

BOGUSŁAW CZAPLICKI

Instytut Metalurgii Żelaza

MOŻLIWOŚCI POPRAWIENIA PRACY
PSEUDOOPTIMALNEGO UKŁADU STEROWANIA PRACĄ SPIEKALNI
PRZY POMOCY PROGRAMU UCZĄCEGO SIĘ

Streszczenie. Mimo iż przemysłowe zastosowanie układów uczących się jak dotychczas nie zdało egzaminu, to jednak pewne zasady ich działania można by wykorzystać przy tworzeniu uczących się programów adaptacyjnego sterowania procesami przemysłowymi przy pomocy maszyn cyfrowych.

Omówiono bliżej zasady działania takiego programu, biorąc jako przykład proces spiekania, optymalizowany metodą Gaussa-Seidela. W zależności od szybkości poszukiwania określono trzy strategie oznaczone A, B, C. Dla strategii B określono przy pomocy teorii podejmowania decyzji substrategię minimalizującą spodziewane straty na poszukiwania optimum.

1. Wstęp

Przedstawione już przed piętnastu laty układy uczące się jak model odruchu warunkowego W.G. Waltera lub model szukania drogi w labiryncie W.R. Ashby'ego wzbudziły znaczne nadzieje na realizację automatów uczących się, które mogłyby zostać zastosowane do adaptacyjnego sterowania procesami przemysłowymi. Dla niektórych konstrukcji wskazano bardzo wcześnie spodziewane możliwości ich technicznego zastosowania, przy czym przykładem może być matryca ucząca się K. Steinbucha, którą miano wykorzystać do sterowania procesu

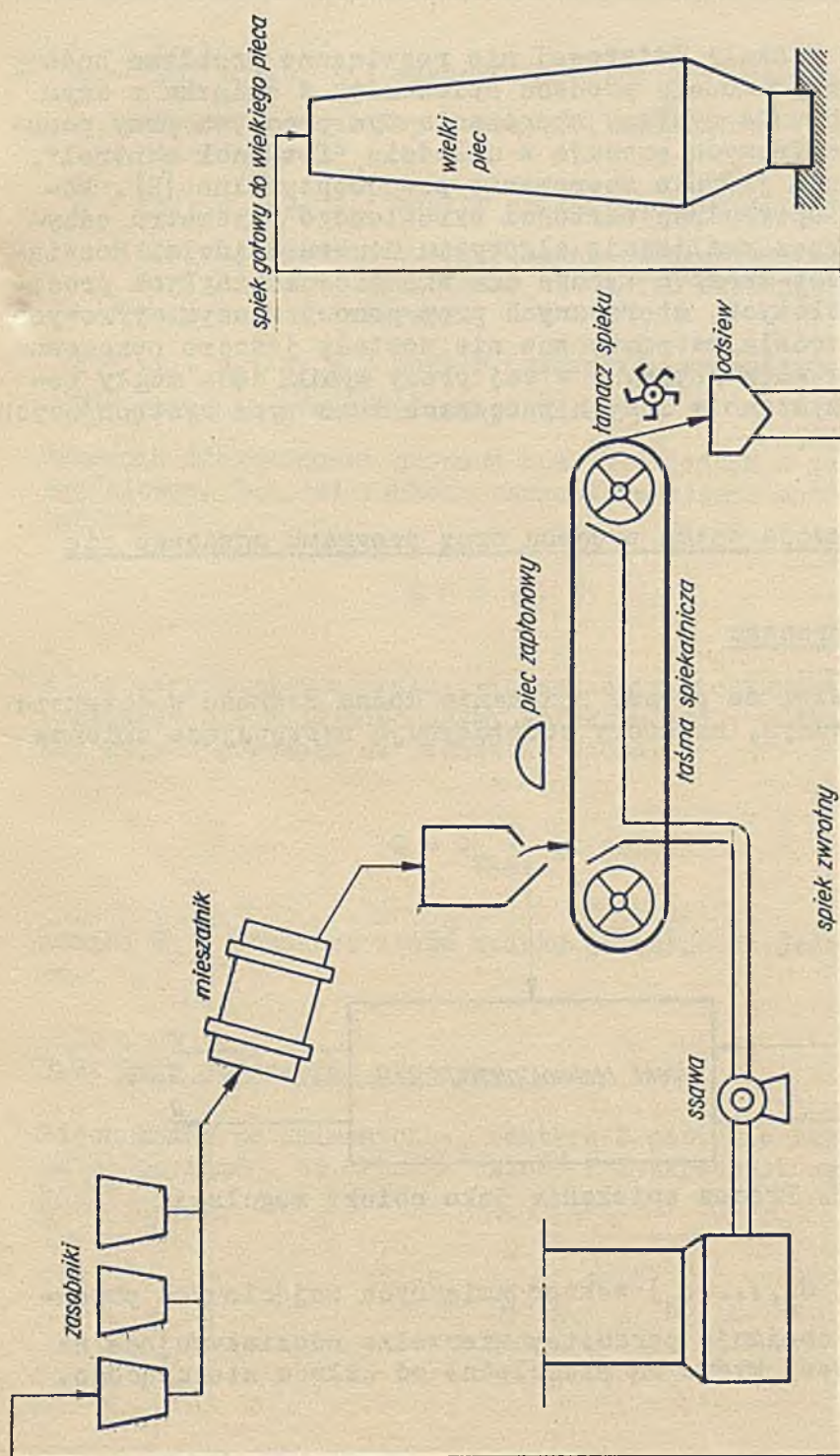
walcowania wlewków [1]. Jednakże konfrontacja zamierzeń z warunkami przemysłowymi sprawiła, że żadna z tych konstrukcji nie wyszła w zakresie zastosowania technicznego poza sferę projektów. Niepowodzenie prac nad praktycznym zastosowaniem automatów uczących się można chyba wyjaśnić skomplikowaniem zadań sterowania, wzrastających wraz ze złożonością sterowanego obiektu.

Procesy przemysłowe, sterowane przy pomocy maszyn cyfrowych charakteryzują się dużą zmiennością warunków pracy. Programy sterowania tymi procesami niejednokrotnie nie wykorzystują wszystkich możliwości optymalizacji procesu. Tak więc myśl rozszerzenia programów sterowania o programy uczące wydaje się bardzo interesująca z punktu widzenia zastosowania przemysłowego. Praca niniejsza ma na celu nakreślenie na przykładzie sterowania procesem spiekania możliwości, jakie stwarza ta idea.

2. Krótka charakterystyka procesu spiekania

Ze względu na warunki pracy wielkiego pieca, ruda żelazna wymaga przed dostarczeniem jej do wielkiego pieca odpowiedniego zbrylenia oraz wzbogacenia o niektóre składniki chemiczne. W większości przypadków problem ten rozwiązuje się poprzez spiekanie rudy z odpowiednimi dodatkami mineralnymi oraz koksikiem na taśmach spiekalnianych. Taśmy te (rys. 1) pracują na mieszance spiekalnianej, składającej się głównie z rudy, kamienia wapiennego, koksiku oraz spieku zwrotnego, a nawilżanej wodą. Mieszanka po nasypaniu na taśmę zostaje zapalona, a następnie taśma przesuwa się nad szeregiem komór odciągowych, które zasysając powietrze przez warstwę mieszanki podtrzymują proces palenia, powodując spiekanie mieszanki. Po zakończeniu procesu spiekania gotowy spiek jest rozbijany na łamaczu, przy czym cząsteczki zbyt drobne wracają do powtórnego przerobu.

Ponieważ wytrzymałość mechaniczna oraz skład chemiczny spieku mają duże znaczenie dla pracy wielkiego pieca zagadnieniom automatyzacji procesu spiekania poświęca się dużo uwagi. Jednakże prace nad kompleksowym sterowaniem procesem spiekania utrudnia fakt, że proces ten jest pomiarowo bardzo trudny do uchwycenia oraz przebiega przy nie dającej się ściśle określić ingerencji powietrza z otoczenia. Jak



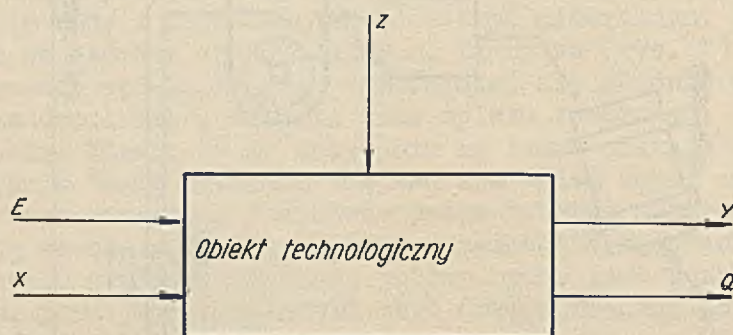
Rys. 1. Uproszczony schemat procesu spiekania

dotychczas w skali światowej nie rozwiązano problemu budowy matematycznego modelu procesu spiekania, w związku z czym budowane obecnie systemy sterowania tym procesem przy pomocy maszyn cyfrowych pracują w układzie "feedback control", zapewniającym jedynie sterowanie pseudooptymalne [2]. Poszukiwanie optymalnej wartości określonego parametru odbywa się poprzez realizację algorytmu Gaussa-Seidela. Rozwiązanie to jest zresztą typowe dla większości ciągłych procesów przemysłowych, sterowanych przy pomocy maszyn cyfrowych, a których modele matematyczne nie zostały jeszcze opracowane [3]. Tak więc uzyskane w tej pracy wyniki będą mogły zostać wykorzystane w innych procesach tego typu występujących np. w chemii.

3. Formalizacja opisu procesu oraz programu uczącego się

3.1. Opis procesu

Przyjmuje się, że proces spiekania można zamknąć w obiekcie technologicznym, na który oddziałują następujące zmienne (rys. 1):



Rys. 2. Proces spiekania jako obiekt regulacji.

$E = (e_1, e_2, \dots, e_n)$ wektor zmiennych wejściowych procesu, obejmuje parametry mierzalne oddziałujące na proces, które są niezależne od układu sterującego.

$X = (x_1, x_2, \dots, x_g)$ wektor zmiennych sterujących procesem, obejmuje parametry sterujące, zmieniane przez układ sterujący.

$Z = (z_1, z_2, \dots, z_f)$ wektor zmiennych zakłócających proces obejmuje parametry zewnętrzne oddziałujące na proces, które są niezależne od układu sterującego i nie mogą zostać zmierzone,

$Y = (y_1, y_2, \dots, y_b)$ wektor parametrów wyjściowych procesu.

Q -- wskaźnik efektywności procesu.

Wskaźnik efektywności procesu może być jednym z parametrów wyjściowych lub też funkcją parametrów wyjściowych procesu. Ogólnie

$$Q = f(X, E, Z) \quad (1)$$

W rozpatrywanym przypadku jako wskaźnik efektywności procesu przyjmuje się wydajność taśmy spiekalniczej, mierzonej w ilości spieku gotowego na jednostkę czasu.

$$Q = Q_{s.g.} \quad (t/\text{godz}) \quad (2)$$

gdzie: $Q_{s.g.}$ oznacza ilość spieku gotowego na jednostkę czasu.

3.2. Opis sterowania procesem

Niech każda ze zmiennych e_i wektora E zostanie skwantowana na b_i poziomów, co określa ilość H dyskretnych wektorów E , gdyż

$$H = \prod_{i=1}^h b_i \quad (3)$$

Analogicznie przeprowadza się kwantyzację wektora X , przy czym skwantowanie każdej z x_i zmiennych wektora X na a_j poziomów określa ilość G dyskretnych wektorów X ponieważ:

$$G = \prod_{j=1}^g a_j \quad (4)$$

Zakłada się, że każdemu dyskretnemu wektorowi wejściowemu E_H zostaje przyporządkowany jednoznacznie jeden z dyskretnych wektorów X_G . Postępowanie determinujące wybór X_G przy danym E_H nazwiemy tablicą sterowania technologicznego, określaną na podstawie doświadczeń w sterowaniu procesem, prowadzącym do takiego wyboru X_G przy danym E_H , aby osiągnąć maksymalną wartość Q .

$$X_G = \text{TST} (E_H)_{Q=\max} \quad (5)$$

Przez TST należy tu rozumieć funkcję przyporządkowania przez tablicę sterowania technologicznego każdemu wektorowi E_H wektora X_G zapewniającego Q_{\max} .

3.3. Optymalizacja efektywności procesu przy pomocy algorytmu Gaussa-Seidela

Dyskretny wektor sterowania X_G określony zależnością (5) nie może zapewnić uzyskania maksymalnej wartości Q , a to ze względu na działanie zakłóceń Z , jak i niepełną znajomość zasad sterowania procesem, na której opierano się przy ustalaniu tablic sterowania technologicznego. Poszukiwanie maksymalnej wartości Q prowadzi się w przemysłowych układach sterowania wg algorytmu Gaussa-Seidela, który można opisać następująco:

Niech będzie dany zbiór d składowych wektora X_E ($d \leq g$) przy czym dla każdej składowej zmiennej określona jest jednostka kwantyzacji Δx_i , ponadto dla całego obszaru zmian zmiennych $x_1, x_2 \dots x_d$ istnieje jedna i tylko jedna wartość

maksymalną Q przy danej wartości E_n , dla której określono d
składowych x_{oi} wektora X_E przy czym próbne zmiany wektora
 X_E przeprowadza się w dyskretnych momentach czasu T_i ($i=1,2,$
 \dots, m) to transformacja wektora X_E w momencie T_n określona
jest jak następuje:

$$X_E(n) = X_E(n-1) + \Delta X_E(n) \quad (6)$$

gdzie:

$$X_E(n) = \begin{cases} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ x_i \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} & \text{Jeżeli } Q(n) - Q(n-1) \geq 0 \end{cases} \quad (7a)$$

$$X_E(n) = \begin{cases} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -x_i \\ x_{i+1} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} & \text{jeżeli } Q(n) - Q(n-1) < 0 \end{cases} \quad (7b)$$

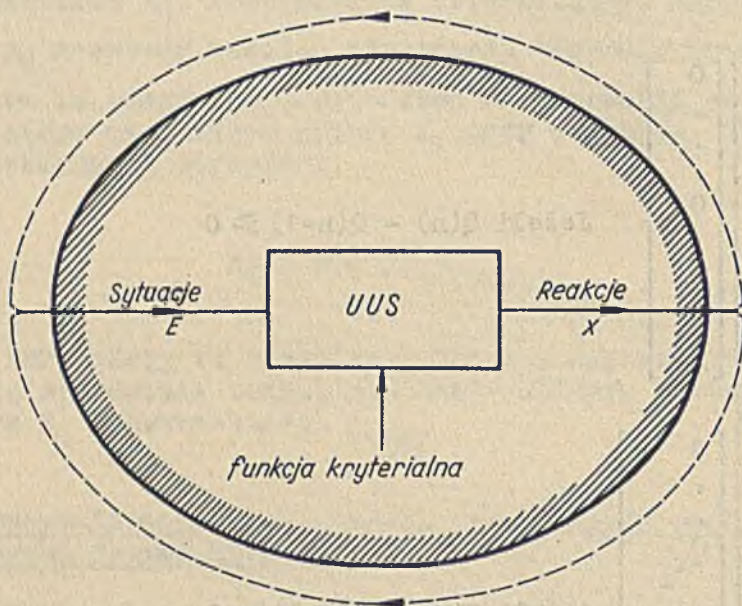
Jeżeli po skorygowaniu wszystkich składowych uzyska się in-
deks $i=d$, to wtedy indeks $i+1$ czyni się równym 1 i próby
poszukiwania optimum przeprowadza się w kierunku przeciwnym
do kierunku zmian realizowanego w poprzednim cyklu.

Tak więc algorytm Gaussa-Seidela ustala zupełnie mecha-
nicznie kierunek poszukiwań maksimum i kolejność zmiany ko-
rygowanej składowej. Zmienną jedynie jest wielkość przyro-

stu składowej, której zmiana utrwała się z chwilą spełnienia warunku (7b).

3.4. Charakterystyka działania układu uczącego się

W celu lepszego scharakteryzowania układów uczących się celem będzie omówienie w sposób bardzo krótki definicji ich działania oraz podstawowych członów funkcyjnych. Aczkolwiek

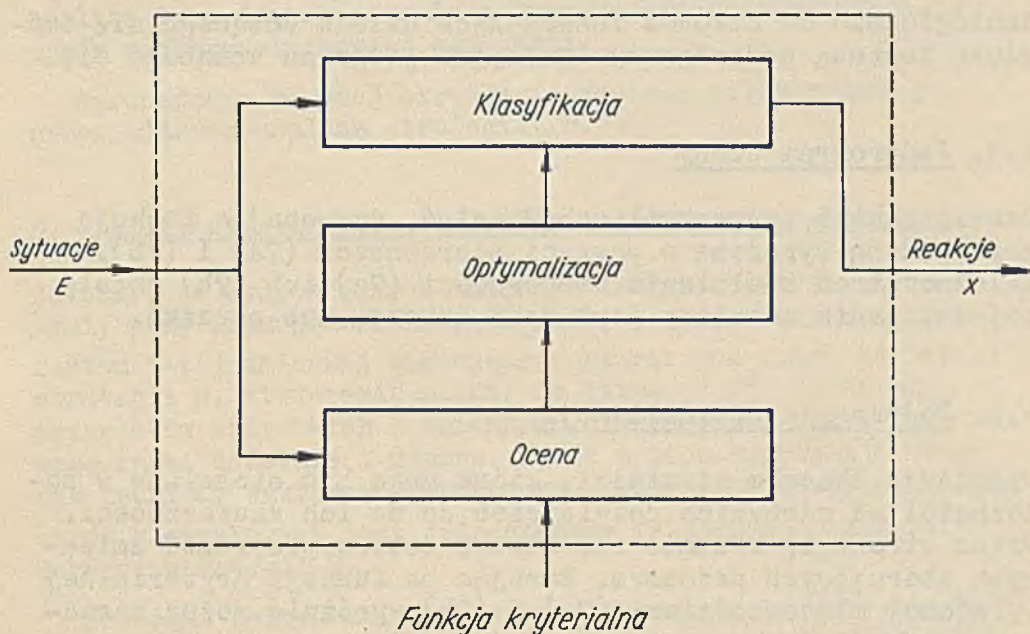


Rys. 3. Współdziałanie układu uczącego się z otoczeniem

nie istnieje dotychczas ogólnie przyjęta definicja procesu uczenia się, to wydaje się, że za K. Steinbuchem proces uczenia się można nazwać "procesem modyfikacji wewnętrznego modelu otoczenia na podstawie uprzednich doświadczeń, przy czym wewnętrzny model otoczenia determinuje reakcje w stosunku do tego otoczenia". Współdziałanie otoczenia z układem uczącym się przedstawione jest schematycznie na rys. 3.

W układzie uczącym się, wyróżnić można trzy człony funkcyjne (rys. 4): człon klasyfikujący, człon oceny oraz człon

optymalizacji. Sytuacja zewnętrzna oddziałująca na układ w formie wektora wejściowego E powinna zostać sklasyfikowana przez człon klasyfikujący, który każdej sytuacji E przyporządkowuje odpowiednią reakcję X . Człon klasyfikujący nie działa w sposób sztywny, przy czym wskutek procesu uczenia się winien określić, jaką reakcję podporządkować jakiej sytuacji. Ogólnie biorąc liczba klas sytuacji winna być równa liczbie reakcji.



Rys. 4. Schemat blokowy układu uczącego się

Zadanie korekty członu klasyfikującego przejmują człon optymalizacji, który winien modyfikować pracę członu klasyfikującego w celu znalezienia odpowiednio optymalnej strategii. Modyfikacja ta następuje przy nieprawidłowym rozpoznaniu wektora wejściowego E , wyrażającym się w wyborze niewłaściwej strategii X .

Człon oceny analizuje sytuację oddziałującą na układ pod względem jej zbieżności z określoną niezależnie funkcją

kryterialną. Występowanie sytuacji rozumianych jako niekorzystne ze stanowiska funkcji kryterialnej jest dla członu oceny przyczyną oddziaływania na człon optymalizujący w celu zmiany niekorzystnej strategii.

Powyższe czynności należy przetransponować na program uczący się zastosowany do optymalizacji pracy piekarni.

4. Funkcyjne podprogramy programu uczącego się zastosowanego do optymalizacji pracy piekarni

Analogicznie do członów funkcyjnych układu uczącego się omówione zostaną podprogramy funkcyjne programu uczącego się.

4.1. Podprogram oceny

Ocenia skutki poszczególnych działań, dysponując funkcją kryterialną wyrażoną w postaci nierówności (7a) i (7b). W zależności od spełnienia nierówności (7a) lub (7b) rezultat działania oceniany jest jako sukces, lub porażka.

4.2. Podprogram optymalizacji

Dysponuje zbiorem strategii, które mogą być stosowane w zależności od zdobytych doświadczeń co do ich skuteczności. Przez strategię rozumie się zasadę doboru przyrostu zmiennych sterujących procesem. Bazując na funkcji kryterialnej wyrażonej nierównościami (7a) i (7b) wyróżnić można zasadnicze strategie:

- A) Algorytm Gaussa-Seidela - w jednym takcie zmienia się przyrost tylko jednej zmiennej sterującej o jednostkę Δx_i .
- B) Zmodyfikowany algorytm Gaussa-Seidela - w jednym takcie zmienia się przyrost wszystkich d zmiennych sterujących o jednostkę Δx_i .
- C) Duże zmiany - w jednym takcie zmienia się przyrost kilku zmiennych sterujących o n_i jednostek Δx_i .

Strategia A została omówiona w p. 3.3 przy omawianiu algorytmu Gaussa-Seidela, omówienie strategii C znacznie prze-

kracza ramy niniejszego opracowania, natomiast strategia B zostanie rozpatrzona poniżej.

4.3. Podprogram klasyfikacji

Dokonuje wyboru decyzji oddziaływania na proces, dysponując zbiorem decyzji określonych przez daną strategię, decyzją wydaną w poprzednim takcie oraz rezultatem działania tej decyzji na proces. Podprogram klasyfikacji dysponuje pamięcią, w której rejestruje ciąg decyzji i odpowiadających im rezultatów, kształtując w ten sposób obraz otoczenia. Odpowiednia analiza tych danych pozwala podprogramowi optymalizacji na wybór najkorzystniejszej strategii.

Wprowadzone powyżej określenia zostaną zilustrowane poprzez bliższą analizę strategii B.

5. Analiza strategii B oraz wybór optymalnej substrategii

Założmy, że dysponujemy d zmiennymi sterującymi, skwantowanymi, przy czym jednostkę kwantyzacji Δx_i nazywamy przyrostem i -tej zmiennej sterującej. Biorąc pod uwagę definicję strategii B, stwierdzić można, że istnieje 2^d kombinacji przyrostów wszystkich d zmiennych sterujących, biorąc pod uwagę znaki dodatnie i ujemne. Każdą z tych kombinacji nazywać będziemy wektorem kierunkowym. Zbiór $\{K_j\}$ wszystkich wektorów kierunkowych jest jednoznaczny ze zbiorem wszystkich decyzji strategii B.

Ponieważ zakres zmian zmiennych sterujących jest ograniczony, istnieje ograniczona liczba wektorów X . Każdą wartość wektora X traktować możemy jako punkt w d -wymiarowej przestrzeni euklidesowej R_d , o współrzędnych $(x_1, x_2 \dots x_d)$.

Każdemu punktowi X przyporządkowujemy jednoznacznie określony zespół komórek pamięci. Ustalmy zasady zapisu w pamięci.

Jeżeli dla danego punktu X wybranie określonego kierunku przyrostu i -tej zmiennej sterującej zakończyło się A razy sukcesem, ponadto wybranie przeciwnego kierunku przyrostu tejże zmiennej zakończyło się B razy niepowodzeniem, to suma $A + B$ zostaje zapisana jako wskaźnik osiągnięcia sukcesu w określonym kierunku przyrostu i -tej zmiennej sterującej.

Ponadto jeżeli wskaźnik $A + B$ uzyskany został na ogólną ilość C krotnego wyboru przyrostu i -tej zmiennej, to ułamek $\frac{A+B}{C}$ nazywany będzie prawdopodobieństwem uzyskania sukcesu przez wybór danego kierunku przyrostu i -tej zmiennej sterującej. Oznaczając dany kierunek przez 1, a przeciwny przez 0 możemy napisać

$$p(\Delta x_i^1) = \frac{A+B}{C} \quad \text{oraz} \quad p(\Delta x_i^0) = \frac{C-A-B}{C} \quad (7c)$$

gdzie: C - liczba dostatecznie duża.

Jeżeli C nie jest liczbą dostatecznie dużą w sensie statystycznym, jest stosowana strategia A, natomiast po uzyskaniu odpowiedniego "doświadczenia" - strategia B względnie C.

Zakładając niezależność prawdopodobieństwa sukcesu dla danego kierunku dowolnego przyrostu od warunków osiągnięcia sukcesu przez wybór innych przyrostów określić można prawdopodobieństwo sukcesu przez wybór dowolnej decyzji strategii B wzorem

$$p(K_j) = \prod_{i=1}^d p(\Delta x_i^a) \quad (7d)$$

gdzie:

$$a \in \{0, 1\}$$

$$j \in \{1, 2, \dots, 2^d\}$$

przyjmując zerojedynkowe oznaczenia kierunków przyrostów wchodzących w skład wektora kierunkowego można oznaczyć dany wektor kierunkowy kombinacją zerojedynkową

$$K_j = K_{a_1 a_2 \dots a_d}$$

gdzie: $a_1 a_2 \dots a_d \in \{0, 1\}$

a odpowiadające mu prawdopodobieństwo

$$p(K_j) = p_{a_1 a_2 \dots a_d}$$

Wektor kierunkowy spełniający warunek

$$p(K_{a_1 a_2 \dots a_d}) = \text{Max}_{a_1 a_2 \dots a_d} p(K_{a_1 a_2 \dots a_d}) \quad (7e)$$

przyjmujemy jako wektor odniesienia i oznaczamy $K_{11..11}$.

Z kolei rozpatrzmy zasady podejmowania decyzji w strategii B.

5.1. Macierz eksperymentalna F

Macierz eksperymentalna F powinna określać prawdopodobieństwo osiągnięcia sukcesu po wybraniu któregośkolwiek z wektorów kierunkowych. Ze względu na związanie wektora E z obszarem zmian X macierz eksperymentalną odnosimy do danego punktu X, Ma ona formę macierzy kierunkowej.

$$F = \begin{array}{c|c} X & \\ \hline P_{11..11} & K_{11..11} \\ P_{11..10} & K_{11..10} \\ \dots & \dots \\ P_{00..00} & K_{00..00} \end{array} \quad F = \begin{bmatrix} P_{11..11} \\ P_{11..10} \\ \dots \\ P_{00..00} \end{bmatrix} \quad (8)$$

5.2. Macierz strat M

Miarą strat są wartości funkcji strat W, przy czym funkcja ta jest funkcją dwóch argumentów. Pierwszy jest kierunkiem rzeczywistym zapewniającym sukces po wybraniu dla wszystkich przyrostów składowych, natomiast drugi jest kierunkiem wybranym w wyniku podjęcia decyzji. Za jednostkę strat przyjmuje się stratę powstałą przez wybranie przyrostu składowego w kierunku zmniejszania przyrostu Q. Maksymalna strata wynieść

może d jednostek. Wielkość strat, jakie mogą powstać między poszczególnymi wektorami kierunkowymi ująć można macierzą $2^d \times 2^d$.

x	$K_{11..11}$	$K_{11..10}$	\vdots	$K_{00..01}$	$K_{00..00}$	
$K_{11..11}$	0	1	$\cdot d-1$	d		
$K_{11..10}$	1	0	$\cdot d$	$d-1$		
$\dots\dots\dots$	$\dots\dots\dots$					(9)
$K_{00..01}$	$d-1$	d	$\cdot 0$	1		
$K_{00..00}$	d	$d-1$	$\cdot 1$	0		

Obliczanie wielkości strat W polega na porównaniu ze sobą oznaczeń przyrostów tych samych zmiennych sterujących wg zasady:

$$W(i,j) = \begin{cases} 1 & \text{dla } i \neq j \\ 0 & \text{dla } i = j \end{cases} \quad (10)$$

Zasada (10) reprezentuje związek logiczny zwany negacją różnicy symetrycznej, którą ująć można tabelą (11)

	1	0	
1	0	1	(11)
0	1	0	

W celu określenia bardziej uogólnionej formy zapisu tworzymy macierz oznaczeń O , obejmującą oznaczenia wszystkich wektorów kierunkowych od $K_{11..11}$ do $K_{00..00}$

$$O = \begin{bmatrix} 11..11 \\ 11..10 \\ \dots\dots \\ 00..01 \\ 00..00 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Poszczególne kolumny macierzy O oznaczmy literą k_o z indeksem numerującym kolumny od strony silnej do słabej

$$O = [k_{o1} \ k_{o2} \ \dots \ k_{od}] \quad (13)$$

Można pokazać, że macierz M dla się przedstawić w postaci:

$$M = \sum_{i=1}^d M_i \quad (14)$$

przy czym podmacierze M_i określone są wzorem

$$M_i = k_{oi} \cdot \bar{k}_{oi}^T + \bar{k}_{oi} \cdot k_{oi}^T \quad (15)$$

gdzie: \bar{k}_{oi} składa się z elementów będących negacjami elementów kolumny k_{oi} .

Przykład: Określić macierz strat dla $d = 2$

$$O = \begin{bmatrix} 11 \\ 10 \\ 01 \\ 00 \end{bmatrix} \quad k_{o1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \bar{k}_{o1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad k_{o2} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \bar{k}_{o2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$M_1 = \begin{bmatrix} 0011 \\ 0011 \\ 0000 \\ 0000 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0000 \\ 0000 \\ 1100 \\ 1100 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0011 \\ 0011 \\ 1100 \\ 1100 \end{bmatrix} \quad M_2 = \begin{bmatrix} 0101 \\ 0000 \\ 0101 \\ 0000 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0000 \\ 1010 \\ 0000 \\ 1010 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0101 \\ 1010 \\ 0101 \\ 1010 \end{bmatrix}$$

$$M = M_1 + M_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

5.3. Macierz prawdopodobieństwa "a priori" P

Macierz prawdopodobieństw "a priori" określa substrategię poszukiwań wektora kierunkowego zapewniającego osiągnięcie sukcesu dla wszystkich przyrostów składowych. Określa ona dla każdego punktu X prawdopodobieństwo wyboru każdego z wektorów kierunkowych K

$$\begin{array}{c|c}
 X & \\
 \hline
 P'_{11..11} & K_{11..11} \\
 P'_{11..10} & K_{11..10} \\
 \dots\dots & \dots\dots \\
 P'_{00..01} & K_{00..01} \\
 P'_{00..00} & K_{00..00}
 \end{array}
 \quad P = \quad
 \begin{bmatrix}
 P'_{11..11} \\
 P'_{11..10} \\
 \dots\dots \\
 P'_{00..01} \\
 P'_{00..00}
 \end{bmatrix}
 \quad (16)$$

5.4. Określenie substrategii wyboru o minimalnej wartości spodziewanej strat

W ramach definicji strategii B ustalić można zasadniczo trzy warianty wyboru decyzji, zwane substrategiami. Należy wybrać substrategię o minimalnej wartości spodziewanej strat.

Dla strategii B wyróżnić można następujące trzy substrategie:

- a) $P = P_m$ - wybiera się zawsze jeden wektor kierunkowy,
- b) $P = F$ - wybiera się wektor kierunkowy proporcjonalnie do prawdopodobieństwa osiągnięcia sukcesu,
- c) $P = P_j$ - wybiera się każdy wektor kierunkowy z jednakową częstością.

Jeżeli macierze F , M i P są określone, to wartość oczekiwaną strat $E(W)$ można obliczyć wg wzoru:

$$E(W) = F^T M P \quad (17)$$

Ponieważ zgodnie ze wzorem (14) można rozłożyć macierz M na macierze składowe, można także napisać:

$$E(W_i) = F^T M_i P \text{ przy czym } E(W) = \sum_{i=1}^d E(W_i) \quad (18)$$

Wykażemy, że dla substrategii $P = P_m$ najkorzystniejszą jest jej wersja wektora kierunkowego o największym prawdopodobieństwie osiągnięcia sukcesu. Wektorem tym jest wektor $K_{11..11}$, gdyż prawdopodobieństwo osiągnięcia sukcesu po wybraniu tego wektora jest największe.

$$\text{Warunek } p_{11..11} = \text{Max}_{a_1 a_2 \dots a_d} (p_{a_1 a_2 \dots a_d}) \quad a_1, a_2, \dots, a_d \in \{0, 1\}$$

można też zapisać w formie

lub

$$\begin{array}{ll} p(\Delta x_1^1) > p(\Delta x_1^0) & p(\Delta x_1^1) > 0,5 \\ p(\Delta x_2^1) > p(\Delta x_2^0) & p(\Delta x_2^1) > 0,5 \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ p(\Delta x_d^1) > p(\Delta x_d^0) & p(\Delta x_d^1) > 0,5 \end{array} \quad (19)$$

Macierz P_M można zapisać następująco

$$P_M = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \dots \\ \delta_{2d} \end{bmatrix} \quad \text{przy czym} \quad \delta_j = \begin{cases} 0 & \text{dla } j \neq h \\ 1 & \text{dla } j = h \end{cases} \quad (20)$$

gdzie: k_j - wskaźnik wybranego wektora.

Macierz taką wybiera z iloczynu macierzy $F^T M$ człon z kolumną o wskaźniku h . Ponieważ iloczyn macierzy $F^T M$ można rozpisać następująco:

$$F^T M = \left[F^T k_1 \quad F^T k_2 \quad \dots \quad F^T k_{2d} \right] \quad (21)$$

gdzie: k_j - j -ta kolumna macierzy M ,

to wykazanie najkorzystniejszej wersji substrategii $P = P_M$ można dokonać przez porównanie danego członu $F^T k_j$ z wszystkimi pozostałymi. Jeżeli wybrany zostanie człon pierwszy ($h = 1$) to otrzymamy układ nierówności:

$$\begin{aligned} F^T k_1 &< F^T k_2 \\ F^T k_1 &< F^T k_3 \\ \dots & \quad \dots \\ F^T k_1 &< F^T k_{2d} \end{aligned} \quad (22)$$

Ponieważ

$$k_1 = \sum_{i=1}^d k_{1i} \quad \text{oraz} \quad k_{1i} = \bar{k}_{oi} \quad \text{więc}$$

$$F^T k_1 = F^T (\bar{k}_{o1} + \bar{k}_{o2} + \dots + \bar{k}_{od}) \quad (23)$$

Możemy również napisać

$$F^T k_j = F^T (k_{1j} + k_{2j} + \dots + k_{dj}), \quad j = 2, 3 \dots 2^d$$

Nierówność

$$F^T k_1 < F^T k_j$$

jest spełniona jeżeli dla przynajmniej jednego $i \in \{1, 2, \dots, d\}$ spełniona jest nierówność

$$F^T \bar{k}_{oi} < F^T k_{ij} \quad (24)$$

a dla pozostałych $i \in \{1, 2, \dots, d\}$ spełnione są równości

$$F^T \bar{k}_{oi} = F^T k_{ij} \quad (25)$$

Przypomnijmy, że

$$k_{ij} = k_{oi} \quad \text{lub} \quad k_{ij} = \bar{k}_{oi}$$

dla tych i , dla których spełnione są równości (25). Należy więc pokazać, że dla tych i dla których $k_{ij} = k_{oi}$, spełniona jest nierówność (24), to znaczy, że trzeba udowodnić nierówność

$$F^T \bar{k}_{oi} < F^T k_{oi} \quad (26)$$

Biorąc pod uwagę, że zgodnie z wprowadzoną umową:

- a) elementy macierzy F są nierosnące wraz ze wzrostem numeru elementu,

b) pierwsze 2^{d-1} elementów kolumny k_{0i} jest równe jedności, następne 2^{d-1} elementów kolumny k_{0i} jest równe zeru, i znowu następne 2^{d-1} elementów kolumny k_{0i} jest równe jedności, i tak dalej aż do wyczerpania ilości 2^d elementów jakie liczy kolumna k_{0i} ,

c) w każdej kolumnie k_{0i} występuje tyle samo zer co i jedynek stwierdzić można, iż z faktów (a), (b) i (c) wynika natychmiast, że nierówność (26) jest spełniona, co kończy dowód.

Dla substrategii $P = P_m$ określona jest więc macierz poszukiwań

$$P_m = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

oraz spodziewana wielkość strat $E(W)_{P_m} = F^T k_1$.

Należy z kolei udowodnić, że substrategia $P = P_m$ daje mniejsze wartości spodziewanych strat niż pozostałe substrategie. Rozpatrzmy kolejno, czy spełnione są nierówności

$$E(W)_{P_m} < E(W)_F \quad (28)$$

oraz

$$E(W)_{P_m} < E(W)_{P_j} \quad (29)$$

Dla strategii $P = F$ bierzemy pod uwagę macierz składową M_i macierzy strat M dla $i = 1$. Utworzona jest ona z pierwszej kolumny k_{01} macierzy oznaczeń O , co oznacza, że poszczególne kolumny k_{k1} przyjmują wartości:

$$k_{k1} = \begin{cases} \bar{k}_{01} & \text{dla } 1 \leq k \leq 2^{d-1} \\ k_{01} & \text{dla } 2^{d-1} < k \leq 2^d \end{cases} \quad (30)$$

Wykonujemy mnożenie dwóch ostatnich macierzy wartości spodziewanej strat $E(W)_F$ porządkując równocześnie kolumny

$$F^T M_1 F = F^T \bar{k}_{01} (p_{11..11} + p_{11..10} + \dots + p_{10..00}) + F^T k_{01} (p_{01..11} + p_{01..10} + \dots + p_{00..00}) \quad (31)$$

Ponieważ

$$F^T \bar{k}_{01} = (p_{01..11} + p_{01..10} + \dots + p_{00..00}) = p(\Delta x_1^0) \quad (32)$$

$$F^T k_{01} = (p_{11..11} + p_{11..10} + \dots + p_{10..00}) = p(\Delta x_1^1)$$

więc

$$E(W_1)_F = F^T M_1 F = 2p(\Delta x_1^1)p(\Delta x_1^0) \quad (33)$$

Biorąc pod uwagę, że $k_{11} = \bar{k}_{01}$ określimy składową spodziewanych strat dla macierzy M_1 substrategii $P = P_m$

$$E(W_1)_{P_m} = F^T k_{11} = F^T \bar{k}_{01} = p(\Delta x_1^0) \quad (34)$$

Porównując straty spodziewane dla pierwszych macierzy obydwu substrategii, tj. wstawiając (34) i (33) do (28) otrzymamy wzór:

$$p(\Delta x_1^0) < 2p(\Delta x_1^1) p(\Delta x_1^0)$$

analogicznie dla każdej macierzy składowej M_i zachodzi nierówność

$$p(\Delta x_i^0) < 2p(\Delta x_i^1) p(\Delta x_i^0)$$

Suma tych nierówności spełnia nierówność (28) na mocy warunku (19).

Rozpatrując z kolei straty spodziewane substrategii $P=P_j$ określamy uprzednio macierz poszukiwań P_j

$$P_j = \begin{bmatrix} p \\ p \\ \cdot \\ \cdot \\ p \end{bmatrix} \quad \text{gdzie} \quad p = \frac{1}{2^d}$$

Postępując analogicznie jak uprzednio i wstawiając do wzoru (31)

$$P_{11..11} = P_{11..10} = \dots = P_{00..00} = p$$

oraz wykorzystując wzór (32) otrzymamy

$$F^T M_1 P_j = F^T \bar{k}_{01} 2^{d-1} p + F^T k_{01} 2^{d-1} p \quad (36)$$

Biorąc pod uwagę, że

$$\bar{k}_{01} + k_{01} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \cdot \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

uzyskamy wynik

$$F^T M_1 P_j = 1 \cdot 2^{d-1} \cdot \frac{1}{2^d} = \frac{1}{2} \quad (37)$$

ogólnie

$$F^T M_i P_j = \frac{1}{2} \quad (38)$$

Porównując odpowiednio nierówności dla poszczególnych macierzy składowych M_i otrzymamy nierówność

$$p(\Delta x_i^0) < \frac{1}{2}, \quad (39)$$

która jest spełniona na mocy warunku (19) dla wszystkich $i \in \{1, 2, \dots, d\}$. Suma tych nierówności spełnia nierówność (29).

Tak więc substrategia $P = P_m$ jest substrategią o najniższych stratach spodziewanych.

Przykład: Określić wysokość spodziewanych strat dla wszystkich trzech substrategii przy $d = 2$ oraz wartościach

$$p(\Delta x_1^1) = 0.7, p(\Delta x_2^1) = 0.6$$

Otrzymamy następujące macierze

$$F = \begin{bmatrix} 0.42 \\ 0.28 \\ 0.18 \\ 0.12 \end{bmatrix} \quad P_m = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad P_F = \begin{bmatrix} 0.42 \\ 0.28 \\ 0.18 \\ 0.12 \end{bmatrix} \quad P_j = \begin{bmatrix} 0.25 \\ 0.25 \\ 0.25 \\ 0.25 \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Wielkości strat spodziewanych

$$E(W)_{P_m} = 0.7 \quad E(W)_F = 0.9 \quad E(W)_{P_j} = 1$$

Działanie programu uczącego się pozwala na wykorzystanie danych zebranych w pamięci podprogramu klasyfikacji dla zwiększenia szybkości poszukiwania maksimum procesu spiekania. Aczkolwiek przy obecnym sformułowaniu zadania teza ta nie może zostać udowodniona na drodze ściśle analitycznej, wyższość strategii B nad strategią A można wykazać np. modelując przebieg procesu.

Rękopis złożono w Redakcji w dniu 15.XII.65.

LITERATURA

- [1] Steinbuch K., Piske U.: Learning Matrices and their Applications. IEEE Trans EC-12 (1963).
- [2] Cappel F., Nikl S., Strasser G., Wölfel H.: Optimierungsversuche an einer Eisenerz - Bandsinteranlage, Regelungstechnik t. 13, Nr 4 (1965).
- [3] Potrz J.: Systemy sterowania procesami technologicznymi za pomocą maszyn cyfrowych. Biuletyn Informacyjny "Elwro" Nr 7, (1965).
- [4] Müller P.: Anwendungen lernfähiger Automaten, Regelungstechnik t. 13, Nr 9 (1965).

СПОСОБ УЛУЧШЕНИЯ ПСЕВДООПТИМАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ
АГЛОМЕРАЦИОННОЙ ЛЕНТОЙ С ПОМОЩЬЮ УЧАЩИХСЯ ПРОГРАММ

Резюме

Построение пятнадцать лет тому назад первые самоучащиеся системы возбудили большую надежду их применения для адаптационного управления производственными процессами.

До сих пор эта надежда не была подтверждена, вероятно из за значительной сложности проблемы управления производственными процессами, производственный процесс агломерации руды, являющийся типовым медленным и сложным процессом.

После краткого введения в технологию процесса агломерации проведено квантизацию всех переменных параметров процесса. Для выявления точки экстремума применено метод Гаусса-Зейделя, с помощью которого можно найти оптимальную точку процесса в n -размерном пространстве, принимая во внимание только квантизованных переменных из общего количества параметров процесса. Выведено три различных стратегий, различающихся скоростью искания оптимума во время одного такта:

- Стратегия А - один шаг в направлении одной переменной
- Стратегия В - один шаг в направлении всех переменных
- Стратегия С - более одного шага в направлении всех переменных.

При помощи теории решения определено оптимальную субстратегию В. Определено условную вероятность положительного выбора направления поисков, экспериментальную матрицу, матрицу потерь и матрицу вероятностей "а priori".

Оптимальная субстратегия обеспечивает минимализацию значения ожидаемых потерь для поисков максимальной эффективности процесса.

POSSIBILITIES OF IMPROVING OF QUASI-OPTIMAL
AGGLOMERATION PLANT CONTROL SYSTEM WITH THE AID OF
A LEARNING COMPUTER PROGRAM

S u m m a r y

The design of the first learning machines for over fifteen years has given a great chance of their application to adaptive plant control systems,

Nevertheless, this expecting has not been yet confirmed probably due to very high complication of the tasks of industrial plant control.

From the other side in these years are extended the applications of digital computer to industrial plant control, and it is possible to use a special program of the control computer as a learning program in order to improve the process performance.

The tasks of learning computer program are divided in three functions: the classifying function, the recognition function and the optimisation function.

This paper deals with the possibilities which are offered by this idea taking the agglomeration process as an example. That is a typically slow but complex industrial process.

After a short introduction to agglomeration plant technology there is performed a digitalisation of all variable plant parameters.

The Gauss-Seidel method is basically taken as a hill-climbing method, which search the process optimum in a d-dimensional space, taking into account only d-digitised variables form the total number of all plant parameters. There are introduced three strategies different on the search speed in the time of one pace.

- A strategy: one step in one variable direction
- B strategy: one step in all variable directions
- C strategy: more the one step in all variables directions.

With the help of decision theory the optimal policy is designed for the B - strategy, There is defined the conditional probability of succesful search-direction choise, the experimental matrix, the loss matrix and "a priori" matrix of probabilities.

The optimal policy assured the minimal value of expected loss for the maximum performance search.