

HENRYK KOWALOWSKI, ZBIGNIEW BORTLICZEK
Katedra Konstrukcji Aparatów Automatyki

CHARAKTERYSTYKA WYJŚCIA DWUFAZOWEJ ASYNCHRONICZNEJ
PRĄDNICZY TACHOMETRYCZNEJ Z WIRNIKIEM KUBKOWYM

Streszczenie. W artykule wyprowadzono równania wyjściowe do analizy pracy dwufazowej asynchronicznej prądnicy tachometrycznej (DAPTA). Uzyskano ogólny wzór na napięcie wyjściowe DAPTA przy uwzględnieniu wszystkich parametrów obwodów magnetycznych i elektrycznych maszyny. Przeprowadzono analizę charakterystyki wyjścia z punktu widzenia błędów amplitudowych i fazowych. Podano sposoby optymalizacji charakterystyki wyjścia z uwagi na uzyskanie najmniejszych błędów.

1. Model prądnicy tachometrycznej

Dwufazowa asynchroniczna prądnica tachometryczna z wirnikiem kubkowym w wykonaniu najczęściej spotykanym posiada:

- stojan zewnętrzny uzwojony,
- stojan wewnętrzny (rdzeń) nieuzwojony,
- wirnik kubkowy.

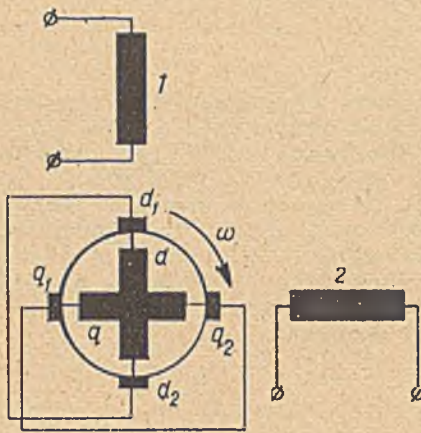
Na stojanie zewnętrznym znajdują się:

- uzwojenie pierwotne (wzbudzenia),
- uzwojenie wtórne (wyjściowe).

Przestrzenny kąt elektryczny między osiami uzwojeń wynosi 90° .

Uzwojenie pierwotne jest uzwojeniem zasilanym, uzwojenie wtórne—uzwojeniem odbiorczym, wirnik spełnia rolę elementu przenoszącego energię elektromagnetyczną z jednego uzwojenia do drugiego.

Jeżeli przy wirniku wirującym zasilić uzwojenie pierwotne napięciem sinusoidalnie zmiennym w czasie, to na zaciskach uzwojenia wtórnego wyindukuje się napięcie również sinusoidalnie zmiennie, którego wielkość będzie wprost proporcjonalna do prędkości kątowej wirnika a częstotliwość - równa częstotliwości źródła zasilania i niezależna od prędkości kątowej wirnika.



Rys. 1. Model DAPTA

Powyższy rzeczywisty układ magnetoelektryczny DAPTA można zastąpić umownym układem modelowym. Układ taki przedstawia rys. 1.

Uzwojenia stojana zewnętrznego przedstawiono tu w postaci dwu cewek skupionych: cewka 1 reprezentuje uzwojenie pierwotne, cewka 2 - uzwojenie wtórne. Wirnik kubkowy przedstawiono w postaci układu prętów połączonych szeregowo na komutatorzę, po którym ślizgają się dwie pary zwartych szczo-

tek. Wirnik wiruje z prędkością kątową ω , zwarte szczotki są nieruchome w przestrzeni. Każda para szczotek wydziela więc z prętów wirnika jedno uzwojenie o osi nieruchomej w przestrzeni. Uzwojenia te przedstawiono umownie jako dwie cewki nieruchome w przestrzeni i zwarte przez odpowiednie szczotki. I tak: szczotki $d_1 - d_2$ zwierają cewkę d reprezentującą uzwojenie wirujące o osi nieruchomej w przestrzeni i pokrywającej się z osią uzwojenia pierwotnego 1, szczotki $q_1 - q_2$ zwierają cewkę q reprezentującą uzwojenie wirujące o osi nieruchomej w przestrzeni i pokrywającej się z osią uzwojenia wtórnego 2. Liczba zwojów obu cewek jest jednakowa. Zakładając symetrię elektryczną i magnetyczną wirnika można również przyjąć, że oporności czynne i indukcyjności obu cewek są jednakowe.

Przyjmując powyższy model DAPTA uzyskuje się wygodny do dalszej analizy rozkład uzwojeń prądnicy wzdłuż dwu osi wzajemnie prostopadłych.

2. Równania wyjściowe do analizy pracy DAPTA

Założenia wstępne

1. Napięcie zasilania uzwojenia pierwotnego jest dowolnie zmienne w czasie; sinusoidalna zmienność w czasie jest tu przypadkiem szczególnym.
2. Indukcja magnetyczna w szczelinie powietrznej zmienia się wzdłuż obwodu maszyny sinusoidalnie.
3. Między uzwojeniem pierwotnym i wtórnym nie ma sprzężenia magnetycznego (sem transformacji wyindukowana w uzwojeniu wtórnym przez strumień wzbudzający równa się zero).
4. Istnieje symetria magnetyczna względem osi uzwojenia pierwotnego i wtórnego (przewodności magnetyczne dla strumienia w przestrzeniach: uzwojenie pierwotne - wirnik oraz wirnik - uzwojenie wtórne, są równe sobie).
5. Obwód magnetyczny maszyny jest nienasycony (indukcyjności uzwojeń nie zależą od płynących w nich prądów).
6. Nie ma strat w żelazie obwodu magnetycznego maszyny.
7. Uzwojenie pierwotne i wtórne są tak rozłożone, że współczynniki uzwojeń są równe sobie.
8. Uzwojenie wtórne jest obciążone dowolną impedancją Z_N .

Oznaczenia parametrów

Do dalszych rozważań przyjęto następujące oznaczenia parametrów DAPTA:

- w uzwojeniu pierwotnym:

u_1 - napięcie zasilania (wartość chwilowa),

i_1 - prąd (wartość chwilowa),

- z_1 - liczba zwojów,
 R_1 - oporność czynna uzwojenia,
 L_1 - indukcyjność własna uzwojenia,

- w wirniku:

- i_d - prąd w umownej cewce d (wartość chwilowa),
 i_q - prąd w umownej cewce q (wartość chwilowa),
 z - liczba zwojów cewki d lub q,
 R - oporność czynna cewki d lub q,
 L - indukcyjność własna cewki d lub q,

- w uzwojeniu wtórnym:

- i_2 - prąd w uzwojeniu (wartość chwilowa),
 z_2 - liczba zwojów,
 R_2 - oporność czynna uzwojenia,
 L_2 - indukcyjność własna uzwojenia,
 Z_N - impedancja obciążenia.

Ponadto:

- M_{1d} - indukcyjność wzajemna uzwojenia pierwotnego i cewki d wirnika,
 M_{q2} - indukcyjność wzajemna uzwojenia cewki q wirnika i uzwojenia wtórnego,
 ω - prędkość kątowna wirnika.

Związki między indukcyjnościami i przewodnościami magnetycznymi

Dla poszczególnych uzwojeń wypisać można następujące związki między indukcyjnościami i przewodnościami magnetycznymi:

- dla uzwojenia pierwotnego:

$$L_1 = L_{s1} + L_{g1} \quad (1)$$

$$L_{s1} = z_1^2 \cdot \Lambda_{s1} \quad (2)$$

$$L_{g1} = z_1^2 \cdot \Lambda_{g1} \quad (3)$$

- dla wirnika:

$$L = L_s + L_g \quad (4)$$

$$L_s = z^2 \cdot \Lambda_s \quad (5)$$

$$L_g = z^2 \cdot \Lambda_g \quad (6)$$

- dla uzwojenia wtórnego:

$$L_2 = L_{s2} + L_{g2} \quad (7)$$

$$L_{s2} = z_2^2 \cdot \Lambda_{s2} \quad (8)$$

$$L_{g2} = z_2^2 \cdot \Lambda_{g2} \quad (9)$$

- między uzwojeniami:

$$M_{1d} = z_1 \cdot z \cdot \Lambda_g \quad (10)$$

$$M_{q2} = z \cdot z_2 \cdot \Lambda_g \quad (11)$$

Zgodnie z założeniem (4):

$$\Lambda_{g1} = \Lambda_g = \Lambda_{g2} \quad (12)$$

wobec czego:

$$M_{1d} = \frac{z}{z_1} \cdot L_{g1} \quad (13)$$

$$M_{q2} = \frac{z}{z_2} \cdot L_{g2} \quad (14)$$

W równaniach (1) ... (14) przyjęto następujące oznaczenia:

Λ_g - przewodność magnetyczna dla strumienia głównego (w szczelinie powietrznej);

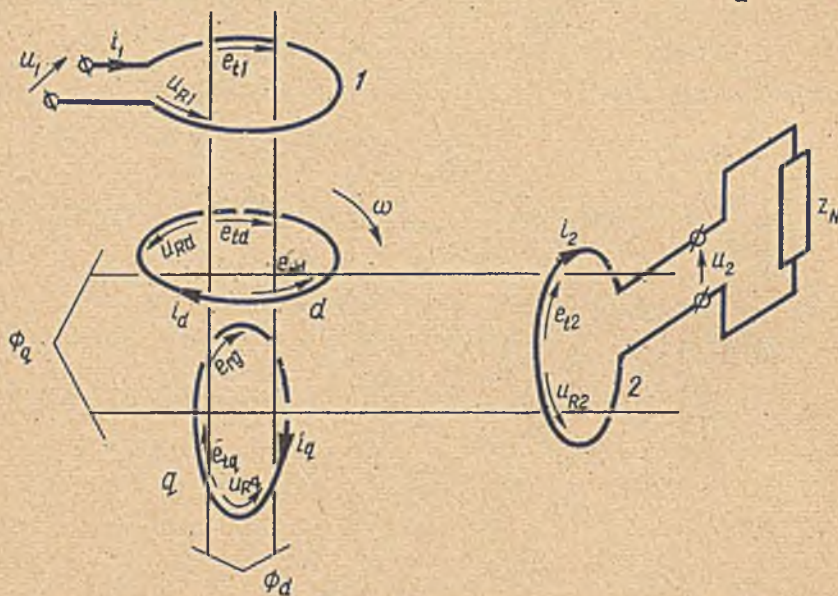
$\Lambda_{s1}, \Lambda_{s2}, \Lambda_s$ - przewodność magnetyczna dla strumienia rozproszenia uzwojenia pierwotnego, wtórnego i wirnika;

L_{g1}, L_{g2}, L_g - indukcyjność własna główna uzwojenia pierwotnego, wtórnego i wirnika;

L_{s1}, L_{s2}, L_s - indukcyjność własna rozproszenia uzwojenia pierwotnego, wtórnego i wirnika.

Zastępczy układ elektromagnetyczny

Zgodnie z przyjętymi założeniami obwody magnetyczne i elektryczne DAPTA można przedstawić w postaci czterech pętli (odpowiadających czterem uzwojeniom), umieszczonych w przestrzeni o stałej przenikalności magnetycznej. Taki zastępczy układ elektromagnetyczny przedstawia rys. 2. Strumienie Φ_d i Φ_q są



Rys. 2. Zastępczy układ elektromagnetyczny DAPTA

wypadkowymi strumieniami działającymi, odpowiednio, w osi uzwojenia pierwotnego 1 oraz w osi uzwojenia wtórnego 2 w wyniku działania sił magnetomotorycznych uzwojeń 1, 2 oraz uzwojenia wirnika.

Równania napięć i liniozwojów

Przyjmując jako dodatni kierunek przepływu prądu w poszczególnych pętlach można dla każdej pętli, przy założonych strzałkach kierunkowości prądów, sem i napięć, wypisać następujące równania:

$$u_1 + e_{t1} - u_{R1} = 0 \quad (15)$$

$$e_{td} - e_{rd} - u_{Rd} = 0 \quad (16)$$

$$e_{tq} + e_{rq} - u_{Rq} = 0 \quad (17)$$

$$e_{t2} - u_{R2} - u_2 = 0 \quad (18)$$

W równaniach (15) ... (18) sem transformacji wynoszą:

$$e_{t1} = - \frac{d\psi_1}{dt} \quad (19)$$

$$e_{td} = - \frac{d\psi_d}{dt} \quad (20)$$

$$e_{tq} = - \frac{d\psi_q}{dt} \quad (21)$$

$$e_{t2} = - \frac{d\psi_2}{dt} \quad (22)$$

sem rotacji wynoszą:

$$e_{rd} = \omega \cdot \psi_q \quad (23)$$

$$e_{rq} = \omega \cdot \psi_d \quad (24)$$

spadki napięcia na opornościach czynnych wynoszą:

$$u_{R1} = i_1 \cdot R_1 \quad (25)$$

$$u_{Rd} = i_d \cdot R \quad (26)$$

$$u_{Rq} = i_q \cdot R \quad (27)$$

$$u_{R2} = i_2 \cdot R_2 \quad (28)$$

$$u_2 = i_2 \cdot Z_N \quad (29)$$

Podstawiając (19) ... (29) do (15) ... (18) otrzymuje się:

$$u_1 = i_1 \cdot R_1 + \frac{d\psi_1}{dt} \quad (30)$$

$$0 = -i_d \cdot R - \frac{d\psi_d}{dt} - \omega \cdot \psi_q \quad (31)$$

$$0 = -i_q R - \frac{d\psi_q}{dt} + \omega \cdot \psi_d \quad (32)$$

$$0 = -i_2 R_2 - i_2 \cdot Z_N - \frac{d\psi_2}{dt} \quad (33)$$

W równaniach powyższych ψ jest całkowitą liczbą sprzężeń magnetycznych (liniozwojów) danego uzwojenia. Zgodnie z przyjętymi zasadami strzałkowania:

$$\psi_1 = L_1 \cdot i_1 + M_{1d} \cdot i_d \quad (34)$$

$$\psi_d = L \cdot i_d + M_{1d} \cdot i_1 \quad (35)$$

$$\psi_q = L \cdot i_q + M_{q2} \cdot i_2 \quad (36)$$

$$\psi_2 = L_2 \cdot i_2 + M_{q2} \cdot i_q \quad (37)$$

Srowadzenie wszystkich wielkości do uzwojenia pierwotnego

Ponieważ równania wyjściowe DAPTA muszą wiązać w sposób jednoznaczny wielkości pochodzące z uzwojeń o różnych liczbach zwojów należy sprowadzić wszystkie wielkości do jednego z uzwojeń.

Wszystkie wielkości DAPTA sprowadzone zostaną do uzwojenia pierwotnego.

Wykorzystując znane zależności:

$$i'_d = i_d \cdot \frac{z}{z_1}; \quad i'_q = i_q \cdot \frac{z}{z_1}; \quad i'_2 = i_2 \cdot \frac{z_2}{z_1};$$

$$R' = R \cdot \left(\frac{z_1}{z}\right)^2; \quad R'_2 = R_2 \cdot \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2;$$

$$L' = L \cdot \left(\frac{z_1}{z}\right)^2; \quad L'_2 = L_2 \cdot \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2$$

oraz wprowadzając umowne, sprowadzone liniozwoje:

$$\psi'_d = \psi_d \cdot \frac{z_1}{z}; \quad \psi'_q = \psi_q \cdot \frac{z_1}{z}; \quad \psi'_2 = \psi_2 \cdot \frac{z_1}{z_2}$$

można równania (30) ... (33) przedstawić w postaci:

$$u_1 = i_1 \cdot R_1 + \frac{d\psi_1}{dt} \quad (38)$$

$$0 = -i'_d \cdot R' - \frac{d\psi'_2}{dt} - \omega \cdot \psi'_q \quad (39)$$

$$0 = -i'_q \cdot R' - \frac{d\psi'_d}{dt} + \omega \cdot \psi'_d \quad (40)$$

$$0 = -i'_2 \cdot R'_2 - i'_2 \cdot Z'_N - \frac{d\psi'_2}{dt} \quad (41)$$

Przekształcając podobnie równania (31) ... (37) oraz wykorzystując równania (1), (4), (7), warunek (12) i równania (13) (14) można je napisać w postaci:

$$\psi_1 = L_{s1} \cdot i_1 + L_{g1} (i_1 + i'_d) \quad (42)$$

$$\Psi'_d = r'_1 \cdot i'_d + L'_g(i'_1 + i'_d) \quad (43)$$

$$\Psi'_q = r'_1 \cdot i'_q + L'_g(i'_q + i'_2) \quad (44)$$

$$\Psi'_2 = r'_2 \cdot i'_2 + L'_{g2}(i'_2 + i'_q) \quad (45)$$

gdzie oczywiście:

$$L'_{g1} = L'_g = L'_{g2} \quad (46)$$

Ostateczna postać równań wyjściowych

Jeżeli podstawić (42) ... (45) do (38) ... (41) to równania wyjściowe DAPTA uzyskują następującą ostateczną postać:

$$u_1 = i_1 R_1 + L_{s1} \frac{di_1}{dt} + L_{g1} \left(\frac{di_1}{dt} + \frac{di'_d}{dt} \right) \quad (47)$$

$$0 = -i'_d R' - L'_s \frac{di'_d}{dt} - L'_g \left(\frac{di_1}{dt} + \frac{di'_d}{dt} \right) - \omega \left[L'_s \cdot i'_q + L'_g \cdot (i'_q + i'_2) \right] \quad (48)$$

$$0 = -i'_q \cdot R' - L'_s \frac{di'_q}{dt} - L'_g \left(\frac{di'_2}{dt} + \frac{di'_q}{dt} \right) + \omega \left[L'_s i'_d + L'_g (i_1 + i'_d) \right] \quad (49)$$

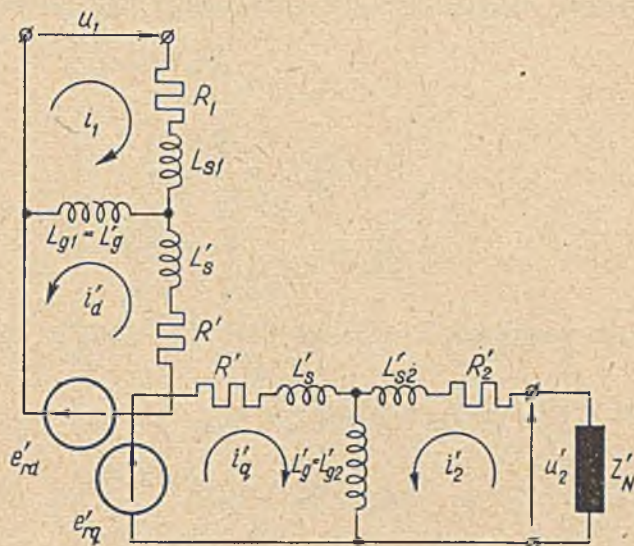
$$0 = -i'_2 R'_2 - i'_2 Z'_N - L'_{s2} \frac{di'_2}{dt} - L'_{g2} \left(\frac{di'_2}{dt} + \frac{di'_q}{dt} \right) \quad (50)$$

Powyższy układ równań opisuje pracę DAPTA przy zasilaniu uzwojenia pierwotnego napięciem o dowolnym przebiegu.

Równania te mogą służyć jako podstawa do dalszej analizy pracy maszyny.

Schemat zastępczy DAPTA

Na podstawie równań (47) ... (50) można narysować następujący schemat zastępczy DAPTA (rys. 3).



Rys. 3. Schemat zastępczy DAPTA przy zasilaniu napięciem dowolnie zmiennym w czasie

Na rys. 3. sem rotacji oznaczono:

$$e'_{rd} = \left[L'_s i'_q + L'_g (i'_q + i'_2) \right] \cdot \omega$$

$$e'_{rq} = \left[L'_s \cdot i'_d + L'_g (i'_d + i'_1) \right] \cdot \omega$$

3. Charakterystyka wyjścia DAPTA w przypadku zasilania uzwojenia pierwotnego napięciem sinusoidalnie zmiennym w czasie

Równania wyjściowe DAPTA w tym przypadku

Dla przebiegów sinusoidalnych obowiązują ogólne zależności:

$$\hat{U} = \hat{U}_m \cdot e^{j\omega_0 t}$$

$$\hat{I} = \hat{I}_m \cdot e^{j\omega_0 t}$$

$$\frac{d\hat{I}}{dt} = j\omega_0 \cdot \hat{I}$$

Podstawiając powyższe do równań (47) ... (50) i wprowadzając:

$$X_{s1} = \omega_0 \cdot L_{s1} \quad (51)$$

$$X'_{s2} = \omega_0 \cdot L'_{s2} \quad (52)$$

$$X'_s = \omega_0 L'_s \quad (53)$$

$$X_o = \omega_0 L_{g1} = \omega_0 L'_g = \omega_0 L'_{g2} \quad (54)$$

$$v = \frac{\omega}{\omega_0} \quad (55)$$

otrzymuje się równania wyjściowe DAPTA w następującej postaci:

$$\hat{U}_1 = \hat{I}_1 R_1 + jX_{s1} \cdot \hat{I}_1 + jX_o(\hat{I}_1 + \hat{I}'_d) \quad (56)$$

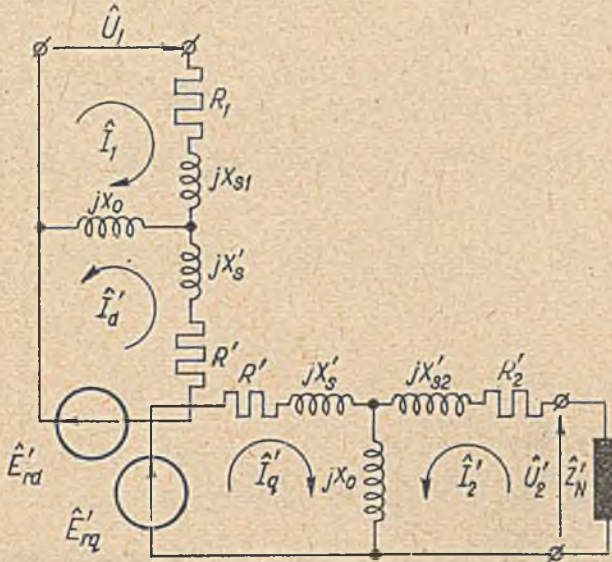
$$0 = -\hat{I}'_d \cdot R' - jX'_s \hat{I}'_d - jX_o(\hat{I}_1 + \hat{I}'_d) - v[X'_s \hat{I}'_q + X_o(\hat{I}'_q + \hat{I}'_2)] \quad (57)$$

$$0 = -\hat{I}'_q R' - jX'_s \hat{I}'_q - jX_o(\hat{I}'_q + \hat{I}'_2) + v[X'_s \hat{I}'_d + X_o(\hat{I}_1 + \hat{I}'_d)] \quad (58)$$

$$0 = -\hat{I}'_2 R'_2 - \hat{I}'_2 \hat{Z}'_N - jX'_{s2} \hat{I}'_2 - jX_o(\hat{I}'_2 + \hat{I}'_q) \quad (59)$$

Schemat zastępczy:

Równaniom (56) ... (59) odpowiada następujący schemat zastępczy DAPTA (rys. 4).



Rys. 4. Schemat zastępczy DAPTA przy zasilaniu napięciem sinusoidalnie zmiennym

Na rys. 4 sem rotacji oznaczono:

$$\hat{E}'_{rd} = v \cdot [X'_s \cdot \hat{I}'_q + X_0(\hat{I}'_q + \hat{I}'_2)]$$

$$\hat{E}'_{rq} = v [X'_s \hat{I}'_d + X_0(\hat{I}'_1 + \hat{I}'_d)]$$

Napięcie wyjściowe DAPTA

Równania (56) ... (59) można napisać w następującej postaci:

$$(\hat{Z}_1 + jX_0)\hat{I}_1 + jX_0 \cdot \hat{I}'_d = \hat{U}_1 \quad (60)$$

$$- jX_0\hat{I}_1 - (\hat{Z}' + jX_0)\hat{I}'_d - v \cdot (X_0 + X'_{S'}) \cdot \hat{I}'_q - vX_0\hat{I}'_2 = 0 \quad (61)$$

$$vX_0\hat{I}_1 + v(X_0 + X'_{S'}) \cdot \hat{I}'_d - (\hat{Z}' + jX_0) \cdot \hat{I}'_q - jX_0 \cdot \hat{I}'_2 = 0 \quad (62)$$

$$- jX_0 \hat{I}'_q - (\hat{Z}'_{2N} + jX_0) \cdot \hat{I}'_2 = 0 \quad (63)$$

gdzie:

$$\hat{Z}_1 = R_1 + jX_{S1} \quad (64)$$

$$\hat{Z}' = R' + jX'_{S'} \quad (65)$$

$$\hat{Z}'_{2N} = \hat{Z}'_2 + \hat{Z}'_N = (R'_2 + jX'_{S2}) + \hat{Z}'_N \quad (66)$$

Zgodnie z przyjętym systemem strzałkowania napięcie wyjściowe DAPTA wynosi:

$$\hat{U}'_2 = - \hat{I}'_2 \cdot \hat{Z}'_N \quad (67)$$

Układ równań (60) ... (63) należy zatem rozwiązać względem prądu \hat{I}'_2 , przy czym:

$$\hat{I}'_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} \quad (68)$$

gdzie:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} \hat{Z}'_1 + jX_0 & jX_0 & 0 & \hat{U}'_1 \\ -jX_0 & -(\hat{Z}' + jX_0) & -v(X_0 + X'_s) & 0 \\ vX_0 & v(X_0 + X'_s) & -(\hat{Z}' + jX_0) & 0 \\ 0 & 0 & -jX_0 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= -\hat{U}'_1 \cdot \begin{vmatrix} -jX_0 & -(\hat{Z}' + jX_0) & -v(X_0 + X'_s) \\ vX_0 & v(X_0 + X'_s) & -(\hat{Z}' + jX_0) \\ 0 & 0 & -jX_0 \end{vmatrix} =$$

$$= j v X_0^2 R' \hat{U}'_1 \quad (69)$$

oraz

$$\Delta = \begin{vmatrix} \hat{Z}'_1 + jX_0 & jX_0 & 0 & 0 \\ -jX_0 & -(\hat{Z}' + jX_0) & -v(X_0 + X'_s) & -vX_0 \\ vX_0 & v(X_0 + X'_s) & -(\hat{Z}' + jX_0) & -jX'_0 \\ 0 & 0 & -jX_0 & -(\hat{Z}'_{2N} + jX_0) \end{vmatrix} =$$

$$= (\hat{Z}' \cdot \hat{Z}'_{2N} + jX_0 \cdot \hat{Z}'_{2N} + jX_0 \cdot \hat{Z}') \cdot (-\hat{Z}'\hat{Z}'_1 - jX_0\hat{Z}'_1 - jX_0\hat{Z}') -$$

$$- v^2 \cdot (\hat{Z}'_{2N} X_0 + \hat{Z}'_{2N} X'_s + jX_0 X'_s) \cdot (\hat{Z}'_1 X_0 + \hat{Z}'_1 X'_s + jX_0 X'_s) \quad (70)$$

Podstawiając (69) i (70) do (68) oraz (68) do (57) otrzymujemy po wykonaniu pewnych przekształceń, ostateczną postać równania na napięcie wyjściowe DAPTA:

$$\hat{U}'_2 = \frac{-j v \hat{U}'_1}{\frac{\hat{Z}'_{2N}}{\hat{Z}'_N} \left[\left(1 + \frac{\hat{Z}'_1}{jX_0} + \frac{\hat{Z}'_1}{\hat{Z}'_{2N}}\right) \cdot \left[\left(1 + \frac{jX'_s}{R'}\right) \cdot \left(1 + \frac{\hat{Z}'_1}{jX_0}\right) + \frac{\hat{Z}'_1}{R'} \right] -$$

$$- v^2 \frac{\hat{Z}'_{2N}}{\hat{Z}'_N} \left[\left(1 + \frac{jX'_s}{jX_0} + \frac{jX'_s}{\hat{Z}'_{2N}}\right) \left[\frac{\hat{Z}'_1}{R'} + \frac{jX'_s}{R'} \left(1 + \frac{\hat{Z}'_1}{jX_0}\right) \right]} \right] \quad (71)$$

Równanie (71) opisuje zależność $U_2 = f(v)$ tj. charakterystykę wyjścia DAPTA obciążonej dowolną impedencją Z_N .

Oznaczając:

$$\hat{A} = \frac{\hat{Z}'_{2N}}{\hat{Z}'_N} \left[\left(1 + \frac{\hat{Z}'_1}{jX_0} + \frac{\hat{Z}'_1}{\hat{Z}'_{2N}} \right) \right] \cdot \left[\left(1 + \frac{jX'_S}{R'} \right) \left(1 + \frac{\hat{Z}'_1}{jX_0} \right) + \frac{\hat{Z}'_1}{R'} \right] \quad (72)$$

$$\hat{B} = \frac{\hat{Z}'_{2N}}{\hat{Z}'_N} \left[\left(1 + \frac{jX'_S}{jX_0} + \frac{jX'_S}{\hat{Z}'_{2N}} \right) \right] \left[\frac{\hat{Z}'_1}{R'} + \frac{jX'_S}{R'} \left(1 + \frac{\hat{Z}'_1}{jX_0} \right) \right] \quad (73)$$

równanie (71) można napisać w postaci bardziej przydatnej do dalszej analizy:-

$$\hat{U}'_2 = \frac{-jv\hat{U}_1}{\hat{A} - v^2\hat{B}} \quad (74)$$

4. Zagadnienie błędów w charakterystyce wyjścia DAPTA

Idealna i rzeczywista charakterystyka wyjścia

Warunki pracy DAPTA określają:

- napięcia zasilania,
- częstotliwość zasilania,
- temperatura otoczenia,
- zmienność obrotów,
- zmienność obciążenia.

Z równania (74) wynika, że napięcie wyjścia DAPTA w znacznym stopniu od tych warunków zależy.

O tym, jak przedstawia się ta zależność decydują zespolone współczynniki \hat{A} i \hat{B} w mianowniku wyrażenia (74).

Współczynnik \hat{B} przy v^2 wprowadza do charakterystyki wyjścia nieliniowość, zmiana współczynnika \hat{A} powoduje, że nachylenie charakterystyki wyjścia w różnych warunkach pracy nie jest jednakowe.

Warunkiem liniowości charakterystyki wyjścia jest wobec tego:

$$\hat{B} = 0. \quad (75)$$

Wtedy równie (74) przyjmuje postać:

$$\hat{U}'_{2*} = \frac{-j v \hat{U}_1}{\hat{A}} \quad (76)$$

a więc opisuje liniową zależność napięcia wyjściowego od v .
Warunkiem stałości nachylenia charakterystyki wyjścia DAPTA jest:

$$\hat{K} = \frac{\hat{U}_1}{\hat{A}} = \frac{\hat{U}_1}{\hat{A}_0} = \text{const} \quad (77)$$

gdzie:

\hat{K} - współczynnik nachylenia charakterystyki wyjścia.

Wtedy równanie (76) przyjmuje postać:

$$\hat{U}'_{2*} = -j \cdot \hat{K} \cdot v \quad (78)$$

a więc opisuje zależność napięcia wyjściowego od v liniową i niezależną od warunków pracy DAPTA. Jest to równanie idealnej charakterystyki wyjścia DAPTA - w odróżnieniu od równania (74), które jest równaniem charakterystyki rzeczywistej tj. nieliniowej i zależnej od warunków pracy.

Błędy w charakterystyce wyjścia DAPTA

Pojęcie błędów w charakterystyce wyjścia DAPTA wynika z porównania charakterystyki idealnej i rzeczywistej tj. z porównania równań (78) i (74).

Zgodnie z przyjętą metodą analizy napięcie wyjściowe \hat{U}'_2 rzeczywistej DAPTA przedstawia wektor o określonej długości (wartość skuteczna $U'_2 = |\hat{U}'_2|$) i określonym położeniem względem

wektora napięcia zasilania \hat{U}_1 (kąt przesunięcia fazowego θ). Podobnie określoną długość $|\hat{U}_2^*|$ i położenie θ^* posiada wektor napięcia wyjściowego \hat{U}_2' DAPTA idealnej.

Rozszerzając definicję błędów w charakterystyce wyjścia DAPTA znaną z literatury [2], można powiedzieć, że błąd ten ($\Delta\hat{U}$) stanowi, w przypadku nieliniowości i zmiennego nachylenia charakterystyki wyjścia, różnica geometryczna wektorów \hat{U}_2^* i \hat{U}_2' .

Wobec tego względny błąd w charakterystyce wyjścia DAPTA definiuje równanie:

$$\Delta\hat{U} = \frac{\hat{U}_2'^* - \hat{U}_2'}{\hat{U}_2'^*} \quad (79)$$

lub, po podstawieniu do (79) wyrażeń (74) i (78):

$$\Delta\hat{U} = \frac{(\hat{A} - \hat{A}_0) - v^2\hat{B}}{\hat{A} - v^2\hat{B}} \quad (80)$$

Równanie (80) jest równaniem liczb zespolonych. Wynika stąd charakter błędów w charakterystyce wyjścia DAPTA. Są to mianowicie błędy amplitudowe (zmiana długości wektora \hat{U}_2') i błędy fazowe (zmianą kąta θ).

Względny błąd amplitudowy definiuje zależność:

$$\Delta U = \frac{|\hat{U}_2'^*| - |\hat{U}_2'|}{|\hat{U}_2'^*|} = \frac{|\hat{A} - v^2\hat{B}| - |\hat{A}_0|}{|\hat{A} - v^2\hat{B}|} \approx \text{Re} [\Delta\hat{U}] \quad (81)$$

Bezwzględny błąd fazowy definiuje zależność:

$$\Delta\theta = \theta^* - \theta \approx \text{Im} [\Delta\hat{U}] \quad (82)$$

gdzie:

$$\Theta^* = \arctg \frac{\operatorname{Im}[\hat{U}_2^*]}{\operatorname{Re}[\hat{U}_2^*]} = \arctg \frac{\operatorname{Re}[\hat{A}_0]}{\operatorname{Im}[\hat{A}_0]} \quad (83)$$

$$\Theta = \arctg \frac{\operatorname{Im}[\hat{U}_2']}{\operatorname{Re}[\hat{U}_2']} = \arctg \frac{\operatorname{Re}[\hat{A} - v^2 \hat{B}]}{\operatorname{Im}[\hat{A} - v^2 \hat{B}]} \quad (84)$$

Możliwości zmniejszenia błędów DAPTA

Źródła błędów. Można je ustalić na podstawie tego, co powiedziano wyżej. Przy pewnym stałym obciążeniu DAPTA przyczyną pojawienia się błędów w charakterystyce wyjścia mogą być:

- zmiana obrotów,
- zmiana napięcia zasilania,
- zmiana częstotliwości zasilania,
- zmiana temperatury otoczenia.

Zmiana obrotów, jak już powiedziano, jest przyczyną nieliniowości charakterystyki wyjścia, zmiana napięcia i częstotliwości zasilania oraz zmiana temperatury otoczenia wywołuje zmianę jej nachylenia.

Wpływy te odbijają się w napięciu wyjściowym DAPTA w postaci błędów amplitudowych i fazowych, uniemożliwiających prawidłowe wykorzystanie maszyny. Zadaniem konstruktora jest więc przedsięwzięcie środków w celu maksymalnego zmniejszenia błędów. Analiza wyprowadzonych równań wskazuje, że możliwości wydajnego zmniejszenia błędów istnieją i mogą być zrealizowane.

Ogólne warunki zmniejszenia błędów. Wynikają one z równania (80). Jeżeli mianowicie:

$$\hat{A} = \hat{A}_0 \quad (85)$$

oraz

$$\hat{B} = 0 \quad (86)$$

to zgodnie z (80):

$$\Delta \hat{U} = 0 \quad (87)$$

wobec czego charakterystyka wyjścia DAPTA rzeczywistej jest charakterystyką idealną.

Wpływ zmiany obrotów. Warunek (86) oznacza całkowite uniezależnienie charakterystyki wyjścia od wpływu obrotów powodującego jej nieliniowość. Z równania (73) widać, że \hat{B} może się równać zeru w następujących przypadkach:

a) gdy $\hat{Z}'_{2N} = 0$ czyli gdy równocześnie

$$\hat{Z}'_N = -jX'_{s2}$$

$$\hat{R}'_2 = 0$$

b) gdy równocześnie

$$jX'_s = 0$$

$$R' = \infty$$

c) gdy równocześnie

$$jX'_s = 0$$

$$Z_1 = 0$$

Wszystkie te zalecenia są w praktyce niemożliwe do zrealizowania, niemniej można wskazać sposoby zbliżenia się do nich co w efekcie może znacznie przybliżyć rzeczywistą charakterystykę wyjścia do charakterystyki idealnej. Chodzi mianowicie, z jednej strony, o takie zaprojektowanie obwodów elektrycznych i magnetycznych DAPTA, aby uzyskać możliwie małe \hat{Z}'_1 , \hat{Z}'_2 , X'_s , a z drugiej strony, o zastosowanie specjalnego obciążenia, spełniającego warunek a). Obciążeniem takim może być kondensator o pojemności równej:

$$C = \frac{1}{\omega X'_{s2}}$$

Jeżeli ponadto drogą konstrukcyjną uzyska się zmniejszenie impedancji uzwojenia pierwotnego i wtórnego (np. przez odpowiedni dobór wymiarów jarzma stojana lub przez powiększenie żłobków, co umożliwi zastosowanie uzwojeń o większych przekrojach przewodów) oraz powiększenie oporu czynnego wirnika (wykonując go w postaci cienkościennego kubka z materiału o małej przewodności elektrycznej, np. z konstantanu, brązu, aluminium) to warunek (86) częściowo będzie spełniony.

Podobny rezultat (zmniejszenia nieliniowości) można również uzyskać zmniejszając względną prędkość kątową wirnika v . Użykuje się to dwoma sposobami: przez zmniejszenie zakresu zmian prędkości kątowej ($\Delta\omega = \omega_{\max} - \omega_{\min}$) lub przez powiększenie częstotliwości źródła zasilania, co prowadzi do powiększenia ω_0 (patrz wzór 55). Możliwość zmniejszenia $\Delta\omega$ jest oczywiście ściśle związana z konkretnymi wymaganiami użytkownika ogranicza bowiem zakres stosowalności prądnicoy.

Wpływ napięcia i częstotliwości zasilania. Spełnienie warunku (85) prowadzi do ustalenia nachylenia charakterystyki wyjścia DAPTA, czyli uniezależnia ją między innymi od wpływu zmian napięcia i częstotliwości zasilania.

Jeżeli obwód magnetyczny DAPTA jest nienasycony - co ze względu na liniowość charakterystyki wyjścia jest tu zaleceniem podstawowym - zagadnienie uniezależnienia się od wpływu zmian napięcia i częstotliwości sprowadza się do zastosowania odpowiednich zewnętrznych układów stabilizujących i kompensacyjnych. W przypadku, gdy istnieje obawa przekroczenia dopuszczalnych indukcji przy zmianie napięcia zasilania, można przewidzieć w maszynie większą szczelinę powietrzną lub materiał o dużej przenikalności magnetycznej (np. permaloy).

Należy tu zwrócić uwagę na fakt, że nachylenie charakterystyki wyjścia DAPTA powinno być duże. Powiększenie \hat{K} można uzyskać m.in. przez powiększenie napięcia zasilania. Aby tego uniknąć stosuje się inne sposoby powiększania \hat{K} , np. drogę konstrukcyjną przez zmniejszenie odpowiednich ilorazów w wyrażeniu (72); maleje wówczas współczynnik \hat{A} , czyli rośnie, zgodnie z (77), współczynnik nachylenia \hat{K} . Zalecenie to pokrywa

się zresztą, co łatwo można sprawdzić, z podanymi wyżej wskazówkami przeciwdziałania nieliniowości charakterystyki wyjścia.

Kompensacja wpływu temperatury. Dla wskazania konkretnych możliwości kompensacji wpływu temperatury otoczenia na nachylenie charakterystyki wyjścia w równaniu (77) uwzględnione zostaną następujące uproszczenia:

- impedancja obciążenia $\hat{Z}'_N \gg \hat{Z}'_2$ wobec czego $\frac{\hat{Z}'_{2N}}{\hat{Z}'_N} \approx 1$;
- impedancja uzwojenia pierwotnego $\hat{Z}'_1 \ll jX_0$ wobec czego iloraz $\frac{\hat{Z}'_1}{jX_0}$ jest b. mały i może być pominięty;
- reaktancja rozproszenia wirnika, $jX'_S \ll R$ wobec czego $\hat{Z}' = R$ i $\frac{\hat{Z}'}{\hat{Z}'_{2N}} = \frac{R'}{\hat{Z}'_{2N}}$ oraz $\frac{\hat{Z}'}{jX_0} = \frac{R'}{jX_0}$.

W związku z powyższym równanie (77) można napisać w postaci:

$$\hat{K} = \frac{\hat{U}_1}{1 + \frac{R'}{jX_0} + \frac{R'}{\hat{Z}'_{2N}} + \frac{jX'_S}{R'} + \frac{\hat{Z}'_1}{R'}} \quad (88)$$

Na podstawie równania (88) można przypuszczać, że zasadniczy wpływ na zmianę \hat{K} posiada, wywołana przez zmianę temperatury, zmiana oporności czynnej wirnika R' .

Wynikają stąd następujące możliwości przeciwdziałania tym zmianom:

Przede wszystkim wirnik powinien być wykonany z materiału o możliwie małym cieplnym współczynniku oporności.

Równocześnie jednak, przez odpowiedni dobór parametrów X_0, X_S, Z_1, Z_{2N} można uniezależnić mianownik wyrażenia (88) od zmienności R czyli uzyskać w DAPTA samokompensację wpływu temperatury. Istnieją tu dwie możliwości. Pierwsza polega na takim wyborze parametrów, aby suma

$$\frac{R'}{jX_0} + \frac{R'}{\hat{Z}'_{2N}} + \frac{jX'_S}{R'} + \frac{\hat{Z}'_1}{R'} \quad (89)$$

w trakcie zmian R' pozostała mniejsza od jedności.

Drugi sposób, polegający na celowym doborze parametrów wchodzących do sumy (89), prowadzić powinien do efektu wzajemnego przeciwdziałania temperaturowych zmian członów

$$\frac{R'}{jX_o} + \frac{R'}{\hat{Z}'_{2N}} \quad (90)$$

oraz

$$\frac{jX'_s}{R'} + \frac{\hat{Z}'_1}{R'} \quad (91)$$

Zmniejszaniu się (lub zwiększaniu) członu (90) powinno towarzyszyć równoczesne zwiększanie się (lub zmniejszanie) członu (91). Zmienność temperaturowa pierwszej części sumy (89) jest w ten sposób skompensowana przez równoczesną zmienność temperaturową drugiej części sumy.

Samokompensację tego rodzaju można uzyskać np. przez odpowiedni dobór impedancji obwodu wyjściowego DAPTA (Z_{2N}).

Napięcie szczytkowe DAPTA

Dodatkowym, niezależnym od warunków zewnętrznych, wewnętrznym źródłem błędów w charakterystyce wyjścia DAPTA jest napięcie szczytkowe (sygnał zerowy) uzwojenia wtórnego. Jest to napięcie występujące na zaciskach uzwojenia wtórnego przy nieruchomym wirniku i zasilanym uzwojeniu pierwotnym. Napięcie szczytkowe, powoduje, że początkowa część (odpowiadająca małym ν) charakterystyki wyjścia jest zniekształcona: pojawiają się w niej błędy amplitudowe i fazowe.

Przyczyną powstawania napięcia szczytkowego jest nieunikniona w praktyce elektryczna i magnetyczna asymetria obwodów maszyny (wynikająca np. z niejednorodności własności magnetycznych żelaza, istnienia obwodów zwartych, nierównomiernej szczeliny powietrznej, ekscentryczności wirnika itp.). Rezultatem asymetrii jest istnienie sprzężenia magnetycznego między uzwojeniem pierwotnym i wtórnym. Napięcie szczytkowe jest

więc napięciem transformacji w związku z czym jest przesunięte w fazie względem napięcia wyjściowego (które pochodzi od sem rotacji). Stąd amplitudowy i fazowy charakter błędów wprowadzonych przez to napięcie do charakterystyki wyjścia.

Ponieważ elektryczne asymetrie (np. w wirniku) ujawniają się najwydatniej w maszynie 2-biegunowej, elementarnym sposobem walki z napięciem szczątkowym byłoby projektowanie DAPTA o dużej liczbie par biegunów. Z drugiej jednak strony rozszerzenie liniowej części charakterystyki wyjścia jest możliwe tylko przy małej liczbie par biegunów (duże ω_0). W rezultacie konieczne jest rozwiązanie kompromisowe (np. maszyna 4-biegunowa o podwyższonej częstotliwości).

Inny sposób kompensacji napięcia szczątkowego wymaga umieszczenia uzwojenia wtórnego na wewnętrznym stojanie maszyny przy czym stojan wewnętrzny powinien mieć możliwość obrotu względem stojana zewnętrznego. W czasie pracy mogłoby tu nastąpić mechaniczne dopasowanie obu obwodów magnetycznych.

Dopuszczalna wielkość błędów DAPTA

Wymagania co do wielkości błędów amplitudowych i fazowych, stawiane omawianym prądnicom zależą od ich zastosowania. Błędy nie powinny być większe od następujących:

- względny błąd amplitudowy: 0,05 ... 0,15%,
- bezwzględny błąd fazowy: 1-2^o,
- napięcie szczątkowe: 0,1-0,2% największej wartości napięcia wyjściowego.

5. Zakończenie

Dwufazowe asynchroniczne prądnice tachometryczne znajdują duże zastosowanie w układach automatycznej regulacji i sterowania przede wszystkim jako człony pomiarowe i liczące. Uzyskanie liniowej i niezależnej od warunków pracy charakterystyki wyjścia jest w związku z tym zagadnieniem pierwszorzędnej wagi.

W Katedrze Konstrukcji Aparatów Automatyki prowadzone są prace konstrukcyjno-badawcze nad uzyskaniem DAPTA o optymalnej charakterystyce wyjścia.

LITERATURA

- [1] SABBAGH E.M.: Application of the 2-Reaction Theory to Electric Motors. AIEE Trans. 1951 t.70, cz.II.
- [2] CZIECZIET J.S.: Elektriczeskije mikromasziny awtomatycznych ustrojstw. Gosenergoizdat 1957.
- [3] DOBROGURSKIJ S.I., KAZAKOW W.A., TITOW W.K.: Sozietno-rieszajuszczije ustrojstwa. Oborongiz 1959.

Rękopis złożono w Redakcji w dniu 22.1.1965 r.

ВЫХОДНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДВУХФАЗНОГО АСИНХРОННОГО
ТАХОГЕНЕРАТОРА С ПОЛЫМ РОТОРОМ

Р е з ю м е

В настоящей статье сделан вывод уравнений для анализа работы двухфазного асинхронного тахогенератора с полым ротором (ДАПТА). Получена общая формула для выходного напряжения ДАПТА при использовании всех параметров магнитных и электрических цепей машины. Проведен анализ выходной характеристики с точки зрения амплитудных и фазных погрешностей. Даются методы оптимизации выходной характеристики с точки зрения самых малых погрешностей.

THE OUTPUT CHARACTERISTIC
OF THE TWO-PHASE DRAG-CUP A.C. TACHOMETER

Summary

In this paper is deduced an output equations for the working analysis of the two-phase drag-cup A.C. tachometer (DAPTA). A general formula has been obtained for the output voltage of the DAPTA, taking into consideration the total of magnetic and electric circuit factors of this machine. The output characteristic analysis has been done taking in account the ratio and phase errors. The paper shows means to achieve the optimum output characteristic, as the minimum errors are gotten.