n$ można przyjąć (dla ogniwa normalnego) 0,05%, $\Delta_g R_2$ 0,1—0,2%, a δE i δE_n otrzymuje się badając czułość układu raz przy kompenzowaniu E, a drugi raz przy E_n. Jeżeli E i E_n nie wiele się od siebie różnią, to można założyć, że $\Delta_g R'_2$ i $\Delta_g R''_2$ oraz δE i δE_n są równe i wziąć n. p. $2\Delta_g R'_2$ i $2\delta E$.



Rys. 32.

Pomiar uskutecznia się kompenzując kilka razy E i kilka razy E_n i obliczając średnie wartości R'_2 i R''_2, które potem wstawia się do głównego wzoru. Naprzód wyznacza się błędy zmiennych R'_2 i R''_2, a potem wpływ każdego z nich na E, oraz błąd wyniku.

Wtedy protokół pomiaru będzie:

L. p.	R'_2	$R'_{2śr}$	$\Delta R'_2$	$(\Delta R'_2)^2$

Podobnie dla R''_2.

Można także, o ile nie chodzi o wyznaczenie błędów poszczególnych zmiennych i ich wpływu na wynik, spostrzegać naprzemian R'_2 i R''_2 i obliczać odrazu E, a z szeregu wartości E wziąć średnią jako wynik i wyznaczyć średni błąd wyniku, według następującego protokołu:

L. p.	E_n	R'_2	R''_2	E	$E_{śr}$	ΔE	$(\Delta E)^2$

Metoda Du Bois-Reymond'a wymaga wprawdzie podwójnego pomiaru, ale jest pewniejsza niż Poggendorffa, gdyż ogniwo skompenzowane nie polaryzuje się. Jednakowoż jak wi-

dać z błędów granicznych, błąd przy tej metodzie jest większy niż przy tamtej.

Na zasadzie powyższej metody polegają kompenzatory, t. j. przyrządy służące do precyzyjnego pomiaru sił elektromotorycznych, cechowania precyzyjnych przyrządów miernicznych i t. p.

5. Metoda Clarka.

Przy tej metodzie porównuje się siły elektromotoryczne z długościami drutu kalibrowanego, zamiast z oporami.

Ogniwo pomocnicze E_0 załącza się *(rys. 32.)* przez opór do regulowania stale na drut mierniczy, a ogniwa E i E_n za pomocą styków ruchomych przez galwanometry. Przy tem musi być $E_0 > E > E_n$. Przez przesuwanie styków kompenzuje się się E i E_n względem E_0. Wtedy na podstawie metody poprzedniej

$$E = E_n \frac{l_1}{l_2},$$

jeżeli l_1 jest to długość ac a l_2 ad.

Sposób postępowania przy pomiarze i obliczaniu błędów i wyniku jest podobny do poprzedniej metody.

IV.

Pomiary indukcyi.

A. Pomiary spółczynnika samoindukcyi.

Pomiar spółczynnika samoindukcyi ($\mathfrak{L}$) jakiejś cewki zależy od warunków, w jakich się dana cewka znajduje.

Jak wiadomo bowiem

$$\mathfrak{L}=\frac{\Phi}{J},$$

gdzie Φ jest to ciek objęty przez cewkę, a J natężenie prądu w cewce. Ponieważ $\Phi=\frac{4\pi\mu n^2 Jq}{l}$, gdzie n jest to liczba zwojów cewki, q jej przekrój, a l jej długość, przeto

$$\mathfrak{L}=\frac{4\pi\mu n^2 q}{l},$$

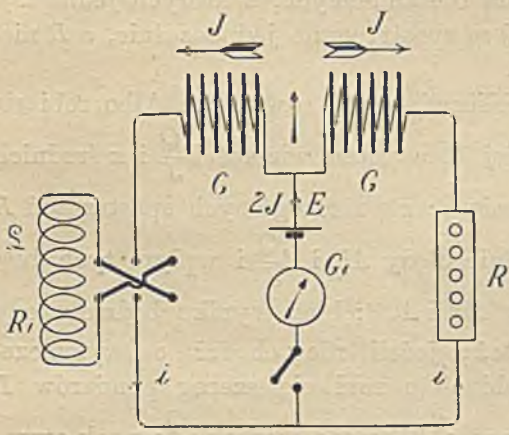
jest więc zależne od przenikliwości μ.

Jeżeli więc to jest cewka bez żelaza, to $\mu=1$ i wtedy jej spółczynnik samoindukcyi jest stały i można go pomierzyć niezależnie od prądu mierniczego. W razie cewki z rdzeniem żelaznym pomiar odbywać się musi wśród warunków, w jakich cewka ma pracować t. j. przy normalnem natężeniu prądu, gdyż spółczynnik samoindukcyi zależny jest w tym wypadku od przenikliwości, a przez to od natężenia pola, a więc i od natężenia prądu wytwarzającego to pole. Można to jednakowoż uskutecznić także przy innym prądzie, ale w takim wypadku należy znać przebieg przenikliwości dla danego żelaza i przerachować znalezioną wartość na normalne natężenie prądu. Robi się tak zwłaszcza przy pomiarach laboratoryjnych, gdzie przyrządy miernicze używane nie znoszą wielkich prądów. Najprostsze w takich wypadkach są sposoby techniczne.

Ponieważ spółczynnik samoindukcyi zależny jest od pola magnetycznego, należy dbać o to, aby przy pomiarze obce pola nie miały wpływu na cewkę. Dobrze jest więc powtórzyć pomiar przy zmienionym kierunku prądu w cewce lub przy obróceniu cewki o 180°.

I. Metoda balistyczna.

Najlepiej jest użyć galwanometru balistycznego różnicowego, który ustawia się jak zwykły (por. str. 28), przyczem przychodzi jeszcze jeden warunek, że samoindukcya obu cewek galwanometru powinna się znosić; sprawdza się to przez załączenie na miejsce $\mathfrak{L}$ (rys. 33.) oporu nieindukcyjnego, wtedy przy otwieraniu i zamykaniu wyłącznika nie powinno się dostać odchylenia skazówki galwanometru.



Rys. 33.

Cewkę, której spółczynnik $\mathfrak{L}$ ma się wyznaczyć, załącza się według układu połączeń (podobnego do *rys. 33.*). Opór porównawczy nieindukcyjny R reguluje się tak długo — przy zamkniętym wyłączniku — aż igiełka galwanometru balistycznego stanie na zerze, wtedy $R_1 = R$, a ogniwo daje prąd $2J$, mierzony przez galwanometr statyczny G_1. Przez otwarcie wyłącznika powstaje skutkiem prądu J *SEM* samoindukcyi

$$E_s = -\mathfrak{L}\frac{dJ}{dt},$$

która wywołuje prąd i przepływający przez obie cewki galwanometru w tym samym kierunku i powodujący odchylenie igiełki galwanometru balistycznego; wtedy musi być

$$E_s = -\mathfrak{L}\frac{dJ}{dt} = i(2R + 2G),$$

a

$$-\mathfrak{L}\int_J^0 dJ = 2(R+G)\int_0^t i\,dt;$$

ponieważ $\int_0^t idt$ jest to ilość elektryczności Q, mierzona galwanometrem balistycznym, przeto

$$\Omega J = 2(R+G)Q,$$

a

$$\Omega = 2(R+G)\frac{Q}{J}.$$

Pomiar odbywa się więc przez mierzenie 3 wielkości: oporu R_1 za pomocą galwanometru balistycznego jako różnicowego statycznego ($R_1 = R$), natężenia prądu za pomocą galwanometru statycznego ($J = \frac{1}{2} c\alpha$) i ilości elektryczności Q za pomocą galwanometru balistycznego $\left[Q = c_1\alpha_1\left(1+\frac{\Delta}{2}\right)\right]$*). Opór G jest zwykle znany; jeżeli nie, to trzeba go osobno pomierzyć. Jest to więc metoda o 4 zmiennych, z których jedna t. j. G może być stała, J i Q są spostrzegane jednocześnie, a R niejednocześnie z tamtemi.

Wynik pomiaru obliczać można dwojako: Albo robi się szereg pomiarów wielkości R, a potem wielkości $\frac{Q}{J}$ i z średnich wartości tychże oblicza się Ω; z poszczególnych spostrzeżeń R i $\frac{Q}{J}$ można obliczyć średnie błędy ΔR i $\Delta\frac{Q}{J}$ i wpływ tych błędów na Ω, a więc błędy $\Delta\Omega'$ i $\Delta\Omega''$; błąd wyniku będzie wtedy $\sqrt{(\Delta\Omega')^2+(\Delta\Omega'')^2}$. Albo też, jeżeli nie chodzi o wyznaczenie poszczególnych błędów, to robi się szereg pomiarów R i szereg $\frac{Q}{J}$ i mnoży się przez $R_{śr}$ każdą wartość $\frac{Q}{J}$; z tak otrzymanych wielkości bierzemy wartość średnią jako wynik ostateczny i obliczamy średni błąd.

Najlepsze warunki pomiaru otrzymamy, zakładając $2(R+G)=R'$ i różniczkując logarytmicznie wzór na Ω; wtedy

$$\frac{\Delta\Omega}{\Omega} = \frac{\Delta R'}{R'} + \frac{\Delta Q}{Q} - \frac{\Delta J}{J};$$

widać ztąd, że R', Q i J powinny być jak największe, aby $\frac{\Delta\Omega}{\Omega}$ było minimum. Prąd przez cewkę należy puszczać w obu kierunkach, aby uniknąć wpływu obcych pól magnetycznych, i brać średnie wartości Q.

*) Por. Część II., rozdz. I., 2.

Przy wyznaczaniu błędu granicznego trzeba także uwzględnić poszczególne błędy graniczne, a więc $\Delta_g R$ i $\Delta_g G$, które można założyć 0,1—0,2%, czułość układu przy mierzeniu oporu R, a więc $\frac{\delta R}{R}$, zakładając odchylenie 0,2 podziałki, $\Delta_g J$ zakładając dokładność pomiaru do 0,1 podziałki, a $\Delta_g Q$ do 0,25—0,5 podziałki. Błąd graniczny będzie

$$\frac{\Delta_g \mathfrak{L}}{\mathfrak{L}} = \frac{\Delta_g R + \Delta_g G}{R+G} + \frac{\Delta_g J}{J} + \frac{\Delta_g Q}{Q} + \frac{\delta R}{R}.$$

Protokół pomiaru:

Mierzymy naprzód R i obliczamy $R_{\acute{s}r}$ oraz $R' = 2(R+G)$.

L. p.	R'	J	Q	$\frac{Q}{J}$	$\mathfrak{L}$	$\mathfrak{L}_{\acute{s}r}$	$\Delta\mathfrak{L}$	$(\Delta\mathfrak{L})^2$

2. Metoda Maxwella.

Ten sposób polega na porównywaniu spółczynnika samoindukcyi cewki, którego wielkość mamy wyznaczyć, ze znanym spółczynnikiem normali samoindukcyjnej i dwoma oporami ohmowymi, połączonymi według mostku Wheatstone'a. Normala samoindukcyjna może być zmienna lub stała.

a) Przy pomocy zmiennej normali *(rys. 34.)*.

Cewkę badaną, o spółczynniku samoinducyi $\mathfrak{L}_x$ i oporze ohmowym X łączy się z normalą samoindukcyjną ($\mathfrak{L}_n$ i R) i dwiema opornicami zatyczkowemi R_1 i R_2 w czworokąt; w przekątnie wstawia się źródło *SEM* przemiennej (lub przerywanej*) i telefon. — Naprzód puszcza się przez mostek prąd stały i przy pomocy galwanometru szuka się w zwykły sposób równowagi układu; wtedy

$$XR_2 = RR_1,$$

czyli

$$\frac{X}{R} = \frac{R_1}{R_2}.$$

*) Lepszy jest prąd przerywany, gdyż normalna częstość okresów prądu przemiennego jest zwykle za mała. Do tych samych wyników można dojść, przy pozostawieniu prądu stałego, przez nagłe przerywanie i zamykanie prądu. Najwygodniej jest zastosować sekometr (p. str. 84).

Jeżeli teraz puści się przez mostek prąd przemienny, to stosunek oporów X i R się zmieni, gdyż wchodzi tu teraz w rachubę działanie samoindukcyi. Ażeby sprowadzić układ znowu do równowagi, reguluje się normalę samoindukcyjną tak długo, aż galwanometr stanie na zerze; R_1 i R_2 zostają podczas tego niezmienione. Wtedy zamiast oporów ohmowych X i R, przyjdą zawady:

$$R_2\sqrt{X^2+\omega^2\mathfrak{L}^2_x}=R_1\sqrt{R^2+\omega^2\mathfrak{L}^2_n}$$

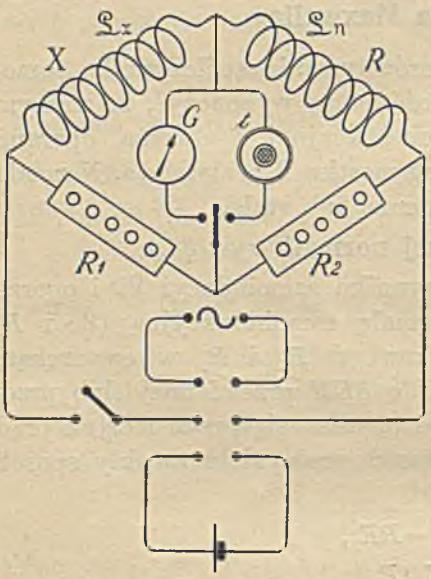
$$X^2R^2_2+\omega^2\mathfrak{L}^2_xR^2_2=R^2R^2_1+\omega^2\mathfrak{L}^2_nR^2_1,$$

ponieważ $$XR_2=RR_1,$$

więc $$\mathfrak{L}_xR_2=\mathfrak{L}_nR_1,$$

z tego $$\mathfrak{L}_x=\mathfrak{L}_n\frac{R_1}{R_2}=\mathfrak{L}_n\frac{X}{R}.$$

Ponieważ zwykle opory ohmowe cewek są małe, lepiej jest używać zamiast oporów R_1 i R_2 drutu mierniczego. Jeżeli opór R jest względem X bardzo mały, należy wstawić w gałęź $\mathfrak{L}_n$ dodatkowy opór ohmowy. W ogóle dążyć trzeba, aby wszystkie opory były do siebie zbliżone, gdyż wtedy jest największa dokładność pomiaru. Jeżeli przy obranym stosunku $\frac{R_1}{R_2}$ (przy pomiarze prądem stałym) okaże się, że regulacya cewki nie wystarcza, aby galwanometr sprowadzić do zera, to należy zmienić ten stosunek, albo stosunek $\frac{X}{R}$, aż odpowie (przy obu pomiarach) warunkom równowagi.



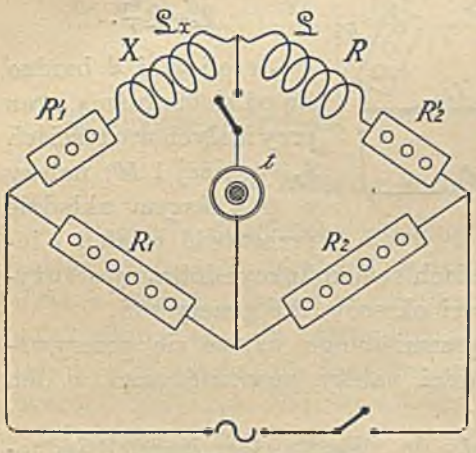
Rys. 34.

Zastosowanie mostku Wheatstone'a do pomiaru spółczynników samoindukcyi daje mniej dokładne wyniki, niż przy pomiarze oporów, ponieważ opory porównawcze mają zwykle pewną samoindukcyę i pojemność, które wpływają ujemnie na wynik pomiaru.

b) Przy pomocy stałej normali *(rys. 35.)*.

Stała normala samoindukcyjna ma tę wyższość nad zmienną, że nie posiada, jak tamta, skali empirycznej, tylko jedną wartość ściśle określoną. Przy pomiarach więc, przy których chodzi o większą dokładność, trzeba używać stałej normali. Układ połączeń robi się podobny do poprzedniego*), z tą tylko różnicą, że w gałęzie $\mathfrak{L}_x$ i $\mathfrak{L}$ wstawia się po jednej oporniey zatyczkowej R'_1 i R'_2. Sposób postępowania jest również podobny do poprzedniego. Równowaga układu przy prądzie stałym będzie, jeżeli

$$\frac{X+R'_1}{R+R'_2}=\frac{R_1}{R_2}.$$



Rys. 35.

Ażeby osiągnąć równowagę i przy prądzie przemiennym, t. j. aby osiągnąć

$$\frac{\mathfrak{L}_x}{\mathfrak{L}}=\frac{R_1}{R_2}=\frac{X+R'_1}{R+R'_2},$$

trzeba — przy stałem $\mathfrak{L}$ — zmieniać stosunek oporów R_1 i R_2, ale tak, aby zawsze była zachowana równowaga przy prądzie stałym t. j. aby zawsze było $R_1=X+R'_1$, a $R_2=R+R'_2$. Robi się to w ten sposób, że w opornicach R_1 i R'_1, oraz R_2 i R'_2 wyjmuje się lub zatyka zawsze tę samą liczbę kołeczków. Jeżeli opory ohmowe cewek nie są znane, to ten sposób wymaga długiego próbowania, nim się ostatecznie znajdzie równowagę dla obu wypadków. Lepiej jest więc naprzód obrachować albo pomierzyć te opory.

Spółczynnik samoindukcyi będzie więc jak poprzednio

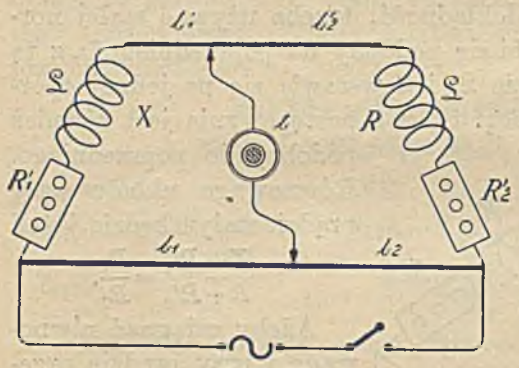
$$\mathfrak{L}_x=\mathfrak{L}\frac{R_1}{R_2}.$$

Zamiast opornic zatyczkowych R_1 i R_2 można zastosować drut mierniczy, a obie gałęzie zawierające samoindukcyę połączyć drugim pomocniczym drutem mierniczym. Wtedy układ połączeń będzie jak na *rys. 36.*

*) Dla uproszczenia podano tylko układ połączeń przy prądzie przemiennym.

Opornice R'_1 i R'_2 służą do regulowania z grubsza, a l'_1 i l'_2 do dokładnego ustalenia równowagi. Równowagi układu przy prądzie przemiennym szuka się, przesuwając styki ruchome o tę samą długość po obu drutach mierniczych tak, aby

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{X + R'_1 + l'_1}{R + R'_2 + l'_2}.$$



Rys. 36.

W razie równowagi przy obu rodzajach prądu

$$\Omega_x = \Omega \frac{l_1}{l_2}.$$

Jeżeli Ω_x i Ω bardzo się od siebie różnią, oraz przy małych wartościach Ω_x (poniżej 1 H) należy w powyższym układzie przestawić telefon i induktor. Przy małych wartościach samoindukcyi dobrze jest używać prądu o wielkiej częstości okresów lub przerywań.

Jeżeli zamiast prądu przemiennego używa się przerywanego, to dla lepszej pewności należy puszczać prąd w obu kierunkach.

Metoda Maxwella należy do metod o 3 zmiennych jednoczesnych, z których pod *a)* R_1 i R_2 mogą być stałe, a pod *b)* Ω może być stałe.

Przy wyznaczaniu błędu granicznego trzeba wziąć pod uwagę także czułość układu przy prądzie stałym, t. zn. dokładność, z jaką się dostało stosunek $\frac{R_1}{R_2}$ wzgl. $\frac{l_1}{l_2}$; tę czułość bada się zmieniając n. p. R tak długo, aż otrzyma się założone (0,1—0,2) odchylenie podziałki galwanometru; miarę czułości oznaczymy przez $\frac{\delta\left(\frac{R_1}{R_2}\right)}{\frac{R_1}{R_2}}$. Prócz tego przychodzi jeszcze druga czułość przy prądzie przemiennym $\frac{\delta\Omega_x}{\Omega_x}$, którą się oblicza, zmieniając przy stałej normali Ω_n stosunek $\frac{R_1}{R_2}$ wzgl. $\frac{l_1}{l_2}$, przyczem trzeba zważać na warunki równowagi,

tak długo, aż się usłyszy w telefonie zmianę tonu. Błąd graniczny będzie:

$$\frac{\Delta_g \Omega}{\Omega} = \frac{\Delta_g \Omega_n}{\Omega_n} + \frac{\Delta_g R_1}{R_1} + \frac{\Delta_g R_2}{R_2} + \frac{\delta \frac{R_1}{R_2}}{\frac{R_1}{R_2}} + \frac{\delta \Omega_x}{\Omega_x}.$$

gdzie $\Delta_g \Omega_x$ przyjmuje się 0,2—0,3%, a $\Delta_g R_1$ i $\Delta_g R_2$ 0,1—0,2%.

Protokół pomiaru dla *a)*:

L. p.	Ω_n	R_1	R_2	Ω_x	Ω_{x_r}	$\Delta\Omega$	$(\Delta\Omega)^2$

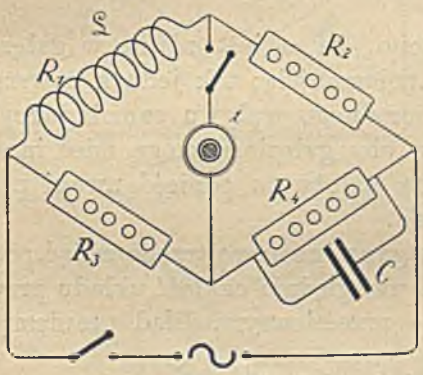
Podobnie będzie dla *b)*.

3. Metody kompenzacyjne.

Pomiar spółczynnika samoindukcyi za pomocą tych metod polega na tem, że działanie samoindukcyi cewki, umieszczonej wraz z trzema oporami nieindukcyjnymi w mostku Wheatstone'a, równoważy się działaniem pojemności kondenzatora. Zależnie od umieszczenia tego kondenzatora jest możliwych kilka układów połączeń. Najczęściej używane są następujące:

a) Metoda Maxwella:

Kondenzator załącza się równolegle do oporu nieindukcyjnego, leżącego naprzeciw cewki.



Rys. 37.

Układ połączeń wskazuje *rys. 37.*, przyczem celem uproszczenia podane są przyrządy odnoszące się tylko do pomiaru przy prądzie przemiennym, a więc telefon i źródło prądu przemiennego.

Pomiar polega, podobnie jak przy poprzedniej metodzie, na dwu pomiarach: przy prądzie stałym i przy prądzie przemiennym.

Naprzód szuka się równowagi przy prądzie stałym; wtedy będzie

$$R_1 R_4 = R_2 R_3 \qquad 1)$$

Przy prądzie przemiennym przyjdą w miejsce oporów R_1 i R_4 zawady Z_1 i Z_4; warunek równowagi, który się otrzymuje przez regulowanie oporu R_4, będzie więc

$$Z_1 Z_4 = R_2 R_3, \qquad 2)$$

gdzie zawada $Z_1 = \sqrt{R_1^2 + \omega^2 \mathfrak{L}^2}$,

a Z_4 jest to zawada zastępcza, złożona z oporu ohmowego R_4 i oporu kondenzatora $\frac{1}{\omega C}$, t. zn.

$$\frac{1}{Z_4} = \sqrt{\frac{1}{R_4^2} + \omega^2 C^2} = \frac{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R_4^2}}{R_4},$$

a $$Z_4 = \frac{R_4}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R_4^2}}.$$

Podstawmy te wartości w równanie 2),

$$\sqrt{R_1^2 + \omega^2 \mathfrak{L}^2} \frac{R_4}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}} = R_2 R_3.$$

$$R_1^2 R_4^2 + R_4^2 \omega^2 \mathfrak{L}^2 = R_2^2 R_3^2 + R_2^2 R_3^2 R_4^2 \omega^2 C^2,$$

ponieważ $R_1 R_4 = R_2 R_3$,

przeto $\mathfrak{L} = C R_2 R_3$.

Jeżeli C wyrazi się w faradach, R_2 i R_3 w ohmach, to $\mathfrak{L}$ otrzyma się w henrych.

Powyższa metoda posiada 3 zmienne, z których C jest zwykle stałe, a R_2 i R_3 spostrzega się jednocześnie.

Aby osiągnąć najlepsze warunki pomiaru trzeba utrzymywać duże C, R_2 i R_3.

Przy tej metodzie założono, że ω jest równe w gałęzi z samoindukcyą i w gałęzi z pojemnością; tak jednak zawsze nie jest, gdyż z powodu różnorodnego wpływu samoindukcyi i pojemności, krzywe prądu w obu gałęziach mogą mieć inne spółczynniki przebiegu. Zresztą należy tu odnieść uwagi podane przy mostku Wheatstone'a.

Przy wyznaczaniu błędu granicznego trzeba wziąć pod uwagę podwójny pomiar, t. zn. uwzględnić czułość układu przy prądzie stałym i przy prądzie przemiennym. Błąd graniczny będzie

$$\frac{\Delta_g \mathfrak{L}}{\mathfrak{L}} = \frac{\Delta_g C}{C} + \frac{\Delta_g R_2}{R_2} + \frac{\Delta_g R_3}{R_3} + \frac{\delta(R_2 R_3)}{R_2 R_3} + \frac{\delta \mathfrak{L}}{\mathfrak{L}},$$

gdzie $\Delta_g C$ przyjmuje się 0,1—0,2%, $\Delta_g R_2$ i $\Delta_g R_3$ 0,1—0,2%, $\delta(R_2 R_3)$ otrzymuje się, badając czułość układu przy prądzie

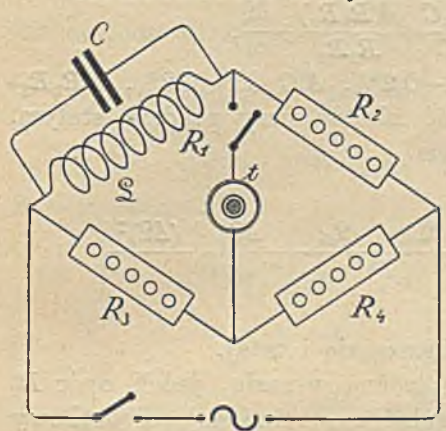
stałym ze względu na iloczyn oporów R_2 i R_3; $\frac{\delta(R_2 R_3)}{R_2 R_3}$ będzie więc tym błędem względnym, jaki popełnia się przez niedokładne nastawienie równowagi przy prądzie stałym; otrzymuje się go zmieniając jeden z oporów tak długo, aż dostanie się założone odchylenie skazówki galwanometru; $\frac{\delta\mathfrak{L}}{\mathfrak{L}}$ jest miarą czułości układu przy prądzie przemiennym ze względu na $\mathfrak{L}$; tę ostatnią czułość otrzymuje się zmieniając opór R_1 lub R_3, aż się usłyszy zmianę tonu w telefonie.

Protokół pomiaru:

L. p.	C	R_2	R_3	$\mathfrak{L}$	$\mathfrak{L}_{sr}$	$\Delta\mathfrak{L}$	$(\Delta\mathfrak{L})^2$

b) Metoda Remingtona:

Kondenzator załącza się równolegle do cewki.



Rys. 38.

Układ połączeń wskazuje *rys. 38.*

Postępowanie przy pomiarze jest podobne do poprzedniego.

Najpierw szuka się równowagi przy prądzie stałym

$$R_1 R_4 = R_2 R_3. \qquad 1)$$

Potem przy prądzie przemiennym przez regulowanie oporu R_4 i przy niezmienionych oporach R_2 i R_3

$$Z_1 R_4 = R_2 R_3, \qquad 2)$$

gdzie Z_1 jest to opór zastępczy cewki i kondenzatora, t. j.

$$\frac{1}{Z_1} = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{R_1^2 + \omega^2 \mathfrak{L}^2}}\right)^2 + \omega^2 C^2} = \sqrt{\frac{1 + (R_1^2 + \omega^2 \mathfrak{L}^2)\omega C}{R_1^2 + \omega^2 \mathfrak{L}^2}},$$

z tego $$Z = \frac{\sqrt{R_1^2 + \omega^2 \mathfrak{L}^2}}{\sqrt{1 + (R_1^2 + \omega^2 \mathfrak{L}^2)\omega^2 C^2}}.$$

Podstawmy to w równanie 2)

$$\frac{R_4 \sqrt{R_1^2 + \omega^2 \mathfrak{L}^2}}{\sqrt{1 + (R_1^2 + \omega^2 \mathfrak{L}^2)\omega^2 C^2}} = R_2 R_3 = R_1 R_4.$$

Przez R_4 uprościć, podnieść do kwadratu i rozmnożyć

$$R^2_1 + \omega^2 \Omega^2 = R^2_1 + R^4_1 \omega^2 C^2 + R^2_1 \omega^4 \Omega^2 C^2$$

$$\Omega^2 = R^4_1 C^2 + R^2_1 \omega^2 \Omega^2 C^2,$$

z tego

$$\Omega = \frac{R^2_1 C}{\sqrt{1 - R^2_1 \omega^2 C^2}}.$$

Jeżeli człon $R^2_1 \omega^2 C^2$ jest bardzo mały wobec 1, co może zajść przy ω nie większem niż 70—80, to można go opuścić i wtedy będzie

$$\Omega = R^2_1 C.$$

Powyższa metoda posiada dwie zmienne jednoczesne, z których C jest zwykle stałe. Jak widać ze wzoru błąd zmiennej R_1 podwaja błąd wyniku; z tego względu należy R_1 odczytywać, względnie nastawiać z tem większą dokładnością. Błędy względne obu zmiennych będą tem mniejsze, im R_1 i C będą większe.

Błąd graniczny będzie podobnie jak poprzednio:

$$\frac{\Delta_g \Omega}{\Omega} = \frac{2\Delta_g R_1}{R_1} + \frac{\Delta_g C}{C} + \frac{\delta(R_2 R_3)}{R_2 R_3} + \frac{\delta \Omega}{\Omega},$$

gdzie ΔR_1 przyjmuje się 0,1—0,2%, $\Delta_g C$ 0,1—0,2%, $\delta(R_2 R_3)$ otrzymuje się badając czułość układu przy prądzie stałym, a $\delta\Omega$ przy prądzie przemiennym.

Protokół pomiaru:

L. p.	C	R_1	Ω	$\Omega_{śr}$	$\Delta\Omega$	$(\Delta\Omega)^2$

Uwagi podane pod a) odnoszą się i tutaj.

W obu metodach a) i b) można w razie, jeżeli opór R_1 jest bardzo mały, wstawić w gałęź z samoindukcyą dodatkowy opór nieindukcyjny. Pojemność C może być albo zmienna, wtedy opory utrzymuje się stałe, albo stała, wtedy trzeba zmieniać stosunek oporów. W ogóle odnieść tu można sposoby postępowania i ułatwienia, podane przy metodzie Maxwella.

c) Metoda Andersona:

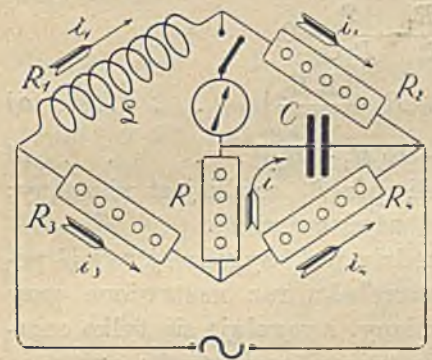
Kondenzator załącza się między punktem połączenia oporów ohmowych a gałęzią galwanometru.

Układ połączeń wskazuje *rys. 39.*

W gałęzi galwanometru znajduje się dodatkowy opór nieindukcyjny R (opornica zatyczkowa).

Sposób postępowania jest podobny do poprzednich. Naprzód szuka się równowagi układu przy prądzie stałym, lecz bez kondenzatora C i oporu R; warunkiem tejże będzie

$$R_1 R_4 = R_2 R_3.$$



Rys. 39.

Następnie załącza się kondenzator C i opornicę R według podanego układu i sprowadza się układ do równowagi przy prądzie przemiennym przez regulowanie tylko oporu R. Jeżeli przez galwanometr prąd nie płynie, to w danej chwili rozkład prądów jest uwidoczniony na układzie; jak widać $i_3 = i + i_1$. Według praw Kirchhoffa będzie

dla obwodu $R_1 G R R_3$ $\quad i_1 R_1 - iR - i_3 R_3 = -\mathfrak{L}\frac{di_1}{dt}$,

„ „ $\quad G R_2 C \quad i_1 R_2 = +\frac{1}{C}\int i\,dt$,

„ „ $\quad R C R_4 \quad iR - i_4 R_4 = -\frac{1}{C}\int i\,dt$.

Z tego pochodne:

$$R_1\frac{di_1}{dt} - R\frac{di}{dt} - R_3\frac{di}{dt} - R_3\frac{di_1}{dt} = -\mathfrak{L}\frac{d^2 i_1}{dt^2} \qquad 1)$$

$$R_2\frac{di_1}{dt} = \frac{1}{C}i \qquad 2)$$

$$R\frac{di}{dt} - R_4\frac{di_4}{dt} = -\frac{1}{C}i \qquad 3)$$

Obliczywszy z 2) i 3)

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{i}{R_2 C} \quad \text{i} \quad \frac{di_4}{dt} = -\frac{i}{R_4 C} + \frac{R}{R_4}\frac{di}{dt}$$

i podstawiwszy w 1) otrzymamy

$$\frac{R_1}{R_2}\frac{i}{C} - R\frac{di}{dt} - R_3\frac{di}{dt} - \frac{R_3}{R_4}\frac{i}{C} - \frac{RR_3}{R_4}\frac{di}{dt} = -\frac{\mathfrak{L}}{R_2 C}\frac{di}{dt}$$

Zmienić znaki i uporządkować

$$\left(R + R_3 + \frac{RR_3}{R_4} - \frac{\mathfrak{L}}{R_2 C}\right)\frac{di}{dt} = \left(\frac{R_1}{R_2} - \frac{R_3}{R_4}\right)\frac{i}{C};$$

ponieważ $$\frac{R_1}{R_2}=\frac{R_2}{R_4},$$

przeto $$R+R_3+\frac{RR_3}{R_4}-\frac{\Omega}{R_2C}=0,$$

$$\Omega=CR_2\left(R+R_3+\frac{RR_3}{R_4}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad a)$$

albo $$\Omega=C[R_2R_3+R(R_1+R_2)] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad b)$$

Wzoru *a)* używa się, jeżeli opór R_1 cewki jest nieznany; jeżeli zaś jest znany, to można użyć wzoru *b)*.

Postępowanie przy tej metodzie jest wygodniejsze niż poprzednio, gdyż opornice w czworoboku raz nastawione przy prądzie stałym pozostają bez zmiany, a reguluje się tylko opornicę R. Natomiast posiada ona więcej zmiennych; przez co błąd graniczny na ogół jest większy; zmiennych jest 5 spostrzeganych jednocześnie; z nich C i R_1 zwykle są stałe.

Błąd graniczny wyznacza się przez różniczkowanie cząstkowe wzorów *a)* lub *b)*.

Błąd graniczny *a)*:

$$\Omega=CR_2\left(R_1+R_3+\frac{RR_3}{R_4}\right),$$

(względem C) $$\frac{d\Omega}{\Omega}=\frac{dC}{C},$$

(względem R) $$\frac{d\Omega}{\Omega}=\frac{(R_3+R_4)R}{RR_3+RR_4+R_3R_4}\frac{dR}{R},$$

(względem R_2) $$\frac{d\Omega}{\Omega}=\frac{dR_2}{R_2},$$

(względem R_3) $$\frac{d\Omega}{\Omega}=\frac{(R+R_4)R_3}{RR_3+RR_4+R_3R_4}\frac{dR_3}{R_3},$$

(względem R_4) $$\frac{d\Omega}{\Omega}=\frac{RR_3}{RR_3+RR_4+R_3R_4}\frac{dR_4}{R_4}.$$

Jeżeli założymy, że procentowe błędy graniczne opornic są równe i że wszystkie się dodają to będzie w wartościach skończonych

$$\frac{\Delta_g R}{R}=\frac{\Delta_g R_2}{R_2}=\frac{\Delta_g R_3}{R_3}=\frac{\Delta_g R_4}{R_4},$$

a więc błąd graniczny wzoru *a)*

$$\frac{\Delta_g\Omega}{\Omega}=\frac{\Delta_g C}{C}+2\left(1+\frac{RR_3}{RR_3+RR_4+R_3R_4}\right)\frac{\Delta_g R}{R}+\frac{\delta(R_2R_3)}{R_2R_3}+\frac{\delta\Omega}{\Omega}.$$

Błąd graniczny *b)*:

$$\Omega=C[R_2R_3+R(R_1+R_2)],$$

(względem C) $$\frac{d\Omega}{\Omega}=\frac{dC}{C},$$

(względem R) $$\frac{d\Omega}{\Omega}=\frac{(R_1+R_2)R}{R_2R_3+R(R_1+R_2)}\frac{dR}{R}$$

(względem R_1) $$\frac{d\mathfrak{L}}{\mathfrak{L}} = \frac{RR_1}{R_2R_3 + R(R_1 + R_2)} \frac{dR_1}{R_1},$$

(względem R_2) $$\frac{d\mathfrak{L}}{\mathfrak{L}} = \frac{(R + R_3)R_2}{R_2R_3 + R(R_1 + R_2)} \frac{dR_2}{R_2},$$

(względem R_3) $$\frac{d\mathfrak{L}}{\mathfrak{L}} = \frac{R_2R_3}{R_2R_3 + R(R_1 + R_2)} \frac{dR_3}{R_3}.$$

Tutaj nie zawsze można założyć, że błędy wszystkich oporów są równe, lecz tylko, że błędy opornic R, R_2 i R_3 są równe; błąd dR_1 jest zwykle większy niż tamte, bo wyznacza się go za pomocą oporów R_2, R_3 i R_4. Jeżeli jednak opór ohmowy cewki pomierzono w inny sposób z dokładnością większą niż błąd graniczny opornicy, to można go przyjąć jako równy tamtym, t. zn.

$$\frac{\Delta_g R}{R} = \frac{\Delta_g R_1}{R_1} = \frac{\Delta_g R_2}{R_2} = \frac{\Delta_g R_3}{R_3}$$

i wtedy błąd graniczny wzoru *b)* będzie

$$\frac{\Delta_g \mathfrak{L}}{\mathfrak{L}} = \frac{\Delta_g C}{C} + \frac{2\Delta_g R}{R} + \frac{\delta(R_2R_3)}{R_2R_3} + \frac{\delta\mathfrak{L}}{\mathfrak{L}}.$$

W obu wzorach $\Delta_g C$ przyjmuje się 0,1—0,2%, $\Delta_g R$ 0,1—0,2%, a $\delta(R_2R_3)$ otrzymuje się badając czułość układu przy prądzie stałym, a $\delta\mathfrak{L}$ przy prądzie przemiennym.

Z powyższych wzorów można również wyprowadzić najlepsze warunki pomiaru.

Pojemność kondenzatora zależy do pewnego stopnia od częstości okresów, przeto należy przy pomiarach precyzyjnych wyznaczyć pojemność C właśnie przy tej częstości okresów, z jaką ma się później do czynienia przy pomiarze spółczynnika samoindukcyi.

Protokół pomiaru:

L. p.	C	R_1	R_2	R_3	R	$\mathfrak{L}$	$\Delta\mathfrak{L}$	$\mathfrak{L}_{śr}$	$(\Delta\mathfrak{L})^2$

Pomiar — przy prądzie przemiennym — odbywa się przez kilkakrotne spostrzeganie R przy stałych C, R_1, R_2, R_3 i każdorazowe obliczanie $\mathfrak{L}$.

4. Sposób techniczny.

Sposób techniczny wyznaczenia spółczynnika samoindukcyi stosuje się głównie przy cewkach z żelazem. Wtedy używa się do pomiaru prądu przemiennego o tej samej częstości okresów i tej samej wartości skutecznej natężenia prądu, przy ja-

kich cewka normalnie pracuje. Prócz tego krzywa prądu miernicznego powinna być jak najbardziej zbliżona do sinusoidy.

Jeżeli prąd J, przepuszczony przez cewkę o oporze ohmowym R, wywołuje na jej krańcach spadek napięcia V, to

$$\frac{V}{J}=\sqrt{R^2+\omega^2\mathfrak{L}^2},$$

z tego

$$\mathfrak{L}=\frac{1}{\omega}\sqrt{\left(\frac{V}{J}\right)^2-R^2}.$$

W razie gdy jest do dyspozycyi opór nieindukcyjny R', który może znieść prąd J, to można obliczyć spółczynnik samoindukcyi cewki, mierząc spadek napięcia na cewce V_s i na oporze V_r, wtedy

$$\frac{V_r}{V_s}=\frac{R'}{\sqrt{R^2+\omega^2\mathfrak{L}^2}}$$

z tego

$$\mathfrak{L}=\frac{1}{\omega}\sqrt{R'^2\frac{V_s^2}{V_r^2}-R^2}.$$

B. Pomiary spółczynnika indukcyi wzajemnej.

Spółczynnik indukcyi wzajemnej $\mathfrak{M}$ jest określony stosunkiem cieku Φ wywołanego przez prąd J_1 w jednej cewce, a objętego całkowicie przez n_2 zwojów drugiej cewki, do prądu J_1. Jeżeli przyjmiemy, że rozproszenia nie ma, to

$$\mathfrak{M}=\Phi\frac{n_2}{J_1}=\Phi\frac{n_1}{J_2}=\frac{4\pi\mu n_1 n_2 q}{l},$$

gdzie Φ jest to ciek objęty przez jeden zwój cewki, q przekrój wiązki linii sił, a l jej długość.

Podobnie więc jak przy samoindukcyi, jeżeli to są cewki bez żelaza, to $\mu=1$, a ciek zmienia się proporcyonalnie do prądu wytwarzającego go, wtedy spółczynnik indukcyi wzajemnej jest niezależny od natężenia prądu. Jeżeli zaś cewki mają rdzeń żelazny, wtedy ciek jest zależny także od przenikliwości, a więc spółczynnik indukcyi wzajemnej jest wtedy zależny od prądu.

Stosownie też do tego należy postępować przy pomiarze, t. j. spółczynnik indukcyi wzajemnej cewek z żelazem należy mierzyć przy zastosowaniu prądu o takiem natężeniu i takiej częstości, przy jakich cewka normalnie pracuje.

Inne uwagi porównaj Pomiary spółczynnika samoindukcyi.

1. Metoda balistyczna.

Cewkę, której spółczynnik $\mathfrak{M}$ mamy wyznaczyć, o dwu uzwojeniach, pierwotnem *I* i wtórnem *II*, załącza się według podanego *(rys. 40.)* układu. W obwód pierwotny wstawia się źródło prądu, ampermetr *A*, opór *R'* nieindukcyjny do regulowania i przełącznik. W obwód wtórny załącza się galwanometr balistyczny *G* i opornicę zatyczkową nieindukcyjną *R*.

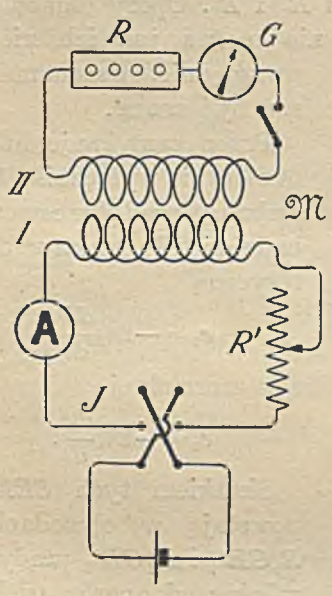
Przez przerwanie prądu *J* w obwodzie pierwotnym wzbudza się w obwodzie wtórnym *SEM* chwilowa

$$e = -\mathfrak{M}\frac{dJ}{dt},$$

powodująca prąd chwilowy *i* w obwodzie złożonym z oporów *R* i *G* i oporu ohmowego cewki, którego zwykle się nie uwzględnia wobec tamtych; tak że

$$e = -\mathfrak{M}\frac{dJ}{dt} = (R+G)i,$$

z tego całka $\int e dt = \mathfrak{M}J = (R+G)\int i dt,$



Rys. 40.

ponieważ $\int i dt$ jest to ilość elektryczności *Q*, jaka przepłynie przez obwód wtórny, przeto

$$\mathfrak{M}J = (R+G)Q;$$

z tego $$\mathfrak{M} = (R+G)\frac{Q}{J}.$$

Ilość elektryczności mierzy się galwanometrem balistycznym

$$Q = c_1\alpha_1\left(1+\frac{\Lambda}{2}\right)^{*}),$$

a natężenie prądu *J* ampermetrem. Obie te wielkości spostrzega się jednocześnie. Jest to więc metoda o 4 zmiennych, z których *R* i *G* są zwykle stałe i ich sumę kładziemy $R+G=R''$, a dwie inne spostrzega się równocześnie.

Opory *R* i *R'* należy tak nastawić, aby *Q* i *J* były największe w granicach podziałki, gdyż wtedy warunki pomiaru są najlepsze.

*) por. Część II. rozdz. I, 2.

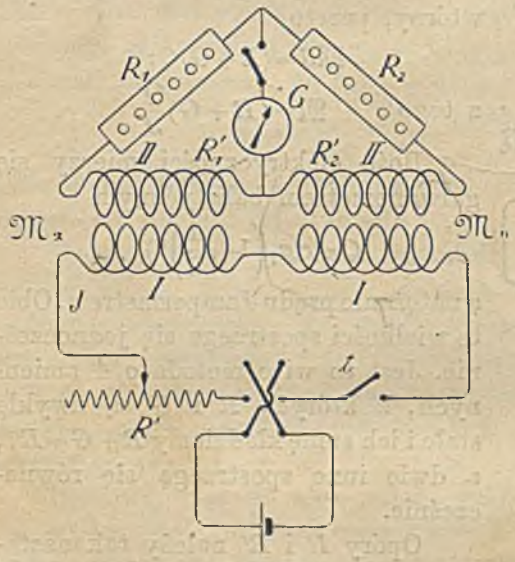
Błąd graniczny, najlepsze warunki pomiaru i protokół są podobne jak przy pomiarze spółczynnika samoindukcyi metodą balistyczną (por. str. 66.).

Jeżeli przerywanie prądu odbywa się za pomocą przełącznika (kołyski Poggendorffa, jak na *rys. 40.)*, to po przerwaniu prądu J następuje natychmiast załączenie go w stronę przeciwną, te dwa impulsy powodują wzbudzenie *SEM* dwa razy większej; wtedy

$$\mathfrak{M} = (R+G)\frac{Q}{2J}.$$

2. Metoda porównawcza.

Do porównywania służy normala indukcyjna o znanym spółczynniku indukcyi wzajemnej $\mathfrak{M}_n$. Obie cewki, badaną i normalną łączy się według podanego układu *(rys. 41.)* tak, że przez ich uzwojenia pierwotne przepływa ten sam prąd J, a ich uzwojenia wtórne są także połączone w szereg ze sobą i z dwiema opornicami zatyczkowemi R_1 i R_2. Opory ohmowe R'_1 i R'_2 są zwykle nie równe i nie można już ich nieuwzględnić, owszem muszą być znane.



Rys. 41.

Przez zamykanie lub otwieranie wyłącznika t, wzbudza prąd J w cewce badanej siłę elektromotoryczną

$$e_x = -\mathfrak{M}_x \frac{dJ}{dt},$$

a w normalnej

$$e_n = -\mathfrak{M}_n \frac{dJ}{dt}.$$

Skutkiem tych *SEM* powstają w obwodach $R_1 G R'_1$ i $R_2 G R'_2$ prądy, zależne od oporów tych obwodów i powodujące odchylenie galwanometru.

Jeżeli przez odpowiedni dobór oporów R_1 i R_2 otrzyma się taki stan, że galwanometr nie dozna odchylenia, to jest to

oznaką, że przez uzwojenia wtórne obu cewek płynie ten sam prąd indukowany i; wtedy

$$\mathfrak{M}_x \frac{dJ}{dt} = i(R_1 + R'_1)$$

$$\mathfrak{M}_n \frac{dJ}{dt} = i(R_2 + R'_2),$$

z tego

$$\frac{\mathfrak{M}_x}{\mathfrak{M}_n} = \frac{R_1 + R'_1}{R_2 + R'_2},$$

a

$$\mathfrak{M}_x = \mathfrak{M}_n \frac{R_1 + R'_1}{R_2 + R'_2}.$$

Do tego samego wyniku możnaby dojść zmieniając $\mathfrak{M}_n$ (zmienna normala), a utrzymując stałe opory R_1 i R_2.

Opornice zatyczkowe R_1 i R_2 można zastąpić drutem mierniczym, zwłaszcza jeżeli opory ohmowe cewek są małe.

Metoda porównawcza należy do rzędu metod o trzech zmiennych, spostrzeganych jednocześnie, z których albo $\mathfrak{M}_n$, albo R_1 i R_2 są stałe; R'_1 i R'_2 mają stałą wartość jako opory ohmowe cewek.

Błąd graniczny wyznacza się według

$$\frac{\Delta_g \mathfrak{M}_x}{\mathfrak{M}_x} = \frac{\Delta_g \mathfrak{M}_n}{\mathfrak{M}_n} + \frac{\Delta_g R_1 + \Delta_g R'_1}{R_1 + R'_1} + \frac{\Delta_g R_2 + \Delta_g R'_2}{R_2 + R'_2} + \frac{\delta \mathfrak{M}_x}{\mathfrak{M}_x},$$

gdzie $\Delta_g \mathfrak{M}_n$ przyjmuje się 0,2%, $\Delta_g R_1$ i $\Delta_g R_2$ 0,1—0,2%, $\Delta_g R'_1$ i $\Delta_g R'_2$ zależą od dokładności, z jaką się opory ohmowe cewek pomierzyło, a $\frac{\delta \mathfrak{M}_x}{\mathfrak{M}_x}$ jest miarą czułości układu, którą się otrzymuje zmieniając R_1 lub R_2 tak długo, aż otrzyma się odchylenie (0,2) podziałki galwanometru.

Protokół pomiaru:

L. p.	$\mathfrak{M}_n$	R'_1	R'_2	R_1	R_2	$\mathfrak{M}_x$	$\mathfrak{M}_{x\acute{s}r}$	$\Delta\mathfrak{M}_x$	$(\Delta\mathfrak{M}_x)^2$

3. Metoda porównawcza z samoindukcyą.

(Według Maxwella).

Cewkę badaną, której uzwojenie wtórne ma opór ohmowy R, a której spółczynnik samoindukcyi $\mathfrak{L}$ jest znany, załącza się w mostek Wheatstone'a w ten sposób, że prąd do mostku przepływa przez jej uzwojenie pierwotne *(rys. 42.)*.

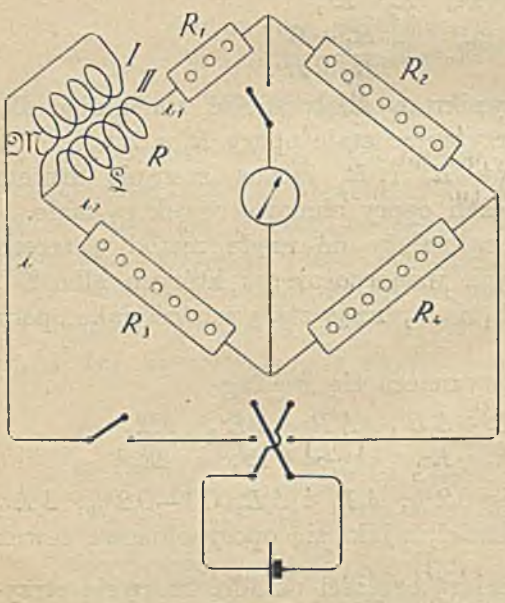
Naprzód sprowadza się układ do równowagi przy prądzie stałym, wtedy

$$(R+R_1)R_4=R_2R_3$$

albo

$$\frac{R+R_1}{R_3}=\frac{R_2}{R_4}.$$

Jeżeli prąd i przerwie się (wyłącznikiem, induktorem lub sekometrem) to w uzwojeniu *II* powstanie *SEM* skutkiem wzajemnej indukcyi



Rys. 42.

$$e_m=-\mathfrak{M}\frac{di}{dt}.$$

Prąd i rozgałęzia się w mostku na i_1 i i_2, z których i_1 wywołuje *SEM* samoindukcyi

$$e_s=-\mathfrak{L}\frac{di_1}{dt},$$

oraz spadek napięcia $i_1(R+R_1)$, a prąd i_2 spadek napięcia i_2R_3.

Jeżeli przez regulowanie oporów sprowadzi się galwanometr do położenia zerowego — przy prądzie przerywanym — jednak tak, aby było zawsze

$$(R+R_1)R_4=R_2R_3,$$

to dla obwodu RR_1GR_3 można ustawić równanie

$$\mathfrak{M}\frac{di}{dt}+\mathfrak{L}\frac{di_1}{dt}=-i_1(R+R_1)+i_2R_3.$$

Ponieważ w razie, gdy przez galwanometr prąd nie płynie

$$i_1(R+R_1)=i_2R_3,$$

przeto

$$\mathfrak{M}\frac{di}{dt}=-\mathfrak{L}\frac{di_1}{dt}.$$

Podstawmy za i i i_2 wartości

$$i=i_1+i_2,\quad i_2=i_1\frac{R+R_1}{R_3},$$

to będzie

$$\mathfrak{M}\frac{di_1}{dt}\left(1+\frac{R+R_1}{R_3}\right)=-\mathfrak{L}\frac{di_1}{dt},$$

z tego $$\mathfrak{M} = -\frac{\mathfrak{L}}{1+\frac{R+R_1}{R_3}} = -\frac{\mathfrak{L}}{1+\frac{R_2}{R_4}}.$$

Znak — oznacza, że obie cewki tak trzeba połączyć, aby ich *SEM*-e wywołane działaniem indukcyi wzajemnej i samoindukcyi były skierowane przeciw sobie.

Celem wyznaczenia błędu granicznego napiszmy ostatnie równanie w formie

$$\mathfrak{M} = -\frac{\mathfrak{L} R_4}{R_2 + R_4}.$$

W ten sposób jest ono podobne do równania Poggendorffa (str. 59 i 60), wyprowadzenie więc tam błędu granicznego, można zastosować tutaj, uwzględniając jednak jeszcze czułość układu przy prądzie stałym, którą się wyznacza ze względu na stosunek $\frac{R_2}{R_4}$, zmieniając go tak długo, aż się otrzyma założone odchylenie galwanometru, oraz czułość układu przy prądzie przemiennym (przerywanym) ze względu na $\mathfrak{M}$. Błąd graniczny będzie więc

$$\frac{\Delta_g \mathfrak{M}}{\mathfrak{M}} = \frac{\Delta_g \mathfrak{L}}{\mathfrak{L}} + \frac{\Delta_g R_4}{R_4} + \frac{\delta\left(\frac{R_2}{R_4}\right)}{\frac{R_2}{R_4}} + \frac{\delta \mathfrak{M}}{\mathfrak{M}},$$

gdzie $\Delta_g \mathfrak{L}$ przyjmuje się, zależnie od dokładności pomiaru spółczynnika samoindukcyi, wzgl. od normali 0,2—0,3%, $\Delta_g R_4$ zakłada się 0,1—0,2, a dwa inne człony są miarą czułości układu przy prądzie stałym wzgl. przemiennym.

Z tego wzoru widać zarazem, że aby otrzymać najlepsze warunki pomiaru, należy obierać duże R_4 i R_2.

Protokół pomiaru:

L. p.	$\mathfrak{L}$	R_2	R_4	$\mathfrak{M}$	$\mathfrak{M}_{śr}$	$\Delta\mathfrak{M}$	$(\Delta\mathfrak{M})^2$

4. Sposób techniczny.

W praktyce ma się do czynienia przeważnie z cewkami pracującemi pod prądem przemiennym; wtedy ich spółczynnik indukcyi wzajemnej $\mathfrak{M}$ odpowiada nasyceniu żelaza, zależnemu od wartości skutecznej natężenia prądu, podczas gdy podane

wyżej sposoby pomiarów tego spółczynnika opierały się na maxymalnych wartościach prądu mierniczego (stałego albo przerywanego). Także częstość okresów nie zawsze da się utrzymać w granicach, odpowiadających normalnym warunkom pracy cewek. W takich wypadkach — zwłaszcza przy dużych prądach — należy się uciec do sposobów technicznych.

Wychodzi się tu z zasadniczego równania na spółczynnik indukcyi wzajemnej

$$\mathfrak{M} = \frac{\Phi n_2}{J_1};$$

ponieważ $e_2 = \Phi n_2 \omega;$

przeto $$\mathfrak{M} = \frac{e_2}{J_1 \omega}.$$

Tutaj e_2 oznacza *SEM* w voltach, wzbudzoną w cewce drugiej przez prąd J_1 w amp., płynący przez cewkę pierwszą; $\omega = 2\pi n$, gdzie n jest to częstość okresów. Wtedy $\mathfrak{M}$ jest wyrażone w henrych.

Z powyższego równania widać, że cewka druga musi być nieobciążona, t. zn. że — zwłaszcza przy cewkach do małych prądów — nie można używać do pomiaru *SEM* e volmetrów zużywających prąd, tylko elektrostatycznych.

Sekometr.

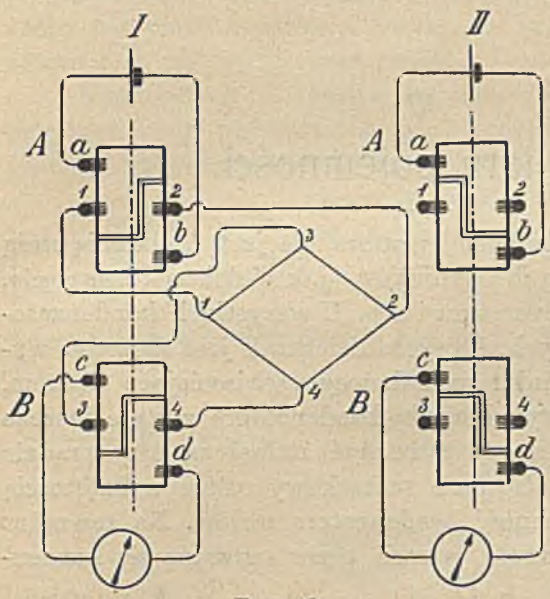
Przy metodach mostkowych pomiaru spółczynnika samoindukcyi i indukcyi wzajemnej można — jak już wspomniano — zastosować zamiast prądu przemiennego, prąd przerywany i to o wielkiej lub małej częstości. Taki prąd przerywany o bardzo małej częstości powstaje n. p. przy zamykaniu lub otwieraniu wyłącznika przy prądzie stałym, a działanie tego prądu można obserwować za pomocą galwanometru balistycznego, lub nawet zwykłego, o ile nie chodzi o pomiar odchylenia. Pewniejsze jednak wyniki można osięgnąć przy większej częstości przerywań n. p. za pomocą induktora lub jeszcze lepiej za pomocą sekometru.

Sekometr jest to przyrząd zbudowany przez Ayrtona i Perryego do pomiarów spółczynnika samoindukcyi z oporu i czasu*). Składa się on z dwuch komutatorów, osadzonych na wspólnym wale; komutatory mają po 2 segmenty metalowe izolowane od siebie paskiem o szerokości kilku *mm*, tak że każdy z nich obejmuje trochę mniej niż połowę obwodu. Oba komutatory są względem siebie przesunięte, tak, że izolujące paski nie leżą

*) Spółczynnik samoindukcyi ma wymiar c; można go także wyrazić przez wymiar scs^{-1}, gdzie s jest wymiarem czasu, a cs^{-1} wymiarem oporu.

w jednej płaszczyźnie. Po bokach każdego komutatora są umieszczone 4 szczotki, ślizgające się po jego powierzchni.

Rys. 43. przedstawia w widoku z góry układ połączeń sekometru Carpentiera w zastosowaniu n. p. do mostku Wheatstone'a. W położeniu *I* komutator *A* wpuszcza prąd z ogniwa do mostku za pomocą szczotek w kierunku *a* 1 2 *b*; komutator *B* dostarcza prądu do galwanometru z mostka za pomocą szczotek w kierunku 3 *c d* 4. Po obrocie — za pomocą motorku elektrycznego — o 180° płynie prąd z ogniwa w kierunku *a* 2 1 *b* przez mostek, do galwanometru w kierunku 4 *c d* 3 (w drugiem położeniu są połączenia z mostkiem nie oznaczone). W ten więc sposób prąd stały z bateryi zmienia się przed mostkiem na przemienny (przerywany) i jako taki przez mostek przepływa, a po wyjściu z mostku zmienia się znowu na stały. Galwanometr dostaje więc uderzenia zawsze jednokierunkowe, tak że przy wielkiej częstości i przy użyciu galwanometru zwykłego, aperyodycznego, otrzymuje się stałe odchylenie zależne od natężenia prądu, płynącego przez gałąź galwanometru.



Rys. 43.

Skutkiem zastosowania galwanometru aperyodycznego zamiast balistycznego, albo zamiast telefonu, zwiększa się znacznie dokładność pomiaru.

V.

Pomiary pojemności.

Pojemność jakiegoś kondenzatora nie jest wielkością stałą lecz zależną od różnych czynników, jak dielektryk, napięcie, częstość okresów, temperatura i t. p. U wszystkich kondenzatorów, a zwłaszcza u tych, których dielektryk jest złożony, występują zjawiska ładunku szczątkowego, objawiające się tem, że mimo pozornego wyładowania kondenzatora zostaje jeszcze jakiś ładunek. Daje się to zauważyć zwłaszcza przy prądzie przemiennym, wtedy ładunek szczątkowy rośnie z częstością okresów, a więc pojemność kondenzatora maleje. Na zewnątrz objawia się to jako strata energii przez ogrzanie się kondenzatora.

Także temperatura wywiera wpływ na pojemność kondenzatora, n. p. pojemność kondenzatora z miki zmniejsza się o 0,02% ze wzrostem temperatury o 1°C.

W wypadkach więc, gdzie mogą zajść podobne zjawiska, należy podać wielkość i rodzaj napięcia mierniczego i w ogóle stosunki zachodzące przy pomiarze.

Przy wszelkich pomiarach pojemności trzeba dbać o to, aby kondenzatory i przyrządy miernicze były dobrze izolowane, gdyż straty na ładunku, powstające skutkiem złej izolacyi, wpływają ujemnie na wynik pomiaru.

Do pomiarów pojemności nadają się przedewszystkiem galwanometry balistyczne. Znajomość ich i teorya działania jest więc koniecznie potrzebną (p. Część II. rozdz. 1_2).

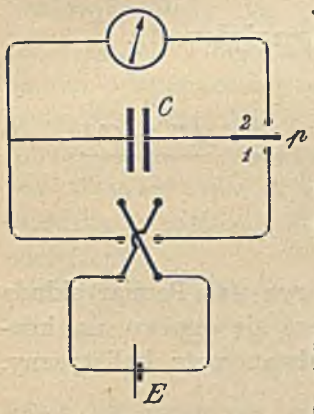
1. Metody balistyczne.

a) Metoda zwykła.

Jest to metoda pośrednia, za pomocą której oblicza się pojemność kondenzatora, znając jego ładunek i siłę elektromo-

toryczną, wywołującą ten ładunek. Jeżeli ma się do dyspozycyi ogniwo normalne, to tem samem wielkość *SEM* jest znana, w przeciwnym razie należy ją pomierzyć elektrostatycznie, ażeby otrzymać te same warunki, co przy ładowaniu kondenzatora t. j. nie wydawanie prądu.

Kondenzator C ładuje się *(rys. 44.)* za pomocą ogniwa przy położeniu przełącznika na 1 i następnie wyładowuje się go przez galwanometr balistyczny (przełącznik na 2). Wtedy pojemność kondenzatora C określona jest stosunkiem jego ładunku Q i *SEM* E



Rys. 44.

$$C=\frac{Q}{E}.$$

Jeżeli pierwsze odchylenie galwanometru balistycznego, odpowiadające ładunkowi Q będzie α_1, to

$$C=\frac{c_b}{E}\alpha_1\left(1+\frac{\Lambda}{2}\right),$$

gdzie c_b jest to stała balistyczna galwanometru, a Λ dekrement logarytmiczny *).

Ładunek kondenzatora musi być tak dobrany, aby odchylenie α'_1 było w granicach skali i to możliwie największe, gdyż wtedy dokładność pomiaru jest największa; otrzymuje się to przez regulowanie napięcia przyłożonego za pomocą oporu upustowego. Ogniwo załącza się na bardzo duży opór R (przy normalnych nie mniejszy niż 100000 Ω!); jeżeli na części oporu R' weźmiemy spadek napięcia V, to

$$V=E\frac{R'}{R}$$

i to V należy wstawić do wzoru zamiast E.

Ażeby zniweczyć wpływ ładunku szczątkowego, ładuje się kondenzator w obu kierunkach za pomocą kołyski Poggendorffa i wyładowuje się go każdorazowo przez galwanometr przy stałem napięciu, biorąc z obu spostrzeżeń α_1 średnie.

Metoda polega na spostrzeganiu jednej zmiennej α_1, inne wielkości E, c_b i Λ muszą być poprzednio wyznaczone lub

*) por. Część II. rozdz. 1_2.

znane i zwykle przyjmuje się je jako stałe; z nich oblicza się każdorazowe C i $C_{śr}$, oraz średni błąd.

Błąd graniczny oblicza się według

$$\frac{\Delta_g C}{C} = \frac{\Delta_g E}{E} + \frac{\Delta_g c_b}{c_b} + \frac{\Delta_g \alpha_1}{\alpha_1} + \frac{\Delta_g \Lambda}{2+\Lambda'}$$

gdzie $\Delta_g E$ można przyjąć (przy ogniwach normalnych) 0,05%, $\Delta_g c_b$ zależy od dokładności wyznaczenia stałej balistycznej galwanometru (0,1%), $\Delta_g \alpha_1$ zakłada się 0,25—0,50 podziałki, a $\Delta_g \Lambda$ 0,1%: $\left(\frac{\Delta_g \Lambda}{\Lambda}\right.$ otrzymuje się różniczkując $1+\frac{\Lambda}{2}$ względem $\left.\Lambda\right)$.

Protokół pomiaru:

L. p.	E	c_b	Λ	α'_1	C	$C_{śr}$	ΔC	$(\Delta C)^2$

b) Metoda Maxwella.

Układ połączeń jest podobny do *rys. 44.* Pomiar składa się z dwuch pomiarów. Naprzód załącza się ogniwo na kondenzator i wyładowuje się je przez galwanometr balistyczny, wtedy według poprzedniego

$$C = \frac{c_b}{E} \alpha_1 \left(1 + \frac{\Lambda}{2}\right).$$

Następnie to samo ogniwo przy tem samem napięciu załącza się w obwód, złożony z drugiego oporu nieindukcyjnego R i tego samego galwanometru balistycznego i obserwuje się odchylenie α galwanometru, użytego w tym wypadku jako statyczny, wtedy

$$\frac{E}{R} = c\alpha,$$

gdzie c jest to stała statyczna galwanometru. Po podstawieniu wartości za E w równanie poprzednie, będzie

$$C = \frac{1}{R} \frac{c_b}{c} \frac{\alpha_1}{\alpha} \left(1 + \frac{\Lambda}{2}\right);$$

ponieważ dla tego samego galwanometru stosunek obu stałych wyraża się przez $\frac{T_0}{\pi}$, gdzie T_0 jest to czas wahnienia bez tłumienia w sekundach, przeto

$$C = \frac{1}{R} \frac{T_0}{\pi} \frac{\alpha_1}{\alpha} \left(1 + \frac{\Lambda}{2}\right).$$

Ten sposób daje się zastosować wtedy, jeżeli galwanometr balistyczny może być użyty jako zwykły (statyczny), co nie zawsze da się osięgnąć.

Metoda składa się z dwu pomiarów; z pierwszego otrzymuje się odchylenia α_1, z drugiego α; T_0 i Λ są jednoczesne z α_1 i wyznacza się je każde dla siebie osobno, R jest jednoczesne z α.

Wynik oblicza się robiąc szereg pomiarów α_1 i α i wyznaczając błędy $\Delta\alpha_1$ i $\Delta\alpha$ i ich wpływ na wynik czyli błędy $(\Delta C)'$ i $(\Delta C)''$; błąd wyniku będzie $\sqrt{(\Delta C)'^2+(\Delta C)''^2}$. Jeżeli nie chodzi o wyznaczenie poszczególnych błędów, to można odrazu podstawić wartości α'_1 i α'' do wzoru i obliczyć pojemność kondenzatora C, a ztąd średni błąd. Przy tem najdogodniej jest wstawić opór R w gałęź kondenzatora za pomocą przełącznika i załączać E naprzemian na R i na C i odczytywać odchylenia.

Błąd graniczny wyznacza się według

$$\frac{\Delta_g C}{C}=\frac{\Delta_g R}{R}+\frac{\Delta_g T_0}{T_0}+\frac{\Delta_g \alpha_1}{\alpha_1}+\frac{\Delta_g \alpha}{\alpha}+\frac{\Delta_g \Lambda}{2+\Lambda},$$

gdzie $\Delta_g R$ przyjmuje się 0,1—0,2%, $\Delta_g T_0$ 0,1%, $\Delta_g \alpha$ 0,1 podziałki, a $\Delta_g \alpha_1$ i $\Delta\Lambda$ jak poprzednio.

Protokół pomiaru:

L. p.	R	t_0	Λ	α_1	α	C	$C_{śr}$	ΔC	$(\Delta C)^2$

2. Metoda porównawcza.

Ta metoda polega na porównywaniu ładunków dwu kondenzatorów, badanego i normalnego za pomocą galwanometru balistycznego. Jako źródło *SEM* najlepiej jest brać ogniwo normalne. Układ połączeń wskazuje *rys. 45*. Przy położeniu przełącznika na 1 kondenzator C się ładuje i galwanometr daje pierwsze odchylenie n. p. α'_1, a przy wyładowaniu (przełącznik na 2) odchylenie α''_1 w drugą stronę. Jeżeli kondenzator jest dobrze izolowany i nie ma strat w dielektryku, to $\alpha'_1=\alpha''_1$, tak jednak prawie nigdy nie jest, wtedy bierze się $\frac{\alpha'_1+\alpha''_1}{2}=\alpha_1$. Ilość elektryczności odpowiadająca temu odchyleniu

$$Q = c_b \alpha_1 \left(1 + \frac{\Lambda}{2}\right).$$

To samo robi się dla kondenzatora normalnego C_n, wtedy

$$Q_n = c_b \alpha_{1n} \left(1 + \frac{\Lambda_n}{2}\right),$$

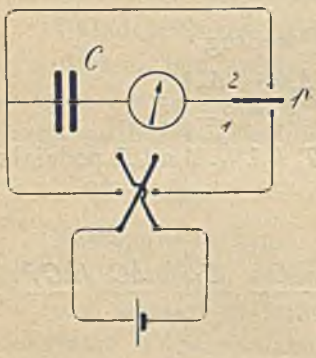
z tego

$$\frac{Q}{Q_n} = \frac{\alpha_1 \left(1 + \frac{\Lambda}{2}\right)}{\alpha_{1n} \left(1 + \frac{\Lambda_n}{2}\right)} = \frac{CE}{C_n E}$$

czyli

$$\frac{C}{C_n} = \frac{\alpha_1 \left(1 + \frac{\Lambda}{2}\right)}{\alpha_{1n} \left(1 + \frac{\Lambda_n}{2}\right)}$$

Jeżeli przy zastosowaniu tego samego ogniwa (wzgl. tego samego napięcia), otrzyma się oba odchylenia w granicach skali, to można uważać w obu wypadkach opór obwodu galwanometru ten sam, wtedy tłumienie jest to samo:



Rys. 45.

$$\Lambda = \Lambda_n,$$

a

$$C_1 = C_n \frac{\alpha_1}{\alpha_{1n}}.$$

Przy tej metodzie ładunek szczątkowy może mieć znaczny wpływ na wynik pomiaru; używa się jej więc przy mierzeniu pojemności kondenzatorów o znacznym ładunku szczątkowym, jeżeli właśnie chodzi o to, aby tenże był uwzględniony. Przez puszczanie prądu w obu kierunkach za pomocą kołyski, można się od tego wpływu uwolnić.

Powyższa metoda posiada 3 zmienne, z których C_n jest zwykle stałe, a α_1 i α_{1n} spostrzega się niejednocześnie. Pomiar składa się więc z szeregu spostrzeżeń α_1 i α_{1n}, z których bierze się średnie, oblicza się średnie błędy i ich wpływ na wynik pomiaru, albo też spostrzega się naprzemian α_1 i α_{1n} — przy umieszczeniu kondenzatorów za pomocą przełącznika — i oblicza każdorazowe C, a potem bierze średnią. Postępowanie przytem i protokoły są podobne, jak przy innych metodach porównawczych (n. p. str. 61).

Błąd graniczny oblicza się według

$$\frac{\Delta_g C}{C} = \frac{\Delta_g C_n}{C_n} + \frac{\Delta_g \alpha_1}{\alpha_1} + \frac{\Delta_g \alpha_{1n}}{\alpha_{1n}},$$

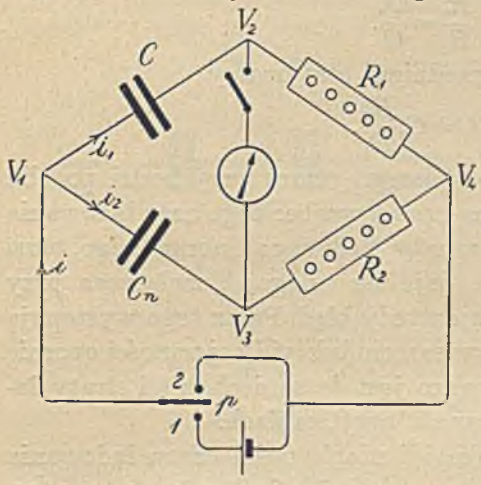
gdzie $\Delta_g C_n$ przyjmuje się 0,2%, $\Delta_g \alpha_1$ i $\Delta_g \alpha_{1n}$ 0,25—0,5 podziałki.

Najlepsze warunki pomiaru będą — jak w ogóle przy metodach podobnych — jeżeli α_1 i α_{1n} są duże i sobie równe. Dąży się do tego przez odpowiedni dobór kondenzatora normalnego i napięcia przyłożonego.

3. Metody zerowe.

a) Metoda Sauty'ego.

Jest to — w przeciwieństwie do metod poprzednich — metoda zerowa. Daje też ona dogodności związane z typem metody. Polega na porównywaniu kondenzatora badanego z normalnym, umieszczonym wraz z nim i dwiema opornicami zatyczkowemi R_1 i R_2 w mostku Wheatstone'a *(rys. 46.)*.



Rys. 46.

Za pomocą przełącznika p można kondenzatory raz ładować, a drugi raz wyładowywać.

Ponieważ to jest metoda zerowa, przy której nie mierzy się odchyleń, można galwanometr balistyczny zastąpić statycznym, znacznie od tamtego czulszym i wygodniejszym.

Przez odpowiedni dobór oporów R_1 i R_2 osiąga się taki stan, że przy ładowaniu i wyładowaniu kondenzatorów galwanometr nie będzie dawał odchylenia. Wtedy różnice potencyałów na obłożeniach obu kondenzatorów będą równe

$$V_1 - V_2 = V_1 - V_3,$$

albo

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q_n}{C_n},$$

gdzie Q i Q_n są to ładunki odpowiednie różnicom potencyałów

z tego $$\frac{C}{C_n}=\frac{Q}{Q_n}.$$

Dalej musi być także

$$V_2-V_4=V_3-V_4,$$

albo $$i_1R_1=i_2R_2,$$

gdzie i_1 i i_2 są to prądy chwilowe przy ładowaniu lub wyładowaniu, można je więc wyrazić przez

$$R_1\int i_1\,dt=R_2\int i_2\,dt,$$

czyli $$R_1Q_1=R_2Q_2,$$

albo $$\frac{R_1}{R_2}=\frac{Q_2}{Q_1},$$

Q_1 będzie to ładunek kondenzatora C, a Q_2 kondenzatora C_n, t. zn. $$\frac{R_1}{R_2}=\frac{Q_n}{Q}.$$

Po porównaniu z poprzedniem otrzymamy

$$C=C_n\frac{R_2}{R_1}.$$

W wyprowadzeniu powyższego wzoru przychodzi po obu stronach całka ze względu na czas t, w obec tego czas ładowania i wyładowania obu kondenzatorów, badanego i normalnego, musi być ten sam, co nie zawsze daje się osięgnąć, zwłaszcza przy pomiarach kabli i co powoduje wtedy błąd. Prócz tego występują jeszcze inne błędy, jak wpływ samoindukcyi i pojemności opornic zatyczkowych, który nie zawsze jest do zaniechania i straty ładunku w dielektryku, zwłaszcza przy kablach.

Od wpływu samoindukcyi i nierówności czasu ładowania można się uwolnić przez przestawienie galwanometru i ogniwa; przy pomiarze trzeba naprzód zamknąć wyłącznik w gałęzi ogniwa, a potem w gałęzi galwanometru. Wzór ostateczny jest ten sam (jest to t. zw. metoda Gott'a).

Metoda Sauty'ego posiada 3 zmienne, z których C_n jest zwykle stałe, a R_1 i R_2 spostrzega się równocześnie.

Błąd graniczny wyznacza się według

$$\frac{\Delta_g C}{C}=\frac{\Delta_g C_n}{C_n}+\frac{\Delta_g R_1}{R_1}+\frac{\Delta_g R_2}{R_2}+\frac{\delta C}{C},$$

gdzie $\Delta_g C_n$ przyjmuje się 0,2%, $\Delta_g R_1$ i $\Delta_g R_2$ 0,1—0,2%, a $\frac{\delta C}{C}$ jest miarą czułości układu, którą się otrzymuje, zmieniając R_1

lub R_2, aż się otrzyma założone odchylenie (0,2) podziałki galwanometru.

Najlepsze warunki pomiaru będą, jeżeli R_1 i R_2 będą duże i sobie równe.

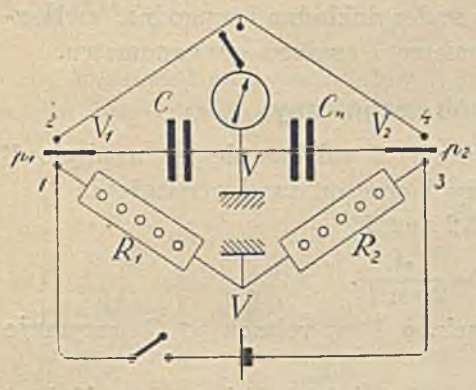
Protokół pomiaru:

L. p.	C_n	R_1	R_2	C	$C_{śr}$	ΔC	$(\Delta C)^2$

Z szeregu wartości C oblicza się $C_{śr}$, oraz średni błąd.

b) Metoda Thomsona.

Wymienione wady poprzedniej metody dadzą się usunąć przez zastosowanie metody Thomsona. Kondenzator badany i normalny załącza się z dwiema opornicami zatyczkowemi według następującego układu mostkowego *(rys. 47.)*.



Rys. 47.

Za pomocą przełączników p_1 i p_2 można ładować i wyładowywać kondenzatory. Przy wyładowaniu (p_1 na 2, p_2 na 4) oba kondenzatory, przeciwnie naładowane, wyładowują się przez galwanometr, którego odchylenie będzie proporcyonalne do różnicy obu ładunków:

$$Q = C(V_1 - V),$$
$$Q_n = C_n(V - V_2).$$

Przez odpowiedni dobór obu oporów R_1 i R_2 można otrzymać taki stan, że przy wyładowaniu galwanometr będzie stać na zerze, wtedy oba ładunki będą równe

$$C(V_1 - V) = C_n(V - V_2),$$

albo

$$\frac{C}{C_n} = \frac{V - V_2}{V_1 - V}.$$

Między opornicami R_1 i R_2 musi być wtedy także potencyał V; wtedy

$$\frac{V_1 - V}{R_1} = \frac{V - V_2}{R_2},$$

$$\frac{V_1 - V}{V - V_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

A więc $$\frac{C}{C_n} = \frac{R_2}{R_1},$$

a $$C = C_n \frac{R_2}{R_1},$$

a więc ten sam wzór, co w poprzedniej metodzie, tylko jak widać czas nie wchodzi tu w rachubę; można więc kondenzatory dowolnie długo ładować i wyładowywać. W obec tego ta metoda nadaje się zwłaszcza wtedy, gdy kondenzatory mają różne dielektryki (pomiary kablowe).

Błąd graniczny, najlepsze warunki i protokół pomiaru są te same, co przy poprzedniej metodzie.

Metoda Thomsona jest nader dokładna i wygodna, zwłaszcza przy zastosowaniu sekometru i czułego galwanometru.

4. Sposób techniczny.

Kondenzator o pojemności C załącza się na napięcie V o częstości okresów n, wtedy bierze on prąd o natężeniu

$$J = 2\pi n C V,$$

z tego $$C = \frac{J}{2\pi n V}.$$

Jeżeli J jest w amperach, a V w voltach to C otrzymuje się w faradach.

Napięcie przyłożone musi mieć przebieg sinusoidalny; w przeciwnym razie wyższe harmoniczne wpływają bardzo na wynik pomiaru, gdyż kondenzator zwiększa wielkość harmonicznych; pojemność pomierzona jest wtedy większą niż rzeczywista.

VI.

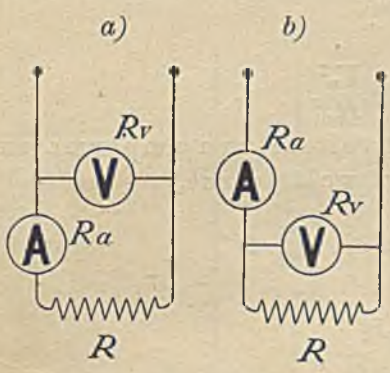
Pomiary mocy.

1. Pomiary mocy prądu stałego.

Moc prądu stałego P określa się iloczynem z napięcia V i natężenia J

$$P = VJ.$$

Ponieważ zarówno voltmetr (z wyjątkiem elektrostatycznych) jak i ampermetr zużywają pewną część mocy, przeto powyższy wzór nie jest zupełnie ścisły, jeżeli do niego się wstawia bezpośrednie wskazania tych przyrządów. Do ścisłego zatem wyznaczenia mocy, czy to wydanej przez źródło prądu (n. p. generator), czy też zużytej przez odbieralnik, należy wprowadzić pewne poprawki do tego wzoru, zależne od rodzaju połączenia voltmetru i ampermetru między sobą.



Rys. 48.

Dwa połączenia są tu możliwe *(rys. 48.)*.

Połączenie a).

1. Moc odbieralnika.

Moc P_R zużyta przez odbieralnik R równa się iloczynowi z napięcia na jego krańcach V_R i prądu J_R przepływającego przez niego

$$P_R = V_R J_R.$$

Wskazania voltmetru i ampermetru niech będą V_v i J_a. Ampermetr A mierzy prąd przepływający przez odbieralnik

$$J_R = J_a.$$

Voltmetr V mierzy spadek napięcia na odbieralniku V_R i na ampermetrze (o oporze R_a) $J_a R_a$, a zatem

$$V_R = V_v - J_a R_a.$$

W obec tego moc

$$P_R = V_v J_a - J^2{}_a R_a,$$

t. zn. od iloczynu z wskazań voltmetru i ampermetru należy odjąć moc zużytą w ampermetrze.

2. Moc źródła prądu.

Moc wydana przez źródło prądu

$$P_g = V_g J_g.$$

Aby dostać cały prąd płynący ze źródła prądu, należy do wskazań ampermetru J_a dodać prąd płynący pod napięciem V_v przez voltmetr (o oporze R_v) t. j. $\frac{V_v}{R_v}$

$$J_g = J_a + \frac{V_v}{R_v}.$$

Voltmetr pokazuje napięcie na krańcach źródła prądu

$$V_g = V_v.$$

Wobec tego moc

$$P_g = V_v J_a + \frac{V_v^2}{R_v},$$

t. zn. do iloczynu z wskazań voltmetru i ampermetru należy dodać moc straconą w voltmetrze.

Połączenie b).

W podobny sposób znaleźć można

1. Moc odbieralnika

$$P_R = V_R J_R$$

$$J_R = J_a - \frac{V_v}{R_v}$$

$$V_R = V_v$$

$$P_R = V_v J_a - \frac{V_v^2}{R_v}.$$

2. Moc źródła prądu

$$P_g = V_g J_g$$

$$J_g = J_a$$

$$V_g = V_v + J_a R_a$$

$$P_g = V_v J_a + J_a^2 R_a.$$

Jeżeli poprawek uwzględnić nie można, n. p. z powodu nieznajomości oporów przyrządów, albo nie potrzeba koniecznie,

to należy zastosować taki układ połączeń, przy którym poprawka byłaby jak najmniejsza.

W obec tego nadawać się będą:

połączenie $a,1$ i $b,2$ do małych natężeń a dużych napięć,

połączenie $a,2$ i $b,1$ do dużych natężeń a małych napięć.

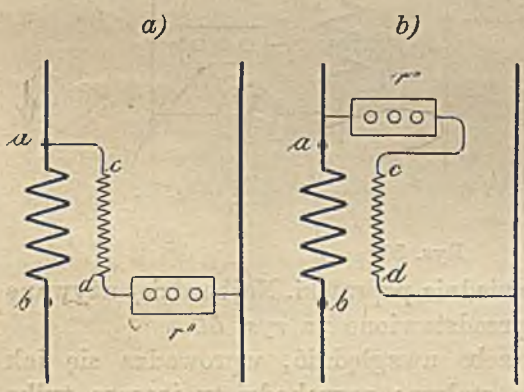
2. Pomiary mocy jednoprądu.

a) Metoda jednego wattmetru.

Moc jednoprądu przy obciążeniu nieindukcyjnem określa się iloczynem z napięcia i natężenia prądu; przy obciążeniu indukcyjnem uwzględnić należy kąt φ przesunięcia fazy między napięciem V a natężeniem J

$$P = VJ\cos\varphi$$

Voltmetr i ampermetr podają wtedy tylko moc pozorną; do pomierzenia zaś mocy rzeczywistej służy wattmetr, którego wskazania są proporcyonalne także do $\cos\varphi$.

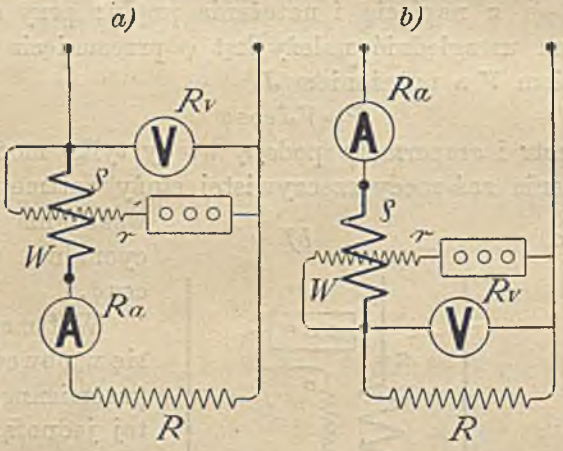


Rys. 49.

Wattmetr załącza się w obwodzie prądu przemiennego — tutaj jednofazowego — w ten sposób, aby przez jego cewkę główną płynął cały prąd, jaki jest w obwodzie, a jego cewkę upustową załącza się równolegle do odbieralnika lub generatora. Prócz tego do wyznaczenia przesunięcia faz dodaje się ampermetr i voltmetr. Zwykle nie można cewki upustowej załączać na całe napięcie wprost, lecz za pośrednictwem oporu dodatkowego, wtedy przy załączaniu wattmetru należy przedewszystkiem zwrócić uwagę na to, aby między jego cewkami nie występywały nigdzie różnice napięcia większe, niż na jakie są zbudowane te cewki. Na *rys. 49.* przedstawione są dwa połączenia względem siebie cewek wattmetru, zależnie od tego, gdzie się załączy opór do-

datkowy r''; ab jest to cewka główna wattmetru, a cd upustowa. Widać odrazu, że przy połączeniu *a)* największa różnica napięcia, występująca tutaj między b i d, jest mniejsza od całego napięcia o spadek napięcia na oporze r'', podczas gdy przy *b)* panuje między b i d całe napięcie, które może być znacznie wyższe od dopuszczalnego. W obec tego połączenie *b)* jest niedopuszczalne, a za pierwszą zasadą łączenia wattmetrów należy wziąć to, żeby jedne końce obu cewek były ze sobą połączone.

Podobnie jak przy prądzie stałym, są tutaj możliwe różne rodzaje połączeń przy mierzeniu mocy. Stosownie też do tego



Rys. 50.

należy wprowadzać odpowiednie poprawki. Najbardziej używane są 2 rodzaje połączeń, przedstawione na *rys. 50.*

Poprawki, jakie trzeba uwzględnić, wprowadza się jak poprzednio przy prądzie stałym; przychodzi tu jeszcze tylko moc stracona w obu cewkach wattmetru. Na *rys. 50.* r oznacza opór cewki upustowej r' wraz z oporem dodatkowym r'', t. zn. $r=r'+r''$, a ϱ opór cewki głównej.

Połączenie a).

1. Moc odbieralnika R.

Ampermetr A mierzy cały prąd płynący przez odbieralnik, a więc $J_R=J_a$.

Voltmetr mierzy napięcie na odbieralniku, oraz na ampermetrze i cewce głównej wattmetru, przeto

$$V_R=V_v-J_a(R_a+\varrho).$$

Wattmetr W mierzy moc zużytą w odbieralniku oraz w ampermetrze i cewce głównej wattmetru, przeto

$$P_R = P_w - J_a^2(R_a + \varrho).$$

2. Moc źródła prądu G.

W podobny sposób będzie

$$J_g = J_a + V_v\left(\frac{1}{R_v} + \frac{1}{r}\right)$$

$$V_g = V_v$$

$$P_g = P_w + V_v^2\left(\frac{1}{R_v} + \frac{1}{r}\right).$$

Połączenie b).

1. Moc odbieralnika:

$$J_R = J_a - V_v\left(\frac{1}{R_v} + \frac{1}{r}\right)$$

$$V_R = V_v$$

$$P_R = P_w - V_v^2\left(\frac{1}{R_v} + \frac{1}{r}\right).$$

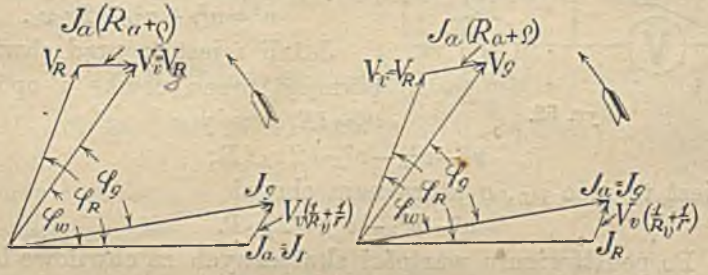
2. Moc źródła prądu:

$$J_g = J_a$$

$$V_g = V_v + J_a(R_a + \varrho)$$

$$P_g = P_w + J_a^2(R_a + \varrho).$$

Drugie człony w powyższych wzorach, które się dodaje lub odejmuje, są to poprawki ze względu na ampermetr lub voltmetr; graficznie przedstawia się je w sposób wskazany na



Połączenie *a)* — Rys. 51. — Połączenie *b)*

Tutaj oznacza:

φ_w przesunięcie faz wskazanie przez wattmetr,
φ_R „ „ na odbieralniku,
φ_g „ „ „ źródle prądu.

rys. 51. Kierunek obrotu wektorów jest przeciwny ruchowi skazówek zegara; wielkości napięcia i natężenia prądu przemien-

nego są wektorami, dodaje się więc je geometrycznie; moce dodaje się arytmetycznie, gdyż są wielkościami linijnemi.

W obu przypadkach nie uwzględniono samoindukcyi cewek, która jest zwykle znikomo mała.

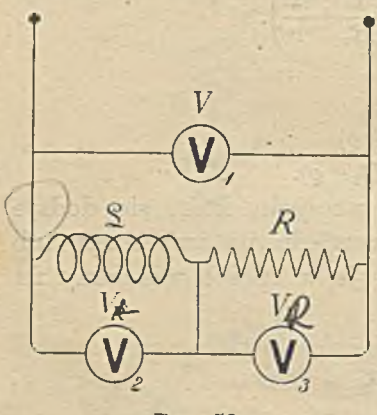
Powyższe poprawki są tak małe, że można ich przy pomiarach technicznych nie uwzględniać, a za to obrać taki układ połączeń, który daje najmniejszą poprawkę. W takim razie nadają się:

połączenie $a, 1$ i $b, 2$ — do małych natężeń a dużych napięć;

połączenie $a, 2$ i $b, 1$ — do dużych natężeń a małych napięć.

b) Metoda trzech voltmetrów (według Swinburne'a).

Moc jednoprądu — zużytą w cewce $\mathfrak{L}$ — można pomierzyć także bez wattmetru, a mianowicie za pomocą trzech voltmetrów i znanego oporu ohmowego, łącząc je z badaną cewką $\mathfrak{L}$ według układu podanego na *rys. 52.* Opór R musi być dostatecznie duży, aby przepuścił prąd płynący przez cewkę.



Rys. 52.

Napięcie chwilowe na cewce niech będzie v_L, a na oporze v_R; wtedy całkowite napięcie chwilowe

$$v = v_R + v_L$$

$$v^2 = v^2_R + v^2_L + 2 v_R v_L.$$

Jeżeli i jest to prąd chwilowy płynący przez cewkę i opór, to $v_R = iR$, wtedy

$$v^2 - v^2_R - v^2_L = 2 v_L i R;$$

$v_L i$ jest to moc p_L, o którą nam chodzi

$$v^2 - v^2_R - v^2_L = 2 p_L R.$$

Po podstawieniu wartości skutecznych za chwilowe będzie

$$P_L = \frac{V^2 - V^2_R - V^2_L}{2R}.$$

Mając to, można obliczyć $\cos\varphi$

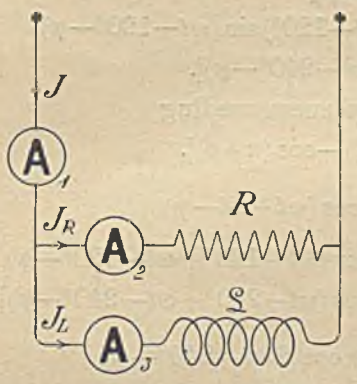
$$\cos\varphi = \frac{P_L}{E_L J} = \frac{V^2 - V^2_R - V^2_L}{2 R V_L J} = \frac{V^2 - V^2_R - V^2_L}{2 V_R V_L}.$$

Ponieważ w liczniku jest tu różnica, przeto średni błąd względny będzie tem większy, im $\cos\varphi$ jest mniejsze; naj-

mniejszy błąd będzie, jeżeli $V_R = V_L$. Widać stąd, że do pomiaru potrzeba podwójnej mocy. Dlatego też, ten sposób nadaje się do pomiaru małych mocy.

c) Metoda trzech ampermetrów (według Fleminga).

Ten sposób polega na tej samej zasadzie co poprzedni, *(rys. 53.)*, tylko zamiast napięć, przychodzą tu natężenia prądów chwilowych.



Rys. 53.

$$i = i_R + i_L,$$

$$i^2 = i^2_R + i^2_L + 2 i_R i_L,$$

$$i^2 - i^2_R - i^2_L = 2 i_R i_L = 2 i_L \frac{v}{R},$$

$$i^2 - i^2_R - i^2_L = \frac{2 p_L}{R},$$

$$P_L = \frac{R (J^2 - J^2_R - J^2_L)}{2}.$$

Z tego można także obliczyć $\cos\varphi$

$$\cos\varphi = \frac{P_L}{V J_L} = \frac{R (J^2 - J^2_R - J^2_L)}{2 V J_L},$$

ponieważ

$$\frac{R}{V} = \frac{1}{J_R},$$

przeto

$$\cos\varphi = \frac{J^2 - J^2_R - J^2_L}{2 J_R J_L}.$$

Uwagi podane przy poprzedniej metodzie, odnoszą się i tutaj.

3. Pomiary mocy trójprądu.

a) Metoda jednego wattmetru (obciążenie równomierne).

Moc całkowita prądu trójfazowego równa się sumie mocy poszczególnych faz

$$P = P_1 + P_2 + P_3.$$

Jeżeli napięcia i natężenia mają przebieg sinusoidalny, to ich wartości chwilowe przy obciążeniu indukcyjnem będą

$$v_1 = v_{1m} \sin \omega t \qquad i_1 = i_{1m} \sin (\omega t - \varphi)$$

$$v_2 = v_{2m} \sin (\omega t - 120^0) \qquad i_2 = i_{2m} \sin (\omega t - 120^0 - \varphi)$$

$$v_3 = v_{3m} \sin (\omega t - 240^0) \qquad i_3 = i_{3m} \sin (\omega t - 240^0 - \varphi)$$

gdzie φ oznacza kąt przesunięcia między napięciem a natężeniem w poszczególnych fazach; znak — przed φ wskazuje, że

tutaj napięcie wyprzedza natężenie prądu, a znaczek m oznacza największą chwilową wartość napięcia wzgl. natężenia.

Przy równem obciążeniu 3 faz i tem samem przesunięciu faz można napisać:

$$P=v_1 i_1+v_2 i_2+v_3 i_3=$$
$$=v_m i_m[\sin(\omega t)\sin(\omega t-\varphi)+\sin(\omega t-120^0)\sin(\omega t-120^0-\varphi)$$
$$+\sin(\omega t-240^0)\sin(\omega t-240^0-\varphi)].$$

Po przekształceniu trygometrycznem według

$$\sin\alpha\sin\beta=\tfrac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)],$$

będzie $P=\frac{v_m i_m}{2}[\cos(\omega t-\omega t+\varphi)-\cos(\omega t+\omega t-\varphi)$

$+\cos(\omega t-120^0-\omega t+120^0+\varphi)-\cos(\omega t-120^0+\omega t-120^0-\varphi)$

$+\cos(\omega t-240^0-\omega t+240^0+\varphi)-\cos(\omega t-240^0+\omega t-240^0-\varphi)]$

$$P=\frac{v_m i_m}{2}\{3\cos\varphi-[\cos(2\omega t-\varphi)+\cos(2\omega t-240^0-\varphi)$$
$$+\cos(2\omega t-480^0-\varphi)\}$$

Położymy $2\omega t-\varphi=\alpha$, a $\cos 480^0=\cos 120^0$,

$$P=\frac{v_m i_m}{2}\{3\cos\varphi-[\cos\alpha+\cos(\alpha-240^0)+\cos(\alpha-120^0)]\}=$$

$$=\frac{v_m i_m}{2}\{3\cos\varphi-[\cos\alpha+\cos\alpha\cos 240^0+\sin\alpha\sin 240^0$$
$$+\cos\alpha\cos 120^0+\sin\alpha\sin 120^0]\},$$

ponieważ $\cos 240^0=\cos 120^0=-\frac{1}{2}$,

$\sin 240^0=-\frac{1}{2}\sqrt{3}$, a $\sin 120^0=\frac{1}{2}\sqrt{3}$,

$$P=\frac{v_m i_m}{2}\{3\cos\varphi-[\cos\alpha-\tfrac{1}{2}\cos\alpha-\tfrac{1}{2}\sqrt{3}\sin\alpha-\tfrac{1}{2}\cos\alpha+\tfrac{1}{2}\sqrt{3}\sin\alpha]\}$$

$$P=\frac{3 v_m i_m}{2}\cos\varphi;$$

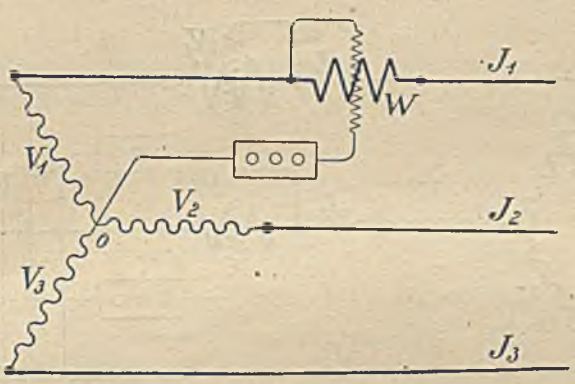
ponieważ $\frac{v_m}{\sqrt{2}}=E$, a $\frac{i_m}{\sqrt{2}}=J$ (wartości skuteczne, wskazane przez przyrządy), przeto

$$\boldsymbol{P=3VJ\cos\varphi.}$$

Widać stąd, że do pomiaru mocy trójprądu przy równomiernem obciążeniu trzech faz wystarczy znać napięcie i natężenie prądu w jednej fazie i kąt przesunięcia między niemi.

Przy połączeniu w gwiazdę o dostępnym punkcie zerowym, wattmetr załączony według *rys. 54.* mierzy moc

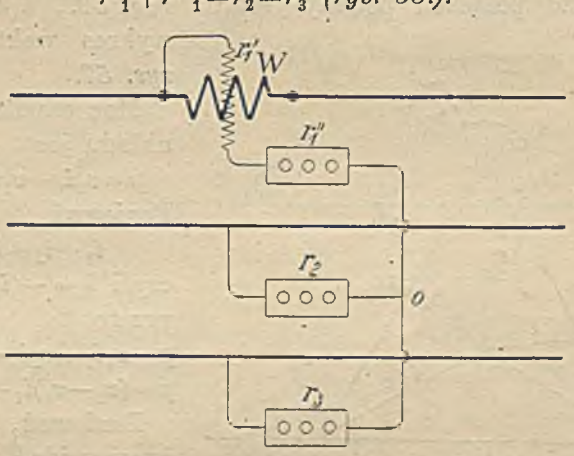
rzeczywistą jednej fazy. Aby otrzymać więc moc całego układu, trzeba pomnożyć wskazania wattmetru przez 3.



Rys. 54.

Przy niedostępnym punkcie zerowym, albo przy połączeniu w trójkąt trzeba stworzyć punkt zerowy 0 za pomocą trzech równych oporów nieindukcyjnych

$$r'_1 + r''_1 = r_2 = r_3 \quad (rys.\ 55.).$$

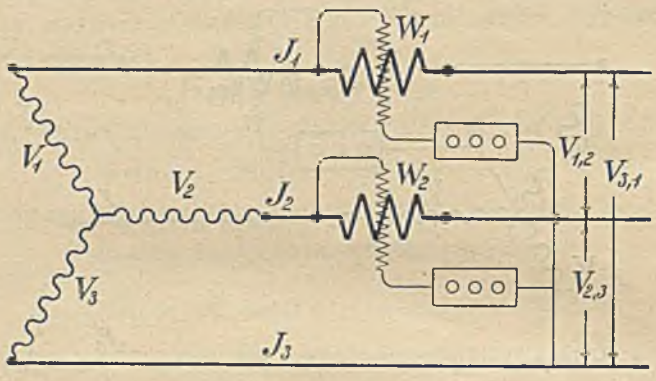


Rys. 55.

b) Metoda dwuch wattmetrów (obciążenie nierównomierne.

Przy obciążeniu nierównomiernem nie można zastosować jednego wattmetru do pomiaru mocy całego układu, lecz trzeba pomierzyć moc każdej fazy osobno i to w tym samym czasie; potrzeba więc do tego 3 wattmetrów. Można jednak obejść się

tylko dwoma wattmetrami przy zastosowaniu takiego układu połączeń, że cewki główne dwu wattmetrów załącza się do dwu

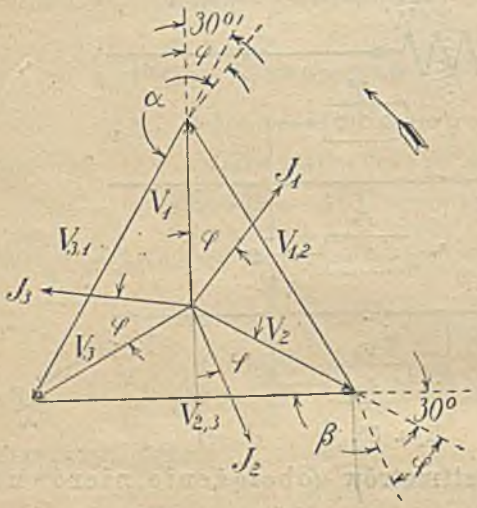


Rys. 56.

faz, a cewki upustowe między daną fazą a trzecią, w której wattmetru niema.

1. Połączenie w gwiazdę:

Układ połączeń podany jest na *rys. 56.*, a odpowiedni wykres wektorowy na *rys. 57.*



Rys. 57.

Moc chwilowa całego układu jest

$$p = v_1 i_1 + v_2 i_2 + v_3 i_3.$$

Ponieważ

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0,$$

czyli $i_3 = -(i_1 + i_2)$,

przeto

$$p = v_1 i_1 + v_2 i_2 - v_3 (i_1 + i_2),$$

$$p = (v_1 - v_3) i_1 + (v_2 - v_3) i_2.$$

Ponieważ, jak z wykresu widać,

$$v_1 - v_3 = -v_{3,1},$$

a $v_2 - v_3 = v_{2,3}$,

przeto

$$p = -v_{3,1} i_1 + v_{2,3} i_2.$$

Tutaj $-v_{3,1} i_1$ oznacza moc chwilową ujemną, wskazaną przez wattmetr W_1, przyczem jednak tę moc ujemną mierzy dodatnie odchylenie wattmetru W_1, a $v_{2,3} i_2$ moc chwilową wska-

zaną przez wattmetr W_2. Przeszedłszy więc z wartości chwilowych na skuteczne, można napisać

$$P = -P_1 + P_2 = P_2 - P_1.$$

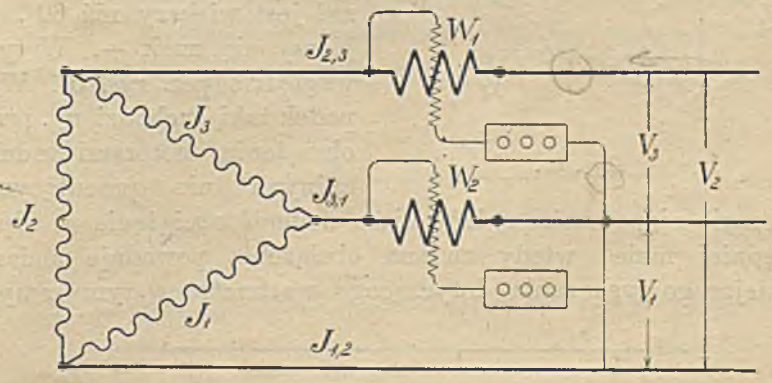
Ponieważ wattmetry wskazują moc rzeczywistą, przeto trzeba uwzględnić kąty przesunięcia faz między $v_{3,1}$ i J_1 oraz $v_{2,3}$ i J_2,

$$P = -V_{3,1} J_1 \cos\alpha + V_{2,3} J_2 \cos\beta.$$

Ponieważ w niektórych wypadkach wskazania wattmetrów się odejmuje, a w innych dodaje, przeto piszemy

$$P = V_{2,3} J_2 \cos\beta \pm V_{3,1} J_1 \cos\alpha,$$

(p. niżej); α oznacza kąt zawarty między natężeniem J_1 a napięciem międzyfazowem $v_{3,1}$, a β kąt między J_2 a $V_{2,3}$.



Rys. 58.

2. Połączenie w trójkąt.

Układ połączeń i wykres wektorów wskazuje *rys. 58.* i *59.* Podobnie jak poprzednio

$$p = v_1 i_1 + v_2 i_2 + v_3 i_3$$
$$v_1 + v_2 + v_3 = 0$$
$$v_3 = -(v_1 + v_2)$$
$$p = v_1 i_1 + v_2 i_2 - (v_1 + v_2) i_3$$
$$p = v_1 (i_1 - i_3) + v_2 (i_2 - i_3).$$

Ponieważ $i_1 - i_3 = i_{3,1}$, a $i_2 - i_3 = -i_{2,3}$, przeto

$$p = v_1 i_{3,1} - v_2 i_{2,3},$$

gdzie moc $v_1 i_{3,1}$ mierzy wattmetr W_2, a moc $-v_2 i_{2,3}$ dodatnie odchylenie wattmetru W_1.

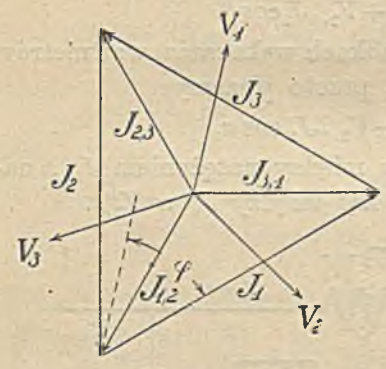
W wartościach skutecznych będzie podobnie jak poprzednio

$$P = P_2 - P_1,$$

czyli

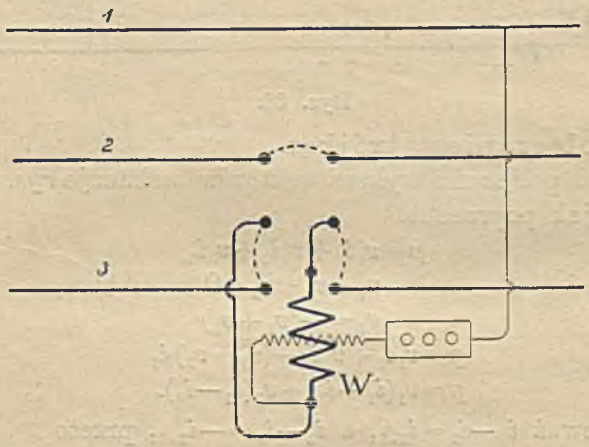
$$P = V_2 J_{2,3} \cos\beta \pm V_1 J_{3,1} \cos\alpha.$$

Porównanie obu wzorów 1. i 2. okazuje, że moc w obu wypadkach jest ta sama. W ten sposób można więc mierzyć w ogóle moc prądów trójfazowych bez względu na połączenie.



Rys. 59.

Znaku + używa się, jeżeli kąt przesunięcia między natężeniem prądu w jednej fazie, a napięciem tejże fazy jest mniejszy niż 60°; jeżeli zaś jest większy niż 60°, to bierzy się znak —. W tym względzie por. *rys. 61.* Wypadek taki zachodzi np. przy obciążeniu motorami indukcyjnymi nie pracującymi. W razie niepewności należy nieco zmienić obciążenie w odpowiedniej fazie, wtedy zmiana obciążenia powoduje zmianę mniejszego wskazania dotyczącego wattmetru w tym samym



Rys. 60.

kierunku, a więc zwiększenie obciążenia daje zwiększenie się odchylenia. Jeżeli wattmetry załącza się w sposób wskazany,

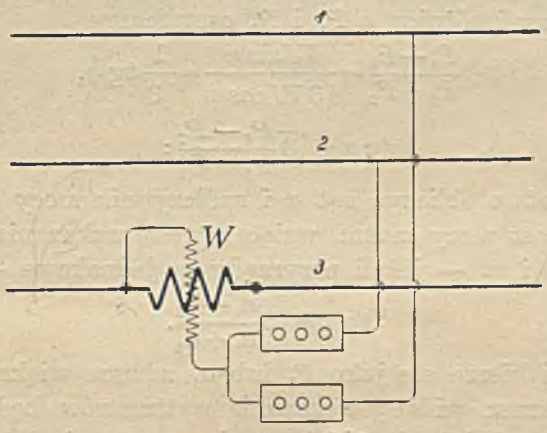
a jeden da odchylenie w przeciwną stronę, to należy go przełączyć, a odczytane wartości wstawić do wzoru z przeciwnym znakiem.

Zamiast dwuch wattmetrów można użyć — pod warunkiem, że obciążenie przez jakiś czas się nie zmienia — jednego wattmetru z przełącznikiem zwierającym *(rys. 60.)*.

Wattmetr włącza się raz w fazę 3, a fazę 2 się zwiera (zaznaczone na rysunku!), a potem przełącza się go na fazę 2, zwierając fazę 3, jednak tak, aby nie było przerwy w żadnej fazie.

Jeżeli przy obu przełączeniach odchylenia wattmetru są w tym samym kierunku, to się odczyty dodaje, w przeciwnym razie od większego odejmuje się mniejsze.

Przy obciążeniu równomiernem może jeden wattmetr wskazać odrazu całą moc trójprądu, jeżeli się go załączy według *rys. 61.*



Rys. 61.

Jak z układu widać, przez cewkę upustową płynie prąd wywołany przez napięcie $V_{2,3}$ i $V_{3,1}$; t. zn. moc całkowitą pomierzy odchylenie wattmetru, spowodowane mocami, których suma byłaby

$$P = V_{2,3} J_2 \cos\beta \pm V_{3,1} J_3 \cos\alpha.$$

Ponieważ $J_2 = J_3$, przeto wattmetr wskaże odrazu całkowitą moc układu.

4. Pomiar spółczynnika mocy dwoma wattmetrami.

(Obciążenie równomierne).

Moc pomierzona za pomocą dwuch wattmetrów jest (por. *rys. 57.*). $P = P_1 \pm P_2$.

Z wykresu widać, że

$$P_1 = V_{3,1} J_1 \cos\alpha = V_{3,1} \cos[180^0 + (\varphi - 30^0)] = V_{3,1} J_1 \cos(\varphi - 30^0)$$
$$P_2 = V_{2,3} J_2 \cos\beta = V_{2,3} \cos[180^0 - (\varphi + 30^0)] = V_{2,3} J_1 \cos(\varphi + 30^0).$$

Przekształćmy to na podstawie

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta$$
$$P_1 = V_{3,1} J_1 (\cos\varphi \cos 30^0 + \sin\varphi \sin 30^0)$$
$$P_2 = V_{2,3} J_2 (\cos\varphi \cos 30^0 - \sin\varphi \sin 30^0).$$

Ponieważ $\cos 30^0 = \frac{1}{2}\sqrt{3}$, a $\sin 30^0 = \frac{1}{2}$, przeto

$$P_1 = V_{3,1} J_1 (\tfrac{1}{2}\sqrt{3} \cos\varphi + \tfrac{1}{2} \sin\varphi)$$
$$P_2 = V_{2,3} J_2 (\tfrac{1}{2}\sqrt{3} \cos\varphi - \tfrac{1}{2} \sin\varphi).$$

Ponieważ założyliśmy obciążenie równomierne, t. zn.

$$V_{3,1} = V_{2,3} = V, \text{ a } J_1 = J_2 = J$$

i jeżeli odchylenia obu wattmetrów są dodatnie, to po utworzeniu sumy i różnicy z P_1 i P_2 otrzymamy

$$\frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2} = \frac{VJ \sin\varphi}{\sqrt{3}\, VJ \cos\varphi} = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{tg}\varphi,$$

z tego

$$\operatorname{tg}\varphi = \sqrt{3} \frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2};$$

stąd już łatwo obliczyć kąt φ i spółczynnik mocy $\cos\varphi$.

Zamiast mocy można wziąć wprost wskazania obu wattmetrów α_1 i α_2 — jeżeli przyrządy są jednakowe — czyli

$$\operatorname{tg}\varphi = \sqrt{3} \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}.$$

Tutaj bierze się jako P_1 lub α_1 zawsze większą wartość. Jak z wykresu widać, wskazania wattmetrów będą nierówne nawet przy obciążeniu nierównomiernem, ponieważ kąty przesunięcia faz natężeń prądu i odpowiednich napięć międzyfazowych α i β są nierówne.

Powyższy sposób jest bardzo szybki ale mało dokładny (różnica i suma we wzorze!) i ważny tylko przy prądach sinusowych i obciążeniu równomiernem.

Część II.

Badania przyrządów, materyałów, izolacyi, lamp i akumulatorów.

I.

Badanie i cechowanie przyrządów mierniczych.

Przyrządy miernicze ulegają pod wpływem czasu, używania ich, wpływów zewnętrznych i t. p., zmianom, powodującym to, że wskazania tych przyrządów nie są zgodne z rzeczywistością. Wtedy należy taki przyrząd poddać cechowaniu t. j. sprawdzeniu zgodności jego wskazań. Tego rodzaju sprawdzanie odbywa się najczęściej przez porównanie danego przyrządu z normalnym, t. j. takim, którego wskazania są pewne.

Potrzebne jest czasem, a w niektórych wypadkach konieczne, poznanie własności danego przyrządu, a więc jego stałych, wpływu temperatury, zużycia energii, oporu wewnętrznego i t. p. Czynności ku temu zmierzające nazywają się badaniem przyrządu mierniczego. Ze względu na wielką rozmaitość tego rodzaju czynności, ograniczymy się tylko do najważniejszych.

1. Badanie galwanometru statycznego.

a) Pomiar oporu wewnętrznego.

Przez opór wewnętrzny jakiegoś przyrządu rozumiemy opór jego cewek, mierzony na krańcach przyrządu.

Do pomiaru oporu wewnętrznego galwanometrów użyć można metod podanych w pomiarach oporów (p. Część I., 1.), z których najlepiej nadaje się mostek Wheatstone'a, albo też metod odrębnych, opierających się na tamtych, lecz od nich znacznie dogodniejszych i dokładniejszych.

1. Mostek Wheatstone'a.

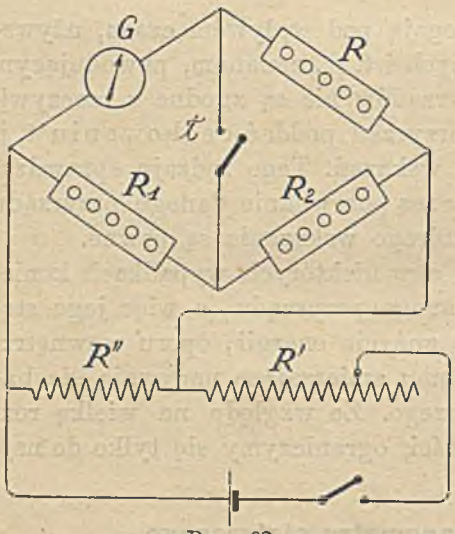
Galwanometr, którego opór wewnętrzny ma się wyznaczyć, umieszcza się jako jeden z oporów w mostku Wheats-

tone'a i postępuje się w zwykły sposób, powyżej podany (p. str. 21.). Ażeby jednak przez galwanometr nie przechodził prąd za duży, należy mieć możność regulowania napięcia przyłożonego do mostku, najlepiej przez załączenie ogniwa w upuście do oporu do regulowania. Sposób ten jest dosyć niewygodny z tego względu, oraz dlatego, że trzeba mieć do dyspozycyi jeszcze jeden galwanometr.

Lepsza jest

2. Metoda Thomsona.

Wymaga ona tylko jednego galwanometru i to właśnie badanego. Umieszcza się go w jednym z boków mostku *(rys. 62.)*, a w jednej przekątni zamiast galwanometru daje się wyłącznik *ł*.



Rys. 62.

Opór G mierzy się za pomocą regulowania oporów R, R_1 i R_2 tak długo, aż zamykanie i otwieranie wyłącznika *ł* nie będzie miało wpływu na odchylenie galwanometru. Wtedy według równania Wheatstone'a

$$G = R\frac{R_1}{R_2}.$$

Najlepsze warunki pomiaru będą, jeżeli opór R_1 obierze się mały, R_2 duży, ogniwo wstawi się między punktami połączeń dwuch oporów dużych z dwoma małymi, a odchylenia galwanometru będą duże. Aby otrzymać jak największe odchylenie galwanometru, można obrać jedno położenie skrajne skali jako punkt zerowy.

Błąd graniczny i protokół pomiaru są te same, co przy pomiarze oporów mostkiem Wheatstone'a. Także i inne uwagi tam podane, stosuje się i tutaj.

3. Metoda odchyłowa.

Galwanometr umieszcza się w upuście do oporu R'' *(rys. 63.)*, który powinien być dość mały, aby zmiana oporu w ga-

łęzi galwanometru nie wpływała na zmianę różnicy potencyałów V na upuście. Za pomocą oporu R' reguluje się prąd płynący z ogniwa.

Jeżeli oporu R niema to

$$V = J_1 G,$$

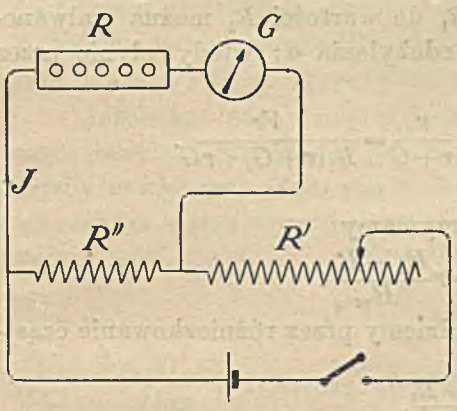
jeżeli zaś jest, to $V = J_2(G+R)$,

z tego $$G = R\frac{J_2}{J_1 - J_2}.$$

Jeżeli odchylenia galwanometru odpowiadające prądom J_1 i J_2 będą α_1 i α_2, to można napisać

$$G = R\frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2}.$$

Błąd graniczny znajdziemy przez różniczkowanie cząstkowe wzoru:



Rys. 63.

$$G = R\frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2},$$

(R zmienne)

$$\frac{dG}{G} = \frac{dR}{R},$$

(α_1 zmienne)

$$\frac{dG}{G} = -\frac{d\alpha_1}{\alpha_1 - \alpha_2},$$

(α_2 zmienne)

$$\frac{dG}{G} = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 - \alpha_2}\frac{d\alpha_2}{\alpha_2}.$$

Jeżeli założymy, że błędy się dodają i że $d\alpha_1 = d\alpha_2$, to błąd całkowity

$$\frac{dG}{G} = \frac{dR}{R} + \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2}\frac{d\alpha_2}{\alpha_2}.$$

Położymy $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = n$, to

$$\frac{dG}{G} = \frac{dR}{R} + \frac{n(n+1)}{n-1}\frac{d\alpha_2}{\alpha_2}.$$

W wartościach skończonych i po uwzględnieniu czułości układu ze względu na G, otrzymamy ostatecznie błąd graniczny

$$\frac{\Delta_g G}{G} = \frac{\Delta_g R}{R} + \frac{n(n+1)}{n-1}\frac{\Delta_g \alpha_2}{\alpha_2} + \frac{\delta G}{G},$$

gdzie $\Delta_g R$ zakładamy 0,1—0,2%, $\Delta_g \alpha_2$ 0,2 podziałki, a δG otrzymuje się, zmieniając jeden z oporów tak długo, aż się otrzyma założone odchylenie (0,2) podziałki galwanometru.

Z powyższego wzoru można określić najlepsze warunki pomiaru: Minimum błędu ze względu na odchylenia

galwanometru będzie*), jeżeli $n=2{,}415$ t. j. $\alpha_1=2{,}415\,\alpha_2$; prócz tego musi być R duże. Ze względu na to, że przyjmujemy różnicę potencyałów V w obu razach równą, musi być opór R' duży, a R'' bardzo mały, aby błąd z tego powodu powstały, był jak najmniejszy.

d) Metoda równych odchyleń.

Układ połączeń jest podobny do metody poprzedniej *(rys. 63.)*, przychodzi tylko jeszcze opór r, załączony równolegle do galwanometru. Jeżeli upustu r nie ma, to prąd przechodzący przez galwanometr i dający odchylenie α będzie

$$J=\frac{V}{R_1+G}.$$

Po załączeniu upustu otrzyma się jakieś inne odchylenie; przez zmniejszenie oporu R_1 do wartości R_2 można galwanometr znów sprowadzić do odchylenia α; wtedy płynie przez niego ten sam prąd

$$J=\frac{V}{R_2+\frac{rG}{r+G}}\,\frac{r}{r+G}=\frac{Vr}{R_2(r+G)+rG}.$$

Z tych obu równań otrzymamy

$$G=r\frac{R_1-R_2}{R_2}.$$

Błąd graniczny znajdziemy przez różniczkowanie cząstkowe wzoru

$$G=r\frac{R_1-R_2}{R_2},$$

(r zmienne) $$\frac{dG}{G}=\frac{dr}{r},$$

(R_1 zmienne) $$\frac{dG}{G}=\frac{dR_1}{R_1-R_2}=\frac{R_1}{R_1-R_2}\,\frac{dR_1}{R_1},$$

(R_2 zmienne) $$\frac{dG}{G}=-\frac{R_1}{R_1-R_2}\,\frac{dR_2}{R_2}.$$

Założywszy, że wszystkie błędy się dodają i że $\frac{dR_1}{R_1}=\frac{dR_2}{R_2}$, będzie

$$\frac{dG}{G}=\frac{dr}{r}+\frac{2R_1}{R_1-R_2}\,\frac{dR_1}{R_1}.$$

W wartościach skończonych i po uwzględnieniu czułości ze względu na G, otrzymamy jako błąd graniczny

$$\frac{\Delta_g G}{G}=\frac{\Delta_g r}{r}+\frac{2R_1}{R_1-R_2}\,\frac{\Delta_g R_1}{R_1}+\frac{\delta G}{G},$$

*) p. Gerard, op. cit. str. 12. i 447.

gdzie $\Delta_g r$ i $\Delta_g R_1$ bierze się 0,1—0,2%, a δG otrzymuje się jak wyżej.

Przez odpowiednią dyskusyę metody, można dojść*), że błąd będzie tem mniejszy, im r mniejsze, a R_1 większe.

Z czterech powyższych metod najdokładniejsze wyniki daje metoda Thomsona, potem metoda równych odchyleń.

b) Wyznaczenie stałej statycznej.

Cewka ruchoma galwanometru, ustawiona równolegle do linii sił magnesu stałego, między którego biegunami jest umieszczona, doznaje pod wpływem prądu J, przepływającego przez nią, odchylenia i stara się ustawić prostopadle do pierwotnego położenia. Ponieważ przeciwdziała temu sprężystość nitki, na której jest zawieszona, przeto cewka przyjmie położenie takie, w którem te dwa momenty, skręcający cewkę i przeciwdziałający temu skutkiem sprężystości nitki, będą się równoważyć.

Jeżeli kąt odchylenia φ jest mały, to moment skręcający nitkę będzie $D\varphi$, gdzie D jest to siła kierująca; moment skręcający cewkę jest Hqn, gdzie H jest to natężenie pola, q powierzchnia zajęta przez jeden zwój, a n liczba zwojów. Wtedy będzie więc

$$D\varphi = JHqn,$$

skąd

$$J = \frac{D}{Hqn}\varphi = c\varphi,$$

gdzie $c = \frac{D}{Hqn}$ nazywa się stałą statyczną galwanometru. Oznacza ona zwykle natężenie prądu w amperach, albo co wygodniej w mikroamperach ($1\mu A = 10^{-6} A$), płynącego przez galwanometr i wywołującego odchylenie o jedną podziałkę. To określenie odnosi się do galwanometrów skazówkowych.

Przy galwanometrach lusterkowych, wielkość odchylenia mierzona na skali w podziałkach, zależy od odległości skali od lusterka. Jeżeli odległość skali od lusterka, mierzoną prostopadle do osi obrotu, a wyrażoną w podziałkach skali, nazwiemy przez A, kąt o jaki się cewka odchyli, przez φ, a odchylenie odczytane na skali przez a, to

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{a}{A},$$

*) p. Gerard loc. cit. str. 449.

czyli $$\varphi = \tfrac{1}{2}\operatorname{arc\,tg}\left(\frac{\alpha}{A}\right).$$

Przy bardzo małych odchyleniach jest $\measuredangle\ \varphi$ proporcyonalny do odchylenia α, t. zn. że wartość łukowa jednej podziałki jest $\frac{1}{2A}$, albo w stopniach łukowych $28^0{,}648\ \frac{1}{A}$.

Przy większych odchyleniach trzeba już uwzględnić dalsze człony szeregu

$$\varphi = 28^0{,}648\,\frac{\alpha}{A}\left(1-\frac{1}{3}\,\frac{\alpha^2}{A^2}+\frac{1}{5}\,\frac{\alpha^4}{A^5}-\ldots\right)$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\alpha}{A}\left(1-\frac{1}{4}\,\frac{\alpha^2}{A^2}+\frac{1}{8}\,\frac{\alpha^4}{A^4}-\ldots\right).$$

Jeżeli odchylenia są mniejsze niż 6^0, to wystarczy uwzględnić tylko drugi człon.

Najlepiej przyjmować jest podziałkę skali w *mm*, a odstęp lusterka od skali $1\,m$.

Stałą podaje się czasem w kątach; będzie to więc prąd odpowiadający odchyleniu galwanometru o 1^0; jest to najpewniejsze określenie, lecz w praktycznem zastosowaniu niewygodne.

Stałą galwanometru nazywają także czułością galwanometru.

Wyznaczenie stałej galwanometru odbywa się najlepiej w ten sposób, że przez galwanometr przepuszcza się prąd o znanem natężeniu J, które powoduje odchylenie α, wtedy $$c = \frac{J}{\alpha}.$$

Prąd J mierzy się za pomocą voltametru lub precyzyjnego ampermetru. Najdogodniej jednak jest użyć do tego celu ogniwa normalnego, o *SEM* E i oporze wewnętrznym ϱ, które się załącza w szereg z galwanometrem i dużym oporem R (np. 100000 Ω). Wtedy $$J = \frac{E}{R+\varrho+G},$$

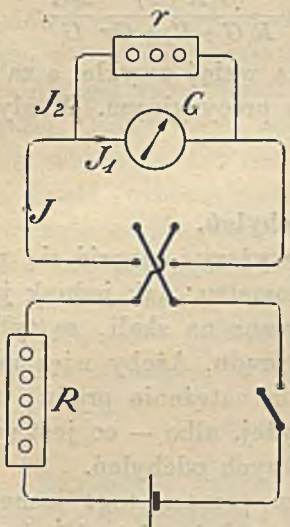
a $$C = \frac{1}{\alpha}\,\frac{E}{R+\varrho+G}.$$

Ażeby otrzymać c w μA, trzeba opory wyrazić w megohmach, a E w voltach.

Zwykle ϱ jest tak małe wobec R, że można je opuścić.

Błąd graniczny stałej c wyznacza się, różniczkując cząstkowo wzór $c=\frac{E}{\alpha(R+G)}$

$$\frac{\Delta_g C}{C}=\frac{\Delta_g E}{E}+\frac{\Delta_g \alpha}{\alpha}+\frac{\Delta_g (R+G)}{R+G},$$



Rys. 64.

gdzie $\Delta_g E$ przyjmuje się 0,05%, $\Delta_g \alpha$ 0,1 podziałki, $\Delta_g R$ 0,1—0,2%, a $\Delta_g G$ zależy od dokładności pomiaru oporu galwanometru.

Z tego wzoru widać również, że aby błąd był najmniejszy, trzeba utrzymywać duże R i duże odchylenie α, które jednak zależne jest od R (por. str. 13). W ogóle powinno się dążyć do tego, aby odchylenie było jak największe.

Jeżeli opór R jest za mały, aby utrzymać odchylenie galwanometru w granicach podziałki, trzeba załączyć upust r do galwanometru *(rys. 64.)*. Wtedy

$$\frac{J_1}{J_2}=\frac{r}{G}$$

$$J_1=J_2\frac{r}{G},$$

ponieważ $J_2=J-J_1$, przeto

$$J_1=\frac{r(J-J_1)}{G}=\frac{Jr}{G+r} \quad \ldots\ldots 1)$$

Za J wartość z $E=JR+J_1G=JR+\frac{Jr}{G+r}G$,

z tego $$J=\frac{E}{R+\frac{Gr}{G+r}} \quad \ldots\ldots 2)$$

Z 1) i 2) $$J_1=\frac{Er}{R(G+r)+Gr}.$$

Ponieważ $c=\frac{J_1}{\alpha}$, przeto

$$c=\frac{1}{\alpha}\frac{Er}{R(G+r)+Gr}.$$

Błąd graniczny tego wzoru znajduje się także za pomocą różniczkowania cząstkowego. Dla uproszczenia podany jest on odrazu (przyczem założono, że błędy procentowe opornic R i r są równe)

$$\frac{\Delta_g c}{c} = \frac{\Delta_g E}{E} + \frac{\Delta_g \alpha}{\alpha} + \frac{2RG + Rr}{R(G+R)+Gr}\frac{\Delta_g R}{R} + \frac{G(R+r)}{R(G+R)+Gr}\frac{\Delta_g G}{G}.$$

Zamiast ogniwa normalnego można wziąć zwykłe, a za to mierzyć natężenie prądu J przyrządem precyzyjnym. Wtedy

$$c = \frac{1}{\alpha}\frac{Jr}{G+r}.$$

c) Badanie proporcyonalności odchyleń.

Stała c, znaleziona w sposób powyższy, odnosić się powinna do każdego odchylenia galwanometru. Jak jednak już wyżej powiedziano, odchylenia, odczytane na skali, są tylko do pewnej granicy proporcyonalne do prądu. Ażeby więc móc użyć odczytane odchylenie do obliczenia natężenia prądu, należy je przeliczyć w sposób podany wyżej, albo — co jest wygodniej — mieć odrazu stałą c dla różnych odchyleń.

Robi się to w ten sposób, że za pomocą tego samego ogniwa i przy regulowaniu oporu, powoduje się odchylenia galwanometru, n. p. co 5 lub 10 podziałek, na przemian w jedną i w drugą stronę od 0, i oblicza się każdorazową wartość stałej c. Te wartości nanosi się jako rzędne dla odpowiednich odchyleń jako odciętych.

Albo też oblicza się z napięcia i oporu każdorazowe natężenie prądu i nanosi się je jako odcięte, a jako rzędne odpowiednie odchylenia. W razie gdy istnieje proporcyonalność między odchyleniami a prądami, to linia łącząca poszczególne punkty jest prostą. W przeciwnym razie odchyłki od niej oznaczają poprawki.

Częstokroć wystarcza, jeżeli z obliczonych wartości stałej przy różnych odchyleniach weźmie się średnią.

Za pomocą przełącznika bada się zgodność odchyleń w obie strony.

2. Badanie galwanometru balistycznego.

Galwanometrem zwykłym można mierzyć tylko prąd trwale przez niego przepływający. Prąd krótko trwający, powoduje

wprawdzie odchylenie cewki ruchomej galwanometru, to odchylenie nie jest jednak miarą natężenia prądu, gdyż zanim galwanometr się uspokoi, prąd już zniknie, a tylko trwałe odchylenie jest tu miarodajne. Do pomiaru krótko trwających prądów, a właściwie ilości elektryczności, powstających skutkiem tych prądów (przy wyładowaniu kondenzatora, przy przerwaniu prądu w cewce), stosuje się zasadę pomiaru siły uderzenia kuli karabinowej lub armatniej; uderzenie sprawia tu ilość elektryczności. Czas trwania uderzenia musi być tak krótki, aby działanie uderzenia już zniknęło, zanim przyrząd dozna odchylenia. Część ruchoma galwanometru musi być w takim razie dostatecznie ciężka, aby dopiero odchyliła się, kiedy prąd już przez nią przepłynął; czas trwania jednego odchylenia musi być bardzo duży, a tłumienie jak najmniejsze.

Równanie podające zależność odchylenia galwanometru od ilości elektryczności jest

$$a_1 = e^{-\frac{\Lambda}{\pi}\operatorname{arc\,tg}\frac{\pi}{\Lambda}} \frac{HqnQ}{\Theta} \frac{T_0}{\pi}.$$

Znajomość wyprowadzenia tego wzoru jest potrzebna do zrozumienia działania i własności galwanometru balistycznego; z tego względu podane jest ono poniżej.

Równanie to wyprowadza się*) z prawa ruchu cewki, że zmiana jej siły żywej jest równa sumie algebraicznej prac elementarnych sił występujących przy odchyleniu. Jeżeli Θ jest to moment bezwładności cewki, ω chyżość kątowa, a M momenty działające przy ruchu, to

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\Theta\omega^2}{2}\right) = \Theta\omega\frac{d\omega}{dt} = \Sigma(M\omega).$$

Ponieważ $\omega = \frac{d\alpha}{dt}$, gdzie α jest to kąt odchylenia cewki w czasie t,

przeto $$\Theta\frac{d^2\alpha}{dt^2} = \Sigma(M).$$

Momenty działające podczas ruchu są następujące:

moment przyśpieszający, zależny od prądu i krótko trwającego i wynoszący według poprzedniego $iHqn$;

moment opóźniający, powstający skutkiem skręcenia nitki, proporcyonalny do kąta odchylenia α, można go wyrazić przez $-D\alpha$, gdzie D jest to siła kierująca;

moment tłumiący, pochodzący od tłumienia cewki skutkiem prądów wirowych i tarcia o powietrze. Praca tłumienia da się wyrazić przez moment spowodowany prądem i', powstającym skutkiem *SEM* przy

*) p. Kohlrausch, Gerard, op. cit.

ruchu cewki z chyżością kątową $\frac{d\alpha}{dt}$; wtedy *SEM* jest $Hqn\frac{d\alpha}{dt}$, a prąd $i'=\frac{Hqn}{R}\frac{d\alpha}{dt}$, gdzie R jest to opór obwodu cewki galwanometru; moment skutkiem prądu i będzie więc

$$i'Hqn=-\frac{H^2q^2n^2}{R}\frac{d\alpha}{dt}$$

Praca tarcia p_t jest proporcyonalna do chyżości, moment będzie więc $-p_t\frac{d\alpha}{dt}$. W obu wypadkach znak — wskazuje, że te momenty są skierowane przeciw momentowi przyspieszającemu.

Całe równanie będzie więc

$$\Theta\frac{d^2\alpha}{dt^2}=iHqn-D\alpha-\frac{H^2q^2n^2}{R}\frac{d\alpha}{dt}-p_t\frac{d\alpha}{dt},$$

czyli

$$\Theta\frac{d^2\alpha}{dt^2}+\left(p_t+\frac{H^2q^2n^2}{R}\right)\frac{d\alpha}{dt}+D\alpha=JHqn \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Jeżeli uderzenie jest krótkie, a moment bezwładności dostatecznie duży, to po czasie τ, kiedy uderzenie już ustąpiło, a cewka jeszcze się nie poruszyła, będzie $\alpha=0$, czyli

$$\Theta\frac{d^2\alpha}{dt^2}=iHqn,$$

po scałkowaniu

$$\Theta\frac{d\alpha}{dt}=Hqn\int_0^\tau idt=HqnQ.$$

gdzie Q jest ilością elektryczności, sprawiająca uderzenie.

Po czasie τ, kiedy ilość elektryczności już ustąpiła, $HqnQ=0$, czyli

$$\Theta\frac{d^2\alpha}{dt}+\left(p_t+\frac{H^2q^2n^2}{R}\right)\frac{d\alpha}{dt}+D\alpha=0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

Jeżeli podzielimy to równanie przez Θ i położymy

$$\frac{p_t}{2\Theta}+\frac{H^2q^2n^2}{2R\Theta}=a,$$

gdzie a jest to t. zw. czynnik tłumienia, a

$$\sqrt{\frac{D}{\Theta}}=b,$$

to równanie 2) przedstawi się w formie

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2}+2a\frac{d\alpha}{dt}+b^2\alpha=0,$$

która ma dwa rozwiązania zależnie od tego, czy $a>b$, czy też $a<b$.

Jeżeli $a>b$, to $\alpha=e^{-at}(Ae^{t\sqrt{a^2-b^2}}+Be^{-t\sqrt{a^2-b^2}})$ . . . . . 3)
jest to równanie ruchu aperyodycznego, wskazujące, że galwanometr bez wahnień wraca do pierwotnego położenia (tłumienie silne).

Jeżeli $a<b$, to $\alpha=e^{-at}(A\cos t\sqrt{b^2-a^2}+B\sin t\sqrt{b^2-a^2})$ . . . . 4)
jest to równanie ruchu peryodycznego, wskazujące, że galwanometr wykonuje cały szereg wahnień w obie strony nim wróci do pierwotnego położenia (tłumienie bardzo słabe).

Jeżeli położymy $\sqrt{b^2-a^2}=\rho$,

to będzie $\alpha=e^{-at}(A\cos t\rho+B\sin t\rho)$ . . . . . 4a)

a $$\frac{d\alpha}{dt} = e^{-at}[(B\rho - Aa)\cos t\rho - (aB + \rho A)\sin t\rho] \quad \ldots\ldots 5)$$

A i B są to stałe całkowania. Znaleść je można, wprowadziwszy w równania 4a) i 5) początkowe warunki ruchu

$$t = 0,\ \alpha = 0,\ \text{a}\ \frac{dx}{dt} = \frac{HqnQ}{\Theta}.$$

Wtedy będzie $$A = 0,\ B = \frac{HqnQ}{\rho\Theta}.$$

Podstawiwszy to w równanie 4a) i 5), będzie

$$\alpha = e^{-at}\frac{HqnQ}{\rho\Theta}\sin t\rho \quad \ldots\ldots 6)$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = e^{-at}\left(\frac{HqnQ}{\Theta}\cos t\rho - \frac{HqnQ}{\rho\Theta}\sin t\rho\right) \quad \ldots\ldots 7)$$

Po czasie t będzie chyżość kątowa $\frac{d\alpha}{dt} = 0$,

czyli $$\frac{HqnQ}{\Theta}\cos t\rho = \frac{aHqnQ}{\rho\Theta}\sin t\rho,$$

albo $$\operatorname{tg} t\rho = \frac{\rho}{a},$$

$$\sin t\rho = \frac{\rho}{\sqrt{a^2 + \rho^2}}.$$

Pierwsze odchylenie α_1 galwanometru będzie określone wielkością α, odpowiadającą czasowi t_1, którego wielkość jest

$$t_1 = \frac{1}{\rho}\operatorname{arc\,tg}\frac{\rho}{a};$$

podstawiwszy to, oraz wartość za $\sin t\rho$ w 6), będzie

$$\alpha_1 = e^{-\frac{a}{\rho}\operatorname{arc\,tg}\frac{\rho}{a}}\frac{HqnQ}{\rho\Theta}\frac{\rho}{\sqrt{a^2 + \rho^2}} \quad \ldots\ldots 8)$$

Po czasie t_1 galwanometr zacznie się wracać, aż po czasie t_2 chyżość kątowa znowu będzie $= 0$, będzie to dla

$$\operatorname{tg} t_2\rho = \operatorname{tg}(\pi + t_1\rho),$$

czyli dla $$t_2 = \frac{\pi}{\rho} + t_1.$$

Podobnie będzie $$t_m = \frac{\pi}{\rho} + t_{m-1} = \frac{\pi}{\rho}(m-1) + t_1.$$

W ogóle dla odchylenia α_m otrzymamy według 6)

$$\alpha_m = e^{-at_m}\frac{HqnQ}{\rho\Theta}\sin[\pi(m-1) + t_1\rho],$$

albo $$\alpha_m = \alpha_1 e^{-a(m-1)\frac{\pi}{\rho}} \quad \ldots\ldots 9)$$

Widać stąd, że odchylenia cewki galwanometru są równe pod względem czasu trwania odchylenia, przyczem ten czas jest $\frac{\pi}{\rho} = T$.

e^{-aT} wskazuje, że amplituda odchyleń maleje geometrycznie. Wykładnik aT, wzięty ze znakiem dodatnim, nazywa się dekrementem lo-

garytmicznym, $\Lambda = aT$; jest on logarytmem naturalnym ilorazu z dwuch po sobie następujących odchyleń

$$\Lambda = \log_n \frac{\alpha_{m-1}}{\alpha_m} = \log_n k,$$

gdzie k jest to t. zw. stosunek tłumienia.

Podstawiwszy wartości za a i b, będzie

$$a = \frac{\Lambda}{T} = \frac{p_t}{2\theta} + \frac{H^2 q^2 n^2}{2R\theta},$$

$$b = \frac{1}{T}\sqrt{\pi^2 + \Lambda^2} = \sqrt{\frac{D}{\theta}},$$

a

$$\alpha_1 = e^{-\frac{\Lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\Lambda}} \frac{HqnQ}{\theta} \frac{1}{\sqrt{\pi^2 + \Lambda^2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 10)$$

Jeżeli tłumienia niema, to $a = 0$ i $\Lambda = 0$, a czas wahnienia

$$T_0 = \frac{\pi}{b},$$

stąd

$$T = T_0 \sqrt{1 + \frac{\Lambda^2}{\pi^2}}.$$

Podstawiwszy to w równanie 10), będzie (jak na str. 119.)

$$\alpha_1 = e^{-\frac{\Lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\Lambda}} \frac{HqnQ}{\theta} \frac{T_0}{\pi}.$$

Z tego można już obliczyć ilość elektryczności przepływającą przez galwanometr

$$Q = \frac{\theta}{Hqn} \frac{\pi}{T_0} \alpha_1 e^{\frac{\Lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\Lambda}} \quad \ldots\ldots \quad 11)$$

Wyrażenie $\frac{\theta}{Hqn} \frac{\pi}{T_0} = c_b$ nazywa się stałą balistyczną galwanometru;

$$Q = c_b \alpha_1 e^{\frac{\Lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\Lambda}} \quad \ldots\ldots \quad 11a)$$

Dekrement logarytmiczny jest zwykle mały, tak że można przyjąć $\operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\Lambda}$ prawie równy $\frac{\pi}{2}$, wobec tego będzie

$$Q = c_b \alpha_1 e^{\frac{\Lambda}{2}}.$$

Ponieważ $e^{\frac{\Lambda}{2}} = 1 + \frac{\Lambda}{2} + \frac{1}{1.2}\frac{\Lambda^4}{4} + \ldots$, gdzie wyższe człony można opuścić, przeto

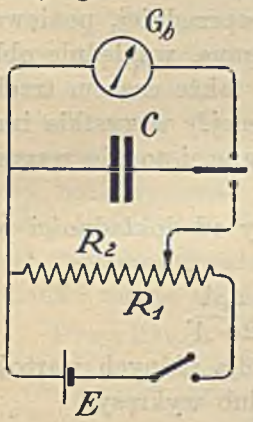
$$Q = c_b \alpha_1 \left(1 + \frac{\Lambda}{2}\right) \quad \ldots\ldots \quad 12)$$

Jest to równanie, którego można w większości wypadków użyć. Widać stąd, że do wyznaczenia ilości elektryczności trzeba, prócz stałej balistycznej, znać jeszcze dekrement logarytmiczny.

a) Wyznaczenie stałej balistycznej.

1. Za pomocą kondenzatora.

Kondenzator normalny o pojemności C ładuje się za pomocą ogniwa normalnego o *SEM* E i wyładowuje się go przez galwanometr balistyczny *(rys. 65.)*. Wtedy ilość elektryczności Q, jaka przepłynie przez galwanometr będzie określona przez



Rys. 65.

$$Q = CE = c_b \alpha_1 \left(1 + \frac{\Lambda}{2}\right),$$

z czego

$$c_b = \frac{CE}{\alpha_1 \left(1 + \frac{\Lambda}{2}\right)}.$$

Jeżeli ładunek kondenzatora jest za duży w stosunku do odchyleń galwanometru i aby można było wyznaczać stałą przy różnych wartościach ładunku, zmniejsza się napięcie ogniwa przez umieszczenie go w upuście do oporu R_1, wtedy będzie

$$c_b = \frac{CE\frac{R_2}{R_1}}{\alpha_1 \left(1 + \frac{\Lambda}{2}\right)}.$$

Błąd graniczny stałej c_b będzie

$$\frac{\Delta_g c_b}{c_b} = \frac{\Delta_g C}{C} + \frac{\Delta_g E}{E} + \frac{\Delta_g R_1}{R_1} + \frac{\Delta_g R_2}{R_2} + \frac{\Delta_g \alpha_1}{\alpha_1} + \frac{\Delta_g \Lambda}{2+\Lambda},$$

gdzie $\Delta_g C$ przyjmuje się 0,2%, $\Delta_g E$ 0,05%, $\Delta_g R_1$ i $\Delta_g R_2$ 0,1—0,2%, $\Delta_g \alpha_1$ 0,25—0,5 podziałki, a $\Delta_g \Lambda$ 0,2%.

Przy tej metodzie otrzymuje się tę stałą balistyczną, którą odpowiada tłumieniu $=0$, gdyż odchylenie galwanometru jest tu w znacznych granicach (do 100000Ω) nie zależne od oporu galwanometru.

2. Za pomocą cewki.

Ta metoda polega na mierzeniu ilości elektryczności wzbudzonej w cewce wtórnej, o liczbie zwojów n_2, połączonej z galwanometrem, przy przerywaniu prądu J w cewce pierwotnej n_1 (por. str. 79.). Jeżeli opór obwodu galwanometru jest R, to ilość elektryczności Q, jaka przy tem powstanie, będzie

$$Q = \mathfrak{M}\frac{J}{R} = \frac{4\pi J n_1 n_2 q}{lR} = c_b \alpha_1 \left(1 + \frac{\Lambda}{2}\right),$$

Z tego $c_b = \frac{4\pi J n_1 n_2 q}{lR\alpha_1\left(1+\frac{\Lambda}{2}\right)} = \frac{\mathfrak{M}J}{R\alpha_1\left(1+\frac{\Lambda}{2}\right)}$.

Tutaj stała zależy od oporu R, a więc od tłumienia.

Ta metoda jest mniej dokładna od poprzedniej, ponieważ gdy tam tylko dwie wielkości są spostrzegane, względnie obliczane t. j. α_1 i Λ, to tutaj prócz R, które także czasem trzeba mierzyć (opór galwanometru i cewki wtórnej!) wszystkie inne wielkości są mierzone, względnie spostrzegane, i to nie wszystkie jednocześnie.

Błąd graniczny tej metody zależy od dokładności pomiarów poszczególnych wielkości

$$\frac{\Delta_g c_b}{c_b} = \frac{\Delta_g \mathfrak{M}}{\mathfrak{M}} + \frac{\Delta_g J}{J} + \frac{\Delta_g R}{R} + \frac{\Delta_g \alpha_1}{\alpha_1} + \frac{\Delta_g \Lambda}{2+\Lambda}.$$

Stałą balistyczną należy wyznaczać dla różnych wartości α i otrzymane wyniki ułożyć w wykazy lub wykresy.

b) Wyznaczenie dekrementu logarytmicznego.

Dekrement logarytmiczny Λ jest to logarytm naturalny stosunku dwu bezpośrednio po sobie następujących odchyleń α_1 i α_2, albo jeżeli się weźmie odchylenia α_1 i α_m, to

$$\Lambda = \frac{1}{m-1}\log_n \frac{\alpha_1}{\alpha_m},$$

wyznacza się go więc przez odczytywanie odpowiednich odchyleń, przy zastosowaniu układu połączeń podanego na *rys. 65.*

Błąd graniczny znaleść można przez zróżniczkowanie względem $\frac{\alpha_1}{\alpha_m}$

$$d\Lambda = \frac{1}{m-1}\,\frac{\alpha_m d\alpha_1 - \alpha_1 d\alpha_m}{\alpha_1 \alpha_m},$$

a

$$\frac{d\Lambda}{\Lambda} = \frac{\alpha_m d\alpha_1 - \alpha_1 d\alpha_m}{\alpha_1 \alpha_m \log \frac{\alpha_1}{\alpha_m}}.$$

Jeżeli położymy $-d\alpha_m = d\alpha_1$, to w wartościach skończonych

$$\frac{\Delta_g \Lambda}{\Lambda} = \frac{\alpha_1 + \alpha_m}{\alpha_m \log \frac{\alpha_1}{\alpha_m}}\,\frac{\Delta_g \alpha_1}{\alpha_1},$$

gdzie $\Delta_g \alpha_1$ przyjmuje się 0,25—0,5 podziałki.

Z tego wzoru można znaleść najlepsze warunki pomiaru, t. j. minimum członu pierwszego, a więc najlepszy stosunek $\frac{\alpha_1}{\alpha_m}$, przez położenie pochodnej $=0$.

c) Wyznaczenie czasu wahnienia.

Czasem jednego wahnienia galwanometru nazywamy czas, w jakim przebiega cewka od jednego położenia skrajnego do drugiego (jest to więc czas jednego półokresu).

Najlepiej jest obserwować kilkakrotnie za pomocą chronometru czas przejścia skazówki przez 0. Gdyby się wzięło średnią z n obliczonych czasów wahnienia, to otrzymałoby się wynik taki sam, jak przez podzielenie przez n różnicy między pierwszem a n-tem spostrzeżeniem. Pośrednie spostrzeżenia byłyby bezpożyteczne. Ażeby je uwzględnić, robimy parzystą liczbę spostrzeżeń, dzielimy na 2 części i z odpowiednio kolejnych spostrzeżeń obliczamy czas wahnienia; z tak otrzymanych wartości bierze się średnią.

Przykład:

L. p.	Czas przejścia przez 0 w sek.	Czas wahnienia w sek.
1	6,0	
2	24,4	z 1 i 4 $\frac{54,0}{3}=18,0$
3	42,2	
4	60,0	z 2 i 5 $\frac{53,5}{3}=17,8$
5	77,9	
6	96,5	z 3 i 6 $\frac{54,3}{3}=18,1$

średni czas wahnienia 17,98 sek.

Jeżeli wahnienia następują za szybko po sobie, to notuje się co drugie przejście, albo dojścia do położenia skrajnego po jednej stronie, a wahnienia oblicza się jak wyżej, tylko z uwzględnieniem odpowiednich zmian.

Czas wahnienia galwanometru bez tłumienia T_0 można obliczyć na podstawie wyprowadzonego powyżej stosunku

$$T_0=\pi\frac{T}{\sqrt{\pi^2+\Lambda^2}},$$

t. zn. trzeba znać lub obliczyć poprzednio czas T i dekrement logarytmiczny Λ.

Błąd graniczny powyższego wzoru będzie

$$\frac{\Delta_g T_0}{T_0}=\frac{\Delta_g T}{T}+\frac{\Lambda^2}{\pi^2+\Lambda^2}\frac{\Delta_g \Lambda}{\Lambda},$$

gdzie za $\Delta_g T_0$ i $\Delta_g \Lambda$ wstawia się znalezione poprzednie wartości.

d) Badanie tłumienia galwanometru.

Charakterystyką tłumienia galwanometru jest stosunek

$$k=\frac{\alpha_1}{\alpha_2}=\frac{\alpha_2}{\alpha_3}=\ldots$$

albo $\frac{\alpha_1}{\alpha_3}=k^2$, czyli $k=\sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_3}}$, albo ogólnie

$$k=\sqrt[n-m]{\frac{\alpha_m}{\alpha_n}},$$

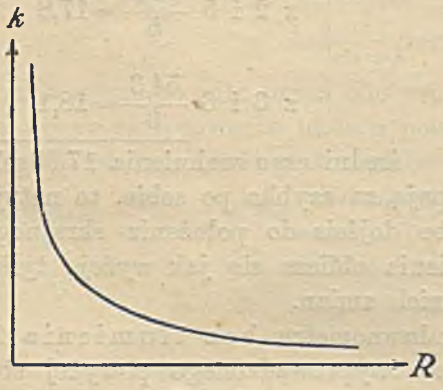
przyczem $\log_n k=\Lambda$, t. j. dekrement logarytmiczny. Oprócz Λ wprowadza się także $\lambda=\log k$, czyli $k=10^\lambda$, albo $\Lambda=2{,}3026\,\lambda$, a $k=e^\Lambda$.

Wobec tego można równanie 11a) napisać w formie

$$q=c_0\alpha_1 k^{\frac{1}{\pi}\operatorname{arc\,tg}\frac{\pi}{\Lambda}};$$

gdzie $k^{\frac{1}{\pi}\operatorname{arc\,tg}\frac{\pi}{\Lambda}}=K$ i nazywa się **spółczynnikiem tłumienia.**

Najważniejszym czynnikiem tłumiącym ruch cewki galwanometru są prądy indukowane podczas jej ruchu w polu magnetycznem. Im ten prąd jest większy, tem tłumienie silniejsze; zależy więc ono od oporu R obwodu cewki galwanometru t. j. od oporu wewnętrznego galwanometru G i oporu reszty obwodu R'; $R=G+R'$. Ponieważ opór G jest zwykle stały, przeto tłumienie zależy głównie od oporu R'.



Rys. 66.

Zależnie od oporu $R=G+R'$ mogą zajść 3 wypadki:

a) $R>R_k$, gdzie R_k jest to t. zw. **opór krytyczny**, powodujący ruch aperyodyczny. Wtedy tłumienie jest małe, a galwanometr wykonuje peryodyczne wahnienia około położenia pierwotnego t. zn. $k>1$ ale $<\infty$.

b) $R=R_k$, wtedy galwanometr po pierwszem odchyleniu wraca odrazu do pierwotnego położenia t. zn. ruch jest aperyodyczny, $k=\infty$. Wtedy równanie 11a) będzie $q=c_0\alpha e$, czyli $K=e$.

c) $R < R_k$, wtedy tłumienie jest za wielkie, cewka potrzebuje do wrócenia do pierwotnego położenia dłuższego czasu niż wynosi jej naturalny czas wahnienia. Wtedy $K > e$.

Widać stąd, że każdej wartości R odpowiada inna wartość k; przy używaniu więc galwanometru balistycznego n. p. do metod porównawczych, trzeba utrzymywać przy każdym pomiarze ten sam opór R, albo znać zależność k od R. Ta zależność przedstawia się jak krzywa na *rys. 66.*

Opór załączony równolegle do galwanometru (upust), sprawia przeciwne działanie niż załączony szeregowo: przy zmniejszaniu upustu dekrement, a więc i tłumienie, rosną. Wielkość upustu dla otrzymania ruchu aperyodycznego okrośla, jak poprzednio, opór krytyczny.

Opór krytyczny R_k znaleźć można z warunku, że $a = b$,

czyli $$\frac{p_t}{2\Theta} + \frac{H^2 q^2 n^2}{2 R_k \Theta} = \sqrt{\frac{D}{\Theta}}.$$

Tłumienie powietrzne jest zwykle o wiele słabsze od indukcyjnego, można je więc opuścić, wtedy

$$R_k = \frac{H^2 q^2 n^2}{2\Theta} \sqrt{\frac{\Theta}{D}} = \frac{H^2 q^2 n^2}{2\Theta} \frac{T_0}{\pi}.$$

Opór krytyczny wyznacza się zwiększając opór załączony w szereg z galwanometrem, lub zmniejszając upust galwanometru tak długo, aż otrzyma się ruch aperyodyczny, t. j. aż galwanometr po pierwszem odchyleniu wróci odrazu do pierwotnego położenia.

Stosunek tłumienia k oznacza się w zależności od oporu obwodu galwanometru R, powodując wahnienia galwanometru — tą samą ilością elektryczności — przy układzie połączeń *rys. 65.* i zamykając obwód oporami R od ∞ do najmniejszego. Można także zmieniać opór upustem.

Otrzymane wartości nanosi się jako krzywę tłumienia $k = f(R)$ *(rys. 66.)*.

e) Sprawdzenie stosunku stałej statycznej do balistycznej.

Poprzednio mieliśmy, że dla tego samego galwanometru

stała statyczna $$c = \frac{D}{Hqn},$$

a stała balistyczna $$c_b = \frac{\Theta}{Hqn} \frac{\pi}{T_0}.$$

Z praw wahadła mamy

$$T_0 = \pi\sqrt{\frac{\Theta}{D}}, \text{ z tego } D = \frac{\pi^2}{T_0^2}\Theta.$$

Podstawmy to w równanie na c

$$c = \frac{\Theta}{Hqn}\frac{\pi^2}{T_0^2}.$$

Porównajmy to ze wzorem na c_b, to otrzymamy

$$\frac{c}{c_b} = \frac{\pi}{T_0}.$$

Za T_0 można podstawić wartość poprzednio znalezioną

$$T_0 = \pi\frac{T}{\sqrt{\pi^2 + \Lambda^2}};$$

$$\frac{c}{c_b} = \frac{\sqrt{\pi^2 + \Lambda^2}}{T}.$$

Sprawdzenie tego stosunku odbywać najlepiej ze względu na π; t. j. obliczyć błąd graniczny $\Delta_g\pi$, oraz π' jakie wypada według $\pi = \frac{c}{c_b}T_0$.

Błąd graniczny π wynosi

$$\frac{\Delta_g\pi}{\pi} = \frac{\Delta_g c}{c} + \frac{\Delta_g c_b}{c_b} + \frac{\Delta_g T_0}{T_0},$$

gdzie za poszczególne błędy graniczne wstawia się błędy otrzymane przy wyznaczaniu tych wielkości.

Wtedy $\frac{\pi - \pi'}{\pi}$ musi być mniejsze od $\frac{\Delta_g\pi}{\pi}$.

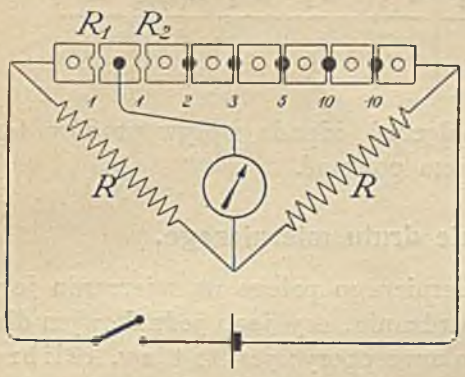
f) Pomiar oporu galwanometru.

Opór galwanometru balistycznego mierzy się jedną z metod podanych w poprzednim ustępie (str. 111 i n.), używając galwanometr jako statyczny, lub też wprost jako opór nieznany.

3. Cechowanie opornic.

Opornice o jednej wartości cechuje się, porównując je z takiemi samemi opornicami normalnemi; tak samo opornice zatyczkowe najlepiej jest porównywać z normalnemi opornicami zatyczkowemi. W razie braku tychże używa się oporu normalnego (o jednej wartości) i porównywuje się części lub wielokrotności pewnego oporu o tej samej wartości normalnej ze sobą, a potem jedną część z normalnym oporem.

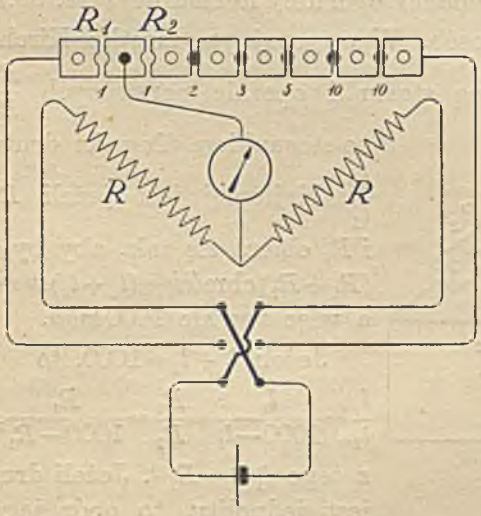
Najlepiej jest zastosować układ połączeń mostku Wheatstone'a *(rys. 67.)*. Opornicę badaną łączy się według układu z dwoma znanymi oporami jednakowymi R. Opory połączeń tych oporów z opornicą badaną muszą być jednakowe. — Galwanometr przyłącza się tak, aby opornica rozpadła się na 2 części R_1 i R_2 o tej samej nominalnej wartości. Jeżeli $R_1 = R_2$, to galwanometr stoi na 0; zwykle jednak tak nie jest, lecz dostaje się odchylenie α_1. Wtedy załącza się zwykle do mniejszego zcechowanego oporu, n. p. do R_2 mały znany normalny opór r (n. p. 0,01, 0,1, 1 Ω, jednak większy od $R_1 - R_2$), wtedy odchylenie będzie $-\alpha_2$. Na mocy interpolacyi metod zerowych (p. str. 16.)



Rys. 67.

$$R_1 = R_2 + r \cdot \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2},$$

jako rzeczywista wartość R_1.



Rys. 68.

Przy zastosowaniu przełącznika do przemieniania oporów R_1 i R_2 *(rys. 68.)*, odpada wpływ ewentualnych nierówności oporów R. Jeżeli odchylenia będą wtedy, odpowiednio do położenia przełącznika, α'_1 i α''_1, oraz α'_2 i α''_2, to

$$R_1 = R_2 + r \cdot \frac{\alpha'_1 + \alpha''_1}{(\alpha'_1 + \alpha''_1) + (\alpha'_2 + \alpha''_2)}.$$

Różnicę (Δ) między podaną a rzeczywistą wartością układa się w wykazy lub wykresy.

Protokół pomiaru:

L. p.	$R_{1\,odcz.}$	$R_{2\,odcz.}$	α'_1	α''_1	α'_2	α''_2	$R_{1\,rzecz.}$	Δ

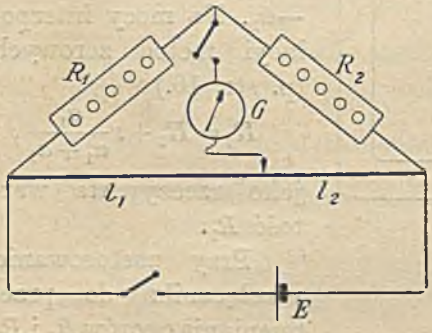
Przy tym układzie połączeń odpada wpływ prądów termicznych, jakie mogą czasem powstać.

4. Cechowanie drutu mierniczego.

Cechowanie drutu mierniczego polega na mierzeniu jego oporu, a właściwie na sprawdzaniu, czy jego jednakowym długościom odpowiadają jednakowe opory; jest to t. zw. kalibrowanie. Przed właściwym pomiarem należy się przekonać — za pomocą śruby mikrometrycznej — czy przekrój drutu jest wszędzie jednakowy.

a) Cechowanie przy pomocy opornicy normalnej *(rys. 69.)*.

Jest to najlepszy sposób. W zwyczajnym mostku Kirchhoffa porównuje się różne stosunki opornic normalnych $\frac{R_1}{R_2}$ ze stosunkiem długości drutu $\frac{l_1}{l_2}$. Najlepiej jest jeżeli R_1 i R_2 obiera się tak, aby było (R_1+R_2) ohmów $=(l_1+l_2)\,m/m$, a więc zwykle $1000\,m/m$.



Rys. 69.

Jeżeli $l_1+l_2=1000$, to

$$\frac{l_1}{l_2}=\frac{l_1}{1000-l_1}=\frac{R_1}{R_2}=\frac{R_1}{1000-R_1},$$

z tego $l_1^{mm}=R_1\,\Omega$. Jeżeli drut jest jednolity, to opór jego jest proporcyonalny do długości l_1, wtedy l_1 musi się zgodzić z R_1. W przeciwnym razie drut jest nierówny i należy wprowadzić poprawkę.

Opory przewodów łączących R_1 i R_2 z drutem powinny być bardzo małe, czyli przewody grube. Dobrze jest przy każdym pomiarze puszczać prąd w obu kierunkach i brać l_1 średnie.

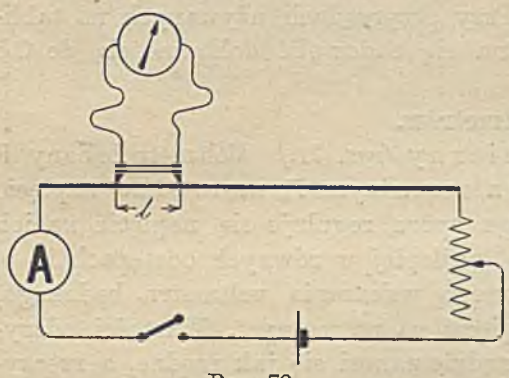
Protokół pomiaru najlepiej jest prowadzić w następujący sposób:

R_1	R_2	$l_{1\,rzecz.}$	$l_{1\,odczyt.}$	$\frac{l_1}{l_2}_{odczyt.}$	$\frac{l_1}{l_2}_{rzecz.}$	$\pm\Delta$
100	900	100	.	.	.	.
200	800	200	.	.	.	.
300	700	300	.	.	.	.
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
900	100	900	.	.	.	.

Otrzymane w ten sposób poprawki $\left(\Delta=\frac{l_1}{l_2}_{odcz.}-\frac{l_1}{l_2}_{rzecz.}\right)$ można przedstawić wykreślnie $\Delta=f\left(\frac{l_1}{l_2}_{odcz.}\right)$, albo też wykreślić $\frac{l_1}{l_2}_{odcz.}=f\left(\frac{l_1}{l_2}_{rzecz.}\right)$; o ileby drut był dobrze skalibrowany, to powinno się otrzymać linię pustą.

b) Cechowanie za pomocą przesuwalnych styków *(rys. 70.)*.

Wzdłuż drutu mierniczego przesuwa się dwa styki, osadzone na izolowanej podstawie i połączone z galwanometrem.



Rys. 70.

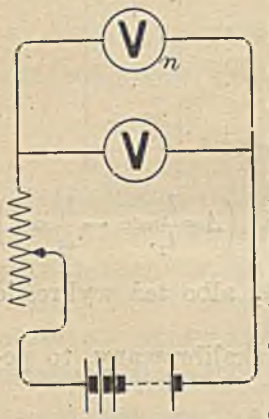
Jeżeli przez drut przepływa stały prąd J — co kontroluje się ampermetrem albo galwanometrem, a reguluje oporem — to przy przesuwaniu styku wzdłuż drutu powinno się dostać te same odchylenia igiełki galwanometru. Wtedy te odchylenia narysowane w funkcyi długości drutu muszą dać prostą równoległą do osi odciętych. W razie nierówności dostanie się dobry przegląd zachodzących stosunków.

5. Cechowanie voltmetrów i ampermetrów.

Najprostszym technicznym sposobem cechowania voltmetrów i ampermetrów jest porównywanie wskazań danego przyrządu z normalnym. Do dokładniejszego cechowania służą

t. zw. kompenzatory, to jest przyrządy, polegające na zasadzie pomiaru *SEM* przez kompenzacyę (por. str. 63.).

Jako źródła prądu najlepiej jest przy cechowaniu używać akumulatorów, gdyż prąd z maszyny nie jest równomierny. Do voltmetrów potrzeba więc bateryi akumulatorów, złożonej często z bardzo wielu ogniw; te ogniwa zwykle są małe, mogące dawać prąd nie większy niż 1 amp. Do ampermetrów wystarczy kilka ogniw o dużym prądzie wyładowania; pamiętać jednak przy tem należy, ażeby napięcie nie było za małe, gdyż przy wielkim prądzie spadek napięcia na wszystkich oporach w obwodzie może być czasem bardzo znaczny.



Rys. 71.

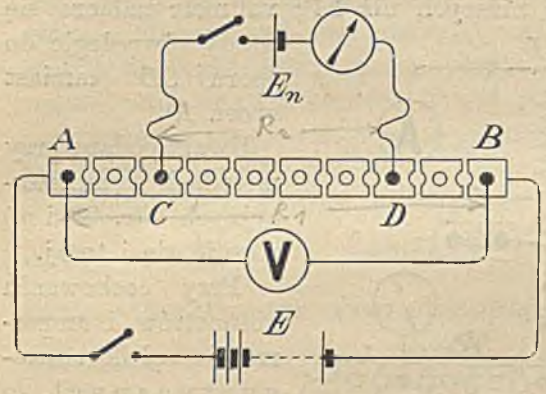
Cechowanie przekonuje nas o dobroci danego przyrządu. Przyrządy precyzyjne mają dokładność do ±0,1 podziałki. Jako określenie dobroci dokładnych przyrządów technicznych, można przyjąć błąd w granicach ±0,2 do 0,3 podziałki, lub ±0,01 do 0,02 wartości rzeczywistej. Przy przyrządach używanych na tablicach rozdzielczych można się zadowolić dokładnością do 0,5 podziałki.

1. Cechowanie voltmetrów.

a) Sposób techniczny *(rys. 71.)*. Voltmetr badany V załącza się równolegle z normalnym V_n na to samo napięcie i za pomocą dodatkowego oporu reguluje się napięcie na ich końcówkach, odczytując (najlepiej w równych odstępach n. p. co 10 podziałek) dla danego wskazania voltmetru badanego, rzeczywistą wartość napięcia na normalnym. Wartości odczytane na badanym przyrządzie nanosi się jak rzędne, a rzeczywiste jako odcięte. Wtedy z wypośrodkowanej krzywej ciągłej otrzymuje się ewentualne poprawki wskazań voltmetru.

b) Sposób precyzyjny, za pomocą kompenzatora *(rys. 72.)*. Kompenzator składa się z szeregu oporów normalnych (przedstawionych jako opornica zatyczkowa AB), dających się dokładnie regulować. Do nich przykłada się dwie *SEM*-e pomocniczą E i normalną E_n. Voltmetr badany załącza się na końcach oporu AB, o wartości n. p. R_1, a w upuście do oporu

R_1 n. p. na długości CD, o wartości R_2, daje się ogniwo normalne i w szereg z niem galwanometr. Opór CD reguluje się tak, aby galwanometr nie dawał odchyleń, czyli aby ogniwo normalne było skompenzowane, wtedy



Rys. 72.

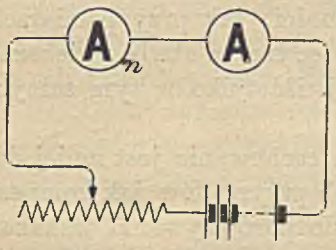
$$\frac{V}{E_n}=\frac{R_1}{R_2},$$

czyli $V=E_n\frac{R_1}{R_2}$.

Zamiast opornicy normalnej można wziąć drut mierniczy; wtedy w miejsce oporów przyjdą odpowiednie długości. Przy używaniu ogniwa normalnego (n. p. Westona) należy uważać, aby nie zamykać go oporem nie mniejszym, niż 100000 Ω; dopiero kiedy prądu wcale nie daje, można ten opór wyłączyć.

2. Cechowanie ampermetrów.

a) Sposób techniczny *(rys. 73.)*. Ampermetr badany A łączy się w szereg z normalnym A_n i za pomocą oporu dodatkowego reguluje się natężenie prądu przepływającego przez oba przyrządy; wskazania ich porównuje się ze sobą.



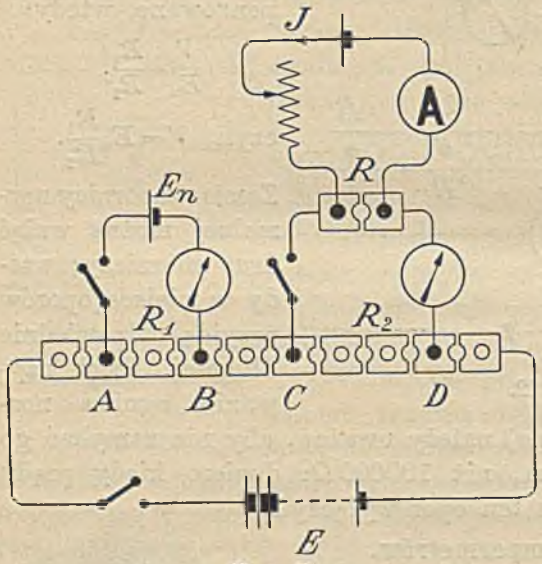
Rys. 73.

b) Sposób precyzyjny, za pomocą kompenzatora *(rys. 74.)*. Kompenzator załącza się według podanego układu. Prąd J, przechodzący przez ampermetr badany A, przepływa przez opór normalny R i wywołuje spadek napięcia JR. Ten spadek napięcia kompenzuje się w zwykły sposób względem E, będzie to dla wartości oporu $CD=R_2$; potem kompenzuje się tak samo ogniwo normalne E_n. Te dwie różnice potencyałów między p. A i B oraz C i D porównuje się ze sobą

$$\frac{JR}{E_n}=\frac{R_2}{R_1},\ \text{z tego}\ J=E_n\frac{R_2}{RR_1}.$$

W ten sposób postępuje się dla różnych wartości J, zmieniając natężenie prądu za pomocą oporu dodatkowego.

Tego samego układu połączeń używa się przy cechowaniu voltmetrów do napięć niższych niż $1\,V$; voltmetr załącza się wtedy równolegle do oporu CD (zamiast oporu R).



Rys. 74.

Uwagi podane przy metodach kompenzacyjnych (str. 58. i n.) stosuje się i tutaj.

Przy cechowaniu voltmetrów i ampermetrów elektromagnetycznych (o rdzeniu żelaznym) należy uwzględnić hysterezę i zdjąć cały przebieg krzywej cechowania wzrastającej i opadającej; ta ostatnia będzie leżeć wyżej niż pierwsza. Krzywa wypośrodkowana z tych dwuch będzie właściwą krzywą cechowania. Przy tem należy zachować środki ostrożności, jak przy pomiarach magnetycznych; przedewszystkiem więc trzeba stale zwiększać prąd albo stale go zmniejszać, t. j. iść tylko w tym samym kierunku (por. Część II., rozdz. 3.).

Przy prądzie przemiennym cechowanie jest mniej dokładne, gdyż niema tam tak pewnych przyrządów jak kompenzatory. Ograniczyć się więc trzeba do porównywania wskazań przyrządu badanego z normalnym; te przyrządy załącza się albo bezpośrednio, albo za pośrednictwem precyzyjnego transformatorka mierniczego (napięcia lub prądu). Precyzyjne przyrządy do prądu przemiennego (elektrodynamiczne) mają dokładność do $\pm 0{,}2$ podziałki. Przy cechowaniu prądem przemiennym należy także uwzględnić wpływ przebiegu krzywej.

6. Cechowanie wattmetrów.

a) Przy prądzie stałym. — Przez obie cewki, główną i upustową przepuszcza się prądy, pochodzące z 2 różnych źró-

deł; napięcie prądu w cewce głównej może wynosić tylko kilka voltów. Cechowanie odbywa się w ten sposób, że przez jedną cewkę przepuszcza się prąd o stałem natężeniu, a przez drugą regulowany opornicą; przy tem lepiej jest, aby przez cewkę główną płynął prąd niezmieniający się, a to ze względu na wpływ zaburzeń elektromagnetycznych, jakie powstają przy regulowaniu dużych prądów. Prądy przepływające przez obie cewki mierzy się albo za pomocą przyrządów precyzyjnych albo kompenzatorów.

Jeżeli prąd główny J i upustowy i powodują odchylenie α, to $$c\alpha = Ji = J\frac{V}{r},$$ gdzie r jest to opór cewki upustowej wattmetru; ztąd stała wattmetru $$c = \frac{VJ}{\alpha r}.$$

Ażeby uniknąć wpływu obcych pól magnetycznych, należy zmieniać kierunek prądu w obu cewkach równocześnie (wtedy moment skręcający zachowuje ten sam kierunek!).

b) Przy prądzie przemiennym. — Cechowanie odbywa się przez porównywanie odczytów danego wattmetru z badanym. Te oba wattmetry łączy się w ten sposób, że ich cewki główne są połączone w szereg i zasilane prądem z jednego źródła, a cewki upustowe są załączone równolegle na drugie źródło. Oba te źródła muszę mieć tę samą częstość okresów, a przesunięcie fazy między niemi ma być umożliwione w znacznych granicach. Do tego celu służą specyalne maszyny.

Cechowanie zaczyna się od przesunięcia 90°, wtedy oba wattmetry (a przynajmniej normalny) nie mogą dać żadnego odchylenia, czyli obie skazówki muszą stać na 0.

Zmianę obciążenia dostaje się w dwojaki sposób, albo utrzymując natężenie w jednej cewce stałe, a zmieniając w drugiej, albo przy obu stałych natężeniach, zmieniając przesunięcie faz między niemi.

7. Cechowanie mierników.

Cechowanie mierników sprowadza się przeważnie do wyznaczania stałej miernika, to jest wartości, przez którą należy wskazania przyrządu pomnożyć, aby otrzymać rzeczywistą wartość pomierzonej energii w ampergodzinach lub watt-

godzinach. Pozatem iść może o zbadanie, jak się zachowuje miernik w pewnych warunkach.

Ponieważ na miernikach opierają się rachunki między wytwórcą prądu elektrycznego a konsumentem, przeto w poszczególnych państwach istnieją przepisy normujące cechowanie i badanie mierników przez władze. Te przepisy opierają się zwykle na następujących pomiarach:

Wskazania mierników są zależne do pewnego stopnia od temperatury, napięcia, częstości okresów. Podczas cechowania należy więc te stosunki uwzględnić, albo badać miernik w takich warunkach, w jakich się normalnie znajduje. Tej zależności od wpływów ubocznych nie można dokładnie ustalić, są tylko przybliżone daty. Tak n. p. zmiana temperatury o 1°C. a napięcia i częstości okresów o 1%, powoduje 0,15% zmiany stałej.

1. Wyznaczenie stałej miernika. — Najprostrzym sposobem jest obciążenie miernika — przy zachowaniu odpowiednich warunków — i mierzenie za pomocą precyzyjnych przyrządów napięcia, natężenia, mocy, częstości okresów przez pewien przeciąg czasu. W ten sposób otrzymaną pracę porównuje się ze wskazaniami miernika i tak wyznacza się stałą, albo się ją poprawia. Tego rodzaju pomiar wymaga dłuższego czasu, gdyż dokładność będzie tem większa, im czas pomiaru dłuższy; przeto aby nie zużywać na darmo dużo energii, przepuszcza się przez cewkę główną prąd o niskiem napięciu.

Przy miernikach motorkowych i oscylacyjnych można zastosować następujący sposób wyznaczenia stałej. Stała c miernika jest zwykle określona jako liczba obrotów lub oscylacyi, odpowiadająca p wattgodzinom, p jest zwykle $= 1, 10, 100...$ lub $0{,}1, 0{,}01...$ jeżeli więc miernik przez przeciąg t sekund wykona N wahnień przy stałej mocy P, to energia przez niego pomierzona powinna wynosić

$$Pt'' = \frac{3600 p N}{c}, \text{ skąd } c = \frac{3600 p N}{Pt''}.$$

Do wyznaczania stałej miernika wahadłowego Arona nadaje się bardzo dobrze następujący sposób. Jeżeli oznacza

n różnicę wahnień obu wahadeł, potrzebną do przesunięcia skazówki o jedną podziałkę,

N liczbę wahnień wahadła nieobciąż. na 1 podź.,

$N+n$ liczbę wahnień wahadła obciąż. na 1 podz.,
T czas jednego wahnienia wahadła nieobciąż.,
t czas jednego wahnienia wahadła obciąż.,
to czas przesunięcia się o 1 podziałkę musi być $NT=(N+n)t$,

z tego $$N=\frac{nt}{T-t},$$

czyli $$\frac{nt}{T-t}\frac{T}{3600}p=c$$

będzie ilością wattgodzin odpowiadającą przesunięciu się skazówki miernika o 1 podziałkę czyli stałą miernika.

Przykład: Wyznaczenie stałej miernika wattgodzin (110 V, 13 A). Obliczenie czasu wahnienia. Jedno wahadło w ruchu;

bez obciążenia: 480 wahnień w 292,2″, czyli $\frac{292,2}{480}=0,609=T$,

przy obciążeniu 13,2 amp.: 480 wahnień w 280″, czyli $\frac{280}{480}=0,584=t$.

Obliczenie ($N+n$). Oba wahadła w ruchu; obciążenie prądem 13,2 amp.

Stan podziałek przed puszczeniem w ruch 183,8,
„ „ po zatrzymaniu 186,4.

Różnica stanu podziałek 2,6. W tym czasie wahadło obciążone zrobiło 1600 wahnień czyli na 1 podziałkę przypada

$$\frac{1600}{2,6}=615=N+n.$$

W obec tego $$N=\frac{615\,.\,0,584}{0,609}=590$$

$$n=615-590=25$$

$$T-t=0,609-0,584=0,025.$$

Stała $c=\frac{25\,.\,0,584\,.\,0,609\,.\,13,2\,.\,110}{0,025\,.\,3600}=144,65$ wattgodzin na 1 podziałkę.

2. Wyznaczenie najmniejszego prądu. — Miernik obciąża się przy normalnem napięciu prądem coraz to większym i bada się przy jakiej wartości prądu zaczyna iść pewnie (mierniki motorkowe). Taką samą próbę odbywa się przy zmniejszaniu prądu i bada się kiedy miernik stanie.

3. Próba biegu jałowego. — Do miernika nieobciążonego przykłada się coraz to większe napięcie — aż do 120% normalnego — i bada się przy jakiem napięciu zaczyna iść, oraz ile wtedy energii wskazuje.

4. Próba zwarcia. — Miernik załącza się na sieć bez oporu tylko przez bezpieczniki, odpowiadające jego nominalnie największej wartości prądu, wtedy następuje zwarcie i stopki spalają się. Stała miernika powinna pozostać nie zmieniona

przed i po próbie. Ewentualne zmiany pochodzą od zmniejszenia się magnetyzmu magnesów motorku skutkiem oddziaływania obcych prądów. (W obec tego jest wskazane budować mierniki tak, aby pole wytworzone przez cewkę główną nie przechodziło przez magnesy).

Rozporządzenie austr. ministerstwa handlu z 29. grudnia 1903 r. normuje w następujący sposób szczegóły badania mierników:

Jako stałą miernika należy uważać średnią arytmetyczną z 3 wartości t. j. 100, 50 i 10% nominalnego natężenia prądu przy normalnem napięciu; przy prądzie przemiennym i obciążeniu nieindukcyjnem przychodzi jeszcze warunek, aby częstość okresów była ta sama; przy prądzie przemiennym i obciążeniu indukcyjnem oblicza się stałą, jako średnią z 3 powyższych wartości i czwartej otrzymanej przy 100% natężenia prądu i nominalnem cos φ (§. 33.).

Miernik bez obciążenia, a tylko przy załączonem napięciu, ma wskazać nie więcej niż $^1/_{10}$% tej wartości, jakąby wskazał w tym samym czasie przy pełnem obciążeniu (§. 34.).

Miernik ma, jeżeli jego największe natężenie prądu wynosi 3 *A*, zacząć iść pewnie przy 3%, a jeżeli jego największe natężenie prądu jest wyższe niż 3 *A*, przy 2% największego obciążenia (§. 35.).

Różnice wskazań miernika prądu stałego mogą wynosić najwyżej $\pm$4% nominalnych jego wartości przy temperaturze otoczenia, przy 100, 50 i 10% nominalnego natężenia prądu, przy normalnem napięciu i przy normalnej częstości (mierniki prądu przemiennego nieindukcyjnego). Dokładność wskazań miernika prądu przemiennego indukcyjnego jest taka sama, przyczem pomiar ma się odbywać przy 100% nominalnej wartości natężenia, napięcia i częstości i przy kątach przesunięcia faz 0 i 45° (§. 36.).

Bliższe szczegóły odnoszące się do badania i cechowania mierników znaleźć można n. p. w książce Königswerthera: „Konstruktion und Prüfung der Elektrizitätszähler“, Berlin 1903.

II.

Badanie przewodników i izolatorów.

Materyały używane w elektrotechnice dadzą się podzielić na przewodniki i izolatory, jakkolwiek, ściśle biorąc, niema absolutnych izolatorów i wszystkie ciała w większym lub mniejszym stopniu przewodzą prąd elektryczny. Jako przewodniki określać będziemy ciała, które służą do przewodzenia prądu, a jako izolatory, te które służą do powstrzymania prądu. Stosownie do tego będziemy mówić osobno o badaniu elektrycznych własności przewodników i izolatorów.

A. Badanie przewodników.

1. Wyznaczenie oporu właściwego ciał stałych.

Przewodniki mają zwykle kształt drutu lub pręta o jednostajnym przekroju. Wtedy opór w ohmach kawałka takiego przewodu o długości l w m i przekroju q w m/m^2 jest

$$R = \varrho \frac{l}{q},$$

gdzie ϱ jest to opór właściwy danego materyału; stąd

$$\varrho = \frac{Rq}{l}.$$

Odwotność oporu właściwego $\lambda = \frac{1}{\varrho}$ nazywa się przewodnictwem.

Do wyznaczenia oporu właściwego używa się powyższego wzoru; trzeba więc znać opór danego kawałka, jego długość i jego przekrój.

Opór mierzy się w jakikolwiek dokładny sposób, najlepiej zaś za pomocą mostku Thomsona (p. str. 37.) ze względu na to, że zwykle opór ten jest bardzo mały.

Długość mierzy się za pomocą kilkakrotnego przykładania dokładnej podziałki; przyczem należy czasem wprowadzić poprawki ze względu na rozszerzenie się próbki i podziałki pod wpływem temperatury.

Przekrój oblicza się, za pomocą śruby mikrometrycznej, w kilku lub kilkunastu miejscach i z otrzymanych wartości bierze się średnią; lub przez zważenie danej próbki — zwłaszcza, jeżeli to jest mały a gruby kawałek, — wyrażając jego masę Q w gramach, a długość l w metrach; wtedy przekrój

$$q = \frac{Q}{l\gamma},$$

gdzie γ jest to ciężar właściwy danego materyału. Ponieważ Q, l i γ zmieniają się pod wpływem temperatury, należy te wszystkie wartości sprowadzić do jednej temperatury.

Opór właściwy jest zależny od temperatury, wobec tego należy przy pomiarze uwzględnić ten wpływ temperatury przez sprowadzenie oporu do temperatury n. p. 18°C.

Opór właściwy określa się także jako opór kawałka danego materyału o długości 1 *cm* i przekroju 1 cm^2 i to najczęściej jako opór kostki 1 cm^3; jest to t. zw. opór w *ohmach na cm.* Opór właściwy ρ' takiej kostki będzie więc od poprzednio określonego 10000 razy mniejszy, a przewodnictwo λ' w ten sposób określone 10000 razy większe.

Pierwsze określenie stosuje się zwykle do przewodników stałych, drugie do cieczy i izolatorów.

Wzajemną zależność ρ, ρ', λ i λ' wskazuje następujące zestawienie:

$$\rho = \frac{1}{\lambda} = 10000\,\rho' = 10000\,\frac{1}{\lambda'},$$

$$\lambda = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{10000}\,\frac{1}{\rho'} = \frac{1}{10000}\,\lambda',$$

$$\rho' = \frac{1}{\lambda'} = \frac{1}{10000}\,\rho = \frac{1}{10000}\,\frac{1}{\lambda},$$

$$\lambda' = \frac{1}{\rho'} = 10000\,\frac{1}{\rho} = 10000\,\lambda.$$

Przy bardzo małych oporach wspomniane jednostki są jeszcze za duże; wtedy używa się jednostek 10^6 razy mniejszych t. j. *mikroohmów i mikroohmów na cm.*

N. p. opór drutu miedzianego 1 *m* dług. i 1 mm^2 jest 0,017 *ohmów*; a opór kostki miedzianej 1 *cm* dług. i 1 cm^2 jest 0,0000017 *ohmów na cm* = 1,7 *mikroohmów na cm.*

Opór właściwy ρ, przewodnictwo λ i spółczynnik temperatury α przewodników stałych.

Materyał	ρ przy 18°C	λ	α
srebro	0,016	62,5	+0,0038
miedź	0,017	58,8	0,004
złoto	0,023	43,4	0,004
aluminium	0,032	31,2	0,0036
cynk	0,061	16,3	0,0037
osmium	0,10	10,0	0,004
platyna	0,108	9,2	0,0039
nikiel	0,08—0,11	12,5—9,1	do 0,006
żelazo	0,09—0,15	11,1—6,6	do 0,006
stal	0,15—0,5	6,6—2,0	0,004
tantal	0,15	6,6	0,0033
ołów	0,21	4,7	0,0039
rtęć	0,958	1,04	0,0092
bismut	1,2	0,83	0,0042
konstantan	0,49	2,04	—0,00003 do +0,00005
manganin	0,42	2,38	do +0,00003
nikielin	0,42	2,38	0,00023
węgiel (gazowy)	ok. 50	ok. 0,02	—0,00002 do —0,0008

Daty odnoszące się do innych materyałów znaleźć można u Kohlrauscha op. cit.

2. Wyznaczenie oporu właściwego cieczy.

Metody pomiarów oporu cieczy podane są na str. 44 i n. Z nich nadaje się do wyznaczenia oporu właściwego głównie metoda Kohlrauscha, jako najdokładniejsza, polegająca na pomiarze oporu za pomocą prądu przemiennego lub przerywanego, mostku Kohlrauscha i telefonu.

Przy tem używa się zwykle metod porównawczych, porównując opór danej cieczy z oporem jakiegoś roztworu — najczęściej soli kuchennej — którego opór właściwy ϱ' jest znany. Naczynia używane do tego celu mają zwykle kształt U; elektrody są platynowe, powleczone gąbką platynową.

Do tego samego naczynia wlewa się naprzód jedną ciecz i mierzy jej opór R_1, potem drugą i mierzy się jej opór R_2. Ponieważ naczynia są te same, można położyć

$$R_1 = \varrho'_1 \frac{l}{q}, \quad \text{a} \quad R_2 = \varrho'_2 \frac{l}{q},$$

stąd

$$\frac{\varrho'_1}{\varrho'_2} = \frac{R_2}{R_1},$$

albo $$\varrho'_1 = \varrho'_2 \frac{R_2}{R_1}.$$

Opór właściwy cieczy określa się zwykle — jak to już poprzednio zaznaczono — w *ohmach na cm.*

Ciecze mają spółczynnik temperatury ujemny; przy pomiarze oporu właściwego należy uwzględnić wpływ temperatury i opór sprowadzić do temperatury 18°C.

Najczęściej używane są następujące roztwory (według Kohlrauscha):

Materyał	Roztwór w %	Ciężar gatunk. γ	Opór właściwy ϱ'	Spółczyn. temper. α
Kwas siarkowy H_2SO_4	30,4	1,224	1,36	—0,016
Sól kuchenna NaCl	26,4	1,201	4,68	—0,022
Azotan srebra $AgNO_3$	15	1,040	14,7	—0,022
Sól kwaśna $MgSO_4$	17,3	1,870	20,5	—0,026
Siarczan miedzi $CuSO_4$	15	1,167	23,8	—0,022
Kwas octowy $C_2H_4O_2$	16,6	1,022	62,1	—0,018

3. Wyznaczenie spółczynnika temperatury.

Opór prawie wszystkich przewodników zależy od temperatury; u ciał stałych przeważnie rośnie on z temperaturą, u cieczy maleje. Przyrost oporu jakiegoś przewodnika przy ogrzewaniu go od temperatury t_1 do t_2, przedstawia się w formie $$R_2 = R_1(1 + \alpha t + \beta t^2 + \ldots),$$

gdzie R_1 jest to opór tego przewodnika, odpowiadający temperaturze początkowej t_1, a R_2 opór, odpowiadający temperaturze końcowej t_2; α i β są to t. zw. spółczynniki temperatury; ponieważ β jest bardzo małe w obec α (dla miedzi β=0,00000169) opuszcza się go zwykle i wzór przybiera formę $$R_2 = R_1(1 + \alpha t),$$

gdzie t jest to różnica temperatury $t_2 - t_1$. α jest to więc zmiana jednostki oporu przy zmianie temperatury o 1°C.

Ponieważ opór jest przy każdej temperaturze inny, należy go sprowadzić do jednej temperatury początkowej; zwykle t_1 bierze się 0° lub 18°C, a R_1 oblicza się na podstawie wymiarów danego przewodnika i jego oporu właściwego (przy 0° lub 18°C).

Opory właściwe i spółczynniki temperatury, sprowadzone do 18°, są podane w tablicy na str. 141.

Spółczynnik temperatury wyznacza się na podstawie dwuch lub więcej pomiarów oporu przy różnych temperaturach. Jeżeli przy t_1 jest opór R_1 a przy t_2 R_2, to

$$R_2 = R_1(1 + \alpha t),$$

z tego

$$\alpha = \frac{R_2 - R_1}{R_1(t_2 - t_1)}.$$

W podobny sposób wyznacza się α przy temperaturach t_1 i t_3 i t. d. i z otrzymanych wartości bierze się średnią.

Do pomiaru oporów stosuje się bardzo dokładne metody — najlepiej mostkowe. Przewody badane umieszcza się w kąpieli z cieczy nieprzewodzącej prądu (oliwa, nafta) i podgrzewa się ją płomieniem lub — co lepiej — prądem elektrycznym. Ciecz należy ciągle wzruszać, aby się jednostajnie nagrzewała, a pomiar wykonać dopiero wtedy, gdy temperatura już się ustaliła. Najlepiej jest ogrzać kąpiel do dość wysokiej temperatury (100°) i potem przy oziębianiu wykonywać pomiary oporu.

Znając spółczynnik temperatury, można z przyrostu oporu pomierzyć temperaturę danego przewodnika. Tego sposobu używa się przy pomiarze grzania się uzwojeń cewek maszyn elektrycznych.

B. Badanie izolatorów.

1. Wyznaczenie oporu właściwego.

Materyałowi badanemu nadaje się formę płyty, t. j. bardzo małą długość w porównaniu z przekrojem. Z obu stron płyty daje się obłożenia metalowe, połączone z resztą obwodu układu połączeń danej metody.

Do pomiaru najlepszą jest metoda odchyłowa (p. str. 40. i n.). Aby zniweczyć wpływ ewent. wyładowań bocznych, otacza się w pewnem oddaleniu obłożenie, połączone z galwanometrem, pierścieniem z takiego samego materyału i łączy się go z tym biegunem bateryi, który jest przyłączony do galwanometru; wtedy prądy tamtędy przepływające nie wywierają działania na galwanometr. Obłożenia powinne jak najdokładniej przylegać do płyty.

Opór właściwy materyałów, służących do ilozacyi przewodów lub kabli, wyznacza się najlepiej, mierząc opór izolacyi R_i w ohmach (p. Część II., rozdz. 4.) przewodu izolowanego dotyczącym materyałem. Jeżeli przewód goły ma średnicę d_1,

a z izolacyą d_2, długość jego wynosi l *cm*, R_i podane jest w ohmach, to opór właściwy izolacyi jest

$$\varrho_i = \frac{2\pi l R_i}{\log_n \frac{d_2}{d_1}}.$$

Przez zanurzenie przewodu w wodzie o różnej temperaturze, można wyznaczyć zależność oporu właściwego od temperatury.

Do wyznaczenia takiej zależności dla materyałów w kształcie płyt, trzeba używać specyalnych termostatów.

Ważniejszy, aniżeli wyznaczenie oporu właściwego izolatorów, jest pomiar ich zdolności izolacyi t. j. wytrzymałości na przebicie; o tem będzie mowa w II. tomie.

2. Wyznaczenie stałej dielektrycznej.

Pojemność kondenzatora jest proporcyonalna do jego stałej dielektrycznej, jeżeli wszystkie linie sił przechodzą przez dielektryk (a nie przez otaczające powietrze). Jeżeli więc mamy dwa kondenzatory o tych samych wymiarach, z których jeden o pojemności C_2 jest z innego materyału, to $C_2 = \varkappa C_1$, gdzie $\varkappa$ jest to stała dielektryczna; stąd

$$\varkappa = \frac{C_2}{C_1}.$$

Na tej podstawie można najdogodniej wyznaczyć stałą dielektryczną.

a) Ciała stałe.

Do pomiaru służy płaski kondenzator powietrzny (w kształcie tarczy) o odstępie obłożeń dającym się regulować. Ciało, którego stałą dielektryczną ma się wyznaczyć, musi być także w kształcie tarczy, o średnicy znacznie większej, niż kondenzator, aby uniknąć bocznego przechodzenia linii sił. Najpierw mierzy się pojemność kondenzatora powietrznego C_1, potem wstawia się w niego jako dielektryk ciało badane i przy tym samym odstępie obłożeń mierzy się pojemność C_2. Wtedy

$$\varkappa = \frac{C_2}{C_1}.$$

Im dielektryk jest cieńszy, tem pomiar dokładniejszy, bo tem mniej linii sił przechodzi bokami.

Jeżeli odstęp obłożeń kondenzatora powietrznego jest niezmienny, a grubości badanej płyty nie można dostosować dokładnie do grubości dielektryku kondenzatora powietrznego, lecz jest ona mniejszą, to można zastosować następujące obliczenie:

Pojemność kondenzatora powietrznego w kształcie tarczy o promieniu r jest $C_1 = \frac{r^2}{4 d_1}$,

gdzie d_1 jest to odstęp obłożeń. Jeżeli między te obłożenia wstawimy równolegle płytę o grubości d_2 i stałej dielektrycznej $\varkappa$, którą mamy wyznaczyć, to ta płyta działa jakby warstwa powietrza o grubości $\frac{d_2}{\varkappa}$, prócz tego jest jeszcze warstwa powietrza $d_1 - d_2$, wtedy pojemność tak utworzonego kondenzatora będzie $C_2 = \frac{r^2}{4\left(d_1 - d_2 + \frac{d_2}{\varkappa}\right)}$.

Przez podzielenie otrzymamy

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{d_1 - d_2 + \frac{d_2}{\varkappa}}{d_1},$$

z tego $$\varkappa = \frac{1}{1 - \frac{d_1}{d_2}\frac{C_2 - C_1}{C_2}}.$$

Jak ze wzoru poznać, ta metoda nie może być bardzo dokładna, a nadto pojemność doprowadzeń może mieć znaczny wpływ na pomiar. Lepszą jest metoda następująca, przy której odpada potrzeba znajomości wzgl. pomierzenia pojemności, oraz wpływ doprowadzeń:

Jeżeli obłożenia kondenzatora powietrznego dają się przesuwać i ich odstęp dokładnie zmierzyć, to po wstawieniu do tego kondenzatora płyty, której stałą mamy wyznaczyć, trzeba pierwotny odstęp obłożeń zwiększyć o δ, aby można było otrzymać pierwotną wartość pojemności C_1. Wtedy, według poprzedniego, odstęp obłożeń będzie $d_1 - d_2 + \frac{d_2}{\varkappa} + \delta$; musi więc być

$$d_1 = d_1 - d_2 + \frac{d_2}{\varkappa} + \delta,$$

z tego $$\varkappa = \frac{d_2}{d_2 - \delta}.$$

Przy tej metodzie można wygodnie zastosować metody zerowe pomiarów pojemności.

b) Ciecze.

Do pomiaru stałej dielektrycznej cieczy nadaje się najlepiej metoda pierwsza; tylko zamiast kondenzatora płaskiego lepiej jest użyć cylindrycznego o wysokich ściankach równoległych i małym odstępie obłożeń. Raz mierzy się pojemność takiego kondenzatora w powietrzu, drugi raz po zanurzeniu go w cieczy i z obu pomiarów oblicza się stałą $\varkappa$.

Kondenzator musi być zanurzony dosyć głęboko, aby znaczna warstwa cieczy nad nim utrudniała boczne pochodzenie linii sił.

III.

Badanie magnetycznych własności materyałów.

Badanie własności magnetycznych żelaza czy innych ciał paramagnetycznych wymaga odpowiedniej próbki tego ciała (pierścień, długi a cienki walec, elipsoid...) zależnie od metody pomiaru. Przy niektórych metodach można użyć kilku rodzaji próbek, przy innych tylko jednego, przepisanego. O ile próbka, skoro się stanie magnesem, ma wolne bieguny magnetyczne, wtedy trzeba stosownie do kształtu próbki wprowadzić pewne poprawki przy pomiarze.

Źródłem tych poprawek jest t. zw. natężenie odmagnesujące, powstające skutkiem tego, że wolne cząsteczki magnetyczne (istniejące przy wolnych biegunach) przeciwdziałają sile magnetycznej pola, tak, że wtedy rzeczywiste natężenie pola $\mathfrak{H}_r$ jest od wytworzonego przez cewkę $\mathfrak{H}$ mniejsze o natężenie odmagnesujące $\mathfrak{H}_i$, $\mathfrak{H}_r = \mathfrak{H} - \mathfrak{H}_i$.

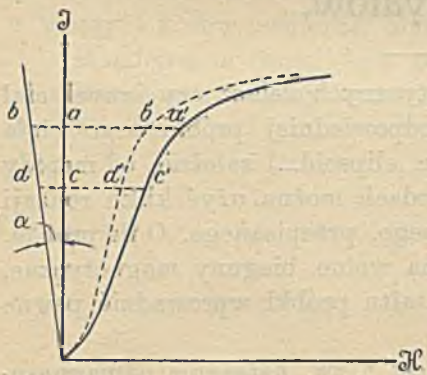
To $\mathfrak{H}_i$ jest zależne od mocy magnetycznej $\mathfrak{J}$ danego magnesu. Ponieważ moc magnetyczna nie jest u wszystkich magnesów jednostajna, lecz jest zależna od kształtu magnesu, przeto jest bardzo trudno obliczyć $\mathfrak{H}_i$. Tylko moc magnetyczna elipsoidu jest — według teoryi — jednostajna, tak, że każda cząsteczka magnetyczna wywiera to samo działanie; dla elipsoidu jest więc $\mathfrak{H}_i = c\mathfrak{J}$, gdzie c jest to t. zw. spółczynnik odmagnesujący, w tym wypadku stały. Tylko więc dla elipsoidu można zupełnie ściśle obliczyć rzeczywiste natężenie pola

$$\mathfrak{H}_r = \mathfrak{H} - c\mathfrak{J}.$$

Spółczynnik odmagnesujący jest zależny od stosunku długości l magnesu (elipsoidu) do jego grubości d. Im większy jest ten stosunek, tem spółczynnik mniejszy; wynosi on dla elip-

soidu n. p. przy $\frac{l}{d}=5$ $c=0{,}701$, przy 10 $c=0{,}255$, przy 50 $c=0{,}018$, przy 100 $c=0{,}0054$, przy 300 $c=0{,}00075$. Przy większych więc stosunkach $\frac{l}{d}$ niż 300 można już położyć $c=0$.

Długie a cienkie pręty można uważać za elipsoidy o bardzo wielkim stosunku $\frac{l}{d}$, dlatego też tam, gdzie trzeba użyć do pomiaru próbki w kształcie pręta, musi on być długi a cienki; wtedy można nie uwzględnić wpływu końców pręta z wolnym magnetyzmem.



Rys. 75.

Zamiast obliczać poprawki dla poszczególnych wartości $\mathfrak{J}$, można przy wyznaczaniu krzywej magnetycznej lub hysterezy zastosować, według Rayleigh'a, t. zw. ścinanie:

Krzywa magnetyczna $\mathfrak{B}=f(\mathfrak{H})$ przedstawia zależność indukcyi od natężenia pola zewnętrznego, przyłożonego. Ponieważ $J=\frac{\mathfrak{B}-\mathfrak{H}}{4\pi}$, można dla ciał o wielkiem μ opuścić $\mathfrak{H}$ względem $\mathfrak{B}$, a wtedy krzywa magnetyczna przedstawi w innej skali $\mathfrak{J}=f(\mathfrak{H})$ *(rys. 75.)*. W rzeczywistości krzywa magnetyczna ma inny przebieg z powodu mocy odmagnesującej $\mathfrak{H}_i=c\mathfrak{J}$. Obliczywszy więc z wymiarów magnesu stałą odmagnesującą c, otrzyma się dla każdego $\mathfrak{J}$ odrazu $\mathfrak{H}_i$, bo

$$c=\frac{\mathfrak{H}_i}{\mathfrak{J}}=\operatorname{tg}\alpha;$$

wtedy prosta *Ob* przedstawia t. zw. linię ścinającą. Przez zmniejszenie odciętych $\mathfrak{H}$, odpowiadających różnym rzędnym $\mathfrak{J}$, o każdorazową wartość $\mathfrak{H}_i=\mathfrak{J}\operatorname{tg}\alpha$, otrzyma się nową rzeczywistą krzywę magnetyczną ($ab=a'b'$, $cd=c'd'$ i t. d.). Dla żelaza miękkiego przebieg ścięty bardzo mało się różni od wyznaczonego i do $\mathfrak{B}\cong 12000$ jest prawie identyczny; powyżej tej wartości różnice się zwiększają. Stal ma linię ścinającą bardziej wybitną.

W ten sam sposób można zastosować ścinanie do hysterezy. O ile jednak idzie nie o sam przebieg hysterezy, lecz o obliczenie n. p. strat skutkiem hysterezy, to pamiętać należy, że powierzchnia objęta krzywą hysterezy się nie zmienia przy ścinaniu, jest ono zatem w takim wypadku zbyteczne.

Ścinanie należy stosować zawsze przy pomiarach, przy których próbki mają wolne bieguny. Zwykle odpowiednie przyrządy posiadają stałe linie ścinające, obliczone dla próbek o wymiarach wymaganych przez dane przyrządy.

A. Wyznaczanie krzywych magnetycznych i hysterezy.

Sposób postępowania.

Próbkę żelaza umieszcza się w uzwojeniu wzbudzającem, przez które przepuszcza się prąd, wytwarzający natężenie pola $\mathfrak{H}$, skutkiem tego próbka się nasyca; zależnie od metody wyznacza się przy zmianie $\mathfrak{H}$ indukcyę $\mathfrak{B}$ (lub moc magnetyczną $\mathfrak{J}$) odpowiadającą danemu nasyceniu. Przeważnej większości metod używa się do wyznaczania zarówno krzywych magnetycznych, jak i hysterezy.

Przy krzywej magnetycznej zaczyna się od 0 i stopniowo zwiększając natężenie pola $\mathfrak{H}$, otrzymuje się odpowiednie wartości $\mathfrak{B}$ lub $\mathfrak{J}$.

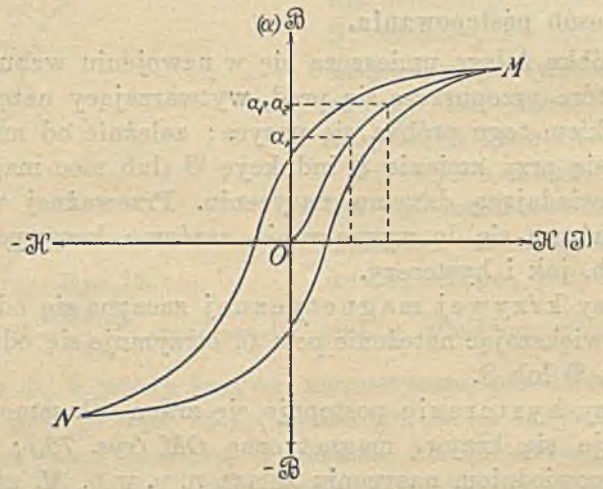
Przy hysterezie postępuje się zrazu tak samo, przez co otrzymuje się krzywę magnetyczną *OM (rys. 76.)*; następnie przy odpowiedniem nasyceniu żelaza n. p. w p. *M*, zaczyna się zmniejszać natężenie pola, przyczem otrzymuje się wartości inne niż na krzywej magnetycznej, mianowicie większe, a to skutkiem hysterezy. Po powrocie do $\mathfrak{H}=0$, przełącza się prąd i postępuje tak samo aż do p. *N*, który musi odpowiadać ściśle p. *M*. Następnie zmniejsza się $-\mathfrak{H}$, przechodzi przez 0 i znowu zwiększa $+\mathfrak{H}$ aż do zamknięcia całego przebiegu w p. *M*.

Przy wykonywaniu pomiaru należy zachować następujące środki ostrożności:

1. Pomiar należy zaczynać od p. 0, t. j. $\mathfrak{H}=0$ i $\mathfrak{B}=0$ czyli, że próbka nie może być magnesem w chwili rozpoczęcia pomiaru. Dlatego trzeba przed pomiarem przekonać się, czy tak jest, wzgl. ją odmagnesować. Najlepiej robi się to przepuszcza-

jąc przez cewkę wzbudzającą prąd przemienny i zmniejszając jego natężenie do 0. Jeżeli ma się do dyspozycyi tylko prąd stały, to należy go przy zmniejszaniu ciągle komutować. O odmagnesowaniu próbki można się przekonać, badając odchylenia przyrządu mierniczego, odpowiadające danemu nasyceniu, przy puszczaniu w obu kierunkach. W ogóle są te odchylenia nierówne; przez komutowanie żelazo się odmagnesowuje, różnice wychyleń dostaje się coraz mniejsze, aż będą równe sobie; wtedy próbka jest odmagnesowana.

2. Przy zwiększaniu natężenia prądu zapomocą regulowania (zmniejszania) oporu obwodu wzbudzającego, należy opór stale zmniejszać; cofanie się t. j. chwilowe zmniejszanie prądu



Rys. 76.

jest niedopuszczalne, gdyż wtedy występuje działanie hysterezy i popełniony błąd odbija się na całym dalszym przebiegu.

Krzywę magnetyczną można także wyznaczyć zapomocą całego szeregu coraz większych przebiegów hysterezy, dokonanych na tej samej próbce. Wtedy krzywa łącząca punkty zwrotne wszystkich przebiegów będzie krzywą magnetyczną. Praktyczne znaczenie tego wynika z obu uwag poprzednich.

Z pomiędzy licznych metod, używanych przy pomiarach magnetycznych, niektóre mają znaczenie bardziej fizykalne lub historyczne. Takiemi są:

Magnetometr, polegający na działaniu próbki żelaza w kształcie pręta, który staje się magnesem skutkiem przepływania prądu przez cewkę otaczającą go, na igłę magnetyczną wolno zawieszoną na nitce kokonowej (magnetometr), opatrzonej lusterkiem; wychylenia igiełki są proporcyonalne do momentu magnetycznego M magnesu (gdyż między momentem M a składową poziomą natężenia magnetycznego ziemi $\mathfrak{H}_z$ istnieje ścisły związek, zależny od wychylenia igiełki), znając więc $\mathfrak{H}_z$ w danem miejscu można M wyznaczyć. Wtedy $\mathfrak{J} = \frac{M}{V}$, gdzie V jest to objętość magnesu.

Permeametr Thomsona, polegający na zasadzie, że między dwoma magnesami istnieje siła przyciągająca P zależna od indukcyi $P = \frac{\mathfrak{B}^2 q}{8\pi . 981 . 10^3} kg$, gdzie q jest to przekrój sztabki magnesu.

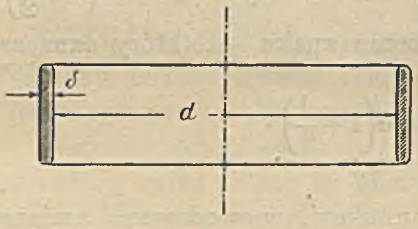
Waga magnetyczna Du Bois, polegająca na poprzedniej zasadzie, tylko bardziej dostosowana do badań praktycznych.

W praktyce używane są najczęściej do wyznaczania krzywych magnetycznych i hysterezy: metoda balistyczna, przyrząd Köpsla i spirala bismutowa; w r. 1911 wprowadzono zaś nadzwyczaj dogodną metodę zerową.

Normy Związku niemieckich elektrotechników*) przepisują tutaj metodę balistyczną albo przyrząd Köpsla. Miarodajne wartości indukcyi odnoszą się do 2 punktów: do 300 AZ/cm i do jednego z 100, 50 lub 25 AZ/cm.

1. Metoda balistyczna.

Próbka ma kształt pierścienia. Ponieważ indukcya magnetyczna na zewnętrznym obwodzie pierścienia jest mniejsza niż na wewnętrznym, powinna być grubość pierścienia mała wobec jego średnicy. Aby przy tem założeniu nie dostać za małego przekroju, najlepiej nadać mu kształt jak na *rys. 77.*, przyczem $\delta \leq \frac{1}{10} d$. Pierścień powinien być ile

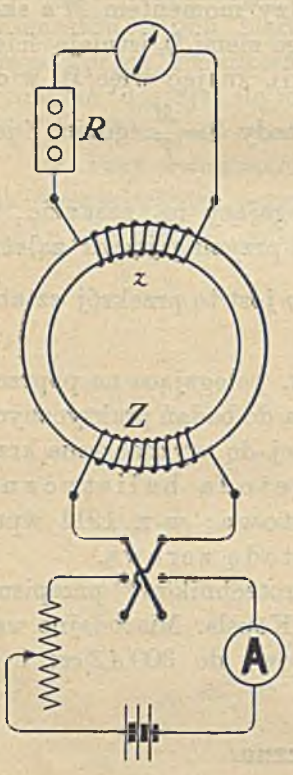


Rys. 77.

*) ETZ 1910, str. 520.

możności jednolity t. j. nie spawany, albo złożony z blach odpowiednio wyciętych.

Pierścień *(rys. 78.)* owija się równomiernie izolowanym drutem o Z zwojach, przez który przepuszcza się prąd J; natężenie prądu reguluje się oporem. Prócz tego znajduje się na pierścieniu cewka z drutu cienkiego o z zwojach, połączona z galwanometrem balistycznym; opór obwodu cewki niech będzie R.



Rys. 78.

Prąd J płynący przez zwoje Z wytwarza natężenie pola, jednostajne z powodu braku wolnych biegunów

$$\mathfrak{H}=\frac{0{,}4\pi JZ}{l},$$

gdzie l jest to średnia długość linii sił w pierścieniu. O ile natężenie pola $\mathfrak{H}$ się zmieni, musi się zmienić i ciek $\Phi=q\mathfrak{B}$, którego zmiana powoduje powstanie *SEM* w cewce

$$e=-z\frac{d\Phi}{dt},$$

albo $\int_{t_1}^{t_2} e\,dt=-z(\Phi_2-\Phi_1)=-zq(\mathfrak{B}_2-\mathfrak{B}_1)$, gdzie $\mathfrak{B}_2$ odpowiada indukcyi w czasie t_2 a $\mathfrak{B}_1$ w czasie t_1.

SEM e powoduje w obwodzie cewki prąd iR, czyli

$$R\int_{t_1}^{t_2} i\,dt=-zq(\mathfrak{B}_2-\mathfrak{B}_1),$$

gdzie $\int_{t_1}^{t_2} i\,dt$ jest to ilość elektryczności mierzona galwanometrem balistycznym $Q=c_b\alpha\left(1+\frac{\Delta}{2}\right)$.

Wobec tego będzie po opuszczeniu znaku $-$, (który oznacza tylko kierunek *SEM*),

$$\mathfrak{B}_2-\mathfrak{B}_1=\frac{R\,c_b\alpha\left(1+\frac{\Delta}{2}\right)}{zq}.$$

Widać ztąd, że zmiana indukcyi, spowodowana zmianą prądu J, jest proporcyonalna do odchyleń galwanometru balistycznego; jest więc możność wykreślenia krzywej magne-

tycznej (p. *rys. 76.)*; przez zmianę skali dostać można odrazu $\mathfrak{B}=f(\mathfrak{H})$. Przy tem uważać należy, że $\mathfrak{B}$ jest proporcyonalne do sumy poszczególnych odchyleń α.

Ażeby można było otrzymać odchylenia galwanometru proporcyonalne do indukcyi odpowiadającej danemu prądowi (a nie do różnicy $\mathfrak{B}_2-\mathfrak{B}_1$), czyli wprost $\alpha=\alpha_1+\alpha_2$, a że z powodu hysterezy nie można zaczynać stale od $\mathfrak{J}=0$, trzeba zastosować komutacyę za pomocą przełącznika*). Wtedy dostaje się odchylenia proporcyonalne do zmiany prądu z $+\mathfrak{J}$ do $-\mathfrak{J}$, a więc do $2\mathfrak{J}$, czyli 2α; z tego można oczywiście tylko α uwzględnić, dzieląc otrzymane odchylenia przez 2. Przy twardych materyałach (stal) nie otrzymuje się równych odchyleń po przełączeniu prądu, co jednak w praktyce nie odgrywa zwykle większej roli.

Przy przełączaniu prądu mogą wystąpić dość duże iskry, skutkiem samoindukcyi; można temu zapobiec przez włączenie równoległe oporu przed przełącznikiem (od strony pierścienia), przez który prądy przy przełączaniu mogą się wyrównywać. Do tego celu używa się także osobnych przełączników**), które nie przerywają całkowicie prądu.

Przy zwykłej metodzie balistycznej trzeba uwzględnić poprawki ze względu na ciek rozproszony.

Jarzmo Hopkinsona.

Metoda balistyczna, w poprzedniej formie stosowana, jest niewygodna z tego względu, że próbce należy nadać przedtem odpowiedni kształt, a potem owinąć ją drutem. Temu ostatniemu można zaradzić przez zastosowanie osobnej cewki rozcinanej i złączanej za pomocą zatyczek.

Hopkinson wprowadził tu ulepszenie, polegające na tem, że próbce nadaje się kształt pręta, który się wsuwa do jarzma magnetycznego, w ten sposób, iż cewka otacza pręt i wywołuje w nim ciek, zamykający się za pomocą jarzma. W środku cewki głównej znajduje się druga, którą łączy się z galwanometrem balistycznym.

Sposób postępowania przy pomiarze jest taki sam, jak poprzednio, tylko należy tu jeszcze zastosować ścinanie, ponieważ próbka ma wolne bieguny.

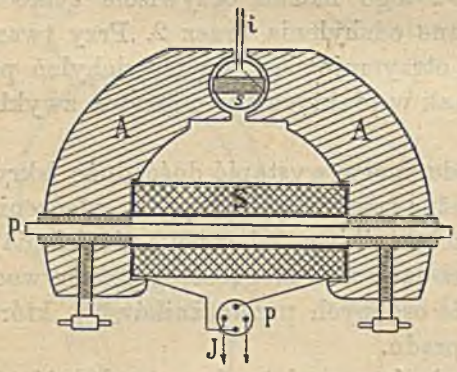
*) Przełączanie jest zalecone przez Normy niem. elektr.

**) Brion, Leitfaden, str. 176.

Powyższa metoda, w swoim czasie bardzo wygodna, nie może się obecnie ostać wobec metody zerowej, o której będzie mowa poniżej (p. str. 157.).

2. Przyrząd Köpsla.

Przyrząd Köpsla, wyrabiany przez firmę Siemens i Halske*), polega na odwróconej zasadzie galwanometru Deprez-d'Arsonvala: jeżeli przez cewkę ruchomą galwanometru przepuszczać się będzie prąd o natężeniu stałem, to odchylenia cewki będą proporcyonalne do zmiennego pola magnetycznego. Tę zmianę pola magnetycznego wywołuje się właśnie przez zmianę prądu w cewce, otaczającej próbkę. Odchylenia więc galwanometru będą proporcyonalne do indukcyi w próbce.



Rys. 79.

Przyrząd Köpsla składa się *(rys. 79.)* z jarzma magnetycznego *A* w kształcie półkola, obejmującego końce próbki *P*. Cewka wzbudzająca *S* jest tak dobrana, że pole $\mathfrak{H}$ przez nią wytworzone wynosi (w *CGS*) 100 razy natężenie prądu magnetyzującego *m* (w amp.)

$$\mathfrak{H}\,(CGS) = 100\,m \text{ (amp.)}.$$

Opór cewki wynosi ok. 1,8 Ω. Działanie tej cewki na jarzmo jest zrównoważone dwiema cewkami dodatkowemi na jarzmie.

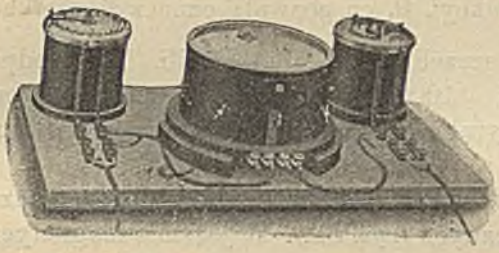
Jarzmo jest w środku wydrążone; tam znajduje się cewka ruchoma *s*. Prąd przechodzący przez tę cewkę dobiera się tak, aby można było przyrząd dostosować do każdego przekroju próbki, musi on więc wynosić

$$h\,(\text{amp.}) = \frac{\textit{stała przyrządu}}{\textit{przekrój próbki.}}$$

Odchylenia skazówki pokazują odrazu indukcyę w *CGS* na cm^2 i to w obie strony, a więc $+\mathfrak{B}$ i $-\mathfrak{B}$.

*) ETZ 1908. Nr. 25.

Natężenie prądu w cewce *s* jest stałe podczas całego pomiaru, natężenie prądu wzbudzającego reguluje się za pomocą osobnej opornicy. Przez nastawienie przełącznika można prąd puszczać w obie strony n. p. przy wyznaczaniu hysterezy. Za pomocą tego przełącznika i przy zmniejszaniu natężenia prądu wzbudzającego można również bardzo prędko próbkę odmagnesować.



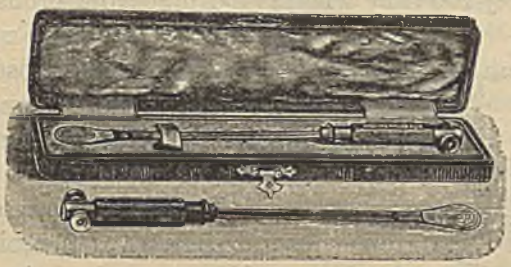
Rys. 80.

Ponieważ próbka żelaza posiada wolne bieguny, należy zastosować ścinanie. W tym celu do przyrządu dołączone są linie ścinające. Z powodu jednak bardzo małej poprawki, można ścinania często nie uwzględniać.

Zestawienie przyrządu Köpsla z opornicami pokazuje *rys. 80.*

3. Spirala bismutowa.

Ten sposób polega na zjawisku, które odkrył Righi, że bismut zmienia swój opór w zmiennem polu magnetycznem, Tej zasady użyto do dwuch rodzajów przyrządów, zwykłej spirali bismutowej i spirali bismutowej w jarzmie magnetycznem.

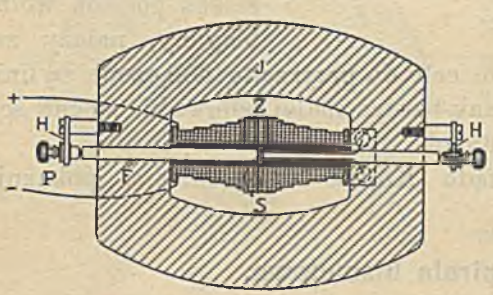


Rys. 81.

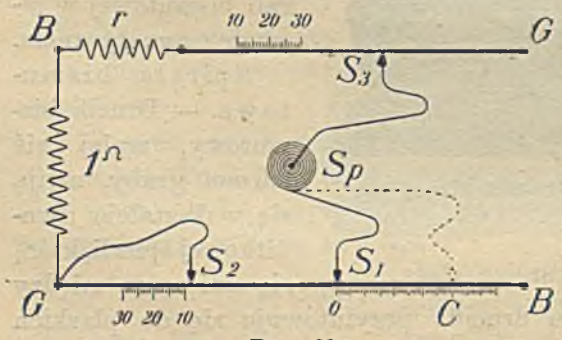
Spirala bismutowa. — Drucik bismutowy, mniej niż 0,5 *mm* gruby, zwija się w kształcie dwunitkowej spirali, którą się umieszcza między płytkami miki. Końce drucika przylutowuje się do płaskich drucików miedzianych. Takiej spirali używa się n. p. do pomiarów indukcyi w szczelinie maszyn elektrycznych, mierząc jej opór najlepiej w mostku Wheatstone'a. Ponieważ tu miarodajny jest przyrost oporu, trzeba przedtem pomierzyć jej opór

poza polem magnetycznem, przy tej samej temperaturze, n. p. R_0. Następnie wsuwa się ją do szczeliny, nie zmieniając nic w połączeniach i mierzy się opór n. p. R. Do każdej spirali dodana jest krzywa cechowania, przedstawiająca zależność stosunku $f=\frac{R-R_0}{R_0}$ od indukcyi B, co pozwala oznaczyć wielkość indukcyi, panującej w szczelinie w danej chwili. Tutaj odpowiada zmianie indukcyi o 1000 *CGS* średnio 5% zmiany oporu spirali. W tej formie wyrabia takie spirale Hartmann & Braun *(rys. 81.)*.

Spirala bismutowa w jarzmie służy do wyznaczania krzywych magnetycznych *(rys. 82.)*. W jarzmie magnetycznem J znajduje się cewka Z otaczająca 2 próbki P w kształcie prętów. Oba pręty przytykają do spirali bismutowej S, umieszczonej w środku cewki, tak, że przestrzeń wolna od żelaza (interferricum) jest zawsze ta sama (grubość spirali). W ten sposób cały ciek przechodzący przez próbkę, przechodzi i przez spiralę. Przekrój jarzma jest przynajmniej 100 razy większy od przekroju próbki, tak, że można go nie uwzględniać. Sposób postępowania przy pomiarze jest podobny do poprzedniego.



Rys. 82.



Rys. 83.

Firma Hartmann & Braun, wyrabiająca tego rodzaju jarzma, dostarcza odrazu całe urządzenie do pomiaru oporu spirali *(rys. 83.)*. W jednej gałęzi jest wstawiony opór 1 Ω, w drugiej opór r, odpowiadający oporowi cewki przy niskiej temperaturze otoczenia (10° C) i drut mierniczy, po którym

ślizga się styk S_3; trzecią stanowi drut mierniczy, mający na jednym końcu podziałkę, odpowiadającą stanowi temperatury podczas pomiaru i na tą temperaturę nastawia się styk S_2, na drugim końcu jest podziałka, dająca odrazu procentowy przyrost oporu, a mianowicie $f=\frac{R-R_0}{R_0}$. Między stykami S_1 i S_3 jest umieszczona spirala. W p. BB przyłącza się bateryę z kilku ogniw, w p. GG galwanometr. Najpierw znajduje się R_0 za pomocą przesuwania S_3 (S_1 na 0), potem, po puszczeniu prądu przez cewkę wzbudzającą, R za pomocą przesuwania styku S_1 (n. p. do p. C).

Znając liczbę zwojów Z, prąd płynący przez nie i długość szczeliny między próbkami, można obliczyć H; a z przyrostu oporu przy pomocy krzywej cechowanie indukcyę, a więc $B=f(H)$.

Ten sposób, jako polegający na przyjęciu, że ta sama indukcya panuje w próbce co w spirali, nie może być tak ścisły, jak n. p. metoda balistyczna, choć dla celów technicznych jest dostatecznie dokładny. Jest on w praktyce dosyć niewygodny.

4. Metoda zerowa.

Metoda zerowa została wprowadzona przez firmę Siemens i Halske*) w miejsce balistycznej, która jest niedogodna z powodu żmudnego przeliczania i poprawek (ciek rozproszony!).

Metoda zerowa polega na zasadzie podobnej do pomiaru spółczynnika indukcyi wzajemnej przez porównanie (por. str. 80.), a mianowicie porównuje się próbkę badaną X z próbką normalną N *(rys. 84.)*. Obie próbki umieszcza się w jednakowych cewkach Z_x i Z_n; pola wytworzone przez nie są więc jednakowe. Cewki wtórne, z_x i z_n także jednakowe, łączy się z galwanometrem zwykłym i dwoma oporami do regulowania według układu połączeń. Prąd z bateryi, którego natężenie mierzone ampermetrem A można regulować opornicą dodatkową, wytwarza pole w cewkach. Przez przełączanie prądu powstają w cewkach wtórnych *SEM*-e indukcyi wzajemnej, powodujące prądy i odchylenia galwanometru. Przez dobór oporów R_x i R_n można sprowadzić galwanometr do 0.

*) Lonkhuyzen, ETZ. 1911. Nr. 45.

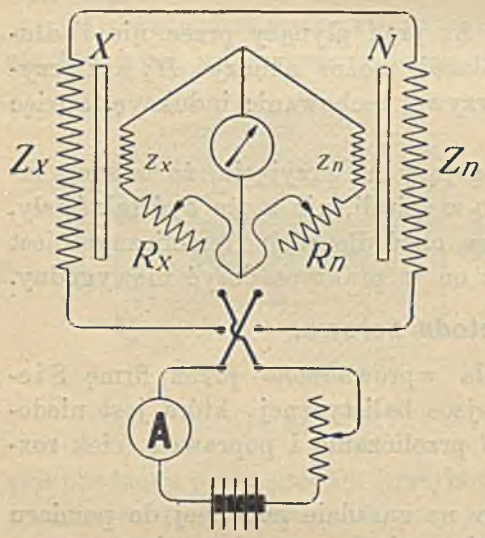
Jeżeli przekroje próbek są Q_x i Q_n, to *SEM*-e indukowane w cewkach wtórnych mają się jak cieki wzbudzające

$$\frac{\int e_x dt}{\int e_n dt} = \frac{R_x \int i dt}{R_n \int i dt} = \frac{B_x Q_x}{B_n Q_n},$$

gdzie i jest to prąd powstający w obwodzie wtórnym. Jeżeli $Q_x = Q_n$, to

$$B_x = B_n \frac{R_x}{R_n}.$$

Przez zastosowanie przy tej porównawczej metodzie jednakowych cewek i próbek niweczy się wpływ cieków rozproszonych, wolnych biegunów, temperatury, obcych pól magnetycznych itp., tak, że przez proste odczytanie wartości oporów R_x i R_n oblicza się łatwo szukaną indukcyę. Możliwe tu są jeszcze następujące uproszczenia. Jeżeli skala ampermetru podaje odrazu natężenie pola w *AZ/cm*, a skala opornicy R_n indukcyę B_n, to wtedy $B_n = R_n$, czyli, że przez zastosowanie odpowiedniej skali na opornicy R_x, można odrazu odczytać wielkość indukcyi w próbce przy danem natężeniu pola w *AZ/cm*. Jest to więc nadzwyczaj dogodna metoda, a badania okazały, że różnice w porównaniu z metodą balistyczną znajdują się w granicach błędów spostrzeżenia.



Rys. 84.

Na tej zasadzie wyrabia Siemens i Halske dwojakiego rodzaju przyrządy.

1. Do badania próbek *(rys. 85.)* w pojedyńczych sztabkach 500 *m/m* długich a 30 *m/m* szerokich; kilka sztabek razem złożonych ma grubość 4 *m/m*. Ciężar próbki jest przeszło 10 razy większy niż przy metodach jarzmowych, a że szerokość próbki jest przeszło 7 razy większa niż grubość, przeto wpływ stwardzonych przy cięciu krawędzi blach jest minimalny. Do wytworzenia 300 *AZ/cm* trzeba przy 110 *V* 6 amp.

2. Do badania próbek ułożonych w czworoboku w przyrządzie Epsteina (p. niżej). Za pomocą tego przyrządu można także badać próbki ze względu na stratność, o czem będzie mowa pod *B*.

B. Pomiary strat w żelazie.

Żelazo, poddane działaniu pola magnetycznego przemiennego, powoduje dwojakiego rodzaju straty energii, wytwarzającej to pole, a mianowicie: 1. skutkiem hysterezy i 2. skutkiem prądów wirowych.

Według Steinmetza strata w 1 cm^3 żelaza skutkiem hysterezy wynosi $p_h = \eta n B_{max}^{1,6} 10^{-7}$ wattów,

gdzie B_{max} jest to największa wartość indukcyi, osiągnięta przy przebiegu przemagnesowania, n częstość okresów, η stały spółczynnik, zależny od rodzaju żelaza i wynoszący 0,001—0,005.

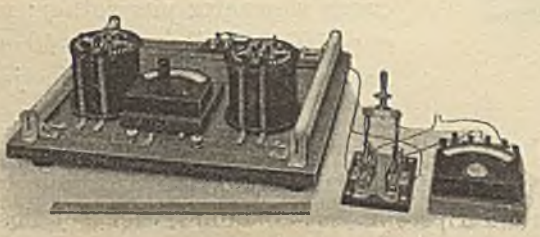
Strata w 1 cm^3 żelaza skutkiem prądów wirowych wynosi $p_w = \beta f n^2 B_{max}^2 10^{-7}$ wattów,

gdzie β jest to spółczynnik wprost proporcyonalny do grubości blachy a odwrotnie do jej oporu właściwego; wynosi on n. p. dla blach 0,5 *m/m* grubych 2—6; f jest to spółczynnik przebiegu krzywej napięcia (dla sinusoidy $f = 1{,}11$).

Te obie straty razem dają straty w żelazie

$$p_z = p_h + p_w.$$

Znajomość strat w żelazie jest rzeczą bardzo ważną przy obliczaniu maszyn elektrycznych i transformatorów. Normy Związku niemieckich elektrotechników*) wprowadzają w tej mierze pojęcie stratności (Verlustziffer); jest to całkowita strata w jednym *kg* żelaza, pomierzona wattmetrem, przy indukcyi $B_{max} = 10000$ *CGS* i 15000 *CGS* i częstości $n = 50$, przy temperaturze 20°C; przebieg krzywej napięcia ma być sinusowy. Jako ciężar gatunkowy żelaza należy przyjąć



Rys. 85.

*) ETZ. 1910. str. 520.

przy zwykłych blachach twornikowych 7,7, a przy aliażowych 7,5. Grubość blach ma być normalnie 0,3, 0,5 i 0,8 *mm* z dokładnością do $\pm 10\%$. Obwód magnetyczny ma być cały zamknięty badanem żelazem. Jako przyrząd najlepiej nadający się do pomiarów podany jest przyrząd Epsteina. Próbki zastosowane do tego przyrządu mają być 500 *mm* długie i 30 *mm* szerokie; połowa z nich ma być ostro krajana w kierunku zgodnym z kierunkiem walcowania a druga połowa prostopadle do niego.

Jako określenie starzenia się żelaza podana jest procentowa zmiana stratności przy $B=10000\,CGS$, po 600 godzinach ogrzewania przy 100°C.

1. Przyrząd Epsteina.

Przyrząd Epsteina*) *(rys. 86.)* wynaleziony w r. 1900 i ulepszony przez niego samego w 1911**) składa się z 4 jednakowych cewek ułożonych w czworobok i połączonych ze sobą. Do tych cewek wsuwa się pakiety blach o wymiarach podanych przez „Normy Z. N. E.“ W porównaniu do starej konstrukcyi różni się nowa tem, że cewka pierwotna w każdym z boków jest podzielona na kilka równolegle ze sobą połączonych części; skutkiem tego w częściach pokrytych zwojami zapobiega się ciekowi rozproszonemu. Prócz tego zastosowano drugą cewkę, wtórną, umieszczoną wewnątrz pierwotnej; ma ona 100 *m/m* długości a 40 *mm* średnicy. Cewka pierwotna jest 1500 *mm* długa i ma 42 *mm* średnicy wewnętrznej. Przez tego rodzaju urządzenie można użyć tego przyrządu do wyznaczania krzywych magnetycznych.

Rys. 86.

Zaletami przyrządu Epsteina są: Badanie większej ilości blach odrazu; próbki można łatwo umieścić w przyrządzie; obróbka próbek bardzo łatwa; obwód magnetyczny ciągły i z badanego materyału.

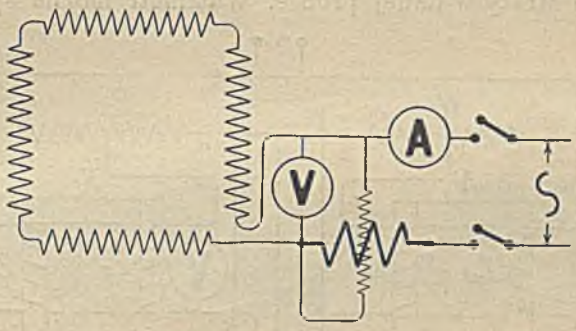
---

*) ETZ. 1900. str. 303. i n. i 1905. str. 403. i n.

**) ETZ. 1911. str. 334.; 1912. str. 262. i n.; 1912. str. 1180. i n.; 1913. str. 146. i n.

Przy wyznaczaniu strat w żelazie robi się następujące połączenie *(rys 87.)*:

Cewki przyrządu łączy się z wattmetrem, voltmetrem i ampermetrem. Wtedy moc mierzona wattmetrem przy indukcyi $B = 10000$ i 15000 *CGS* daje stratność; przy tem należy uwzględ-



Rys. 87.

nić moc straconą w przyrządach mierniczych. Indukcyę B wyznacza się ze wzoru na napięcie na cewce, mierzone voltmetrem V,

$$V = (4\,n\,f\,Z\,Q\,B\,.\,10^{-8} - JR) \text{ voltów},$$

gdzie n jest to częstość okresów, f spółczynnik przebiegu krzywej napięcia, Z liczba zwojów w 4 cewkach przyrządu, Q przekrój próbki żelaza (oblicza się go z średniej długości, ciężaru i ciężaru gat.), J prąd w cewce, a R jej opór.

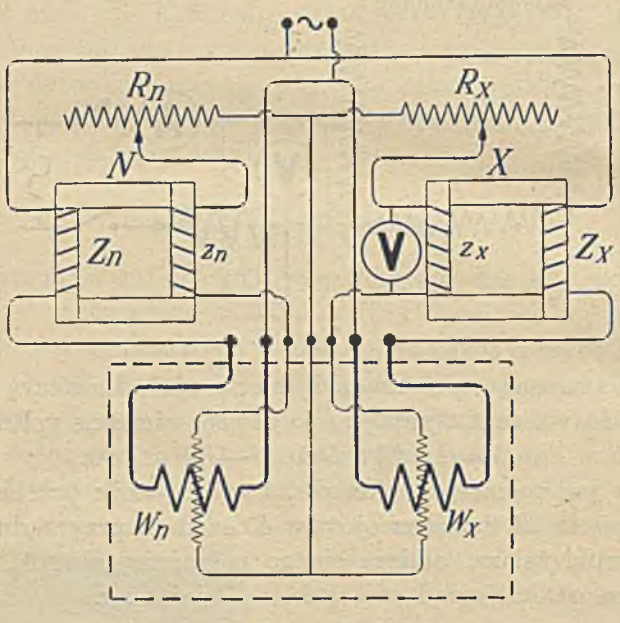
2. Metoda zerowa.

Wyznaczenie stratności za pomocą metody zerowej *) polega na tej samej zasadzie co wyznaczanie krzywych magnetycznych, taką samą metodą.

Układ połączeń przedstawiony jest na *rys. 88.* Składa się on z 2 przyrządów Epsteina, z których jeden jest normalny (N), a drugi (X) zawiera próbki badane; stratność próbki normalnej musi być znana i bardzo dokładnie wyznaczona. Oba uzwojenia pierwotne i wtórne obu przyrządów muszą być dokładnie takie same. Cewki pierwotne są połączone w szereg ze sobą i z dwoma jednakowymi wattmetrami W_n i W_x, a cewki wtórne i opornice do regulowania z cewkami upustowemi wattmetrów. Oba wattmetry są złączone w jeden przyrząd o 2

*) ETZ. 1912. str. 231. i n. i 370. i n.

systemach połączeń i wspólnej skazówce. Jeżeli działania obu przyrządów są te same, to skazówka stoi na zerze. Będzie to wtedy, jeżeli opory R_x i R_n są równe i straty w obu próbkach te same. Jeżeli straty nie będą te same, to dostaniemy odchylenie wattmetru w jedną stronę, proporcyonalne do zużytej mocy, a więc do straty w danej próbce. Wattmetr można sprowadzić



Rys. 88.

do zera przez regulowanie oporów R_x lub R_n, podobnie jak przy wyznaczaniu krzywych magnetycznych. Straty p są więc proporcyonalne do oporów R

$$\frac{p_x}{p_n}=\frac{R_x}{R_n},$$

z tego

$$p_x=p_n\frac{R_x}{R_n}.$$

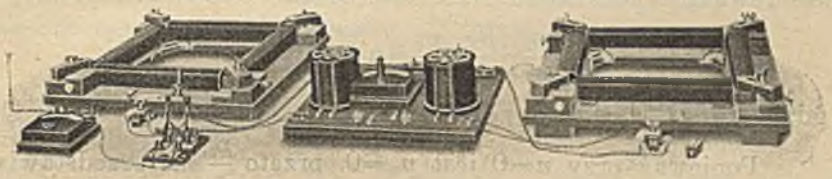
Tutaj można także oznaczyć opornicę R_n jako równą p_n, a R_x zcechować według skali stratności i przez proste nastawienie wattmetru na zero odczytywać odrazu stratność danej próbki.

Ponieważ jest to metoda różnicowa, przeto błędy wyniku będą tem mniejsze, im próbki będą do siebie bardziej zbliżone

tak wymiarami, jak i rodzajem. Z tego powodu dobrze jest brać, jako normalną, próbkę o średniej stratności.

Do nastawiania przyrządu na odpowiednią indukcyę służy voltmetr *V*, załączony na krańcach cewki wtórnej przyrządu badanego; po nastawieniu odłącza się go, aby nie zużywał prądu. Można także mierzyć napięcie po stronie pierwotnej, ponieważ opór cewki jest bardzo mały; przeto odłączanie voltmetru może czasem odpaść.

Przyrząd na tej zasadzie polegający *(rys. 89.)* wprowadziła firma Siemens i Halske. Połączenia tego przyrządu



Rys. 89.

są tego rodzaju, że można go używać także do pomiaru stratności (cewki pierwotne połączone równolegle) jak i do wyznaczania krzywych magnetycznych (cewki w szeregu); cewki wtórne pozostają połączone szeregowo przy obu pomiarach.

Doświadczenia robione z tym przyrządem okazały ogromną jego praktyczność i dokładność. Wpływ temperatury podczas pomiaru, częstości okresów, spółczynnika przebiegu krzywej napięcia i t. p. daje się odczuć tylko w minimalnym stopniu przez to, że równocześnie obie próbki podlegają tym zmianom, a działanie ich jest różnicowe.

Podczas pomiaru dobrze jest ustawić oba przyrządy nad sobą w odległości około 70 *cm*, aby na siebie wzajemnie nie wpływały.

Dokładność wattmetru różnicowego S. & H. wynosi około 1% na 1°, skazówkę można więc nastawić z dokładnością 0,1—0,2%.

Prócz przyrządu Epsteina, używa się także przyrządów Möllingera*), który używa pierścienia jak przy metodzie balistycznej, tylko cewka jest tak zbudowana, że daje się wzdłuż otwierać (każdy zwój jest zakończony zatyczką i gniazdem)

*) ETZ. 1901. str. 379.

i Richtera*), który pozwala na badanie całych blach wsuwanych w cewkę w kształcie walca. W praktyce okazał się najlepszym przyrząd Epsteina.

3. Rozdział strat w żelazie.

Straty w żelazie przedstawione równaniem

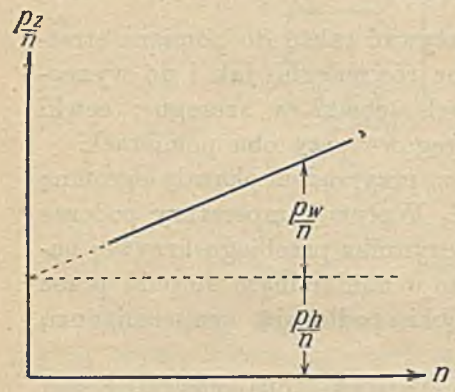
$$p_z = (\eta n B^{1,6} + \beta' n^2 B^2) 10^{-7} \text{ wattów},$$

gdzie $\beta' = \beta f$, można rozdzielić na p_h i p_w przez pomierzenie ich przy stałej indukcyi a zmiennej częstości okresów, gdyż powyższe równanie podzielone przez n przedstawi równanie prostej

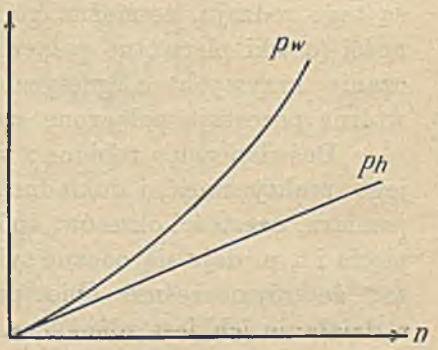
$$\frac{p_z}{n} = \frac{p_h}{n} + \frac{p_w}{n} = \alpha + \gamma n,$$

gdzie $\alpha = \eta B^{1,6} 10^{-7}$, a $\gamma = \beta' B^2 10^{-7}$.

Ponieważ przy $n=0$ jest $p_w=0$, przeto $\frac{p_h}{n} = \alpha$ przedstawia *(rys. 90.)* odcinek na osi rzędnych; jest to więc strata skutkiem



Rys. 90.



Rys. 91.

hysterezy podczas jednego okresu. Prosta równoległa do osi n w odstępie $\frac{p_h}{n}$ przedstawia więc każdorazową stratę skutkiem hysterezy, a reszta rzędnej stratę skutkiem prądów wirowych podczas jednego okresu.

Jeżeli poszczególne wartości $\frac{p_h}{n}$ i $\frac{p_z}{n}$ pomnoży się przez n,

*) ETZ. 1903. str. 341.

to otrzyma się *(rys. 91.)* krzywe p_h i p_w w zależności od częstości przy stałej indukcyi.

Interesującym jest również przebieg krzywych strat przy stałem n a zmiennem B, wtedy p_h rośnie proporcyonalnie do $B^{1,6}$ a p_w do B^2.

Jeżeli zaś utrzymuje się stałe napięcie, a zmienia się częstość, to moc stracona spada z rosnącą częstością okresów.

Znajomość poszczególnych strat w żelazie ma — prócz teoretycznego — także wielkie znaczenie praktyczne przy obliczeniach i pomiarach maszyn, transformatorów i przyrządów. Będzie o tem jeszcze mowa w II. tomie.

IV.

Badanie stanu izolacyi i uziemienia.

Badanie stanu izolacyi urządzeń elektrycznych polega na pomiarze oporu izolacyi całego urządzenia lub jego poszczególnych części, a więc maszyn, przyrządów, przewodów i t. p., oraz na wyszukaniu ewent. błędu izolacyi. Pomiar oporu izolacyi maszyn elektrycznych będzie omawiany później, przy badaniach maszyn, tu zajmiemy się tylko sposobami pomiaru izolacyi przewodów i całych urządzeń i to tak względem ziemi, jak i przewodów względem siebie, oraz sposobami wyszukania błędu izolacyi.

Ze względu na ważność dobrego stanu izolacyi na bezpieczeństwo publiczne normują Przepisy bezpieczeństwa urządzeń elektrycznych warunki jakim ma odpowiadać izolacya i w jakich dotyczące pomiary wykonywać należy.

Austryackie Przepisy bezpieczeństwa w następujący sposób określają przepisy co do stanu izolacyi urządzeń elektrycznych (§. 104. wyd. 1911).

„Przed pierwszem puszczeniem w ruch każdego urządzenia elektrycznego o prądzie silnym, należy wykonać pomiar izolacyi każdej części, o ile możności używając napięcia normalnego ruchu, conajmniej jednak napięcia wynoszącego 100 *V*. Przepis ten odnosi się również w razie rozszerzenia urządzenia.

Pomiar należy wykonać nie tylko celem wyznaczenia oporu izolacyi pomiędzy przewodami a ziemią, ale ma być zmierzony przy tem i opór izolacyi dwuch sąsiednich przewodów względem siebie, o ile między tymi przewodami istnieje różnica napięć. Przy pierwszym pomiarze należy bieguny izolowane każdego obwodu połączyć przewodząco ze sobą, przy drugim pomiarze należy oddzielić wszystkie żarówki, lampy łukowe, motory i resztę prąd zużywających przyrządów, natomiast wszystkie świeczniki istniejące należy przyłączyć, bezpieczniki założyć i wszystkie łączniki załączyć.

Obwody szeregowe wolno jednak przerywać tylko w jednem miejscu, przyczem należy je obrać o ile możności najbliżej takiego punktu,

którego napięcie wynosi połowę napięcia panującego na biegunach dotyczącego źródła energii elektrycznej.

Przy pomiarach izolacyi względem ziemi przy użyciu prądu stałego należy przyłączyć do badanego przewodu biegun ujemny źródła prądu, o ile niema żadnego powodu sprzeciwiającego się temu, a pomiar rozpocząć dopiero wtedy, gdy przewód znajdował się pod napięciem przez przeciąg jednej minuty.

Opór izolacyi zmierzony przy tych pomiarach ma wynosić przynajmniej $5000\frac{E}{J}$ ohmów, przyczem E oznacza najwyższą (skuteczną) różnicę napięcia w voltach między dotyczącymi przewodami lub między przewodem a ziemią, a J natężenie (skuteczne) prądu w amperach, przechodzącego przez odnośne przewody podczas normalnego ruchu.

Badając izolacyę większej sieci przewodów nie potrzeba badać każdego odgałęzienia na opór izolacyi, natomiast wystarcza stwierdzić, że opór izolacyi całej sieci odpowiada wyż wymienionemu warunkowi i przenosi $1000.E$ ohmów. O ile się okaże, że opór izolacyi wynosi w najgorszym razie $5000\frac{E}{J}$ ohmów, atoli mniejszym jest niż $1000.E$ ohmów, ma się odnośną sieć rozkładać na poddziały tak długo, aż zmierzony opór izolacyi każdego osobnego poddziału przewyższa $1000.E$ ohmów. Jeżeli wówczas każdy z poddziałów wykaże nadto opór izolacyi równy conajmniej $5000\frac{E}{J}$ ohmów można przyjąć, że warunki przepisane co do izolacyi zostały dotrzymane.

Opór izolacyi przewodów powietrznych mierzony w czasie wilgotnym ma wynosić na 1 *km* włączonej podczas pomiaru długości przewodów, przy napięciu normalnem do 300 *V* conajmniej 24000 ohmów, przy napięciu między 300 i 20000 *V* co najmniej 80 ohmów na 1 *V*, a przy napięciu powyżej 20000 *V* conajmniej 1600000 ohmów".

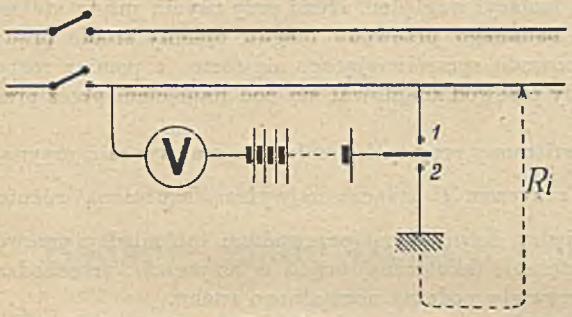
. Pomiar oporu izolacyi przewodów wyłączonych.

Jako źródło prądu do pomiaru użyć jest najlepiej bateryi akumulatorów, będącej na miejscu lub pomocniczej, przenośnej; napięcie jej nie powinno być mniejsze niż 100 *V*. Zamiast akumulatorów można użyć prądu z generatora (prądu stałego), zasilającego daną sieć, od której odłączono przewody badane.

a) Opór przewodów względem ziemi.

Biegun dodatni bateryi *(rys. 92.)* uziemia się za pośrednictwem przełącznika, ujemny przyłącza się do badanego przewodu. W szereg z bateryą jest umieszczony voltmetr *V* o dużym oporze R_v. Przy położeniu przełącznika na 1, voltmetr mierzy napięcie bateryi V_1; przy położeniu 2 odchylenie voltmetru V_2 będzie mniejsze, gdyż wtedy obwód bateryi zostanie

zamknięty oporem izolacyi R_i przewodów względem ziemi, a więc prąd J przechodzący przez voltmetr będzie mniejszy.



Rys. 92.

Prąd J określony jest napięciem bateryi i oporem całego obwodu

$$J=\frac{V_1}{R_i+R_v+\varrho},$$

gdzie ϱ jest to opór wewnętrzny bateryi; jest on wobec R_i i R_v tak mały, że można go zwykle nie uwzględniać. Prąd J, przechodząc wtedy przez voltmetr, wywołuje spadek napięcia

$$V_2=JR_v,$$

czyli

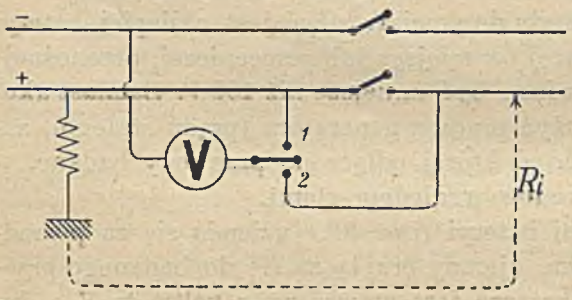
$$V_2=\frac{V_1}{R_i+R_v}R_v;$$

z tego

$$R_i=R_v\left(\frac{V_1}{V_2}-1\right).$$

W ten sam sposób postępuje się z drugim przewodem. O ile idzie o pomiar oporu izolacyi obu przewodów razem, albo całej sieci, trzeba połączyć matalicznie oba przewody — wystarczy zrobić to n. p. za pomocą kilku żarówek — a pomiar odbywa się tak samo jak poprzednio.

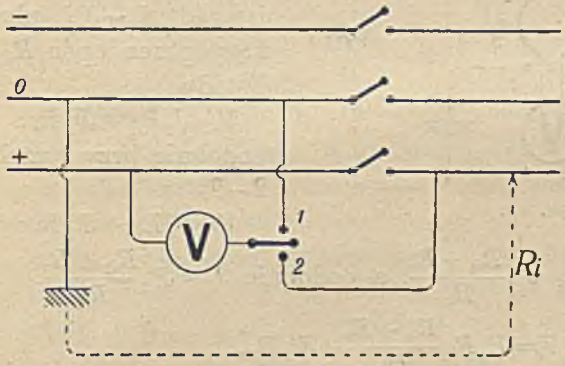
To samo można wykonać przy pomocy prądu (stałego) z generatora *(rys. 93.)*; stosuje się to zwłaszcza wtedy, kiedy cała instalacya jest pod napięciem, a bada się jedną część odłączoną, np. złącz domowy. Wtedy trzeba zwrócić uwagę na to, że albo maszyna albo reszta instalacyi może być uziemiona celowo lub przypadkowo. Uważać więc należy, aby nie spowodować zwarcia. W tym celu uziemia się jeden biegun (dodatni) nie wprost, lecz przez jakiś znaczny opór r n. p. przez ża-



Rys. 93.

rówkę, wtedy unika się zwarcia na wypadek gdyby drugi biegun był uziemiony. Sposób postępowania jest taki sam jak poprzednio. Przy położeniu przełącznika na 1 mierzy się V_1, przy położeniu na 2 V_2; wtedy $R_i = R_v\left(\frac{V_1}{V_2} - 1\right) - r$.

Opór r żarówki jest często tak mały wobec reszty (żarówka metalowa w stanie zimnym), że można go nie uwzględnić.



Rys. 94.

W sieciach trójprzewodowych z uziemionym przewodem zerowym uziemienia osobnego nie potrzeba, a układ połączeń robi się według *rys. 94.*

Przy prądzie przemiennym postępuje się tak samo jak przy stałym, przy zastosowaniu bateryi pomocniczej.

b) Opór przewodów względem siebie.

Sposób postępowania jest podobny jak pod a); odpada tylko wtedy uziemienie. Naprzód mierzy się napięcie bateryi V_1, potem załącza się bateryę między oba przewody i mierzy napięcie V_2. Opór izolacyi oblicza się według tego samego wzoru, jak pod a).

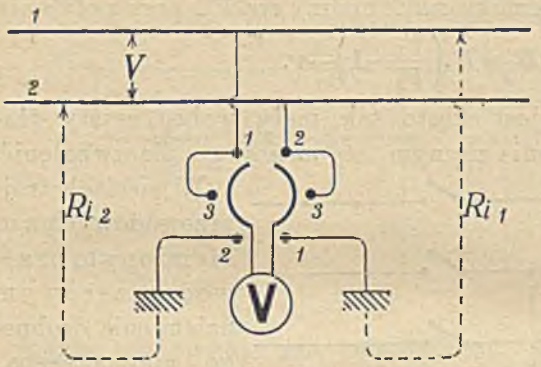
2. Pomiar oporu izolacyi przewodów załączonych.

(Metoda Frischa).

Gdy się ma pomierzyć opór izolacyi całego urządzenia podczas ruchu, a więc sieci przewodów z maszynami, przyrządami, lampami i t. p., to nie można zastosować metod poprzednich, nie pozwalających pomierzyć odrazu oporu całej izolacyi względem ziemi, lecz tylko każdego przewodu z osobna.

Voltmetr V załącza się *(rys. 95.)* za pomocą przełącznika raz między przewód a ziemię (położenie 1—1), wtedy pokazuje napięcie V_1, drugi raz między przewód 2 a ziemię (2—2), napięcie V_2, a wreszcie między oba przewody (3—3), napięcie V.

W położeniu 1—1 opór woltmetru R_v jest załączony równolegle do oporu izolacyi R_{i_1} przewodu 1; wtedy prąd J_2 płynący z przewodu 2 przez opór R_{i_2} do przewodu 1, rozdziela się na prąd J'_1 płynący przez voltmetr i prąd $J_2 - J'_1$ płynący przez opór R_{i_1}. Wtedy



Rys. 95.

$$V = J_2 R_{i_2} + J'_1 R_v,$$

podobnie przy (przeł. 2—2)

$$V = J_1 R_{i_1} + J'_2 R_v;$$

ponieważ wtedy $J_2 = J'_1 \frac{R_{i_1} + R_v}{R_{i_1}}$, a podobnie $J_1 = J'_2 \frac{R_{i_2} + R_v}{R_{i_2}}$,

przeto $$V = J'_1 R_{i_2} \frac{R_{i_1} + R_v}{R_{i_1}} + J'_1 R_v,$$

oraz $$V = J'_2 R_{i_1} \frac{R_{i_2} + R_v}{R_{i_2}} + J'_2 R_v;$$

z tego $$J'_1 \left(R_{i_2} \frac{R_{i_1} + R_v}{R_{i_1}} + R_v \right) = J'_2 \left(R_{i_1} \frac{R_{i_2} + R_v}{R_{i_2}} + R_v \right),$$

$$\frac{J'_1}{J'_2} = \frac{\frac{R_{i_1} R_{i_2} + R_{i_2} R_v + R_{i_1} R_v}{R_{i_2}}}{\frac{R_{i_1} R_{i_2} + R_{i_2} R_v + R_{i_1} R_v}{R_{i_1}}} = \frac{R_{i_1}}{R_{i_2}}.$$

Podstawmy to w równanie na V:

$$V = \left[\frac{J'_2}{J'_1} (R_{i_1} + R_v) + R_v \right],$$

$$V = \left[\frac{J'_1}{J'_2} (R_{i_2} + R_v) + R_v \right].$$

Z tego $$R_{i_1} = \frac{V - R_v (J'_1 + J'_2)}{J'_2},$$

$$R_{i_2} = \frac{V - R_v (J'_1 + J'_2)}{J'_1}.$$

Ponieważ $J'_1 R_v = V_1$, a $J'_2 R_v = -V_2$, — znak — jest tu wzięty dla oznaczenia, że odchylenia będą przeciwne, — jeżeli n. p. przewód 1 jest dodatni, a 2 ujemny, to

$$R_{i_1} = R_v \frac{V - V_1 + V_2}{-V_2},$$

$$R_{i_2} = R_v \frac{V - V_1 + V_2}{V_1}.$$

Opór R_i izolacyi obu przewodów razem wziętych obliczy się według $\frac{1}{R_i} = \frac{1}{R_{i_1}} + \frac{1}{R_{i_2}}$,

$$R_i = R_v \frac{V - V_1 + V_2}{V_1 - V_2} = R_v \left(\frac{V}{V_1 - V_2} - 1 \right).$$

Zamiast napięć V_1 i V_2 można wstawić odpowiednie odchylenia w podziałkach. W układach dwuprzewodowych odchylenia będą zawsze w stronę przeciwną, wstawiamy więc je do wzoru ze znakiem dodatnim.

W układach trójprzewodowych z izolowanym przewodem zerowym można również zastosować tę samą metodę. Jeżeli napięcie względem ziemi przewodu pierwszego nazwiemy V_1, zerowego V_0, a drugiego V_2, to opór izolacyi całego układu będzie

$$R_i = R_v \left(\frac{V}{V_1 - V_0} - 1 \right) = R_v \left(\frac{V}{V_0 - V_2} - 1 \right).$$

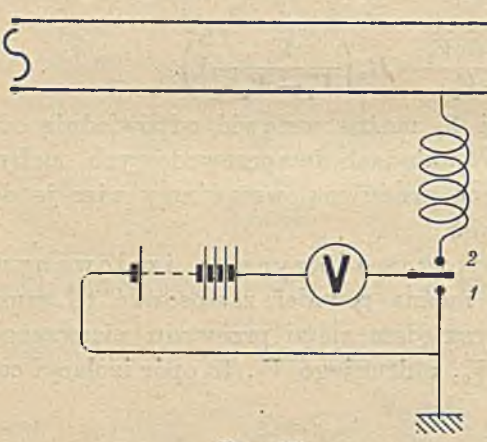
Wyprowadzenie powyższego wzoru odbywa się w sposób podobny do poprzedniego; nie przedstawia ono jednak nic ciekawego, dlatego je pominięto; można to znaleść w dziełach specyalnych, podanych niżej.

Z powyższych wzorów widać, że opór galwanometru powinien być możliwie mały. Jeżeli R_v jest wobec R_i duże, musi być wyraz w nawiasie mały, t. zn. $\frac{V}{V_1 - V_2}$ nie wiele większy niż 1; skutkiem tego mały błąd spostrzeżenia powoduje duży błąd wyniku.

W układach trójprzewodowych z uziemionym przewodem zerowym, oraz wogóle w sieciach, w których jest jeden przewód uziemiony, nie można, rozumie się, zastosować powyższej metody do pomiaru izolacyi. Można tu tylko zbadać stan izolacyi zapomocą ampermetru załączonego między przewód zerowy a ziemię. Jeżeli wtedy odchylenie galwanometru jakie sprawia prąd płynący normalnie z przewodu zerowego do ziemi, nazwiemy dodatniem, to dodatnie odchylenie

świadczy o lepszym stanie izolacyi strony dodatniej sieci, a ujemne o lepszym stanie strony ujemnej.

Przy pomiarze izolacyi sieci prądu przemiennego można postępować według metody poprzedniej; jest to jednak bardzo niedokładne, gdyż przyrządy miernicze do prądu przemiennego są mało czułe, a prócz tego pojemność i samoindukcya sieci wpływa niekorzystnie na wynik pomiaru.



Rys. 96.

Lepiej w takich razach użyć prądu stałego z bateryi akumulatorów, a przewody uważać jako pozbawione prądu *(rys. 96.)*. Przyrządy miernicze wtedy używane mają być czułe tylko na prąd stały. Dla ochrony voltmetru włącza się w szereg z nim cewkę indukcyjną o bardzo małym oporze ohmowym, wtedy przechodzi przez niego także prąd przemienny (do ziemi), ale ten jest tak mały, że go nie uszkodzi. Sposób postępowania jest taki sam jak pod 1a).

3. Wyznaczenie miejsca błędu izolacyi.

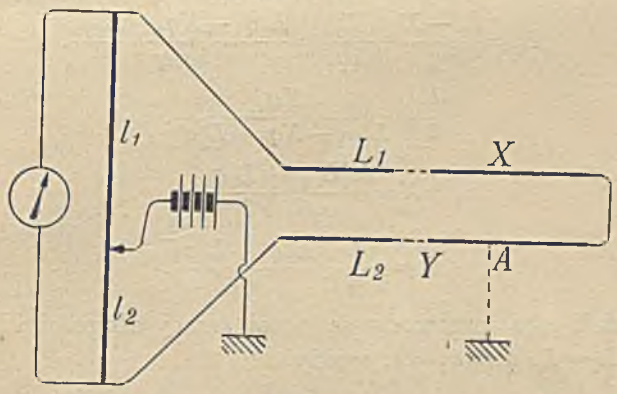
Jeżeli w sieci przewodów elektrycznych powstał błąd, czy to przez zwarcie przewodów ze sobą, czy też przewodu z ziemią — przyczem przez zwarcie rozumieć będziemy nie tylko bezpośrednie zetknięcie się przewodów ze sobą lub z ziemią, ale i niedopuszczalne zmniejszenie się oporu izolacyi w jakiemś miejscu — należy naprzód błąd zlokalizować, t. j. oznaczyć w którym z przewodów, albo w której z części tegoż ten błąd się znajduje. W tym celu dzieli się sieć na poszczególne części (za pomocą wyjmowania bezpieczników, albo w ostateczności za pomocą przecięcia przewodów) tak długo, aż dostanie się ten kawałek przewodu, w którym jest miejsce błędu. Znajduje się to za pomocą miernika izolacyi, załączonego do

rozdzielnicy lub przewodów głównych; w razie gdy wychylenie skazówki miernika zniknie po odłączeniu jakiego przewodu, błąd znajduje się właśnie w tym przewodzie.

Wtedy można przystąpić do szczegółowego obejrzenia i zbadania dotyczącego przewodu lub do rachunkowego wyznaczenia miejsca błędu.

a) Zwarcie z ziemią.

Najlepsza jest metoda mostku Wheatstone'a; można ją jednak zastosować tylko wtedy, jeżeli przekrój przewodu jest na całej długości ten sam, a długość jego znana; jeżeli prze-



Rys. 97.

kroje są różne, to trzeba je zredukować do jednego przekroju, t. j. wyznaczyć długości, jakieby te części miały, gdyby były o tym samym przekroju a odpowiednim oporze. Bardzo często przewód doprowadzający i odprowadzający są położone obok siebie, wtedy bierze się oba w rachubę; jeżeli tak nie jest, a oba końce przewodu są od siebie oddalone, to trzeba położyć przewód pomocniczy o znanej długości.

Metoda Murray'a.

Końce obu przewodów o długości L_1 i L_2 o przekroju q_1 i q_2 łączy się z jednej strony ze sobą za pomocą grubego drutu, a z drugiej przyłącza do drutu mierniczego według mostku Kirchhoffa *(rys. 97.)* (lub do dwuch opornic według mostku Wheatstone'a). Galwanometr załącza się w upuście do drutu, a bateryę, uziemioną jednym biegunem, — do styku ruchomego. Jeżeli n. p. w p. A jest zwarcie z ziemią, to prąd z bateryi przechodzi przez mostek a wraca przez błąd i ziemię

napowrót. Wtedy cały przewód rozpada się na dwie części X i Y, tak że $X+Y=L_1+L_2$, gdzie L_1 wzgl. L_2 są to długości przewodu doprowadzającego wzgl. odprowadzającego.

Sposób postępowania przy pomiarze jest taki sam, jak przy pomiarze oporu mostkiem Kirchhoffa. Jeżeli galwanometr stoi na 0, to

$$\frac{R_x}{R_y}=\frac{l_1}{l_2},$$

gdzie R_x i R_y są to opory poszczególnych gałęzi,

$$R_x=\frac{X}{\lambda q_1},$$

$$R_y=\frac{L_1-X}{\lambda q_1}+\frac{L_2}{\lambda q_2}=\frac{L_1 q_2-X q_2+L_2 q_1}{\lambda q_1 q_2},$$

$$\frac{l_1}{l_2}=\frac{X q_2}{L_1 q_2-X q_2+L_2 q_1},$$

z tego

$$X=\frac{l_1(L_1 q_2+L_2 q_1)}{q_2(l_1+l_2)},$$

$$X=\frac{l_1}{l_1+l_2}\cdot\frac{L_1 q_2+L_2 q_1}{q_2}.$$

Jeżeli oba przewody są o tej samej długości i grubości, to $L_1=L_2=L$, $q_1=q_2=q$, wtedy

$$X=2L\frac{l_1}{l_1+l_2},$$

gdzie L jest to pojedyńcza długość kabla.

W podobny sposób można obliczyć Y, i zwykle dla kontroli się oblicza, a z obu wartości bierze się średnią.

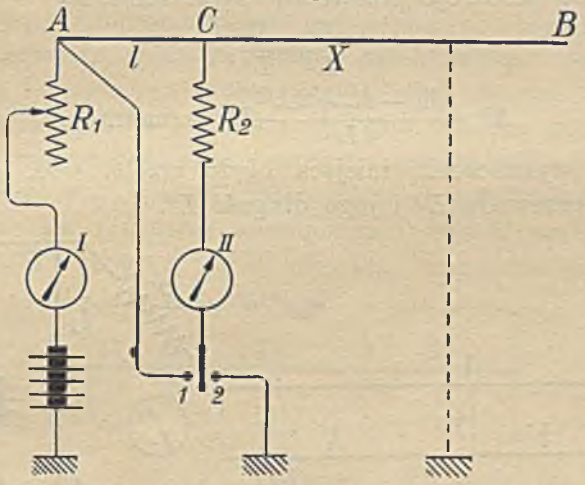
W razie gdy przewodu (albo kabla) powrotnego niema, to trudno jest pomierzyć dokładnie miejsce błędu izolacyi. Najlepszą metodą wtedy jest następująca *(rys. 98.)*:

Potrzebne są do tego 2 galwanometry. Jeden (I) załącza się na końcu A w szereg z uziemioną bateryą. Za pomocą oporu R_1 reguluje się na stały prąd. Drugi galwanometr (II) przyłącza się w p. C, przyczem kawałek kabla AC o długości l musi mieć dobrą izolacyę. Opór gałęzi galwanometru II musi być dosyć duży w porównaniu z obwodem kabla z błędem.

Przez nastawienie przełącznika na 1 dostanismy odchylenie α_1, na 2 odchylenie α_2. Opór R_2 trzeba tak dobrać, aby odchylenie α_2 było największe w granicach skali.

Następnie przenosi się galwanometr II wraz z oporem R_2 na drugi koniec kabla i uziemia. Prąd z bateryi musi być ten sam co poprzednio. Jeżeli odchylenie galwanometru II będzie wtedy α_3, to odległość miejsca błędu od p. C będzie

$$X = l\frac{\alpha_2 - \alpha_3}{\alpha_1}.$$



Rys. 98.

Jeżeli w przewodzie jest nie jeden błąd, lecz dwa lub więcej, to powyższe pomiary dają tylko jakiś punkt pośredni, leżący bliżej większego błędu. Skoro więc nie można znaleść błędu w wyznaczonem miejscu, to trzeba przewód w tem miejscu przeciąć i pomiar powtórzyć dla obu kawałków.

b) Zwarcie dwuch przewodów.

Jeżeli między 2 przewodami jest zwarcie bezpośrednie lub za mały opór izolacyi, jednak bez zwarcia z ziemią, to trzeba zastosować podwójną obserwacyę, aby znaleść miejsce zwarcia.

Dwa końce obu przewodów (o tej samej długości L i przekroju q) łączy się z drutem mierniczym według *rys. 99.* R' jest to opór porównawczy; drugie dwa końce mogą być wolne i niepołączone ze sobą. Opór zwarcia niech będzie ϱ. Wtedy znaleziony opór $R_1 = R'_1 \frac{l'_1}{l'_2} = 2X + \varrho$.

Podobnie postępuje się po drugiej stronie z dwoma drugimi końcami; wtedy $R_2 = R'_2 \frac{l''_1}{l''_2} = 2Y + \varrho$.

$$R_1 - R_2 = 2X - 2Y = 2X - 2(L - X) = 4x - 2L,$$

$$X = \frac{R_1 - R_2 + 2L}{4} \text{ w ohmach.}$$

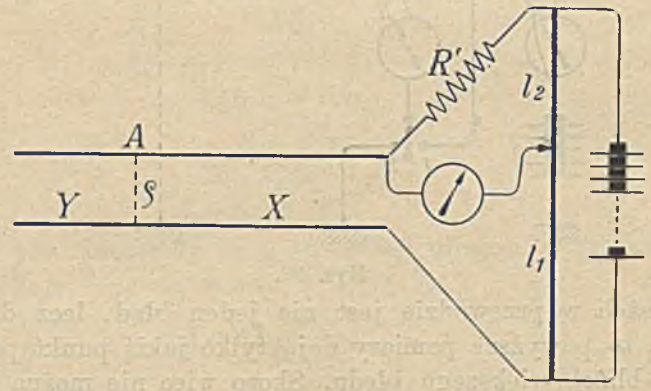
Jeżeli przewody nie są jednakowe, to trzeba to uwzględnić podobnie jak pod a).

Jeżeli przekroje przewodów są te same, to

$$\frac{X^{\Omega}}{L^{\Omega}} = \frac{X^{m}}{L^{m}},$$

$$X^{m} = \frac{R_1 - R_2 + 2L^{\Omega}}{4L^{\Omega}} L^{m} \text{ w metrach.}$$

Do wyznaczenia miejsca błędu trzeba więc znać opór jednego przewodu L^{Ω} i jego długość L^{m}.



Rys. 99.

Metod służących do pomiarów izolacyi sieci jest bardzo wiele; tutaj podane są najważniejsze, przy których używa się przyrządów laboratoryjnych.

W praktyce używa się do tego celu osobnych przyrządów t. zw. mierników izolacyi, za pomocą których można w szybki i łatwy sposób dojść do zadowalających wyników.

4. Badanie stanu uziemienia.

Badanie stanu uziemienia urządzeń elektrycznych polega głównie na pomiarze oporu uziemienia.

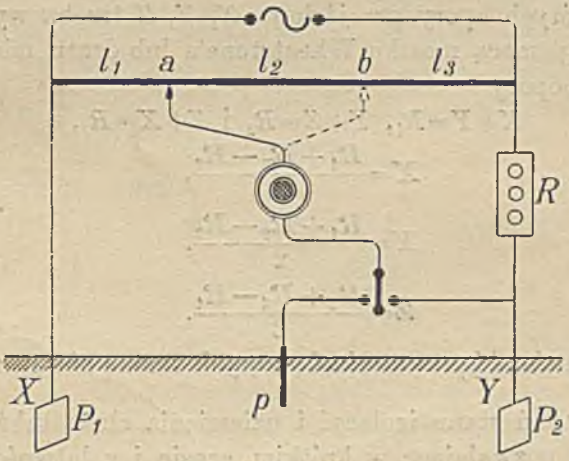
Opór uziemienia jest to opór przejściowy od przewodnika położonego w ziemi, stanowiącego t. zw. uziemienie, do samej ziemi. Uziemienie robi się zwykle z płyt lub rur miedzianych lub żelaznych, umieszczonych w ziemi wilgotnej lub przynaj-

mniej zmieszanej z tłuczonym koksem; najlepsze uziemienie stanowi połączenie przewodów elektrycznych z rurociągami wodnymi lub gazowymi. Z natury rzeczy wynika, że opór uziemienia powinien być jak najmniejszy, aby uziemienie było jak najlepsze; zależny jest on od wielkości płyt uziemiających, stanu ziemi i t. p. i waha się zwykle w granicach 1—100 a nawet więcej ohmów, przyczem mniejszy niż 4—5 Ω uważa się za dobry.

Do pomiaru oporu uziemienia należy używać prądu przemiennego lub przerywanego; przy prądzie stałym występują zjawiska polaryzacyi i elektrolizy, które szkodzą pomiarowi.

Najlepszym sposobem pomiaru oporu uziemienia jest:

a) Metoda Wiecherta. — Dwie płyty uziemiające P_1 i P_2 łączy się z drutem mierniczym w sposób wskazany na *rys. 100.* W szereg z jedną płyt (P_2) umieszcza się opór R



Rys. 100.

(kilkanaście ohmów). Między niemi wbija się do ziemi zawilgoconej pręt żelazny p.

Za pomocą przełącznika załącza się telefon t raz do uziemienia pomocniczego p, drugi raz do płyty P_2 i szuka na drucie mierniczym miejsca równego potencyału (a z p, b z P_2). Jeżeli opór przejściowy płyty P_1 oznaczymy przez X, a płyty P_2 przez Y, to po sprowadzeniu układu do równowagi będzie

$$X : Y : R = l_1 : l_2 : l_3,$$

z tego $$X = R\frac{l_1}{l_3}, \text{ a } Y = R\frac{l_2}{l_3},$$

Opór R powinien być tak dobrany, aby był zbliżony do oporu płyt. Opory przewodów łączących należy odjąć od wyniku.

W ten sposób otrzymuje się właściwie wartości oporów między płytami a prętem pomocniczym; opór ziemi jest jednak tak mały, że się go nie uwzględnia, a opór prętu nie wchodzi w rachubę, bo przez niego prąd nie płynie.

Jeżeli jest tylko jedna płyta uziemiająca, której opór przejściowy ma się wyznaczyć, to trzeba sporządzić drugie uziemienie pomocnicze, n. p. z taśmy stalowej 25 *mm* szerokiej i 1 *m* długiej, zanurzonej w studni, rzece, stawie i t. p. (Bardzo czysta woda jest złym przewodnikiem!).

b) Przy uziemieniu ochronników w sieciach trójprądowych ma się do czynienia zwykle z trzema płytami uziemiającemi, których opory przejściowe X, Y, Z trzeba wyznaczyć. Wtedy za pomocą mostku Wheatstone'a lub drutu mierniczego mierzy się opory

$$X+Y=R_1,\ Y+Z=R_2 \text{ i } Z+X=R_3,$$

ztąd

$$X=\frac{R_1+R_3-R_2}{2},$$

$$Y=\frac{R_1+R_2-R_3}{2},$$

$$Z=\frac{R_2+R_3-R_1}{2},$$

Oporu ziemi i przewodów łączących można nie uwzględniać.

Do badań stanu izolacyi i uziemienia służą także osobne przyrządy, pozwalające w krótkim czasie i z łatwością uskutecznić pomiary.

Literatura specyalna:

Raphael Apt: Isolationsmessungen und Fehlerortbestimmungen, wyd. II. 1911.

Fröhlich: Isolations- und Fehlerbestimmungen, 1895.

V.

Badanie lamp elektrycznych.

Zasady fotometryi.

Badanie własności światła należy do fizyki; w elektrotechnice zaś zajmujemy się przeważnie tylko własnościami oświetlenia elektrycznego za pomocą lamp żarowych i łukowych, a badanie ich ograniczamy zwykle do pomiaru natężenia źródła światła i naświetlenia, t. j. zastosowania tego źródła światła do celów oświetlenia.

Natężenie światła.

Natężenie światła jest to ilość energii, jaką ciała świecące wysyłają w jednostce czasu pod postacią światła. Absolutnej miary tej energii niema; można ją tylko pomierzyć za pomocą bolometrów, polegających na własności niektórych ciał silnie pochłaniających energię świetlną i wydzielających ją jako energię cieplną, lub za pomocą fotometrów, polegających na porównywaniu natężeń dwuch źródeł światła ze sobą. W elektrotechnice mają zastosowanie tylko te drugie.

Jako jednostka natężenia światła służy t. zw. świeca. Dotychczas nie osiągnięto jeszcze porozumienia co do określenia wielkości tej świecy jako międzynarodowej miary natężenia światła. W Austryi i Niemczech przyjęto t. zw. świecę Hefnera (Hefnerkerze, *HK*). We Francyi, Anglii i Ameryce zrównano (w r. 1911) istniejące tam jednostki natężenia światła (Bougie décimale, Pentan candle, American Candle); są one nieco większe niż świeca Hefnera. We Francyi używają w gazownictwie jako jednostki t. zw. Carcel. Wzajemny stosunek tych jednostek — dziś używanych — wskazuje następująca tablica:

	Świeca Hefnera	Świeca franc...	Carcel
Świeca Hefnera	1	0,9	0,093
Świeca franc., ang. i ameryk.	1,11	1	0,1035
Carcel	10,75	9,65	1

Energia, jaką ciało ogrzewane rozsyła w postaci fal świetlnych, rozchodzi się prostolinijnie na wszystkie strony, jako t. zw. ciek świetlny. W tej mierze zjawiska świetlne są podobne do zjawisk magnetycznych i elektrycznych i do nich stosuje się też prawo cieku magnetycznego. Jeżeli więc wyobrazimy sobie ciała świecące skoncentrowane w 1 punkcie, to ciek świetlny rozchodzi się równomiernie po promieniach kuli, zatoczonej koncentrycznie ze źródłem światła. Wtedy przez jakąś powierzchnię, zamkniętą kątem bryłowym $d\omega$, przechodzi ciek $d\Phi_s$; wtedy stosunek $\frac{d\Phi_s}{d\omega}=S$ nazywa się natężeniem światła. Z tego cały ciek $\Phi_s=S\int d\omega$.

Miarą natężenia światła jest ciek przechodzący przez powierzchnię kuli zatoczoną naokoło niego promieniem 1; wtedy więc

$$\Phi_s=4\pi S,$$

$$S=\frac{\Phi_s}{4\pi}.$$

Jednostką cieku świetlnego jest ciek, przechodzący przez kąt bryłowy $=1$, a pochodzący od jednostki natężenia światła; jednostka cieku naz. się lumen (skróc. *Lm*).

Jeżeli ciało wysyła ciek Φ_s przez czas t, to

$$Q_s=\Phi_s t$$

nazywamy ilością światła i mierzymy w lumensekundach, albo lumengodzinach.

Ponieważ światło rozchodzi się kulisto, przeto na powierzchni kuli, zatoczonej promieniem r_1, będzie natężenie światła

$$S_1=\frac{\Phi_s}{4\pi r^2_1},$$

a na innej kuli o promieniu r_2 będzie

$$S_2=\frac{\Phi_s}{4\pi r^2_2},$$

z tego $$\frac{S_1}{S_2}=\frac{r^2_2}{r^2_1};$$

jest to podstawowe prawo fotometryi mówiące, że natężenie światła maleje z kwadratem odległości.

Jeżeli źródła światła nie można sobie wyobrazić jako punkt, tylko jako powierzchnię świecącą (F) o natężeniu S, to

$$\frac{S}{F}=B$$

naz. się blask i mierzy się w świecach na cm^2 (S/cm^2).

Naświetlenie.

W technice oświetlenia elektrycznego idzie głównie nie tyle o samo natężenie światła, lecz o praktyczne jego wyzyskanie, t. j. o oświetlenie powierzchni czyli naświetlenie.

Ponieważ natężenie światła maleje z kwadratem odległości, przeto znajomość odległości źródła światła od danego przedmiotu jest tutaj miarodajna. Jeżeli ciek świetlny Φ_s wychodzący z jakiegoś źródła światła o natężeniu S, pada na powierzchnię kuli koncentrycznej, to natężenie światła na tej powierzchni będzie $$\frac{\Phi_s}{4\pi r^2}=\frac{S}{r^2}=L.$$

To samo odnosi się do powierzchni płaskiej, o ile odległość jest taka, że ta powierzchnia jest jakby cząstką powierzchni kuli, a światło pada na nią prostopadle.

Jeżeli światło pada pod kątem α, to

$$L=\frac{S}{r^2}\cos\alpha.$$

Jeżeli $S=1$ świeca, $r=1\,m$, a $\cos\alpha=1$, to $L=1$ i to jest jednostką naświetlenia i naz. się Lux (skróc. *Lx*); jest to więc naświetlenie pochodzące od światła 1 świecy, padającego prostopadle z odległości $1\,m$ na daną powierzchnię.

Przy naświetleniu trzeba często uwzględnić i czas naświetlenia t (w fotografii). Wtedy iloczyn $L.t$ nazywa się wyświetleniem i mierzy się w luxsekundach; jeżeli $L=1$ lux, a $t=1''$, to wtedy $L.t$ jest jednostką wyświetlenia.

Jednostki praktyczne, używane w fotometryi, są zestawione na następującej tablicy:

Nazwa	Znak	Objaśnienie	Jednostka i oznaczenie	Wzór
Natężenie światła	S	Poziome natężenie światła 1 świecy	Świeca S	—
Blask	B	Natężenie światła jednostki powierzchni	S/cm^2	$B=\frac{S}{F}$
Ciek świetlny	Φ_s	Ciek wychodzący z 1 S przez kąt bryłowy $\omega=1$	Lumen Lm	$\Phi_s=S.\omega$
Ilość światła	Q_s	Ciek razy czas	Lumen-sekunda $Lm\,sec$	$Q_s=\Phi_s.t$
Naświetlenie	L	Naświetlenie pochodzące od światła 1 S, padającego prostopadle z odległości 1 m	Lux Lx	$L=\frac{S}{r^2}$
Wyświetlenie	L_t	Naświetlenie razy czas	Luxsekunda $Lx\,sec$	$L_t=L_x.t$

Jeżeli światło nie rozchodzi się równomiernie na wszystkie strony, wtedy natężenie światła jest w różnych kierunkach inne. Przy takich źródłach światła trzeba uwzględniać te kierunki, albo podawać wartości średnie. Zwykle rozróżniamy:

średnie natężenie światła poziome S_h: jest to średnia wartość natężeń światła, mierzonych promieniowo w różnych kierunkach w płaszczyźnie prostopadłej do osi pionowej ciała świecącego, a przechodzącej przez jego środek;

średnie natężenie światła pionowe S_v: jest to średnia wartość natężeń, mierzonych promieniowo w płaszczyznach przechodzących przez oś pionową ciała;

średnie natężenie światła przestrzenne S_p: jest to średnia wartość natężeń mierzonych w płaszczyźnie poziomej i płaszczyznach pionowych;

średnie natężenie światła półprzestrzenne dolne S_{ppd} odnosi się do półkuli dolnej, a górne S_{ppg} do półkuli górnej.

Fotometry.

Do pomiaru wielkości świetlnych służą fotometry. Polegają one przeważnie na zasadzie, że natężenie światła maleje z kwadratem odległości, a pomiar za pomocą nich odbywa się przez porównywanie działania badanego światła z normalnem, wytworzonem przez normalną lampę (żarową, octano-amylową, benzynową). Ponieważ natężenie światła lampy normalnej jest zwykle małe (1 świeca), przeto do mierzenia bardzo wielkich natężeń światła trzebaby mieć możność umieszczenia światła badanego stosunkowo bardzo daleko od fotometru, co jest niewygodne. Używa się wtedy światła pomocniczego i porównuje się badane z pomocniczem, a pomocnicze z normalnem, przyczem zaleca się brać natężenie pomocnicze jako średnią geometryczną z badanego i normalnego.

Najbardziej używanymi fotometrami są:

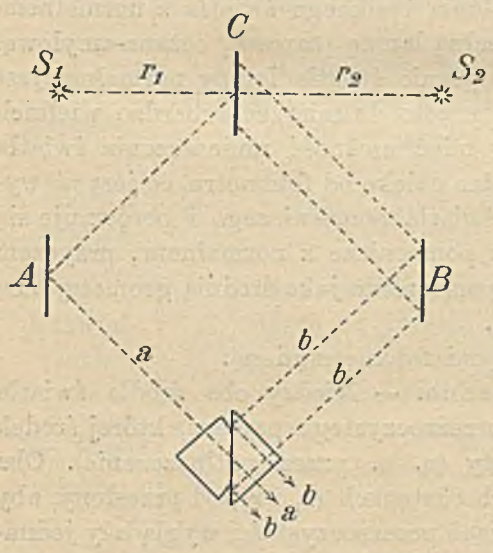
1. Fotometr Bunsena. — Między oba źródła światła wstawia się przesłonę z przeźroczystego papieru, której środek jest bardziej przeźroczysty (n. p. przez natłuszczenie). Oba źródła ustawia się w takich odstępach (r_1 i r_2) od przesłony, aby jej części o różnych stopniach przeźroczystości wyglądały jednakowo oświetlone. Wtedy natężenie światła przepuszczonego równa się odbitemu; ponieważ oświetlenie powierzchni maleje z kwadratem odległości źródła światła, przeto można oba światła porównać według $\frac{S_1}{S_2} = \frac{r^2_1}{r^2_2}$.

2. Fotometr Lummera i Brodhuna. — Polega on także na porównywaniu światła przepuszczonego z odbitem, lecz nie za pomocą przesłony, tylko za pomocą dwuch pryzmatów, stykających się ze sobą według *rys. 101.* Promienie światła, padające na pryzmat, przechodzą przez miejsce zetknięcia obu pryzmatów (promień *a*), a odbijają się na reszcie powierzchni (*b*, *b*). *A* i *B* są to jednakowe zwierciadła, służące do przeniesienia promieni światła z oświetlonych powierzchni płytki gipsowej *C* — gdzie się rozpraszają — przez pryzmat do oka. Odstępy r_1 i r_2 reguluje się tak długo, aż obie powierzchnie będą

jednakowo oświetlone; będzie to wtedy, kiedy zatrze się granica światła przepuszczonego przez pryzmat i odbitego.

Jest to t. zw. fotometr równający. Można go urządzić także tak, aby równo oświetlone pola wyróżniały się wspólnie na tle inaczej oświetlonej powierzchni, co podnosi ostrość nastawienia; jest to t. zw. fotometr kontrastowy.

3. Fotometr Webera. — Fotometr składa się *(rys. 102.)* z dwuch rur A i B, połączonych w kształcie litery T, tak, że B jest obracalna. W rurze A w miejscu skrzyżowania osi obu rur znajduje się pryzmat (P_1) Lummera i Brodhuna; a i b są to płytki mleczne; płytka a daje się wymieniać na inną o innej przeźroczystości, płytka b jest przesuwalna. Swieca normalna S_n umieszczona w A jest benzynowa lub (w nowszych) elektryczna, o natężeniu zwykle $\frac{1}{2}$ świecy. Światło badane umieszcza się na osi B w odległości R. Płytkę b przesuwa się tak długo, aż pryzmat P_1 zostanie jednakowo oświetlony, co obserwuje się za pomocą pryzmatu P_2; wtedy



Rys. 101.

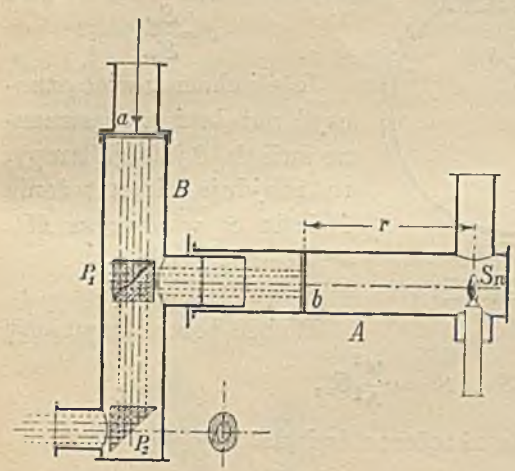
$$S = c\frac{R^2}{r^2},$$

gdzie c jest to stała zależna od płytki a. Wyznacza się ją przez porównywanie świecy normalnej ($S=1$) ze świecą porównawczą fotometru ($S_n=\frac{1}{2}$) $c=\frac{r^2}{R^2}$.

Fotometr Webera służy także do pomiaru naświetlenia. W tym celu zdejmuje się płytkę a, a fotometr kieruje się na daną oświetloną powierzchnię; przyczem kąt nachylenia nie musi być koniecznie prosty (byle nie za mały!). Wtedy naświetlenie

$$L = \frac{c'}{r^2} L_x.$$

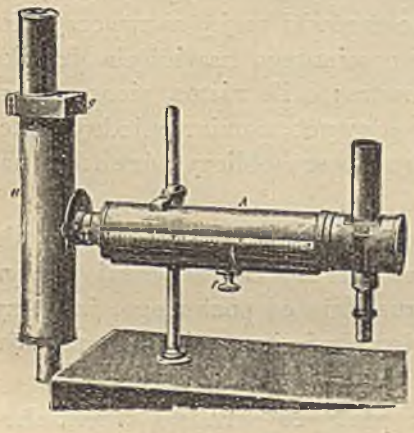
Stałą c' wyznacza się przez nastawienie fotometru na biały karton, oświetlony natężeniem 1 świecy w odległości R, wtedy $c' = \frac{r^2}{R^2}$.



Rys. 102.

Fotometr Webera wyrobu firmy Hartmann i Braun przedstawia *rys. 103.*

4. Fotometr Ulbrichta (lumenmetr). — Fotometr ten służy do pomiaru średniego przestrzennego natężenia światła. Składa się on *(rys. 104.)* z kuli wydrążonej (ze szkła mlecznego), powleczonej wewnątrz kredą i szkłem wodnem. Wewnątrz kuli umieszcza się lampę badaną S; wtedy taka kula jest oświetlona proporcyonalnie do średniego przestrzennego natężenia światła lampy. To natężenie światła fotometruje się przez otworek M w kuli. Płytka B służy do zatrzymania promieni bezpośrednio na otwór M padających. Pomiar odbywa się przez porównywanie działania lampy badanej i lampy normalnej (o znanem średniem natężeniu światła).

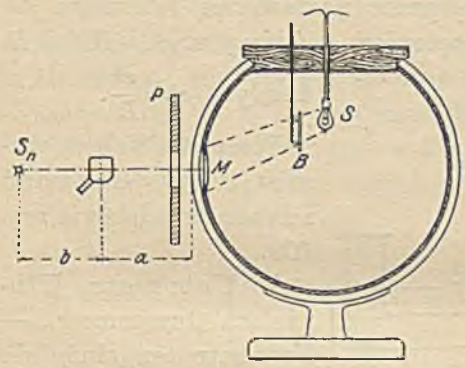

Rys. 103.

Taki fotometr nadaje się szczególnie do lamp elektrycznych.

Przed użyciem trzeba fotometr wycechować. Żarówkę L o znanem średniem przestrzennem natężeniu światła S_p, umieszcza się w kuli i oznacza się natężenie światła S'_p na płytce mlecznej, umieszczonej w otworze M. To natężenie

światła S'_p mierzy się za pomocą fotometru i żarówki normalnej S_n puszczając światło, wychodzące z kuli, przez przesłonę o otworze $8\,cm$ średnicy. Wtedy stała

$$c=\frac{S_{p1}}{S_{p2}}.$$



Rys. 104.

Jeżeli chcemy więc oznaczyć natężenie przestrzenne światła S jakiejś lampy, to znajduje się natężenie światła S' w otworze M

$$S'=\frac{a^2}{b^2}S_n.$$

Wobec tego otrzymamy

$$S=cS'=c\frac{a^2}{b^2}S_n,$$

jako średnie przestrzenne natężenie światła.

A. Badanie lamp żarowych.

Badanie lamp żarowych — żarówek — polega głównie na pomiarze poziomego natężenia światła; przy żarówkach metalowych wystarcza najczęściej pomiar w którymkolwiek poziomym kierunku, ponieważ te żarówki mają zazwyczaj pionową oś symetryi skutkiem równomiernego nawinięcia drucika na powierzchni (urojonego) cylindra; o ile niema pionowej osi symetryi, jak n. p. u żarówek węglowych, pomiar w jednym kierunku nie wystarcza, trzeba więc zawsze obliczyć średnie natężenie światła.

Pomiar przestrzennego natężenia światła ma dla zarówek bardziej teoretyczne niż praktyczne znaczenie, gdyż to natężenie nie różni się tak znacznie od poziomego, jak przy lampach łukowych; z tego względu zajmiemy się tego rodzaju pomiarami później, przy lampach łukowych.

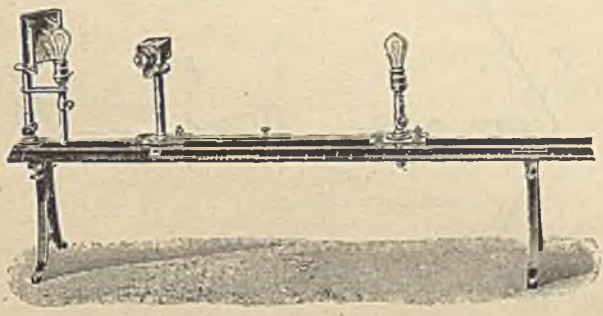
Zachowanie się żarówek w praktyce określają t. zw. charakterystyki żarówek.

Wreszcie ważną jest rzeczą pomiar trwałości świecenia żarówek.

1. Pomiar poziomego natężenia światła.

Przez natężenie światła *S* żarówki rozumie się — jeżeli nic innego nie jest powiedziane — średnie poziome natężenie światła S_h. Pomiar tego natężenia światła odbywa się zazwyczaj za pomocą t. zw. ławek fotometrycznych *(rys. 105.)* t. j. urządzeń składających się z właściwego fotometru i ławki z podziałką, po której można przesuwać fotometr i lampy: badaną i normalną.

Lampy normalne, żarówki, mają oznaczony kierunek, w którym pomiar odbywać się musi; to miejsce, odpowiednio oznaczone, ma podczas pomiaru wpadać w oś optyczną ławki fotometrycznej. Takich żarówek normalnych nie można długo używać, dlatego przy pomiarach dłużej trwających trzeba używać żarówek pomocniczych, których natężenie zostało dokład-



Rys. 105.

nie zmierzone przez bezpośrednie porównanie z normalną żarówką. Pomocnicze żarówki powinny się świecić przedtem przynajmniej przez 50 godzin, a barwa ich światła ma odpowiadać badanej.

Naświetlenie przesłony fotometru nie może przekraczać 30 luxów; stosownie do tego należy obrać długość ławki fotometru. Do natężeń niższych niż 100 świec wystarcza ławka 2,5 *m* długa, a żarówka normalna od 10 do 25 świec.

Najważniejsze metody służące do pomiaru natężenia światła są: 1. metoda promieniowa, 2. metoda zwierciadlana i 3. metoda obrotowa.

1. Metoda promieniowa.

Żarówkę umieszczoną pionowo obraca się około jej osi pionowej i za pomocą fotometru mierzy się poszczególne natę-

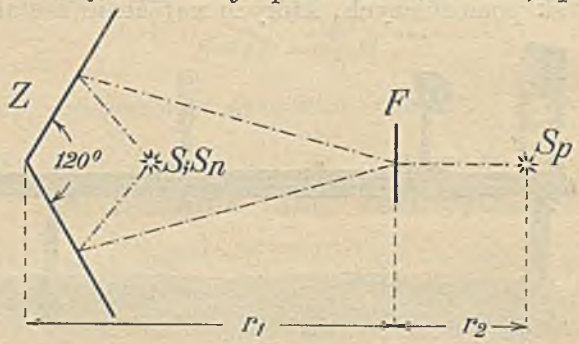
żenia światła w równych odstępach, n. p. co $\alpha=10^0$, promieniowo w płaszczyźnie poziomej przechodzącej przez jej środek. Ponieważ żarówka nie stanowi punktu świecącego, natężenia te nie będą wszędzie jednakowe. Wartości otrzymane nanosi się jako spółrzędne w układzie biegunowym, $S=f(\alpha)$. Średnia wartość z otrzymanych w ten sposób natężeń, jest średniem poziomem natężeniem światła.

W podobny sposób wyznacza się średnie pionowe natężenie, obracając żarówkę około osi poziomej.

2. Metoda zwierciadlana.

(Zalecona w r. 1897 przez Związek niemieckich elektrotechników*).

Żarówkę badaną umieszcza się *(rys. 106.)* w pewnej odległości (9 *cm*) od zwierciadła Z, składającego się z 2 pod $\sphericalangle 120^0$ ustawionych części. Wtedy promienie żarówki, przesunięte



Rys. 106.

o 120^0, koncentrują się na przesłonie fotometru, padając częściowo wprost, częściowo przez odbicie w zwierciadle i wytwarzają tam natężenie światła, proporcyonalne do średniego poziomego. To natężenie porównuje się z pomocniczem S_p, przesuwając przesłonę fotometru aż się otrzyma zgodność (lub kontrast) oświetlenia przesłony. Jeżeli wtedy odpowiednie odległości będą r_1 i r_2, to $S_p=S\frac{r_2^2}{r_1^2}$.

Potem na miejsce S umieszcza się żarówkę normalną S_n i znowu porównuje z S_p, $S_p=S_n\frac{r'^2_2}{r'^2_1}$.

Z tego $S\frac{r_2^2}{r_1^2}=S_n\frac{r'^2_2}{r'^2_1}$,

*) E. T. Z. 1897. str. 473.

czyli $$S = S_n \left(\frac{r_1}{r'_1} \cdot \frac{r'_2}{r_2} \right)^2.$$

Zwykle wykonuje się pomiar w ten sposób, że naprzód fotometruje się S_p i S_n i zatrzymuje się odległość zarówki pomocniczej od fotometru na stałe, umocowując żarówkę odpowiednio, potem fotometruje się S_p i S. Wtedy $r_2 = r'_2$, czyli

$$S = S_n \left(\frac{r_1}{r'_1} \right)^2.$$

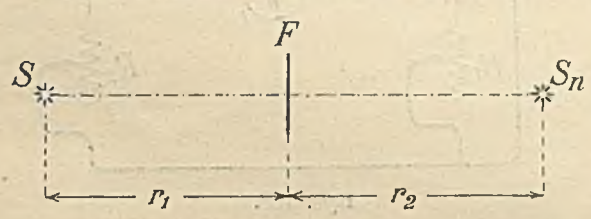
Fotometr na tej zasadzie wykonany pokazuje *rys. 105.*

Ta metoda, dawniej bardzo używana, jest jednak mało dokładna. Lepsza jest

3. Metoda obrotowa.

(Zalecona w r. 1911 przez Związek niemieckich elektrotechników*).

Ta metoda polega na zjawisku, że promienie żarówki obracającej się dość szybko około osi pionowej, padając na fotometr



Rys. 107.

ustawiony do mierzenia poziomego natężenia światła, wytwarzają tam natężenie proporcyonalne do średniego poziomego. To samo można uzyskać zastosowawszy zwierciadło obracające się pod stałym kątem naokoło żarówki, tak że odbicie promieni żarówki koncentruje się na fotometrze (met. Brodhuna). Zastosować można tutaj 2 sposoby:

a) Pomiar bezpośredni *(rys. 107.)*. — Żarówka badana obracająca się S i normalna S_n pozostają w tem samem od siebie oddaleniu na końcach ławki fotometru, a przesłonę F nastawia się odpowiednio, tak że

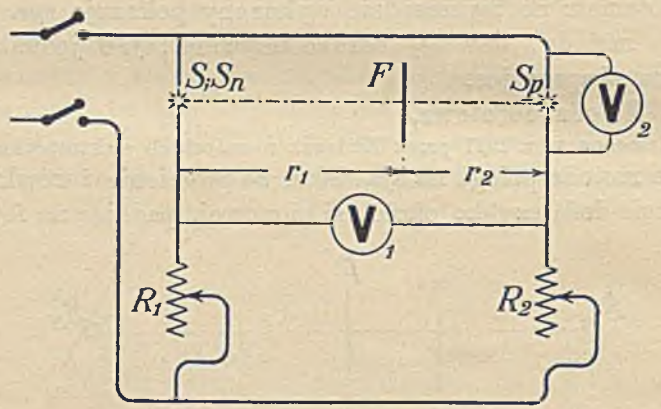
$$S = S_n \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2.$$

Ławki fotometryczne używane do tego celu mają zwykle podziałkę w stosunku $\left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2$ w obie strony od środka ławki,

*) E. T. Z. 1911. str. 402.

gdzie $\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2=1$, tak że natężenie światła S otrzymuje się odrazu przez pomnożenie S_n przez odczytaną wartość nastawienia przesłony F.

b) Pomiar pośredni *(rys. 108.)*. — Przesłonę fotometru łączy się na stałe z żarówką pomocniczą S_p, tak że można je obie razem przesuwać; odstęp r_2 można jednak regulować. Naprzód porównuje się żarówkę normalną S_n z pomocniczą S_p,



Rys. 108.

następnie ustala się odstęp r_2, a na miejsce S_n daje się żarówkę badaną S obracającą się i porównuje się S z S_p przesuwając S_p i F do odległości n. p. r'_1. Wtedy

$$S=S_n\left(\frac{r_1}{r'_1}\right)^2.$$

Ławka fotometryczna ma zwykle podziałkę według $\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$, której p. 0 znajduje się na jednym końcu ławki i tam się umieszcza S i S_n, a p. 1 znajduje się w odstępie $1\,m$ od p. 0. W p. 1 umieszcza się fotometr F przy porównywaniu S_n i S_p i reguluje się r_2. Przy porównywaniu S i S_p przesuwa się przesłonę F, która przy odstępie r'_1 wskazuje na podziałce wartość, przez którą należy S_n pomnożyć, aby otrzymać S.

Ponieważ fotometrowanie odbywa się zwykle przy pewnem napięciu tak żarówki badanej jak pomocniczej czy normalnej, przeto trzeba zastosować odpowiednie rodzaje połączeń, dozwalające na regulowanie napięcia. Jeżeli napięcie jest stałe, to

daje się osobny obwód dla żarówki badanej i normalnej i reguluje się osobno. Jeżeli napięcie jest wahające, wtedy można z korzyścią zastosować połączenie różnicowe wskazane na *rys. 108.*, przyczem jednak napięcia obu żarówek nie mogą się zbytnio różnić od siebie. Żarówkę S_p nastawia się na napięcie mierzone voltmetrem V_2, a regulowane opornicą R_2. Napięcie żarówki S reguluje się opornicą R_1, według voltmetru V_1, który wskazuje różnicę napięć obu żarówek.

2. Charakterystyki żarówek.

Charakterystykami żarówek nazywamy krzywe przedstawiające zależność:

a) natężenia światła S (w świecach);

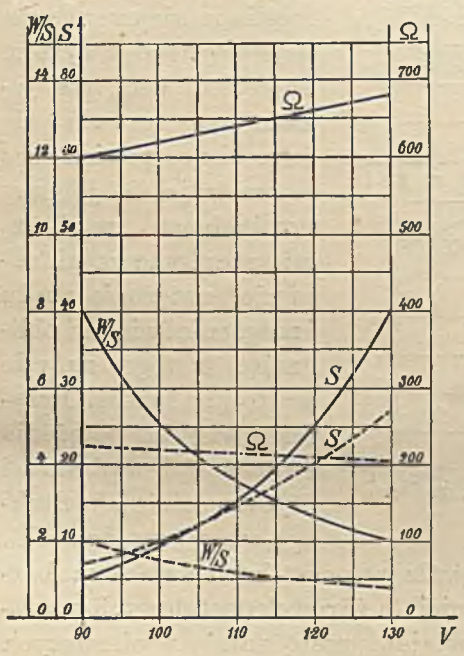
b) mocy W (w wattach);

c) wydatności W/S (w wattach na świecę);

d) oporu R (w ohmach) i t. p.

od napięcia V.

Te charakterystyki zdejmuje się zwykle wszystkie za jednym pomiarem, regulując napięcie od najmniejszych wartości, przy których można pomierzyć natężenie światła, aż do 50% lub więcej, a nawet aż do przepalenia żarówki, ponad nominalną wartość napięcia tejże, mierząc równocześnie napięcie V (na końcówkach żarówki), natężenie prądu J i natężenie światła S; z tego oblicza się później moc W zużytą w żarówce, wydatność W/S i opór żarówki R. Wartości otrzymane i obliczone nanosi się jako rzędne w układzie, którego odciętemi są napięcia V.



Rys. 109. ——— żar. węgl. – – – żar. wolfr.

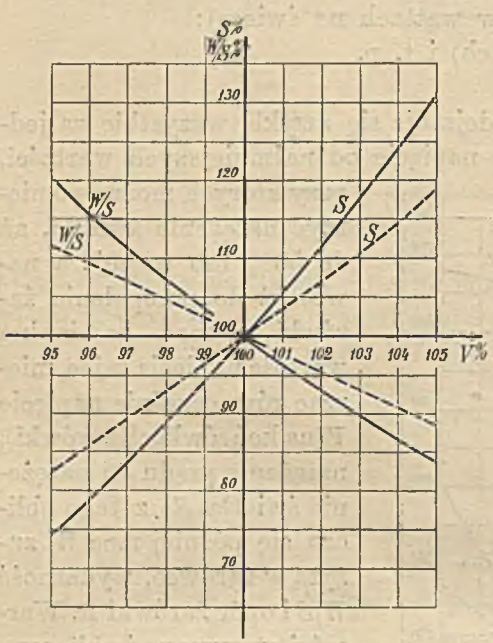
Charakterystyki dają nam dokładny obraz, jak zachowują się żarówki w

praktyce (przyczem uwidocznia się n. p. różnica zachodząca między żarówkami węglowemi i metalowemi).

Rys. 109. i *110.* przedstawia charakterystyki Ω, S i $W/S = f(V)$ dwuch żarówek, węglowej i wolframowej, dających nominalnie 16 świec przy 110 V, przyczem na *rys. 109.* podane są wartości bezwzględne, otrzymane przy pomiarze, podczas gdy *rys. 110.* podaje procentową zmianę S i W/S w zależności od procentowej zmiany napięcia przyłożonego, — co jest najlepszym przeglądem porównawczym.

3. Pomiar trwałości świecenia żarówek.

Pomiar trwałości świecenia ma również praktyczne znaczenie, gdyż wskazuje o ile natężenie światła i wydatność zmieniają się pod wpływem dłuższego świecenia żarówek. Pomiar wykonuje się w ten sposób, że żarówkę świeci się możliwie nieprzerwanie, najlepiej pod zwykłem napięciem sieci, pod jakiem ma żarówka się świecić, i co pewien czas fotometruje się ją przy nominalnem napięciu, mierząc równocześnie napięcie, natężenie prądu i natężenie światła i obliczając z tego zużycie wattów na świecę. Otrzymane wartości natężenia światła S i wydatności W/S nanosi się jako funkcye czasu (w godzinach).



——— żar. węgl. – – – – żar. wolfr.

Rys. 110.

Ponieważ natężenie światła w początkach świecenia bardziej ulega zmianie niż później (u żarówek metalowych na razie rośnie a potem powoli maleje), przeto należy w pierwszych 200 godzinach robić częstsze pomiary, a potem rzadsze.

Jako praktyczną granicę trwałości świecenia przyjmuje się czas aż do chwili, gdy natężenie światła żarówki spadnie do 80% wartości początkowej.

B. Badanie lamp łukowych.

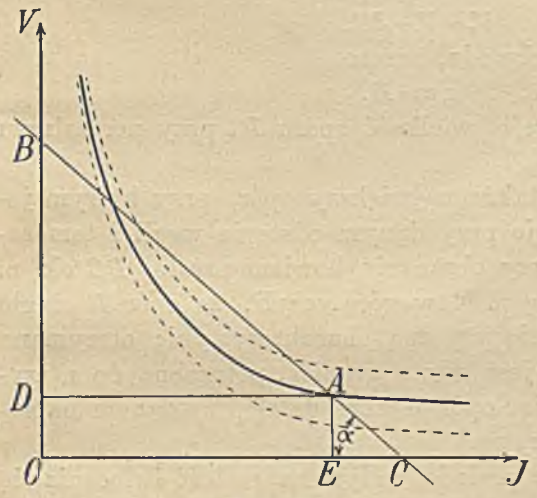
Oprócz badania właściwych lamp łukowych — łukówek — należy tu badanie samego łuku świetlnego w różnych warunkach, to jest zdejmowanie jego charakterystyk, których znajomość jest potrzebna do poznania działania lamp łukowych.

Pomiary natężenia światła polegają głównie na pomiarze przestrzennego natężenia światła, do czego służą osobne metody; pomiary innego natężenia odbywają się tak samo jak przy żarówkach.

Przy badaniach lamp łukowych bardzo ważną rzeczą jest regulowanie lamp według wymogów, jakim mają lampy służyć w praktyce, oraz pomiar trwałości świecenia.

1. Charakterystyka łuku świetlnego.

Charakterystyką łuku świetlnego nazywamy krzywę, przedstawiającą zależność napięcia na łuku od natężenia prądu, $V = f(J)$, przy stałym odstępie elektrod i danym materyale. Materyał elektrod wpływa bardzo na przebieg charakterystyki. Przy łuku węglowym natężenie prądu powoduje łuk tem grubszy, im jest większe natężenie, wtedy opór łuku spada, a więc i napięcie na łuku musi maleć z rosnącem natężeniem; charakterystyka jest opadająca *(rys. 111.)*. Charakterystyka łuku rtęciowego jest natomiast wznosząca się; napięcie rośnie z natężeniem prądu, pochodzi to



Rys. 111.

ztąd, że opór łuku zwiększa się z natężeniem, gdyż wzrost temperatury w rurce powoduje zwiększanie się ciśnienia.

Charakterystykę łuku świetlnego zdejmuje się w ten sposób, że przy stałym odstępie elektrod zwiększa się za pomocą opornicy prąd w łuku i notuje się odpowiednie wartości napięcia, mierzonego możliwie jak najbliżej końca elektrod. Stały odstęp elektrod węglowych utrzymuje się, obserwując długość łuku na jego obrazie, rzuconym na ekran za pomocą soczewki; jeżeli tego nie można zrobić, to należy przy nastawionym odstępie węgli wykonać pomiar bardzo szybko nim węgle się znacznie upalą.

Przy różnych odstępach węgli otrzymuje się różne charakterystyki; im ten odstęp jest większy, tem charakterystyka wyżej przebiega.

Stan normalny jakiegoś łuku świetlnego określony jest wielkością normalnego natężenia prądu J i napięciem jemu odpowiadającem, n. p. p. A charakterystyki *rys. 111.* Jeżeli przez p. A i przez p. B, odpowiadający napięciu sieci $V_s = OB$ poprowadzimy prostą BC, to ona charakteryzuje nam stan normalny łuku. Z *rys. 111.* widać, że

$$OB = OD + DB,$$

czyli $$V_s = V + J \operatorname{tg} \alpha.$$

Ponieważ $$V_s = V + JR,$$

gdzie R jest to opór obwodu, przeto

$$\operatorname{tg} \alpha = R,$$

czyli, że linia BC określa wielkość oporu R, przy normalnym ruchu.

Ta linia określa także największy opór, przy którym jeszcze łuk się utrzymuje przy danym odstępie węgli i tem samem napięciu sieci. Przy obracaniu bowiem prostej BC ok. p. B w lewo, porusza się p. A w górę, czyli, że opór R ciągle rośnie, aż BC stanie się styczną charakterystyki; otrzymana stąd wartość oporu R jest górną granicą, potrzebną do utrzymania łuku; zwiększając opór jeszcze dalej przy danem napięciu sieci, łuk się przerywa.

Kąt nachylenia α posiada wpływ na stałość świecenia się lampy, decyduje bowiem o wielkości oporu uspokajającego. Im ten kąt jest większy dla danego p. A, tem napięcie sieci musi być większe, czyli p. B wyżej położony. To powoduje lepsze

palenie się łuku, lepsze utrzymywanie normalnego stanu świecenia się lampy.

2. Pomiar przestrzennego natężenia światła.

Światło lamp łukowych, mierzone promieniowo w różnych kierunkach, jest bardziej nierównomierne, niż u lamp żarowych. Ta nierównomierność zależy od ustawienia i kształtu węgli, od osłon, reflektorów i t. p. Do celów praktycznych potrzebną jest zatem znajomość natężenia światła nie w pewnym kierunku, lecz średniego przestrzennego S_p i to całkowitego lub połowicznego. Najczęściej ma się do czynienia z średniem półprzestrzennem dolnem S_{ppd}.

Pomiar przestrzennego natężenia światła robi się albo za pomocą fotometru Ulbrichta (p. str. 185), albo też za pomocą różnych metod pośrednich:

a) Metoda promieniowa*).

Lampę badaną umieszcza się w urządzeniu, pozwalającem obracać ją zarówno około osi poziomej jak i pionowej, przy równoczesnem odczytywaniu kąta nachylenia. Pomiar natężenia światła odbywa się równocześnie w dwu przeciwnych kierunkach promieniowo, postępując w obu kierunkach najwyżej co 10°. W ten sposób otrzyma się przynajmniej 36 nastawień w kierunku poziomym, a 18 w kierunku pionowym. Jeżeli idzie tylko o pomiar natężenia półprzestrzennego, to nastawień w kierunku pionowym będzie 9. Ponieważ odczyty odbywają się z obu stron, otrzymuje się dla każdego nastawienia po dwie wartości, z których należy wziąć średnią.

Przy tej metodzie najlepiej jest postępować w ten sposób, aby lampę obracać około osi pionowej i dla każdego nastawienia wykonać pół obrotu około osi poziomej, zatrzymując lampę co 10° i fotometrując.

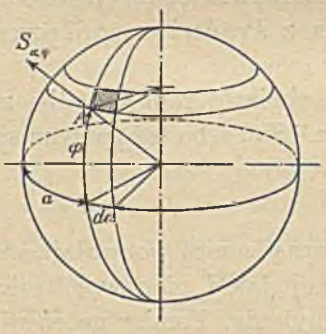
Do pomiaru należy opatrzyć lampę węglami przepisanej średnicy i pochodzenia, o długości odpowiadającej przynajmniej połowie czasu świecenia i przynajmniej palić przez godzinę, a potem bezpośrednio przystąpić do fotometrowania. Natężenie prądu przy fotometrowaniu trzeba regulować stale na normalną wartość.

*) p. Przepisy Związku niem. elektrot. ETZ. 1911, str. 403.

Jest to najdokładniejsza metoda, ale wymaga dłuższego czasu i wielkiej staranności przy pomiarze, zwłaszcza przy regulowaniu na stałe natężenie prądu i stały odstęp węgli.

b) Metoda wykreślna.

Światło lamp łukowych, o węglach pionowo nad sobą stojących, ma pionową oś symetryi, to zn. krzywa natężeń prądu, zdjęta w każdej powierzchni przechodzącej przez oś pionową, jest ta sama; jest to t. zw. krzywa biegunowa. Mając taką krzywę, można wyznaczyć rachunkowo lub wykreślnie średnie przestrzenne natężenie światła.



Rys. 112.

Jeżeli bowiem powierzchnię, utworzoną przez końce wektorów, odpowiadających natężeniom światła w różnych kierunkach a wychodzących ze źródła światła, podzielimy płaszczyznami przechodzącemi przez pionową oś symetryi i płaszczyznami prostopadłemi do niej, a równoległemi do siebie, to ta powierzchnia świetlna zostanie podzielona na elementy o powierzchni $d\alpha \cos\varphi . d\varphi$ *(rys. 112.)*. Wtedy ciek świetlny, przechodzący przez tę powierzchnię będzie się równał natężeniu $S_{\alpha,\varphi}$, określonemu kątami α i φ, pomnożonemu przez tę powierzchnię,

$$S_{\alpha,\varphi} \cos\varphi \, d\varphi \, d\alpha,$$

a cały ciek $$\Phi_s = \int_{\alpha=0}^{\alpha=2\pi} \int_{\varphi=-\frac{\pi}{2}}^{\varphi=+\frac{\pi}{2}} S_{\alpha,\varphi} \cos\varphi \, d\varphi \, d\alpha,$$

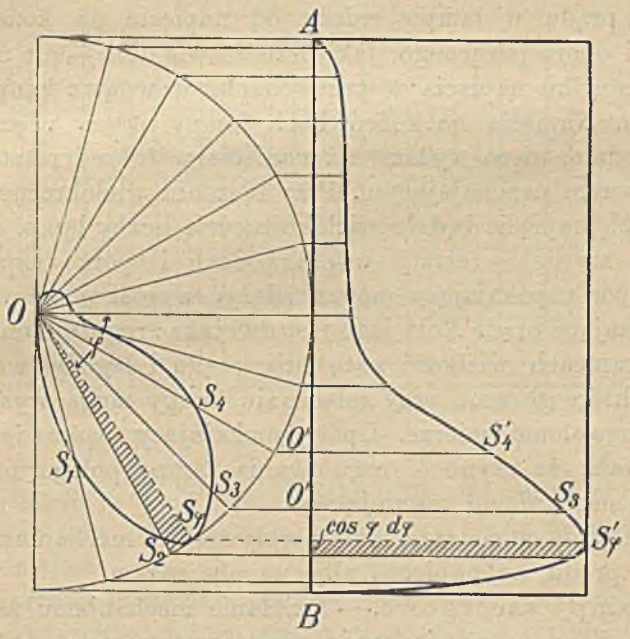
a całkowite natężenie światła

$$S = \frac{1}{4\pi} \int_{\alpha=0}^{\alpha=2\pi} \int_{\varphi=-\frac{\pi}{2}}^{\varphi=+\frac{\pi}{2}} S_{\alpha,\varphi} \cos\varphi \, d\varphi \, d\alpha.$$

Jeżeli źródło światła ma pionową oś symetryi, to natężenie światła wzdłuż kąta różnoległego jest kołem, t. j. w każdym kierunku w tej płaszczyźnie to samo, czyli od α niezależne. Wtedy $$S = \tfrac{1}{2} \int_{\varphi=-\frac{\pi}{2}}^{\varphi=+\frac{\pi}{2}} S_\varphi \cos\varphi \, d\varphi.$$

Ponieważ S_φ oznacza natężenie światła w kierunku φ, czyli po krzywej biegunowej, a $\cos\varphi\, d\varphi$ jest to rzut elementu południkowego na osi, przeto można całkowanie przerobić wykreślnie (według Rousseau):

Źródło światła (n. p. lampę łukową) fotometruje się wzdłuż osi pionowej i z otrzymanych wartości natężenia światła tworzy się wykres biegunowy *(rys. 113.)*. Tak otrzymaną krzywę



Rys. 113.

biegunową dzieli się wektorami i odpowiednie wartości wektorów nanosi się jako rzędne względem osi o długości równej średnicy koła, zatoczonego około środka źródła światła, kreśląc linie poziome od punktów przecięcia wektorów z kołem.

W ten sposób dostaje się nową krzywę, której powierzchnia (splanimetrowana) podzielona przez długość AB, da średnie natężenie światła, gdyż zakreskowany element jest właśnie równy $S_\varphi \cos\varphi\, d\varphi$, a całka jego daje powierzchnię krzywej.

Jeżeli źródło światła nie ma pionowej osi symetryi, to aby otrzymać prędko przybliżone średnie natężenie światła, zdejmuje się jedną krzywę biegunową wzdłuż tego południka, który przechodzi przez największą wartość natężenia światła,

a drugą w płaszczyźnie prostopadłej do poprzedniej. Z obu otrzymanych wartości bierze się średnią.

3. Regulowanie lamp łukowych.

Regulowanie lamp łukowych polega na nastawieniu mechanizmu regulującego tak, aby utrzymywał przepisane dla każdej lampy napięcie na łuku i natężenie prądu w łuku. Natężenie prądu w lampie zależy od napięcia na końcówkach lampy i oporu pozornego, jaki przedstawia łuk, — nie uwzględniając spadku napięcia w przewodach, wewnątrz lampy i na węglach. Napięcie na końcówkach lampy należy więc dobrać odpowiednie, nieco wyższe niż napięcie w łuku i resztę zniszczyć oporem uspokajającym. Przy łączeniu wielokrotnem lamp łukowych napięcie będzie wielokrotnością liczby lamp, załączonych w szereg, + straty w przewodach i oporze uspokajającym. Opór uspokajający można włożyć wprost w przewody doprowadzające prąd. Rola jego jest dwojaka: reguluje on w wielkich granicach wielkość natężenia prądu i łagodzi wahnienia prądu, które głównie przy załączaniu lampy mogą występować w niedozwolonej mierze. Opór uspokajający nastawia się na stałe, tak, że czynność regulowania lampy polega na nastawianiu mechanizmu regulującego.

Zależnie od rodzaju lampy wpływa ten mechanizm na natężenie prądu, na napięcie, albo na oba razem.

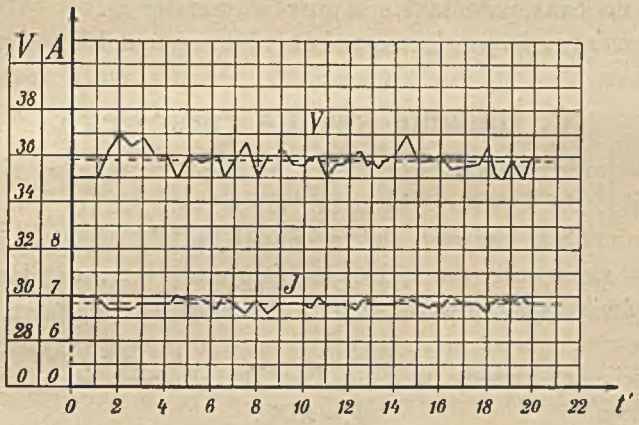
Lampy szeregowe. — Działanie mechanizmu zależy od 2 sił, t. j. od natężenia prądu płynącego przez cewkę, leżącą w szeregu z lampą, i od sprężyny. Przez naciąganie sprężyny zwiększa się wielkość natężenia prądu, przy którem zaczyna mechanizm działać. Przy stałej więc sile sprężyny, lampa reguluje na stałe natężenie.

Lampy upustowe. — Działanie mechanizmu zależy od 2 sił: natężenia prądu, płynącego przez cewkę, leżącą w upuście do łuku, i od sprężyny. Przez naciąganie sprężyny zwiększa się wielkość natężenia prądu, przy którem mechanizm zaczyna działać, a więc musi się zwiększyć i napięcie na łuku. Przy stałej sile sprężyny, lampa reguluje w obec tego na stałe napięcie.

Lampy różnicowe. — Działanie mechanizmu zależy od różnicy sił, cewki szeregowej i upustowej; prócz tego cewka

upustowa ma jeszcze do pomocy siłę sprężyny, którą można regulować napięcie. Przy danych więc wymiarach cewek i stałej sile sprężyny, mechanizm wpływa na napięcie i natężenie w tem samem znaczeniu, t. j. lampa reguluje na stały opór.

Sam pomiar, mający dać obraz tego, w jakim stopniu lampa samoczynnie reguluje, polega na przepuszczaniu stałego prądu przez lampę i mierzeniu długości łuku, napięcia, natęże-



Rys. 114.

nia, mocy, n. p. co 30 sek. w ciągu 15—30 minut nieprzerwanego świecenia, oraz notowania czasu, kiedy mechanizm zaczyna działać.

Wartości otrzymane można przedstawić wykreślnie jako krzywe regulowania lampy, nanosząc je w funkcyi czasu *(rys. 114.,* lampa różnicowa na 7*A*).

Przebieg krzywych daje odrazu dostateczny przegląd na jakie napięcie, względnie natężenie, lampa reguluje, a przez odpowiednie nastawienie mechanizmu (sprężyny) otrzymuje się wreszcie wartości pożądane.

Z otrzymanych wartości oblicza się wartości średnie, oraz wahnienia procentowe w dół i w górę i średnie. Im te wahnienia są mniejsze, im szybciej lampa reguluje, tem jest lepsza, tem światło jest spokojniejsze i równomierniejsze.

4. Pomiar trwałości świecenia.

Każda lampa ma, stosownie do typu i do rodzaju węgli, przepisany czas świecenia, t. zn. że jednorazowe założenie

węgli musi na ten czas wystarczyć. Pomiar trwałości świecenia odbywa się za pomocą bezpośredniego pomiaru długości węgli przed i po pewnym czasie świecenia, wszakże nie mniejszym niż 1 godzina. Ponieważ jednak w lampie nie mogą spalić się całe węgle, lecz musi zwykle zostać 5—8 *cm* na ujęcie, przeto od całkowitej długości węgli należy odjąć tę wartość. Wtedy pozostała długość, podzielona przez upalenie się węgli w godzinie, da czas palenia się lampy w godzinach.

Pomiar należy uskutecznić dla obu węgli, dolnego i górnego.

C. Badanie światła rurkowego.

Badanie światła żarówek i łukówek upraszcza się przez założenie, że źródło światła ma charakter punktu świecącego. Przy nowszych lampach elektrycznych, gdzie materya świecąca nie jest skoncentrowana, lecz znajduje się w rurce (lampy rtęciowe, światło Moore'a) założenie takie jest niedopuszczalne.

Pewne uproszczenie uzyskać można przyjąwszy rurki jako linie świecące, wtedy według Dra Pole*) ciek świetlny takiej rurki wynosi $\Phi_s = \pi l S_0$,

gdzie l jest to całkowita długość linii (rurki) świecącej, a S_0 natężenie światła jednostki długości linii świecącej, mierzone prostopadle do osi podłużnej.

Według Nordena**) ciek świetlny linii oznacza się podobnie jak punktu świecącego, biorąc za jednostkę kulę otaczającą dane ciało, o promieniu $=1$ i sumując ciek na jej powierzchni.

Z cieku przestrzennego otrzymuje się średnie przestrzenne natężenie światła

$$S_p = \frac{\pi^2 l S_0}{4\pi} = \frac{\pi}{4} l S_0,$$

a z cieku pół przestrzennego $\frac{\pi^2 l S_0}{2}$, natężenie pół przestrzenne

$$S_{pp} = \frac{\pi^2 l S_0}{2 . 2\pi} = \frac{\pi}{4} l S_0.$$

Z powodu różnego nachylenia promieni świetlnych, padających z rurki świecącej na fotometr, jest natężenie światła rurki świecącej zależne od kierunku fotometrowania; natomiast

*) ETZ. 1911, str. 440 i n.

**) ETZ, 1913, str. 292 i n.

średnie przestrzenne lub półprzestrzenne natężenie, oznaczone w sposób powyższy, jest określone ściśle, może przeto służyć jako praktyczna miara natężenia światła rurek świecących.

Średnie poziome natężenie światła S_h znajduje się przez osłonięcie rurki czarnym papierem tak, aby pozostał tylko wolny pasek pierścieniowy o długości najwyżej $3\,cm$, i przez fotometrowanie tego paska prostopadle do osi podłużnej; tak znalezione natężenie sprowadza się (proporcyonalnie) do długości $1\,cm$. Prócz tego trzeba zawsze podać jeszcze spółczynnik, przez który pomnożywszy można otrzymać przestrzenne natężenie światła*).

Przy lampach żarowych metalowych miarą natężenia światła jest średnie poziome S_h, które jest w następującym stosunku do przestrzennego S_p,

$$S_p = 0{,}79\, S_h;$$

ponieważ $\frac{\pi}{4}$ jest prawie $=0{,}79$, przeto można napisać dla lamp rurkowych

$$S_p = 0{,}79\, l S_0.$$

Jeżeli więc wyjdzie się z równego przestrzennego natężenia światła, to natężeniu poziomemu lampy metalowej, odpowiada natężenie światła rurki, mierzone prostopadle do osi, pomnożone przez długość rurki.

D. Badanie naświetlenia.

W praktyce oświetlenia elektrycznego jest znajomość naświetlenia często ważniejszą niż natężenia światła, gdyż stanowi praktyczną miarę skutku, jaki daje źródło światła.

Jeżeli wyobrazimy sobie *(rys. 115.)* w p. S źródło światła, w odległości d od powierzchni naświetlanej, to wywołuje ono w p. A naświetlenie L' mierzone na płaszczyźnie prostopadłej do kierunku padania światła o natężeniu S w tym kierunku. Jeżeli odległość p. A od S jest r, to $\overline{AL'}$ przedstawia naświetlenie

$$L' = \frac{S}{r^2} = \frac{S}{d^2}\cos^2\alpha.$$

Naświetlenie właściwe w p. A $(\overline{AL})$, t. j. mierzone prostopadle do AB, jest $L = \frac{S}{r^2}\cos\alpha$, albo $L = L'\cos\alpha$,

*) Przepisy Z. N. E. ETZ, 1913, str. 396.

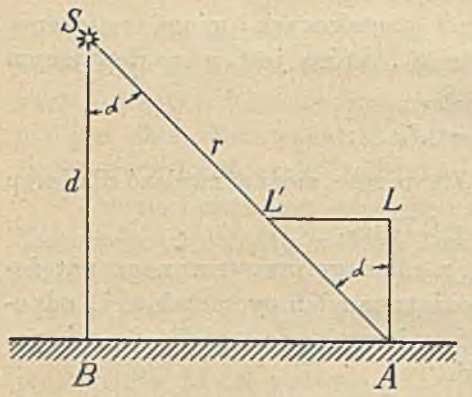
czyli $$L = \frac{S}{r^2} \cos^3 \alpha,$$

jako związek między naświetleniem a natężeniem światła.

Jeżeli natężenia światła S pod różnymi kątami padania są znane, to można bardzo łatwo obliczyć naświetlenie w różnych punktach, tworząc odpowiednie wartości $\cos^3 \alpha$.

Wartości L tak znalezione nanosi się jako rzędne odpowiednich punktów na linii czy powierzchni i otrzymuje się w ten sposób krzywę naświetlenia.

Jeżeli to samo źródło światła umieszcza się w różnych wysokościach d_1 i d_2, a odpowiednie naświetlenia będą L_1 i L_2,



Rys. 115.

to $$\frac{L_1}{L_2} = \frac{d^2_2}{d^2_1}.$$

Znając więc jedno naświetlenie L_1, albo krzywę naświetlenia, można drugie obliczyć,

$$L_2 = L_1 \frac{d^2_1}{d^2_2}.$$

Przy oświetleniu jakiejś powierzchni za pomocą więcej źródeł światła, otrzymuje się całkowitą krzywę naświetlenia przez dodawanie poszczególnych krzywych. Jest to rzecz niewygodna; wtedy lepiej jest uciec się do fotometrowania naświetlenia, czyli mierzenia odrazu całej wartości naświetlenia w pewnym punkcie.

Do tego celu nadaje się najlepiej fotometr Webera (por. str. 184).

Literatura specyalna:
Herzog u. Feldmann: Handbuch der elektrischen Beleuchtung. Wyd. III. 1907.
Liebenthal: Praktische Photometrie. 1907.
Uppenborn-Monasch: Lehrbuch der Photometrie. 1912.

VI.

Badanie ogniw galwanicznych i akumulatorów.

Badanie ogniw pierwotnych (galwanicznych) i wtórnych (akumulatorów) polega głównie na pomiarach ich siły elektromotorycznej, oporu wewnętrznego i pojemności. Pomiar *SEM* odbywa się za pomocą którejś z metod, podanych w części I. rozdz. III. Natomiast do pomiaru oporu wewnętrznego nie można zastosować wprost metod, poznanych poprzednio, gdyż zjawiska polaryzacyi, występujące w ogniwach, wpływają na zmianę *SEM* i oporu wewnętrznego.

Tymi pomiarami oraz pomiarami pojemności ogniw zajmiemy się w tym rozdziale.

1. Pomiary oporu wewnętrznego.

Skutkiem zjawisk polaryzacyi, występujących przy przepływaniu prądu przez ogniwo, należy posługiwać się wyłącznie metodami, przy których ogniwo wydaje tylko bardzo mały prąd, tak że można wtedy uważać jego *SEM* jako niezmienioną, albo zastosować do pomiaru prąd przerywany lub przemienny, zapobiegający w dostatecznym stopniu polaryzacyi (met. Kohlrauscha).

1. Metoda Ohma.

Ogniwo musi wydawać bardzo mały prąd, tak że jego *SEM* E można uważać za stałą. W obwód ogniwa załącza się galwanometr o oporze G i znany opór R, dający się regulować. Przy zamkniętym obwodzie będzie prąd

$$J_1 = \frac{V}{\varrho + R_1 + G} = c\alpha_1,$$

gdzie ϱ jest to opór wewnętrzny ogniwa, R_1 znany opór, c stała galwanometru, a α_1 jego odchylenie.

Jeżeli ogniwo zamkniemy oporem większym R_2, to

$$J_2 = \frac{V}{\varrho + R_2 + G} = c\alpha_2.$$

Przez podzielenie obu równań dostaniemy

$$\frac{\varrho + G + R_2}{\varrho + G + R_1} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2},$$

$$(\alpha_1 - \alpha_2)\varrho = \alpha_2 G + \alpha_2 R_2 - \alpha_1 G - \alpha_1 R_1,$$

z tego

$$\varrho = \frac{\alpha_2 R_2 - \alpha_1 R_1}{\alpha_1 - \alpha_2} - G.$$

Jeżeli G jest w obec R bardzo małe (galwanometr w upuście), to można je opuścić.

Jeżeli opory R_1 i R_2 tak dobierzemy, że wychylenia będą

$$\alpha_2 = \tfrac{1}{2}\alpha_1,$$

to

$$\varrho = R_1 - R_2.$$

Błąd graniczny otrzymuje się przez różniczkowanie cząstkowe wzoru na ϱ:

$$\varrho = \frac{\alpha_2 R_2 - \alpha_1 R_1}{\alpha_1 - \alpha_2},$$

(względem R_1)
$$\frac{d\varrho}{\varrho} = -\frac{\alpha_1 R_1 (\alpha_1 - \alpha_2)}{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_2 R_2 - \alpha_1 R_1)} \frac{dR_1}{R_1},$$

(względem R_2)
$$= \frac{\alpha_2 R_2 (\alpha_1 - \alpha_2)}{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_2 R_2 - \alpha_1 R_1)} \frac{dR_2}{R_2},$$

(względem α_1)
$$= \frac{\alpha_1 \alpha_2 (R_1 - R_2)}{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_2 R_2 - \alpha_1 R_1)} \frac{d\alpha_1}{\alpha_1},$$

(względem α_2)
$$= -\frac{\alpha_1 \alpha_2 (R_1 - R_2)}{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_2 R_2 - \alpha_1 R_1)} \frac{d\alpha_2}{\alpha_2}.$$

Jeżeli założymy, że błędy $\frac{d\alpha_2}{\alpha_2} = \frac{d\alpha_1}{\alpha_1}$ i $\frac{dR_2}{R_2} = \frac{dR_1}{R_1}$ i że wszystkie błędy są dodatnie, to otrzymamy ostatecznie w wartościach skończonych

$$\frac{\Delta_g \varrho}{\varrho} = \frac{\alpha_2 R_2 + \alpha_1 R_1}{\alpha_2 R_2 - \alpha_1 R_1} \frac{\Delta_g R_1}{R_1} + \frac{2\alpha_1 \alpha_2 (R_1 - R_2)}{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_2 R_2 - \alpha_1 R_1)} \frac{\Delta_g \alpha_1}{\alpha_1}.$$

Ta metoda jest mało dokładna, gdyż opory przychodzą jako różnica, a trzeba je brać dość duże, aby prąd płynący z ogniwa był mały.

2. Metoda spadku napięcia.

Jest to najprostsza, choć mało dokładna metoda, polegająca na zasadzie, że skoro przez ogniwo przepływa prąd, musi w niem powstać spadek napięcia. Do pomiaru potrzeba voltmetru i ampermetru oraz oporu R dającego się regulować *(rys.*

116.). Po załączeniu oporu R płynie prąd J, wywołujący na oporze wewnętrznym ϱ ogniwa spadek napięcia $J\varrho$. Wtedy *SEM* E ogniwa spadnie na V, co wskazuje voltmetr, tak że

$$E-V=J\varrho,$$

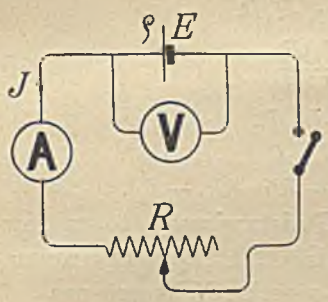
stąd

$$\varrho=\frac{E-V}{J}.$$

Błąd graniczny otrzyma się przez różniczkowanie cząstkowe wzoru na ϱ i założenie, że błędy się dodają,

$$\frac{\Delta_g\varrho}{\varrho}=\frac{\Delta_g E-\Delta_g V}{E-V}+\frac{\Delta_g J}{J},$$

gdzie $\Delta_g E$, $\Delta_g V$, $\Delta_g J$ zależą od dokładności użytych do pomiaru przyrządów.



Rys. 116.

SEM E ogniwa w stanie, gdy wydaje prąd jest mniejsza od *SEM* E_0 w stanie spokojnym, a to skutkiem działania *SEM* polaryzacyi, skierowanej przeciw E_0, tak że $E_0>E$. Ponieważ przy pomiarze występuje właśnie to E, należy je przeto pomierzyć i to nim ogniwo się orzeźwi z polaryzacyi. Robi się to przez natychmiastowe odczytanie — po przerwaniu prądu — napięcia za pomocą dobrze tłumionego voltmetru.

Jeżeli opór R jest znany, to ampermetr jest niepotrzebny i wtedy

$$\varrho=\frac{E-V}{E}R=R\left(1-\frac{V}{E}\right).$$

3. Metoda Mance'a.

Metoda Mance'a polega na zasadzie mostku Wheatstone'a i podobna jest do metody Thomsona pomiaru oporu galwanometru.

Ogniwo E, którego opór wewnętrzny ϱ mamy wyznaczyć, łączy się *(rys. 117.)* z 3 oporami R, R_1 i R_2 w czworobok; w jedną przekątnię wstawia się galwanometr o dużym oporze G, w drugą wyłącznik t. Jeżeli t jest otwarty, to prąd ($J_1=J_2$) wychodzący z ogniwa rozdziela się na J i $J_3=J_4$. Wtedy według prawa Kirchhoffa będzie

dla sieci I. $$V=J_1\varrho+J_2R_1+JG \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

„ „ II. $$JG=J_3R_2+J_4R \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

Jeżeli zamkniemy t, to prądy w ogóle zmienią się na J', J'_1, J'_2, J'_3, J'_4, wtedy będzie

$$V = J'_1\varrho + J'_2 R_1 + J'G \quad \ldots\ldots 3)$$

$$J'G = J'_3 R_2 + J'_4 R \quad \ldots\ldots 4)$$

Jeżeli opory R, R_1, R_2 są tak dobrane, że przez galwanometr płynie zawsze ten sam prąd, czy wyłącznik t jest otwarty czy zamknięty, to $J = J'$;

wtedy z 1) i 3) $J_1\varrho + J_2 R_1 = J'_1\varrho + J'_2 R_1$

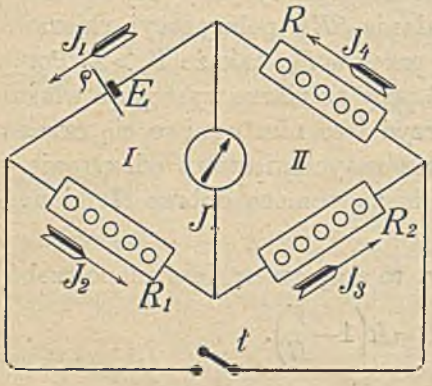
a z 2) i 4) $J_3 R_2 + J_4 r = J'_3 R_2 + J'_4 R$,

stąd $$\frac{(J_1 - J'_1)\varrho}{(J_4 - J'_4)R} = \frac{(J'_2 - J_2)R_1}{(J'_3 - J_3)R_2} \quad \ldots\ldots 5)$$

Ponieważ $J_1 = J + J_4$ a $J'_2 = J + J'_3$

$J'_1 = J + J'_4$ $J_2 = J + J_3$

przeto $(J_1 - J'_1) = (J_4 - J'_4)$, a $(J'_2 - J_2) = (J'_3 - J_3)$.



Rys. 117.

Podstawiwszy to w równanie 5), otrzymamy równanie mostku Wheatstonea

$$\frac{\varrho}{R} = \frac{R_1}{R_2},$$

czyli $$\varrho = R\frac{R_1}{R_2}.$$

Przez zastosowanie kondenzatora w gałęzi galwanometru, można otrzymać metodę zerową, gdyż jeżeli na krańcach gałęzi wyłącznika różnica potencyałów będzie 0, to przy otwieraniu i zamykaniu wyłącznika kondenzator nie otrzyma ładunków i odchylenia skazówki galwanometru nie będzie.

4. Metoda Kohlrauscha.

Ta metoda jest identyczną z metodą pomiaru oporu cieczy za pomocą mostka Kohlrauscha z telefonem. Przy znacznej częstości okresów lub przerywań polaryzacya prawie nie występuje. Aby uniknąć wydawania prądu przez ogniwo najlepiej jest łączyć 2 ogniwa przeciw sobie.

Jakkolwiek zasada tej metody przypuszcza znaczną dokładność pomiaru, to jednak nie jest ona tak dobrą, gdyż za

pomocą telefonu trudniej jest uchwycić chwilę, gdy przez telefon prąd nie płynie, niżby to można uczynić za pomocą galwanometru.

2. Pomiar pojemności.

Pomiar pojemności ogniwa pierwotnego polega na pomiarze ilości elektryczności, jaką można otrzymać z ogniwa w przeciągu czasu t, przy wyładowywaniu go prądem J tak długo, aż *SEM* ogniwa spadnie do 90% początkowej wartości. Pojemność określi się więc wzorem $\int_0^t J dt$. Od wielkości natężenia prądu zależy czas wyładowania; im natężenie jest większe, tem prędzej ogniwo się wyładuje.

Przy ogniwach wtórnych nie można się zadowolnić wyłącznie tylko tego rodzaju pomiarem pojemności. Ponieważ są to ogniwa odwracalne, a przy każdym przebiegu odwracalnym tracimy użytecznie część energii, przeto należy znać także tę ilość elektryczności, jaką się do ogniwa wkłada.

W obec tego rozróżniamy

pojemność ładowania $\int_0^t J_1 dt$

„ wyładowania $\int_0^t J_2 dt$,

gdzie J_1 jest to chwilowa wartość prądu, wprowadzanego do ogniwa, a J_2 z ogniwa otrzymywanego.

Ponieważ wielkość natężenia prądu wpływa znacznie na pojemność ogniwa, gdyż im większy prąd wyładowania, tem pojemność mniejsza, przeto przy pomiarze pojemności należy go utrzymywać na stałej wysokości i pomierzoną pojemność odnosić zawsze do danego prądu wyładowania.

Pomiar pojemności odbywa się przez pomiar prądu wyładowującego, wzgl. ładującego, przez pewien czas. Ten czas jest określony wysokością napięcia ogniwa. Przy wyładowaniu napięcie spada i jeżeli napięcie przekroczy 1,80 V (u akumulatorów ołowianych) należy wyładowanie przerwać. Przy ładowaniu napięcie się podnosi do 2,50—2,70 V; dalsze ładowanie prawie że nie zwiększa napięcia, należy więc je zakończyć; granicą ładowania nie bywa tu ściśle określona wartość napięcia, lecz chwila kiedy ogniwo, wzgl. wszystkie ogniwa, jednakowo silnie gazują.

3. Pomiar wydajności.

Miarą użyteczności ogniw wtórnych jest ich pojemność wyładowania, jednakowoż miarą ich dobroci może być dopiero ich wydajność. Rozróżniamy dwojakiego rodzaju wydajność:

wydajność elektryczną η_{el} — jest to stosunek ilości elektryczności otrzymanej z akumulatora do włożonej, czyli pojemności wyładowania do ładowania

$$\eta_{el} = \frac{\int_0^t J_2 dt}{\int_0^t J_1 dt};$$

wydajność energietyczną η_{en} — jest to stosunek energii elektrycznej otrzymanej z akumulatora do włożonej; energię mierzy się napięciem V, natężeniem J i czasem t

$$\eta_{en} = \frac{\int_0^t V_2 J_2 dt}{\int_0^{t'} V_1 J_1 dt'}.$$

Wydajność energietyczna różni się znacznie od poprzedniej, ponieważ napięcie przy ładowaniu jest większe, niż przy wyładowaniu; ta wydajność waha się w granicach 70—80%, a elektryczna 90—95%.

4. Próba akumulatorów.

Próba akumulatorów obejmuje zwykle całą bateryę i polega głównie na wyznaczeniu pojemności i wydajności bateryi. Przy mniejszych bateryach fabryka gwarantuje zwykle tylko pojemność wyładowania; wtedy wystarczy do odbioru tylko próba pojemności. Jeżeli gwarantowana jest wydajność bateryi, to trzeba wykonać próbę wydajności, przy której otrzymuje się także wartość pojemności bateryi.

Próba nowej bateryi powinna obejmować wszystkie ogniwa, zarówno główne jak dodatkowe. Przy bateryi będącej już dłuższy czas w użytku, ogniwa dodatkowe zachowują się inaczej niż główne, skutkiem tego, że nie są wyładowywane normalnie, tak jak główne, lecz w mniejszym stopniu i to im są dalej od głównych, tem mniej pracują. Dlatego przy próbie można je wyłączyć — o ile coś innego nie jest przepisane — i zbadać tylko pojemność ogniw głównych.

Najlepiej jest odbywać próbę wyładowania w takich warunkach, aby być niezależnym od reszty urządzenia, któremu baterya służy, t. j. aby baterya pracowała wtedy na sztuczny opór (drutowy lub wodny), a nie na sieć. Wtedy nie trzeba się liczyć z napięciem użytecznem w sieci, lecz brać je takie, jakie się dostaje z wszystkich ogniw na początku i na końcu wyładowania. Próba ładowania musi być zawsze niezależna od sieci, t. j. nie można wówczas odbierać prądu z bateryi; uwagi odnoszące się do ogniw dodatkowych stosuje się i tutaj.

Próbę rozpoczyna się zwykle od wyładowania; bezpośrednio przedtem powinna być baterya dobrze naładowana. Po próbie wyładowania musi nastąpić odrazu próba ładowania, gdyż akumulatorów nie można długo zostawiać w stanie wyładowanym. Jeżeli przeprowadza się naprzód próbę ładowania, to wyładowanie musi nastąpić bezpośrednio potem, ponieważ część prądu może uciec z bateryi skutkiem wadliwej izolacyi.

Próbę odbywa się w ten sposób, że co pewien czas mierzy się natężenie prądu, napięcie na bateryi i gęstość kwasu. Przy rozpoczynaniu i kończeniu próby ładowania czy wyładowania robi się częstsze odczyty (co 2—5 min.), gdyż wtedy napięcie się zmienia dość szybko, w środku napięcie się ustala i wystarczy odczytywać co 5—10 lub 15 minut. Przyrządy użyte przy próbie powinny być precyzyjne.

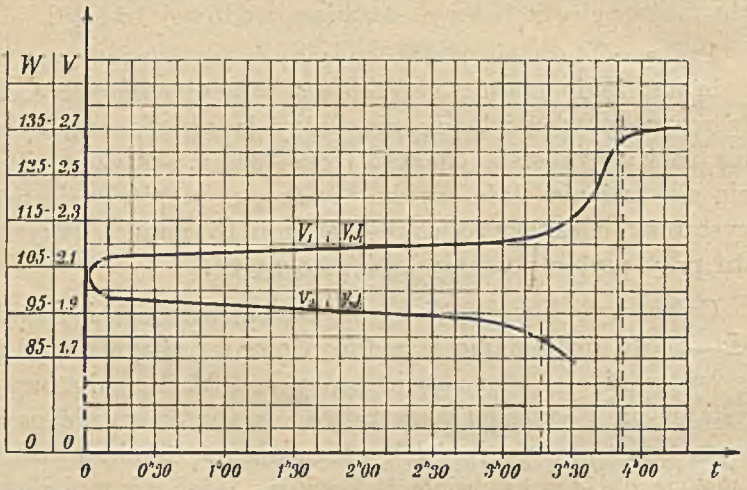
Czas wyładowania liczy się od chwili zaczęcia pomiaru aż do chwili kiedy napięcie jednego ogniwa spadnie do 1,8 *V*; czas ładowania — od zaczęcia próby do chwili, gdy napięcie przestanie się podnosić i wszystkie ogniwa intenzywnie gazują. Czasem firmy przepisują ściśle górną granicę napięcia, do której ma się dojść przy próbie ładowania. Jeżeli nic nie jest powiedziane, to najlepiej przyjąć punkt przegięcia krzywej ładowania, gdy napięcie zaczyna się ustalać. Czas użyty poza temi granicami nie wchodzi już w rachubę.

Natężenie prądu należy utrzymywać zawsze na tej samej wysokości i to przepisanej przez fabrykę. Zwykle przy wyładowaniu bierze się natężenie prądu odpowiadające 3-godzinnemu wyładowaniu, a przy ładowaniu takie same lub najdogodniejsze przepisane przez fabrykę. Często należy powtórzyć próbę przy różnych natężeniach i różnych czasach wyła-

dowania. Absolutną miarą dobroci może być tylko próba, przy której natężenie prądu ładowania i wyładowania jest równe.

Napięcie mierzy się — jak powiedziano — zwykle albo na całej bateryi, albo tylko na ogniwach głównych. Jeżeli baterya jest w dobrym stanie, to wystarczy wziąć kilka lub kilkanaście dowolnych, ze sobą bezpośrednio połączonych, ogniw i na nich mierzyć napięcie. Przez podzielenie odczytanego napięcia przez liczbę ogniw, otrzymuje się napięcie jednego, według którego określa się czas trwania próby.

Przy obliczaniu całego napięcia bateryi trzeba uwzględnić także ewent. spadek napięcia w przewodach doprowadzających prąd do oporu obciążającego, jeżeli, jak to zwykle się dzieje, baterya jest ustawiona z dala od voltmetru. Ten spadek napięcia dodaje się do całego napięcia wskazanego przez voltmetr i dopiero tę wartość dzieli się przez liczbę ogniw. Pod-



Rys. 118.

czas próby nie można dodawać ogniw dodatkowych, jeżeli n. p. wyładowuje się bateryę na sieć, gdzie trzeba utrzymywać stałe napięcie, lecz trzeba zachowywać zawsze tę samą liczbę ogniw, gdyż w przeciwnym razie ogniwa dodatkowe, niewyładowane, zwiększają napięcie*).

*) Na to należy zwrócić uwagę, gdyż firmy akumulatorowe lubią często tak postępować.

Gęstość kwasu daje także pewien obraz przebiegu ładowania i wyładowania. Przy wyładowaniu gęstość kwasu spada prawie linijnie z czasem, a przy ładowaniu rośnie. Różnice w gęstości kwasu wahają się w granicach ok. 3%. Gęstość mierzy się areometrem w stopniach absolutnych lub $B^{mé}$. Zwykle bada się tylko jedno lub kilka ogniw, po poprzedniem sprawdzeniu, czy gęstość kwasu jest w wszystkich ogniwach jednakowa.

Pojemność oblicza się mnożąc liczbę otrzymanych każdorazowo amperów lub wattów przez czas, jaki minął od poprzedniego odczytu. Suma otrzymanych w ten sposób wartości daje odrazu pojemność w amperminutach lub wattminutach, które później przelicza się na ampergodziny lub kilowattgodziny. Do tego samego wyniku można dojść przez wykreślenie krzywej amperów lub wattów w funkcyi czasu i splanimetrowanie jej powierzchni w granicach czasu, odpowiadającego napięciu początkowemu i końcowemu przy ładowaniu i wyładowaniu.

Stosunek otrzymanej w ten sposób pojemności wyładowania i ładowania jest wydajnością bateryi.

Na *rys. 118.* przedstawiony jest przebieg ładowania i wyładowania akumulatora o (trzygodzinnej) pojemności 150 a/g, przy 50 A prądu wyładowania. Ponieważ prąd był stały (50 A), przeto krzywe podają przebieg napięcia i mocy. Granice czasu ładowauia i wyładowania są kreskowane.

POLITECHNIKA ŚLĄSKA BIBLIOTEKA GŁÓWNA w Gliwicach

Spis rzeczy.

	Str.
Akumulatory	203
Ampermetr, cechowanie	133
Andersona, metoda (indukcya)	74
Blask	181
Błąd graniczny	3, 5
„ izolacyi	172
„ średni	4, 6
„ stały	2
„ zmienny	2
Błędy	2
„ , wyrównywanie	5
Du Bois Reymonda metoda (siła elektromotoryczna)	61
Bunsena fotometr	183
Charakterystyka łuku świetlnego	193
Charakterystyki żarówek	191
Ciek świetlny	180
Clarka metoda (siła elektromotoryczna)	63
Czas wahnienia galwanometru	125
Czułość układu	4
Dekrement logarytmiczny	124
Drut mierniczy, cechowanie	130
Elektrometr	53
Epsteina przyrząd	160
Fotometry	183
Fotometrya	179
Frischa metoda (opór izolacyi)	169
Galwanometr balistyczny	118
„ , pomiar prądu	48
„ różnicowy	28, 39
„ statyczny	111
Hopkinsona jarzmo	153
Hystereza, wyznaczenie	149
Ilość światła	180
Indukcya	64
Interpolacya	15
Izolacya	166
Izolatory	143
Kirchhoffa mostek	26
Kohlrauscha metoda (opór ogniwa)	206
Kohlrauscha mostek	27
Köpsla przyrząd	154
Krzywe magnetyczne, wyznaczenie	149
Lampy łukowe, badanie	193
„ żarowe, „	186
Lumen	180
Lummera i Brodhuna fotometr	183
Ławka fotometryczna	187
Magnetometr	151
Magnetyczne własności, badanie	147
Mance'a metoda (opór ogniwa)	205
Matthiessena i Hockina metoda (opór)	35
Maxwella metoda (pojemność)	88
„ „ (indukcya)	67, 71
Metoda dwuch wattmetrów	103
„ jednego wattmetru (jednoprąd)	97
Metoda jednego wattmetru (trójprąd)	101
Metoda odchyłowa	1
„ równych odchyleń	1

	Str.
Metoda trzech ampermetrów	101
„ „ voltmetrów	100
Metody pomiarów	1
Miernik, cechowanie	135
Moc	95
„ jednoprądu	97
„ prądu stałego	95
„ trójprądu	101
Möllingera przyrząd	163
Murraya metoda (izolacya)	173
Najlepsze warunki pomiaru	12
Naświetlenie	181
Natężenie prądu	46
„ światła 179,	182
Ochronniki, uziemienie	178
Ogniwa pierwotne	203
Ohma metoda (opór ogniwa)	203
Opór izolacyi	167
„ ogniw	203
„ uziemienia	176
„ właściwy ciał stałych	139
„ właściwy cieczy	141
„ „ izolatorów	143
Opornice, cechowanie	128
Opory cieczy	44
„ małe	35
„ średnie	21
„ wielkie	40
Permeametr Thomsona	151
Poggendorffa metoda (siła elektromotoryczna)	58
Pojemność	86
Proporcyonalność odchylenia	118
Przewodnictwo	139
Przewodniki	139
Regulowanie lamp łukowych	198
Remingtona metoda (indukcya)	73
Richtera przyrząd	164
Rousseau wykres	197
Sauty'ego metoda (pojemność)	91
Ścinanie	148
Sekometr	84
Siła elektromotoryczna	53
Spirala bismutowa	155
Spółczynnik indukcyi wzajemnej	78
„ mocy	108
„ samoindukcyi	64
„ temperatury	142
Stała balistyczna galwanometru	123
Stała dielektryczna	145
„ miernika	136
„ statyczna galwanometru	115
Stratność	159
Straty w żelazie	159
Światło rurkowe	200
Świeca	179
Thomsona metoda (pojemność)	93
„ „ (opór)	37
„ „ (opór galw.)	112
„ waga	49
Tłumienie galwanometru	126
Trwałość świecenia łukówek	199
„ „ żarówek	192
Ulbrichta fotometr	185
Uziemienia stan	176
Voltametr	48
Voltmetr, cechowanie	132
Waga magnetyczna	151
Wattmetr, cechowanie	132
Webera fotometr	184
Wheatstone'a mostek	21
Wiecherta metoda (uziemienie)	177
Wykazy	16
Wykresy	16
Wyrównywanie błędów	5
Wyświetlenie	181
Wzory skrócone	14
Zwarcie przewodów	175
„ z ziemią	173

Oznaczenia.

A — amper
F — farad
H — henry
L_m — lumen
L_x — lux
S — świeca
V — volt
W — watt
Ω — ohm

B — blask
C — pojemność
c — stała
c_b — stała balistyczna
D — siła kierująca
E — siła elektromotoryczna (wartość skuteczna)
e — siła elektromotoryczna (wartość chwilowa)
f — spółczynnik przebiegu krzywej
G — opór galwanometru
J — natężenie prądu (wartość skuteczna)
i — natężenie prądu (wartość chwilowa)
K — spółczynnik tłumienia
k — stosunek tłumienia
k — elektrochemiczny równoważnik
L — długość
L — naświetlenie
L_t — wyświetlenie
M — moment
n — częstość okresów
n — liczba zwojów
P — moc
p — moc chwilowa
p — moc stracona
p_h — moc stracona skutkiem histerezy
p_w — moc stracona skutkiem prądów wirowych
p_z — moc stracona w żelazie
Q — ilość elektryczności
Q_s — ilość światła
q — przekrój
R — opór
R_a — opór ampermetru
R_i — opór izolacyi
R_k — opór krytyczny
R_v — opór voltmetru
r — opór (mały)
S — natężenie światła
S_h — natężenie światła poziome
S_p — natężenie światła przestrzenne
S_{pp} — natężenie światła półprzestrzenne
S_{ppd}, S_{ppg} — natężenie światła półprzestrzenne dolne, górne
S_v — natężenie światła pionowe
T — czas wahnienia
T_0 — czas wahnienia bez tłumienia
t — czas
V — napięcie (wartość skuteczna)
v — napięcie (wartość chwilowa)
X, x — wielkość niewiadoma, badana
Z, z — ilość zwojów

$\mathfrak{B}$ — indukcya
$\mathfrak{H}$ — natężenie pola magn.
$\mathfrak{H}_i$ — natężenie pola odmagnesującego

$\mathfrak{L}$ — spółczynnik samoindukcyi
$\mathfrak{M}$ — spółczynnik indukcyi wzajemnej

α — kąt, odchylenie
α_1 — kąt, pierwsze odchylenie balistyczne
α — spółczynnik temperatury
β — spółczynnik strat skutkiem prądów wirowych
Δ — błąd (średni)
Δ_g — błąd graniczny
δ — grubość
η — wydajność
η — spółczynnik strat skutkiem histerezy
$\varkappa$ — stała dielektryczna
Λ — dekrement log. nat.
λ — dekrement log. brig.
λ — przewodnictwo
μ — przenikliwość
Φ — ciek
Φ_s — ciek świetlny
φ — kąt przesunięcia fazy
ϱ — opór właściwy
ϱ — opór ogniwa
Θ — moment bezwładności.

POLITECHNIKA ŚLĄSKA BIBLIOTEKA GŁÓWNA w Gliwicach

BG Politechniki Śląskiej
nr inw.: 102 - 142489
Dyr.1 142489