ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1968

Seria: AUTOMATYKA z. 9

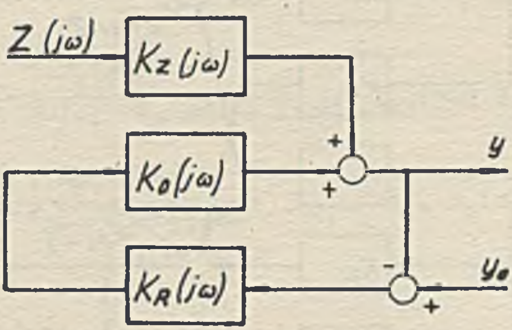
JERZY FRĄCKOWIAK

Katedra Urządzeń i Układów Automatyki

ZASTOSOWANIE CZĘSTOTLIWOŚCIOWEGO WSKAŹNIKA JAKOŚCI REGULACJI W LINIOWYM UKŁADZIE REGULACJI DWUPARAMETROWEJ.

Streszczenie. W artykule podano zastosowanie częstotliwościowego wskaźnika jakości regulacji $q(j\omega)$ zdefiniowanego w zamkniętym obwodzie jednoparametrowym jako stosunek błędu regulacji występującego przy zakłóceniach sinusoidalnych w układzie z regulatorem do błędu w układzie bez regulatora. Podano związek między błędami regulacji w układzie dwuparametrowym a wskaźnikami q_1 i q_2 dla pojedynczych pętli regulacyjnych oraz sposób i wykresy pozwalające na dobór parametrów tych pętli.

Przedmiotem rozwiązań w niniejszym artykule jest możliwość zastosowania częstotliwościowego wskaźnika regulacji do analizy lub projektowania liniowego układu regulacji dwuparametro-



Rys. 1

Y - wielkość regulowana, Y_0 - wartość zadana, Z - zakłócenie, K_0 - funkcja przejścia obiektu regulacji, K_R - funkcja przejścia regulatora wej. W układzie regulacji o strukturze jednoobwodowej wskaźnik jakości regulacji zdefiniowany jest następująco:

$$q = \frac{\text{błąd regulacji wskutek wystąpienia zakłócenia Z w układzie z regulatorem}}{\text{błąd wskutek wystąpienia zakłócenia Z w układzie bez regulatora}}$$

$$q(j\omega) = \frac{\dfrac{-K_Z \cdot Z(j\omega)}{1 + K_R(j\omega) \cdot K_o(j\omega)}}{-K_Z \cdot Z(j\omega)}$$

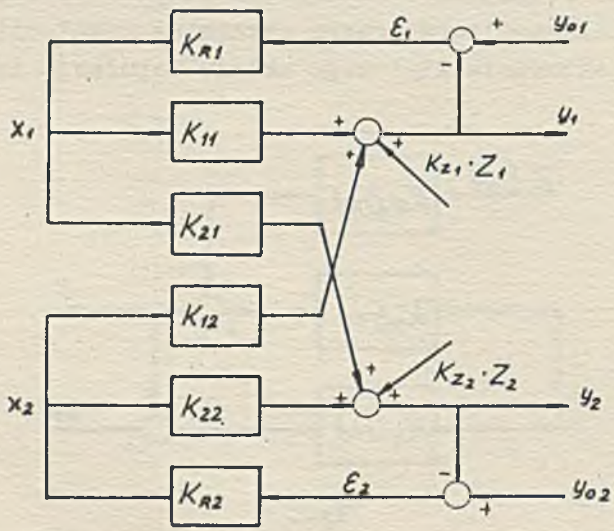
$$q(j\omega) = \frac{1}{1 + K_R(j\omega) \cdot K_o(j\omega)}$$

$$q(j\omega) = \frac{1}{1+K(j\omega)},$$

gdzie:

$K(j\omega)$ – funkcja przejścia otwartego układu regulacji.

Sposób wykorzystania wskaźnika do jednoobwodowych układów automatycznej regulacji oraz układów kombinowanych i kaskadowych podaje [1].



Rys. 2

K_{11}, K_{22} – sprzężenia wprost w obiekcie, K_{12}, K_{21} – sprzężenia skrośne w obiecie, K_{R1}, K_{R2} – funkcje przejścia regulatorów, $K_{Z1} \cdot Z_1$ – zakłócenie wchodzące na układ I, $K_{Z2} \cdot Z_2$ – zakłócenie wchodzące na układ II

W liniowym układzie regulacji dwuparametrowej zagadnienie przedstawia się nieco odmiennie.

Schemat blokowy układu regulacji dwuparametrowej przedstawiono na rys. 2. Poszczególne człony tego schematu oznaczają kolejno:

K_{11}, K_{22} – sprzężenia wprost w obiekcie,

K_{12}, K_{21} – sprzężenia skrośne w obiekcie,

K_{R1}, K_{R2} – funkcje przejścia regulatorów,

K_{Z1}, Z_1 – zakłócenie wchodzące na układ pierwszy,

K_{Z2}. Z_2 – zakłócenie wchodzące na układ drugi.

Udowodnić można, iż w układzie takim błąd sumaryczny $E_1(j\omega)$ będący wynikiem wystąpienia zakłócenia $Z_1(j\omega)$ i $Z_2(j\omega)$ opisany jest wzorem:

$$E_1(j\omega) = -\frac{1+F_2(j\omega)}{[1+F_1(j\omega)]\cdot[1+F_2(j\omega)] - K(j\omega)} K_{Z1}(j\omega)\, Z_1(j\omega) + \frac{K_{12}(j\omega)\cdot K_{R2}(j\omega)}{[1+F_1(j\omega)]\cdot[1+F_2(j\omega)] - K(j\omega)} K_{Z2}(j\omega)\cdot Z_2(j\omega). \tag{1}$$

Analogicznie:

$$E_2(j\omega) = -\frac{1+F_1(j\omega)}{[1+F_1(j\omega)]\cdot[1+F_2(j\omega)] - K(j\omega)} K_{Z2}(j\omega)\, Z_2(j\omega) + \frac{K_{21}(j\omega)\cdot K_{R1}(j\omega)}{[1+F_1(j\omega)]\cdot[1+F_2(j\omega)] - K(j\omega)} K_{Z1}(j\omega)\cdot Z_1(j\omega), \tag{1'}$$

gdzie:

$$F_1(j\omega) = K_{11}(j\omega)\cdot K_{R1}(j\omega)$$

$$F_2(j\omega) = K_{22}(j\omega)\cdot K_{R2}(j\omega)$$

$$K(j\omega) = K_{12}(j\omega)\cdot K_{21}(j\omega)\, K_{R1}(j\omega)\, K_{R2}(j\omega).$$

Wzory (1) i (1') można napisać w postaci następującej:

$$E_1(j\omega) = a_1(j\omega) \cdot K_{Z1}(j\omega).Z_1(j\omega)+b_1(j\omega).K_{Z2}(j\omega).Z_2(j\omega) \quad (2)$$

$$E_2(j\omega) = a_2(j\omega) \cdot K_{Z2}(j\omega).Z_2(j\omega)+b_2(j\omega).K_{Z1}(j\omega).Z_1(j\omega). \quad (2')$$

Zagadnienie sprowadza się do znalezienia $a_1(j\omega)$, $a_2(j\omega)$, $b_1(j\omega)$ i $b_2(j\omega)$ przy znanym $K_{Z1}(j\omega) \cdot Z_1(j\omega)$ i $K_2(j\omega) \cdot Z_2(j\omega)$ takich, aby $|E_1(j\omega)|$ i $|E_2(j\omega)|$ nie przekraczało zadanej funkcji $f_1 = f_1(\omega)$ i $f_2 = f_2(\omega)$.

Ponieważ o wartościach $|E(j\omega)|$ decydują zarówno moduły jak i kąty fazowe członów składowych, więc znalezienie $a(j\omega)$ i $b(j\omega)$ jest trudne. Zagadnienie to można rozwiązać przez przyjęcie majoranty wyrażeń $|E_1(j\omega)|$ i $|E_2(j\omega)|$ tzn. założyć, iż człony występujące we wzorach na $E_1(j\omega)$ i $E_2(j\omega)$ mogą się co najwyżej dodać algebraicznie. Trzeba jednak pamiętać, że współczynniki w tych wzorach są funkcją wielkości charakterystycznych układu i jeśli zostaną wyliczone w ten sposób, to mogą postawić bardzo ostre warunki na dobór parametrów regulatorów, a w przypadku skrajnym uniemożliwić syntezę układu regulacji.

Analiza układu jest natomiast prosta, bowiem wtedy $a(j\omega)$ i $b(j\omega)$ nie są wielkościami szukanymi, lecz można je wyliczyć z odpowiednich wykresów. W związku z tym do syntezy układu można podejść dwojako: oszacować na podstawie wzorów (2) i (2') wielkości $a(j\omega)$ i $b(j\omega)$ a jak zostanie następnie pokazane tym samym $|q_1(j\omega)|$ i $|q_2(j\omega)|$ (wskaźniki regulacji dla obydwu układów pracujących autonomicznie), co da się uzyskać z dosyć grubym przybliżeniem i następnie przeprowadzać kolejne przybliżenia lub też założyć pewne parametry układu i sprawdzać $|E(j\omega)|$.

Przekształcając wzory (1) i (1') uzyskuje się:

$$E_1(j\omega)=\frac{-q_1(j\omega)K_{Z1}(j\omega).Z_1(j\omega)+q_1(j\omega).B(j\omega)\dfrac{K_{12}(j\omega)}{K_{22}(j\omega)}K_{Z2}(j\omega)Z_2(j\omega)}{1 - L(j\omega)} \quad (3)$$

$$E_2(j\omega)=\frac{-q_2(j\omega)K_{Z2}(j\omega)Z_2(j\omega)+q_2(j\omega)A(j\omega)\frac{K_{21}(j\omega)}{K_{11}(j\omega)}K_{Z1}(j\omega).Z_1(j\omega)}{1-L(j\omega)}, \tag{3'}$$

gdzie:

$q_1(j\omega) = \frac{1}{1+F_1(j\omega)}$ - wskaźnik jakości regulacji dla obwodu pierwszego (przy wyłączonym regulatorze R_2),

$q_2(j\omega) = \frac{1}{1+F_2(j\omega)}$ - wskaźnik jakości regulacji dla obwodu drugiego (przy wyłączonym regulatorze R_1),

$$L(j\omega) = A(j\omega).B(j\omega).\frac{K_{21}(j\omega)}{K_{11}(j\omega)}\cdot\frac{K_{12}(j\omega)}{K_{22}(j\omega)}$$

$$A(j\omega) = \frac{F_1(j\omega)}{1+F_1(j\omega)}$$

$$B(j\omega) = \frac{F_2(j\omega)}{1+F_2(j\omega)}$$

Wynika stąd, iż:

$$a_1(j\omega) = \frac{q_1(j\omega)}{1-L(j\omega)}$$

$$a_2(j\omega) = \frac{q_2(j\omega)}{1-L(j\omega)}$$

$$b_1(j\omega) = q_1(j\omega).\frac{B(j\omega).\frac{K_{12}(j\omega)}{K_{22}(j\omega)}}{1-L(j\omega)}$$

$$b_2(j\omega) = q_2(j\omega).\frac{A(j\omega).\frac{K_{21}(j\omega)}{K_{11}(j\omega)}}{1-L(j\omega)}.$$

Z wyrażeń na a(jω) i b(jω) widać, że należy dobrać

$$|q(j\omega)| = \left|\frac{1}{1-L(j\omega)}\right| \leqslant 1 \tag{4}$$

co oznacza, że jeśli np. układ pierwszy przy wyłączonym regulatorze układu drugiego pracuje z pewnym wskaźnikiem regulacji $q_1(j\omega)$, to po włączeniu regulatora drugiego jakość regulacji związana z występowaniem zakłóceń $Z_1(j\omega)$ nie będzie gorsza. Projektując układ regulacji, jak już zaznaczono uprzednio, należy określić przebiegi $|q_1(j\omega)|$ i $|q_2(j\omega)|$. Następnie należy tak dobrać $K_{R1}(j\omega)$ i $K_{R2}(j\omega)$, aby

$$\left|\frac{\frac{q_1(j\omega)}{1-L(j\omega)}}{q_1(j\omega)}\right| \leqslant 1 \quad \text{i} \quad \left|\frac{\frac{q_2(j\omega)}{1-L(j\omega)}}{q_2(j\omega)}\right| \leqslant 1$$

co sprowadza się do warunku (4).

Zagadnienie doboru odpowiednich $K_{R1}(j\omega)$ i $K_{R2}(j\omega)$, a tym samym $A(j\omega)$ i $B(j\omega)$ można rozwiązać mając do dyspozycji:

a) siatkę stałego modułu $q_{1,2}(j\omega) = \frac{1}{1+F(j\omega)}$ (co stanowi siatkę Blacka obróconą o 180°),

b) siatkę Blacka $\left(\frac{F(j\omega)}{1+F(j\omega)}\right) = \text{const}; \ \Psi = \text{const}$),

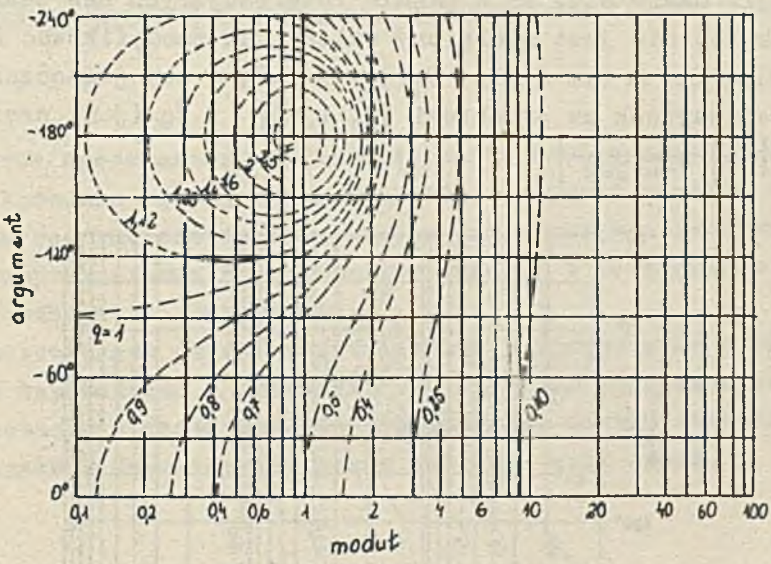
c) siatkę stałego modułu $|q(j\omega)| = \left|\frac{1}{1-L(j\omega)}\right|$

(siatkę tę można skonstruować w oparciu o siatkę Blacka. Daje to siatkę „b" przesuniętą o 180° w prawo).

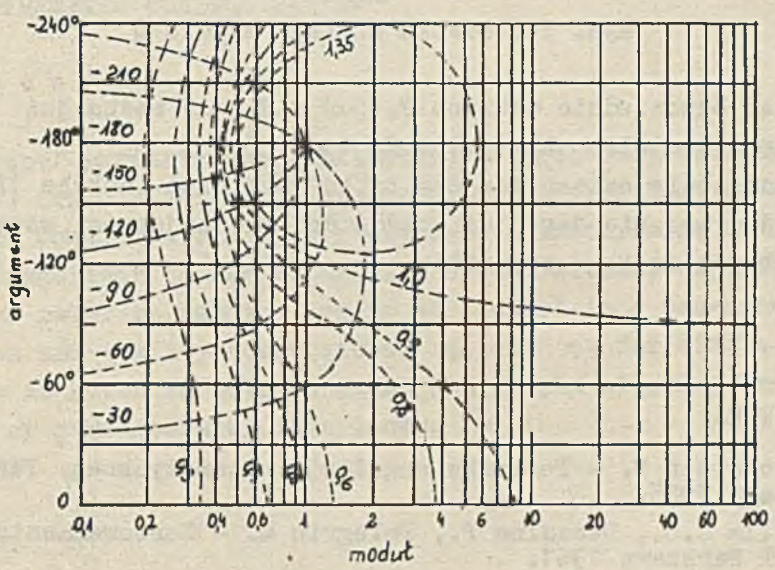
Wzory wymienionych trzech siatek przedstawiono na rys. 3.

Posługiwanie się przytoczonymi wykresami jest następujące:

1. W siatkę „a" wrysowujemy pewne z góry założone krzywe $F_1(j\omega)$ i $F_2(j\omega)$, tak aby spełniały założone przebiegi $|q_1(j\omega)|$ i $|q_2(j\omega)|$.
2. Na siatce „b" rysujemy krzywe $F_1(j\omega)$ i $F_2(j\omega)$ i wyznaczamy $A(j\omega)$ i $B(j\omega)$.
3. Krzywą $A(j\omega) \cdot B(j\omega) \cdot \frac{K_{21}(j\omega)}{K_{22}(j\omega)}$ rysujemy w siatce „c".



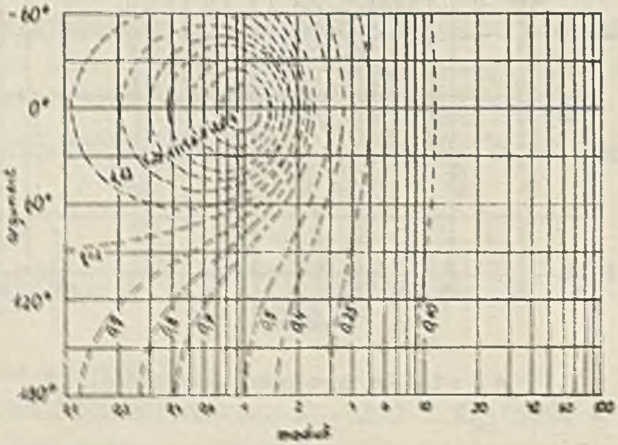
a) siatka stałego modułu $q_{1,2}$



b) siatka Blacka (skala logarytm.)

Rys. 3

Jeżeli okaże się, że w paśmie interesujących nas zakłóceń warunek (4) nie jest spełniony należy tak zmodyfikować $A(j\omega)$ i $B(j\omega)$, a co za tym idzie $F_1(j\omega)$ i $F_2(j\omega)$ aby jednocześnie zachować warunek na przebiegi $|q_1(j\omega)|$ i $|q_2(j\omega)|$ oraz $|q(j\omega)| = \left|\frac{1}{1-L(j\omega)}\right| \leq 1.$



Rys. 3c. Siatka stałego modułu q

Mając odpowiednio dobrane $F_1(j\omega)$ i $F_2(j\omega)$ można już łatwo wyznaczyć właściwe $K_{x1}(j\omega)$ i $K_{x2}(j\omega)$.
Na zakończenie należy jeszcze tylko sprawdzić funkcje $|E_1(j\omega)|$ i $|E_2(j\omega)|$ co nie jest już trudne dzięki znajomości wszystkich potrzebnych do tego czynników.

LITERATURA

[1] Findeisen W. - Technika regulacji automatycznej. PWN Warszawa 1965.

[2] Gille J.C., Decaulne P., Pelegrin M. - Serwomechanizmy. PWT Warszawa 1961.

Rękopis złożono w Redakcji w dniu 25.V.1968 r.

ПРИМЕНЕНИЕ ЧАСТОТНОГО ИНДЕКСА КАЧЕСТВА РЕГУЛИРОВАНИЯ К ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЕ С ДВУМЯ ВЗАИМОСВЯЗАННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Р е з ю м е

В статье представлено применение частотного индекса качества регулирования $q(j\omega)$ определённого в закрытой системе с одним параметром как соотношение ошибки регулирования выступающей при синусоидальных возмущениях в системе с регулятором к ошибке в системе без регулятора.

Представлено связь между ошибками регулирования в системе с двумя параметрами а индексами q_1 и q_2 для единичных цепей регулирования а также способ и графики при помощи которых можно определить характеристические величины этих цепей.

THE APPLICATION OF FREQUENCY QUALITY COEFFICIENT IN LINEAR TWO-PARAMETER CONTROL SYSTEM

S u m m a r y

The paper presents the application of frequency quality coefficient $q(j\omega)$ defined in one-parameter closed loop as ratio of the control error during sinusoidal disturbance in a system with regulator to the error in a system without regulator.

The relation between errors of control in a two-parameter system and quality coefficients q_1 and q_2 for single controls loops is given as well as means and graphs allowing the selection of parameters of this loops.