ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

Nr 28 ELEKTRYKA z.9 1961

ZYGMUNT NOWOMIEJSKI

Katedra Podstaw Elektrotechniki

KOMPENSACJA MOCY BIERNEJ W UKŁADACH O PRZEBIEGACH ODKSZTAŁCONYCH

Streszczenie. W pracy jest podana nowa, po raz pierwszy konsekwentnie wyprowadzona teoria kompensacji mocy biernej w układach o przebiegach odkształconych tak dla układów 1-fazowych jak i wielofazowych równomiernie lub nierównomiernie obciążonych.

W oparciu o wcześniej opublikowane prace autora [4], [5] w tej pracy został wyprowadzony symboliczny prąd bierny $\hat{J}_q(t)$, który jest nośnikiem energii biernej dostarczonej do układu lub przez układ pobieranej. Dlatego zagadnienie kompensacji mocy biernej zostało sprowadzone do kompensacji prądu $\hat{J}_q(t)$ przez wprowadzenie do układu pojemności C takiej, że pobierany prąd bierny $\hat{J}_{qc}(t)$ przez kondensator o tej pojemności jest równy prądowi $\hat{J}_{\gamma c}(t)$ pobieranego przez układ.

W pracy zwrócono uwagę na dodatkowe przeciążenie kondensatora a tym samym i sieci przez wystąpienie dodatkowego prądu deformacji $\hat{J}_{\gamma c}(t)$ pobieranego przez kondensator.

1. WPROWADZENIE

Teoria kompensacji mocy biernej przedstawiona w tej pracy jest oparta na teorii mocy przedstawionej przez autora w Biuletynie Instytutu Energetyki [4].

Ten paragraf poświęcimy na "Résumé wyników i związków uzyskanych w powyższej pracy.

Niech $F(t)$ jest funkcją rzeczywistą, okresową, całkowalną wraz z kwadratem w domkniętym przedziale $[0,T]$, gdzie T jest okresem tej funkcji.

Zachodzi:

$$F(t) \sim \sum_{-\infty}^{\infty} \hat{f}_h e^{j\omega ht} = f_o + \sum_{h=1}^{\infty} \hat{f}_h e^{jh\omega t} + \sum_{h=1}^{\infty} \check{f}_h e^{jh\omega t}$$

gdzie:

$$\hat{f}_h = \frac{1}{T} \int_0^T F(t) e^{-jh\omega t}\, dt \tag{1}$$

Kładziemy:

$$f_o + \sqrt{2} \sum_{h=1}^{\infty} \hat{f}_h e^{jh\omega t} \sim \hat{F}(t) \tag{2}$$

Funkcja $\hat{F}(t)$ jest funkcją zespoloną zmiennej rzeczywistej t, okresową o okresie T i całkowalną wraz z kwadratem w domkniętym przedziale $[0,T]$. Nazwiemy ją funkcją symboliczną stowarzyszoną z funkcją rzeczywistą $F(t)$.

Kładziemy:

$$f_o = F_o; \quad \sqrt{2}\, \hat{f}_h = \hat{F}_n = F_h e^{j\theta_h} \tag{3}$$

Stąd:

$$\hat{F}(t) \sim F_o + \sum_{h=1}^{\infty} \hat{F}_h e^{jh\omega t} = F_o + \sum_{h=1}^{\infty} F_h e^{j(h\omega t + \theta_h)} \tag{4}$$

Zachodzi:

$$\frac{1}{T} \int_0^T [F(t)]^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^T |\hat{F}(t)|^2\, dt \tag{5}$$

tzn., że wartości skuteczne (normy) – funkcji rzeczywistej i stowarzyszonej z nią funkcji symbolicznej – są sobie równe.

Niech dane są dwie funkcje rzeczywiste, okresowe U(t) i J(t) całkowalne wraz z kwadratem w wspólnym, domkniętym przedziale [0,T] reprezentujące odpowiednio przebieg prądu i napięcia w układzie jednofazowym.

Zachodzi:

$$J(t) \sim \sum_{-\infty}^{\infty} \hat{i}_h e^{jh\omega t}; \quad U(t) \sim \sum_{-\infty}^{\infty} \hat{u}_h e^{jh\omega t} \tag{6}$$

Kładziemy:

$$\begin{aligned} u_o &= V_o; \quad \sqrt{2}\,\hat{u}_h = \hat{V}_h = V_h\, e^{j\beta h} \\ i_o &= I_o; \quad \sqrt{2}\,\hat{i}_h = \hat{I}_h = I_h\, e^{j\alpha h} \end{aligned} \tag{7}$$

Stąd:

$$\begin{aligned} \frac{1}{T}\int_0^T \hat{U}(t)\check{J}(t)dt &= V_o I_o + \sum_{h=1}^{\infty} \hat{V}_h \check{I}_h \\ &= V_o I_o + \sum_{h=1}^{\infty} V_h I_h e^{j\Psi_h} \end{aligned} \tag{8}$$

gdzie:

$$\Psi_h = \beta_h - \alpha_h$$

Moc:

$$\hat{P}_i \overset{df}{=} \frac{1}{T}\int_0^T \hat{U}(t)\check{J}(t)dt \tag{9}$$

nazwiemy uogólnioną mocą symboliczną.

Zachodzi:

$$P = \mathrm{Re}\left\{\frac{1}{T}\int_0^T \hat{U}(t)\check{J}(t)dt\right\} \tag{10}$$

$$= V_oI_o + \sum_{h=1}^{\infty} V_hI_h \cos\Psi'_h$$

$$Q = \mathrm{Jm}\left\{\frac{1}{T}\int_0^T \hat{U}(t)\hat{J}(t)dt\right\} \tag{11}$$

$$= \sum_{h=1}^{\infty} V_hI_h \sin\Psi'_h$$

gdzie P jest mocą czynną a Q mocą bierną układu. Tak jak dla przebiegów sinusoidalnych, zachodzi:

$$\hat{P}_i = P + jQ; \quad |\hat{P}_i| = \sqrt{P^2 + Q^2} \tag{12}$$

Kładziemy:

$$T \overset{df}{=} U.J,$$

gdzie:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T |\hat{U}(t)|^2 dt}; \quad I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T |\hat{I}(t)|^2 dt} \tag{13}$$

Moc T nazwiemy mocą modułową[x]. Zachodzi:

$$T = \sqrt{\sum_{h=0}^{\infty} V_h^2} \cdot \sqrt{\sum_{h=0}^{\infty} I_h^2} \tag{14}$$

Łatwo wykazać, że:

$$T \geqslant \sqrt{P^2 + Q^2} \tag{15}$$

---

x) Ogólne związki zachodzące między mocą modułową T a mocą pozorną S zostały podane w pracy autora [5].

Kładziemy:

$$\hat{J}(t) \overset{df}{=} \hat{J}_i(t) + \hat{J}_\psi(t)$$

$$\hat{J}_i(t) \overset{df}{=} \frac{\check{P}_i}{U^2} \cdot \hat{U}(t) \tag{16}$$

Czyli:

$$\hat{J}_i(t) = \frac{P-jQ}{U^2} \cdot \hat{U}(t) \tag{17}$$

Zachodzi:

$$\frac{1}{T}\int_0^T \hat{U}(t)\check{J}_\psi(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T \hat{U}(t)\left[\check{J}(t)-\check{J}_i(t)\right]dt$$

$$= \hat{P}_i - \hat{P}_i = 0$$

Stąd:

$$\frac{1}{T}\int_0^T \hat{J}_\psi(t)\check{J}(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T \hat{J}_\psi(t)\left[\check{J}_\psi(t)+\check{J}_i(t)\right]dt$$

$$= \frac{1}{T}\int_0^T \hat{J}_\psi(t)\check{I}_\psi(t)dt = J_\psi^2$$

Z drugiej strony, otrzymamy:

$$\frac{1}{T}\int_0^T \hat{J}_\psi(t)\check{J}(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T \left[\hat{J}(t)-\hat{J}_i(t)\right]\check{J}(t)dt$$

$$= J^2 - \frac{|\hat{P}_i|^2}{U^2}$$

Czyli:

$$J_\Psi^2 = J^2 - \frac{P^2+Q^2}{U^2}$$

$$T^2 = P^2 + Q^2 + (U \cdot J_\Psi)^2$$

Kładziemy:

$$K \overset{df}{=} U \cdot J_\Psi \tag{18}$$

Stąd:

$$T^2 = P^2 + Q^2 + K^2 \tag{19}$$

Moc K nazwiemy mocą deformacji. W układach jednofazowych jej wielkość określa wpływ wyższych harmonicznych na pobór mocy modułowej T. W układach 1-fazowych o przebiegach nieodkształconych moc K jest równa zeru.

2. KOMPENSACJA MOCY BIERNEJ W UKŁADACH 1-FAZOWYCH

Zachodzi:

$$\hat{J}_i(t) = \frac{P}{U^2} \cdot \hat{U}(t) - j\,\frac{Q}{U^2} \cdot \hat{U}(t) \tag{20}$$

Kładziemy:

$$g \overset{df}{=} \frac{P}{U^2}; \quad b \overset{df}{=} \frac{Q}{U^2}; \quad \hat{y} \overset{df}{=} g - jb \tag{21}$$

Wielkości g i b są rzeczywiste i posiadają wymiar w simensach. Nazwiemy je odpowiednio przewodnością czynną i przewodnością bierną układu 1-fazowego (2-przewodowego). $\hat{y}$ jest symboliczną admitancją tego układu.

Kładziemy:

$$\begin{aligned} \hat{J}_w(t) &\stackrel{df}{=} g \cdot \hat{U}(t) \\ \hat{J}_q(t) &\stackrel{df}{=} b \cdot \hat{U}(t) \end{aligned} \tag{22}$$

Prąd $\hat{J}_w(t)$ nazwiemy prądem czynnym[x], a prąd $\hat{J}_2(t)$ prądem biernym rozpatrywanego układu. Zachodzi:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T}\int_0^T \hat{U}(t)\check{J}_w(t)dt \\ Q &= \frac{1}{T}\int_0^T \hat{U}(t)\check{J}_2(t)dt \end{aligned} \tag{23}$$

Zadanie, które sobie stawiamy polega na kompensacji mocy biernej Q. Z praktyki wiemy, że moc ta posiada charakter indukcyjny i że elementem kompensującym jest kondensator o odpowiednio dobranej pojemności. Z powyżej przedstawionej teorii wynika bezpośrednio, że wprowadzenie do układu kondensatora idealnego jest równoważne wprowadzeniu elementu pobierającego prąd $\hat{J}_c(t)$ przy czym

$$\hat{J}_c(t) = -j\ \hat{J}_{qc}(t) + \hat{J}_{\psi c}(t), \tag{24}$$

gdzie składowa bierna $\hat{J}_{qc}(t)$ posiada znak przeciwny do prądu biernego pobieranego przez cewkę. Kompensacja mocy biernej polega więc na tym, aby dobrać tak pojemność C kondensatora kompensującego aby zachodziło:

$$\hat{J}_{qc}(t) = -\hat{J}_q(t) \tag{25}$$

---

x) Por. S.Fryze [2]

W myśl definicji pojemności C dowolnego kondensatora zachodzi:

$$Q_e(t) = C \cdot U(t), \qquad (26)$$

gdzie $Q_e(t)$ jest funkcją zmiennego naboju elektrycznego rozmieszczającego się na okładce kondensatora o pojemności C.

Stąd:

$$\frac{1}{T}\int_0^T [Q_e(t)]^2 dt = C^2 \cdot \frac{1}{T}\int_0^T [U(t)]^2 dt$$

Czyli:

$$Q_e = C \cdot U \qquad (27)$$

gdzie Q_e i U są odpowiednio wartościami skutecznymi funkcji naboju elektrycznego rozmieszczającego się na okładce kondensatora oraz funkcji napięcia przyłożonego między okładki kondensatora. Z powyższego wynika następująca definicja wartości skutecznej funkcji naboju elektrycznego:

Wartość skuteczna funkcji naboju elektrycznego jest równa wartości takiego równoważnego naboju statycznego, który rozmieszczony na okładce tego samego kondensatora co nabój zmienny wywoła między okładkami danego kondensatora różnicę potencjałów równą wartości skutecznej napięcia przyłożonego. Funkcję stowarzyszoną z funkcją $Q_e(t)$ jest funkcja symboliczna:

$$\hat{Q}_e(t) = C \cdot \hat{U}(t) \qquad (28)$$

i przy jej pomocy tak samo możemy obliczyć szukaną pojemność C kondensatora kompensującego. Z drugiej strony, gdyby przez kondensator płynął jedynie prąd $J_{qc}(t)$ to:

$$\hat{Q}_e(t) = \int \hat{J}_{qc}(t)dt = -\int \hat{J}_q(t)dt, \qquad (29)$$

gdzie $J_q(t)$ jest prądem, który należy skompensować.

Wykonując zaznaczone działanie i kładąc $V_0 = 0$ (wypadek jedynie w praktyce występujący), otrzymamy:

$$\int \hat{J}_q(t)dt = \frac{Q}{U^2}\int \hat{U}(t)dt = \frac{Q}{U^2} \cdot \sum_{h=1}^{\infty} \frac{\hat{V}_h}{j\omega h} e^{jh\omega t}$$

Stąd, wartość skuteczna:

$$\frac{1}{T}\int_0^T \hat{Q}_e(t)\check{Q}_e(t)dt = \left(\frac{Q}{U^2}\right)^2 \cdot \sum_{h=1}^{\infty} \frac{V_h^2}{h^2\omega^2}$$

$$Q_e = \frac{Q}{U^2} \cdot \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} \frac{V_h^2}{h^2\omega^2}} = \frac{Q}{U^2}\sqrt{\sum_{h=1}^{\infty}\frac{1}{h^2} \cdot V_h^2} \tag{30}$$

Czyli szukana pojemność $C = \frac{Q_e}{U}$, wynosi:

$$C = \frac{Q}{U^2\omega} \cdot \frac{V_1}{U} \cdot \sqrt{1 + \sum_{h=2}^{\infty}\frac{1}{h^2}\left(\frac{V_h}{V_1}\right)^2} \tag{31}$$

W zależności tej moc bierna Q jest mocą pobieraną przez układ kompensowany przed wprowadzeniem kondensatora. Jak widać, ze względu na mały wpływ wyrazów $\sum \frac{1}{h^2}V_h^2$ na wielkość wyrażenia (31) możemy z dobrym przybliżeniem położyć:

$$C \cong \frac{Q}{U^2\omega} \cdot \left(\frac{V_1}{U}\right) \tag{32}$$

lub nawet:

$$C \cong \frac{Q}{U^2\omega} \tag{33}$$

co jest zgodne z przyjętą praktyką obliczania pojemności baterii kompensującej.

Prąd $\hat{J}_{qc}(t)$ jest prądem płynącym przez kondensator potrzebnym do całkowitej kompensacji mocy biernej Q. W rzeczywistości jednak przez kondensator płynie prąd $\hat{J}_c(t)$, gdzie:

$$\hat{J}_c(t) = +j\hat{J}_q(t) + \hat{J}_{\Psi c}(t)$$

$$= C\,\frac{d\hat{U}(t)}{dt} = jC\omega \cdot \sum_{h=1}^{\infty} h\,\hat{V}_h e^{jh\omega t}$$

stąd:

$$\hat{J}_{\Psi c}(t) = j \cdot \sum_{h=1}^{\infty} \hat{V}_h \left(C\omega h - \frac{Q}{U^2}\right) e^{jh\omega t} \tag{34}$$

$$J_{\Psi c} = \frac{Q}{U^2} \cdot \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} V_h^2 \left[h\left(\frac{V_1}{U}\right)\sqrt{1 + \sum_{h=2}^{\infty}\frac{1}{h^2}\left(\frac{V_h}{V_1}\right)^2} - 1\right]^2} \tag{35}$$

Zakładając, że pojemność C została obliczona z wzoru przybliżonego (33), otrzymamy:

$$J_{\Psi c} = \frac{Q}{U^2} \cdot \sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} V_h^2\,(h-1)^2} \tag{36}$$

Prąd $J_{\Psi c}$ jest prądem przeciążającym kondensator. Przeciążenie to jest wynikiem wystąpienia wyższych harmonicznych w napięciu zasilania. Jak widać, pierwsza harmoniczna nie wpływa na przeciążenie kondensatora kompensującego, jeżeli do obliczania pojemności C posłużymy się wzorem (33). Stąd wniosek, że pojemność C baterii kompensującej powinna być na ogół obliczona przy uwzględnieniu tylko pierwszej harmonicznej napięcia. Moc deformacji K_c pobierana przez kondensator tak obliczony wynosi:

$$K_c = J_q \cdot \sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} V_h^2 (h-1)^2}$$

$$K_c = U^2 C\omega \cdot \sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} (h-1)^2 \left(\frac{V_h}{U}\right)^2} \qquad (37)$$

Moc K_c jest w tym wypadku miarą przeciążenia kondensatora i powoduje dodatkowe obciążenie sieci. Dlatego jej obliczanie jest konieczne. Z zależności (37) wynika bowiem, że wyższe harmoniczne napięcia powinny być eliminowane nawet w wypadku sztywnego napięcia zasilania, jeśli ich wpływ na moc K_c jest duży.

Jak wiadomo możemy to uzyskać przez zastosowanie cewek indukcyjnych o małej indukcyjności połączonych szeregowo do pojemności C kondensatora kompensującego (filtry).

3. UKŁADY WIELOFAZOWE I WIELOPRZEWODOWE

W układach wielofazowych lub wieloprzewodowych istotne znaczenie odgrywa równomierne lub nierównomierne obciążenie układu. Przez układ równomiernie obciążony rozumieć będziemy taki układ n - fazowy (lub n - przewodowy) w którym admitancje symboliczne (por.21) wszystkich faz są sobie równe. Tzn., gdy zachodzi:

$$\hat{y}_1 = \hat{y}_2 = \qquad \hat{y}_n \qquad (38)$$

Kompensacja mocy biernej Q w układach spełniających relacje (38) sprowadza się praktycznie do zagadnienia tego samego typu co w układach 1-fazowych (2-przewodowych). Układ taki należy kompensować przy pomocy filtru składającego się z n identycznych elementów LC połączonych w gwiazdę i gdzie C obliczamy jak poprzednio przy pomocy relacji (31) lub (33).

Należy jednak zaznaczyć, że z punktu widzenia teoretycznego mogą zaistnieć przypadki takie, iż nawet układy równomiernie obciążone nie dadzą się w tak prosty sposób skompensować. Istotnie, jak łatwo zauważyć spełnienie przez układ relacji (38) nie wyklucza możliwości wystąpienia różnych wartości skutecznych napięć dla poszczególnych faz. Stąd wniosek, którego słuszność będziemy mogli możność uzasadnić, że obok baterii lub filtrów symetrycznych, wielofazowych należy także budować filtry 1-fazowe na różne napięcia znamionowe z których można by utworzyć odpowiednie układy kompensujące.

Aby uwypuklić wpływ nierównomierności obciążenia na rozkład mocy niezależnie od odkształcenia przebiegów rozpatrzmy najpierw dowolny n-fazowy (lub n - przewodowy) układ o przebiegach sinusoidalnych. Do układów o przebiegach sinusoidalnych możemy zastosować bezpośrednio klasyczną metodę symboliczną i kładziemy:

$$\hat{P}_i = \hat{U}_1\check{J}_1 + \hat{U}_2\check{J}_2 + \ldots\ldots + \hat{U}_n\check{J}_n$$

$$= \sum_{k=1}^{k=n}\hat{U}_k\check{J}_k \tag{39}$$

Stąd:

$$P = R_e\{\hat{P}_i\}; \quad Q = J_m\{\hat{P}_i\} \tag{40}$$

Kładziemy[x]:

$$U_m \overset{df}{=} \sqrt{\sum_{k=1}^{k=n} U_k^2}$$

$$J_m \overset{df}{=} \sqrt{\sum_{k=1}^{k=n} J_k^2}$$

oraz

$$T \overset{df}{=} U_m \cdot J_m \tag{41}$$

x) Por. prace autora [4] i [5].

Zachodzi, jak łatwo sprawdzić:

$$T \geqslant \sqrt{P^2 + Q^2} \qquad (42)$$

Kładziemy:

$$G \overset{df}{=} \frac{P}{U_m^2};\; B \overset{df}{=} \frac{Q}{U_m^2};\; \hat{Y} \overset{df}{=} G - jB \qquad (43)$$

G nazwiemy przewodnością czynną, B przewodnością bierną a $\hat{Y}$ symboliczną admitancją układu.

Kładziemy:

$$\underline{\underline{\hat{J}_{ik} \overset{df}{=} \hat{Y}\hat{U}_k}};\; \underline{\underline{\hat{J}_{\gamma k} \overset{df}{=} \hat{J}_k - \hat{J}_{ik}}};\; (k=1,2,\dots n) \qquad (44)$$

Zachodzi:

$$T^2 = P^2 + Q^2 + K^2 \qquad (45)$$

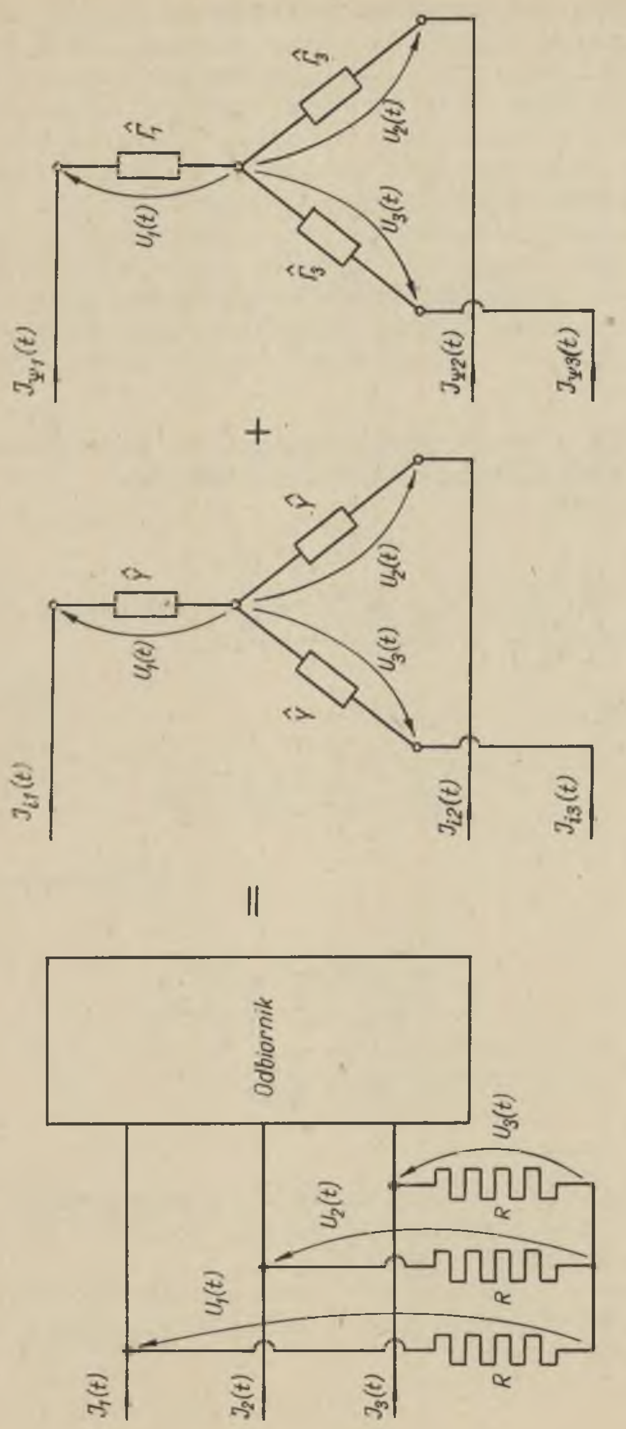
gdzie:

$$K = \sqrt{\sum_{k=1}^{k=n} U_k^2} \cdot \sqrt{\sum_{k=1}^{k=n} J_{\gamma k}^2} \qquad (46)$$

$$= U_m \cdot J_{\gamma m}$$

Z definicji (44) widać, że każdy dowolny układ n - fazowy (lub n - przewodowy) da się rozłożyć na dwa układy połączone w gwiazdę (rys.1).

Pierwszy z tych układów, który nazwiemy układem „Y" jest układem symetrycznym i pobiera wyłącznie moc czynną P i moc bierną Q.


Odbiornik
R
R
R
$U_1(t)$
$U_2(t)$
$U_3(t)$
$J_1(t)$
$J_2(t)$
$J_3(t)$
=
$\hat{Y}$
$\hat{Y}$
$\hat{Y}$
$U_1(t)$
$U_2(t)$
$U_3(t)$
$J_{i1}(t)$
$J_{i2}(t)$
$J_{i3}(t)$
+
$\hat{\Gamma}_1$
$\hat{\Gamma}_3$
$\hat{\Gamma}_3$
$U_1(t)$
$U_2(t)$
$U_3(t)$
$J_{y1}(t)$
$J_{y2}(t)$
$J_{y3}(t)$

Rys.1

Drugi układ, który nazwiemy układem „Γ" jest układem niesymetrycznym i pobiera <u>wyłącznie</u> moc deformacji K. Przewodność deformacji $\hat{\Gamma}_k$ obliczamy z relacji (por. rys.1):

$$\hat{\Gamma}_k = \frac{\hat{J}_{Yk}}{U_k} \tag{47}$$

Jak widać, kompensowanie mocy biernej: $Q = \sum_{k=1}^{k=n} Q_k$ uzyskamy poprzez kompensowanie układu „Y".

Kładziemy:

$$\hat{J}_{wk} \overset{df}{=} \frac{P}{U_m^2} \cdot \hat{U}_k; \quad \hat{J}_{qk} \overset{df}{=} \frac{Q}{U_m^2} \cdot \hat{U}_k; \quad (k=1,2...n) \tag{48}$$

$$J_{wm} \overset{df}{=} \pm \sqrt{\sum_{k=1}^{k=n} J_{wk}^2}; \quad J_{qm} \overset{df}{=} \pm \sqrt{\sum_{k=1}^{k=n} J_k^2} \tag{49}$$

W definicjach (49) znak "+" lub "-" obieramy w zależności od tego jaki znak mają moce P i Q[x].

Zachodzi:

$$\boxed{P = U_m \cdot J_{wm}; \quad Q = U_m \cdot J_{qm}} \tag{50}$$

Stąd wynika, że całkowity prąd bierny, który należy w układzie "Y" skompensować wynosi:

$$J_{qm} = \frac{Q}{U_m} \tag{51}$$

x) Znak "+" obieramy dla dodatnich a znak "-" dla ujemnych wartości odpowiednio mocy P lub Q.

Dla symbolicznej wartości funkcji naboju elektrycznego rozmieszczającego się na okładkach kondensatorów w poszczególnych fazach baterii kompensującej, otrzymamy:

$$\hat{Q}_{ek} = \frac{1}{j\omega} \cdot J_{qk}$$

$$Q_{ek}^2 = \left(\frac{1}{\omega}\right)^2 \cdot J_{qk}^2$$

Stąd

$$\sum_{k=1}^{k=n} Q_{ek}^2 = \left(\frac{1}{\omega}\right)^2 \cdot \sum_{k=1}^{k=n} J_{qk}^2$$

Czyli:

$$\boxed{J_{qm} = \omega \cdot Q_{em}} \tag{52}$$

gdzie:

$$Q_{em} = \sqrt{\sum_{k=1}^{k=n} Q_{ek}^2} \tag{53}$$

Kładziemy:

$$\boxed{C_m \overset{df}{=} \frac{Q_{em}}{U_m}} \tag{54}$$

Stąd, szukana pojemność jednej fazy symetrycznej baterii kompensującej:

$$\boxed{C_m = \frac{Q}{U_m^2 \omega}} \tag{55}$$

Naturalnie, można było przyjąć relację (55) jako definicję pojemności C_m co formalnie jest prostsze lecz nie daje wglądu w głębsze znaczenie fizykalne wprowadzonych wielkości.

Moc K_c pobierana przez symetryczną baterię kompensującą obliczona na podstawie relacji (55) jest równa zeru.

Stąd wniosek, że tak obliczona bateria nie wprowadza przy przebiegach nieodkształconych dodatkowego obciążenia sieci a równocześnie całkowicie kompensuje moc bierną Q pobieraną przez układ.

Przechodzimy do omówienia układów wielofazowych (lub wieloprzewodowych) o przebiegach odkształconych.

Kładziemy:

$$\hat{P}_i \overset{df}{=} \sum_{k=1}^{k=n} \frac{1}{T} \int_0^T \hat{U}_k(t) \check{J}_k(t) dt \tag{56}$$

Stąd:

$$P = R_e\{\hat{P}_i\}; \quad Q = J_m\{\hat{P}_i\} \tag{57}$$

Kładziemy:

$$\hat{J}_{ik}(t) \overset{df}{=} \hat{Y} \cdot \hat{U}_k(t)$$

$$\hat{J}_{\Psi k}(t) \overset{df}{=} \hat{J}_k(t) - \hat{J}_{ik}(t); \quad (k=1,2,\ldots,n) \tag{58}$$

gdzie admitancja symboliczna $\hat{Y}$ jest zdefiniowana przy pomocy (43). Zauważamy, że tak samo jak poprzednio dany układ da się rozłożyć na dwa układy i to - na układ symetryczny "Y" pobierający wyłącznie moc czynną P i moc bierną Q oraz na układ "Γ", który jest niesymetryczny i pobiera wyłącznie moc deformacji K (por. (44), (45), (46).

Uwaga: Przewodności deformacji $\hat{\Gamma}_k$ nie są w układach o przebiegach odkształconych wielkościami symbolicznymi lecz zespolonymi operatorami zdefiniowanymi przy pomocy związków:

$$\hat{J}_k(t) = \hat{\Gamma}_k \hat{U}_k(t), \quad k=1,2...n$$

Ich znaczeniem matematycznym i fizykalnym nie będziemy się tu jednak zajmowali, ponieważ nie jest to tematem tej pracy. Z powyższego rozkładu wynika, że kompensacja mocy biernej Q polega na skompensowaniu układu "Y".

Kładziemy::

$$\hat{J}_{wk}(t) \overset{df}{=} \frac{P}{U_m^2} \cdot \hat{U}_k(t); \quad \hat{J}_{qk}(t) \overset{df}{=} \frac{Q}{U_m^2} \cdot \hat{U}_k(t); \quad (k=1,2...n)$$

$$J_{wm} = \pm \sqrt{\sum_{k=1}^{k=n} J_{wk}^2}; \quad J_{qm} = \pm \sqrt{\sum_{k=1}^{k=n} J_{qk}^2} \tag{59}$$

Stąd, tak jak poprzednio:

$$J_{qm} = \frac{Q}{U_m}$$

Kompensacja mocy biernej polega więc znowu na skompensowaniu całkowitego prądu biernego J_{qm}, tzn. na takim dobraniu baterii kompensującej, aby całkowity prąd bierny przez nią pobierany był równy:

$$- J_{qm}.$$

Wprowadzając baterię kondensatorów do układu i zakładając, że pobiera ona jedynie prąd bierny, otrzymamy:

$$\hat{Q}_{ek}(t) = -\int \hat{J}_{qk}(t)dt = -\frac{Q}{U_m^2}\int \hat{U}_k(t)dt$$

Stąd:

$$Q_{ek} = \frac{Q}{U_m^2}\cdot\sqrt{\sum_{h=1}^{\infty}\frac{1}{h^2\omega^2}\cdot V_{hk}^2} = \frac{Q}{U_m^2\omega}\cdot\sqrt{\sum_{h=1}^{\infty}\frac{1}{h^2}\cdot V_{hk}^2}$$

Czyli:

$$Q_{em} = \sqrt{\sum_{k=1}^{k=n} Q_{ek}^2} = \frac{Q}{U_m^2\omega}\cdot\sqrt{\sum_{h=1}\frac{1}{h^2}\cdot\left(\sum_{k=1}^{k=n} V_{hk}^2\right)}$$

Kładziemy:

$$V_{hm}^2 \overset{df}{=} \sum_{k=1}^{k=n} V_{hk}^2 \tag{60}$$

Stąd:

$$Q_{em} = \frac{Q}{U_m^2\omega}\cdot\sqrt{\sum_{h=1}^{\infty}\frac{1}{h^2}V_{hm}^2} \tag{61}$$

Na podstawie definicji (54), otrzymamy:

$$C_m = \frac{Q_{em}}{U_m} = \frac{Q}{U_m^2}\cdot\left(\frac{V_{1m}}{U_m}\right)\cdot\sqrt{1+\sum_{h=2}^{\infty}\frac{1}{h^2}\left(\frac{V_{hm}}{V_{1m}}\right)^2} \tag{62}$$

W układach, w których wpływ wyższych harmonicznych jest pomijalnie mały, możemy położyć:

$$C_m \cong \frac{Q}{U_m^2 \omega} \tag{63}$$

C_m jest pojemnością jednej fazy symetrycznej baterii kondensatorów, którą należy włączyć do układu w celu całkowitej kompensacji mocy biernej Q. Rzeczywiście pobierany prąd przez jedną fazę baterii kompensującej wynosi:

$$\hat{J}_{ck}(t) = + j\hat{J}_{qk}(t) + \hat{J}_{\Psi k}(t) = C_m \frac{d\hat{U}_k(t)}{dt}$$

$$= j\omega C_m \cdot \sum_{h=1}^{\infty} h \, \hat{V}_h e^{jh\omega t}$$

Stąd:

$$\hat{J}_{\Psi k}(t) = j \cdot \sum_{h=1}^{\infty} \left(C_m \omega h - \frac{Q}{U_m^2}\right) \hat{V}_{hk} e^{jh\omega t}$$

Zakładając, że pojemność C_m obliczono na podstawie relacji (63), otrzymamy:

$$J_{\Psi k}^2 = \left(\frac{Q}{U_m^2}\right)^2 \cdot \sum_{h=2}^{\infty} (h-1)^2 \, V_{hk}^2 \tag{64}$$

Czyli:

$$J_{\Psi m} = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} J_{\Psi k}^2} = \frac{Q}{U_m^2} \cdot \sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} (h-1)^2 V_{hm}^2}$$

Stąd:

$$K_c = U_m \cdot J_{ym} = J_{qm} \cdot \sqrt{\sum_{h=2}^{\infty}(h-1)^2 V_{hm}^2}$$

$$K_c = U_m^2 C_m \omega \cdot \sqrt{\sum_{h=2}^{\infty}(h-1)^2 \left(\frac{V_{hm}}{U_m}\right)^2} \qquad (65)$$

Moc deformacji K_c pobierana przez baterię kompensującą jest miarą przeciążenia tej baterii spowodowanego wystąpieniem wyższych harmonicznych w napięciu zasilania układu. Zauważamy, że podobnie jak w układach jednofazowych harmoniczne podstawowe napięcia zasilania nie mają wpływu na moc K_c. Innymi słowy: harmoniczne podstawowe składowych biernych prądu zostają całkowicie skompensowane przez baterię kondensatorów, jeżeli jej pojemność obliczymy z relacji (63). Z relacji (65) widać, że wpływ wyższych harmonicznych na przeciążenie kondensatora w poszczególnych wypadkach może być duży i że przeciążenie to wpływa na zwiększenie mocy modułowej pobieranej przez układ po jego skompensowaniu. Dlatego należy obliczyć moc K_c i w wypadku stwierdzenia jej znacznego wpływu na pobór mocy T zastosować do kompensacji filtry, tzn. układy szeregowe $L_m C_m$ tworzące symetryczną gwiazdę nawet wtedy, gdy napięcia zasilania są stosunkowo sztywne.

Wniosek: Z przedstawionej teorii wynika, że kompensację mocy biernej w wszelkich układach elektroenergetycznych wieloprzewodowych lub wielofazowych należy przeprowadzać przy pomocy symetrycznej baterii kondensatorów (lub filtrów) połączonej w gwiazdę o pojemności fazowej równej C_m danej przez relację (63). W wypadku różnych wartości skutecznych napięć w poszczególnych fazach (ogólnej: różnych napięć zasadniczych) bateria ta powinna się składać z elementów jednofazowych o tych samych pojemnościach C_m połączonych w gwiazdę lecz o różnych (odpowiednio dobranych) napięciach znamionowych.

SPIS LITERATURY

[1] Budeanu C.I.: Puissances réactives et fictives, Institut Roumain de l'Energie, 1927.

[2] Fryze S.: Moc rzeczywista, urojona i pozorna w obwodach elektrycznych o przebiegach odkształconych prądu i napięcia.
P.E. 1931 Nr 7 i 8.

[3] Rosenzweig I.: Symboliczny wielowymiarowy rachunek wektorowy jako metoda analizy układów wielofazowych.
P.E. Lwów 1939.

[4] Nowomiejski Z.J.: Moc elektryczna w układach o przebiegach odkształconych. Biul.Inst.Energ. 5/6 - 1960, Energetyka Nr 8 1960.

[5] Nowomiejski Z.J.: Układy wielofazowe. Praca doktorska, Gliwice 1960 r.

[6] Puchow G.E.: Teoria moszcznosti sistemy periodiczeskich mnogofaznych tokow.
Elekticzestwo Nr 2, 1953.

[7] Troger R.: Energetische Darstellung von Blindstomvorgangen.
ETZ - A.H.18 1953 str.533.

РЕЗЮМЕ

В работе представлена новая теория компенсации реактивной мощности в цепях с несинусоидальными токами. Рассматриваются однофазные и многофазные системы с симметричной или ассиметричной нагрузкой. На основании ранее опубликованных работ автора (4, 5) вводится символический реактивный ток $\hat{I}_q(t)$, представленный носителем реактивной мощности, подводимой или отдаваемой цепью. Поэтому проблема компенсации реактивной мощности сводится к компенсации тока. Предполагается такая емкость С, которая была бы источником тока $\hat{I}_{qc}(t)$ эквивалентного реактивному току — $\hat{I}_q(t)$ поглощаемому цепью.

Автор обращает внимание на добавочную перегрузку конденсатора и цепи током деформации $\hat{I}_{\Psi c}(t)$.

R é s u m é

L'auteur présente une nouvelle théorie de compensation de la puissance réactive en régime non-sinusoïdale dans le circuits mono-et multiphasés en charge symmetrique. Sur la base des publications antérieures de l'auteur, il introduit un courant symbolique réactif $\hat{I}_q(t)$ qui est porteur de l'energie réactive introduite ou consommé. La compensation de l'energie réactive convertit en compensation du courant, et l'auteur introduit une telle capacité C, qu'un condensateur correspondant débit un courant reactif $\hat{I}_{qc}(t)$ equivalent au courant $-\hat{I}_q(t)$ du circuit.

L'auteur attire attention au fait d'une surcharge supplémentaire du condensateur et du réseau par un courant supplémentaire de deformation $\hat{I}_{\psi c}(t)$.