

MARIAN KOZDRÓJ, KAZIMIERZ KOZDRÓJ
WALDEMAR DROBEK, JÓZEF SOJA

BADANIA ZALEŻNOCI FUNKCYJNEJ MIĘDZY PRACOOCHŁONNOŚCIĄ
DRAŻENIA A POSTĘPEM WYROBISK KORYTARZOWYCH
I ICH PRZEKROJEM

Streszczenie. Analiza danych statystycznych pozwoliła wykazać, że wzrost postępu kamiennych wyrobisk korytarzowych powoduje obniżenie pracochłonności wykonania 1 m wyrobiska, natomiast wzrost przekroju tych wyrobisk powoduje zwiększenie pracochłonności wykonania 1 m tego wyrobiska.

1. Wstęp

Obserwacje statystyczne zjawisk zachodzących w górnictwie wykazują, że między wieloma zjawiskami technicznymi a ekonomicznymi zachodzą ścisłe zależności, które można ująć i opisać funkcjami matematycznymi.

Wyniki obserwacji tych zjawisk pozwoliły m.in. na stwierdzenie istnienia ścisłego związku między postępowaniem wyrobisk korytarzowych, ich przekrojem a pracochłonnością.

Celowość podjęcia prób określenia wyżej podanych zależności jest uzasadnione tym, że podstawowym warunkiem obniżenia kosztów drażenia przekopów jest przede wszystkim obniżenie pracochłonności tym bardziej, że w górnictwie przewaga udziału pracy żywej w kosztach wydobywania jest dominująca.

2. Określenie wpływu postępu i przekroju wyrobisk na pracochłonność

Określenie wpływu postępu i przekroju wyrobisk na pracochłonność utrudniają warunki naturalne złoża, jak: nieoczekiwane zaburzenia w złożu, stale zmniejszający się front pracy, brak jednakowych warunków choćby w dwóch wyrobiskach.

Następną grupą czynników utrudniającą poznanie badanych cech stanowi niewymierność wielu czynników jak: organizacja pracy, kwalifikacje załogi itp.

Obserwacje i dokładna analiza danych statystycznych pozwoliły na wysunięcie następującego twierdzenia:

Wzrost postępu kamiennych wyrobisk korytarzowych powoduje obniżenie pracoohłonności wykonania 1 m wyrobiska natomiast wzrost przekroju tych wyrobisk powoduje zwiększenie pracoohłonności wykonania 1 m tego wyrobiska.

Dla udowodnienia powyższego twierdzenia zostały przeprowadzone badania obejmujące liczne przodki wyrobisk korytarzowych kamiennych dla wybranych przekrojów. Głównym celem przeprowadzonej analizy było zbadanie zależności zachodzących między postępowaniem a pracoohłonnością dla maksymalnej rozpiętości przekroju.

Z tego względu badaniem zostały objęte przodki wyrobisk korytarzowych kamiennych prowadzone w przekrojach $10,51 \text{ m}^2$: $12,5 \text{ m}^2$ $13,39 \text{ m}^2$: $14,99 \text{ m}^2$: i $20,86 \text{ m}^2$.

Z punktu widzenia teorii statystyki matematycznej objęte analizą przodki stanowią reprezentatywną próbę populacji generalnej kamiennych wyrobisk korytarzowych.

Wskaźniki techniczno-ekonomiczne uzasadniające przyjęcie tego twierdzenia na podstawie których przeprowadzono wstępne obserwacje ujęto w tablicach 1 i 2.

Tablice 1 i 2 pozwalają na wyoiągnięcie następujących wniosków:

- najniższą pracoohłonnością całkowitą, przodkową i pozaprzodkową, liczoną w rdn/mb (z wyjątkiem dwóch przypadków) charakteryzują się przodki o najmniejszych przekrojach, przy założeniu stałych postępów,
- pracoohłonność całkowita, przodkowa i pozaprzodkowa jest najniższa dla największych postępów wyrobisk kamiennych.

Tablica 1

Kształtowanie się pracochłonności całkowitej dla przekopów według postępów i przekroju

Przekrój wyrobiska	Podprzedziały postępów wyrobisk mb/zm					
m ²	0,401	0,667	0,934	1,201	1,601	
	0,666	0,933	1,200	1,600	2,000	2,001

Pracochłonność całkowita dla powyższych postępów

10,51	10,458	7,324	6,807	5,107		
12,5	11,025	8,904	6,208	5,382		5,372
13,39	11,900	9,219	6,158		5,458	
14,99	13,600	9,284	7,572	6,440	5,440	4,616
20,86	16,358	11,868	9,575	7,999	7,394	6,393

Tablica 2

Kształtowanie się pracochłonności przodkowej dla przekopów według postępów i przekrojów

Przekrój wyrobiska	Podprzedziały postępów wyrobisk mb/zm					
m ²	0,401	0,661	0,934	1,201	1,601	
	0,666	0,933	1,200	1,600	2,000	2,001

Pracochłonność przodkowa dla powyższych postępów

10,51	6,499	4,928	3,905	3,431		
12,5	6,237	4,328	3,356	3,218		2,625
13,39	6,015	5,387	3,869		3,199	
14,99	8,200	5,436	4,501	3,707	3,432	2,803
20,86	8,998	6,737	5,579	4,896	4,943	3,441

3. Rozkład odwrotności postępów

Zakładamy, że próba ma rozkład w przybliżeniu normalny. Celem zweryfikowania tej tezy obliczamy odchylenie standardowe dla głównych cech (postępu i pracochłonności).

Na wstępie obliczamy odchylenie standardowe dla odwrotności postępu korzystając ze wzorów:

$$\sigma\left(\frac{1}{x}\right) = \sqrt{v\left(\frac{1}{x}\right)}$$

$$v\left(\frac{1}{x}\right) = E\left(\frac{1}{x}\right)^2 - \left[E\left(\frac{1}{x}\right)\right]^2$$

gdzie:

$v\left(\frac{1}{x}\right)$ - wariancja zmiennej $\frac{1}{x}$

$E\left(\frac{1}{x}\right)$ - wartość przeciętna zmiennej $\frac{1}{x}$

Odchylenie standardowe dla odwrotności postępu wynosi więc:

$$\sigma^2\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{257,499}{136} - \left(\frac{174,499}{136}\right)^2 = 0,244$$

$$\sigma\left(\frac{1}{x}\right) = 0,494$$

Z tablic rozkładu normalnego w granicach jednego odchylenia standardowego od średniej powinno znaleźć się 68,26% obserwacji. Dla odwrotności postępu liczba przodków znajdujących się w przedziale $E\left(\frac{1}{x}\right) - \sigma$ do $E\left(\frac{1}{x}\right) + \sigma$ czyli 0,790 do 1,778 wynosi 101 co stanowi 74,2% obserwacji. Chociaż żaden rozkład danych uzyskanych z pomiarów nie jest identyczny z rozkładem wg krzywej Gaussa, lecz dla przyjęcia założenia o przybliżonej normalności próby powyższy procent obserwacji w granicach jednego odchylenia standardowego jest wystarczający.

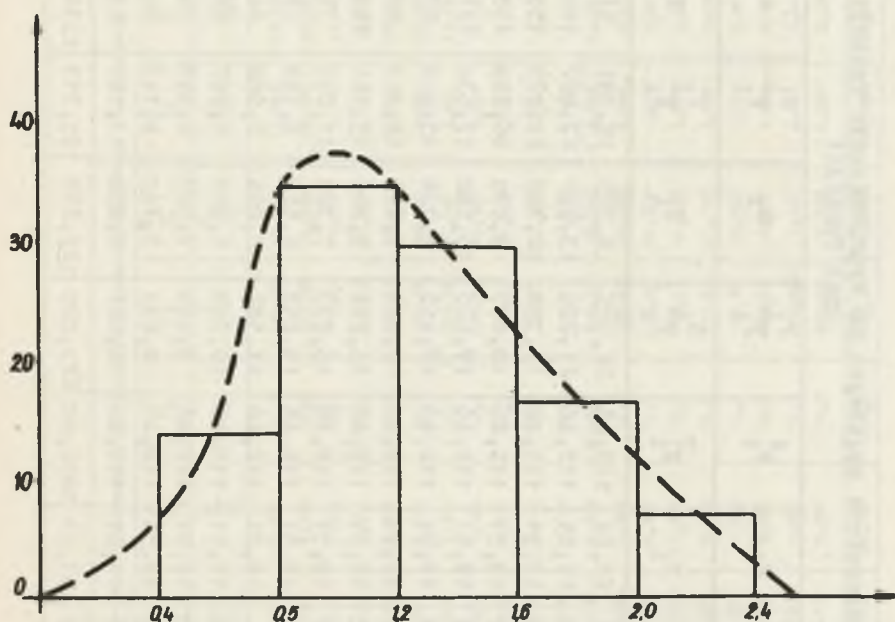
W celu graficznego zobrazowania rozkładu częstotliwości badanej cechy została sporządzona tablica 3 i rysunek 1.

Z rysunku 1 widać, że maksimum rozkładu jest przesunięte na lewo. Według Kleina "jednym z podstawowych faktów obserwacji ekonomicznej jest to, że wielka różnorodność sytuacji (warunków

Tablica 3

Rozkład odwrotności postępów

Klasa odwr. postępów	Względna częstość w próbie %
0,40-0,80	13,44
0,80-1,20	34,70
1,20-1,60	28,98
1,60-2,00	16,23
2,00-2,40	6,65



Rys. 1. Rozkład częstości z odwrotności postępu

naturalnych) kształtuje krzywą rozkładu w taki sposób, że jej maksimum jest przesunięte na lewo" (4). Więc w oparciu o powyżej przytoczone stwierdzenie można powiedzieć, że rozkład częstości odwrotności postępu a tym samym i postępu jest prawidłowy z punktu obserwacji ekonomicznej.

Tablica 4

Zestawienie parametrów opisowych do wyprowadzenia funkcji dla przekroju 10,51 m²
oraz funkcji:

n	P_i	$\frac{1}{P_i}$	$\frac{1}{P_i^2}$	F_i	F_i^2	$\frac{F_i}{P_i}$	A_i	$\frac{A_i}{P_i}$	$A_i \cdot F_i$	A_{pi}	$\frac{A_{pi}}{P_i}$	$A_{pi} \cdot F_i$
n	X_i	$\frac{1}{x_i}$	$\frac{1}{x_i^2}$	Z_i	Z_i^2	$\frac{Z_i}{x_i}$	Y_i	$\frac{Y_i}{x_i}$	$Y \cdot Z_i$	Y_{pi}	$\frac{Y_{pi}}{x_i}$	$Y_{pi} \cdot Z_i$
1	0,457	2,187	4,782	10,51	110,46	22,985	8,725	19,081	91,699	6,221	13,605	65,382
2	0,500	2,000	4,000	10,51	110,46	21,200	13,932	27,867	146,425	8,313	16,826	87,369
3	0,544	1,840	3,385	10,51	110,46	19,338	12,703	23,373	133,508	6,032	11,098	63,395
4	0,582	1,721	2,961	10,51	110,46	18,077	9,570	16,469	100,580	6,537	11,250	68,703
5	0,600	1,667	2,778	10,51	110,46	17,620	10,580	17,636	111,950	5,549	9,250	58,319
6	0,604	1,657	2,745	10,51	110,46	17,415	9,304	15,416	87,785	5,969	8,890	62,734
7	0,635	1,574	2,477	10,51	110,46	16,542	7,823	12,313	82,219	5,233	8,236	54,998
8	0,647	1,543	2,380	10,51	110,46	16,216	9,826	15,161	103,271	5,885	9,080	61,851
9	0,660	1,516	2,298	10,51	110,46	15,933	7,320	11,097	76,933	4,718	7,455	51,688
10	0,806	1,242	1,542	10,51	110,46	13,053	6,565	8,153	68,988	4,098	5,089	43,069
11	0,908	1,102	1,214	10,51	110,46	11,582	8,084	8,908	84,962	5,759	6,436	60,527
12	1,000	1,000	1,000	10,51	110,46	10,510	6,367	6,367	66,917	4,246	4,246	44,625
13	1,110	0,901	0,811	10,51	110,46	9,469	7,267	6,547	76,376	3,573	3,219	37,552
14	1,250	0,803	0,644	10,51	110,46	8,439	5,165	4,147	54,284	3,447	2,767	36,227
15	1,588	0,630	0,396	10,51	110,46	6,621	5,050	3,181	53,015	3,415	2,151	35,891
$\Sigma 15$		21,383	33,413	157,65	1656,90	225,000	128,278	95,713	1338,137	79,195	120,308	832,330

Tablica 5

Zestawienie parametrów opisowych do wyproszenia funkcji dla przekroju 12,5 m² oraz funkcji:

n	γ_1	$\frac{1}{\gamma_1}$	$\frac{1}{\gamma_1^2}$	γ_1^2	$\frac{\gamma_1^2}{\gamma_1}$	A_1	$\frac{A_1}{\gamma_1}$	$A_1 \cdot \gamma_1$	$A_{p1} \cdot \gamma_1$	$\frac{A_{p1}}{\gamma_1}$	$A_{p1} \cdot \gamma_1$
n	γ_1	$\frac{1}{\gamma_1}$	$\frac{1}{\gamma_1^2}$	γ_1^2	$\frac{\gamma_1^2}{\gamma_1}$	γ_1	$\frac{\gamma_1}{\gamma_1}$	$\gamma_1 \cdot \gamma_1$	$\gamma_1 \cdot \gamma_1$	$\frac{\gamma_1}{\gamma_1}$	$\gamma_1 \cdot \gamma_1$
1	0,333	3,009	9,054	156,25	37,625	14,563	43,820	182,037	9,725	29,262	181,562
2	0,585	1,712	2,930	156,25	21,400	14,350	24,560	179,375	7,750	13,268	96,875
3	0,592	1,691	2,859	156,25	21,137	9,942	16,811	124,275	5,000	8,453	62,500
4	0,596	1,677	2,812	156,25	20,962	11,440	16,184	143,000	0,037	11,001	87,962
5	0,600	1,661	2,778	156,25	20,837	10,668	17,783	133,350	5,575	9,293	69,687
6	0,621	1,613	2,601	156,25	20,162	8,724	14,071	109,050	5,825	9,395	72,812
7	0,712	1,407	1,979	156,25	17,507	7,096	11,109	90,700	3,962	5,574	49,325
8	0,736	1,358	1,844	156,25	16,975	8,720	11,041	109,000	4,125	5,601	64,062
9	0,808	1,237	1,530	156,25	15,462	7,790	9,636	97,375	8,837	4,746	47,962
10	0,810	1,234	1,521	156,25	15,425	8,021	9,897	100,262	4,037	4,981	50,462
11	0,840	1,191	1,410	156,25	10,807	12,690	15,113	150,625	5,962	7,100	74,325
12	1,000	1,000	1,000	156,25	12,500	6,440	6,440	80,600	3,850	3,850	46,125
13	1,010	0,982	0,904	156,25	12,400	6,310	6,259	78,875	3,950	2,926	36,875
14	1,015	0,986	0,972	156,25	12,325	6,673	6,673	83,412	3,207	3,240	41,087
15	1,090	0,918	0,842	156,25	11,412	4,815	4,420	60,107	2,950	2,708	36,075
16	1,123	0,909	0,790	156,25	11,112	6,232	5,556	78,150	2,875	2,555	35,937
17	1,140	0,877	0,769	156,25	10,962	6,754	5,923	84,425	4,225	3,705	52,812
18	1,250	0,645	0,416	156,25	8,068	5,289	5,411	66,112	2,762	1,781	34,525
19	1,280	0,623	0,400	156,25	7,912	5,475	3,465	68,437	3,675	2,326	40,937
20	1,160	0,463	0,214	156,25	5,787	5,372	2,407	67,150	2,625	1,215	32,812
Σ_{20}		25,199	37,713	3125,00	314,988	160,192	238,382	2102,397	92,030	132,782	1165,919

Zestawienie parametrów opisowych
do wyprowadzenia funkcji dla przekroju 13,39 oraz funkcji:

n	P_1	$\frac{1}{P_1}$	$\frac{1}{P_1^2}$	F_1	F_1^2	$\frac{F_1}{P_1}$	A_1	$\frac{A_1}{P_1}$	$A_1 \cdot P_1$	A_{pi}	$\frac{A_{pi}}{P_1}$	$A_{pi} \cdot F_1$
n	X_1	$\frac{1}{X_1}$	$\frac{1}{X_1^2}$	Z_1	Z_1^2	$\frac{Z_1}{X_1}$	Y_1	$\frac{Y_1}{X_1}$	$Y - Z_1$	Y_{pi}	$\frac{Y_{pi}}{X_1}$	$Y_{pi} \cdot Z_1$
1	0,405	2,472	6,110	13,39	179,292	33,100	12,792	31,621	171,284	6,427	15,667	86,057
2	0,566	1,767	6,122	13,39	179,292	23,660	12,604	22,271	168,767	6,494	11,474	86,954
3	0,583	1,716	2,344	13,39	179,292	22,977	10,081	18,549	134,984	5,222	8,960	69,922
4	0,625	1,607	2,582	13,39	179,292	21,517	9,738	15,648	130,391	5,101	8,197	68,302
5	0,686	1,458	2,125	13,39	179,292	19,522	10,127	14,765	135,600	5,744	8,474	76,912
6	0,703	1,423	2,024	13,39	179,292	19,053	10,730	15,268	143,674	6,534	9,297	87,490
7	0,769	1,303	1,697	13,39	179,292	17,447	8,340	10,867	111,672	4,057	5,286	54,323
8	0,770	1,300	1,690	13,39	179,292	17,407	9,281	12,065	124,272	5,637	7,328	75,479
9	0,811	1,233	1,520	13,39	179,292	16,509	8,525	10,511	114,149	5,181	6,388	69,373
10	0,834	1,196	1,430	13,39	179,292	16,014	9,113	10,899	122,023	5,382	6,436	72,064
11	0,977	1,023	1,046	13,39	179,292	13,697	5,060	6,180	80,902	3,802	3,889	50,908
12	1,063	0,942	0,887	13,39	179,292	12,613	6,273	5,909	83,995	3,936	3,707	52,703
13	1,715	0,572	0,327	13,39	179,292	7,659	4,795	2,742	64,205	3,213	1,837	43,022
14	2,000	0,500	0,250	13,39	179,292	6,695	6,121	3,060	81,960	3,186	1,593	42,660
$\Sigma 14$		18,512	27,754	187,46	2510,088	247,870	124,560	180,355	1667,878	69,916	98,653	936,169

Tablica 7

Zestawienie parametrów opisowych do wyprowadzenia funkcji dla przekroju 14,99 m² oraz funkcji:

n	P_1	$\frac{1}{P_1}$	$\frac{1}{P_1^2}$	F_1	F_1^2	$\frac{F_1}{P_1}$	A_1	$\frac{A_1}{P_1}$	$A_1 \cdot P_1$	A_{p1}	$\frac{A_{p1}}{P_1}$	$A_{p1} \cdot P_1$
n	X_1	$\frac{1}{X_1}$	$\frac{1}{X_1^2}$	Z_1	Z_1^2	$\frac{Z_1}{X_1}$	Y_1	$\frac{Y_1}{X_1}$	$Y_1 \cdot Z_1$	Y_{p1}	$\frac{Y_{p1}}{X_1}$	$Y_{p1} \cdot Z_1$
1	0,344	2,906	8,444	14,99	224,70	43,560	18,212	52,924	272,997	10,627	30,882	159,298
2	0,414	2,409	5,803	14,99	224,70	36,110	15,449	37,337	232,330	9,413	22,675	141,100
3	0,444	2,252	5,071	14,99	224,70	33,757	15,919	35,849	238,625	8,994	20,254	134,760
4	0,498	2,008	4,032	14,99	224,70	30,099	30,011	26,126	195,034	7,674	15,409	115,033
5	0,517	1,934	3,740	14,99	224,70	28,990	14,795	28,613	221,777	8,874	17,162	133,021
6	0,550	1,818	3,305	14,99	224,70	27,251	12,756	23,190	191,212	6,985	10,240	104,705
7	0,624	1,602	4,334	14,99	224,70	24,013	12,096	19,377	181,319	7,015	10,087	105,154
8	0,685	1,438	2,067	14,99	224,70	21,555	10,522	15,130	157,724	7,015	10,087	105,154
9	0,700	1,428	2,030	14,99	224,70	21,405	10,657	15,218	159,748	6,475	9,246	97,060
10	0,708	1,412	1,993	14,99	224,70	21,165	9,818	13,863	147,171	5,966	8,423	89,430
11	0,722	1,385	1,918	14,99	224,70	20,961	9,413	13,037	141,100	5,474	7,577	81,410
12	0,728	1,355	1,836	14,99	224,70	20,961	10,717	14,521	160,647	5,036	6,823	75,489
13	0,749	1,335	1,782	14,99	224,70	20,011	9,398	12,546	140,876	6,265	8,363	93,912
14	0,775	1,290	1,664	14,99	224,70	19,337	9,038	11,659	135,479	5,936	7,657	88,980
15	0,782	1,278	1,633	14,99	224,70	19,157	8,604	10,995	128,973	5,776	7,375	86,507
16	0,790	1,265	1,600	14,99	224,70	18,962	8,994	11,377	134,820	5,996	7,584	89,880
17	0,809	1,236	1,527	14,99	224,70	18,527	8,349	10,319	125,151	4,317	5,335	74,711
18	0,814	1,228	1,507	14,99	224,70	18,407	9,808	12,093	147,621	5,591	6,865	83,809
19	0,839	1,191	1,418	14,99	224,70	17,853	8,139	9,693	122,003	5,351	6,373	80,211
20	0,880	1,336	1,290	14,99	224,70	17,028	9,578	10,880	143,574	4,377	4,972	65,611
21	0,897	1,114	1,240	14,99	224,70	16,698	8,094	9,016	121,329	5,411	6,027	81,110
22	0,907	1,102	1,214	14,99	224,70	16,518	9,293	10,240	139,302	5,242	4,674	63,587
23	0,952	1,050	1,102	14,99	224,70	15,739	8,169	9,577	122,453	4,631	4,862	69,418
24	0,953	1,049	1,100	14,99	224,70	15,724	7,989	8,380	119,755	4,032	4,229	60,439
25	1,000	1,000	1,000	14,99	224,70	14,990	7,524	7,524	112,784	4,691	4,691	70,318
26	1,013	0,987	0,974	14,99	224,70	14,795	7,495	7,397	112,350	4,961	4,896	74,365
27	1,025	0,975	0,950	14,99	224,70	14,615	7,450	7,263	111,675	5,186	5,056	77,738
28	1,110	0,900	0,810	14,99	224,70	13,491	7,494	6,745	112,350	4,841	4,356	72,566
29	1,130	0,884	0,781	14,99	224,70	13,251	7,674	6,783	115,033	4,302	3,802	64,480
30	1,145	0,873	0,762	14,99	224,70	13,086	7,090	6,189	97,773	4,526	3,951	67,844
31	1,200	0,833	0,693	14,99	224,70	12,486	7,420	6,180	32,638	3,537	2,946	53,019
32	1,240	0,800	0,640	14,99	224,70	11,992	6,100	4,880	73,151	3,357	2,685	50,321
33	1,310	0,763	0,582	14,99	224,70	11,437	6,745	5,146	77,138	3,957	3,019	59,315
34	1,325	0,754	0,568	14,99	224,70	11,302	6,475	4,882	73,181	3,807	2,870	57,066
35	1,788	0,559	0,312	14,99	224,70	8,379	5,561	3,108	48,588	3,402	1,901	50,955
36	2,000	0,500	0,250	14,99	224,70	7,495	5,606	2,803	42,016	3,462	1,731	51,895
37	2,220	0,454	0,206	14,99	224,70	6,805	4,616	2,095	31,404	2,803	1,272	42,016
$\Sigma 37$		46,503	70,178	554,063	8313,90	697,059	146,159	491,55	4974,095	205,661	291,503	3082,450

Zestawienie parametrów opisowych,
do wyprowadzenia funkcji dla przekroju 20,86 m² oraz funkcji:

n	P_i	$\frac{1}{P_i}$	$\frac{1}{P_i^2}$	F_i	F_i^2	$\frac{F_i}{P_i}$	A_i	$\frac{A_i}{P_i}$	$A_i \cdot P_i$	A_{pi}	$\frac{A_{pi}}{P_i}$	$A_{pi} \cdot P_i$
n	X_i	$\frac{1}{X_i}$	$\frac{1}{X_i^2}$	Z_i	Z_i^2	$\frac{Z_i}{X_i}$	Y_i	$\frac{Y_i}{X_i}$	$Y_i \cdot Z_i$	Y_{pi}	$\frac{Y_{pi}}{X_i}$	$Y_{pi} \cdot Z_i$
1	0,447	2,237	5,004	20,86	435,14	46,663	21,235	47,502	442,962	10,075	23,077	210,164
2	0,467	2,144	4,596	20,86	435,14	44,723	18,169	38,954	379,005	8,907	19,096	185,800
3	0,472	2,118	4,485	20,86	435,14	44,181	19,712	41,747	411,192	8,490	17,981	177,101
4	0,482	2,074	4,301	20,86	435,14	43,263	18,106	37,551	377,691	10,847	22,496	226,268
5	0,520	1,923	3,697	20,86	435,14	40,113	17,626	33,894	367,678	8,010	15,403	167,088
6	0,528	1,893	3,583	20,86	435,14	39,487	15,227	28,824	317,635	10,075	19,071	210,164
7	0,543	1,843	3,396	20,86	435,14	38,444	14,810	27,294	308,936	9,094	16,760	189,700
8	0,585	1,709	2,920	20,86	435,14	35,649	15,040	25,703	313,734	9,470	16,184	197,544
9	0,597	1,675	2,805	20,86	435,14	34,340	13,141	22,011	274,121	7,718	12,929	160,997
10	0,617	1,620	2,624	20,86	435,14	33,793	15,728	25,479	328,086	9,795	15,543	200,151
11	0,623	1,605	2,576	20,86	435,14	33,480	13,204	21,192	275,435	7,363	11,817	154,592
12	0,627	1,594	2,540	20,86	435,14	33,250	14,435	23,009	301,114	8,218	13,099	171,421
13	0,662	1,502	2,256	20,86	435,14	31,331	14,226	21,367	296,754	8,719	13,095	181,878
14	0,667	1,499	2,247	20,86	435,14	31,269	14,602	21,888	304,597	7,259	10,881	151,422
15	0,680	1,470	2,160	20,86	435,14	30,664	14,268	20,973	297,630	7,175	10,547	149,670
16	0,688	1,435	2,111	20,86	435,14	30,309	13,934	20,264	280,663	8,427	12,244	175,778
17	0,703	1,422	2,022	20,86	435,14	29,662	13,871	19,724	289,349	6,737	9,580	140,533
18	0,705	1,418	2,100	20,86	435,14	29,579	11,952	16,947	249,318	6,976	9,891	145,519
19	0,714	1,400	1,960	20,86	435,14	29,204	11,473	16,062	239,326	7,050	9,870	147,063
20	0,721	1,386	1,920	20,86	435,14	28,911	13,079	18,127	272,827	8,093	11,216	168,819
21	0,740	1,351	1,825	20,86	435,14	28,181	10,430	14,090	217,569	7,008	9,467	146,186
22	0,767	1,303	1,697	20,86	435,14	27,180	12,286	16,008	256,285	7,530	9,011	157,075
23	0,767	1,303	1,697	20,86	435,14	27,180	11,619	15,139	242,372	7,134	9,295	148,815
24	0,836	1,195	1,430	20,86	435,14	24,948	12,224	14,643	259,409	6,111	7,308	127,475
25	0,838	1,193	1,423	20,86	435,14	24,885	10,263	12,243	214,081	6,737	8,037	140,533
26	0,856	1,168	1,364	20,86	435,14	24,364	12,140	13,179	253,240	6,893	8,039	143,579
27	0,896	1,116	1,245	20,86	435,14	23,279	9,991	11,149	208,412	6,091	6,797	127,058
28	0,905	1,104	1,218	20,86	435,14	23,029	11,097	12,251	231,483	5,653	6,240	119,221
29	0,930	1,075	1,155	20,86	435,14	22,424	10,179	10,942	212,333	5,340	5,740	111,392
30	0,945	1,058	1,119	20,86	435,14	22,069	9,886	10,438	205,804	5,319	5,627	110,954
31	0,960	1,041	1,083	20,86	435,14	21,715	13,308	12,858	277,604	6,883	7,165	143,579
32	0,968	1,033	1,067	20,86	435,14	21,548	10,221	10,558	213,210	5,611	5,797	117,045
33	0,993	1,007	1,014	20,86	435,14	21,006	12,057	12,141	251,509	5,965	6,006	124,429
34	1,000	1,007	1,014	20,86	435,14	20,860	10,283	10,283	214,503	5,048	5,048	105,301
35	1,010	0,990	0,980	20,86	435,14	20,651	9,470	9,375	195,562	4,693	4,566	96,246
36	1,039	0,962	0,925	20,86	435,14	20,069	9,136	8,708	183,317	6,028	5,788	125,744
37	1,044	0,959	0,919	20,86	435,14	20,004	8,444	8,001	166,900	5,465	5,240	113,999
38	1,060	0,943	0,888	20,86	435,14	19,670	8,969	8,457	176,413	5,464	5,153	113,999
39	1,065	0,938	0,879	20,86	435,14	19,566	8,072	7,571	160,017	5,319	4,989	110,954
40	1,090	0,917	0,840	20,86	435,14	19,128	8,594	7,880	164,376	5,235	4,800	109,202
41	1,142	0,875	0,765	20,86	435,14	18,252	11,097	9,709	202,529	6,028	5,274	125,744
42	1,170	0,854	0,729	20,86	435,14	18,814	7,483	6,697	139,689	5,215	4,453	108,784
43	1,231	0,812	0,657	20,86	435,14	16,938	9,533	7,740	161,456	4,964	4,030	103,549
44	1,258	0,794	0,630	20,86	435,14	16,562	9,011	7,154	149,232	5,507	4,372	114,876
45	1,271	0,786	0,617	20,86	435,14	16,335	9,032	7,099	148,085	5,527	4,344	115,293
46	1,275	0,784	0,614	20,86	435,14	16,345	8,552	6,783	141,493	5,381	4,213	112,247
47	1,418	0,705	0,477	20,86	435,14	14,701	7,363	5,190	108,263	4,589	3,235	95,726
48	1,481	0,679	0,455	20,86	435,14	14,080	7,801	5,265	109,827	4,756	3,210	99,210
49	1,749	0,571	0,326	20,86	435,14	11,911	8,406	5,370	112,018	4,943	2,822	103,110
50	2,460	0,406	0,164	20,86	435,14	8,469	6,383	2,591	54,043	3,441	1,397	71,799
$\Sigma 50$		62,902	88,436	710,52	35691,48	342,154	597,423	820,074	11955,101	338,157	459,057	7053,470

4. Określenie zależności funkcyjnej między pracochłonnością a postępowaniem oraz pracochłonnością a przekrojem

Zestawienie parametrów opisowych dla wyprowadzenia funkcji dla przekroju $10,51 \text{ m}^2$: $12,5 \text{ m}^2$: $13,39 \text{ m}^2$: $13,99 \text{ m}^2$: $20,86 \text{ m}^2$: przedstawiają tablice: 4, 5, 6, 7 i 8.

Analizując dane statystyczne zawarte w tablicach 4, 5, 6, 7 i 8 stwierdzono już poprzednio, że wraz ze wzrostem postępów wyrobisk korytarzowych maleje pracochłonność ich drążenia oraz że ze wzrostem przekrojów rośnie pracochłonność ich wykonywania na 1 mb. Następnym problemem, który należy rozwiązać to określenie charakteru tego związku. Analiza zostanie przeprowadzona przy założeniu, że badana populacja jest populacją dwuwymiarową.

Jako cechę zależną przyjęto pracochłonność zaś jako cechy niezależne postęp i przekrój wyrobisk.

Najpopularniejszą metodą określenia funkcji badanych cech jest metoda najmniejszych kwadratów

$$\delta_{\min} = \sum [Y_1 - g(x_1)]^2$$

x - zmienna

$g(x)$ - funkcja opisująca tę zmienną.

Zamiast badać wszystkie możliwe funkcje można ograniczyć się do pewnej klasy funkcji i stosując zasadę najmniejszych kwadratów znaleźć jedną taką, która daje najlepszą ocenę zmiennej.

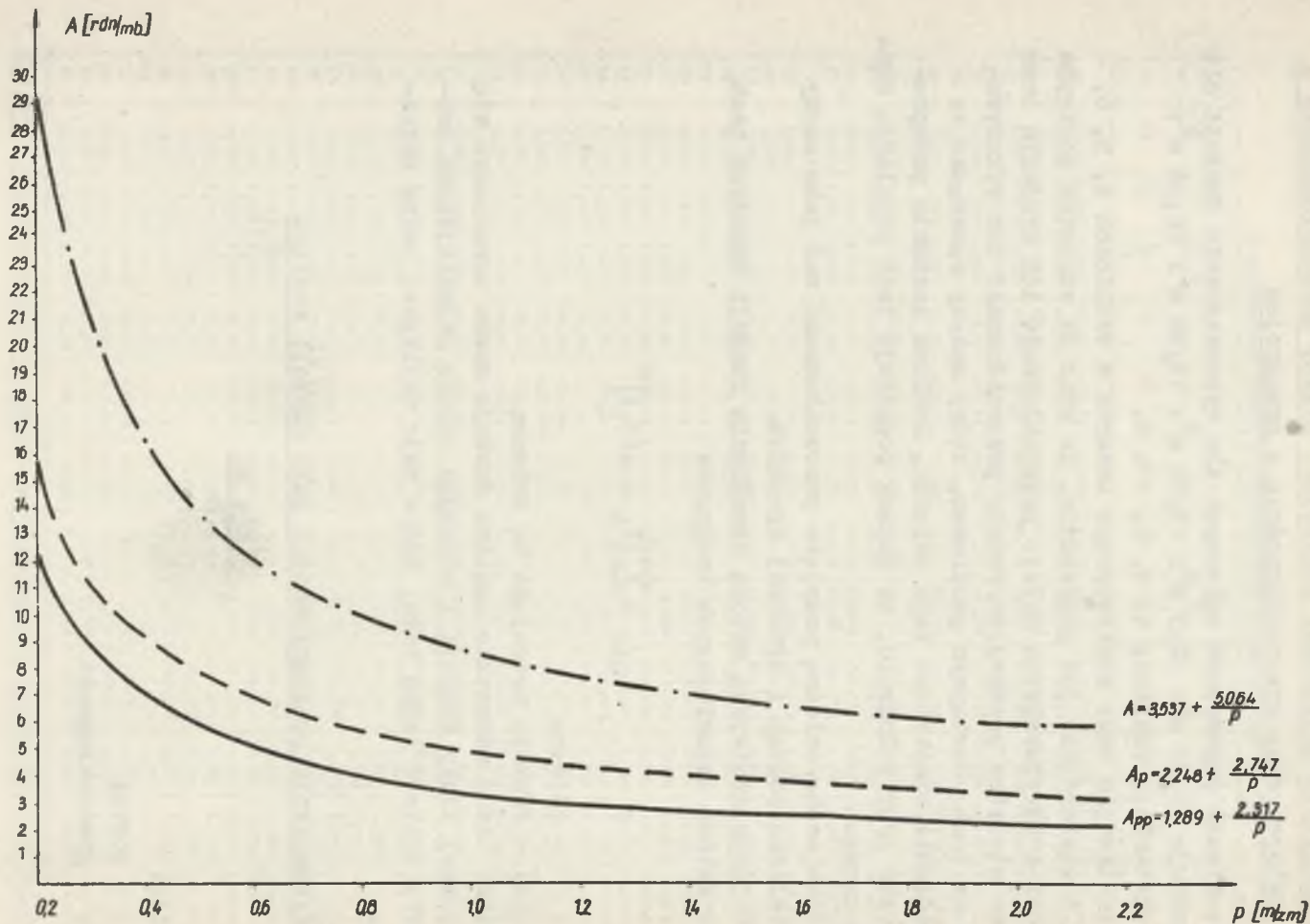
5. Wyznaczenie pracochłonności jako funkcji postępu

$$y = \frac{a + bx}{x}$$

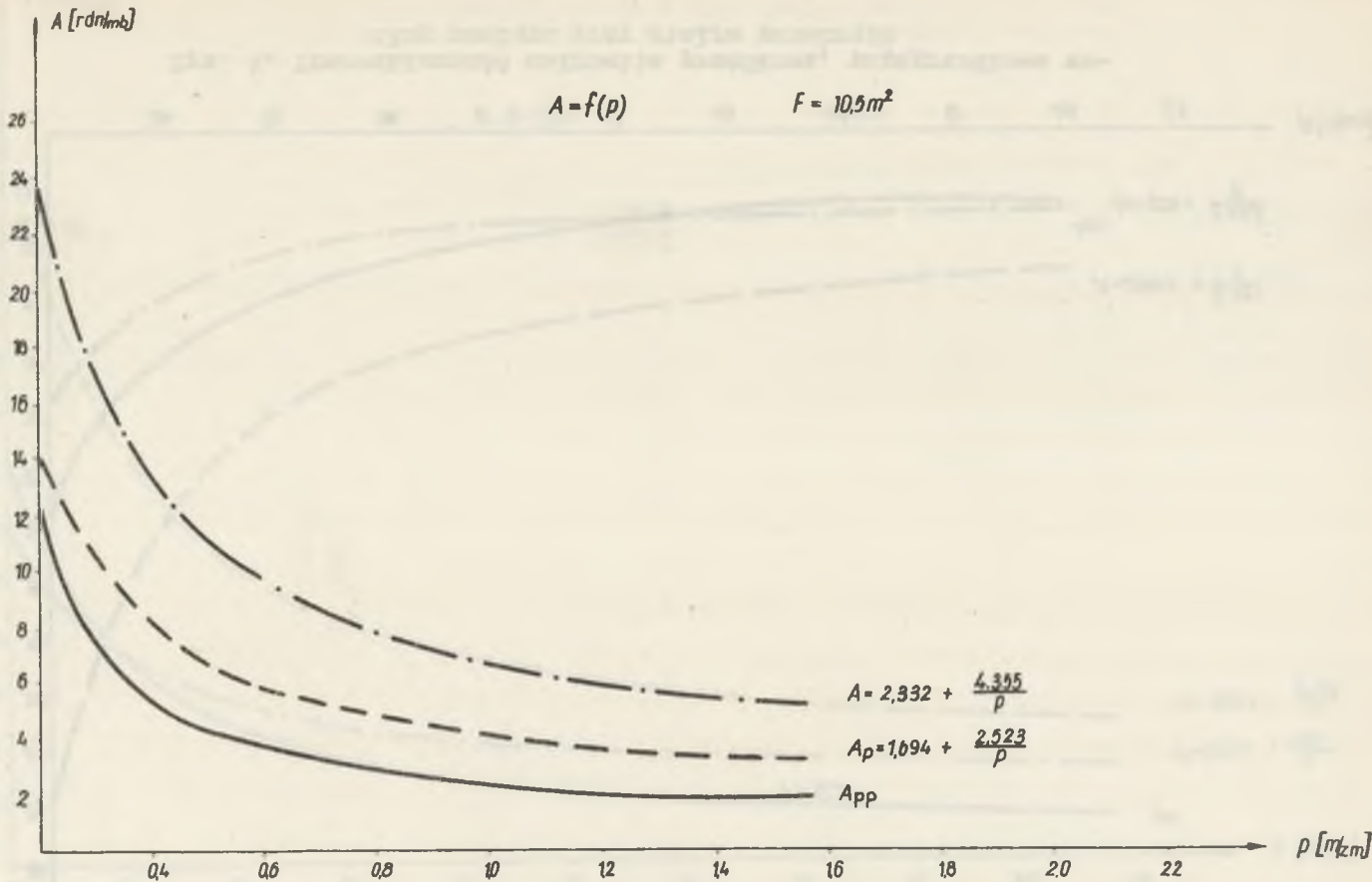
gdzie:

x - postęp

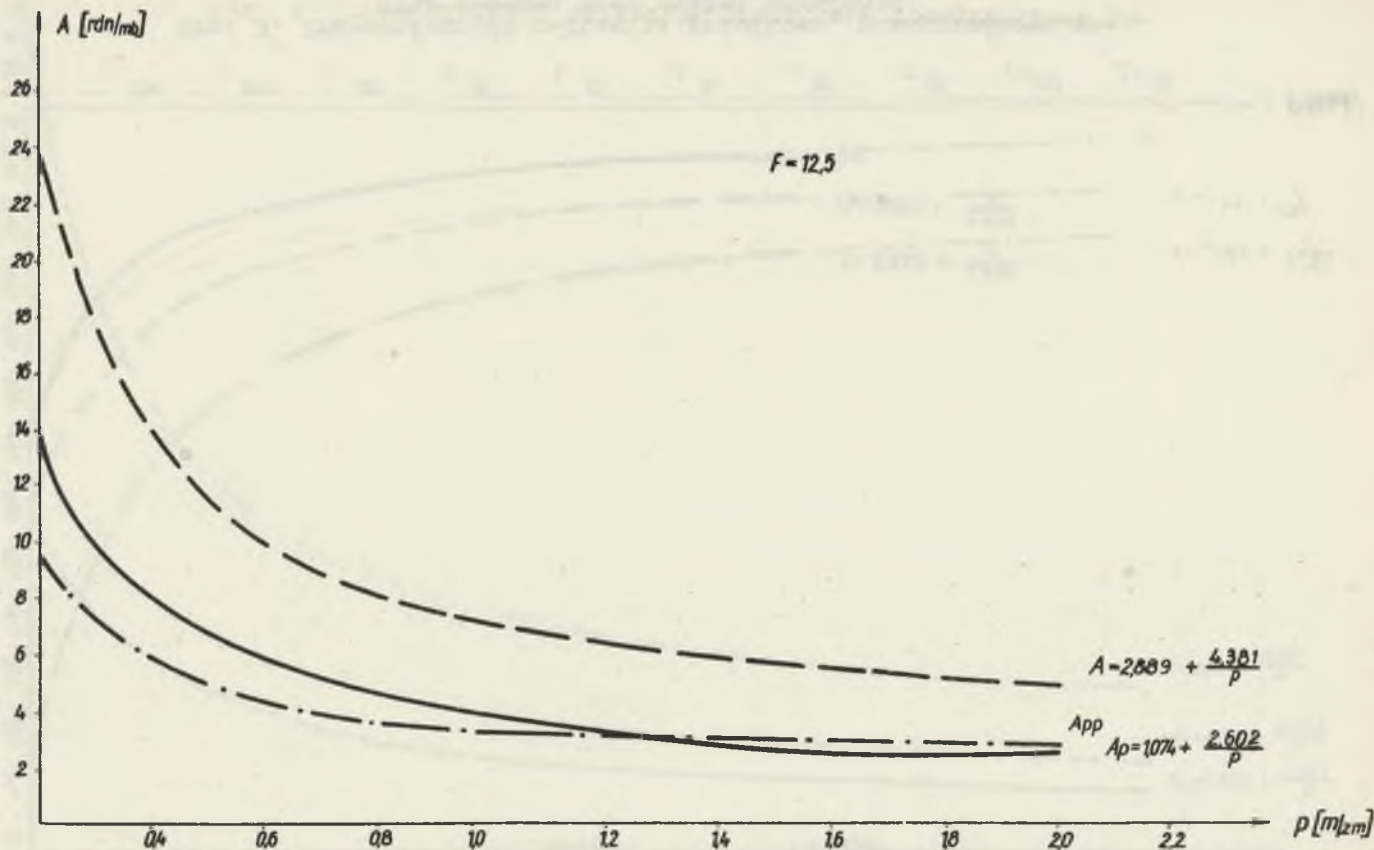
y - pracochłonność



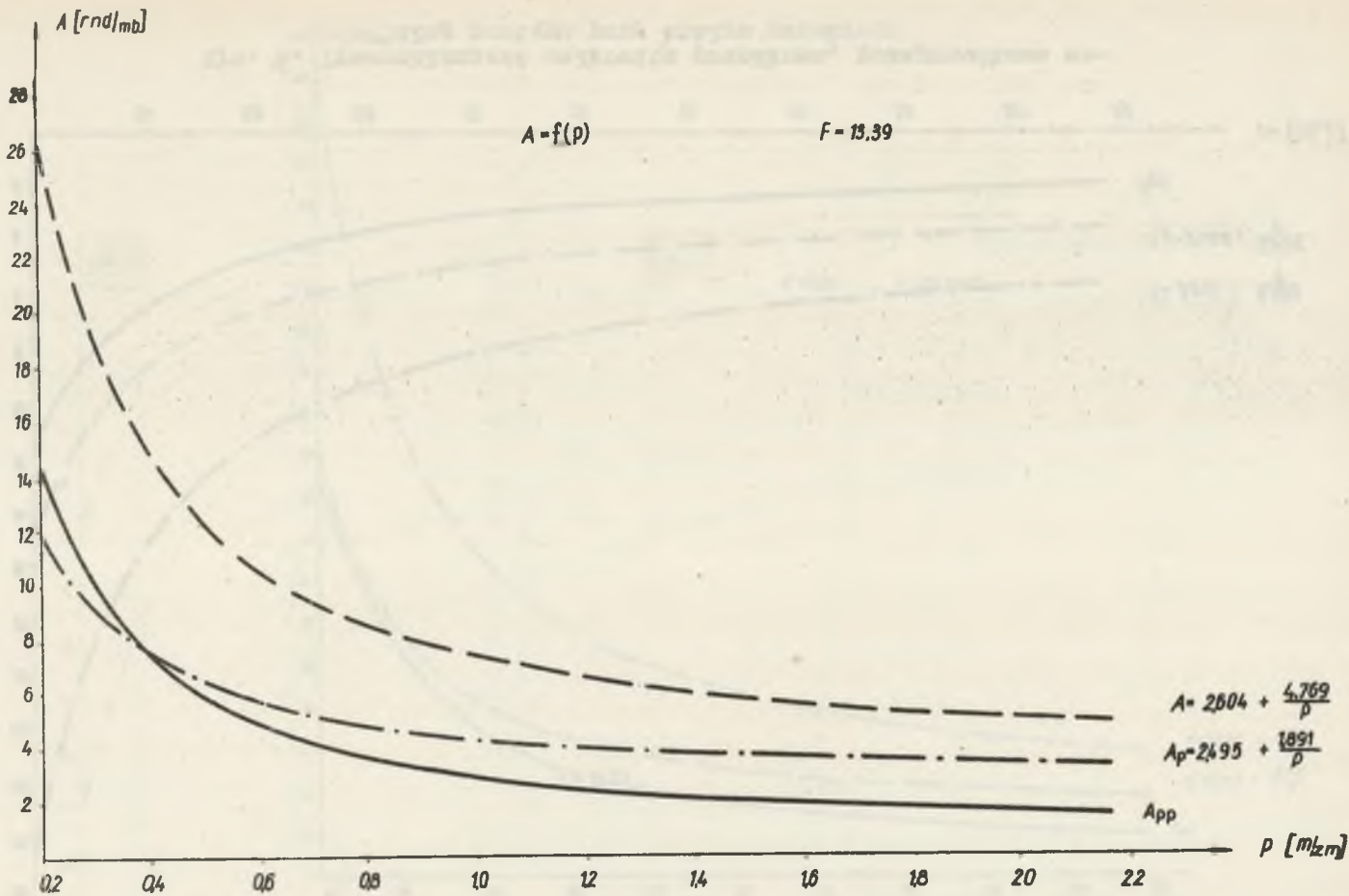
Rys. 2. Pracochność całkowita, przodkowa, pozaprzodkowa według postępu



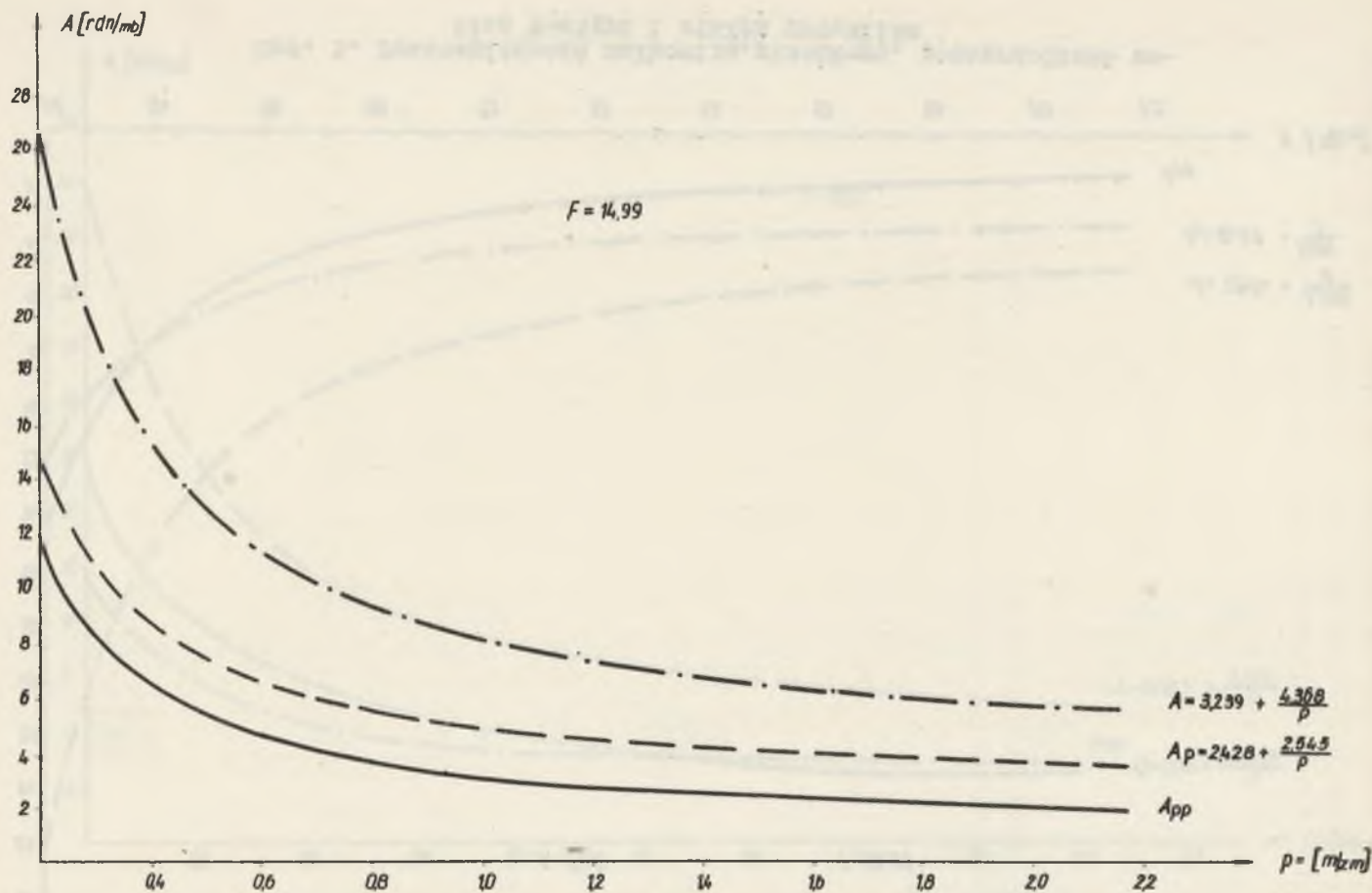
Rys. 3. Pracochłonność całkowita przodkowa, pozaprzodkowa według postępu przy stałym przekroju



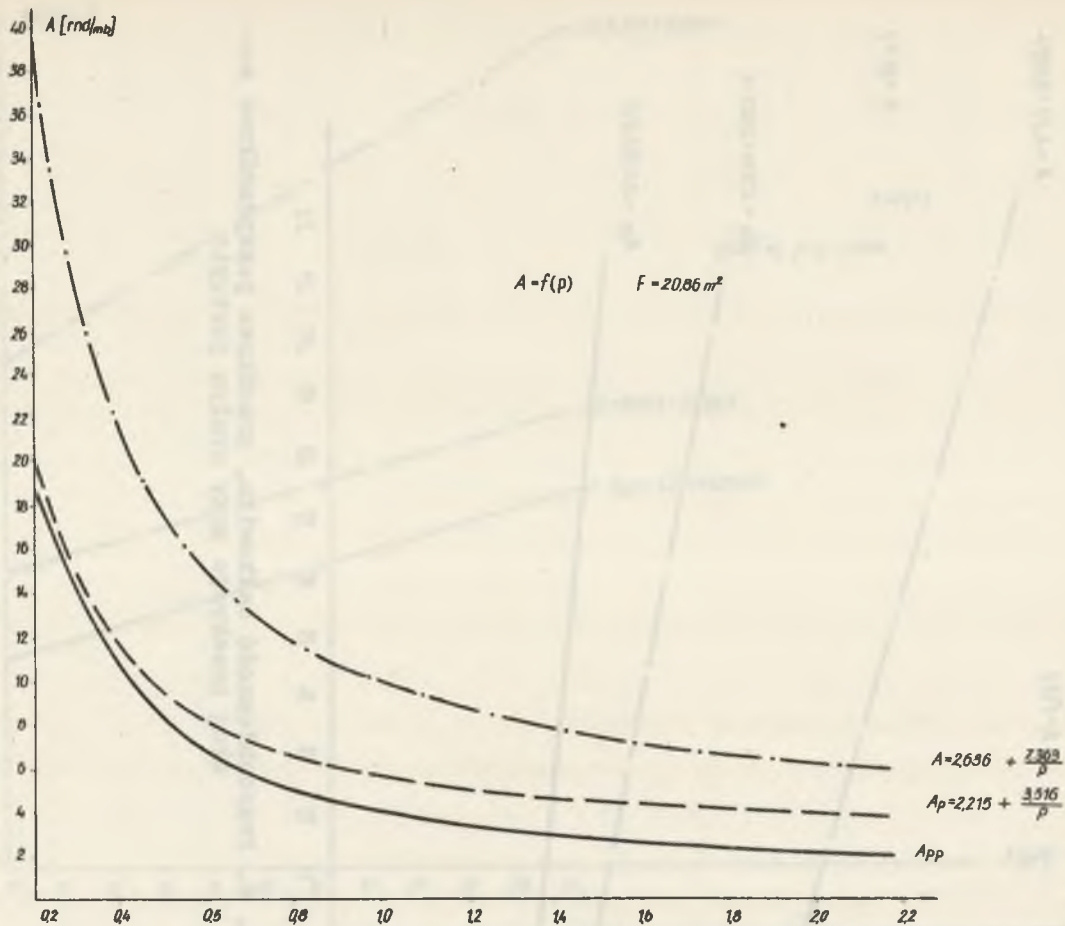
Rys. 4. Prękochność całkowita przodkowa, pozaprzodkowa według postępu przy stałym przekroju



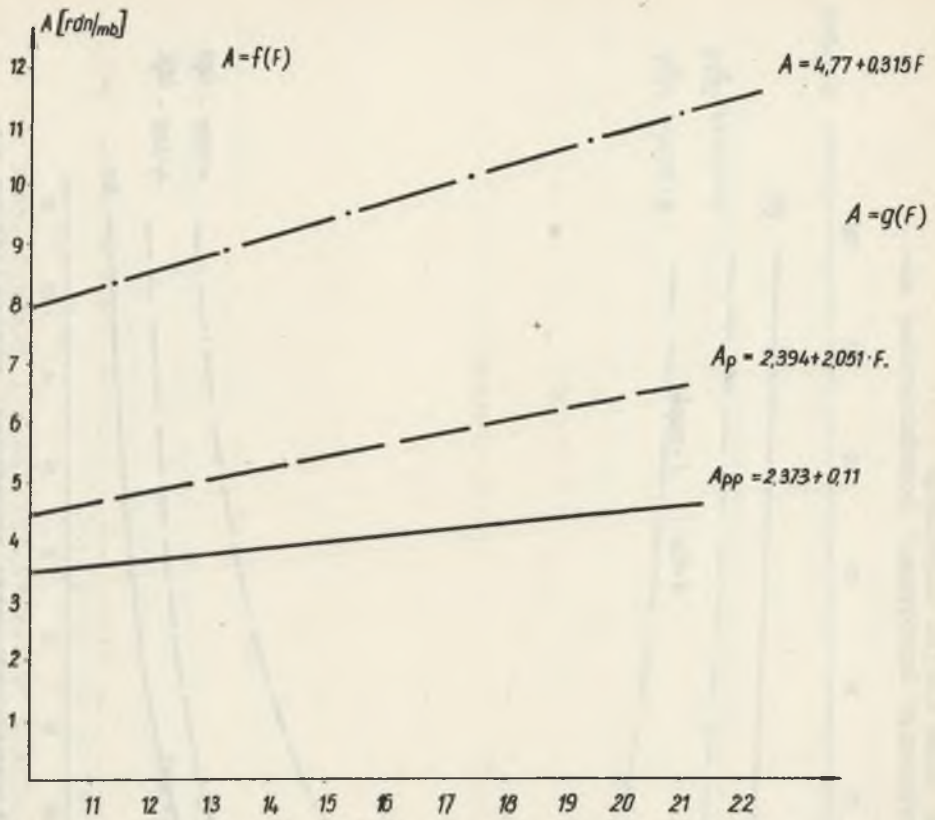
Rys. 5. Pracochłonność całkowita, przodkowa, pozaprzodkowa według postępu i stałym przodkiem



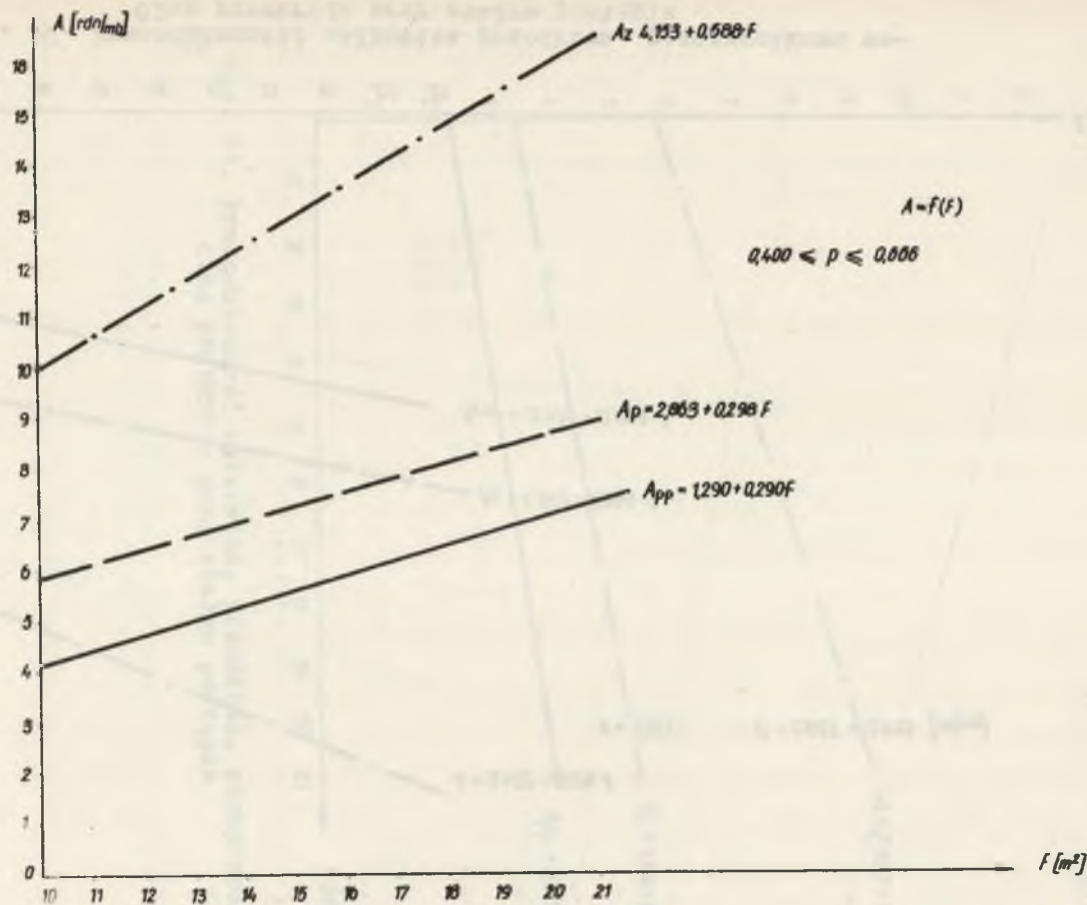
Rys. 6. Pręcochłonność całkowita przodkowa, pozaprzodkowa według postępu przy stałym przekroju



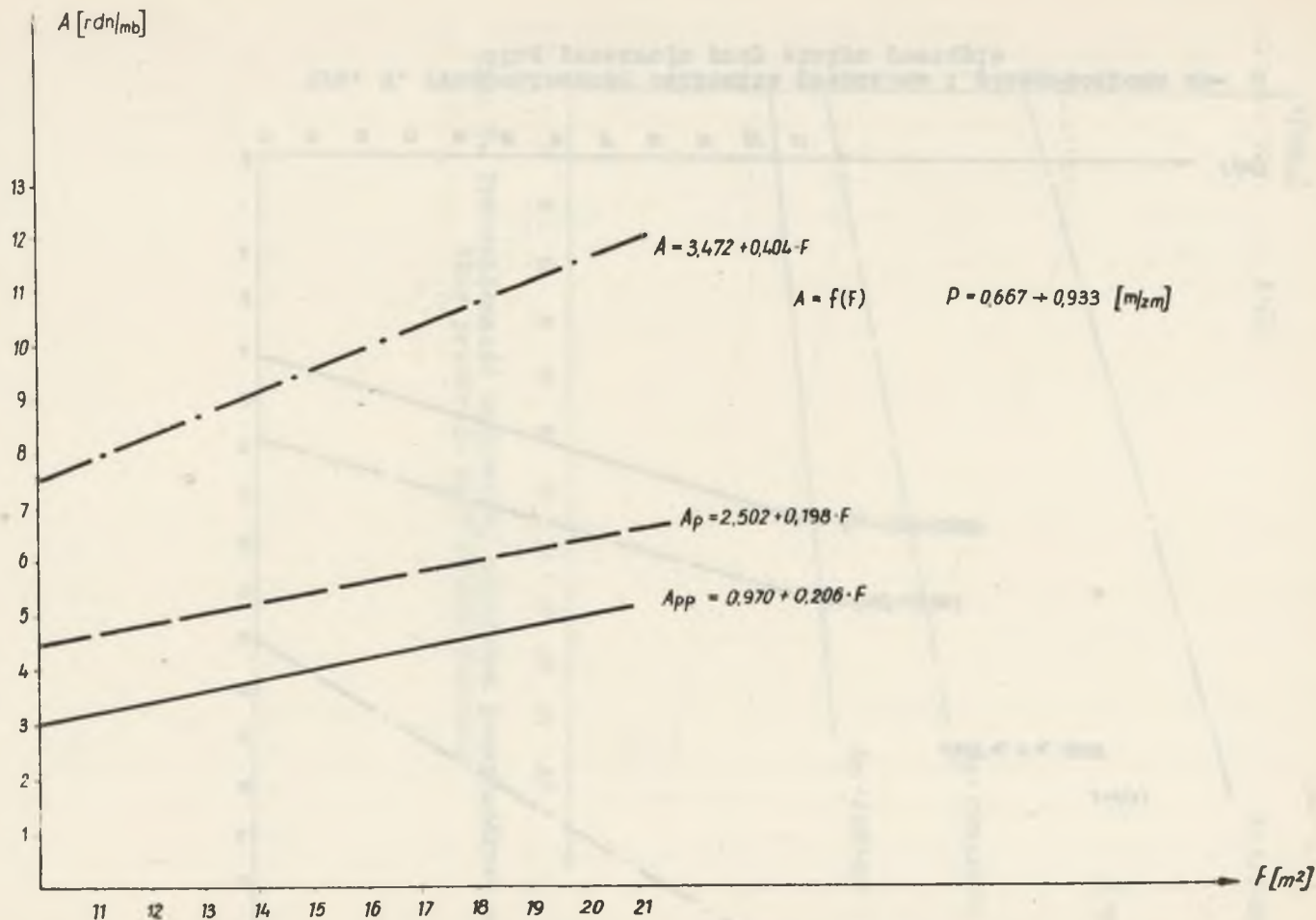
Rys. 7. Pracochołność oalkowita przodkowa, pozaprzodkowa według postępu przy stałym przekroju



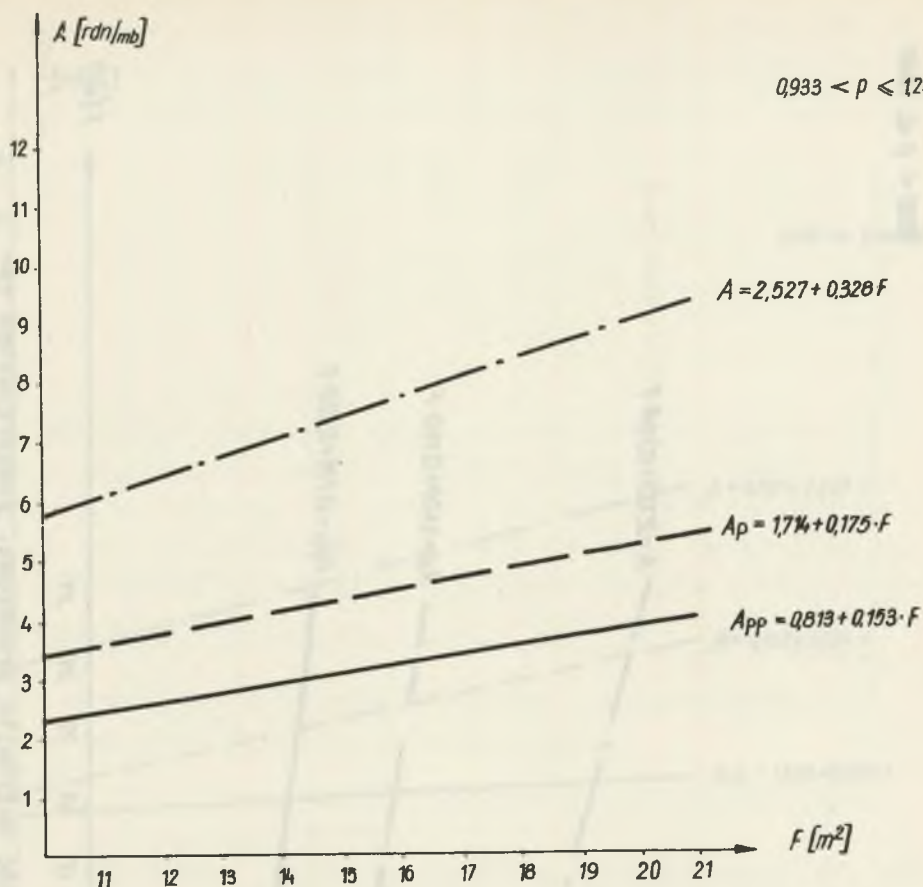
Rys. 8. Pręcochłonność całkowita, przedkowa pozapredkowa według przekroju przy stałym postępie



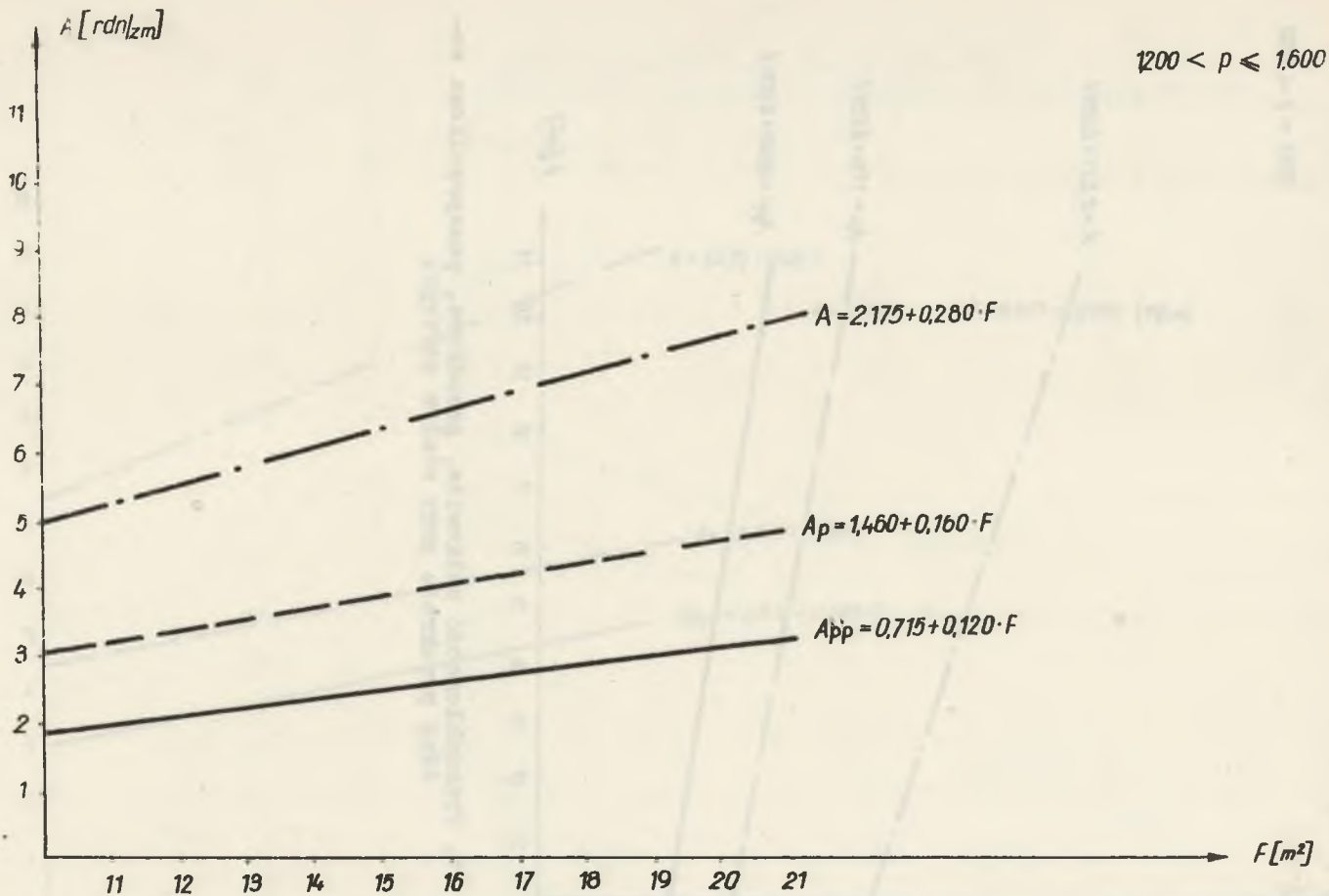
Rys. 9. Prędkość całkowita przedkowa i pozapredkowa według przekroju przy stałym postępie



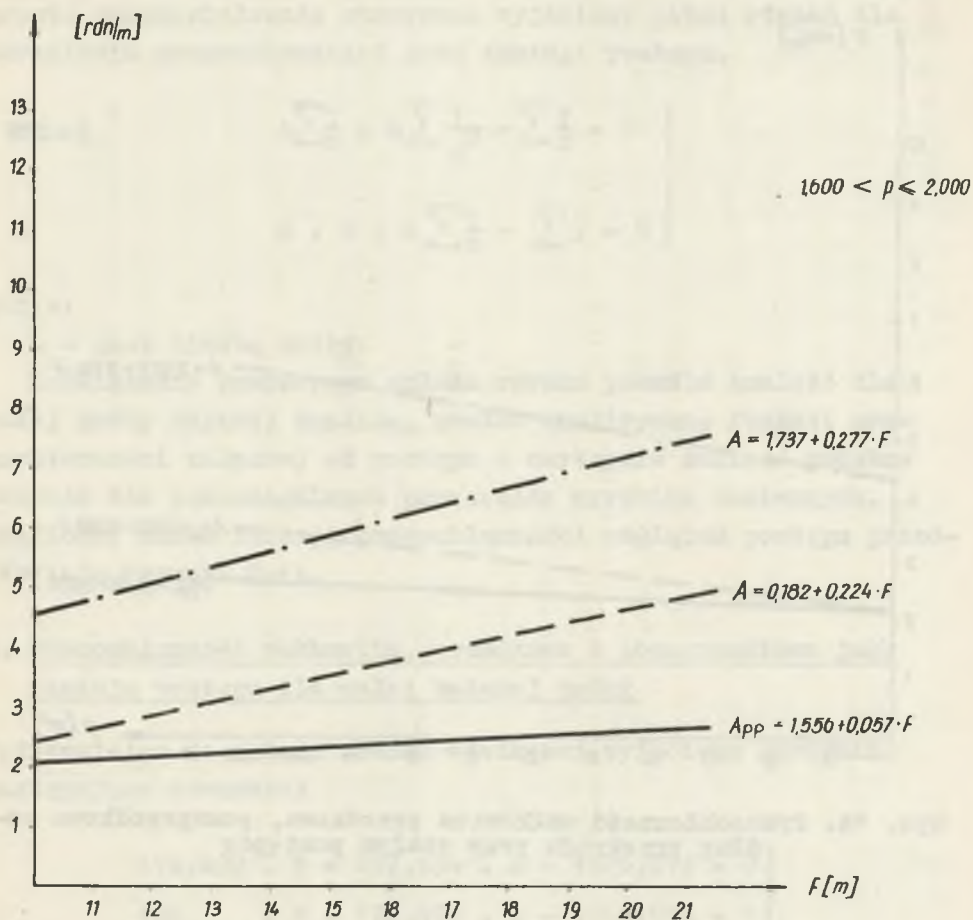
Rys. 10. PracochnoŃnoŃ całkowita przodkowa, pozaprzodkowa według przekroju przy stałym postępie



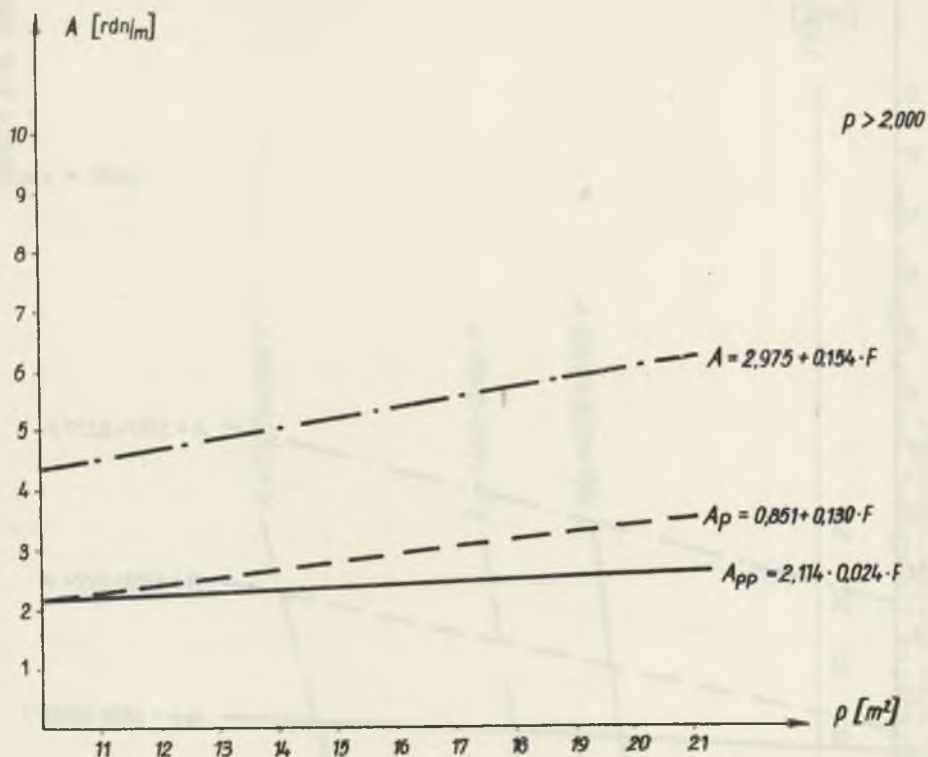
Rys. 11. Pracochłonność całkowita, przedkowa, pozapredkowa według przekroju przy stałym postępie



Rys. 12. Pręcochłonność całkowita przedkowa, pozapredkowa według przekroju przy stałym postępie



Rys. 13. Pracochłonność oalkowita przedkowa, pozapredkowa według przekroju przy stałym postępie



Rys. 14. Pracochność całkowita przedkowa, pozapredkowa według przekroju przy stałym postępie

Obliczając pochodne cząstkowe względem a i b oraz stosując proste przekształcenia otrzymano wyjściowy układ równań dla określenia pracochłonności jako funkcji postępu.

$$\left. \begin{aligned} b \sum \frac{1}{x} + a \sum \frac{1}{x^2} - \sum \frac{y}{x} &= 0 \\ n \cdot b + a \sum \frac{1}{x} - \sum y &= 0 \end{aligned} \right\}$$

gdzie:

n - jest liczbą próby.

Rozwiązanie powyższego układu równań pozwala znaleźć dla całej próby objętej analizą, postać analityczną funkcji pracochłonności zależnej od postępu a następnie znaleźć podobne funkcje dla poszczególnych przekrojów wyrobisk kamiennych. Graficzny obraz funkcji pracochłonności względem postępu przedstawiają rysunki 2-14.

6. Pracochłonność oalkowita, przedkowa i pozaprzodkowa jako funkcja postępu dla całej badanej próby

Podstawiając do układu równań wielkości wyjściowe otrzymano następujące równania:

$$\left. \begin{aligned} 174,499 \cdot b + 257,494 \cdot a - 1926,074 &= 0 \\ 136 \cdot b + 174,499 \cdot a - 1364,619 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Z tych równań obliczamy a i b .

$$a = 5,064$$

$$b = 3,537$$

Szukane równanie hiperboli ma więc postać

$$y = \frac{5,064}{x} + 3,537$$

Powyższe równanie przedstawia pracochłonność całkowitą jako funkcję postępów. Wartości jakie przyjmuje pracochłonność całkowita dla niektórych postępów przedstawiają się następująco:

x	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2
y	28857	16197	11977	98,67	86,07	7757	7154	6705	6350	6069	5855

Następnie znaleziono równanie hiperboli, które wyraża zależność pracochłonności przodkowej od postępu.

$$\left. \begin{aligned} 174,499 \cdot b + 257,494 \cdot a - 1102,303 &= 0 \\ 136 \quad \cdot b + 174,499 \cdot a - 784,969 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Z równań tych obliczamy a i b.

$$a = 2,747$$

$$b = 2,248$$

Równanie hiperboli przyjmie postać

$$y_p = \frac{2,747}{x} + 2,248$$

natomiast wartości jakie przyjmuje pracochłonność przodkowa dla niektórych postępów są następujące:

x	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2
y _p	15983	9116	6826	5682	4995	4573	4210	3965	3774	3621	3493

Funkcje określające zależność pracochłonności względem postępu dla poszczególnych przekrojów przedstawiono w tablicy 13 a ich graficzny obraz można prześledzić na rysunkach 2-7.

7. Wyznaczenie pracochłonności jako funkcji przekroju

Analiza tablic 1 i 2 i rysunków 8-14 wykazała, że zależność pracochłonności względem przekrojów przy założeniu stałych postępów ma charakter w przybliżeniu prostoliniowy.

Niezupełnie prostoliniowy przebieg tych zależności wywołany jest zapewne zespołem przyczyn nietypowych dla całej zbiorowości. Przyczyny te należy traktować jako przypadkowe i niecharakterystyczne dla realizowanej zależności. W celu wyrównania nieregularnego przebiegu zależności pracochłonności od przekroju skorzystano z zasady najmniejszych kwadratów.

Funkcję liniową określającą zależność pracochłonności od przekroju można przedstawić wzorem:

$$y = c \cdot z + d$$

gdzie:

z - przekrój wyrobiska

Stosując zasadę najmniejszych kwadratów otrzymano

$$\delta = \sum [y_i - (c \cdot z_i + d)]^2$$

Obliczając pierwsze pochodne cząstkowe względem c i d i przyrównując je do zera oraz stosując kilka prostych przekształceń otrzymano wyjściowy układ równań pozwalający wyprowadzić równanie linii prostej najwierniej opisującej kształtowanie się pracochłonności względem przekroju.

$$\left. \begin{aligned} d \sum z_i + c \sum z_i^2 - \sum y_i \cdot z_i &= 0 \\ n \cdot d + c \sum z_i - \sum y_i &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Dla zapewnienia warunków stałego postępu cały objęty analizą przedział postępów podzielono na pięć podprzedziałów.

Pracochłonność w każdym z podprzedziałów jest średnią arytmetyczną pracochłonności należących do tego przedziału.

Dane wyjściowe dla obliczenia funkcji pracochłonności całkowitej względem przekroju dla podprzedziałów postępu 0,401-0,666 przedstawia tablica 14.

Tablica 14

Tabela danych wyjściowych
dla obliczenia funkcji pracochłonności całkowitej
względem przekroju dla podprzedziału postępu 0,401-0,666

n_i	Z_i	Z_i^2	Y_{pi}	$Y_{pi} \cdot Z_i$
1	10,51	110,46	10,458	109,70
2	12,5	156,20	11,025	137,80
3	13,39	179,30	11,800	157,90
4	14,99	224,70	13,606	204,10
5	20,86	435,14	16,358	340,80
$\Sigma 5$	72,25	1105,90	63,247	950,30

Podstawiając do układu równań wielkości wyjściowe z tablicy 14 otrzymano następujące równania:

$$\left. \begin{aligned} 72,25 \cdot d + 1105,90 \cdot c - 950,30 &= 0 \\ 5 \cdot d + 72,25 \cdot c - 63,247 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Z równań tych obliczamy c i d

$$c = 0,588$$

$$d = 4,153$$

Funkcję liniową określającą zależność pracochłonności od przekroju zarówno dla analizowanej próby jak również i dla całej populacji przedstawia wzór:

$$y = 0,588 \cdot z + 4,153$$

Wartości jakie przyjmuje y względem z przedstawiono poniżej:

z	10,0	20,0
y	10,03	15,91

Dane wyjściowe dla obliczenia funkcji pracochłonności przodkowej względem przekroju dla podprzedziału postępu 0,401-0,666 przedstawia tablica 15.

Tablica 15

Dane wyjściowe dla obliczenia funkcji pracochłonności przodkowej względem przekroju dla podprzedziału postępu 0,401-0,666

n_i	Z_i	Z_i^2	Y_i	$Y_i Z_i$
1	10,51	110,46	6,499	68,20
2	12,5	156,20	6,237	77,90
3	13,39	179,30	6,015	80,30
4	14,99	224,70	8,210	123,10
5	20,86	435,14	8,998	188,20
$\Sigma 5$	75,25	1105,90	35,959	537,70

Podstawiając do układu równań wielkości wyjściowe z tablicy 15 otrzymano następujące równania:

$$\left. \begin{aligned} 72,25 \cdot d + 1105,90 \cdot c - 537,7 &= 0 \\ 5 \cdot d + 72,25 \cdot c - 35,959 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Z równań tych obliczamy c i d

$$c = 0,298$$

$$d = 2,863$$

Równania określające zależność pracochłonności
względem przekroju dla badanych podprzedziałów postępów

Podprzedział postępu	Pracochłonność całkowita	Pracochłonność przodkowa	Pracochłonność pozaprzodkowa
0,400-0,656 (30-50 m/m-c)	$Y=0,588 \cdot Z+4,153$	$Y_p=0,298 \cdot Z+2,863$	$Y_{pp}=0,290 \cdot Z+1,290$
0,666-0,933 (50-70 m/m-c)	$Y=0,404 \cdot Z+3,472$	$Y_p=0,198 \cdot Z+2,502$	$Y_{pp}=0,196 \cdot Z+0,970$
0,933-1,200 (70-90 m/m-c)	$Y=0,328 \cdot Z+2,527$	$Y_p=1,75 \cdot Z+1,714$	$Y_{pp}=0,153 \cdot Z+0,813$
1,200-1,400 (90-120 m/m-c)	$Y=0,280 \cdot Z+2,175$	$Y_p=0,160 \cdot Z+1,460$	$Y_{pp}=0,120 \cdot Z+0,715$
1,600-2,000 (120-150 m/m-c)	$Y=0,277 \cdot Z+1,599$	$Y_p=0,224 \cdot Z+0,182$	$Y_{pp}=0,053 \cdot Z+1,417$
>150 m/m-c	$Y=0,154 \cdot Z+2,975$	$Y_p=0,130 \cdot Z+0,861$	$Y_{pp}=0,024 \cdot Z+2,114$

Funkcję liniową określającą zależność pracochłonności względem przekroju przedstawiają wzory:

$$y_p = 0,298 \cdot z + 2,863 \qquad y_{pp} = 0,290 \cdot z + 1,290$$

wartości jakie przyjmują y_p względem z oraz y_{pp} względem z są następujące:

z	10,0	20,0
y_p	5,84	8,82

z	10,0	20,0
y_{pp}	4,19	7,09

Równania określające zależność pracochłonności względem przekroju dla badanych podprzedziałów postępów przedstawia tablica 16.

8. Ocena wpływu postępu i przekroju na pracochłonność

Dotychczasowa analiza wykazała, że między badanymi zmiennymi kształtującymi pracochłonność istnieje związek przyczynowy, który możemy zbadać metodą korelacji.

Współczynniki korelacji obliczono jedynie dla niektórych przypadków, a to ze względu na dużą pracochłonność ich wyznaczenia.

9. Wyznaczenie korelacji między pracochłonnością całkowitą a postępem dla przekroju 10,51 m²

Dla obliczenia korelacji między wymienionymi cechami wykorzystano ogólny wzór:

$$\eta_y^2 = 1 - \frac{V(\varepsilon_y)}{V(y)}$$

$$V(\varepsilon_y) = \text{wariancja resztkowa, czyli } V(\varepsilon_y) = \frac{\sum (y_i - \frac{a+bx_i}{x_i})^2}{n}$$

$$V(y) = \text{wariancja, czyli } V(y) = \frac{\sum (y_i - \frac{\sum y_i}{n})^2}{n}$$

Dane wyjściowe do obliczenia współczynnika korelacji dla pracochłonności całkowitej i przekroju dla podprzedziału postępu 0,401-0,666m/zmianę przedstawia tablica 11.

Dane wyjściowe dla obliczenia współczynnika korelacji dla pracochłonności przodkowej i przekroju dla podprzedziału postępu 0,401-0,666m/zmianę przedstawia tablica 12.

Tablica 11

Dane wyjściowe do obliczenia współczynnika korelacji dla pracochłonności całkowitej i przekroju dla podprzedziału postępu 0,401-0,666 m/zmianę

n_i	Z_i	Z_i^2	Y_i	Y_i^2	$Y_i \cdot Z_i$
1	10,51	110,25	10,458	109,56	109,81
2	12,5	156,25	11,025	122,10	137,80
3	13,39	179,30	11,800	139,20	157,90
4	14,99	224,70	13,606	185,30	204,10
5	20,86	295,14	16,358	267,70	341,23
$\Sigma 5$	72,25	1105,64	63,247	823,86	950,84

Tablica 12

Dane wyjściowe dla obliczenia współczynnika korelacji dla pracochłonności przodkowej i przekroju dla podprzedziału postępu 0,401-0,666 m/zmianę

n_i	Z_i	Z_i^2	Y_{pi}	Y_{pi}^2	$Y_{pi} \cdot Z_i$
1	10,51	110,46	6,499	42,22	68,2
2	12,5	156,20	6,237	37,66	77,9
3	13,39	179,30	6,015	36,18	80,3
4	14,99	224,70	8,210	67,40	123,1
5	20,86	435,14	8,988	80,96	188,2
$\Sigma 5$	72,25	1105,90	35,959	264,48	537,7

Dane wyjściowe dla obliczenia współczynnika korelacji między pracochłonnością całkowitą a postępem dla przekroju 10,51 m²

n	X_1	Y_1	$\frac{a}{X_1} + b$	$Y_1 - (\frac{a}{X_1} + b)$	$[\frac{a}{X_1} + b]^2$	$Y_1 - E(Y)$	$[Y_1 - E(Y)]^2$
1	0,457	8,725	11,882	-3,157	9,967	+0,172	0,029
2	0,500	13,932	11,052	+2,880	8,294	+5,379	28,944
3	0,544	12,703	10,357	+3,346	5,504	+4,150	17,223
4	0,582	9,570	9,845	-0,275	0,075	+1,017	1,036
5	0,600	10,580	9,606	+0,975	0,948	+2,027	4,109
6	0,604	9,304	9,553	-0,249	0,062	+0,751	0,564
7	0,635	7,823	9,207	-1,384	1,915	-0,730	0,532
8	0,647	9,826	9,090	+0,736	0,542	+1,273	1,620
9	0,660	7,320	8,942	-1,622	2,631	-1,233	1,520
10	0,806	6,565	7,752	-1,187	1,408	-1,988	3,958
11	0,908	8,084	7,144	+0,940	0,883	-0,469	0,219
12	1,000	6,367	6,697	-0,330	0,108	-2,186	4,778
13	1,110	7,267	6,267	+1,000	1,000	-1,286	1,653
14	1,250	5,165	5,822	-0,657	0,431	-3,388	11,478
15	1,588	5,050	5,059	-0,029	0,001	-3,503	12,271
Σ_{15}	11,895	128,278			33,769		89,934

Dane wejściowe dla obliczenia korelacji
między pracochłonnością przodkową a postępem dla przekroju 10,51 m²

n	X_i	Y_{pi}	$\frac{a}{X_i} + b$	$Y_i - (\frac{a}{X_i} + b)$	$[Y_i - (\frac{a}{X_i} + b)]^2$	$Y_i - E(Y)$	$Y_i - E(Y)^2$
1	0,475	6,221	7,205	-0,984	0,968	+0,948	0,828
2	0,500	8,313	6,730	+1,583	2,505	+3,040	9,242
3	0,544	6,032	6,318	-0,286	0,082	+0,759	0,576
4	0,582	6,537	6,019	+0,518	0,268	+1,264	1,598
5	0,600	5,549	5,889	-0,340	0,115	+0,276	0,076
6	0,604	5,969	5,861	+0,108	0,0116	+0,796	0,633
7	0,635	5,233	5,657	-0,424	0,179	-0,040	0,0016
8	0,647	5,885	5,583	+0,302	0,091	+0,612	0,374
9	0,660	4,918	5,507	-0,589	0,347	-0,355	0,126
10	0,806	4,098	4,814	-0,706	0,498	-1,175	1,380
11	0,918	5,759	4,462	+1,197	1,681	+0,486	0,236
12	1,000	4,246	4,207	+0,039	0,0015	-1,027	1,055
13	1,110	3,573	3,957	-0,384	0,147	-1,700	2,890
14	1,250	3,447	3,702	-0,255	0,065	-1,726	2,979
15	1,5880	3,415	3,273	+0,142	0,020	-1,858	3,453
Σ_{15}	11,895	79,188			6,9791		25,537

Funkcje określające zależność pracochłonności
względem postępu dla poszczególnych przekrojów

Przekrój	Pracochłonność całkowita	Pracochłonność przodkowa	Pracochłonność pozaprzodkowa
10,51	$Y = \frac{4,365}{X} + 2,332$	$Y_p = \frac{2,523}{X} + 1,684$	$Y_{pp} = \frac{1,845}{X} + 0,648$
12,5	$Y = \frac{4,381}{X} + 2,889$	$Y_p = \frac{2,802}{X} + 1,074$	$Y_{pp} = \frac{1,579}{X} + 1,815$
13,39	$Y = \frac{4,769}{X} + 2,604$	$Y_p = \frac{1,891}{X} + 2,499$	$Y_{pp} = \frac{2,878}{X} + 0,109$
14,99	$Y = \frac{4,858}{X} + 3,239$	$Y_p = \frac{2,545}{X} + 2,428$	$Y_{pp} = \frac{2,313}{X} + 0,811$
20,86	$Y = \frac{7,364}{X} + 2,686$	$Y_p = \frac{3,616}{X} + 2,215$	$Y_{pp} = \frac{3,747}{X} + 0,471$

Dane wyjściowe dla obliczenia współczynnika korelacji między pracochłonnością całkowitą, a postępem dla przekroju $10,51 \text{ m}^2$ przedstawia tablica 9.

Dane wyjściowe dla obliczenia korelacji między pracochłonnością przodkową, a postępem dla przekroju $10,51 \text{ m}^2$ przedstawia tablica 10.

W oparciu o dane wyjściowe zawarte w tablicy 11 otrzymano:

$$v(\varepsilon_y) = \frac{33,769}{15} = 2,251$$

$$v(y) = \frac{89,934}{15} = 5,995$$

$$\eta_y^2 = 1 - \frac{2,251}{5,995} = 1 - 0,375 = 0,625$$

$$\eta_y = 0,790$$

Otrzymana wartość współczynnika korelacji upoważnia do stwierdzenia, że między pracochłonnością całkowitą a postępem dla przekroju $10,51 \text{ m}^2$ istnieje znaczna zależność.

Można też interpretować współczynnik korelacji $\eta_y = 0,790$ inaczej a mianowicie:

Dla obliczenia współczynnika korelacji między pracochłonnością przodkową a postępem korzystamy z tablicy 12. Wobec tego:

$$v(\varepsilon_y) = \frac{6,979}{15} = 0,565$$

$$v(y_p) = \frac{25,537}{15} = 1,702$$

$$\eta_{y_p}^2 = \frac{v(y)}{v(y_p)} = 1 - \frac{0,465}{1,702} = 1 - 0,273 = 0,727$$

$$\eta_{y_p} = 0,853$$

Porównując współczynnik korelacji $r_y = 0,790$ i $r_{y_p} = 0,853$ trzeba stwierdzić, że zależność między pracochłonnością produkową a postępem dla przekroju $10,51 \text{ m}^2$ jest także znaczna.

10. Obliczenie współczynnika korelacji między pracochłonnością a przekrojem

Współczynnik korelacji wg Pearsona [1] ma postać:

$$r_y^2(x) = \frac{[n \sum x_1 \cdot y_1 - (\sum x_1)(\sum y_1)]^2}{[n \sum x_1^2 - (\sum x_1)^2][n \sum y_1^2 - (\sum y_1)^2]}$$

gdzie:

n - liczba obserwacji,

x_1 - poszczególne pomiary zmiennej niezależnej,

y_1 - poszczególne pomiary zmiennej zależnej.

Po określeniu przez:

z_1 - zmiennej niezależnej (przekrój)

y_1 - zmiennej zależnej (pracochłonność) powyższy wzór przybierze następującą postać:

$$r_y^2(z) = \frac{[n \sum y_1 \cdot z_1 - (\sum z_1)(\sum y_1)]^2}{[n \sum z_1^2 - (\sum z_1)^2][n \sum y_1^2 - (\sum y_1)^2]}$$

Po podstawieniu danych wyjściowych z tabelicy 13 do powyższego wzoru współczynnik korelacji dla pracochłonności całkowitej i przekroju dla podprzedziału postępu $0,401-0,666 \text{ m/zm}$. ma wartość:

$$r_y^2(z) = \frac{(5 \cdot 950,3 - 72,25 \cdot 63,247)^2}{(5 \cdot 1105,9 - 72,25^2) \cdot (5 \cdot 823,82 - 63,247^2)}$$

$$r_y^2(z) = 0,899$$

wobec tego

$$r_y(z) = 0,948$$

Interpretując otrzymaną wartość współczynnika korelacji $r_y(z) = 0,948$ można powiedzieć, że zależność między pracochłonnością całkowitą a przekrojem dla podprzedziału postępu od 0,401-0,666 jest pewna.

Z kolei na podstawie danych zawartych w tabeli 15 obliczono współczynnik korelacji dla pracochłonności przodkowej i przekroju dla podprzedziału od 0,401-0,666 m/zm.

$$r_{yp}^2(z) = \frac{(5 \cdot 537,7 - 72,25 \cdot 35,959)^2}{(5 \cdot 1105,90 - 72,25^2)(5 \cdot 264,42 - 35,959^2)}$$

$$r_{yp}^2(z) = 0,919$$

$$r_{yp}(z) = 0,959$$

Wartość współczynnika korelacji $r_{yp}(z) = 0,959$ przemawia za pewnym związkem między pracochłonnością przodkową i przekrojem.

11. Ustalenie jednostkowego wpływu postępu i przekroju na pracochłonność

Ustalony za pomocą współczynników korelacji stopień ścisłości analizowanych związków umożliwia przez zastosowanie równań regresji ustalenie jakościowego wpływu zmiennych niezależnych na zmienną zależną. Ustalenie to pozwoli przewidywać o ile zmieni się pracochłonność przy wzroście lub spadku postępu albo przekroju.

Równanie regresji opisujące pracochłonność względem postępu ma postać:

$$y = r_{yx} \frac{\delta(y)}{\delta\left(\frac{1}{x}\right)} \left[\frac{1}{x} - E\left(\frac{1}{x}\right) \right] + E(y)$$

Podstawiając do wyżej podanego wzoru wartości na:

$$\eta_{yx} = 0,790$$

$$\sigma(y) = \frac{89,934}{15} = 5,995 = 2,448$$

$$E\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{21,383}{15} = 1,425$$

$$\sigma\left(\frac{1}{x}\right) = 0,4438$$

$$E(y) = \frac{128,278}{15} = 8,552$$

Otrzymane dla zależności pracochłonności całkowitej i postępu dla przekroju 10,51 m² (tablica 9) równanie regresji przybierze postać:

$$y = 0,790 \cdot \frac{2,448}{0,4438} \left(\frac{1}{x} - 1,425\right) + 8,552$$

stąd:

$$y = \frac{4,356}{x} + 2,345$$

Następnie podstawiając do ogólnego równania regresji wartości na:

$$\eta_{y_p x} = 0,853$$

$$\sigma_{y_p} = 1,304$$

$$\sigma\left(\frac{1}{x}\right) = 0,4438 \quad E\left(\frac{1}{x}\right) = 1,425$$

$$E(y_p) = \frac{79,188}{15} = 5,279$$

Otrzymane dla zależności pracochłonności przodkowej i postępu dla przekroju $10,51 \text{ m}^2$ (tablica 10) równanie przybierze postać:

$$y_p = 0,853 \frac{1,304}{0,4438} \left[\frac{1}{x} - 1,425 \right] + 5,279$$

stąd:

$$y_p = \frac{2,516}{x} + 1,694$$

12. Ustalenie jednostkowego wpływu przekroju wyrobiska na pracochłonność całkowitą i przodkową

Ponieważ między przekrojem a pracochłonnością przodkową istnieje zależność liniowa równania regresji opisujące tę zależność wyprowadzono z równania linii prostej.

$$y = \alpha \cdot z + b$$

Według Hellwiga [2] równanie to ma postać ogólną:

$$y = \eta_{yz} \cdot \frac{\sigma(y)}{\sigma(z)} \cdot [z - E(z)] + E(y)$$

Podstawiając do tego wzoru wartości ma:

$$\eta_{yz} = 0,948$$

$$\sigma(y) = \sqrt{V(x)} = \sqrt{\frac{823,86}{5} - \frac{63,247^2}{5}} = 2,18$$

$$E(y) = \frac{63,24}{5} = 12,65$$

$$E(z) = \frac{75,25}{5} = 14,45$$

$$\sigma(z) = \sqrt{V(z)} = \sqrt{\frac{1105,64}{5} - \frac{75,25^2}{5}} = 3,524$$

Otrzymane dla zależności pracochłonności całkowitej i przekroju dla podprzedziału postępu 0,401-0,666 (tablica 11) równanie regresji ma postać

$$y = 0,948 \frac{2,18}{3,524} (z - 14,45) + 12,65$$

stąd:

$$y = 0,585 \cdot z + 4,200$$

Kolejno podstawiając analogiczne wartości na:

$$\eta_{y_p z} = 0,959$$

$$\sigma(y_p) = \sqrt{v(y_p)} = \sqrt{\frac{264,48}{5} - \frac{35,959^2}{5}} = 1,081$$

$$\sigma(z) = 3,524$$

$$E(z) = 14,45$$

$$E(y_p) = 7,192$$

Otrzymane dla zależności pracochłonności przodkowej i przekroju dla podprzedziału postępu 0,401-0,666 (tablica 12) równanie regresji ma postać:

$$y_p = 0,959 \frac{1,081}{3,524} (z - 14,45) + 7,192$$

$$y_p = 0,294 \cdot z + 2,762$$

Porównując równania opisujące zależność pracochłonności od postępu oraz pracochłonności od przekroju wyprowadzone w oparciu o zasadę najmniejszych kwadratów z wyżej wyliczonymi równaniami regresji stwierdzono prawie całkowitą ich zgodność.

Zgodność tę obrazują poniższe porównania:

Pracochłonność a postęp według zasady najmniejszych kwadratów	Pracochłonność a postęp uzyskane z równania regresji
$y = \frac{4,365}{x} + 2,332$	$y = \frac{4,356}{x} + 2,345$
$y_p = \frac{2,523}{x} + 1,684$	$y_p = \frac{2,516}{x} + 1,694$
Pracochłonność a przekrój według zasady najmniejszych kwadratów	Pracochłonność a przekrój uzyskane z równania regresji
$y = 0,588 \cdot z + 4,153$	$y = 0,585 \cdot z + 4,200$
$y_p = 0,298 \cdot z + 2,863$	$y_p = 0,294 \cdot z + 2,762$

WNIOSKI

Korzystając z metody najmniejszych kwadratów Gaussa można na podstawie danych uzyskanych z obserwacji znaleźć analityczne wyrażenia (wzory empiryczne) opisujące zależność między pracochłonnością drążenia a postępem i przekrojem wyrobisk korytarzowych.

Celem opracowania danych z obserwacji zastosowane do otrzymanych tą metodą wzorów empirycznych

$$y = \frac{4,365}{x} + 2,332$$

$$y = 0,588 \cdot z + 4,153$$

prawa analizy matematycznej pozwalają stwierdzić, że:

- pracochłonność całkowita dla przekroju 10,51 m² maleje średnio 0,4365 rdn/mb na każdy metr wzrostu postępu,
- pracochłonność całkowita dla podprzedziałów postępu 0,401-0,666 m/zm wzrasta średnio o 0,588 rdn/mb na każdy m² wzrostu przekroju.

W analogiczny sposób mogą być prowadzone badania innych zależności funkcyjnych organizacji pracy.

LITERATURA

- [1] CRAMER H.: Metody matematyczne w statystyce.
- [2] HELLWIG Z.: Elementy rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej.
- [3] SADOWSKI W.: Statystyka matematyczna.
- [4] KLEIN R.: Wstęp do ekonometrii.

ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ТРУДОЁМКОСТЬЮ ПРОХОДКИ И ПРОДВИГАНИЕМ ШТРЕКОВЫХ ВЫРАБОТОК И ИХ СЕЧЕНИЕМ

Р е з ю м е

Анализ статистических данных позволил доказать, что увеличение продвижения каменных выработок по штрекам вызывает понижение трудоёмкости, требуемой для проходки 1 м выработки. Увеличение же сечения этих выработок вызывает повышение трудоёмкости, необходимой для очистки 1 м этой же выработки.

FUNCTION DEPENDENCIES BETWEEN LABOUR-ABSORPTION TIME OF
DRIVING AND THE ADVANCE IN DOG HEADINGS AND THEIR CROSSSECTIONS

S u m m a r y

Analysis of statistical data has shown that the increase of advance in stone dog headings is a cause of lowering the labour-absorption time in making 1 m of a dog heading; whereas the increase of dog headings cross-section is a cause of labour-absorption time increase in making 1 m of this dog heading.