ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

NR 13 ELEKTRYKA Z. 4 1957

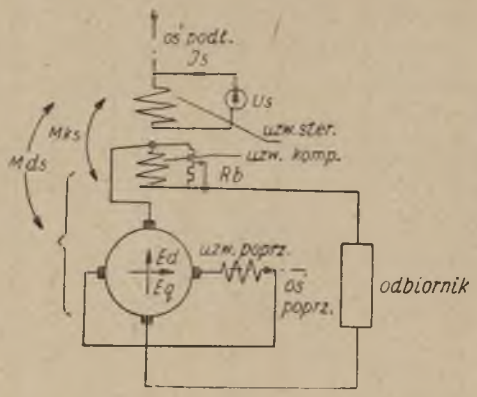
Mgr inż. Władysław Paszek
Zakład Maszyn Elektrycznych

Analiza stanów nieustalonych amplidyny

Streszczenie. W pracy niniejszej rozpatrzono wpływ wewnętrznych sprzężeń zwrotnych na przebieg funkcji przejścia amplidyny przy biegu jałowym i przy obciążeniu. Po poczynieniu praktycznie uzasadnionych uproszczeń otrzymuje się podstawowe związki zachodzące dla trzech stopni wzmocnienia układu regulacyjnego złożonego z amplidyny obciążonej odbiornikiem o charakterze indukcyjnym i pojemnościowym. Po wprowadzeniu metody badania liniowych układów regulacyjnych opisanych równaniem różniczkowym trzeciego rzędu omówiono wpływ wewnętrznych sprzężeń zwrotnych na parametry rozmieszczenia pierwiastków mianownika operowanej funkcji przejścia. Analizę zilustrowano wynikami pomiarów oscylograficznych.

1. Wprowadzenie

Na rysunku 1 przedstawiono ideowy schemat amplidyny, na którym zaznaczono uzwojenie sterujące wytwarzające SMM w osi podłużnej amplidyny zasilane napięciem sterowania U_s, obwód poprzeczny amplidyny wytwarzający SMM w osi poprzedniej (SMM reakcji twornika oraz SMM uzwojenia przyłączonego do szczotek poprzecznych amplidyny) pod wpływem prądu poprzecznego J_q oraz obwód obciążenia, na



Rys. 1. Ideowy schemat amplidyny

który składa się uzwojenie twornika, uzwojenie kompensacyjne, które znosi oddziaływanie twornika w osi podłużnej i odbiornik zewnętrzny (silnik bocznikowy zasilany z amplidyny lub uzwojenie wzbudzenia prądnicy) zasilany prądem podłużnym amplidyny J_d.

Obwód uzwojenia sterującego amplidyny można uważać jako pierwszy element układu regulacyjnego (pierwszy stopień wzmocnienia) scharakteryzowany stałą czasową T_1 oraz statycznym współczynnikiem wzmocnienia napięcia $K_{u1} = \frac{E_q}{U_s}$:

$$T_1 = \frac{L_1}{R_1} = \frac{L_1\delta + L_{1\sigma}}{R_s}.$$

Indukcyjność uzwojenia sterującego L_1 można przedstawić jako sumę indukcyjności strumienia przenikającego przez szczelinę (indukcyjność szczeliny $L_{1\delta}$ zostaje celowo wyodrębniona ze względu na to, że strumień przenikający szczelinę decyduje o indukowaniu się napięcia wewnętrznego w osi poprzecznej E_q) i indukcyjności nie związanej ze strumieniem w szczelinie określonej jako indukcyjność rozproszenia $L_{1\sigma}$.

Obwód poprzeczny uważa się za drugi element układu regulacyjnego scharakteryzowany współczynnikiem wzmocnienia napięcia $K_{u2} = \frac{E_d}{E_q}$ oraz stałą czasową $T_2 = \frac{L_2}{R_q}$. W indukcyjności L_2 można wyodrębnić również część indukcyjność związaną ze strumieniem przenikającym szczelinę i część związaną ze strumieniem rozproszenia $L_2 = L_{2\delta} + L_{2\sigma}$

Na trzeci element układu regulacyjnego składa się odbiornik zewnętrzny, opór wewnętrzny amplidyny w osi podłużnej R_d, oraz indukcyjność wewnętrzna amplidyny w osi podłużnej L_d. W przypadku gdy amplidyna jest dokładnie skompensowana, SMM twornika w osi podłużnej znosi się z SMM uzwojenia kompensacyjnego i wówczas indukcyjność wewnętrzna określona jest sumą indukcyjności rozproszeń twornika $L_{a\sigma}$ oraz uzwojenia kompensacyjnego $L_{k\sigma}$. O ile kompensacja nie jest zupełna, pojawia się pod wpływem prądu obciążenia dodatkowy strumień w szczelinie zwiększający indukcyjność wewnętrzną o wartość $L_{d\sigma}$. W celu nastawienia pożądanego stopnia skompensowania, uzwojenie kompensacyjne zaprojektowane z kilkuprocentowym zapasem jest bocznikowane oporem bocznikującym R_b, zmieniającym rozpływ prądu obciążenia przez opór R_b i uzwojenie kompensacji. Wskutek bliskiego położenia uzwojeń w żłóbkach stojana amplidyny prądy poszczególnych stopni mogą wpływać na siebie poprzez indukcyjności wzajemne. Ze względu na poprzeczne położenie (względem uzwojenia sterującego)

uzwojenia zasilanego ze szczotek poprzecznych, indukcyjność wzajemna M_{qs} jest pomijalna. Indukcyjność wzajemną M_{ks} między uzwojeniem kompensacyjnym i uzwojeniem sterującym umieszczonymi w osi podłużnej amplidyny, można analogicznie jak w przypadku indukcyjności własnych rozdzielić na indukcyjności wzajemne związane ze strumieniem w szczelinie $M_{ks\delta}$ oraz indukcyjności wzajemne związane ze strumieniem splatającym się z obydwoma uzwojeniami, nie przenikającym przez szczelinę amplidyny $M_{ks\sigma}$ (strumień ten nie przenika przez szczelinę, nie jest więc strumieniem użytkowym i nie indukuje napięcia w tworniku). W przypadku amplidyn z uzwojeniem kompensacyjnym, rozłożonym w żłobkach stojana, część uzwojenia kompensacji, leżąca w wspólnych żłobkach z uzwojeniem sterującym splata się ze wspólnym strumieniem rozproszenia żłobkowego.

Drugi stopień wzmocnienia, nie dając zasadniczo sprzężeń indukcyjnych z obwodami w osi podłużnej, powoduje oddziaływanie na oś podłużną wskutek:

a) niedokładnego ustawienia szczotek poprzecznych w osi neutralnej (amperozwoje Az_{α}),

b) zezwojów komutujących twornika w osi poprzecznej amplidyny, które przy opóźnionej komutacji oddziałują demagnesująco na pole podłużne (amperozwoje Az_{km}),

c) strat w żelazie twornika amplidyny wirującego w silnym polu poprzecznym będącym strumieniem głównym amplidyny (amperozwoje $Az_{\dot{z}}$).

Ze względu na to, że strumień sterujący pierwszego stopnia wzmocnienia jest znacznie mniejszy w porównaniu ze strumieniem w osi poprzecznej amplidyny (strumień Φ_s jest około 20-krotnie większy od Φ_d), analogiczne oddziaływanie twornika na oś poprzeczną jest procentowo znikome i pomijalne. Wskutek demagnesującego oddziaływania prądu poprzecznego J_q na oś podłużną, prąd uzwojenia sterującego J_s musi być znacznie większy od magnesującego prądu sterującego J_{ms}, który jest proporcjonalny do wypadkowego strumienia i oporności magnetycznej w osi podłużnej. Analizę pracy amplidyny przeprowadzimy przy założeniu stałości prędkości wirowania wzmacniacza.

2. Obliczenie funkcji przejścia amplidyny na biegu jałowym

Jako funkcję przejścia rozumie się, w niniejszej pracy, przebieg umownej wielkości wyjściowej amplidyny (napięcia wewnętrznego E_d,

prądu obciążenia J_d) wyrażonej w postaci czasowej lub operatorowej [1], po przyłączeniu do niewzbudzonej amplidyny umownej wielkości wejściowej (napięcia uzwojenia sterującego, prądu uzwojenia sterującego), o postaci czasowej **1** (*t*) [2]. Dokładna postać funkcji przejścia amplidyny jest skomplikowana i zależy od wielu wewnętrznych sprzężeń zwrotnych amplidyny.

Ponieważ amplidyna wchodzi jako element do różnorodnych układów regulacyjnych komplikujących jeszcze postać funkcji przejścia, pożądane jest wyodrębnienie praktycznie istotnych związków między wielkością wejściową i wyjściową amplidyny, które decydują o charakterze przebiegów i dają przybliżenie o technicznie pożądanej dokładności sprawdzialne metodami pomiarów oscylograficznych). Podstawowe uproszczenia wychodzą z założenia zaniedbania wpływu sprzężeń magnetycznych uzwojeń sterujących na obwody drugiego stopnia wzmocnienia i uwzględnienia jedynie obwodów wyższych stopni wzmocnienia na uzwojenie sterujące. Założenie takie ma pełne uzasadnienie z powodu znikomych prądów i amperozwojów uzwojeń sterujących w porównaniu z prądem w obwodzie szczotek zwartych oraz prądem obciążenia amplidyny. Zgodnie z powyższym założeniem zaniedbuje się wpływ obwodu uzwojenia kompensacyjnego zwartego przez opór bocznikujący oraz obwodu zwartych zezwojów komutujących na stałą czasową uzwojenia sterującego (pomiary oscylograficzne potwierdzają słuszność tych założeń), należy natomiast uwzględnić wpływ: prądu zwojów komutujących w osi poprzecznej, strat w żelazie twornika, skręcenia szczotek poprzecznych oraz wpływ oddziaływania twornika wytworzonego przez prąd obciążenia amplidyny przy niezupełnej kompensacji na uzwojenie sterujące.

Amperozwoje oddziaływania zezwojów komutujących są przy założeniu stałości oporu przejścia szczotek oraz stałości wirowania proporcjonalne do prądu J_q; amperozwoje oddziaływania żelaza są przy założeniu liniowej zależności strumienia poprzecznego od prądu szczotek poprzecznych (przy pominięciu nasycenia) oraz przy przyjęciu kwadratowej zależności strat w żelazie od indukcji, przy stałych obrotach wzmacniacza również proporcjonalne do wielkości prądu J_q; oddziaływanie podłużne twornika wskutek skręcenia szczotek poprzecznych zależy również liniowo od wielkości prądu J_q. Tym samym przy stałych obrotach amplidyny powyższe trzy oddziaływania na oś podłużną można zastąpić prą-

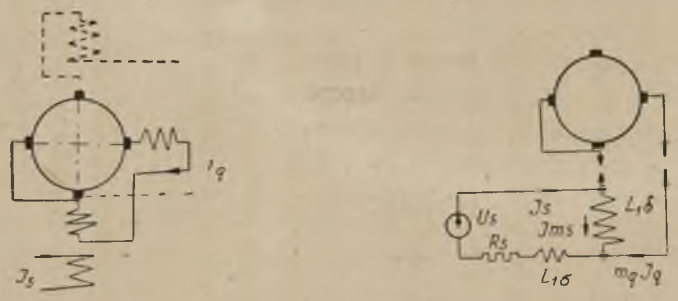
---

[1] Rachunek operatorowy stosowany w tej pracy opiera się na przekształceniu Laplace'a-Carsona funkcji czasowej *f* (*t*). Analiza czasowej postaci funkcji przejścia ma dużą przydatność praktyczną dla doświadczalnego wyznaczenia modelu zastępczego skomplikowanego układu regulacyjnego na podstawie oscylograficznego pomiaru czasowej funkcji przejścia.

[2] Funkcja jednostkowa jest zdefiniowana:

$$\mathbf{1}(t) = 1 \text{ dla } t \geqslant 0$$
$$\mathbf{1}(t) = 0 \text{ dla } t < 0$$

dowym ujemnym (demagnesującym) sprzężeniem zwrotnym drugiego stopnia wzmocnienia na pierwszy, co przedstawiono schematycznie na rys. 2a. Przy pominięciu oddziaływania obwodu sterującego na obwód szczotek poprzecznych układ ten można sprowadzić do przypadku przedstawionego na rys. 2 b, w którym indukcyjność (szczeliny) $L_{1\delta}$ zasilana jest ze



Rys. 2a i 2b. Schematy zastępcze prądowego wewnętrznego sprzężenia zwrotnego drugiego stopnia wzmocnienia

źródła SEM o napięciu U_s oraz ze źródła prądowego $m_q J_q$. Współczynnik m_q sprowadza prądowe oddziaływanie podłużne drugiego stopnia wzmocnienia na stronę uzwojenia sterującego

$$m_q = \frac{Az_{km} + Az_{\dot{z}} + Az_{\alpha}}{J_q \cdot Z_s},$$

gdzie

Az_{km} — amperozwoje oddziaływania zwojów komutujących w osi poprzecznej,

$Az_{\dot{z}}$ — amperozwoje oddziaływania strat w żelazie,

Az_{α} — amperozwoje oddziaływania drugiego stopnia wzmocnienia wskutek przesunięcia szczotek poprzecznych (w kierunku obrotów).

Prąd w indukcyjności szczeliny $L_{1\delta}$ jest prądem magnesującym wytwarzającym strumień podłużny Φ_d. Przy otwartych zaciskach wyjściowych amplidyny na strumień Φ_d wpływa zgodnie z założeniami wyłącznie napięcie sterujące U_s oraz prądowe sprzężenie zwrotne $m_q J_q$. Dla praktycznych wyników można zwykle zaniedbać indukcyjność rozproszenia $L_{1\sigma}$ w porównaniu z indukcyjnością szczeliny. W rozważaniach przebiegów nieustalonych przyjmuje się stan nienasycony amplidyny. Przy takim przyjęciu zachodzi liniowy związek między prądem w osi poprzecznej i napięciem wewnętrznym amplidyny $E_d = S_{i2} J_q$ oraz między prądem magnesującym uzwojenia sterującego i napięciem wewnętrznym twornika w osi poprzecznej $E_q = S_{i2} J_{ms}$ [1].

[1] Obliczenie amperozwojów oddziaływania, wielkości S_{i1} i S_{i2}, K_{u1} i K_{u2} znajduje się w pracy autora: *Projektowanie wzmacniaczy maszynowych z polem poprzecznym* [4].

Wielkości S_{i1} i S_{i2} przedstawiają nachylenie charakterystyki pierwszego i drugiego stopnia wzmocnienia amplidyny:

$$S_{i_1} = \frac{E_q}{J_{ms}}; \quad S_{i_2} = \frac{E_d}{J_q}.$$

Dla pierwszego stopnia wzmocnienia prąd magnesujący można wygodnie wyznaczyć wychodząc z zasady superpozycji prądów składowych od źródła napięcia U_s i źródła prądu $m_q J_q$ (źródło prądowe o nieograniczonym oporze wewnętrznym) i przy posłużeniu się zasadą Thevenina dla wyodrębnionego elementu $L_{1\delta}$. Przy pominięciu indukcyjności rozproszenia $L_{1\sigma}$:

$$(1 + pT_1) R_s J_{ms}(p) = U_s - m_q R_s J_q(p) \tag{1}$$

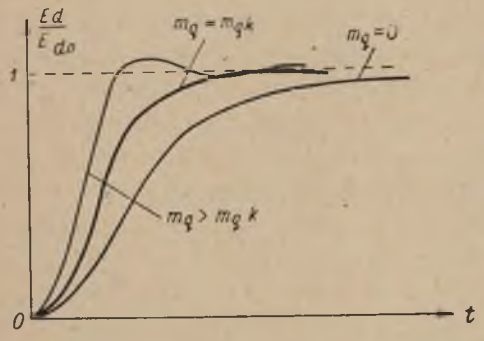
Dla drugiego stopnia wzmocnienia można napisać równania

$$E_d(p) = K_u U_s \frac{1}{p^2 T_1 T_2 + p(T_1 + T_2) + 1 + \frac{m_q S_{i_1}}{R_q}}, \tag{2}$$

$$K_u = K_{u_1} K_{u_2} = \frac{S_{i_1} S_{i_2}}{R_q R_s}.$$

Z dyskusji mianownika funkcji przejścia wynika, że w zależności od wielkości prądowego sprzężenia zwrotnego m_q czasowy przebieg napięcia E_d może mieć charakter periodyczny lub aperiodyczny tłumiony. Warunki dla przebiegów periodycznych lub aperiodycznych, określone istnieniem pierwiastków zespolonych lub rzeczywistych mianownika funkcji przejścia można przedstawić w postaci:

$$m_q \lesseqgtr m_{qkr} = \frac{(T_1 - T_2)^2}{4 T_1 T_2} \frac{R_q}{S_{i_1}} \tag{3}$$



Rys. 3. Przebiegi funkcji przejścia amplidyny na biegu jałowym dla różnych wartości sprzężenia zwrotnego m_q

Dla sprzężenia zwrotnego m_q większego od m_{qkr} przebiegi są periodyczne, dla m_q równego lub mniejszego od m_{qkr} otrzymuje się przebiegi aperiodyczne (rys. 3). Odwrotna transformacja operatorowej funkcji

przejścia otrzymana np. ze wzoru Heaviside'a przedstawia czasową postać funkcji przejścia:

$$\frac{E_d}{E_{d0}} = 1 + \frac{1 + \frac{m_q S_{i_1}}{R_q}}{T_1 T_2 (p_1 - p_2)} \left(\frac{e^{p_1 t}}{p_1} - \frac{e^{p_2 t}}{p_2} \right), \tag{4}$$

gdzie p_1, p_2, oznaczają pierwiastki mianownika operatorowej funkcji przejścia.

Dla $m_q > m_{qkr}$ otrzymamy:

$$\frac{E_d}{E_0} = 1 - \sqrt{\frac{1 + m_q \frac{S_{i1}}{R_q}}{T_1 T_2 \omega^2}} e^{-\frac{T_1 + T_2}{2 T_1 T_2}} \sin(\omega t + \varphi), \tag{5}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1 + m_q \frac{S_{i_1}}{R_q}}{T_1 T_2} - \left(\frac{T_1 + T_2}{2 T_1 T_2} \right)^2}; \quad \operatorname{tg} \varphi = 2 \frac{\omega T_1 T_2}{T_1 + T_2}.$$

Ustaloną wartość napięcia E_{do} otrzymuje się z granicy funkcji przejścia dla $p \to 0$:

gdzie $K_u = \frac{S_{i_1} S_{i_2}}{R_s R_q}$ oznacza wzmocnienie napięcia amplidyny.

$$E_{d0} = \lim_{p \to 0} E_d(p) = K_u \cdot \frac{U_s}{1 + \frac{m_q S_{i_1}}{R_q}}, \tag{6}$$

W technice regulacyjnej często pożądane są przebiegi aperiodyczne czasowej funkcji przejścia. Aperiodyczna funkcja przejścia przedstawiona funkcją dwuwykładniczą jest jednocześnie zawsze funkcją monotoniczną, którą można scharakteryzować zastępczą stałą czasową T_z pozwalającą ocenić szybkość regulacji wzmacniacza. Zastępczą stałą czasową można zdefiniować następująco:

$$T_z = \int_0^\infty \frac{W_t(\infty) - W_t(t)}{W_t(\infty) - W_t(0)} dt = \lim_{p \to 0} \frac{1}{p} \frac{W_p(0) - W_p(p)}{W_p(0) - W_p(\infty)} \tag{7}$$

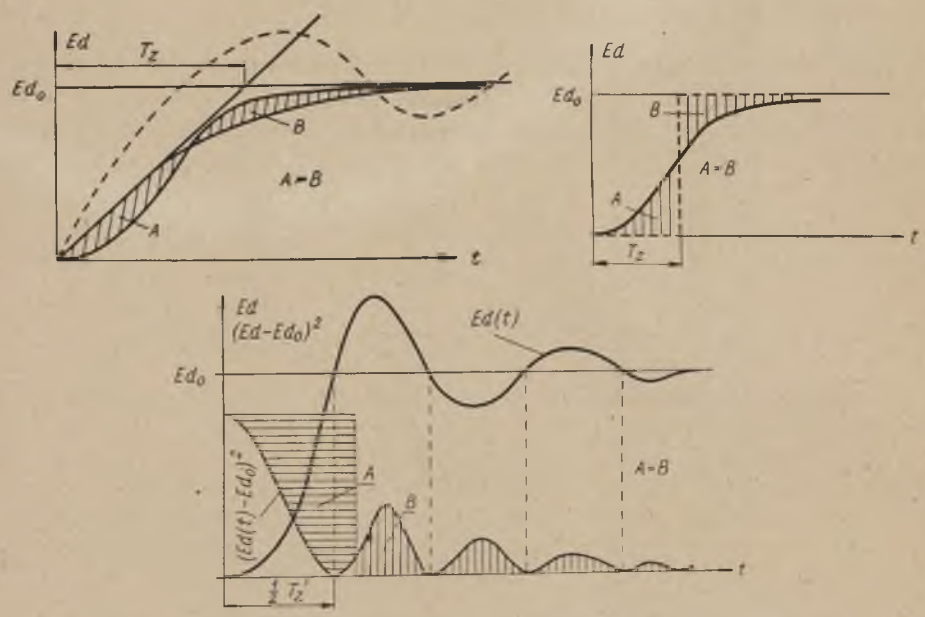
gdzie W_p oznacza operatorową postać (przekształcenie Laplace'a Carsona) transformowanej funkcji czasowej W_t.

Po wstawieniu $W_t = E_d(t)$ otrzymuje się zastępczą stałą czasową przebiegu napięcia wewnętrznego amplidyny:

$$T_z = \frac{T_1 + T_2}{1 + m_q \frac{S_{i_1}}{R_q}}. \tag{8}$$

Jak zaznaczono na rys. 4a, fizykalny sens zastępczej stałej czasowej odpowiada zastąpieniu czasowego przebiegu $E_d(t)$ funkcją wykładniczą

o takiej samej powierzchni zawartej pomiędzy krzywą a prostą dla wartości ustalonej. Wskutek przemienności znaku powierzchni w przypadku przebiegów periodycznych (krzywa zaznaczona linią kreskowaną), definicja zastępczej stałej czasowej odnosi się wyłącznie do przebiegów



Rys. 4a, 4b i 4c. Sens fizykalny zastępczej stałej czasowej przebiegu funkcji przejścia

monotonicznych. Charakterystyczne jest, że stosunek wzmocnienia napięcia amplidyny do zastępczej stałej czasowej nie jest zależny od wielkości sprzężenia

$$\frac{E_{d0}}{U_s T_z} = \frac{K_u}{T_1 + T_2} = \text{const.}$$

Jeżeli sprzężenie zwrotne równe jest wartości krytycznej ($m_q = m_{qkr}$) odpowiadającej granicy aperiodyczności, znika wyróżnik trójmianu kwadratowego mianownika funkcji przejścia i w czasowej postaci funkcji przejścia występuje wówczas stała czasowa T_k równa połowie zastępczej stałej czasowej T_z:

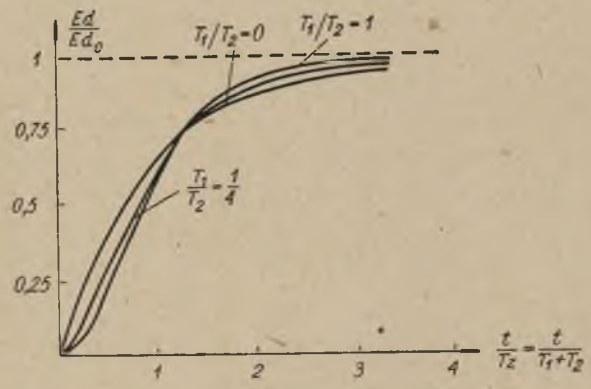
$$E_d = \frac{U_s K_u}{1 + \frac{m_q S_{i_1}}{R_q}} \left[1 - e^{-\frac{t}{T_k}} \left(1 + \frac{t}{T_k} \right) \right] \tag{9}$$

$$T_k = \frac{2 T_1 T_2}{T_1 + T_2} = \frac{1}{2} T_z .$$

W przypadku amplidyny bez prądowego sprzężenia zwrotnego $m_q = 0$ funkcja przejścia wyrażająca się równaniem:

$$\frac{E_d}{E_{0d}} = 1 - \frac{T_1 e^{-\frac{t}{T_1}} - T_2 e^{-\frac{t}{T_2}}}{T_1 - T_2} \tag{10}$$

posiada zastępczą stałą czasową $T_z = T_1 + T_2$ równą sumie składowych stałych czasowych niezależnie od stosunku składowych stałych czasowych T_1/T_2 [1]. Na rysunku 5 wykreślono przebiegi czasowe powyższej krzywej dwuwykładniczej dla różnych udziałów stałej czasowej T_1 w sumarycznej zastępczej stałej czasowej $T_1 + T_2 = \text{const}$. Z rysunku widoczne jest, że chwilowe wartości czasowej funkcji przejścia odbiegają



Rys. 5. Czasowe przebiegi funkcji przejścia amplidyny na biegu jałowym bez wewnętrznych sprzężeń zwrotnych przy różnym udziale składowych stałych czasowych w założonej stałej wartości zastępczej stałej czasowej $T_z = T_1 + T_2$

praktycznie nieznacznie od równoważnej funkcji wykładniczej, o zastępczej stałej czasowej $T_z = T_1 + T_2$. Dla wartości chwilowych, poniżej około 0,7 wartości ustalonej, szybciej narastają funkcje o dużym stosunku T_1/T_2 lub T_2/T_1. Dla wartości leżących powyżej 0,7 wartości ustalonej, szybciej narastają funkcje o stosunku T_1/T_2 zbliżającym się do jedności. Zastępczą stałą czasową T_z przebiegów monotonicznych zdefiniowaną równaniem (7) można również przedstawić fizykalnie jako równoważny średni czas trwania odchyłki wartości wyjściowej $W_t(t)$ od wartości ustalonej $W_t(\infty)$, równej odchyłce $W_t(\infty) - W_t(0)$ dla początkowej chwili czasowego przebiegu wielkości wyjściowej (rys. 4 b). Dla przebiegu wykładniczego czas ten równy jest stałej czasowej funkcji wykładniczej; dla przebiegu dwu- lub wielowykładniczego czas ten jest sumą składowych stałych czasowych.

Często korzystne jest wprowadzenie inaczej zdefiniowanej zastępczej stałej czasowej T'_z określonej równaniem:

---

[1] Przyjęcie wypadkowej stałej czasowej jako iloczynu stałych T_1 i T_2, spotykane w literaturze [3], w świetle powyższych rozważań jest błędne.

$$T'_z = 2\int_0^{\infty}\left[\frac{W_t(\infty) - W_t(t)}{W_t(\infty) - W_t(0)}\right]^2 dt \tag{7a}$$

Stała czasowa odpowiada tu dwukrotnej wartości równoważnego czasu trwania kwadratowej odchyłki wartości wyjściowej $W(_t)$ od wartości ustalonej $W_t(\infty)$ równej kwadratowi odchyłki dla początkowej chwili czasowego przebiegu wielkości wyjściowej (rys. 4c). W przypadku przebiegów stabilnych powyższą całkę niewłaściwą łatwo rozwiązać znając transformację operatorową funkcji podcałkowej, która z kolei jest kwadratem funkcji o znanym przekształceniu operatorowym:

$$\frac{W_p(0) - W_p(p)}{W_p(0) - W_p(\infty)} = f_p(p)$$

Operatorową funkcję podcałkową można znaleźć wykorzystując własność splotu funkcji operatorowych $\eta_p(p)$ i $\varphi_p(t)$, które są ogólnie transformacjami funkcji czasowej $\eta_t(t)$ i odpowiednio $\varphi_t(t)$.

Dla poszczególnego przypadku $\eta_t(t) = \varphi_t(t)$ otrzymamy szukaną postać operatorową funkcji podcałkowej, na podstwie której łatwo obliczyć całkę niewłaściwą określającą szukaną stałą czasową T'_z:

$$T'_z = \frac{2}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{+j\infty}\frac{f_p(-p)\,f_p(p)}{-p^2}\,dp = 2\,\Sigma\,\mathrm{Res}\,\frac{f_p(-p)f_p(p)}{-p^2},$$

Rezidua obliczyć należy dla punktów osobliwych (biegunów) funkcji $\frac{f_p(p)}{p}$. W praktycznych zagadnieniach analizy funkcji przejścia statecznych układów regulacyjnych, operatorową funkcję $f(p)$ posiadającą skończone granice $f_p(0)$ i $f_p(\infty)$ można przedstawić w postaci:

$$f_p(p) = p\,\frac{U(p)}{H(p)},$$

gdzie $\frac{U(p)}{H(p)}$ jest funkcją ułamkową wymierną, której stopień wielomianu licznika $U(p)$ jest mniejszy od stopnia wielomianu mianownika $H(p)$.

Przy takim założeniu

$$T'_z = \frac{2}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{+j\infty}\frac{G(p)}{H(-p)\,(H(p)}\,dp = 2\,\Sigma\,\mathrm{Res}\,\frac{G(p)}{H(-p)\,H(p)} = 2\,\frac{G(p_k)}{H(-p_k)\,H'(P_k)}, \tag{7b}$$

gdzie $G(p) = U(-p)\,U(p) = b_0 p^{2n-2} + b_1 p^{2n-4} \ldots\ldots + b_n^{-1}$,

$H(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + a_n$,

$H'(p_k) = \left[\frac{d\,H(p)}{dp}\right] p_k$,

p_k — pierwiastki wielomianu $H(p) = 0$

Można wykazać [4], że zastępczą stałą czasową T'_z wyrażoną wyżej za pomocą reziduów można otrzymać wprost ze współczynników wielomianu bez konieczności szukania pierwiastków wielomianu $H(p)$.

W poniższym zestawieniu podano w oparciu o pracę R. S. Phillipsa [2], równania na obliczenie zastępszych stałych czasowych T'_z do czwartego stopnia wielomianu $H(p)$ włącznie;

$$T'_{z1} = \frac{b_0}{a_0 a_1},$$

$$T'_{z2} = \frac{-b_0 + \frac{a_0 b_1}{a_2}}{a_0 a_1},$$

$$T'_{z3} = \frac{-a_2 b_0 + a_0 b_1 - \frac{a_0 a_1 b_2}{a_3}}{a_0 (a_0 a_3 - a_1 a_2)},$$

$$T'_{z4} = \frac{b_0 (-a_1 a_4 + a_2 a_3) - a_0 a_3 b_1 + a_0 a_1 b_2 + \frac{a_0 b_3}{a_4} (a_0 a_3 - a_1 a_2)}{d_0 (a_0 a_3^2 + a_1^2 a_4 - a_1 a_2 a_3}.$$

Na przykład zastępcza stała czasowa T'_z przebiegu opisanego operatorową funkcją przejścia

$$W_2(p) = \frac{K}{p^2 + 2\frac{1}{T}p + \omega^2}$$

wynosi

$$T'_z = \frac{(\omega T)^2 + 4}{2\omega^2 T}.$$

Dla przebiegu wykładniczego czasowej funkcji przejścia otrzymuje się zastępczą stałą czasową

$$T'_z = T = T_z.$$

Dla aperiodycznego przebiegu dwuwykładniczego

$$T'_z = T_1 + T_2 + \frac{T_1 T_z}{T_1 + T_z}.$$

Dla aperiodycznego przebiegu trójwykładniczego

$$T'_z = T_1 + T_2 + T_3 + \frac{(T_1 T_2 + T_z T_3 + T_1 T_3)}{T_1 + T_2 + T_3 + \frac{T_1 T_2 T_3}{T_1 T_2 + T_2 T_3 + T_1 T_3}}.$$

Definicja stałej czasowej T'_z zachowuje ważność również dla statecznych układów regulacyjnych, operatorową funkcję $f(p)$ posiadającą

letę w porównaniu z definicją zastępczą stałej czasowej T_z, ponieważ nie wymaga kontroli warunków monotoniczności. Wadą tej definicji jest utrudnione szukanie wielomianu $G(p) = U(-p)\ U(p)$ dla układów wyższych stopni i stosunkowo nieprzejrzysta postać równań określających zastępczą stałą czasową z danych współczynników wielomianu $G(p)$ i $H(p)$.

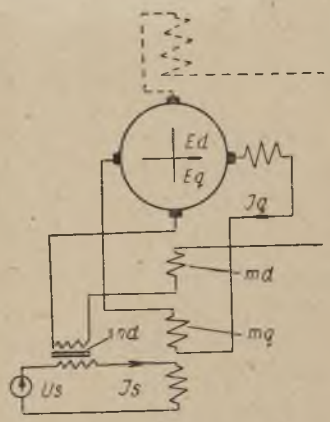
3. Oddziaływanie trzeciego stopnia wzmocnienia Podstawowe równania różniczkowe

Wpływ prądu obciążenia amplidyny J_d na oś podłużną powstaje wskutek indukcyjności wzajemnej między uzwojeniem twornika, wraz z uzwojeniem kompensacji, a uzwojeniem sterującym, oraz ponadto skutkiem istnienia obwodu zamkniętego przez opór bocznikujący uzwojenie kompensacji. W obwodzie tym przy zmianach strumienia sprzęgającego się z uzwojeniem kompensacji indukują się prądy oddziałujące na pole podłużne. Dla analizy oddziaływania trzeciego stopnia wzmocnienia wygodnie jest wyodrębnić z indukcyjności wzajemnej między uzwojeniami w osi podłużnej zasilanymi prądem obciążenia (uzwojenie twornika amplidyny, uzwojenie kompensacyjne) a uzwojeniem sterującym indukcyjność wzajemną związaną ze strumieniem przenikającym szczelinę amplidyny $M_{ds\delta}$ oraz indukcyjność wzajemną związaną ze strumieniem nie przenikającym do twornika $M_{ds\sigma}$ (strumień splatający się z uzwojeniem kompensacyjnym i uzwojeniem sterującym w stojanie amplidyny).

Strumień przenikający szczelinę powstaje przy nieskompensowanej amplidynie wskutek niezrównoważenia SMM oddziaływania twornika w osi podłużnej z SMM uzwojenia kompensacyjnego. Strumień ten wywołuje zmiany SEM rotacji indukowanej w osi poprzecznej twornika E_q oraz sprzęgając się z uzwojeniem sterującym indukuje w nim SEM transformacji przy zmianach strumienia. Wpływ indukcyjności wzajemnej $M_{ds\delta}$ związanej z polem w szczelinie przy założeniu maszyny niedokompensowanej można zastąpić prądowym ujemnym sprzężeniem zwrotnym trzeciego stopnia wzmocnienia, podobnie jak wpływ prądowego sprzężenia zwrotnego m_q — prądowym ujemnym sprzężeniem zwrotnym drugiego stopnia wzmocnienia. (W układzie regulacyjnym obwód obciążenia amplidyny: silnik, uzwojenie wzbudzenia generatora lub inny odbiornik przedstawia trzeci element łańcucha układu regulacji, który można uważać jako trzeci stopień wzmocnienia). Wpływ indukcyjności wzajemnej między uzwojeniami w osi podłużnej zasilanymi prądem obciążenia a uzwojeniem sterującym, związanej ze strumieniem nie przenikającym przez twornik (indukcyjność wzajemna $M_{ks\sigma}$

między uzwojeniem kompensacyjnym a uzwojeniem sterującym), powoduje powstanie sprzężenia zwrotnego trzeciego stopnia wzmocnienia, którego wpływ zależny jest od pochodnej prądu obciążenia (SEM transformacji w uzwojeniu sterującym powstaje tylko wskutek zmian prądu obciążenia).

Prąd obciążenia amplidyny rozdziela się w stanie ustalonym na prąd w gałęzi bocznika R_b oraz na prąd uzwojenia kompensacyjnego zgodnie z prawem Kirchhoffa odwrotnie proporcjonalnie do oporności czynnych. Przez odpowiedni dobór oporności bocznika można doprowadzić do dokładnego skompensowania amplidyny w stanie ustalonym. Niemniej jednak w stanie nieustalonym, kiedy o rozpływie prądu w uzwojeniu kompensacyjnym i oporze bocznikującym decyduje oprócz oporności czynnej również oporność indukcyjna, zmienia się stan skompensowania amplidyny. Wpływ ten można przedstawić jako oddziaływanie obwodu kompensacji pochodzące od dodatkowego prądu w boczniku, który jest wyindukowany przez zmianę strumienia sprzęgającego się z uzwojeniem kompensacyjnym. Zakładając, że zmiany znikomego, sterującego strumienia podłużnego w szczelinie praktycznie nie indukują prądów w obwodzie oporu bocznikującego (założenie potwierdzone laboratoryjnie), wpływ oporności bocznikującej pochodzi wyłącznie od zmian strumienia rozproszenia uzwojenia kompensacyjnego, który jest wielokrotnie większy od znikomego strumienia szczeliny w osi podłużnej. Wpływ gałęzi bocznika uzwojenia kompensacji na strumień podłużny amplidyny zależy od pochodnej prądu obciążenia i powiększa tym samym wypadkowe sprzężenie zwrotne trzeciego stopnia wzmocnienia zależne od pochodnej prądu J_d.



Rys. 6. Schemat ideowy amplidyny z uwzględnieniem wewnętrznych sprzężeń zwrotnych

Na rysunku 6 przedstawiono schemat zastępczy amplidyny, który uzupełniono omówionymi wyżej sprzężeniami zwrotnymi począwszy od trzeciego stopnia wzmocnienia. Zaniedbując, podobnie jak w poprzednim punkcie, oddziaływanie indukcyjne obwodu sterowania na wyższe stopnie wzmocnienia oraz oddziaływanie wyższych stopni wzmocnienia na siebie, otrzymuje się podstawowe równania różniczkowe amplidyny. Jeżeli dodatkowo pominiemy indukcyjności rozproszenia uzwojenia ste-

rującego, w porównaniu z przeważającą indukcyjnością szczeliny otrzymamy:

$$R_s\left(J_{ms} + T_1 \frac{dJ_{ms}}{dt}\right) = Us - m_q R_s J_q - m_d R_s J_d - n_d R_s \cdot \frac{dJ_d}{dt}, \quad (11a)$$

$$R_q\left(J_q + T_2 \frac{dJ_q}{dt}\right) = E_q, \quad (11b)$$

$$U_d = E_d - J_d R_d - L_d \frac{dJ_d}{dt}, \quad (11c)$$

$$E_q = S_{i1} J_{ms}, \quad (11d)$$

$$E_d = S_{i2} J_q, \quad (11e)$$

gdzie

$$m_d = \frac{M_{ds}}{L_{1s}}; \quad n_d = \frac{L_{ks}}{R_b} \frac{M_{ks}}{L_{1s}} + \frac{M_{ks}}{R_s}. \quad (11f)$$

Dodatnie wartości m_d i m_q odpowiadają ujemnym sprzężeniom zwrotnym (skręcenie szczotek poprzecznych w kierunku obrotów, niedokompensowanie amplidyny). Powyższe równania opisują z dostateczną dokładnością pracę amplidyny w stanie nieustalonym. W niektórych przypadkach można wyodrębnić jeszcze wpływ tej części pola rozproszeń czołowych twornika od prądu podłużnego J_d, które indukuje SEM rotacji w osi poprzecznej twornika. Pole rozproszeń czołowych mieszczących się poza obrębem żelaza amplidyny wytwarza pole stojące w maszynie, w którym wiruje uzwojenie twornika. Ta część pola, która nie mieści się w strefie komutacyjnej osi podłużnej, indukuje SEM rotacji twornika wypływającą na napięcie wewnętrzne E_q amplidyny (pole w strefie komutacyjnej indukuje napięcie w zezwoju zwartym przez szczotkę i nie wpływa na napięcie E_q). Dla uwzględnienia wpływu pola połączeń czołowych nie sprzęgającego się z uzwojeniem sterującym należałoby prawą stronę wzoru (11d) powiększyć o składnik $c_d J_d$. Można jednakże zachować związek (11d) w niezmienionej postaci, a jedynie wprowadzić zastępczą wartość magnesującego prądu sterującego $J'_{ms} = J_{ms} + c_d J_d / S_{i1}$ występującą we wzorach (11 a) i (11d). Przy takim założeniu we wzorach 11a współczynnik sprzężenia zwrotnego m_d powiększa się o wartość c_d/S_{i1}, a współczynnik n_d o wartość $T_1 c_d/S_{i1}$. Tym samym charakter przebiegów nie ulega zmianie i nie zachodzi formalnie konieczność wprowadzenia dodatkowych zmian schematu zastępczego. Jak wykazały obliczenia, wpływ pól połączeń czołowych jest raczej nieznaczny i praktycznie nie zmienia współczynników m_d i n_d wyznaczonych z danych konstrukcyjnych bez uwzględnienia SEM rotacji pola rozproszenia czół.

Jeżeli amplidyna pracuje w stanie dokładnego skompensowania, można w pierwszym przybliżeniu pominąć wpływ prądowych sprzężeń zwrot-

nych trzeciego stopnia wzmocnienia, co znacznie upraszcza analizę amplidyny stanowiącej element skomplikowanego układu regulacyjnego. Na pracę amplidyny najważniejszy wpływ ma sprzężenie zwrotne m_q (które regulowane jest skręceniem szczotek poprzecznych) oraz sprzężenie zwrotne m_d (regulowane opornikiem bocznikującym kompensację). Najbardziej niepożądany wpływ wywiera sprzężenie zwrotne n_d, w którym przeważa zwykle znacznie składowa $M_{ks\sigma}/R_s$. Rozpatrzy się dwa podstawowe przypadki pracy amplidyny zasilającej odbiornik indukcyjny (uzwojenie wzbudzenia generatora) oraz odbiornik pojemnościowy (silnik prądu stałego o stałym wzbudzeniu przedstawiający pojemność elektrodynamiczną). Otrzymane wyżej równania pozwalają wyznaczyć funkcję przejścia założonego układu regulacyjnego przy przyłożeniu na jedno uzwojenie sterujące amplidyny napięcia o postaci $U_s\,1\,(t)$ (inne uzwojenia sterujące zakłada się jako nieczynne i otwarte).

4. Odbiornik indukcyjny

Z indukcyjnością zewnętrzną obciążenia sumuje się indukcyjność wewnętrzna amplidyny. Ponieważ odbiornik indukcyjny sprowadza się w zasadzie praktycznie do uzwojenia wzbudzenia prądnicy bocznikowej sterowanej przy pomocy amplidyny, przyjmuje się za wielkość wyjściową układu regulacyjnego prąd obciążenia amplidyny J_d wytwarzający strumień prądnicy. W ten sposób trzeci stopień wzmocnienia układu regulacyjnego można scharakteryzować równaniem różniczkowym:

$$E_d = J_d R + L_d \cdot \frac{dJ_d}{dt} \tag{12}$$

lub w postaci operatorowej dla zerowych warunków początkowych (dla otrzymania funkcji przejścia całego układu wychodzi się z zerowych warunków początkowych wszystkich elementów układu regulacyjnego):

$$J_d(p) = \frac{E_d}{R(1 + pT_3)}, \tag{13}$$

gdzie

$L_d = L_w + L_0$ — indukcyjność w obwodzie obciążenia amplidyny składająca się z indukcyjności wewnętrznej L_w i indukcyjności odbiornika L_0;

R — oporność obwodu obciążenia amplidyny złożona z oporności wewnętrznej amplidyny (twornik, uzwojenie kompensacyjne, opór przejścia szczotek) oraz oporności odbiornika,

$T_3 = \frac{L_d}{R}$ — stała czasowa obwodu obciążenia (trzeciego stopnia wzmocnienia).

Uwzględniając równania różniczkowe amplidyny wiążące parametry wszystkich trzech stopni wzmocnienia oraz wewnętrzne sprzężenia zwrotne otrzymuje się po prostych przekształceniach szukaną operatorową funkcję przejścia:

$$J_d(p) = \frac{U_s K_u}{R} \frac{1}{(1+pT_1)(1+pT_2)(1+pT_3)+m_q \frac{S_{i1}}{R_q}(1+pT_3)+(m_d+n_d p)\frac{S_i}{R}} \tag{14}$$

gdzie $S_i = \frac{S_{i1} S_{i2}}{R_q}$ nachylenie charakterystyki amplidyny $S_i = \frac{E_d}{J_{sm}}$.

Mianownik funkcji przejścia przedstawia wielomian charakterystyczny równania różniczkowego trzeciego rzędu opisującego przebieg prądu obciążenia. Wskutek wewnętrznych sprzężeń zwrotnych zmieniają się współczynniki przy pierwszej potędze oraz wyraz wolny wielomianu, co może spowodować zasadnicze zmiany charakteru przebiegu. Rozmieszczenie pierwiastków wielomianu charakterystycznego decyduje o charakterze przebiegów całki równania różniczkowego (przebieg aperiodyczny dla pierwiastków rzeczywistych, przebieg oscylacyjny dla pierwiastków zespolonych, przebieg tłumiony, stabilny, dla pierwiastków położonych w lewej półpłaszczyźnie zespolonej, przebieg niestabilny dla pierwiastków w prawej półpłaszczyźnie zespolonej).

Celem analizy wielomianu charakterystycznego jest ominięcie żmudnego wyznaczania pierwiastków wielomianu i określenie warunków dla odnośnych przebiegów (np. nierówności Routha-Hurwitza określające warunki stabilności, nierówności Eulera i Wysznegradzkiego dla określenia warunków przebiegów aperiodycznych). Na przykład dla wielomianu trzeciego stopnia o dodatnich współczynnikach

$$W_3(p) = a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 \tag{15}$$

konieczne i dostateczne warunki stabilności określają nierówności Hurwitza:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} > 0; \; a_3 > 0; \; a_1 > 0; \; a_0 > 0 \tag{16}$$

Konieczne, aczkolwiek niedostateczne warunki aperiodyczności określają nierówności Eulera:

$$a_k^2 \geqslant \left(1+\frac{1}{k}\right)\left(1+\frac{1}{3-k}\right) a_{k-1} a_{k+1}. \tag{17}$$

Warunek konieczny i dostateczny układu trzeciego stopnia określa nierówność Wysznegradzkiego:

$$4\left[a_2^3 + \frac{a_3 a_1^3}{a_0}\right] - \frac{a_1^2 a_2^2}{a_0} - 18 a_1 a_2 a_3 + 27 a_3^2 a_0 > 0. \tag{16a}$$

Ponieważ w praktyce bardzo żmudnie operuje się nierównością Wysznegradzkiego (dla układów wyższych stopni warunki konieczne i dostateczne są jeszcze bardziej skomplikowane), bada się często układy regulacji ze względu na dobór parametrów na podstawie nierówności Eulera, mając na uwadze pozostawienie zapasu w możliwościach nastawień układu w kierunku majoryzowania nierówności Eulera. Po dokonaniu doboru parametrów, na podstawie przeprowadzonej analizy, sprawdza się już dla konkretnych wartości współczynników wielomianu charakterystycznego czy warunek Wysznegradzkiego jest spełniony.

Dla wielomianu czwartego stopnia otrzymuje się nierówności Hurwitza określające warunki stabilności przy dodatnich współczynnikach wielomianu:

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} = a_1 (a_3 a_2 - a_4 a_1) - a_3^2 a_0 > 0 . \tag{16b}$$

Konieczne lecz niedostateczne warunki nieperiodyczności Eulera dla wielomianu n-tego stopnia mają postać:

$$a_k^2 \geqslant \left(1 + \frac{1}{k}\right)\left(1 + \frac{1}{n-k}\right) a_{k-1} a_{k+1},$$

stąd dla $n = 4$

$$a_k^2 \geqslant \left(1 - \frac{1}{k}\right)\left(1 + \frac{1}{4-k}\right) a_{k-1} a_{k+1}. \tag{17a}$$

Przy pominięciu wewnętrznych sprzężeń zwrotnych ($m_q = m_d = n_d = 0$) wypadkowa operatorowa funkcja przejścia jest iloczynem składowych funkcji przejścia oddzielnych stopni wzmocnienia [1]:

$$J_d(p) = \frac{U_s K_u}{R} \frac{1}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)(1 + pT_3)}.$$

Przy zerowych warunkach początkowych, mających miejsce przy analizie funkcji przejścia, przebiegi aperiodyczne tłumione są jednocześnie zawsze przebiegami monotonicznymi (ściśle: aby przebiegi aperiodyczne były monotoniczne, wystarcza gdy zachodzą zerowe warunki po-

---

[1] Operatorową funkcję przejścia można przedstawić dla pierwszego stopnia wzmocnienia w postaci: $E_q(p) = K_{u1} \frac{1}{1 + pT_1}$;

dla drugiego stopnia wzmocnienia $E_d(p) = K_{u2} \frac{1}{1 + pT_2}$;

dla trzeciego stopnia wzmocnienia $J_d(p) = \frac{E_d}{R} \frac{1}{1 + pT_3}$.

czątkowe tylko dla pochodnej pierwszej i wszystkich wyższych rzędów analizowanej wielkości wyjściowej). Przebiegi monotoniczne zachodzą również w przypadku stabilnych przebiegów oscylacyjnych (przy zerowych warunkach początkowych pochodnych wielkości wyjściowej), jeżeli pierwiastek w lewej półpłaszczyźnie zespolonej, najbliższy osi liczb urojonych jest pierwiastkiem rzeczywistym i gdy istnieje tylko jedna para pierwiastków zespolono-sprzężonych.

Jeżeli najbliżej osi liczb urojonych leży pierwiastek zespolono-sprzężony, czasowy przebieg wykazuje zawsze charakter niemonotoniczny.

Warunki przebiegów aperiodycznych są bardziej złożone od warunków monotoniczego przebiegu czasowej funkcji przejścia. Dlatego często wygodnie jest wyjść w stabilnych układach opisanych wielomianem charakterystycznym trzeciego stopnia z warunku monotoniczności podanego przez Wysznegradzkiego:

$$2a_1^3 - 9a_0a_1a_2 + 27a_3a_0^2 \leqslant 0\,, \tag{18a}$$

który stanowi warunek istnienia rzeczywistego pierwiastka wielomianu w lewej półpłaszczyźnie zespolonej, najbliższego osi liczb urojonych.

Dla wielomianów wyższych stopni nie znaleziono dotychczas algebraicznej zależności warunkującej położenie pierwszego pierwiastka rzeczywistego zbliżonego do osi liczb urojonych z danych współczynników wielomianu.

Dla wielomianu czwartego stopnia, który posiada co najmniej jeden pierwiastek rzeczywisty (o istnieniu pierwiastka rzeczywistego można się przekonać drogą próby) i który opisuje stabilny układ regulacyjny, można wprowadzić dostateczny warunek monotoniczności:

$$a_1^3 - a_0a_1a_2 + 8a_0^2a_3 < 0\,, \tag{18b}$$

Warunek ten nie jest konieczny i nie przesądza o istnieniu pierwiastka rzeczywistego w pobliżu osi liczb urojonych przy niespełnieniu nierówności (18 b).

Dla przebiegów monotonicznych można ocenić szybkość regulacji za pomocą zastępczej stałej czasowej T_z zgodnie z wzorem (7). W ogólnym wypadku, gdy monotoniczna funkcja wyjściowa wyraża się w postaci operatorowej funkcją ułamkową:

$$Y(p) = \frac{A_n + A_{n-1}p + A_{n-2}p^2 + \ldots\ldots A_0p^n}{B_n + B_{n-1}p + B_{n-2}p + \ldots\ldots B_0p^n}, \tag{19}$$

zastępcza stała czasowa obliczona według wzoru (7) wynosi:

$$T_z = \frac{B_{n-1}/B_n - A_{n-1}/A_n}{1 - (A_0/A_n)(B_n/B_0)}, \tag{20}$$

Przy pominięciu wewnętrznych sprzężeń zwrotnych amplidyny czasowa postać funkcji przejścia przedstawia funkcję trójwykładniczą o stałych czasowych T_1, T_2, T_3:

$$\frac{J_d(t)}{J_{do}} = 1 - \left[\frac{T_1^2 e^{-\frac{t}{T_1}}}{(T_2 - T_1)(T_3 - T_1)} + \frac{T_2^2 e^{-\frac{t}{T_2}}}{(T_1 - T_2)(T_3 - T_2)} + \frac{T_3^2 e^{-\frac{t}{T_3}}}{(T_2 - T_3)(T_1 - T_3)}\right] \tag{21}$$

Otrzymany monotoniczny nie malejący przebieg prądu obciążenia można scharakteryzować zastępczą stałą czasową:

$$T_z = T^1 + T_2 + T_3$$

obliczoną na podstawie równania (7). Ustaloną wartość otrzymuje się z funkcji przejścia, przechodząc do granicy z parametrem $p \to 0$:

$$J_{do} = \frac{U_s K_u}{R}.$$

Przy uwzględnieniu wewnętrznych sprzężeń zwrotnych zmienia się mianownik funkcji przejścia:

$$J_d(p) = \frac{U_s K_u}{R} \cdot \frac{1}{W_3\ (p)} \tag{22}$$

$$W_3\ (p) = p^3 T_1 T_2 T_3 + p^2 (T_1 T_2 + T_2 T_3 + T_3 T_1) + p\left(T_1 + T_2 + T_3 + \frac{m_q \cdot S_{i1}}{R_q} T_2 + n_d \frac{S_i}{R}\right) + m_q \frac{S_{i1}}{R_q} + m_d \frac{S_i}{R} + 1$$

Dla przebiegów monotonicznych zastępcza stała czasowa wynosi:

$$T_z = \frac{T_1 + T_2 + T_3 + m_q \frac{S_{i1}}{R_q} T_3 + n_d \frac{S_i}{R}}{1 + m_q \frac{S_{i1}}{R_q} + m_d \frac{S_i}{R}}. \tag{23}$$

Jeżeli wielkość wyjściową przedstawia prąd obciążenia amplidyny (prąd wzbudzenia prądnicy sterowanej przy pomocy amplidyny), wówczas chodzi zwykle o uzyskanie wysokiej dobroci wzmocnienia, którą można przedstawić dla przebiegów monotonicznych jako stosunek współczynnika wzmocnienia (iloraz ustalonej wielkości wyjściowej do wielkości wejściowej — w rozpatrywanym wypadku J_d/U_s) do zastępczej stałej czasowej T_z.

$$Q = \frac{J_{do}}{U_s T_z} = \frac{K_u}{R\left(T_1 + T_2 + T_3 + m_q \frac{S_{i1}}{R_q} T_3 + n_d \frac{S_i}{R}\right.} \tag{24}$$

Dla uzyskania wysokiej dobroci wzmocnienia należy dążyć do zmniejszenia wartości

$$T_1 + T_2 + T_3\left(1 + m_q \frac{S_{i1}}{R_q}\right) + n_d \frac{S_i}{R}. \tag{24 a}$$

Z otrzymanej relacji wynika, że dobroć wzmocnienia nie zależy od stopnia przekompensowania amplidyny. Stopień przekompensowania wpływa natomiast na współczynnik wzmocnienia i zastępczą stałą czasową. W przypadku nadmiernie dużej stałej czasowej T_3 może okazać się korzystne zastosowanie dodatkowego sprzężenia zwrotnego m_q (skręcenie szczotek w kierunku przeciwnym do kierunku obrotów amplidyny), jednakże ze względu na to, że takie dodatnie sprzężenie zwrotne pociąga za sobą powiększenie zakrzywienia charakterystyki wyjściowej wzmacniacza oraz zwiększenie remanentu, dodatnie sprzężenie zwrotne m_q stosowane jest raczej rzadko. W praktyce częściej chodzi o zmniejszenie stałych czasowych układu regulacyjnego (amplidyna daje wysoki zapas współczynnika wzmocnienia, a w razie konieczności zwiększenia wzmocnienia można zastosować dodatkowy element wzmacniający, który zasila obwód sterowania amplidyny — wzmacniacz magnetyczny, wzmacniacz lampowy). Wówczas korzystna jest praca amplidyny w stanie niedokompensowania ($m_d > 0$).

Dokładną analizę wpływu wewnętrznych sprzężeń zwrotnych amplidyny na charakter przebiegu funkcji przejścia umożliwia metoda podana w punkcie 6. Szczególnym przypadkiem obciążenia indukcyjnego amplidyny jest przypadek obciążenia czysto czynnego, dla którego — przy pominięciu indukcyjności wewnętrznej — stała czasowa $T_3 = 0$. W takim przypadku funkcja przejścia określona jest równaniem różniczkowym drugiego rzędu (mianownik operatorowej funkcji przejścia jest wielomianem drugiego stopnia). Zastępcza stała czasowa przebiegu wyraża się w przypadku aperiodycznej funkcji przejścia w sposób następujący:

$$T_z = \frac{T_1 + T_2 + n_d \dfrac{S_i}{R}}{1 + m_q \dfrac{S_{i1}}{R_q} + m_d \dfrac{S_i}{R}}. \tag{25}$$

Charakterystyczne jest, że przy idealnie skompensowanej amplidynie i zrównoważeniu wpływu oddziaływania żelaza twornika i zwojów komutujących $m_d = m_q = 0$, napięcie amplidyny i tym samym prąd obciążenia wzrasta wolniej aniżeli w przypadku biegu jałowego wskutek wpływu indukcji wzajemnej między uzwojeniem kompensacji a uzwojeniem sterującym oraz wskutek oddziaływania obwodu kompensacji zamkniętego oporem bocznikującym. Rozbieżności zastępczej stałej czasowej przy obciążeniu oporem czynnym i przy biegu jałowym mogą być bardzo znaczne, co potwierdziły pomiary laboratoryjne amplidyny produkcji krajowej oraz szeregu amplidyn zagranicznych. Jak wykazały pomiary, pominięcie wpływu sprzężenia zwrotnego n_d może dać rezultaty bardzo odbiegające od rzeczywistości.

Prawidłowo zaprojektowane uzwojenie kompensacyjne posiada tylko znikomy nadmiar ilości zwojów bocznikowanych oporem R_b, na skutek czego zmiana rozpływu prądu między uzwojeniem kompensacyjnym i oporem bocznikującym ma przeważnie dużo mniejszy udział w powstawaniu sprzężenia zwrotnego n_d reagującego na pochodną prądu obciążenia aniżeli wpływ indukcyjności wzajemnej $M_{ks\sigma}$ od strumienia rozproszenia splatającego się z uzwojeniem sterującym i uzwojeniem kompensacyjnym. Spotyka się to w szczególności w amplidynach ze stojanem niejawnobiegunowym (stojanem wykonanym zwykle z blach maszyny asynchronicznej), w którym uzwojenia sterujące leżą w bliskim sąsiedztwie uzwojeń kompensacyjnych (zwłaszcza uzwojeń kompensacyjnych i sterujących).

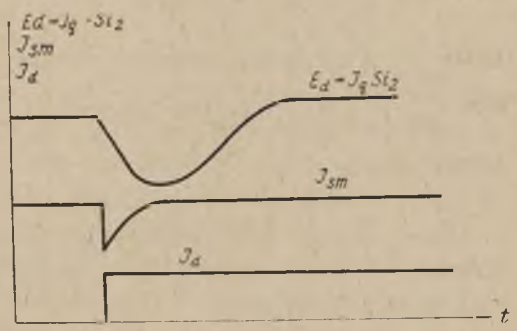
W amplidynach ze stojanem jawnobiegunowym maleje w dużym stopniu współczynnik n_d, ponieważ na skutek znacznego oddalenia uzwojeń kompensacyjnych umieszczonych w żłobkach nabiegunników od uzwojeń sterujących, umieszczonych na pieńkach biegunów, zmniejsza się kilkakrotnie współczynnik indukcyjności wzajemnej $M_{ks\sigma}$.

Wpływ sprzężenia zwrotnego n_d ujawnia się bardzo wyraźnie przy nagłych zmianach obciążenia amplidyny. Jeżeli założymy zmianę prądu obciążenia amplidyny o wartość $\Delta J_d \cdot 1(t)$, otrzymamy na podstawie równania (11):

$$\Delta J_{sm}(p) = \frac{p \cdot n_d \cdot \Delta J_d}{1 + pT_1}.$$

$$\Delta J_q(p) = \frac{p \cdot n_d \cdot \Delta J_d}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)} \cdot \frac{S_{i1}}{R_q},$$

$$\Delta E_d(p) = \frac{p \cdot n_d \Delta J_d}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)} \cdot \frac{S_{i1} S_{i2}}{R_q}.$$



Rys. 7. Przebieg napięcia E_d i magnesującego prądu sterującego J_{sm} przy nagłym obciążeniu amplidyny

Na rysunku 7 przedstawiono przebiegi podłużnego napięcia wewnętrznego E_d proporcjonalnego do prądu poprzecznego J_q i prądu magnesującego J_{sm} amplidyny. Założono, że wszystkie współczynniki sprzężeń

zwrotnych równe są zeru ($m_d = m_q = 0$) z wyjątkiem sprzężenia zwrotnego reagującego na pochodną prądu obciążenia $n_d > 0$. Przy nagłym wzroście obciążenia charakterystyczne jest załamanie napięcia amplidyny. Oczywiście przy odciążeniu, np. przy wyłączeniu oporu obciążenia, otrzymujemy chwilowe przeregulowanie napięcia amplidyny. Tak na przykład przy wyłączeniu znamionowego prądu obciążenia amplidyny krajowej produkcji PWMa3, mocy 1,9 kW, przeregulowanie napięcia wewnętrznego E_d wynosi około 30% U_N.

5. Odbiornik pojemnościowy

Przy obciążeniu amplidyny silnikiem bocznikowym o stałym obcym wzbudzeniu otrzymamy z prawa Ohma dla obwodu obciążenia:

$$E_d = E_s + JR + L_d \frac{dJ}{dt}, \tag{26}$$

gdzie E_s oznacza SEM silnika proporcjonalną przy stałym prądzie wzbudzenia do obrotów silnika (pomija się wpływ reakcji twornika zmniejszający strumień przy dużym prądzie silnika):

$$E_s = C_e n.$$

L_d i R oznaczają indukcyjność i opór obwodu obciążenia łącznie z indukcyjnością i oporem wewnętrznym amplidyny (indukcyjność i opór amplidyny w osi podłużnej, przewodów łączących z silnikiem oraz indukcyjność i opór twornika silnika). Moment silnika M przy pominięciu momentu statycznego (silnik na biegu jałowym) powoduje przyspieszenie mas silnika i układu związanego stałą przekładnią z silnikiem:

$$M = \Theta \frac{dn}{dt}.$$

gdzie Θ — moment bezwładności (przy użyciu jednostek technicznych $\Theta = \frac{GD^2}{375}$). Przy stałym strumieniu moment proporcjonalny jest do prądu silnika.

$$M = C_M J$$

Jeżeli obroty n wyrazimy w jednostkach technicznych w obr/min, moment w kGm, napięcie w V, prąd w A, wówczas między stałymi C_M i C_e zachodzi związek:

$$C_M = 0{,}973\ C_e.$$

Powyższe równania opisują jednoznacznie trzeci stopień wzmocnienia amplidyny. Dla obliczenia funkcji przejścia przyjmujemy zerowe warunki początkowe:

$$n(p) = \frac{E_d}{C_e} \frac{1}{p^2 T_d T_{em} + p T_{em} + 1}, \tag{27}$$

gdzie

$T_{em} = \frac{RJ}{C_e C_M}$ — elektromechaniczna stała czasowa układu,

$T_d = \frac{L_d}{R}$ — magnetyczna stała czasowa obwodu obciążenia:

$$J_d(p) = p \frac{\Theta}{C_M} n = \frac{1}{p^2 T_d T_{em} + p T_{em} + 1} \cdot \frac{E_d T_{em} \Theta}{C_M \cdot R}. \tag{28}$$

Po uwzględnieniu równań różniczkowych amplidyny, wiążących parametry wszystkich 3 stopni, otrzymamy po przekształceniu funkcję przejścia, gdy przyjmiemy obroty silnika jako wielkość wyjściową:

$$n(p) = \frac{U_s K_u}{C_e} \frac{1}{W(p)}$$

$$W(p) = (p^2 T_{em} T_d + p T_{em} + 1) \left[(1 + pT_1)(1 + pT_2) + m_q \frac{S_{i1}}{R} \right] +$$

$$+ (pm_d + p^2 n_d) T_{em} \frac{S_i}{R} \tag{29}$$

Funkcja przejścia określona jest ogólnie równaniem różniczkowym czwartego rzędu (wielomian mianownika funkcji przejścia jest czwartego stopnia). Przy pominięciu wewnętrznych sprzężeń zwrotnych: $m_d = m_q = n_d = 0$, mianownik operatorowej funkcji przejścia jest iloczynem funkcji przejścia 3 oddzielnych stopni wzmocnienia (równanie (27) określa funkcję przejścia trzeciego stopnia wzmocnienia):

$$n(p) = \frac{U_s K_u}{C_e} \frac{1}{(1 + pT_{em} + p^2 T_{em} T_d)(1 + pT_2)(1 + pT_1)}. \tag{30}$$

W praktycznych przypadkach można często pominąć znikomą stałą czasową T_d (mała indukcyjność wewnętrzna amplidyny oraz indukcyjność silnika bocznikowego składającego się wskutek dużej szczeliny w osi poprzecznej silnika prawie wyłącznie z indukcyjności rozproszenia twornika) i wówczas czasowa funkcja przejścia określona jest przebiegiem trójwykładniczym o zastępczej stałej czasowej $T_z = T_1 + T_2 + T_{em}$. Przy pominięciu indukcyjności obwodu obciążenia trzeci stopień wzmocnienia można zastąpić układem szeregowym oporności czynnej R i pojemności (elektrodynamicznej) $C_d = \frac{\Theta}{C_e C_M}$ o stałej czasowej RC_d, przy czym napięciu na pojemności odpowiada SEM twornika silnika $E_s = C_e n$.

W przypadku dużej indukcyjności obwodu obciążenia amplidyny funkcja przejścia trzeciego stopnia wzmocnienia może wykazać przebieg periodycznie tłumiony. Opierając się na podanym wyżej w punkcie 4 kryterium przebiegów monotonicznych na podstawie rozmieszczenia pierwiastków w lewej półpłaszczyźnie zespolonej w pobliżu osi liczb urojonych, można napisać warunki przebiegów niemonotonicznych, oscylacyjnych czasowej funkcji przejścia.

$$\frac{T_{em}}{2} < T_d < T_2 .$$

W powyższej nierówności założono, że stała czasowa T_2 większa jest od stałej czasowej uzwojenia sterującego T_1 (opory dodatkowe wtrącane zwykle do obwodu uzwojenia sterującego zmniejszają znacznie wartość T_1). Jeżeli $T_2 < T_1$ należy wstawić do nierówności T_1 na miejsce T_2. Obwód obciążenia można wówczas zastąpić układem szeregowym R, L_d, C_d, który jak wiadomo może okazać się układem oscylacyjnym. Wewnętrzne sprzężenia zwrotne amplidyny zmieniają współczynniki przy potędze p^2 i p oraz zmieniają wyraz wolny mianownika funkcji przejścia i mogą wpłynąć w sposób zasadniczy na charakter czasowego przebiegu funkcji przejścia. Przy pominięciu indukcyjności obwodu obciążenia ($L_d = 0$) otrzymujemy:

$$n(p) = \frac{U_s K_u}{C_e} \cdot \frac{1}{W_3(p)} \tag{31}$$

$$W_3(p) = p^3 T_{em} T_1 T_2 + p^2 \left(T_{em} T_1 + T_2 T_1 + T_{em} T_2 + n_d T_{em} \frac{S_{i1}}{R} \right) +$$
$$+ p \left(T_{em} + T_{em} m_q \frac{S_{i1}}{R_q} + T_1 + T_2 + m_d T_{em} \frac{S_i}{R} \right) + 1 + m_q \frac{S_{i1}}{R_q}$$

W odróżnieniu od przypadku obciążenia indukcyjnego wewnętrzne sprzężenie zwrotne trzeciego stopnia wzmocnienia m_d, n_d nie wpływa tu na wartość ustaloną wielkości wyjściowej (obrotów silnika). W związku z tym, dla skrócenia zastępczej stałej czasowej może okazać się korzystną praca amplidyny w stanie lekkiego przekompensowania dla uzyskania w ten sposób wyższej dobroci wzmocnienia napięcia, która określona jest przez stosunek statycznego współczynnika wzmocnienia napięcia E_d do zastępczej stałej czasowej narastania napięcia wewnętrznego amplidyny:

$$Q_u = \frac{K_u}{T_1 + T_2 + T_{em} \left(m_d \frac{S_i}{R} + 1 + m_q \frac{S_{i1}}{R_q} \right)} . \tag{32}$$

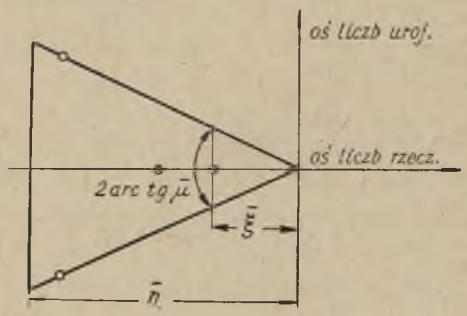
Maksymalne przekompensowanie amplidyny jest ograniczone granicą przebiegów monotonicznych (przy większych przekompensowaniach

układ przechodzi w obszar oscylacyjnych przebiegów niemonotonicznych, dla których traci ważność definicja zastępczej stałej czasowej). Ponadto przy dalszym zwiększaniu przekompensowania układ staje się niestabilny (nie spełnia warunków Routha-Hurwitza).

Dokładna analiza wpływu wewnętrznych sprzężeń zwrotnych wymaga zastosowania metody badania układów liniowych opisanych równaniem różniczkowym trzeciego rzędu.

6. Analiza układów liniowych opisanych równaniem różniczkowym trzeciego rzędu

Wpływ wewnętrznych sprzężeń zwrotnych na przebieg funkcji przejścia rozpatrzymy pod kątem widzenia zmian rozmieszczenia pierwiastków wielomianu charakterystycznego. Rozmieszczenie pierwiastków w lewej półpłaszczyźnie zespolonej można opisać trzema charakterystycznymi parametrami $\bar{\xi}$, $\bar{\eta}$, $\bar{\mu}$ (rys. 8). Parametr $\bar{\xi}$ przedstawia wartość rzeczywistą



Rys. 8. Parametry rozmieszczenia pierwiastków wielomianu funkcji przejścia

najbliższego osi liczb urojonych pierwiastka wielomianu i określa tym samym stopień stabilności układu (im stopień stabilności $\bar{\xi}$ jest mniejszy, tym szybciej nieznaczna zmiana parametrów układu może spowodować zerowy lub dodatni pierwiastek i wobec tego niestabilność układu). Parametr $\bar{\eta}$ przedstawia wartość rzeczywistą pierwiastka najdalszego od osi liczb urojonych. Parametr $\bar{\mu}$ przedstawia tangens połowy najmniejszego kąta, wewnątrz którego znajdują się pierwiastki wielomianu charakterystycznego. Tym samym parametr $\bar{\mu}$ określa skłonność do kołysań układu. (W miarę wzrostu $\bar{\mu}$ rośnie stosunek częstotliwości kołysań do współczynnika tłumienia przebiegu oscylacyjnego; jeżeli $\bar{\mu}$ równe jest zeru, przebiegi są aperiodyczne; gdy $\bar{\mu}$ rośnie nieograniczenie, układ zbliża się do granicy stabilności). Jeżeli wielomian charakterystyczny n-tego stopnia $W_n(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} \ldots + a_n$ ma sto-

pień stabilności $\bar{\xi}$, wówczas przy przesunięciu osi urojonej płaszczyzny zespolonej o wartość $\bar{\xi}$ w lewo pierwiastki zmniejszone o wartość rzeczywistą $\bar{\xi}$ są pierwiastkami wielomianu przesuniętego $W_n\ (p - \bar{\xi})$, którego pierwszy pierwiastek leży na osi urojonej. Tym samym przesunięty wielomian znajduje się na granicy stabilności, nie spełnia warunku nierówności Routha-Hurwitza, w którym dla granicznego przypadku stabilności znak nierówności przechodzi w znak równości. Jeżeli dla wielomianu trzeciego stopnia na początku układu współrzędnych znajduje się pierwiastek rzeczywisty, wówczas wyraz wolny wielomianu $b_3 = 0$; jeżeli na osi urojonej leżą sprzężone pierwiastki urojone, wówczas wyznacznik Hurwitza

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} b_1 & b_3 \\ b_0 & b_2 \end{vmatrix} = 0\,. \tag{33}$$

Analogicznie dla wielomianu n-tego stopnia $b_n = 0$, względnie $\Delta_{n-1} = 0$. Wartości współczynników wielomianu $W_n\,(p - \bar{\xi}) = b_0 p^n + b_1 p^{n-1} + \ldots b_n$ są funkcjami założonego przesunięcia $\bar{\xi}$. Przyjmując jako parametr wartość $\bar{\xi}$, równania

$$b_n = 0;\ \Delta_{n-1} = 0$$

wyznaczają związek zachodzący między wartościami współczynników wielomianu $W_n\,(p)$ spełniających założony stopień stateczności $\bar{\xi} = \text{const}$. Dla zmniejszenia do minimum ilości współczynników wielomianu $W_n\,(p)$ wygodnie jest przedstawić go w specjalnej postaci normalnej $W_n\,(v)$ przez wprowadzenie nowej zmiennej [1]

$$v = \sqrt[n]{\frac{a_0}{a_n}} \cdot p\,. \tag{34}$$

W przypadku wielomianu trzeciego stopnia

$$v = \sqrt[3]{\frac{a_0}{a_3}}\,p\,,$$

$$W_3\,(v) = (v^3 + Xv^2 + Yv + 1)\,a_3 \tag{35}$$

gdzie

$$X = \frac{a_1}{\sqrt[3]{a_3\,a_0^2}} \tag{36}$$

$$Y = \frac{a_2}{\sqrt{a_3^2\,a_0}}\,. \tag{37}$$

[1] W ten sposób związki $\xi = \text{const}$ wyrażone są dla wielomianu n-tego stopnia powierzchniami przestrzeni n-1 wymiarowej. Każdy punkt na powierzchni $\xi = \text{const}$ ma współrzędne odpowiadające współczynnikom wielomianu normalnego przy potęgach (n-1), (n-2).... 1 zmiennej v.

Przesunięty wielomian

$$W_3(v-\xi) = (v^3 + c_1 v^2 + c_2 v + c_3)\, a^3, \tag{38}$$

gdzie

$$c_1 = X - 3\xi,$$
$$c_2 = 3\xi^2 - 2X\xi + Y,$$
$$c_3 = \xi + X\xi^2 - Y\xi + 1. \tag{39}$$

Warunek $c_3 = 0$ wyznacza gromadę prostych dla przyjętych parametrów ξ

$$Y = \xi X + \frac{1-\xi}{\xi}. \tag{40}$$

Warunek $\Delta_2(c) = 0$ wyznacza gromadę hiperboli dla parametrów ξ:

$$Y = \frac{1}{X - 2\xi} + 2\xi(X - 2\xi). \tag{41}$$

W ten sposób znając wartości współczynników równania normalnego można wyznaczyć stopień stabilności układu z krzywej $\xi = \text{const}$, przechodzącej przez punkt określony współrzędnymi (X, Y). Krzywe $\xi = \text{const}$ są, jak wynika z powyższych rozważań, hiperbolami (równanie (41)) dla przypadku, gdy najbliżej osi urojonej leżą zespolone pierwiastki wielomianu (przebiegi niemonotoniczne funkcji przejścia), prostymi zaś (równanie (40)) dla przypadku, gdy najbliżej osi urojonej leży pierwiastek rzeczywisty (przebiegi monotoniczne funkcji przejścia). Na rysunku 9a naniesiono odnośnie gromady krzywych $\xi = \text{const}$, dla obszaru przebiegów monotonicznych i niemonotonicznych funkcji przejścia. Krzywa graniczna między obszarem monotoniczym i niemonotonicznym przebiegów periodycznych (określona w granicach od $X = 0$ do $X = 3$) wyznaczona jest krzywą

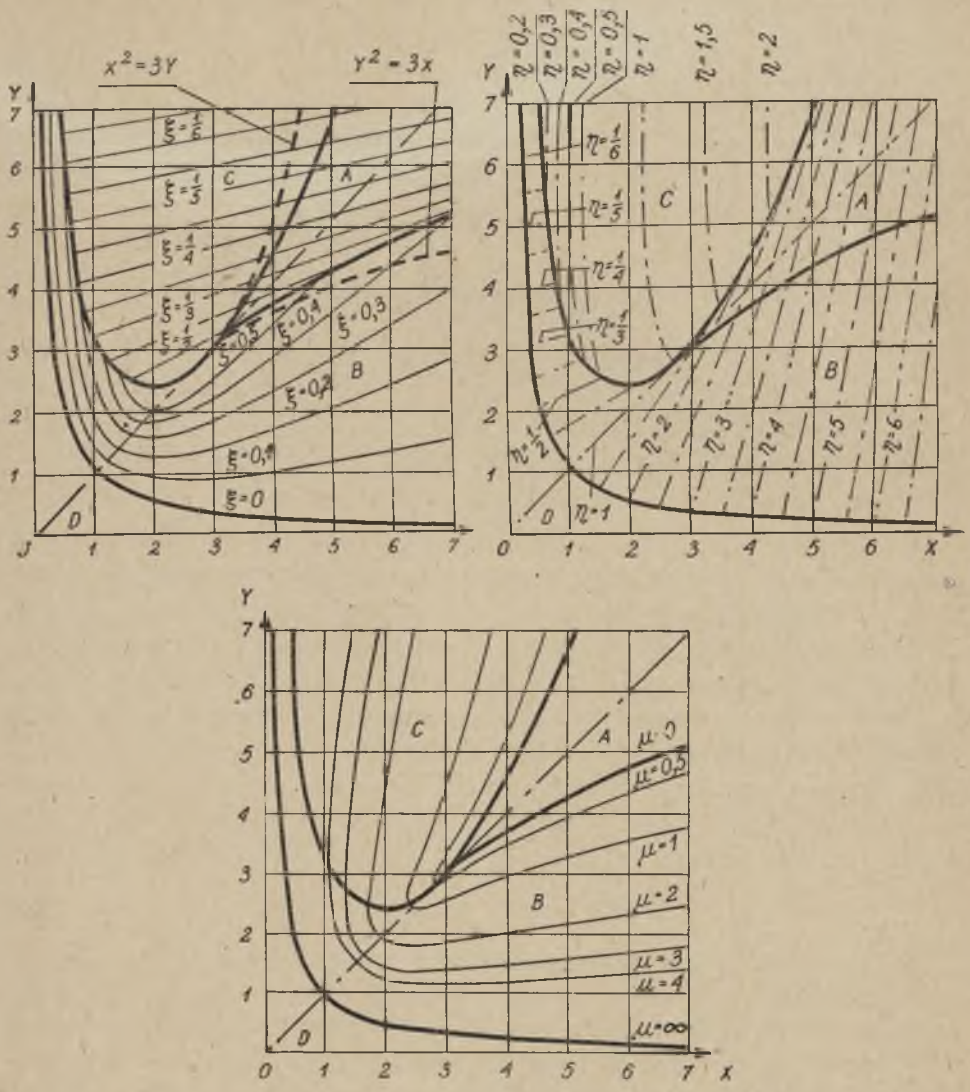
$$2X^3 - 9XY + 27 = 0. \tag{42}$$

Krzywą graniczną między przebiegami periodycznymi i aperiodycznymi, określoną w granicach od $X = 3$ do $X \to \infty$, otrzymuje się z granicznego warunku aperiodyczności Wysznegradzkiego (równanie (16 a)). Na rysunku 9a wrysowano linią przerywaną parabole Eulera wynikające z warunków aperiodyczności (koniecznych lecz niedostatecznych) Eulera, która otrzymuje się z wzoru (17a) po wstawieniu zmiennej X i Y:

$$\begin{aligned} X^2 &= 3Y. \\ Y^2 &= 3X; \end{aligned} \tag{43}$$

w obszarze określoności $X \geqslant 3$, $Y \geqslant 3$.

Widoczne jest od razu, że obszar zamknięty parabolami obejmuje wprawdzie obszar *A* krzywej Wysznegradzkiego, niemniej jednak wychodzi poza rzeczywisty obszar przebiegów aperiodycznych.



Rys. 9a, 9b i 9c. Krzywe stałej wartości parametrów rozmieszczenia pierwiastków ξ = const, η = const, μ = const

Hiperbola ξ = const dla $\xi \to 0$ przechodzi w krzywą graniczną przebiegów układu stabilnego. W ten sposób dla dowolnych wartości współczynników wielomianu charakterystycznego trzeciego stopnia można wy-

znaczyć stopień stabilności układu oraz określić charakter przebiegów (aperiodyczny, oscylacyjny).

Rzeczywisty stopień stabilności $\bar{\xi}$ odniesiony do wyjściowego wielomianu trzeciego stopnia (nie przedstawionego w postaci normalnej) jest $\sqrt[3]{\frac{d_3}{d_0}}$ razy większy: $\bar{\xi} = \xi \cdot \sqrt[3]{\frac{a_3}{a_0}}$ (44)

Z wykresu można również łatwo wyznaczyć drugi parametr rozmieszczenia pierwiastków η. W tym celu przesuwa się normalny wielomian charakterystyczny $W_n(v)$ o wartość η w lewo, otrzymując w ten sposób wszystkie przesunięte pierwiastki wielomianu $W(v - \eta)$ w prawej półpłaszczyźnie zespolonej. Przez zamianę v na $-v$ otrzymuje się wielomian $W(-v - \eta)$ o pierwiastkach będących zwierciadlanym odbiciem pierwiastków wielomianu $W(v - \eta)$. Wielomian $W(-v - \eta)$ ma pierwiastki w lewej półpłaszczyźnie zespolonej, przy czym η przedstawia stopień stabilności wielomianu $W(-v)$. Ponieważ zmiana znaku v nie zmienia równania $\Delta_{n-1}(b) = 0$ oraz $b_n = 0$, krzywe $\eta = \text{const}$ odpowiadają poprzednio wyznaczonym krzywym $\xi = \text{const}$. Zmiana znaku v zmienia jedynie znak wyznacznika $\Delta_{n-1}(b)$ (o ile nie równa się zeru).

W przypadku wielomianu trzeciego stopnia wskutek zmiany znaku wyznacznika $\Delta_2(b)$ obszar $\eta = \text{const}$ gromady hiperbol odpowiada obszarowi $\xi = \text{const}$ gromady prostych, i odwrotnie. Na rysunku 9b przedstawiono gromadę krzywych $\eta = \text{const}$, które w obszarze przebiegów aperiodycznych wzajemnie się pokrywają z krzywymi $\xi = \text{const}$.

Znalezioną z wykresu $\eta = \text{const}$ wartość parametru rozmieszczenia pierwiastków wielomianu $W_3(v)$ należy, analogicznie jak poprzednio wartość stopnia stabilności, pomnożyć przez $\sqrt[3]{\frac{a_3}{a_0}}$ dla otrzymania parametru $\bar{\eta}$ wielomianu $W_3(p)$ dla zmiennej p:

$$\bar{\eta} = \eta \cdot \sqrt[3]{\frac{a_3}{a_0}}. \tag{45}$$

Wykres można uzupełnić jeszcze liniami $\mu = \text{const}$, które otrzymuje się w przypadku normalnego wielomianu trzeciego stopnia, zakładając pierwiastek zespolony $\alpha + j\beta$ i wyrażając współczynniki X i Y za pomocą parametru $\mu = \beta/\alpha$. Krzywe $\mu = \text{const}$ wyznaczają gromadę krzywych przedstawionych w postaci uwikłanej:

$$4k^2(X^3 + Y^3) - k^2 X^2 Y^2 + (2k^3 - 4k^2 - 16k)XY + (64 - 48k + 12k^2 - k^3 = 0, \tag{46}$$

gdzie $k = 1 + \mu^2$.

Na rysunku 9c przedstawiono gromadę krzywych $\mu = \text{const}$. Dla $\mu = 0$ krzywe przechodzą w krzywe granicy aperiodyczności, dla $\mu \to \infty$

natomiast w hiperbolę granicy stabilności. Parametr $\mu = \bar{\mu}$ rozmieszczenie pierwiastków nie zależy od wielkości wyrazu wolnego a_3 wielomianu wyjściowego i przedstawia stosunek składowej urojonej do rzeczywistej pierwiastków zespolonych. Każdemu punktowi na wykresie określonemu współrzędnymi (X, Y) będącymi współczynnikami wielomianu, przedstawionymi w specjalnej postaci normalnej, odpowiadają wartości ξ, η, μ krzywych $\xi = \text{const}$, $\eta = \text{const}$, $\mu = \text{const}$ przechodzących przez ten punkt. Wykres sporządzony na podstawie mianownika operatorowej funkcji przejścia pozwala ocenić wpływ zmian parametrów X, Y na rozmieszczenie pierwiastków i charakter przebiegów czasowej funkcji przejścia.

Z przekształcenia do specjalnej postaci normalnej mianownika funkcji przejścia układu regulacyjnego amplidyny obciążonej odbiornikiem indukcyjnym wynika:

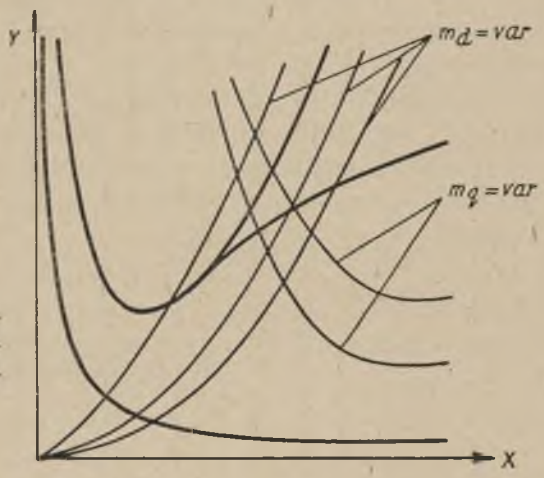
$$X = \frac{T_1T_2 + T_2T_3 + T_3T_1}{\sqrt[3]{(T_1T_2T_3)^2}\,\sqrt[3]{1 + m_q\frac{S_{i1}}{R_q} + m_d\frac{S_i}{R}}};$$

$$Y = \frac{T_2 + T_2 + T_3\left(1 + m_q\frac{S_i}{R_q}\right) + n_d\frac{S_i}{R}}{\sqrt[3]{T_1T_2T_3}\,\sqrt[3]{\left(1 + m_q\frac{S_{i1}}{R_q} + m_d\frac{S_i}{R}\right)^2}};$$

$$\bar{\xi} = \xi\sqrt[3]{\frac{1 + m_q\frac{S_{i1}}{R_q} + m_d\frac{S_i}{R}}{\bar{T}_1 \cdot \bar{T}_2 \cdot \bar{T}_3}}. \tag{47}$$

Na podstawie wykresu przedstawionego na rys. 9a, 9b, 9c można śledzić wpływ zmiany wewnętrznych sprzężeń zwrotnych na charakter przebiegów i parametry rozmieszczenia pierwiastków ξ, η, μ. Punkt określony współrzędnymi X oraz Y w przypadku amplidyny bez sprzężeń zwrotnych ($m_q = m_d = n_d = 0$) mieści się w obszarze przebiegów aperiodycznych (obszar A). Jeżeli stałe czasowe $T_1 = T_2 = T_3$, układ znajduje się na granicy trzech możliwych przebiegów funkcji przejścia: aperiodycznych, periodycznych niemonotonicznych, i periodycznych monotonicznych określonej współrzędnymi $X = 3$, $Y = 3$. W miarę gdy maleje jedna ze stałych czasowych amplidyny, punkt wyjściowy przemieszcza się w obszarze A w kierunku dużych wartości X i Y, wskutek czego przebiegi mogą pozostać aperiodyczne nawet przy większych sprzężeniach zwrotnych. Pozostawiając stałe sprzężenie $m_q = \text{const.}$ i $n_d = \text{const.}$ oraz zmieniając stan skompensowania amplidyny $m_d = \text{var}$, punkty (X, Y) przemieszczają się po paraboli kwadratowej (rys. 10), która przy założeniu wyjścia z układu bez sprzężeń zwrotnych przechodzi przy wzroście niedokompensowania przez obszar A do obszaru przebiegów

periodycznych B i następnie w obszar przebiegów niestabilnych C (zmienne sprzężenie zwrotne m_d uważane jest jako parametr wyznaczający miejsce geometryczne punktów X i Y w równaniu (47)). Przy przekompensowaniu amplidyny punkty (X i Y) oddalają się po paraboli w obszarze przebiegów aperiodycznych. Stopień stabilności układu maleje szybko w miarę oddalania się w głąb obszaru aperiodycznego odpowiednio do wartości ξ. Dla granicznego stopnia przekompensowania $\frac{S_i}{R} m_{dgr} = -1 - m_q \frac{S_{i1}}{R_q}$ układ staje się niestabilny ($\xi \to 0$), przy czym przechodzi do stanu niestabilnego w obszarze przebiegów aperiodycz-



Rys. 10. Krzywe (X, Y) przy zmianie wewnętrznych sprzężeń zwrotnych amplidyny obciążonej odbiornikiem indukcyjnym

nych. Przy ujemnych wartościach m_d przekraczających graniczną wartość $m_{d\,gr}$ wyraz wolny mianownika funkcji przejścia zmienia znak, tak że układ pozostaje w obszarze przebiegów niestabilnych W przypadku gdy $m_q = 0$ graniczna wartość sprzężenia zwrotnego $m_{d\,gr} = \frac{R}{S_i}$ określa tzw. obroty krytyczne amplidyny, powyżej których niemożliwa jest praca stabilna amplidyny wchodzącej w skład rozpatrywanego układu sterowania. Ponieważ nachylenie charakterystyki amplidyny S_i jest zależne od kwadratu prędkości obrotowej:

$$S_i = n^2 C_1,$$

gdzie C_1 oznacza stałą zależną od konstrukcji wzmacniacza, obroty krytyczne można wyrazić wzorem:

$$n_{kr} = \sqrt{\frac{R}{C_1 m_{dgr}}}$$

W obszarze przebiegów periodycznych dla amplidyny silnie niedokompensowanej maleje stabilność w miarę zbliżania się punktów (X, Y) do granicznej hiperboli stabilności. Układ przechodzi tu do stanu niestabilnego w obszarze monotonicznych przebiegów oscylacyjnych. W obszarze periodycznych przebiegów monotonicznych układ może się znaleźć jedynie wskutek sprzężenia zwrotnego zależnego od pochodnej prądu obciążenia amplidyny n_d lub też wskutek dodatniego sprzężenia zwrotnego drugiego stopnia wzmocnienia m_q (przy silnym skręceniu szczotek w kierunku przeciwnym do obrotów wirnika amplidyny). Ustalając m_d = const oraz n_d = const punkty (X, Y) przebiegają przy zmianie m_q = var po krzywych trzeciego stopnia (rys. 10), przy czym przy ujemnym sprzężeniu zwrotnym oraz $n_d = 0$ krzywa nie przebiega przez obszar C.

Analogicznie jak dla obciążenia indukcyjnego wpływ wewnętrznych sprzężeń zwrotnych amplidyny obciążonej odbiornikiem pojemnościowym można analizować na podstawie krzywych (X, Y) przy zmianie wielkości sprzężeń zwrotnych. Z mianownika funkcji przejścia otrzymujemy:

$$X = \frac{T_{em} T_1 + T_1 T_2 + T_2 T_{em} + n_d T_{em} \frac{S_i}{R}}{\sqrt[3]{(T_1 T_2 T_{em})} \sqrt[3]{1 + m_q \frac{S_{i_1}}{R_q}}},$$

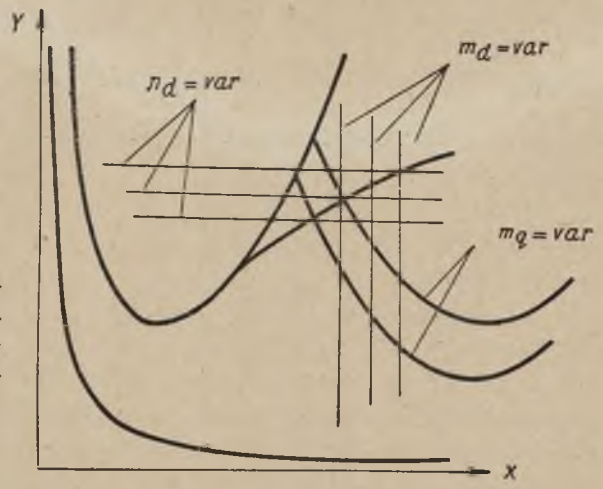
$$Y = \frac{T_{em} + T_1 + T_2 + T_{em} \left(\frac{S_i}{R} m_d + 1 + m_q \frac{S_{i_1}}{R_q} \right)}{\sqrt[3]{T_1 T_2 T_{em}} \sqrt[3]{\left(1 + m_q \frac{S_{i_1}}{R_q}\right)^2}},$$

$$\xi = \xi \sqrt[3]{\frac{1 + m_q \frac{S_{i_1}}{R_q}}{T_1 T_2 T_{em}}}. \tag{48}$$

Krzywe m_q = var przedstawiają gromadę krzywych trzeciego stopnia (rys. 11). Rosnące dodatnie sprzężenie zwrotne drugiego stopnia wzmocnienia m_q powoduje malenie stopnia stabilności. Jeżeli punktem wejściowym jest punkt w obszarze przebiegów aperiodycznych, jak to zachodzi przy amplidynie bez sprzężeń zwrotnych, układ przechodzi do stanu niestabilnego w obszarze przebiegów aperiodycznych dla $m_q = -R_q/S_{i1}$. Dla silnych ujemnych sprzężeń zwrotnych układ przechodzi w obszar niemonotonicznych przebiegów periodycznych. Krzywe m_d = var czy też n_d = var przedstawiają proste równoległe do osi Y lub odpowiednio do osi X.

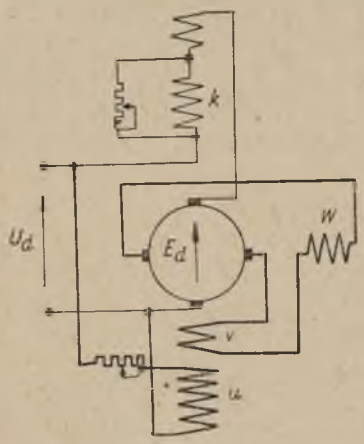
Dokonaną powyżej analizę wewnętrznych sprzężeń zwrotnych amplidyny można łatwo rozszerzyć na przypadek wzmacniacza wyposażonego

w dodatkowe uzwojenia sprzężeń zwrotnych stosowane często w celu zmiany parametrów stanu ustalonego i nieustalonego amplidyny. Na rysunku 12 przedstawiono stosowane zwykle uzwojenie napięciowego sprzężenia zwrotnego przyłączone do zacisków amplidyny oraz rzadziej

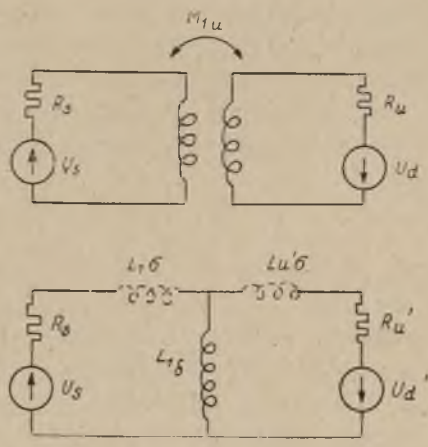


Rys. 11. Krzywe (X, Y) przy zmianie wewnętrznych sprzężeń zwrotnych amplidyny obciążonej odbiornikiem pojemnościowym

stosowane uzwojenie prądowego sprzężenia zwrotnego zasilane prądem poprzecznym. Wpływ napięciowego sprzężenia zwrotnego przedstawiono na schemacie zastępczym uwidocznionym na rys. 13.



Rys. 12. Uzwojenia sprzężeń zwrotnych amplidyny



Rys. 13. Schemat zastępczy napięciowego sprzężenia zwrotnego amplidyny

Pomijając indukcyjności rozproszeń otrzymuje się na podstawie powyższego schematu przy zastosowaniu zasady Thevenina dla wyodrębnionego elementu $L_1\delta$

$$\left(J_{ms} + T'_1 \frac{dJ_{ms}}{dt}\right) R_s = U_s - U_d \frac{R_1}{R_u} \frac{M_{u1\delta}}{L_1\delta}. \tag{49}$$

Podstawiając $U_d = E_d - J_d R_d - \frac{dJ_d}{dt} L_d$ otrzymuje się po przyjęciu dla wyznaczenia funkcji przejścia zerowych warunków początkowych:

$$J_{ms}(p)(1 + T_1'p) = U_s(p) - J\, S_{i2} \frac{R_1}{R_u} + J_d(p)\left(R_d \frac{R_1}{R_u} \frac{M_{u1\delta}}{L_{1\delta}} + p \frac{R_1}{R_u} \frac{M_1\delta}{L_{1\delta}} L_d\right) =$$

$$= U_s(p) - m'_q J_q(p) R_s + m'_d R_s + p \cdot n_d R_s) J_d(p), \tag{50}$$

gdzie

$$m'_q = \frac{S_{i2}}{R_s} \frac{R_1}{R_u} \frac{M_{u1\delta}}{L_{1\delta}}; \qquad m'_d - \frac{R_1 R_d}{R_u R_s} \frac{M_{u1\delta}}{L_{1\delta}};$$

$$n'_d = -\frac{L_d}{R_s} \frac{R_1}{R_u} \frac{M_{1\delta}}{L_{1\delta}}; \qquad T'_1 = \frac{L_{1\delta}}{R'_1}; \qquad R'_1 = \frac{R_s R'_u}{R_s + R'_u}.$$

Jak wynika z otrzymanych wyżej zależności, wpływ uzwojenia napięciowego sprzężenia zwrotnego można zastąpić sprzężeniem zwrotnym drugiego i trzeciego stopnia wzmocnienia za pomocą wartości m'_q, m'_d, n'_d, sumujących się z współczynnikami wewnętrznych sprzężeń zwrotnych. Wpływ uzwojenia prądowego sprzężenia zwrotnego łatwo również zastąpić współczynnikiem m_q'' sumującym się z współczynnikiem wewnętrznego sprzężenia zwrotnego drugiego stopnia wzmocnienia, co zresztą wynika od razu z rozważań w punkcie 2. Ze względu na to, że ten sam efekt można osiągnąć przez skręcenie szczotek poprzecznych, uzwojenie prądowego sprzężenia zwrotnego v jest rzadko stosowane.

Przy analizie charakterystyk stanu ustalonego i nieustalonego amplidyny należy uwzględnić wypadkowe współczynniki sprzężeń zwrotnych:

$$\begin{aligned} m_{qw} &= m_q + m'_q + m''_q, \\ m_{dw} &= m_d + m'_d, \\ n_{dw} &= n_d + n'_d, \end{aligned} \tag{51}$$

których wpływ na przebieg funkcji przejścia omówiono szczegółowo w poprzednich rozdziałach.

Na skutek przyłączenia dodatkowego uzwojenia sterującego, jako napięciowego sprzężenia zwrotnego, otrzymujemy powiększenie stałej czasowej pierwszego stopnia wzmocnienia.

Przy pominięciu indukcyjności rozproszeń uzwojeń sterujących można przedstawić wypadkową stałą czasową pierwszego stopnia wzmocnienia T'_1 jako sumę stałych czasowych obydwu uzwojeń sterujących:

$$T'_1 = \frac{L_{1\delta}}{R_s} + \frac{L_{u\delta}}{R_u} = L_{1\delta}\left(\frac{1}{R_s} + \frac{1}{R'_u}\right) = T_1 + T_u. \tag{52}$$

Ponieważ w obwód uzwojenia sterującego napięciowego sprzężenia zwrotnego wtrącona jest duża oporność dodatkowa, powiększenie stałej czasowej pierwszego stopnia wzmocnienia jest na ogół niewielkie.

7. Wyniki pomiarów oscylograficznych stanów nieustalonych amplidyny

Pomiary przeprowadzono na amplidynie typu EMU 50 (produkcji radzieckiej o danych znamionowych: $P_N = 2{,}2$ kW, $U_N = 230$ V, $I_N = 9{,}6$ A, $n = 1440$ obr/min). Dla wyodrębnienia wpływu poszczególnych sprzężeń zwrotnych przeprowadzono pomiary przy pracy amplidyny na biegu jałowym oraz przy obciążeniu.

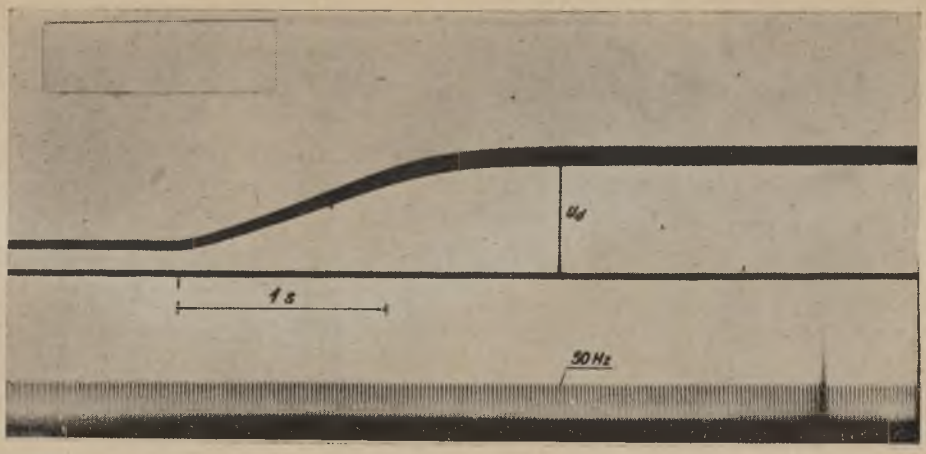
Obciążenie zrealizowano w 3 wariantach jako obciążenie czysto czynne (czysto czynny opór obciążenia), obciążenie o charakterze silnie indukcyjnym (uzwojenie wzbudzenia dużej prądnicy) oraz obciążenie pojemnościowe (silnik bocznikowy przy stałym prądzie wzbudzenia o pomijalnym momencie obciążenia).

Oscylografowano przebieg napięcia na zaciskach amplidyny oraz prąd odbiornika. Dla wyraźnego uchwycenia wpływu wewnętrznych sprzężeń zwrotnych na charakter stanu nieustalonego oraz zastępczą stałą czasową dobierano przy pomiarach czasowej funkcji przejścia każdorazowo takie napięcie uzwojenia sterującego, by otrzymać zbliżone wartości ustalone niezależnie od doboru sprzężenia zwrotnego. Przedstawione oscylogramy mają na celu w głównej mierze określenie zastępczej stałej czasowej oraz zilustrowanie wpływu sprzężeń zwrotnych na charakter przebiegu, a nie zajmują się zależnością statycznego współczynnika wzmocnienia od wielkości sprzężenia zwrotnego [1].

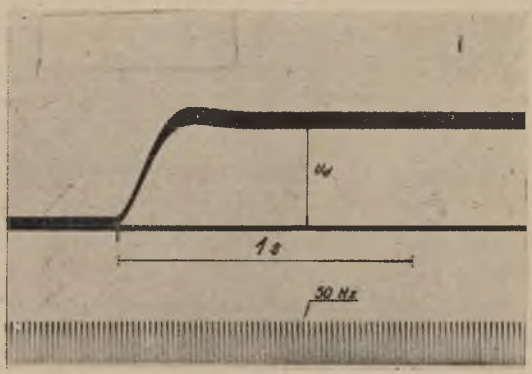
7.1. Amplidyna na biegu jałowym

Zmiany sprzężenia zwrotnego m_q osiągano przez skręcenie szczotek poprzecznych lub też przez zastosowanie napięciowego sprzężenia zwrotnego, które odpowiada w przybliżeniu skręceniu szczotek poprzecznych. Rysunek 14a, b i c przedstawia czasowy przebieg funkcji przejścia $U_d = f(t)$ przy silnym dodatnim sprzężeniu zwrotnym ($m_q < 0$), przy lekkim ujemnym sprzężeniu zwrotnym oraz przy silnym ujemnym sprzężeniu zwrotnym ($m_q > 0$). Oscylografowano napięcie na zaciskach apli-

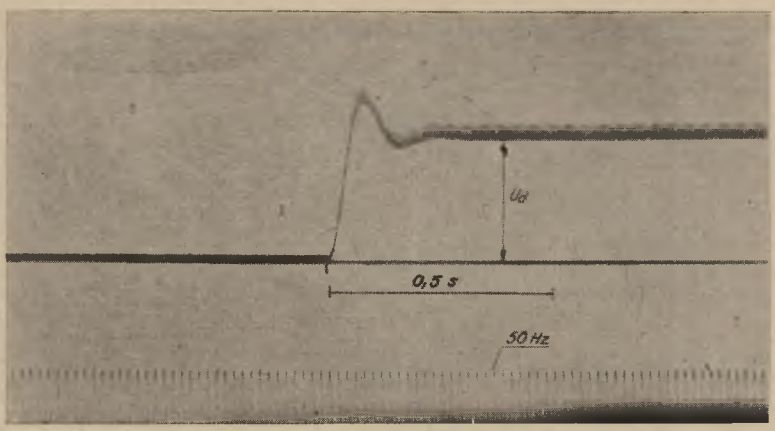
[1] Wpływ sprzężeń zwrotnych na statyczny współczynnik wzmocnienia łatwo określić drogą pomiarów charakterystyk ustalonych amplidyny bez konieczności pomiarów oscylograficznych. Pomiary charakterystyk statycznych wykazują zupełną zgodność z wynikami analizy otrzymanymi w niniejszej pracy.



Rys. 14a. Przebieg napięcia $U_d = f(t)$ amplidyny na biegu jałowym przy wewnętrznym sprzężeniu zwrotnym $m_q < 0$ po załączeniu napięcia stałego do uzwojenia sterującego

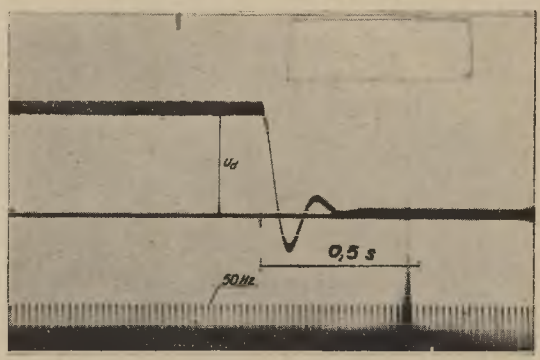


Rys. 14b. $U_d = f(t)$ przy słabym ujemnym sprężeniu zwrotnym mg



Rys. 14c. $U_d = f(t)$ przy $m_q > 0$

dyny U_d. W chwili zaznaczonej na oscylogramach załączono źródło napięcia stałego na zaciski uzwojenia sterującego. Skalę czasu wyznacza na oscylogramach przebieg napięcia zmiennego o częstotliwości 50 Hz. Na oscylogramach dorysowano ponadto skalę czasu ułatwiającą porównanie szybkości narastania napięcia amplidyny w zależności od doboru sprzężenia zwrotnego. Przy dodatnim sprzężeniu zwrotnym (skręcenie szczotek poprzecznych w kierunku przeciwnym do obrotów twornika) rośnie napięcie pochodzące od magnetyzmu szczątkowego amplidyny, które pojawia się już przy zerowym prądzie sterującym. Ujemne sprzężenie zwrotne powoduje powstanie charakterystycznego przeregulowania po przyłożeniu napięcia do uzwojenia sterującego. Przebieg wykazuje wówczas zgodnie z analizą teoretyczną periodyczny, silnie tłumiony charakter napięcia na zaciskach amplidyny. Na rysunku 14b widoczny jest wpływ lekkiego ujemnego sprzężenia zwrotnego, które powstało wskutek niedokładnego zredukowania oddziaływania zezwojów komutujących oraz żelaza twornika amplidyny przez dobór skręcenia szczotek poprzecznych w kierunku przeciwnym do obrotów twornika. Z oscylogramów widoczny jest silny wpływ sprzężenia zwrotnego m_q na zastępczą stałą czasową wzmacniacza. Rysunek 15 przedstawia przebieg napięcia amplidyny



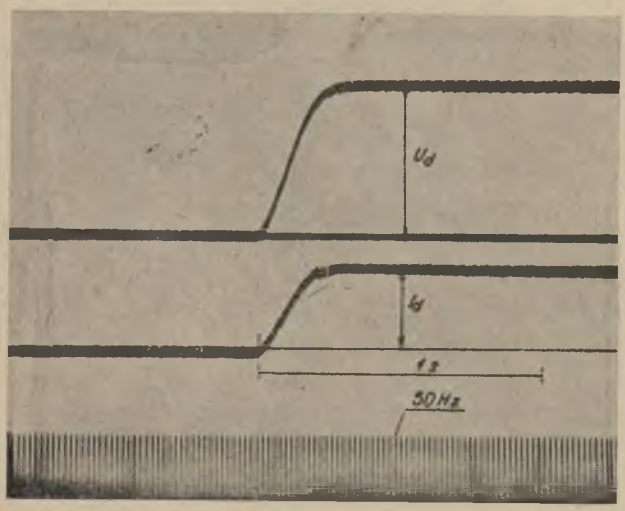
Rys. 15. Przebieg napięcia sterującego na zaciskach amplidyny po wyłączeniu napięcia sterującego (amplidyna ma ujemne napięciowe sprzężenie zwrotne)

po wyłączeniu prądu sterującego, przy silnym ujemnym sprzężeniu zwrotnym ($m_q > 0$). W wyniku wprowadzenia ujemnego sprzężenia zwrotnego przez skręcenie szczotek poprzecznych w kierunku obrotu (skręcenie o $^1/_2$ do 1 działki komutatora) lub też przez zastosowanie ujemnego napięciowego sprzężenia zwrotnego amplidyny (przyłączenie w kierunku demagnesującym jednego z uzwojeń sterujących na zaciski wejściowe amplidyny poprzez odpowiednio dobrany opór dodatkowy) otrzymuje się szybki zanik napięcia amplidyny po wyłączeniu prądu sterującego. Sprzężenie takie zmniejsza wydatnie napięcie szczątkowe amplidyny. Doświadczenie potwierdza rozważania teoretyczne, z których wynika że zwiększając ujemne sprzężenie zwrotne wchodzimy w zakres

tłumionych przebiegów periodycznych, przy czym układ spełnia zawsze warunki stabilności (krzywa X, Y przy m_q = var nie przecina hiperboli granicy stabilności). Pomiary wykazują celowość zastosowania choćby lekkiego ujemnego sprzężenia zwrotnego dla zmniejszenia zastępczej stałej czasowej oraz dla zmniejszenia napięcia szczątkowego amplidyny. Bardzo wygodny w praktyce okazuje się sposób skręcenia szczotek poprzecznych nie wymagający oddzielnego uzwojenia sterującego (istniejąc ewentualnie dodatkowe uzwojenia sterujące mogą być dzięki temu użyte do innych zadań regulacyjnych). O ile wieniec szczotkotrzymaczy amplidyny nie pozwala na skręcenie szczotek poprzecznych niezależnie od szczotek podłużnych, można lekko skręcić cały wieniec szczotkotrzymaczy łącznie ze szczotkami podłużnymi o około $^1/_2$ działki komutatora, przez co osiąga się już wydatne ujemne sprzężenie zwrotne. Skręcenie wieńca szczotkotrzymaczy w większym zakresie nie jest celowe, ponieważ wysuwamy wówczas szczotki podłużne z pola biegunów komutujących, co pogarsza warunki komutacji twornika w osi podłużnej amplidyny.

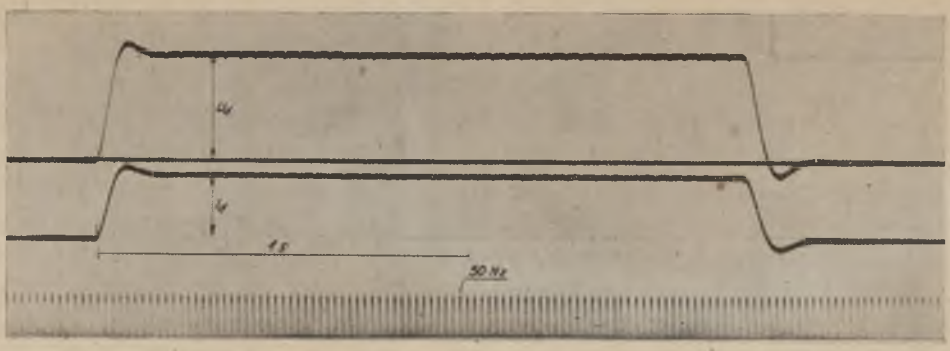
7.2. Amplidyna obciążona oporem czynnym

Rysunek 16 a, b i c przedstawia przebieg czasowej funkcji przejścia $U_d = f(t)$ amplidyny dokładnie skompensowanej ($m_d = 0$), obciążonej oporem czynnym odpowiednio przy zerowym sprzężeniu zwrotnym

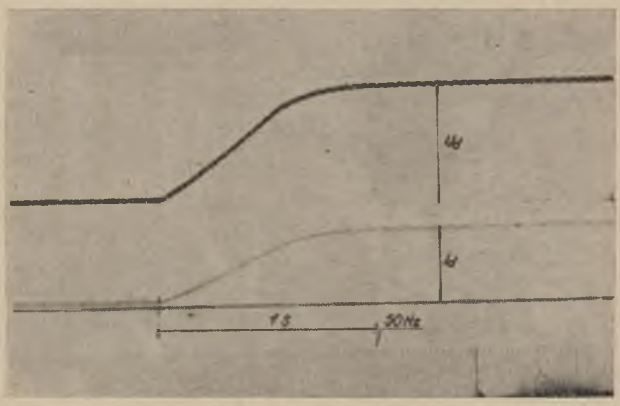


Rys. 16a. Przebieg napięcia $U_d = f(t)$ i prądu $I_d = f(t)$ amplidyny dokładnie skompensowanej, obciążonej oporem czynnym przy wewnętrznym sprzężeniu zwrotnym $m_q = 0$, po załączeniu napięcia stałego do uzwojenia sterującego

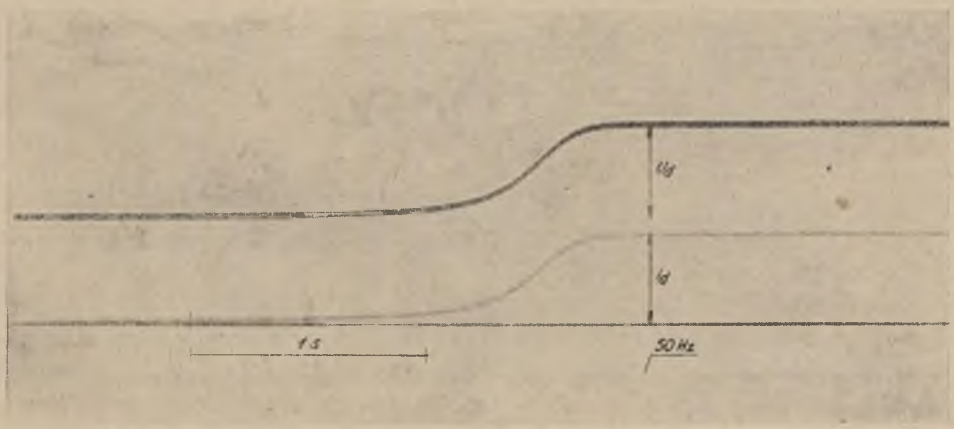
$m_q \approx 0$), ujemnym sprzężeniu zwrotnym ($m_q > 0$) i dodatnim sprzężeniu zwrotnym ($m_q < 0$). Prócz przebiegu napięcia U_d oscylografowano prąd obciążenia I_d. W chwili zaznaczonej na osi zerowej prądu I_d załączono źródło napięcia stałego do zacisków uzwojenia sterującego ampli-



Rys. 16b. $U_d = f(t)$, $I_d = f(t)$ przy $m_q > 0$



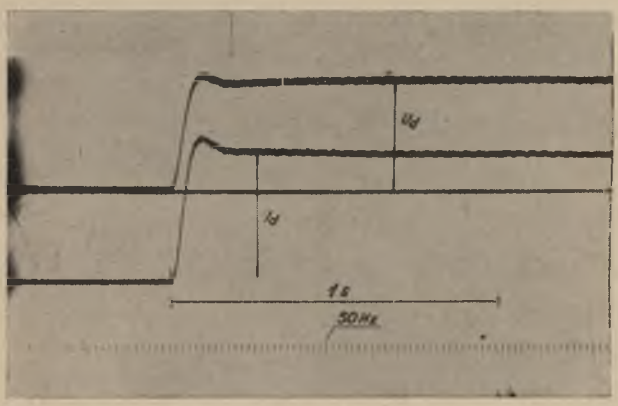
Rys. 16c. $U_d = f(t)$, $I_d = f(t)$ przy $m_q < 0$



Rys. 17. $U_d = f(t)$, $I_d = f(t)$ przy $m_q \gg 0$. Samowzbudzenie amplidyny obciążonej oporem czynnym pod wpływem dodatniego napięciowego sprzężenia zwrotnego

dyny obciążonej oporem czynnym. Sprzężenie zwrotne m_q zmieniano przy pomocy skręcenia szczotek poprzecznych. Praktycznie ten sam efekt otrzymuje się przy zastosowaniu napięciowego sprzężenia zwrotnego. Z oscylogramów widoczny jest efekt zmniejszenia zastępczej stałej czasowej przy wprowadzeniu ujemnego sprzężenia zwrotnego. Na rysunku 16 b koniec oscylogramu przedstawia zanik napięcia amplidyny po wyłączeniu napięcia sterującego. Rysunek 17 przedstawia przebieg samowzbudzenia amplidyny przy dużym dodatnim sprzężeniu zwrotnym ($m_q < 0$), przy którym amplidyna wzbudza się do granicy nasycenia po załączeniu sprzężenia zwrotnego bez napięcia sterującego. Zastosowano napięciowe dodatnie sprzężenie zwrotne nieco większe od granicznego sprzężenia zwrotnego, przy którym układ staje się niestabilny w obszarze przebiegów aperiodycznych. W chwili zaznaczonej na osi zerowej włączono napięciowe sprzężenie zwrotne.

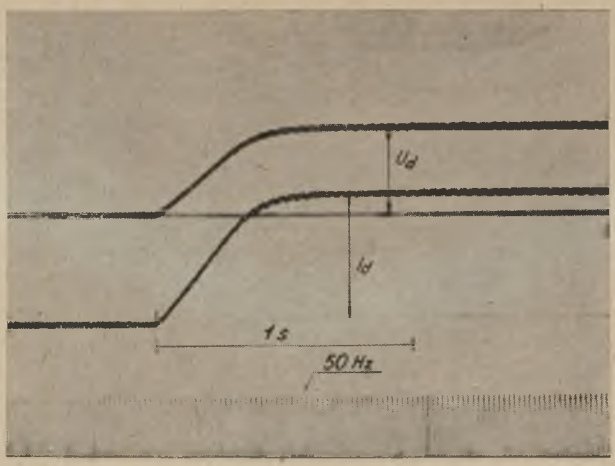
Rysunek 18 a i b przedstawia przebieg czasowej funkcji przejścia amplidyny niedokompensowanej ($m_d > 0$) i przekompensowanej ($m_d < 0$). W chwili zaznaczonej na osi zerowej prądu I_d załączono źródło napięcia stałego do zacisków uzwojenia sterującego amplidyny obciążonej oporem czynnym. Sprzężenie zwrotne m_q dla obu wypadków równa się

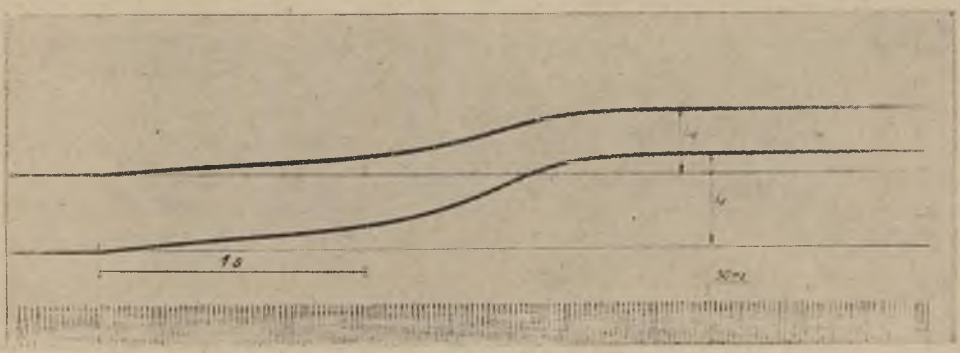


Rys. 18a. Przebieg napięcia $U_d = f(t)$ i prądu $I_d = f(t)$ amplidyny niedokompensowanej ($m_d > 0$) po załączeniu napięcia stałego do uzwojenia sterującego sprzężenie zwrotne $m_q = 0$

zeru. Wpływ doboru kompensacji (sprzężenia zwrotnego trzeciego stopnia wzmocnienia amplidyny) na przebieg funkcji przejścia przy obciążeniu oporem czynnym amplidyny jest podobny do wpływu sprzężenia m_q (drugiego stopnia wzmocnienia amplidyny). Rysunek 19 przedstawia oscylogram samowzbudzenia amplidyny obciążonej oporem czynnym, na skutek zbyt silnego przekompensowania ($m_d \leqslant 0$). Układ jest niestabilny, przy czym w miarę wzrostu przekompensowania staje się niestabilny w obszarze przebiegów aperiodycznych. W chwili zaznaczonej na osi zerowej załączono opór obciążenia na zaciski niewzbudzonej

Rys. 18b. $U_d = f(t)$, $I_d = f(t)$ przy $m_d \gg 0$ (amplidyna przekompensowana). Sprzężenie zwrotne $m_{q_e} = 0$





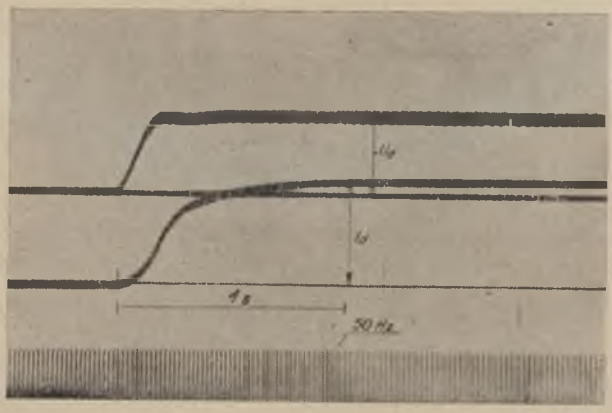
Rys. 19. $U_d = f(t)$, $I_d = f(t)$ przy $m_d \ll 0$, $m_q = 0$. Samowzbudzenie amplidyny obciążonej oporem czynnym przy przekompensowaniu amplidyny

amplidyny przy odłączonym uzwojeniu sterującym. Warunek samowzbudzenia określony jest przez wartość przekompensowania oraz oporu obciążenia. Amplidyna wzbudza się do granicy nasycenia podobnie jak prądnica szeregowa.

7.3. Amplidyna obciążona oporem indukcyjnym (uzwojenie wzbudzenia prądnicy)

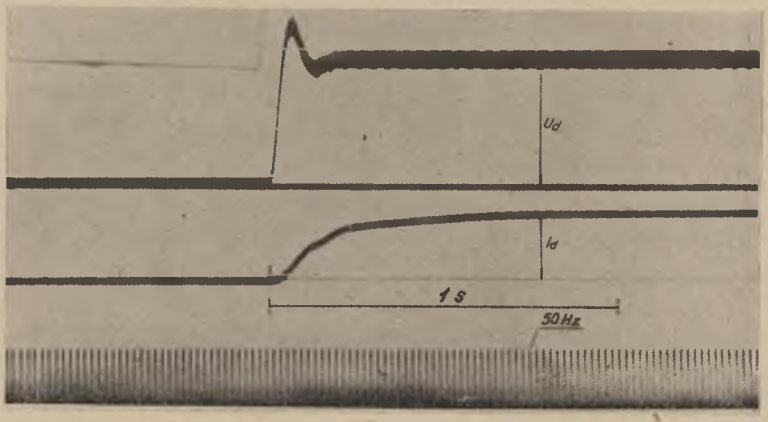
Na rysunku 20 a i b przedstawiono przebieg czasowej funkcji przejścia $I_d = f(t)$ amplidyny dokładnie skompensowanej ($m_d = 0$), obciążonej oporem silnie indukcyjnym przy bardzo małym sprzężeniu zwrotnym $m_q \approx 0$ (nieznaczne sprzężenie zwrotne $m_q > 0$ występuje wskutek niezupełnego zrównoważenia oddziaływania żelaza twornika i zezwojów komutujących amplidyny przez skręcenie szczotek poprzecznych w kie-

runku przeciwnym do kierunku obrotów wirnika) i przy silnym ujemnym sprzężeniu zwrotnym ($m_q > 0$). Na oscylogramach zaznaczono chwilę załączenia napięcia stałego do uzwojenia sterującego. Oprócz prądu



Rys. 20a. Przebieg napięcia $U_d = f(t)$ i prądu $I_d = f(t)$ amplidyny dokładnie skompensowanej ($m_d = 0$), obciążonej oporem indukcyjnym (uzwojenie wzbudzenia wzbudnicy (prądnicy) przy małym ujemnym sprzężeniu zwrotnym $m_q \approx = 0$, po załączeniu napięcia stałego do uzwojenia sterującego

obciążenia I_d oscylografowano przebieg napięcia amplidyny. Z oscylogramów widoczny jest silny wpływ ujemnego sprzężenia zwrotnego na zastępczą stałą czasową. Przebiegi prądu obciążenia wykazują charakter monotoniczny nawet przy silnie oscylacyjnym przebiegu napięcia amplidyny. Dalsze zwiększenie ujemnego sprzężenia zwrotnego powoduje podwyższenie charakterystycznego przeregulowania napięcia amplidyny.

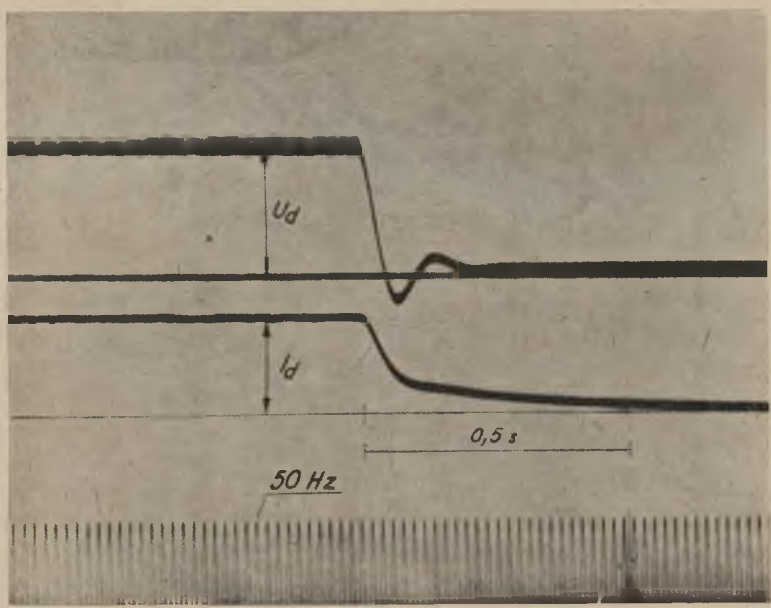


Rys. 20b. $U_d = f(t)$, $I_d = f(t)$ przy $m_d = 0$, $m_q > 0$

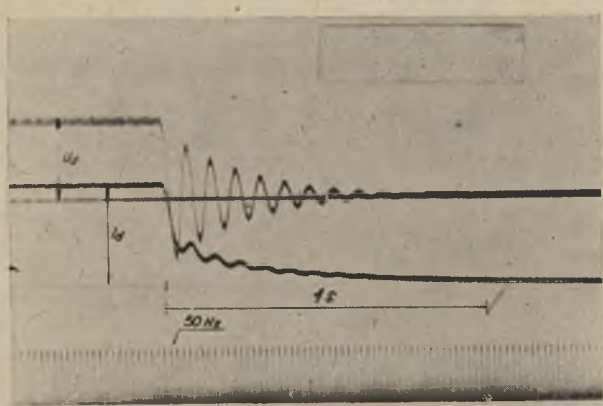
Przebiegi wykazują nawet przy bardzo znacznym ujemnym sprzężeniu zwrotnym przebiegi periodyczne silnie tłumione.

Rysunek 21 a i b przedstawia przebieg zaniku napięcia amplidyny obciążonej oporem indukcyjnym przy wyłączeniu napięcia sterującego

amplidyny, przy średnim ujemnym sprzężeniu zwrotnym $m_q > 0$ (i przy bardzo silnym ujemnym sprzężeniu zwrotnym $m_q \gg 0$). Z oscylogramów



Rys. 21a. Zanik napięcia U_d i prądu I_d skompensowanej amplidyny obciążonej oporem indukcyjnym po wyłączeniu napięcia sterującego przy średnim ujemnym sprzężeniu zwrotnym $m_q > 0$

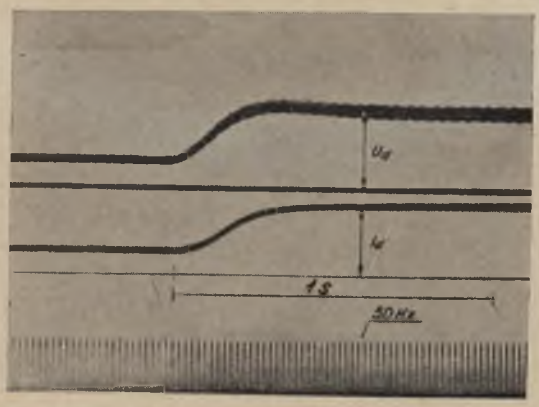


Rys. 21b. Zanik napięcia U_d i prądu I_d amplidyny jak dla rys. 21a przy zwiększonym ujemnym sprzężeniu zwrotnym $m_q \gg 0$

widoczny jest wpływ ujemnego sprzężenia zwrotnego na częstotliwość oscylacji tłumionych napięcia amplidyny.

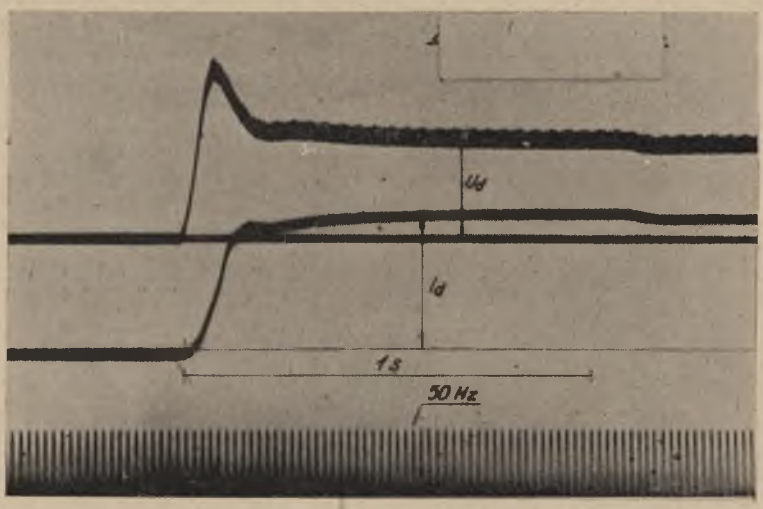
Na rysunku 22a i b przedstawiono przebieg czasowej funkcji przejścia

$I_d = f(t)$ amplidyny przekompensowanej ($m_d < 0$) i niedokompensowanej ($m_d > 0$), obciążonej odbiornikiem indukcyjnym przy zerowym sprzężeniu zwrotnym $m_q = 0$. Prócz prądu I_d oscylografowano napięcie na zaci-



Rys. 22a. Przebieg napięcia $U_d = f(t)$ i prądu $I_d = f(t)$ amplidyny przekompensowanej ($m_d < 0$) obciążonej oporem indukcyjnym przy $m_q = 0$, po załączeniu napięcia stałego do uzwojenia sterującego

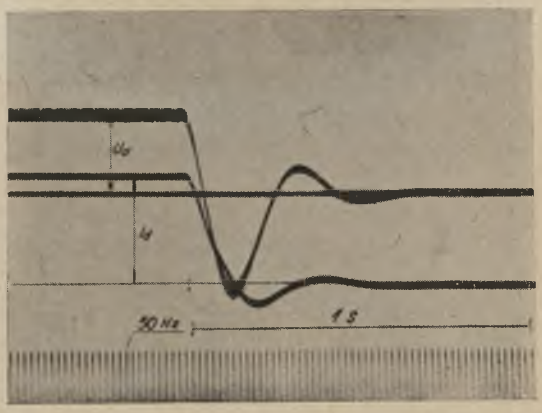
skach amplidyny $U_d = f(t)$. Na skutek przekompensowania przebiegi wykazują na rys. 22a wartości początkowe wynikające z napięcia szczątkowego amplidyny. W chwili zaznaczonej na oscylogramie załączono źródło



Rys. 22b. $U_d = f(t)$, $I_d = f(t)$ przy $m_d = 0$ oraz $m_q = 0$

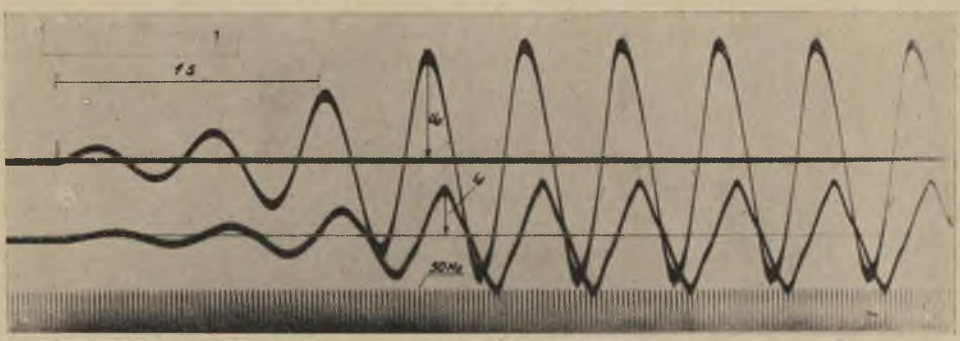
napięcia stałego do zacisków uzwojenia sterującego. Charakterystyczny jest monotoniczny wzrost prądu obciążenia nawet przy znacznym przekompensowaniu amplidyny. Widoczny jest z oscylogramów wpływ stanu skompensowania na zastępczą stałą czasową. Na rysunku 23 przedsta-

wiono zanik napięcia i prądu amplidyny niedokompensowanej po wyłączeniu napięcia sterującego. Charakterystyczny jest oscylacyjny zanik prądu obciążenia, odmienny od przypadku amplidyny skompensowanej przy silnym ujemnym sprzężeniu zwrotnym ($m_q > 0$) (por. rys. 21 a i b).



Rys. 23. Zanik napięcia U_d i prądu I_d amplidyny niedokompensowanej ($m_d > 0$) przy $m_q = 0$, obciążonej oporem indukcyjnym po włączeniu napięcia sterującego

Rysunek 24 przedstawia zjawisko samowzbudnych oscylacji napięcia i prądu amplidyny przy przekroczeniu granicznej wartości niedokompensowania amplidyny. W chwili zaznaczonej na oscylogramie załączono bardzo silnie niedokompensowaną amplidynę na obciążenie indukcyjne.

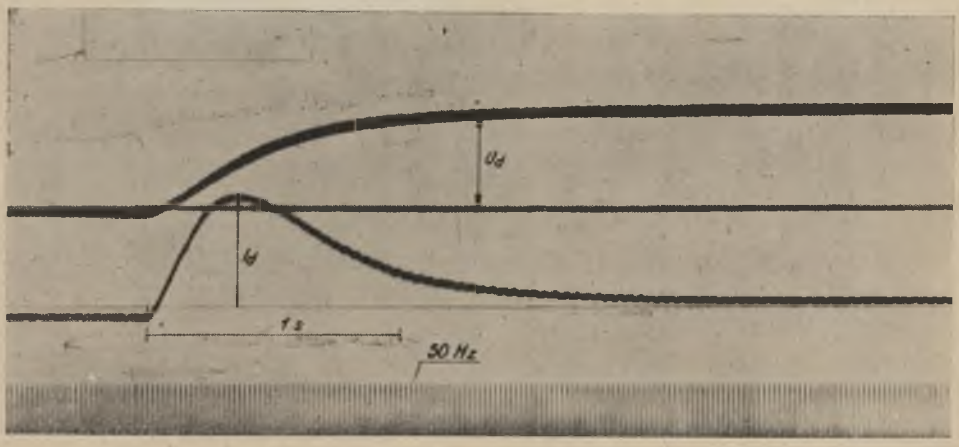


Rys. 24. $U_d = f(t)$, $I_d = f(t)$ przy $m_d \gg 0$, $m_q = 0$. Samowzbudne oscylacje napięcia i prądu amplidyny silnie niedokompensowanej, odciążonej oporem indukcyjnym

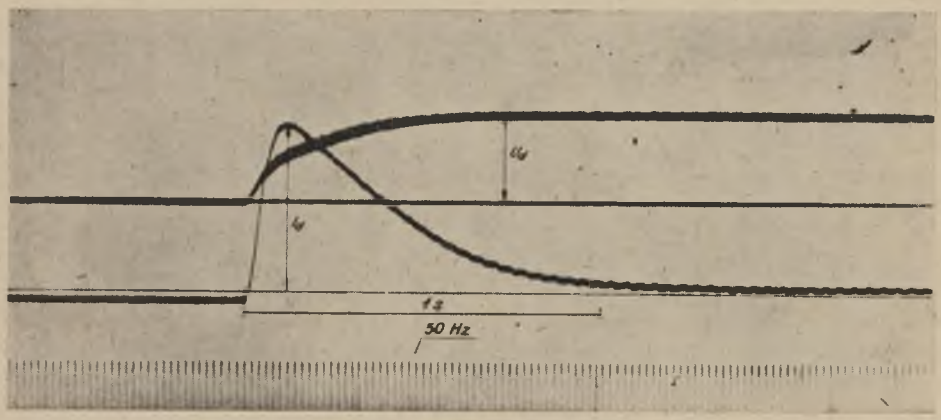
Niestabilne przebiegi amplidyny przy silnym niedokompensowaniu ($m_d \gg 0$) wynikają z przeprowadzonych w pracy rozważań teoretycznych (krzywa X, Y przy $m_d = \text{var}$ przecina się z hiperbolą stateczności w obszarze przebiegów periodycznych). Ustalona amplituda oscylacji odpowiada silnemu nasyceniu obwodu magnetycznego amplidyny ($U_{max} = 280$ V).

7.4 Amplidyna obciążona pojemnością dynamiczną (silnik bocznikowy ze stałym wzbudzeniem)

Rysunek 25 a, b i c przedstawia porównanie przebiegów czasowej funkcji przejścia $U_d = f(t)$ amplidyny dokładnie skompensowanej, obciążonej pojemnością dynamiczną przy ujemnym sprzężeniu zwrotnym ($m_q > 0$), zerowym sprzężeniu zwrotnym ($m_q = 0$) oraz przy dodatnim sprzężeniu zwrotnym ($m_q < 0$). Zmianę sprzężenia zwrotnego m_q re-



Rys. 25a. Przebieg napięcia $U_d = f(t)$ i prądu $I_d = f(t)$ amplidyny dokładnie skompensowanej ($m_d = 0$), obciążonej pojemnością dynamiczną przy ujemnym sprzężeniu zwrotnym ($m_q > 0$), po załączeniu napięcia stałego do uzwojenia sterującego

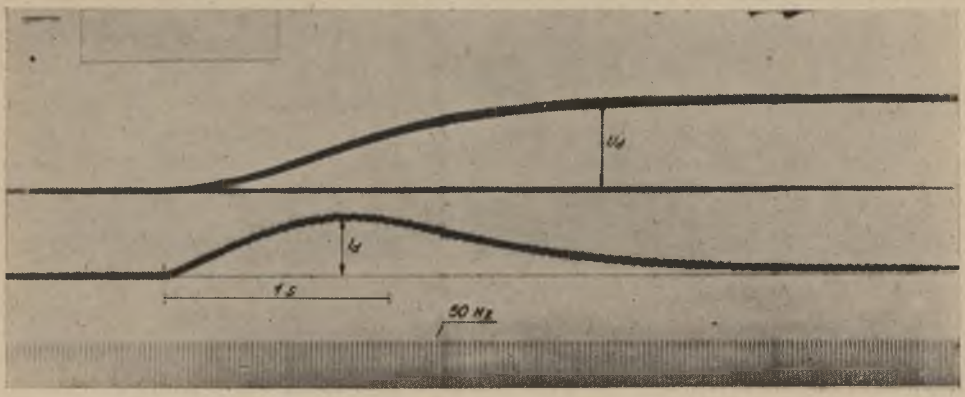


Rys. 25b. $U_d = f(t)$, $I_d = f(t)$ przy $m_d = 0$, $m_q = 0$

gulowano skręceniem szczotek poprzecznych. Praktycznie te same przebiegi otrzymuje się przy wprowadzeniu napięciowego sprzężenia zwrotnego. Prócz napięcia na zaciskach amplidyny mierzono przebieg prądu obciążenia I_d. Ponieważ opór wewnętrzny silnika i przewodów dopro-

wadzających jest znacznie mniejszy od oporu wewnętrznego amplidyny, przebieg napięcia na zaciskach amplidyny odpowiada w przybliżeniu przebiegowi szybkości silnika po przyłożeniu — w chwili zaznaczonej na oscylogramach — do uzwojenia sterującego źródła napięcia stałego.

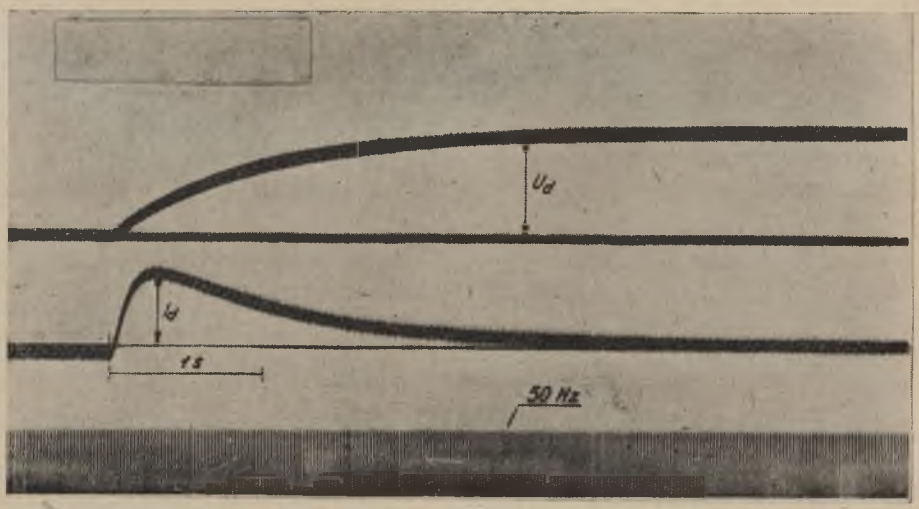
Na oscylogramach widoczny jest charakterystyczny przebieg napięcia i prądu amplidyny, podobny do krzywych aperiodycznego ładowania kondensatora przez indukcyjność i opór. Wartość początkowa prądu obciążenia pochodzi od napięcia szczątkowego amplidyny. Widoczny jest wpływ sprzężenia zwrotnego na zastępczą stałą czasową przebiegu napięcia. Przebieg napięcia zachowuje charakter monotoniczny nawet przy



Rys. 25c. $U_d = f(t)$, $I_d = f(t)$ przy $m_d = 0$, $m_q < 0$

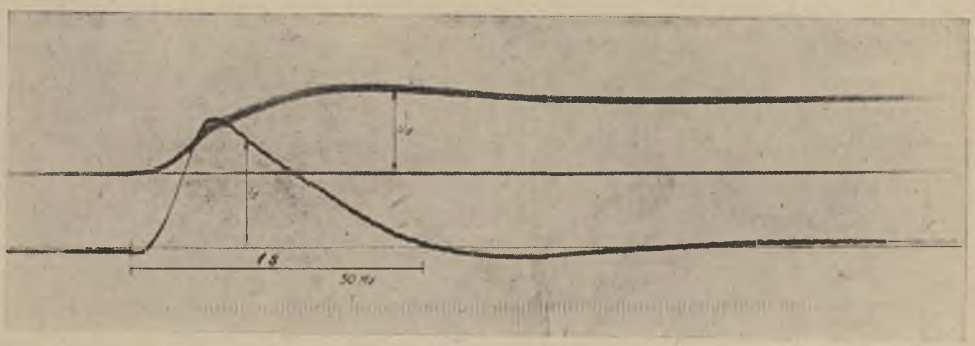
znacznym ujemnym napięciowym sprzężeniu zwrotnym. Jest to spowodowane spadkiem napięcia na oporze wewnętrznym amplidyny, wywołanym przez duży prąd obciążenia przy szybkim wzroście napięcia wewnętrznego. Ponadto wpływ wewnętrznego sprzężenia zwrotnego ($n_d > 0$) trzeciego stopnia wzmocnienia obniża stromość narastania napięcia wewnętrznego E_d. Na skutek szybkiego wzrostu prądu obciążenia amplidyny po przyłożeniu napięcia sterującego strumień rozproszenia uzwojeń kompensacyjnych indukuje w uzwojeniu sterującym siłę elektromotoryczną transformacji przeciwnie skierowaną do przyłożonego napięcia sterującego. Podobny wpływ wywiera nierównomierny rozpływ prądu obciążenia przez uzwojenie kompensacyjne i opór bocznikujący uzwojenia kompensacyjne. Jeżeli realizujemy ujemne sprzężenie zwrotne m_q przy pomocy ujemnego napięciowego sprzężenia zwrotnego, wówczas na skutek dużych wartości prądu obciążenia, pojawiających się przy szybkim wzroście napięcia wewnętrznego amplidyny, spadek napięcia na oporze wewnętrznym amplidyny obniża silnie skuteczność ujemnego sprzężenia zwrotnego. Przeregulowanie napięcia amplidyny przy ujem-

nym sprzężeniu zwrotnym ($m_q = 0$) — jakie występuje przy obciążeniu oporem czynnym — można otrzymać przy wtrąceniu dodatkowego oporu czynnego w obwód obciążenia amplidyny połączonego szeregowo z twor-



Rys. 26a. Przebieg napięcia $U_d = f(t)$ i prądu $I_d = f(t)$ amplidyny silnie niedokompensowanej ($m_d > 0$) po załączeniu napięcia sterującego sprzężenie zwrotne $m_q = 0$

nikiem silnika. Wówczas napięcie na zaciskach amplidyny zbliżone jest w większym stopniu do przebiegu wewnętrznej siły elektromotorycznej E_d. Z oscylogramów widoczny jest silny wpływ sprzężenia zwrotne-

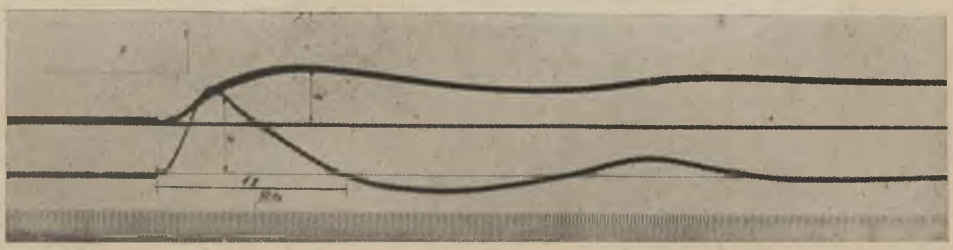


Rys. 26b. $U_d = f(t)$, $I_d = f(t)$ przy $m_d < 0$ (słabe przekompensowanie amplidyny), ($m_q = 0$)

go m_q na zastępczą stałą czasową narastania napięcia amplidyny. Wpływ skompensowania amplidyny obciążonej pojemnością dynamiczną na przebieg czasowej funkcji przejścia $U_d = f(t)$ ilustruje oscylogram przedsta-

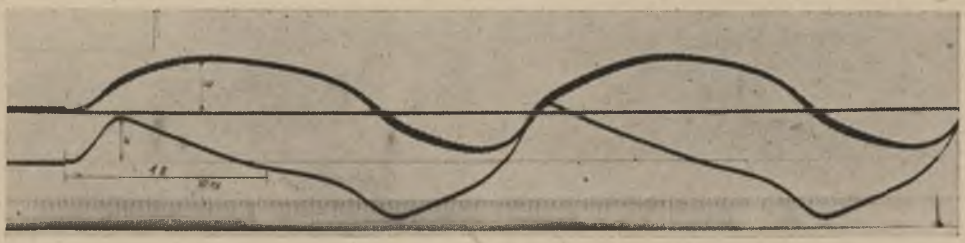
wiony na rysunku 26a (amplidyna silnie niedokompensowana $m_d > 0$), 26b (amplidyna słabo przekompensowana $m_d < 0$) i 26c (amplidyna silniej przekompensowana $m_d \ll 0$).

Dla wszystkich trzech przypadków sprzężenie zwrotne $m_q = 0$. Z oscylogramów widoczny jest wpływ przekompensowania na wartość zastępczej stałej czasowej przebiegu napięcia amplidyny. Przy słabym prze-



Rys. 26c. $U_d = f(t)$, $I_d = f(t)$ przy $m_d < 0$ (silniejsze przekompensowanie amplidyny), ($m_q = 0$)

kompensowaniu (rys. 26 b) otrzymuje się przebieg napięcia amplidyny mieszczący się tuż poza granicą obszarów przebiegów oscylacyjnych tłumionych (przebieg zbliżony do wypadku krytycznego ładowania kondensatora przez indukcyjność i opór czynny). Zwiększenie przekompesowania przyczynia się do wyraźnego przejścia w obszar przebiegów oscylacyjnych napięcia i prądu obciążenia amplidyny. Przy dalszym powiększe-



Rys. 27. $U_d = f(t)$, $I_d = f(t)$ przy $m_d \ll 0$, $m_q = 0$. Samowzbudzenie oscylacji amplidyny obciążonej pojemnością dynamiczną przy silnym przekompensowaniu

niu przekompensowania układ staje się niestabilny. Na rysunku 27 przedstawiono przebieg narastania oscylacji nietłumionych napięcia i prądu obciążenia amplidyny silnie przekompensowanej, po załączeniu obcowzbudnego silnika bocznikowego na zaciski amplidyny przy wyłączonym napięciu sterującym. Na skutek zakrzywienia charakterystyki magnesowania amplidyny ustala się amplituda oscylacji napięcia amplidyny 260 V.

LITERATURA

[1] З. Ш. Блох, Динамика линейных систем автоматического регулирования машин, Гостехтеоретиздат, Москва 1952.

[2] H. M. James, M. B. Nichols, R. S. Phillips (praca zbiorowa pod redakcją), *Theory of sèrvomechanisms*. N. York — London 1947.

[3] Н. А. Моносцон, Некоторые особенности теории и проектирования электромашинного усилителя, „Электричество" nr 9, 1948.

[4] Wł. Paszek, *Konstrukcja wzmacniaczy maszynowych z polem poprzecznym* (referat na Sesję Naukową Politechniki Śląskiej). Gliwice 1955.

Rękopis dostarczono 1. III. 1954