

ZBIGNIEW BORTLICZEK

Katedra Konstrukcji Aparatów Automatyki

ASYNCHRONICZNA PRĄDNICZA TACHOMETRYCZNA  
JAKO MIERNIK PRZYSPIESZENIA KĄTOWEGO

Streszczenie. W artykule przedstawiono i uzasadniono możliwość wykorzystania dwufazowej asynchronicznej prądnicy tachometrycznej z wirnikiem puszkowym do pomiaru przyspieszenia kąтового. Jest to szczególnie przypadek pracy prądnicowej maszyny z wirnikiem puszkowym, zasilanej napięciem stałym i napędzanej ze zmienną prędkością kątową. W oparciu o [4] podano równania wyjściowe do analizy pracy takiego przetwornika, wyprowadzono ogólny wzór na napięcie wyjściowe oraz ustalono konkretne warunki prawidłowego działania ze względu na wielkość błędów przetwarzania. Omówiono własności dynamiczne tego typu maszyny.

1. Wstęp

Bezpośredni i ciągły pomiar przyspieszenia kąтового posiada w wielu przypadkach duże znaczenie praktyczne. Dotyczy to zarówno układów automatyki, gdzie często ze względu na stabilność pomiar prędkości kątovej okazuje się niewystarczający, jak i tych dziedzin techniki pomiarowej, które zajmują się badaniem dynamiki maszyn elektrycznych i zautomatyzowanych napędów.

Wśród licznych elektrycznych metod pomiaru przyspieszenia kątovej wyróżnić można dwie grupy, oparte na zasadniczo różnym podejściu do problemu:

- metody wykorzystujące zjawiska mechaniczne związane z ruchem obrotowym (skręcanie, ściskanie, rozciąganie);
- metody wykorzystujące zjawiska elektromagnetyczne, szczególnie przez zastosowanie wirujących przetworników elektromechanicznych.

Cechą charakterystyczną pierwszej grupy metod jest konieczność przekształcenia przyspieszenia kątovej na pośredni syg-

nał mechaniczny (siła, moment, przesunięcie), który z kolei musi być przetworzony na sygnał elektryczny. Czujnik tego rodzaju posiada człon wykrywający przyspieszenie oraz przetworznik (np. o zmiennej impedancji). Mogą istnieć czujniki łączące obie role w jednym elemencie.

W drugiej grupie metod pomiarowych unika się, dzięki wykorzystaniu wirujących przetworników elektromechanicznych, przekształcania przyspieszenia kąowego na pośrednią wielkość mechaniczną. Następuje tu bezpośrednia zamiana przyspieszenia na sygnał elektryczny, najczęściej na napięcie.

Układy z przetwornikami elektromechanicznymi, a konkretnie z mikromaszynami elektrycznymi, można podzielić ze względu na sposób odbioru sygnału z maszyny na:

- układy o tworniku wirującym (stykowe),
- układy o tworniku nieruchomym (bezstykowe).

Pierwszą grupę stanowią układy składające się z prądnicy tachometrycznej prądu stałego i elementu różniczkującego (kondensator, transformator różniczkujący). Poważną wadą tych układów jest zakłócający wpływ zmiennej oporności szczotek oraz pulsacji w napięciu prądnicy (spowodowanych istnieniem komutatora i uzębionego wirnika) na krzywą napięcia wyjściowego układu.

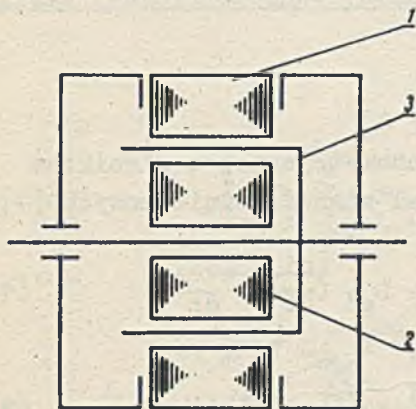
Przetworniki bezstykowe tj. takie, w których twornik i magnesnica znajdują się na stojanie, nie posiadają wad przetworników stykowych. Do przetworników takich należy dwufazowa asynchroniczna prądnica z wirnikiem puszgowym, stosowana na ogół jako prądnica tachometryczna prądu zmiennego.

Celem niniejszego artykułu jest przedstawienie i uzasadnienie możliwości wykorzystania prądnicy z wirnikiem puszgowym do pomiaru przyspieszenia kąowego.

## 2. Budowa i własności prądnicy z wirnikiem puszgowym

Dwufazowa asynchroniczna prądnica tachometryczna posiada, w wykonaniu najczęściej spotykanym, stojan zewnętrzny uzwojony, stojan wewnętrzny (rdzeń) nieuzwojony oraz wirnik wykonany w postaci cienkościennej puszki (kubka).

Konstrukcję prądnicy przedstawia schematycznie rys. 1. Na stojanie zewnętrznym znajdują się dwa uzwojenia: uzwojenie pierwotne (wzbudzenia) i uzwojenie wtórne (robocze). Uzwoje-



Rys. 1. Schemat konstrukcji prądnicy z wirnikiem puszkowym

1 - stojan zewnętrzny uzwojony, 2 - stojan wewnętrzny nieuzwojony, 3 - wirnik puszkowy

nie pierwotne jest uzwojeniem wejściowym (zasilanym), uzwojenie wtórne - uzwojeniem wyjściowym (odbiorczym). Przestrzenny kąt elektryczny między osiami uzwojeń wynosi  $90^\circ$ . Wirnik puszkowy spełnia rolę elementu przenoszącego energię elektromagnetyczną z jednego uzwojenia do drugiego.

Jeżeli uzwojenie pierwotne zasilić napięciem sinusoidalnie zmiennym a wirnik napędzać z prędkością kątową  $\omega$  to na zaciskach uzwojenia wtórnego wyindukuje się siła elektromotoryczna sinusoidalnie zmienna, której

amplituda będzie wprost proporcjonalna do prędkości kątowej wirnika a częstotliwość - równa częstotliwości napięcia zasilania i niezależna od prędkości kątowej wirnika. Prądnic realizuje więc pomiar prędkości kątowej, spełnia rolę asynchronicznej prądnicy tachometrycznej [4].

Jeżeli uzwojenie pierwotne zasilić napięciem stałym a wirnik napędzać ze stałą prędkością kątową to siła elektromotoryczna wyindukowana na zaciskach uzwojenia wtórnego równa się zero.

Jeżeli wreszcie uzwojenie pierwotne zasilić napięciem stałym a wirnik napędzać z prędkością kątową  $\omega$  zmienną tak, że przyspieszenie kątowe  $\dot{\omega} \neq 0$ , to wartość chwilowa siły elektro-

motorycznej wyindukowanej na zaciskach uzwojenia wtórnego powinna być proporcjonalna do  $\varepsilon$ . Jeżeli tak będzie, prądnica spełni rolę asynchronicznego miernika przyspieszenia (DAMP).

W dalszym ciągu zostanie wykazane, że przy spełnieniu określonych warunków twierdzenie powyższe może być prawdziwe.

### 3. Zjawiska w asynchronicznej prądnicie tachometrycznej zasilanej napięciem stałym

#### Równania wyjściowe

Pracę asynchronicznej prądnicy tachometrycznej z wirnikiem puszковым opisuje następujący układ równań różniczkowych [4]:

$$u_1 = i_1 \cdot R_1 + L_{s1} \cdot \frac{di_1}{dt} + L_{g1} \left( \frac{di_1}{dt} + \frac{di'_d}{dt} \right) \quad (1)$$

$$0 = i'_d R' + L'_s \cdot \frac{di'_d}{dt} + L'_g \cdot \left( \frac{di_1}{dt} + \frac{di'_d}{dt} \right) + \omega \left[ L'_s \cdot i'_q + L'_g \cdot (i'_q + i'_2) \right] \quad (2)$$

$$0 = i'_q R' + L'_s \cdot \frac{di'_q}{dt} + L'_g \cdot \left( \frac{di'_2}{dt} + \frac{di'_q}{dt} \right) - \omega \left[ L'_s \cdot i'_d + L'_g \cdot (i_1 + i'_d) \right] \quad (3)$$

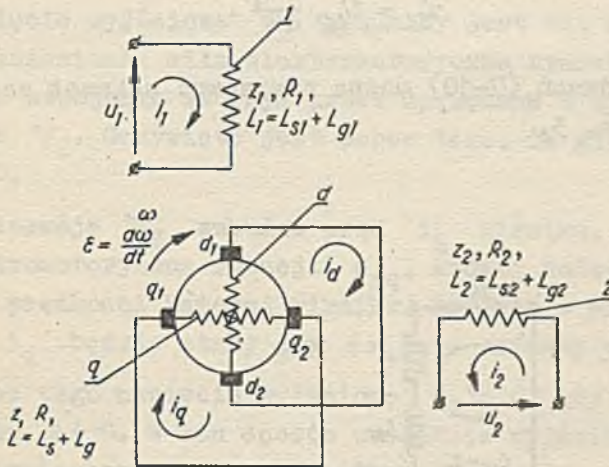
$$u'_2 = i'_2 R'_2 + L'_{s2} \frac{di'_2}{dt} + L'_{g2} \left( \frac{di'_2}{dt} + \frac{di'_q}{dt} \right). \quad (4)$$

Równania powyższe wyprowadzono w oparciu o komutatorowy model prądnicy tachometrycznej (rys. 2), który po przyjęciu pewnych założeń [4] sprowadza maszynę rzeczywistą do tzw. maszyny elektrycznej uogólnionej. Oznaczenia przyjęte w równaniach (1-4), takie same jak w [4], objaśnia rys. 2. Znak (') wskazuje, że wszystkie wielkości uzwojenia wtórnego oraz wirnika sprowadzono do uzwojenia pierwotnego.

Równania (1-4) dotyczą najbardziej ogólnego przypadku pracy prądnicowej maszyny z wirnikiem puszковым zasilanej napięciem dowolnie zmiennym, obciążonej dowolną impedancją i wirującej z prędkością kątową dowolnie zmienną.

Gdy prądnica tachometryczna pracuje jako miernik przyspieszenia kąowego (DAMP), uzwojenie pierwotne zasilane jest napięciem stałym. Zachodzi więc

$$u_1 = U_1. \quad (5)$$



Rys. 2. Komutatorowy model asynchronicznej prądnicy tachometrycznej

Ponadto, w ogromnej większości przypadków obciążenie uzwojenia wtórnego DAMP jest takie, że prąd płynący w tym uzwojeniu można pominąć. Zatem

$$i'_2 = 0. \quad (6)$$

Podstawiając (5) i (6) do (1-4) uzyskujemy równania wyjściowe DAMP w następującej postaci:

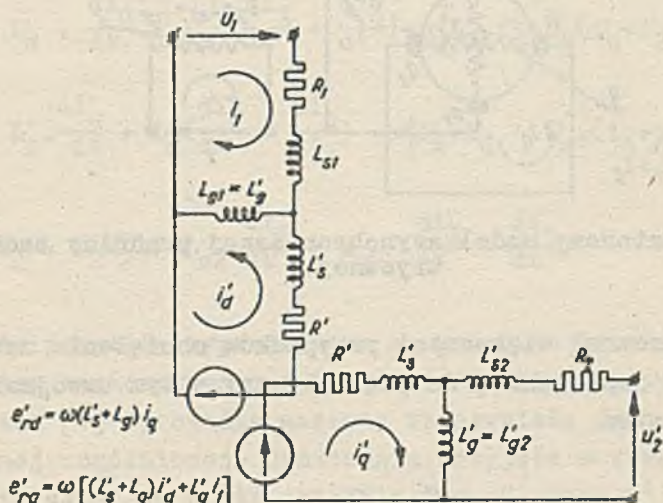
$$U'_1 = i_1 R_1 + L_{s1} \frac{di_1}{dt} + L_{g1} \left( \frac{di_1}{dt} + \frac{di'_d}{dt} \right) \quad (7)$$

$$0 = i'_d R' + L'_s \frac{di'_d}{dt} + L'_g \left( \frac{di'_1}{dt} + \frac{di'_d}{dt} \right) + \omega (L'_s + L'_g) i'_q \quad (8)$$

$$0 = i'_q \cdot R' + (L'_s + L'_g) \frac{di'_q}{dt} - \omega \left[ (L'_s + L'_g) i'_d + L'_g i'_1 \right] \quad (9)$$

$$u'_2 = L'_{g2} \frac{di'_q}{dt} \quad (10)$$

Na podstawie równań (7-10) można narysować schemat zastępczy DAMP jak na rys. 3.



Rys. 3. Schemat zastępczy DAMP

### Interpretacja równań wyjściowych

Dla uzasadnienia dalszych wywodów omówimy szerzej na podstawie równań (7-10) pewne zjawiska elektromagnetyczne zachodzące w maszynie. W związku z tym rozróżnimy dwa stany pracy DAMP:

- praca przy stałej prędkości kątowej  $\omega = \text{const}$  czyli praca, przy której przyspieszenie części wirujących  $\varepsilon = 0$ ;
- praca przy zmiennej prędkości kątowej  $\omega = \text{var}$  tj. praca z przyspieszeniem kątowym  $\varepsilon \neq 0$ .

Na ogół przypadek  $\varepsilon = 0$  odpowiada pracy ustalonej zaś przypadek  $\varepsilon \neq 0$  - pracy nieustalonej DAMP.

Istnieje również możliwość, że w stanie ustalonym  $\varepsilon$  będzie różne od zera.

Na podstawie równań (7-10) można stwierdzić co następuje:

1. Napięcie wyjściowe  $u_2$  prądnicy jest to, zgodnie z przyjętymi założeniami, siła elektromotoryczna transformacji indukowana w uzwojeniu wtórnym przez sprzężone z tym uzwojeniem liniozwoje  $\Psi_2$ . Oczywiście jest wobec tego, że gdy  $\Psi_2 = \text{const}$  to  $u_2 = 0$ .

2. Liniozwoje  $\Psi_2$  wzbudza prąd  $i_q$  wirnika, wywołany przez siłę elektromotoryczną rotacji  $e_{rq}$ , której rodzaj i wielkość zależy od prędkości kątowej wirnika. Zgodnie z przyjętym modelem prąd  $i_q$  będzie stały gdy  $\varepsilon = 0$ , a zmienny gdy  $\varepsilon \neq 0$ .

3. Wobec tego napięcie wyjściowe  $u_2 = 0$  gdy  $\varepsilon = 0$  oraz  $u_2 \neq 0$  gdy  $\varepsilon \neq 0$ . W ten sposób uzwojenie wyjściowe DAMP wykrywa przyspieszenie katowe wirnika.

4. Gdy  $\varepsilon \neq 0$  liniozwoje  $\Psi_q$  sprzężone z uzwojeniem  $q$  wirnika są zmienne w czasie, indukują więc w tym uzwojeniu siłę elektromotoryczną transformacji  $e_{tq}$ . Jest to równoznaczne z pojawieniem się składowej zaburzeniowej prądu  $i_q$ , w związku z czym w danej chwili napięcie  $u_2$  będzie mniejsze od wartości wynikającej ze zmiany  $\omega$ . Istnienie siły elektromotorycznej transformacji w wirniku może więc być przyczyną błędów pomiaru  $\varepsilon$ . Oczywiście, gdy  $\varepsilon = 0$  to  $e_{tq} = 0$ .

5. Liniozwoje  $\Psi_d$  indukują ponadto siłę elektromotoryczną rotacji  $e_{rd}$  w uzwojeniu  $d$  wirnika. W uzwojeniu  $d$  płynie więc prąd  $i_d$  stały gdy  $\varepsilon = 0$ , zmienny gdy  $\varepsilon \neq 0$ . Prąd  $i_d$  wzbudza liniozwoje, które odejmują się od liniozwojów wytworzonych przez prąd  $i_1$  w uzwojeniu wzbudzenia tak, że liniozwoje wypadkowe w osi uzwojenia wzbudzenia ( $\Psi_1$  lub  $\Psi_d$ ) są mniej-

sze od wartości odpowiadającej sile magnetomotorycznej uzwojenia wzbudzenia. Siła elektromotoryczna  $e_{rd}$  jest więc przyczyną zjawiska oddziaływania wirnika, rezultatem którego jest zmniejszenie napięcia  $u_2$  a także nieliniowa zależność  $u_2$  od  $\omega$  (patrz równanie (22)).

6. Gdy  $\xi \neq 0$  zmienne liniozwoje  $\Psi_d$  sprzężone z uzwojeniem  $d$  wirnika indukują w nim siłę elektromotoryczną transformacji  $e_{rd}$ . W uzwojeniu  $d$  pojawi się więc składowa zaburzeniowa prądu  $i_d$ . Ponieważ równocześnie na skutek analogicznego działania siły elektromotorycznej  $e_{tq}$ , w uzwojeniu  $q$  istnieje składowa zaburzeniowa prądu  $i_q$  - przyrost liniozwojów wzbudzonych przez prąd  $i_d$  jest znacznie mniejszy niż by to wynikało z równoczesnej zmiany  $\omega$  oraz  $\Psi_q$ . W rezultacie bezwładność magnetyczna wirnika zmniejsza w danej chwili efekt oddziaływania wirnika. Oczywiście gdy  $\xi = 0$  to  $e_{rd} = 0$ .

7. Oddziaływanie wirnika ujawnia się również w zmianie prądu  $i_1$  płynącego w uzwojeniu wzbudzenia. Gdy  $\xi \neq 0$  zmienne liniozwoje  $\Psi_1$  sprzężone z uzwojeniem wzbudzenia indukują w nim siłę elektromotoryczną transformacji  $e_{t1}$ , która wprowadza do obwodu składową zaburzeniową prądu  $i_1$  przeciwdziałającą zmianom  $\Psi_1$ . Gdy  $\xi = 0$  siła elektromotoryczna  $e_{t1} = 0$ .

#### 4. Charakterystyka wyjścia DAMP

##### Założenia upraszczające

Specyficzne właściwości DAMP, opisane wyżej a interesujące z uwagi na charakterystykę wyjścia maszyny, powinny w pełni ujawnić się w ogólnym równaniu na  $u_2$ , uzyskanym przez rozwiązanie układu równań (7)-(10). Jest to, ogólnie rzecz biorąc, układ równań różniczkowych nieliniowych, który z uwagi na konkretne warunki pracy DAMP a także dzięki zastosowaniu określonych rozwiązań konstrukcyjnych, można znacznie uprościć.

W związku z tym przyjmujemy następujące założenia:

1. Siły elektromotoryczne transformacji w wirniku są pomijalne w porównaniu z siłami elektromotorycznymi rotacji.



2. Siła elektromotoryczna transformacji w uzwojeniu pierwotnym jest pomijalna w porównaniu z napięciem zasilania  $u_1 = U_1$ .

Założenie 1 odpowiada pominięciu stanu nieustalonego w obwodach wirnika, założenie 2 - pominięciu stanu nieustalonego w uzwojeniu wzbudzenia. Jest to uzasadnione z jednej strony skończonymi wielkościami przyspieszeń kątowych urządzeń elektromechanicznych, z drugiej - bardzo małą wartością elektromagnetycznej stałej czasowej wirnika (rzędu milisekund).

#### Ostateczna postać równań wyjściowych

Przedstawione wyżej założenia można zapisać następująco:

$$i_1 = I_1 = \frac{U_1}{R_1} \quad \text{więc} \quad \frac{di_1}{dt} = 0 \quad (11)$$

$$\omega(L'_s + L'_g)(i'_q \gg (L'_s + L'_g) \frac{di'_d}{dt}) \quad (12)$$

$$\omega[(L'_s + L'_g) i'_d + L'_g i_1] \gg (L'_s + L'_g) \frac{di'_q}{dt}. \quad (13)$$

Po uwzględnieniu (11), (12) i (13) w równaniach (7), (8) i (9) otrzymujemy następującą ostateczną postać równań wyjściowych DAMP:

$$U_1 = I_1 \cdot R_1 \quad (14)$$

$$0 = i'_d \cdot R' + \omega(L'_s + L'_g) i'_q \quad (15)$$

$$0 = i'_q R' - \omega[(L'_s + L'_g) i'_d + L'_g I_1] \quad (16)$$

$$u'_2 = L'_{g2} \frac{di'_q}{dt}. \quad (17)$$

Równaniom (15) i (16) odpowiada schemat zastępczy wirnika DAMP przedstawiony na rys. 4.

#### Napięcie wyjściowe DAMP

Rozwiązując równania (22) i (23) względem  $i'_d$  oraz  $i'_q$  otrzymujemy:

$$i'_d = -\frac{I_1 L'_g (L'_g + L'_s) \omega^2}{R^2 + \omega^2 (L'_g + L'_s)^2} \quad (18)$$

$$i'_q = \frac{I_1 R' L'_g \omega}{R^2 + \omega^2 (L'_g + L'_s)^2} \quad (19)$$

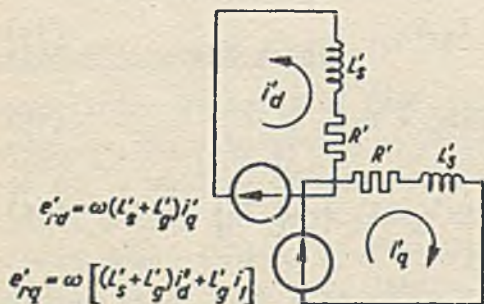
Podstawiając (19) do (17) i różniczkując względem  $t$  otrzymujemy ostatecznie:

$$u'_2 = I_1 \frac{R L_g^2}{g} \cdot \frac{R'^2 - \omega^2 (L'_g + L'_s)^2}{R^2 + \omega^2 (L'_g + L'_s)^2} \cdot \frac{d\omega}{dt} \quad (20)$$

Równanie (20) opisuje zależność  $u_2 = f(\varepsilon)$  tj. charakterystykę wyjścia DAMP w warunkach określonych przyjętymi założeniami.

Wprowadzając do (20) elektromagnetyczną stałą czasową wirnika, zdefiniowaną jako:

$$T = \frac{L'_s + L'_g}{R'} = \frac{L_s + L_g}{R} \quad (21)$$



Rys. 4. Uproszczony schemat zastępczy wirnika DAMP

otrzymujemy wzór na napięcie wyjściowe DAMP w postaci:

$$u'_2 = I_1 L'_g T \frac{1 - T^2 \omega^2}{(1 + T^2 \omega^2)^2} \cdot \frac{d\omega}{dt} \quad (22)$$

Jeżeli ponadto oznaczyć:

$$K(\omega) = I_1 L'_g T \frac{1 - T^2 \omega^2}{(1 + T^2 \omega^2)^2} \quad (23)$$

to równanie (20) można napisać w następującej postaci uproszczonej:

$$u'_2 = K(\omega) \cdot \frac{d\omega}{dt}, \quad (24)$$

gdzie:

$K(\omega)$  - nachylenie charakterystyki wyjścia.

## 5. Błędy przetwarzania DAMP oraz możliwości ich zmniejszenia

### Źródła błędów

Na podstawie równań (22-24) można stwierdzić, że napięcie wyjściowe DAMP

- jest wprost proporcjonalne do przyspieszenia kąowego  $\epsilon$  wirnika;
- jest ponadto złożoną, nieliniową funkcją parametrów wirnika oraz jego prędkości kąowej  $\omega$ .

Założono tu, że zwojenie wzbudzenia DAMP jest zasilane ze źródła o odpowiednio dużej oporności wewnętrznej, tak że wartość prądu  $I_1$  nie zależy ani od warunków zewnętrznych (np. zmiana temperatury) ani od zjawisk zachodzących w maszynie.

Prędkość kąowa wirnika DAMP zależy od warunków pracy urządzenia, którego przyspieszenie kąowe należy mierzyć. Jest to czynnik, którego wpływ na napięcie wyjściowe jest najbardziej wyraźny i najbardziej dotkliwy.

Na wielkość parametrów wirnika wpływają m.in.:

- zmiana temperatury,
- osiowe przesunięcia wirnika,
- drgania mechaniczne.

Są to w normalnych warunkach pracy wpływy mniej ważne, nie mniej ujawniające się w charakterystyce wyjścia DAMP bądź przez zmianę jej nachylenia, bądź przez powstanie zakłócenio-wej składowej zmiennej w napięciu wyjściowym.

W każdym z tych przypadków pomiar przyspieszenia będzie przeprowadzony z błędem, którego wielkość w określonych warunkach może przekreślić możliwość wykorzystania omawianej maszyny jako miernika przyspieszenia. Dlatego konieczna jest szczegółowa analiza warunków prawidłowej pracy DAMP. Elementy takiej analizy przedstawione zostaną w dalszym ciągu.

#### Wpływ zmiany obrotów

Zależność liniozwojów od prędkości kątowej. Wpływ zmiany obrotów na charakterystykę wyjścia DAMP jest związany ze zjawiskiem oddziaływania wirnika. Dla uwidocznienia wpływu oddziaływania wirnika na napięcie wyjściowe DAMP określona zostanie zależność liniozwojów wypadkowych  $\Psi_{1d}$  oraz  $\Psi_{2q}$  w szczelinie powietrznej od prędkości kątowej.

Dla uproszczenia tych zależności przyjmujemy dodatkowe założenie:

$$T = \frac{L'_s + L'_k}{R'} \approx \frac{L'_k}{R'} \quad (25)$$

uzasadnione oczywistą dla wirnika puszkowego o powiększonej oporności czynnej zależnością:

$$\frac{L'_s}{R'} \ll \frac{L'_k}{R'} . \quad (26)$$

Zgodnie z [4]

$$\Psi_{1d} = L'_{g1} (i_1 + i'_d) = L'_g (I_1 + i'_d) \quad (27)$$

$$\Psi'_{2q} = L'_{g2} i'_q = L'_g \cdot i'_q \quad (28)$$

Podstawiając (18) do (27) oraz (19) do (28) a także uwzględniając (25) otrzymujemy:

$$\Psi_{1d} = I_1 \frac{L'_g}{1 + \omega^2 T^2} \quad (29)$$

$$\Psi'_{2q} = I_1 \cdot L'_g \cdot T \frac{\omega}{1 + \omega^2 T^2} \quad (30)$$

Prędkość kątowa krytyczna. Na podstawie równań (29) i (30) można stwierdzić, że liniozwoje  $\Psi_{1d}$  maleją ze wzrostem  $\omega$ , natomiast liniozwoje  $\Psi'_{2q}$  przy pewnym  $\omega$  osiągają wartość największą, po czym również maleją. Oczywiście, gdy  $\Psi'_{2q} = \max$ ,  $u'_2 = 0$ .

Prędkość kątową krytyczną  $\omega = \omega_k$  przy której  $u'_2 = 0$  można określić przyrównując pochodną  $\frac{\partial \Psi'_{2q}}{\partial \omega}$  do zera.

Otrzymujemy:

$$\frac{\partial \Psi'_{2q}}{\partial \omega} = I_1 L'_g T \frac{1 - \omega^2 T^2}{(1 + \omega^2 T^2)^2} = 0 \quad (31)$$

skąd:

$$\omega_k = \frac{1}{T} \quad (32)$$

Wybór właściwej prędkości. Podstawiając (32) do równania (22) można wzór na napięcie wyjściowe DAMP napisać w postaci:

$$u'_2 = I_1 L'_g T \cdot \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^2}{\left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^2\right]^2} \cdot \frac{d\omega}{dt} \quad (33)$$

Wynika stąd bezpośrednio, że dla

$$\omega \ll \omega_k \quad (34)$$

napięcie wyjściowe DAMP wynosi:

$$u'_2 = I_1 L'_g T \cdot \frac{d\omega}{dt} \quad (35)$$

a więc nie zależy od prędkości kątowej.

Wpływ stałej czasowej wirnika. Zgodnie z (32) warunek (34) można zapisać w postaci:

$$\omega T \ll 1 \quad (36)$$

co odpowiada wymaganiu takiego wykonania wirnika, aby jego stała czasowa była możliwie mała. Podstawiając (36) do równania (22) otrzymujemy rezultat jak w (35). Równocześnie jednak, na podstawie tego samego równania (35) stwierdzamy, że przez nadmierne zmniejszenie stałej czasowej wirnika można niebezpiecznie zmniejszyć czułość przetwornika. Tak więc wymaganie (36), korzystne z uwagi na sztywność charakterystyki wyjścia a także z uwagi na założenia przyjęte w p. 4 (zjawiska przejściowe w wirniku) jest sprzeczne z wymaganiem dużej czułości i zmusza do szukania rozwiązań kompromisowych.

Ilustracja graficzna. Ilustrację graficzną powyższych wywodów stanowią wykresy przedstawione na rys. 5.

Wykres  $K(\omega) = f(\omega)$  sporządzono na podstawie równania (33).

Wykresy  $\Psi'_{1d} = f(\omega)$  oraz  $\Psi'_{2q} = f(\omega)$  sporządzono na podstawie równań

$$\Psi'_{1d} = I_1 \frac{L'_g}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^2} \quad (37)$$

$$\Psi'_{2q} = I_1 L'_g \frac{\frac{\omega}{\omega_k}}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^2}, \quad (38)$$

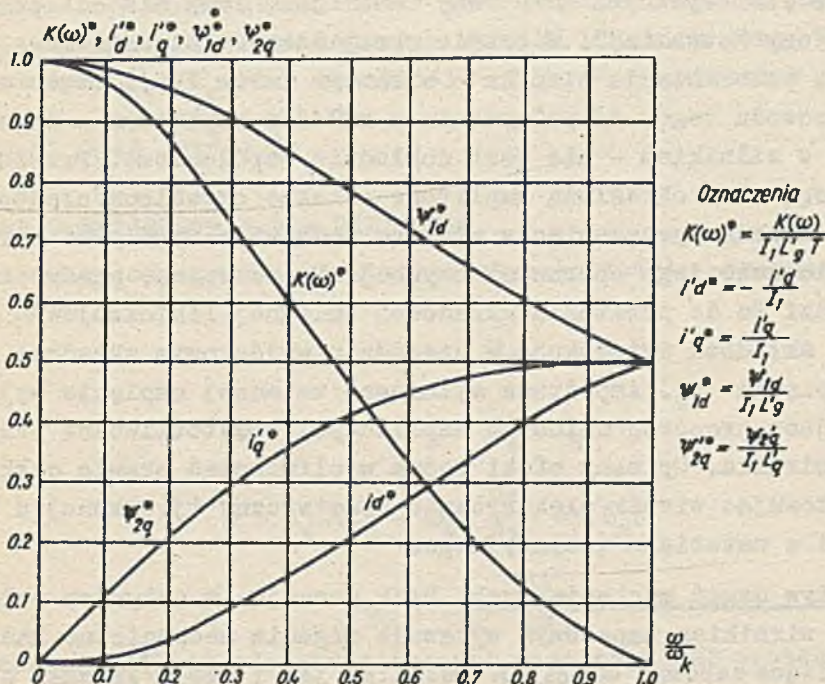
które otrzymuje się podstawiając (32) do równań (29) i (30). Podobnie wykresy  $i'_d = f(\omega)$  oraz  $i'_q = f(\omega)$  sporządzono na podstawie równań:

$$i'_d = -I_1 \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^2}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^2} \quad (39)$$

$$i'_q = I_1 \frac{\frac{\omega}{\omega_k}}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^2} \quad (40)$$

otrzymanych przez podstawienie (32) oraz (25) do równań (18) i (19).

Na podstawie rys. 5 można zauważyć, że nieliniowość charakterystyki  $u'_2 = f(\omega)$  nie przekracza 3% gdy  $\omega_k \geq 10\omega$ .



Rys. 5

### 5. Inne źródła błędów [5]

Wpływ zmiany temperatury. Na podstawie równania (23) można sądzić, że zmiana temperatury wpływa na nachylenie charakterystyki wyjścia DAMP przede wszystkim przez to, że powoduje zmianę oporności czynnej  $R$  wirnika. Nagrzewanie się wienika następuje już w wyniku przepływu prądu przez wirnik - stąd zalecenie dokonywania pomiarów w stanie ustalonym cieplnie. Znacznie groźniejsze mogą być efekty zmiany temperatury otoczenia. W związku z tym wymagana jest kompensacja wpływu temperatury, która w przypadku DAMP pracującego na wzmacniacz sprowadza się do wykonywania wirników z materiałów o małym cieplnym współczynniku oporności (np. manganin).

Wpływ osiowych przesunięć wirnika. Zjawisko to wiąże się ze specjalnym kształtem puszki wirnika. Mianowicie w większości przypadków dla zamocowania puszki na wale jej "dno" wykonane jest z tego samego co część czynna materiału przewodzącego. Wirnik nie jest więc elektrycznie symetryczny: oporność dla prądów elektrycznych od strony "dna" jest inna niż dla prądów od strony "otwartej". W czasie pracy maszyny nieuniknione są osiowe przesunięcia wirnika - w ramach luzów łożyskowych a także z powodu tego, że połączenie z układem napędowym - najczęściej z silnikiem - nie jest dokładnie współosiowe. Przesunięcia mogą mieć określoną amplitudę a także określoną częstotliwość. Zmienne przesunięcia wirnika będą więc wywoływać okresową zmienność jego oporności czynnej. Przez zmianę prądu  $i_q$  prowadzi to do powstania składowej zmiennej liniozwojów  $\Psi_2$ , która to składowa wyindukuje w uzwojeniu wyjściowym składową zmienną napięcia  $u_2$ . Amplituda składowej zmiennej napięcia wyjściowego jest proporcjonalna do amplitudy i częstotliwości przesunięć wirnika. Opisany efekt można wyeliminować prawie całkowicie stosując wirnik elektrycznie symetryczny tj. wykonując "dno" puszki z materiału izolacyjnego.

Wpływ drgań mechanicznych. DAMP pracując w sztywnym połączeniu z wirnikiem napędowym wykazuje drgania mechaniczne kadłuba pochodzące zarówno od drgań silnika jak i stąd, że wały obu



maszyn nie są połączone idealnie współosiowo. Drgania te, najczęściej okresowo zmienne, prowadzą poprzez zjawiska magnetystrykcyjne do powstania składowej zmiennej liniozwojów sprzężonych z uzwojeniem wyjściowym.

W rezultacie w napięciu wyjściowym pojawia się składowa zmienna o amplitudzie proporcjonalnej do amplitudy i częstotliwości drgań. Zjawisku temu przeciwdziała się skutecznie poprzez powiększenie przewodności magnetycznej żelaza: bądź powiększając odpowiednio wymiary stojana zewnętrznego bądź stosując materiał o dużej przenikalności magnetycznej (np. permaloy).

## 6. Własności dynamiczne DAMP

### Założenia ograniczające

Własności dynamiczne DAMP związane są ze zjawiskami przejściowymi w wirniku. Aby, posługując się równaniami (7-10), uwzględnić stan nieustalony prądów wirnika, konieczne jest pominięcie zjawiska oddziaływania wirnika. Jest to dopuszczalne, gdy  $\omega \ll \omega_k$  tj dla prędkości kątowych wirnika bliskich zeru. Zachodzi wtedy  $i'_d \ll i'_q$  lub wyraźniej  $i'_d \approx 0$  w związku z czym  $\frac{di'_d}{dt} = 0$  oraz  $\frac{di_1}{dt} = 0$ .

### Równania wyjściowe w tym przypadku

Uwzględniając powyższe w układzie równań (7-10) otrzymujemy:

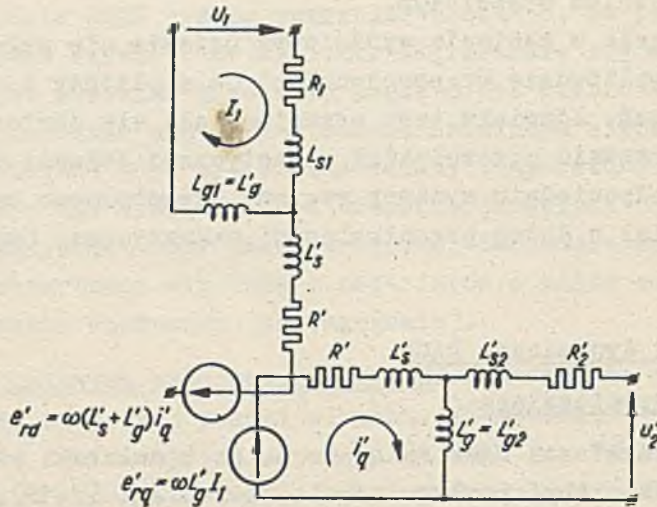
$$U_1 = I_1 R_1 \quad (41)$$

$$0 = \omega (L'_s + L'_g) i'_q \quad (42)$$

$$0 = i'_q R (L'_s + L'_g) \frac{di'_q}{dt} - \omega L'_g I_1 \quad (43)$$

$$u'_2 = L'_g \frac{di'_q}{dt} \quad (44)$$

Równaniom (41-44) odpowiada schemat zastępczy DAMP przedstawiony na rys. 6.



Rys. 6. Schemat zastępczy DAMP dla  $\omega \ll \omega_k$

### Funkcja przejścia DAMP

Pisząc równania (43) oraz (44) w postaci operatorowej oraz uwzględniając (25) otrzymujemy następujące wyrażenie na operatorową funkcję przejścia DAMP:

$$K(p) = \frac{U_2'(p)}{p\omega(p)} = I_1 L'_g T \frac{1}{1+pT} \quad (45)$$

czyli następujące wyrażenie na czasową funkcję przejścia:

$$k(t) = I_1 L'_g T \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) \quad (46)$$

W założonych warunkach DAMP zachowuje się więc jak element inercyjny pierwszego rzędu.

### Charakterystyka amplitudowo-fazowa

Jeżeli prędkość wirnika zmienia się w czasie według funkcji

$$\omega(t) = \omega_0 + \omega_m \cos \Omega t \quad (47)$$

to przyspieszenie kątowe wynosi

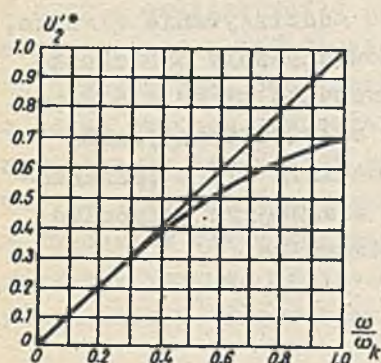
$$\varepsilon(t) = -\Omega \omega_m \sin \Omega t \quad (48)$$

i wtedy do (45) można podstawić  $p = j\Omega$ . W rezultacie otrzymujemy:

$$K(j\Omega) = \frac{I_1 L'_g T}{1 + j\Omega T} = \frac{I_1 L'_g T}{\sqrt{1 + \Omega^2 T^2}} \cdot e^{-j \arctan \Omega T} \quad (49)$$

lub

$$u'_2(t) = -I_1 L'_g T \frac{\omega_m \Omega}{\sqrt{1 + \Omega^2 T^2}} \cdot e^{j(\Omega t - \arctan \Omega T)} \quad (50)$$



Rys. 7.

Oznaczenie do rys.  $U'_2 = \frac{U_2}{m I_1 L'_g}$

Z równania (50) wynika, że amplituda napięcia wyjściowego zależy nieliniowo od pulsacji obrotów  $\Omega$ . Jeżeli  $\Omega$  zmienia się, należy rozważyć wpływ wielkości  $\Omega$  na nieliniowość charakterystyki wyjścia. Np. przy  $\Omega = \frac{2}{5T}$  błąd amplitudowy wynosi 3% wobec 30% przy  $\Omega = \frac{1}{T}$ . Ilustruje to rys. 7.

## 7. Wnioski końcowe

1. Asynchroniczna prądnicza tachometryczna z wirnikiem puszkowym może spełniać rolę miernika przyspieszenia kąowego jeżeli jej uzwojenie wzbudzenia zasilić napięciem stałym. Wtedy napięcie wyjściowe prądniczy jest wprost proporcjonalne do przyspieszenia kąowego wirnika.

2. Napięcie wyjściowe jest ponadto nieliniową funkcją parametrów wirnika oraz jego prędkości kątowej. Gdy prędkość kątowa wirnika zmienia się okresowo, amplituda napięcia wyjściowego zależy nieliniowo od częstotliwości zmian obrotów.

3. Napięcie wyjściowe nie zależy od prędkości kątowej z dopuszczalną dla praktyki dokładnością (3%) gdy pomiar przyspieszenia kątowego odbywa się przy prędkości  $\omega < \frac{1}{10T}$  oraz zależy od częstotliwości liniowo gdy  $\Omega < \frac{2}{5T}$ .

4. Zakres dokładnej pracy prądnicy rozszerza się gdy stała czasowa wirnika maleje.

5. Z uwagi na własności dynamiczne prądnica zachowuje się w zasadzie jak element inercyjny pierwszego rzędu o stałej czasowej równej stałej czasowej wirnika.

6. Niektóre publikacje związane z omawianym tematem - np. [1], [2] - rozważają własności asynchronicznego miernika przyspieszenia pomijając całkowicie zjawisko oddziaływania wirnika. Takie uproszczenie prowadzi do rezultatów znacznie odbiegających od rzeczywistych jest bowiem dopuszczalne tylko dla prędkości zbliżonych do zera. Jak wykazano, wpływ oddziaływania wirnika przy większych prędkościach uwidacznia się w charakterystyce wyjścia DAMP bardzo wyraźnie, a w skrajnym przypadku  $\omega = \omega_k$  w ogóle uniemożliwia pracę przetwornika.

#### LITERATURA

- [1] ZAWALISZYN D.A. I INNI: Elektroczeskije masziny małoj moszcznosti. Gosenergoizdat, Moskwa 1963.
- [2] BASEL C.: Elektrische Drehbeschleunigungsmesser. Archiv für technisches Messen, 1964, nr 340.
- [3] LAW J., NOVOTNY D.W.: The Two-phase Accelerometer. IEEE Trans. (Power Apparatus and Systems), 1964 vol. 83 nr 6.
- [4] KOWALOWSKI H., BORTLICZEK Z.: Charakterystyka wyjścia dwufazowej asynchronicznej prądnicy tachometrycznej z wirnikiem kubkowym. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria: Automatyka, 1965, z. 6.

- [5] LABUDIEW S.A.: Pogresznosti elektromaszinnogo izmieritelja uskorenij. W zbiorze Problemy technicznej elektro-dinamiki. Powyszenije tocznosti i awtomatizacija izmierzitelnych sistem. Naukowa Dumka, Kiew 1965.

Rękopis złożono w Redakcji w dniu 19.V.1966 r.

#### АСИНХРОННЫЙ ТАХОГЕНЕРАТОР КАК ИЗМЕРИТЕЛЬ УГЛОВОГО УСКОРЕНИЯ

##### Р е з ю м е

В статье анализируется возможность использования двухфазного асинхронного тахогенератора с полым ротором для измерения углового ускорения. Это частный случай генераторной работы машины с полым ротором при питании обмотки возбуждения постоянным напряжением и переменной угловой скоростью ротора. На основе [4] даются выходные уравнения для анализа работы преобразователя и выводится общая формула на напряжение выхода, а также определяются условия правильного действия с точки зрения величины погрешностей. Рассматриваются динамические свойства машины.

#### THE ASYNCHRONOUS TACHOGENERATOR AS AN ANGULAR ACCELERATION MEASURER

##### S u m m a r y

This paper describes and gives substantiation of the possibility to utilise a two-phase drag-cup A.C. tachometer for an angular acceleration measurement. There is a peculiar case of employment of a direct current excited and at a varying angular velocity driven drag-cup machine as a generator. Supported by [4] initial equation are given to analyse the work of such one

transducer, then a general formula for the output voltage has been deduced, as well the real conditions for the correct action have been fixed which take in account the largitude of the conversion errors. Finally the dynamic characteristics of such one machines have been discussed.