ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1966
Seria: GÓRNICTWO z. 17 Nr kol. 151

JERZY PAKLEZA

WPŁYW BŁĘDÓW WYKONANIA NA ROZKŁAD NACIĄGÓW LIN W WYCIĄGU DWULINIOWYM

Streszczenie W wyciągach wielolinowych rozkład obciążeń na poszczególne liny uwarunkowany jest w dużej mierze przypadkowymi błędami wykonania.

W artykule wyznaczono zależność naciągu lin od drogi podnoszenia z uwzględnieniem błędów długości i sztywności lin oraz błędów wykonania promieni żłobków. Wskazano możliwość obiektywnego wyboru optymalnych tolerancji wykonania wymienionych wielkości.

1. Wstęp

W artykule rozważa się zależność wartości przeciętnej oraz odchylenia standardowego naciągów lin od drogi ponoszenia w wyciągu dwuliniowym, przy czym przyjmuje się następujące założenia:

1. Liny są sztywnie połączone z naczyniem.

2. Punkty zaczepienia lin do naczynia poruszają się jednakowo wzdłuż prostych pionowych, czyli ruch naczynia jest ruchem postępowym.

3. Liny traktuje się jako cięgna wiotkie, przy czym nie uwzględnia się ciężaru własnego i kręcenia się lin oraz pomija się wpływ poślizgu lin względem bębna.

4. Bęben z wykładziną uważa się za bryłę sztywną.

Przyjmuje się następujące oznaczenia:

A_1, A_2 - sztywności rozciągania lin 1,2.

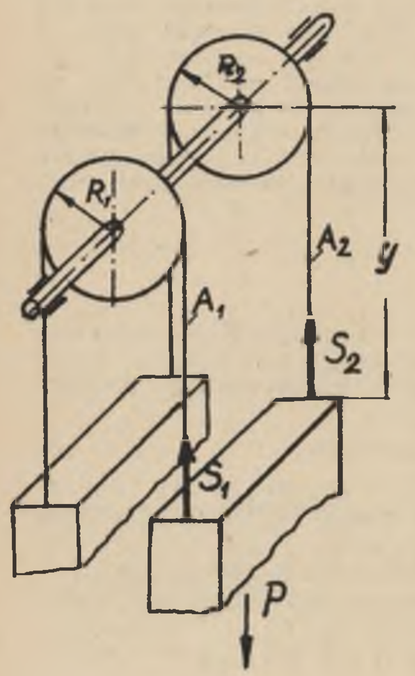
R_1, R_2 - promienie żłobków 1,2

L_1, L_2 - długości początkowe lin 1,2.

Wielkości te traktuje się jako zmienne losowe. Wartości przeciętne tych zmiennych oznacza się kreską nad odpowiednim symbolem. Odchylenie standardowe oznacza się symbolem σ z odpowiednim indeksem np. σ_A, σ_L itp.

2. Sformułowanie zagadnienia

Naciągi lin są funkcjami zmiennych losowych: Sztywności rozciągania lin, długości lin i promieni żłobków oraz zmiennej (nieprzypadkowej) wysokości podnoszenia. W celu wyznaczenia zależności wartości przeciętnej i odchylenia standardowego od tych zmiennych wyznacza się postać funkcji $S_i = S_i(A_i, L_i, R_i, y)$ $i = 1,2$, a następnie stosując metodę linearyzacji tych funkcji wyznacza się wariancję tych funkcji.



Rys. 1

Dla wyznaczenia funkcji S_i rozważmy układ w dowolnym momencie podnoszenia, któremu odpowiada położenie klatki określone współrzędną y (rys. 1).

Oznaczmy:

ε_i, S_i (i=1,2) - wydłużenie jednostkowe i naciąg lin 1 i 2.

L_i (i=1,2) - naturalna długość lin 1,2 (tj. długości lin nienapiętych)

Naturalna długość liny związana jest ze współrzędną y oraz ε_i zależnością:

$$L_i = \frac{y}{1 + \varepsilon_i}$$

Obrót bębna o kąt $d\varphi$ powoduje skrócenie każdej liny o odcinek $dy_i = dy = R_i d\varphi$, czyli zmianę naturalnej długości liny o odcinek:

$$dL_i = \frac{R_i d\varphi}{1 + \varepsilon_i}$$

W liniach zachodzi zmiana wydłużenia jednostkowego o wielkość $d\varepsilon_i$, przy czym zachodzi związek:

$$\left(L_1 - \frac{R_1 d\varphi}{1 + \varepsilon_1}\right)(1 + \varepsilon_1 + d\varepsilon_1) = \left(L_2 - \frac{R_2 d\varphi}{1 + \varepsilon_2}\right)(1 + \varepsilon_2 + d\varepsilon_2)$$

Po wstawieniu $y = L_1(1 + \varepsilon_1)$ i wykonaniu prostych przekształceń otrzymuje się:

$$\frac{1 - \frac{R_1}{y}\, d\varphi}{1 - \frac{R_2}{y}\, d\varphi} = \frac{1 + \frac{d\varepsilon_2}{1 + \varepsilon_2}}{1 + \frac{d\varepsilon_1}{1 + \varepsilon_1}} \tag{1}$$

Uwzględniając, że zawsze zachodzi $y > R_1$, czyli $\frac{R_1}{y}\, d\varphi \ll 1$, oraz, że:

$$\frac{d\varepsilon_1}{1 + \varepsilon_1} \ll 1$$

równanie (1) można przedstawić w postaci:

$$\frac{R_2 - R_1}{y} = \frac{d\varepsilon_2}{d\varphi} - \frac{d\varepsilon_1}{d\varphi} \tag{2}$$

Następnie równanie otrzymuje się wykorzystując warunek równowagi:

$$S_1 + S_2 = P = \mathrm{const.}$$

czyli:

$$\varepsilon_1 A_1 + \varepsilon_2 A_2 = (\varepsilon_1 + d\varepsilon_1)\, A_1 + (\varepsilon_2 + d\varepsilon_2)\, A_2$$

Po uproszczeniu otrzymuje się:

$$\frac{d\varepsilon_1}{d\varphi} A_1 + \frac{d\varepsilon_2}{d\varphi} A_2 = 0 \tag{3}$$

Trzecie równanie otrzymuje się wyznaczając zmianę współrzędnej y w wyniku obrotu bębna o kąt $d\varphi$:

$$dy = \left(L_1 - \frac{R_1 d\varphi}{1 + \varepsilon_1}\right)(1 + \varepsilon_1 + d\varepsilon_1) - L_1(1 + \varepsilon_1) =$$

$$= \left[L_1(1 + \varepsilon_1) - R_1 d\varphi\right] \frac{1 + \varepsilon_1 + d\varepsilon_1}{1 + \varepsilon_1} - L_1(1 + \varepsilon_1)$$

Po uwzględnieniu, że

$$\frac{1 + \varepsilon_1 + d\varepsilon_1}{1 + \varepsilon_1} \approx 1 + \varepsilon_1 + d\varepsilon_1 - \varepsilon_1 = 1 + d\varepsilon_1$$

otrzymuje się:

$$dy = \left[I_1(1 + \varepsilon_1) - R_1 d\varphi\right](1 + d\varepsilon_1) - L_1(1 + \varepsilon_1)$$

Po wykonaniu przekształceń i odrzuceniu małej wyższego rzędu $(R_1 d\varphi d\varepsilon_1)$ oraz uwzględnieniu, iż $L_1(1 + \varepsilon_1) = y$ otrzymuje się:

$$\frac{dy}{d\varphi} = - R_1 + y \frac{d\varepsilon_1}{d\varphi} \tag{4}$$

Zagadnienie wyznaczenia naciągów $S_1 = A_1 \varepsilon_1$ sprowadza się zatem do rozwiązania układu równań różniczkowych (2 - 4) przy warunkach początkowych:

$$\varphi = 0, \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_{10}, \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_{20}, \quad y = y_0$$

przy czym ε_{10} i y_0 określone są warunkami montażu urządzenia.

3. Rozwiązanie układu równań (2)-(4)

W celu rozwiązania układu równań (2 - 4) przemnaża się r. (2) przez A_2 i dodaje do równania (3), w wyniku otrzymuje się:

$$A_1 \frac{d\varepsilon_1}{d\varphi} + A_2 \frac{d\varepsilon_1}{d\varphi} = - \frac{R_2 - R_1}{y} A_2$$

lub:

$$\frac{d\varepsilon_1}{d\varphi} = C \frac{R_1 - R_2}{y} \tag{5}$$

gdzie

$$C = \frac{A_2}{A_1 + A_2}$$

Po wstawieniu (5) do (4) otrzymuje się:

$$\frac{dy}{d\varphi} = -R_1 + C(R_1 - R_2) \tag{4a}$$

Z równania (4a) wynika bezpośrednio:

$$y = [C(R_1 - R_2) - R_1] + y_0 \tag{6}$$

Po wstawieniu (6) w równanie (5) otrzymuje się:

$$\frac{d\varepsilon_1}{d\varphi} = \frac{C(R_1 - R_2)}{[C(R_1 - R_2) - R_1]\varphi + y_0} \tag{5a}$$

Po wprowadzeniu pomocniczych stałych:

$$B = C(R_1 - R_2) \quad \text{i} \quad D = C(R_1 - R_2) - R_1$$

Otrzymuje się:

$$\frac{d\varepsilon_1}{d\varphi} = \frac{B}{D\varphi + y_0} \tag{5b}$$

Rozwiązaniem równania (5b) jest funkcja:

$$\varepsilon_1 = \frac{B}{D}\left[\ln (D\varphi + y_0) + \ln C_1\right]$$

Uwzględniając warunek początkowy $\varepsilon_1(0) = \varepsilon_{10}$ otrzymuje się:

$$\ln C_1 = \frac{D}{B}\varepsilon_{10} - \ln y_0$$

Zatem:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{10} + \frac{B}{D}\ln\frac{D\varphi + y_0}{y_0}$$

Ponieważ z równania (3):

$$\frac{d\varepsilon_2}{d\varphi} = -\frac{A_1}{A_2}\cdot\frac{d\varepsilon_1}{d\varphi}$$

czyli po uwzględnieniu (5b):

$$\frac{d\mathcal{E}_2}{d\varphi} = -\frac{A_1}{A_2} \cdot \frac{B}{D\varphi + y_0}$$

Zatem:

$$\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_{20} - \frac{A_1}{A_2} \cdot \frac{B}{D} \ln \frac{D\varphi + y_0}{y_0}$$

Po usunięciu pomocniczych oznaczeń i uwzględnieniu zależności $S_i = A_i \mathcal{E}_i$ otrzymuje się:

$$S_1 = S_{10} - \frac{R_1 - R_2}{A_1R_1 + A_2R_2} \cdot A_1A_2 \ln \left(1 - \frac{A_1R_1 + A_2R_2}{A_1 + A_2} \cdot \frac{\varphi}{y_0}\right) \tag{7}$$

$$S_2 = S_{10} + \frac{R_1 - R_2}{A_1R_1 + A_2A_2} \cdot A_1A_2 \ln \left(1 - \frac{A_1R_1 + A_2R_2}{A_1 + A_2} \cdot \frac{\varphi}{y_0}\right) \tag{8}$$

Wielkości S_{10}, S_{20}, y_0 wyznacza się przeprowadzając następujące rozumowanie. Jeżeli do naczynia podłączono liny, których długości naturalne wynoszą L_1, L_2 i obciążono siłą P, to naczynie ustali swe położenie w odległości y_0 od osi bębna, przy czym:

$$y_0 = L_1(1 + \mathcal{E}_{10}) = L_2(1 + \mathcal{E}_{20}) \tag{9}$$

Wyrażając $\mathcal{E}_{10}$ i $\mathcal{E}_{20}$ przez S_{10} i S_{20} otrzymuje się:

$$L_1\left(1 + \frac{S_{10}}{A_1}\right) = L_2\left(1 + \frac{S_{20}}{A_2}\right)$$

Stąd:

$$S_{20} = \left(L_1 - L_2 + \frac{S_{10}L_1}{A_1}\right) \cdot \frac{A_2}{L_2}$$

Wstawiając powyższe w warunek równowagi $S_{10} + S_{20} = P$ wyznacza się:

$$S_{10} = \frac{PA_1L_2 - (L_1 - L_2)\,A_1A_2}{A_1L_2 + A_2L_1} \tag{10}$$

$$S_{20} = \frac{PA_2L_1 + (L_1 - L_2)\,A_1A_2}{A_1L_2 + A_2L_1} \tag{11}$$

Oraz z (9):

$$y_0 = L_1L_2\,\frac{P + A_1 + A_2}{A_1L_2 + A_2L_1} \tag{12}$$

Po wstawieniu zależności (10), (11), (12) w wyrażenia (7) i (8) i uwzględnieniu, że na podstawie wyrażenia (6):

$$1 - \frac{A_1R_1 + A_2R_2}{A_1 + A_2} \cdot \frac{\varphi}{y_0} = \frac{y}{y_0}$$

otrzymuje się ostatecznie:

$$S_1 = \frac{PA_1L_2 - (L_1 - L_2)\,A_1A_2}{A_1L_2 + A_2L_1} - \frac{R_1 - R_2}{A_1R_1 + A_2R_2} \cdot A_1A_2 \ln\frac{y}{y_0} \tag{13}$$

$$S_2 = \frac{PA_2L_1 + (L_1 - L_2)\,A_1A_2}{A_1L_2 + A_2L_1} + \frac{R_1 - R_2}{A_1R_1 + A_2R_2} \cdot A_1A_2 \ln\frac{y}{y_0} \tag{14}$$

4. Wartości przeciętne i wariancje naciągów lin

W celu wyznaczenia wartości przeciętnych i wariancji naciągów stosuje się metodę linearyzacji funkcji $S_i = S_i\,(A_i,\ R_i,\ L_i)$

Wartość przeciętna naciągów równa jest wówczas wartości funkcji S_1, S_2 dla przeciętnych wartości zmiennych losowych i z uwagi na to, że: $\bar{A}_1 = \bar{A}_2 = \bar{A}$, $\bar{L}_1 = \bar{L}_2 = \bar{L}$, $\bar{R}_1 = \bar{R}_2 = \bar{R}$ wynosi:

$$\bar{S}_1 = \bar{S}_2 = \frac{P}{2}$$

Wariancję naciągów wyznacza się z wzoru:

$$\sigma^2_{S_i} = \left(\frac{\partial S_i}{\partial A_1}\right)^2_m \sigma^2_{A_1} + \left(\frac{\partial S_i}{\partial A_2}\right)^2_m \sigma^2_{A_2} + \left(\frac{\partial S_i}{\partial L_1}\right)^2_m \sigma^2_{L_1} +$$

$$+ \left(\frac{\partial S_i}{\partial L_2}\right)^2_m \sigma^2_{L_2} + \left(\frac{\partial S_i}{\partial R_1}\right)^2_m \sigma^2_{R_1} + \left(\frac{\partial S_i}{\partial R_2}\right)^2_m \sigma^2_{R_2} \qquad i = 1,2,$$

przy czym pochodne $\left(\frac{\partial S_i}{\partial A_1}\right)_m$, $\left(\frac{\partial S_i}{\partial A_m}\right)_m$, ... należy liczyć dla wartości przeciętnych zmiennych losowych.

Po wykonaniu prostych rachunków otrzymuje się:

$$\left(\frac{\partial S_1}{\partial A_1}\right)^2_m = \left(\frac{\partial S_1}{\partial A_2}\right)^2_m = \left(\frac{\partial S_2}{\partial A_1}\right)^2_m = \left(\frac{\partial S_2}{\partial A_2}\right)^2_m = \frac{P^2}{16\,\bar{A}^2}$$

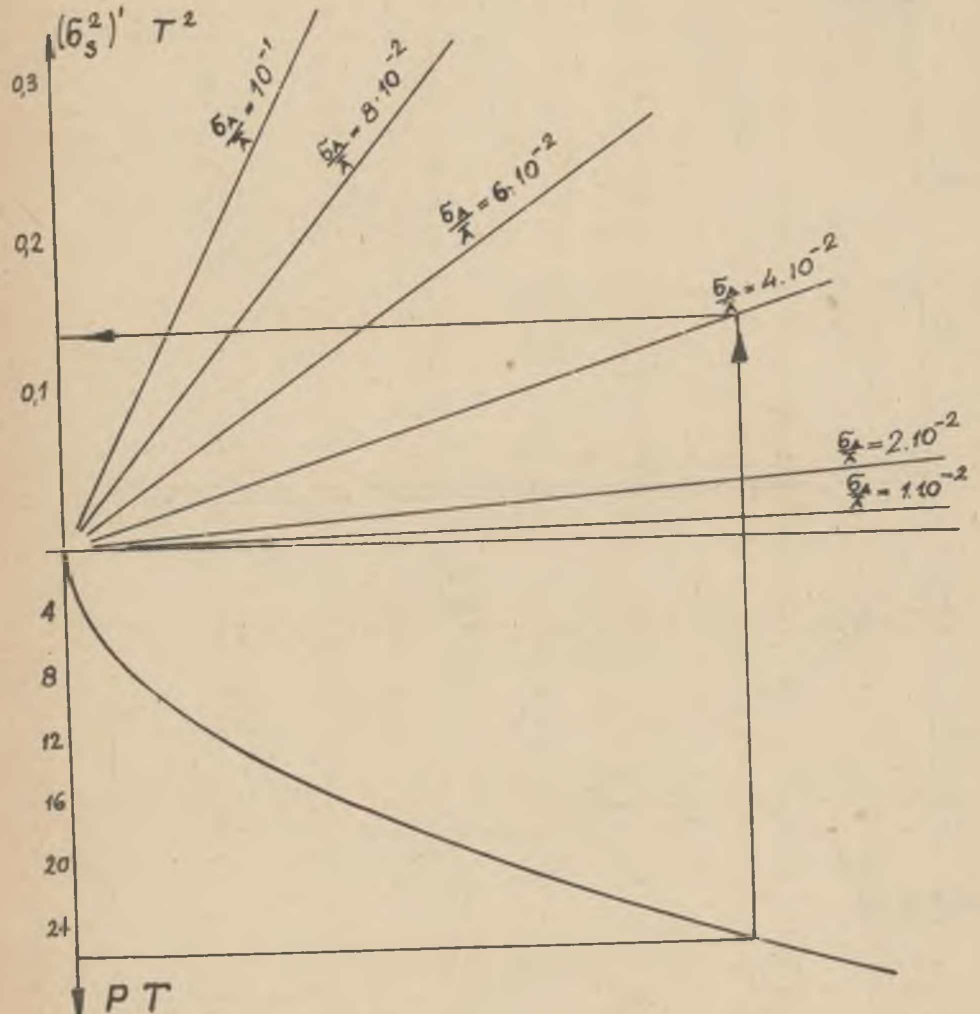
$$\left(\frac{\partial S_1}{\partial L_1}\right)^2_m = \left(\frac{\partial S_1}{\partial L_2}\right)^2_m = \left(\frac{\partial S_2}{\partial L_1}\right)^2_m = \left(\frac{\partial S_2}{\partial L_2}\right)^2_m = \frac{(P + 2\bar{A})}{16\,\bar{L}^2}$$

$$\left(\frac{\partial S_1}{\partial R_1}\right)^2_m = \left(\frac{\partial S_1}{\partial R_2}\right)^2_m = \left(\frac{\partial S_2}{\partial R_1}\right)^2_m = \left(\frac{\partial S_2}{\partial R_2}\right)^2_m = \frac{\bar{A}^2}{4\,\bar{R}^2}\left[\ln\frac{y}{\bar{L}\,\frac{P + 2\bar{A}}{2\,A}}\right]^2$$

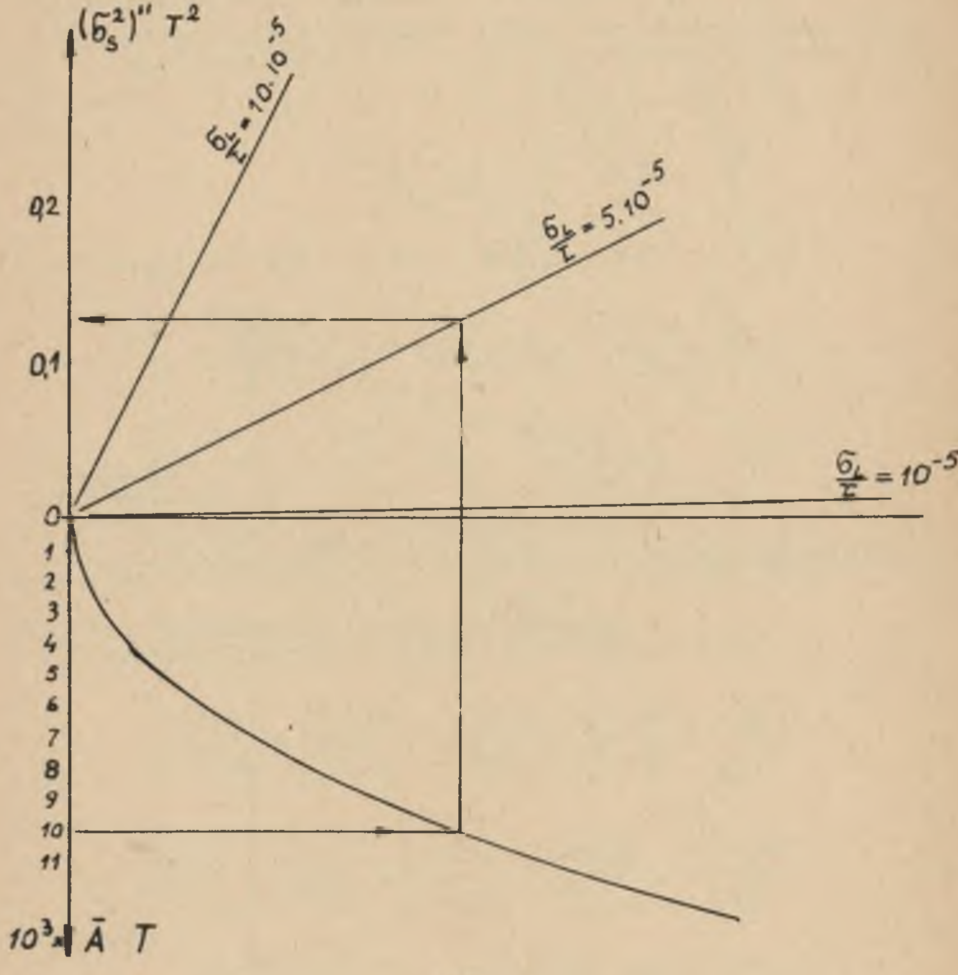
Zatem:

$$\sigma^2_{S_1} = \sigma^2_{S_2} = \sigma^2_S =$$

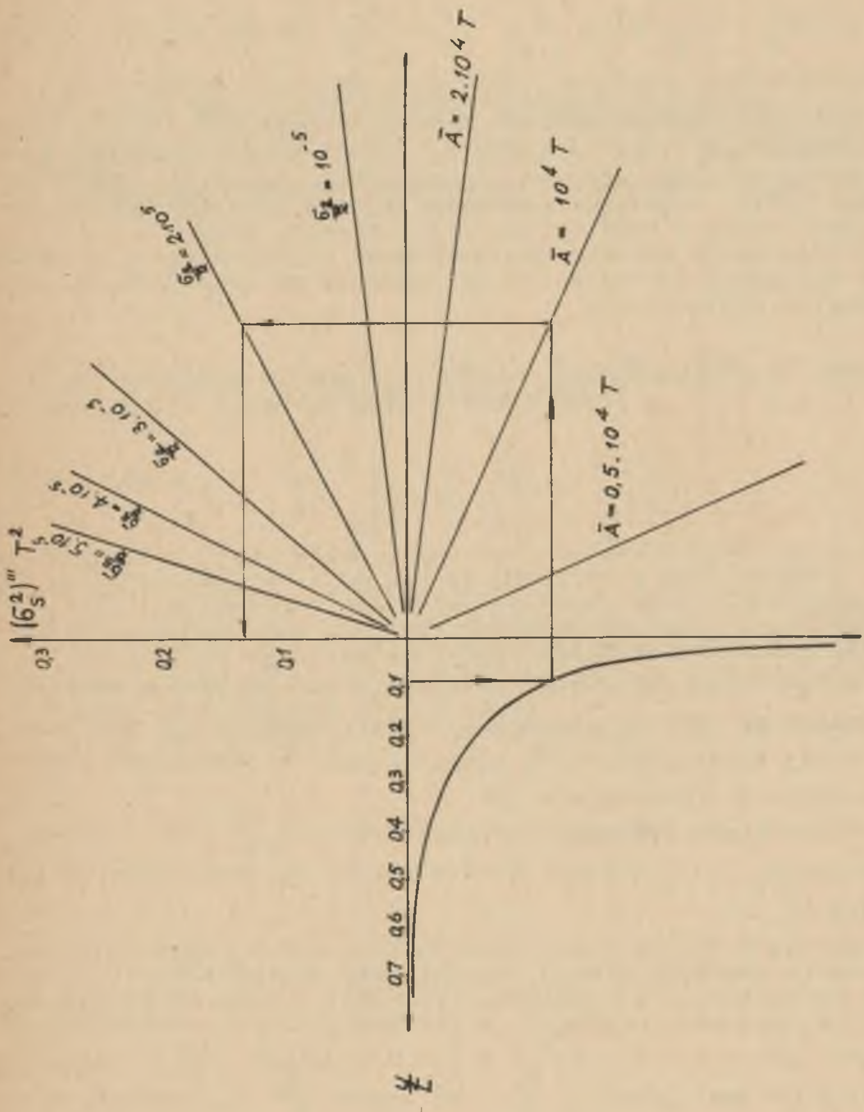
$$= \frac{P^2}{8\,\bar{A}^2}\,\sigma^2_A + \frac{(P + 2\bar{A})^2}{16\,\bar{L}^2}\,\sigma^2_L + \frac{\bar{A}^2}{4\,\bar{R}^2}\left[\ln\frac{y}{L\,\frac{P + 2\bar{A}}{2\bar{A}}}\right]^2 \sigma^2_R \qquad (15)$$


$(6_s^2)'$ T^2
0,3
0,2
0,1
$\frac{6_\Delta}{\lambda} = 10^{-1}$
$\frac{6_\Delta}{\lambda} = 8 \cdot 10^{-2}$
$\frac{6_\Delta}{\lambda} = 6 \cdot 10^{-2}$
$\frac{6_\Delta}{\lambda} = 4 \cdot 10^{-2}$
$\frac{6_\Delta}{\lambda} = 2 \cdot 10^{-2}$
$\frac{6_\Delta}{\lambda} = 1 \cdot 10^{-2}$
4
8
12
16
20
24
P T

Rys. 2


$(\sigma_s^2)'' T^2$
$\frac{\sigma_L}{T} = 10 \cdot 10^{-5}$
$\frac{\sigma_L}{T} = 5 \cdot 10^{-5}$
$\frac{\sigma_L}{T} = 10^{-5}$
0,2
0,1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
$10^3 \times \bar{A} T$

Rys. 3



Rys. 4

Wyrażenie (15) można uprościć uwzględniając iż $P \ll 2\bar{A}$, czyli:

$$\sigma_S^2 = \frac{P^2}{8\,\bar{A}^2}\,\sigma_A^2 + \frac{\bar{A}^2}{2\,\bar{L}^2}\,\sigma_L^2 + \frac{\bar{A}^2}{2\,\bar{R}^2}\left(\ln\frac{y}{L}\right)^2\sigma_R^2 \tag{16}$$

Z wyrażenia (16) wynika, że wariancja naciągów lin σ_S^2 zależy ży w ogólnym przypadku od odchyleń standardowych sztywności lin i ich długości oraz odchyleń standardowych promieni żłobków, jednakże wpływ poszczególnych odchyleń jest w różnych przypadkach (przy różnych wartościach przeciętnych) inny.

Dla ilustracji wpływu poszczególnych niedokładności wykonania na wariancję naciągów lin sporządzono wykresy (rys. 2, 3, 4), przy czym oznaczono:

$$\left(\sigma_S^2\right)' = \frac{P^2}{2\,\bar{A}^2}\,\sigma_A^2, \quad \left(\sigma_S^2\right)'' = \frac{\bar{A}^2}{2\,\bar{L}^2}\,\sigma_L^2,$$

$$\left(\sigma_S^2\right)''' = \frac{\bar{A}^2}{2\,\bar{R}^2}\left[\ln\frac{y}{L}\right]^2\sigma_R^2$$

5. Wnioski

Z wykresów 2-4 wynika bezpośrednio, iż:

1. Wpływ błędu względnego sztywności lin $\frac{\sigma A}{\bar{A}}$ jest na ogół mały i maleje ze zmniejszaniem się ciężaru całkowitego naczynia.

2. Wpływ błędu względnego długości lin $\frac{\sigma L}{L}$ rośnie ze wzrostem sztywności rozciągania lin.

3. Wpływ błędu wykonania promieni żłobków $\frac{\sigma R}{R}$ jest zależny od sztywności lin i wzrasta bardzo silnie ze zmniejszaniem się stosunku $\frac{y}{L}$:

Otrzymana w wyniku teoretycznych rozważań zależność (16) może stanowić podstawę wyboru ekonomicznie uzasadnionych tolerancji wykonania poszczególnych wielkości w różnych warunkach pracy analizowanych wyciągów. W przypadku małych głębokości podnoszenia, np. przy $A = 10^4$ T i $\frac{y}{L} = 0,3$ należy przede wszystkim dążyć do zmniejszenia $\frac{\sigma L}{L}$, bo wpływ $\frac{\sigma R}{R}$ jest wówczas stosunkowo niewielki. W przypadku małych wartości $\frac{y}{L}$ o wielkości wariancji naciągów decyduje $\frac{\sigma R}{R}$ i w tym przypadku dążenie do zminimalizowania błędu wykonania promieni żłobków jest konieczne.

ВЛИЯНИЕ ПОРОКОВ ИЗГОТОВЛЕНИЯ КАНАТОВ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ В НИХ НАТЯЖЕНИЙ В ДВУХКАНАТНОМ ПОДЪЕМНИКЕ

Р е з ю м е

В многоканатных подъемниках распределение нагрузок на отдельные канаты в большой степени обуславливается случайными пороками изготовления.

В статье определяется зависимость натяжения канатов от пути подымания с учетом пороков длины и жесткости канатов и пороков изготовления радиусов желобков.

Указывается возможность объективного подбора оптимальных допусков при изготовлении указанных элементов оборудования.

THE INFLUENCE OF THE MISTAKES OF A PEREORMANCE ON INTERNAL FORCES IN THE ROPES OF TWO -ROPE WINDER

S u m m a r y

In multi - rope winders the load is decomposed on the separate ropes according to random mistakes of a performance.

In the paper is obtained the dependence of internal forces in the ropes upon the way of elevation with discusion of the influence of mistakes of length and the longitudal rigidity of ropes and mistakes of performance of radii of the wheels on which the ropes are winded up.

The posibility of the objective choice of optimum tolerances was shown.