

MIROSLAW CHUDEK

**TEORETYCZNO-GRAFICZNE OBLICZANIE
ODKSZTAŁCANIA SIĘ WARSTW SKALNYCH I NAPRĘŻEŃ
NAD WYROBISKIEM ŚCIANOWYM**

Streszczenie: W pracy podano przykłady liczbowe w zakresie obliczania naprężeń i odkształceń warstw skalnych nad wyrobiskiem ścianowym dla typowej budowy geologicznej skał (piaskowiec, łupek, ilasty, łupek piaszczysty), posługując się teorią momentów zginających oraz teorią ścinania [1].

Sporządzono nomogramy ułatwiające praktyczne obliczenie osiadań i naprężeń, stropu nad eksploatowanym pokładem. Przeprowadzono analizę zachowywania się poszczególnych rodzajów skał nad wyrobiskiem górniczym, wyciągnięto wnioski.

1. Wprowadzenie

Eksploatacja pokładu czy pokładów wywołuje zawsze zmianę stanu napięcia w górotworze w wyniku czego dochodzi do jego deformacji. Deformacje górotworu są uzależnione między innymi od takich czynników, jak: grubość eksploatowanego pokładu i ich ilości, budowy geologicznej górotworu, rodzaju stosowanej obudowy, sposobu kierowania stropem, głębokości na której prowadzona jest eksploatacja itp.

Przebieg i charakter deformacji rzutuje na wielkość ciśnień i naprężeń nad pokładem, na czole ściany i nad przestrzenią podsadzaną (podsadzka hydrauliczna, sucha, zawał), znajomość których wpływa na racjonalniejsze i bezpieczniejsze wybieranie złoża.

2. Obliczanie odkształcania się warstw skalnych nad wyrobiskiem górniczym dla typowej budowy geologicznej skał nad wyrobiskiem oraz graficzne ujęcie wyników obliczeń

Obliczenia ugięcia stropu przeprowadzono posługując się teorią momentów zginających oraz teorię ścinania. Przyjęto trzy rodza-

je skał a mianowicie: piaskowiec, łupek ilasty i łupek piaszczysty i dla każdej skały obliczono ugięcie w czterech wariantach grubości: 10 m, 25 m, 50 m i 100 m. Obliczono również rozkład naprężeń w pokładzie i podsadźce.

Głębokość na której znajduje się wyrobisko przyjęto równe 400 m. Ciśnienie panujące na tej głębokości wynosi:

$$P_z = - \gamma_{sr} \cdot h,$$

gdzie:

γ_{sr} - średni ciężar właściwy nadległych nad wyrobiskiem skał. Przyjęto tu $\gamma_{sr} = 2500 \text{ kg/m}^3 = 0,0025 \text{ kg/cm}^3$,
 h - 400 m, -stąd,

$$p = - 0,0025 \text{ kg/cm}^3 \cdot 40000 \text{ cm} = - 100 \text{ kg/cm}^2.$$

We wzorach występujący moduł sprężystości E wylicza się ze wzoru:

$$E = \frac{E'}{1 + \nu^2},$$

gdzie:

E' - moduł sprężystości Younga warstwy stropowej,

ν - liczba Poissona warstwy stropowej,

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

G - moduł sprężystości postaciowej warstwy stropowej.

Wartości modułu Younga i liczby Poissona oraz wyliczone wartości G i E warstw stropowych wynoszą jak w tabelicy 1.

Tablica 1

Rodzaj skały	$E' \left[\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right]$	ν	E	G
Łupek ilasty	154 000	0,22	147 000	61 000
Łupek piaszczysty	242 000	0,16	235 000	101 000
Piaskowiec	398 000	0,13	390 000	172 000

2.1. Obliczenie ugięcia stropu według teorii momentów zginających [1]

Równanie linii ugięcia: nad podsadzką $x \geq 0$

$$w = \frac{p_z}{c} + \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\beta^2} \left(\frac{p_z}{k} + \frac{p_z}{k} e^{-\alpha x} \left[\frac{\beta - \alpha}{\beta + \alpha} \sin \alpha x - \cos \alpha x \right] \right)$$

nad pokładem $x \leq 0$

$$w = \frac{p_z}{c} + \frac{\alpha^2}{\beta^2} \frac{p_z}{k} \cdot e^{\beta x} \left[\frac{\beta - \alpha}{\beta + \alpha} \sin \beta x + \cos \beta x \right].$$

We wzorach oznaczają:

- w - wielkość ugięcia w dowolnej odległości x,
- p_z - ciśnienie pionowe panujące na danej głębokości,
- c - współczynnik oporu właściwego podsadzki

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{k}{4EJ}} \quad \beta = \sqrt[4]{\frac{c}{4EJ}}$$

Współczynnik oporu właściwego pokładu jak i podsadzki wyrażono za pomocą modułu sprężystości pokładu oraz ściśliwością podsadzki posługując się prawem Hooke'a, Otóż ściśnięcie pokładu w odległości $x \rightarrow \infty$ od krawędzi pokładu wynosi

$$w = \frac{p_z}{c}$$

Z prawa Hooke'a wiadomo, że $\frac{\Delta l}{l} = \frac{P}{F \cdot E} = p \cdot \frac{1}{E}$
stąd

$$\Delta l = p \cdot \frac{1}{E} \cdot l$$

Przyjmując sprężystość pokładu otrzymamy: $w = \Delta l$ więc

$$\frac{p_z}{c} = p_z \cdot \frac{1}{E_w} \cdot l$$

zatem

$$c = \frac{E_w}{l},$$

gdzie:

l - grubość pokładu węgla,

E_w - moduł sprężystości węgla.

Postępując podobnie wyznaczono, że współczynnik oporu właściwego podsadzki wynosi:

$$K = \frac{E'}{l}$$

ściśliwość podsadzki:

$$\frac{\Delta l}{l} = \varepsilon; \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E} \rightarrow \frac{\Delta l}{l} = \frac{p}{E}$$

oznaczając ściśliwość podsadzki przez "a" mamy

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{p}{E}$$

stąd

$$E = \frac{p \cdot l}{\Delta l} = \frac{p}{a}$$

ostatecznie:

$$k = \frac{p}{a \cdot l}.$$

Równanie linii ugięcia po uwzględnieniu powyższych wyrażeń przyjmie postać:

$$w = \frac{p \cdot l}{E_w} + \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\beta^2} a \cdot l + a \cdot l \cdot e^{-\alpha x} \left[-\frac{\beta - \alpha}{\beta + \alpha} \sin \alpha x - \cos \alpha x \right].$$

Ponieważ wyrażenie $\frac{p}{c}$ wyraża różnicę poziomów układu obciążonego i nie obciążonego przed rozpoczęciem eksploatacji, wobec

tego w rozwiązaniach praktycznych można go zatem pominąć jako nieistotny.

Zatem ostateczne równanie linii ugięcia ma postać

- nad podsadzką $x \geq 0$

$$w = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\beta^2} \cdot a.l.a.l.e^{-\alpha x} \left[-\frac{\beta - \alpha}{\beta + \alpha} \sin \alpha x - \cos \alpha x \right],$$

gdzie:

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{p_z}{4 \cdot a.l.Ej}}; \quad \beta = \sqrt[4]{\frac{E_w}{4.l.e.J}}$$

nad pokładem $x \leq 0$

$$w = \frac{\alpha^2}{\beta^2} a.l.e^{\beta x} \left[\frac{\beta - \alpha}{\beta + \alpha} \sin \beta x + \cos \beta x \right].$$

Rozkład naprężeń przebiega:

- w podsadźce

$$\sigma_p = - \left[p_z + e^{\alpha x} \cdot p_z \left(\frac{\beta - \alpha}{\beta + \alpha} \sin \alpha_x - \cos \alpha_x \right) \right]$$

- w pokładzie

$$\sigma_p = - \left[p_z + \sqrt{\frac{E_w \cdot a}{p_z}} p_z \cdot e^{\beta x} \left(-\frac{\beta - \alpha}{\beta + \alpha} \sin \beta_x - \cos \alpha_x \right) \right].$$

2.1.1. Przykłady liczbowe

Wykorzystując podane wzory [1] poniżej w tablicach zestawiono wartości liczbowe dla przyjętych warstw oraz ich grubości.

Warstwa piaskowca

Przyjęto: moduł sprężystości węgla $E_w = 10\ 000\ \text{kg/cm}^2$
 ścisłości podsadzki $a = 0,15$
 grubość pokładu $l = 200\ \text{cm}$

- a) grubość warstwy $h = 10$ m
nad podsadzką $x \geq 0$, tablica 2

Tablica 2

x	20	40	60	80	120	∞
w	25,1	35,7	38,9	38,7	37,5	37,5
σ_p	-58,5	-94	-104,7	-104,1	-100,1	-100,0

nad pokładem $x \leq 0$, tablica 3

Tablica 3

x	0	-20	-40	x
w	7,8	0,55	-0,33	w
σ_p	-489	-127,4	-83,4	p

- b) grubość warstwy $h = 25$ m
nad podsadzką $x \geq 0$, tablica 4

Tablica 4

x	20	40	60	80	120	200	∞
w	16,5	25,1	31,5	35,7	38,8	37,9	37,5
σ_p	-29	-58,5	-80	-94	-95,4	-101,6	-100,0

nad pokładem $x \leq 0$, tablica 5

Tablica 5

x	0	-20	-40	-60	,-80
w	7,8	3,25	0,51	-0,16	-0,33
σ_p	-489	-264	-125,4	-82,4	-83,6

- c) grubość warstwy $h = 50$ m
nad podsadzką $x \geq 0$, tablica 6

Tablica 6

x	20	40	60	80	120	200	∞
w	13,5	19,6	25,0	29,4	34,9	39,01	37,5
σ_p	-19	-40	-58	-73,2	-93,1	-94,8	-100

nad pokładem $x \leq 0$, tablica 7

Tablica 7

x	0	-20	-40	-60	-80	-120
w	7,8	5	2,5	0,88	-0,03	-0,4
σ_p	-489	-350	-225	-143,5	-98,5	-80,4

- d) grubość warstwy $h = 100$ m
nad podsadzką $x \geq 0$, tablica 8

Tablica 8

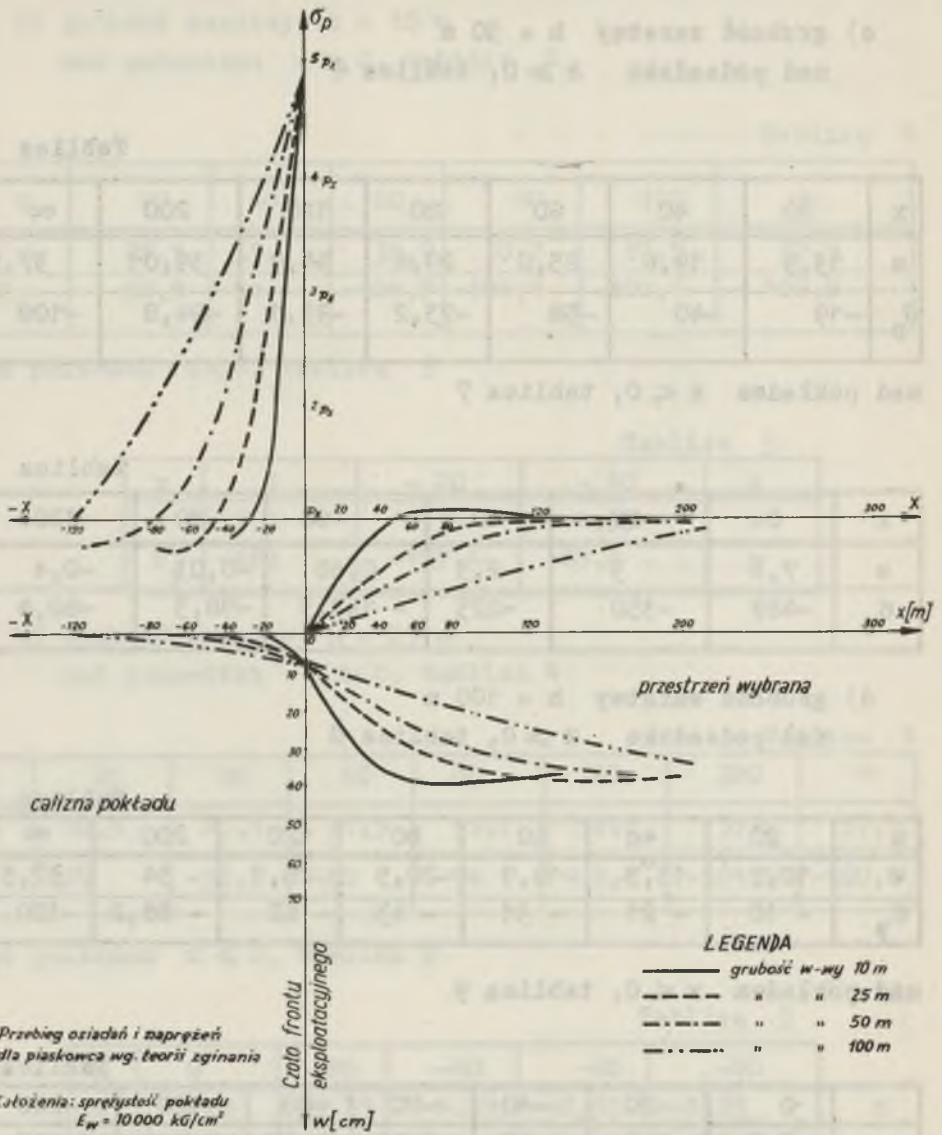
x	20	40	60	80	120	200	∞
w	10,5	13,5	16,9	20,5	26,1	34	37,5
σ_p	-10	-21	-31	-43	-62	-88,2	-100

nad pokładem $x \leq 0$, tablica 9

Tablica 9

x	0	-20	-40	-60	-80	-120	-200
w	7,8	6,2	4,55	3,05	1,86	0,035	-0,395
σ_p	-489	-407	-325	-250	-192	-101,7	-80,4

Wartości liczbowe zawarte w tablicach 2-9 graficznie pokazano na rys. 1.



Przebieg osiadań i naprężeń dla piaskowca wg. teorii zginania

Założenia: sprężystość pokładu $E_w = 10000 \text{ kg/cm}^2$
 ściśliwość podsadzki 0,15
 grubość pokładu 2,0 m

Rys. 1

2.2. Obliczanie ugięcia stropu według teorii ścinania

Równanie linii ugięcia

nad podsadzką $x \geq 0$

$$w = \frac{p_z}{c} + \frac{p_z}{k} \frac{n+m}{m} e^{-nx}$$

nad pokładem $x \leq 0$

$$w = \frac{p_z}{c} + \frac{n}{m} \cdot \frac{p_z}{k} \cdot e^{mx}$$

$$m = \sqrt{\frac{3c}{2G \cdot F}}; \quad n = \sqrt{\frac{3k}{2G \cdot F}}$$

gdzie:

G - moduł sprężystości postaciowej,

F - przekrój poprzeczny nadkładu; przyjęto szerokość przekroju równą jednostce wobec tego $F = h \cdot 1$,
gdzie h = jest grubością warstwy.

Po uwzględnieniu, że $c = \frac{E}{l}$ oraz, że $k = \frac{p_z}{a \cdot 1}$ i pomijając $\frac{p_z}{c}$ jako nieistotne powyższe wzory można napisać w ostatecznej wersji:

nad podsadzką $x \geq 0$

$$w = a \cdot 1 \left(\frac{n+m}{m} e^{-nx} \right)$$

nad pokładem $x \leq 0$

$$w = \frac{n}{m} a \cdot 1 \cdot e^{mx}$$

rozkład naprężeń:

nad podsadzką $x \geq 0$

$$\sigma_p = p_z (1 - e^{-nx})$$

nad pokładem $x \leq 0$

$$\sigma_p = p_z \left(1 + \frac{n}{m} \cdot \frac{c}{k} \cdot e^{mx} \right)$$

po przekształceniu rozkład naprężeń nad pokładem

$$\sigma_p = p_z \left(1 + \frac{n}{m} \cdot \frac{E_w \cdot a}{p_z} \cdot e^{mx} \right).$$

2.2.1. Przykłady liczbowe

Wykorzystując powyższe wzory w tablicach zestawiono wartości liczbowe dla uprzednio przyjętych rodzajów warstw oraz ich grubości.

Warstwa piaskowca

Przyjęto: moduł sprężystości węgla $E_w = 10\,000 \text{ kg/cm}^2$

ściśliwość podsadzki $a = 0,15$

grubość pokładu $l = 200$.

a) grubość warstwy $h = 10 \text{ m}$

nad podsadzką $x > 0$, tablica 10

Tablica 10

x	20	40	60	80	120	200	∞
w	16,4	22,6	27	31,2	34	36,9	37,8
σ_p	28,9	49,4	64	74,4	87	96,7	100

nad pokładem $x \leq 0$, tablica 11

Tablica 11

x	0	- 20	- 40	- 60	- 80
w	7,8	2,06	0,55	0,147	0,039
σ_p	490	204	127,6	107,4	102

- b) grubość warstwy $h = 25$ m
nad podsadzką $x \geq 0$, tablica 12

Tablica 12

x	20	40	60	80	120	200	∞
w	15,8	19,6	23,5	26,4	31,0	35,5	37,8
σ_p	22,9	35,0	48	58	73	88,5	100

- nad pokładem $x \leq 0$, tablica 13

Tablica 13

x	- 0	- 20	- 40	- 60	- 80
w	7,8	3,4	1,34	0,65	0,23
σ_p	490	270	168	132,3	111,5

- c) grubość warstwy $h = 50$ m
nad podsadzką $x \geq 0$, tablica 14

Tablica 14

x	20	40	60	80	120	200	∞
w	12	15,6	18,7	21,3	25,7	31,2	37,8
σ_p	14	26	36,3	45,7	59,8	78,2	100

- nad pokładem $x \leq 0$; tablica 15

Tablica 15

x	0	- 20	- 40	- 60	- 80	- 120
w	7,8	4,3	2,64	1,44	0,9	0,225
σ_p	490	310	230	172	144,5	111,2

- d) grubość warstwy $h = 100$ m
nad podsadzką $x \geq 0$; tablica 16

Tablica 16

x	20	40	60	80	120	200	∞
w	11	13,5	16	18,3	22,3	27,8	37,8
σ_p	10,5	19	27,4	35	48,0	66,1	100

- nad pokładem $x \leq 0$; tablica 17

Tablica 17

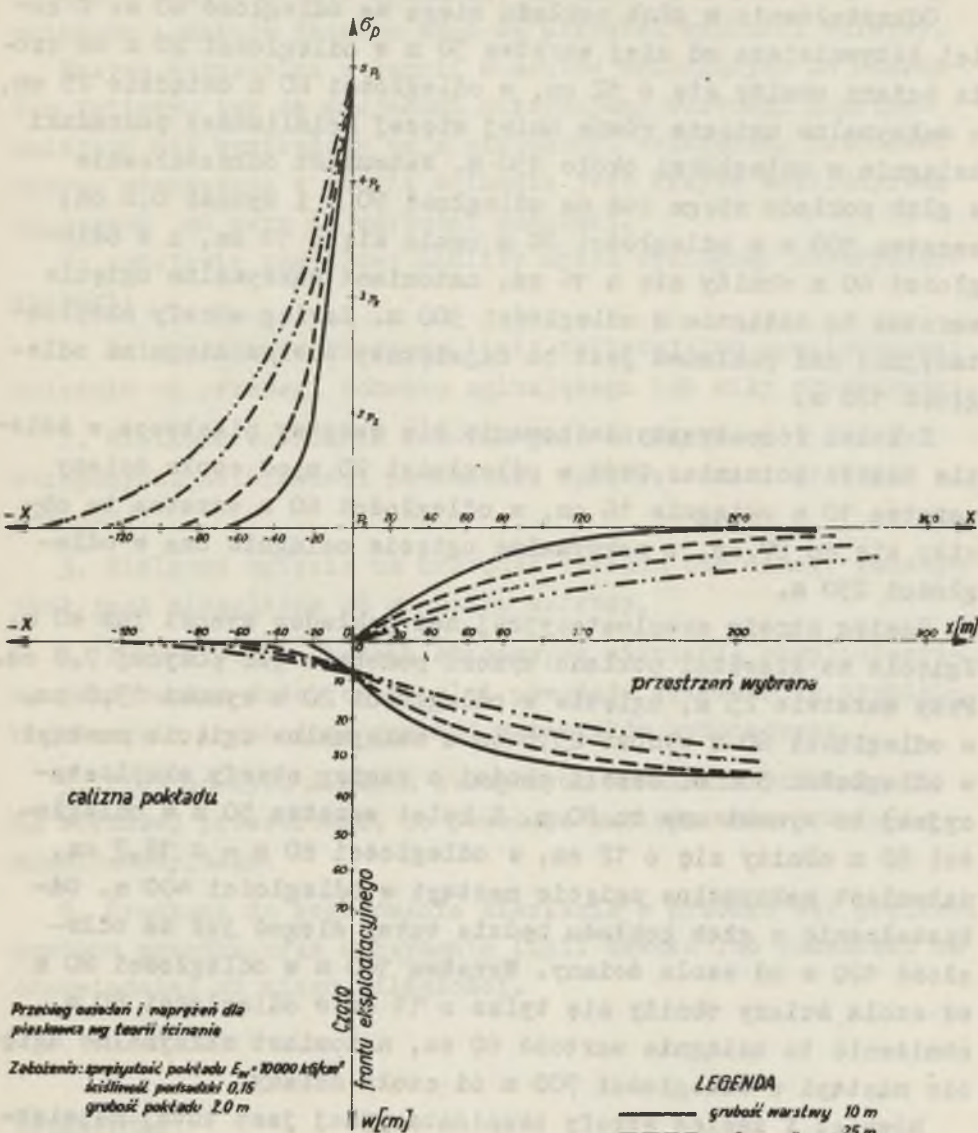
x	0	-20	-40	-60	-80	-120	-200
w	7,8	5,1	3,35	2,2	1,4	0,62	0,116
σ_p	490	356	268	210	171	131	106

Wartości liczbowe zawarte w tablicach 10-17 graficznie ujęto na rys. 2.

3. Analiza zachowania się poszczególnych rodzajów skał nad wyrobiskiem górniczym i wyciągnięcie wniosków

Pomiary geodezyjne na kopalniach wykazują, że przy eksploatacji pokładu, strop obniża się nad nim w pewnej większej lub mniejszej odległości przed ścianą [2, 5, 7].

Jeżeli chodzi o naprężenia w pokładzie to podobnie jak powyżej, maksymalną wartość osiągnie na krawędzi pokładu i wyniesie 490 kg/cm^2 czyli znacznie mniej aniżeli przy tamtych dwóch typach skał, ponieważ tam ugięcie na krawędzi pokładu wynosiło 10,2 cm, a dla piaskowca ugięcie to wynosi 7,8 cm i jest stałe niezależnie od grubości warstwy. Warstwa 25 m w odległości 20 m od czoła ściany osiągnie 16 cm, w odległości 60 m obniży się do 31 cm, a maksymalne ugięcie osiągnie w odległości 100 m od czoła ściany.



Rys. 2

Odkształcenie w głąb pokładu sięga na odległość 40 m. Z kolei sztywniejsza od niej warstwa 50 m w odległości 20 m od czoła ściany obniży się o 12 cm, w odległości 60 m osiadzie 25 cm, a maksymalne ugięcie równe mniej więcej ścisłości podsadzki osiągnie w odległości około 150 m. Natomiast odkształcenie w głąb pokładu sięga już na odległość 90 m i wynosi 0,8 cm, warstwa 100 m w odległości 20 m ugnie się o 10 cm, a w odległości 60 m obniży się o 16 cm, natomiast maksymalne ugięcie warstwa ta osiągnie w odległości 300 m. Zasięg strefy eksploatacyjnej nad pokładem jest tu największy bowiem sięga na odległość 120 m.

Z kolei rozpatrzmy zachowanie się warstwy piaskowca w świetle teorii ścinania. Otóż w odległości 20 m od czoła ściany warstwa 10 m osiągnie 16 cm, w odległości 60 m warstwa ta obniży się do 27 cm, a maksymalne ugięcie osiągnie ona w odległości 250 m.

Zasięg strefy eksploatacyjnej nad pokładem wynosi już 40 m. Ugięcie na krawędzi pokładu wynosi podobnie jak powyżej 7,8 cm. Przy warstwie 25 m, ugięcie w odległości 20 m wynosi 15,8 cm, w odległości 60 m wynosi 23,5 cm a maksymalne ugięcie nastąpi w odległości 300 m. Jeżeli chodzi o zasięg strefy eksploatacyjnej to wynosi ona tu 80 m. Z kolei warstwa 50 m w odległości 20 m obniży się o 12 cm, w odległości 60 m - o 18,7 cm, natomiast maksymalne ugięcie nastąpi w odległości 400 m. Odkształcenie w głąb pokładu będzie tutaj sięgać już na odległość 120 m od czoła ściany. Warstwa 100 m w odległości 20 m od czoła ściany obniży się tylko o 11 cm w odległości 60 m obniżenie to osiągnie wartość 60 cm, natomiast maksymalne ugięcie nastąpi w odległości 700 m od czoła ściany.

Również i zasięg strefy eksploatacyjnej jest tutaj największy wynosi bowiem 200 m. Największe naprężenie w pokładzie wystąpi na jego krawędzi i wyniesie 490 kg/cm^2 . Natomiast jeżeli chodzi o przebieg naprężeń wewnątrz pokładu, to można zauważyć, że naprężenia rosną wraz z wielkością odkształcenia czyli tym samym z grubością warstwy. Również i tutaj można zauważyć różnicę w wielkości osiadania wyliczonego z teorii momentów zgi-

nających oraz z teorii ścinania, chociaż te różnice są tutaj mniejsze i maleją jeszcze wraz ze wzrostem grubości warstwy.

Krzywa wyznaczona z teorii momentów zginających ma charakter falisty, tak że miejscami otrzymujemy wartości naprężeń mniejsze niż wynikałoby to z głębokości zalegania. Natomiast krzywa wyznaczona z teorii ścinania jest krzywą aperiodyczną zdążającą od zera do wartości końcowej.

Na podstawie powyższej analizy można wyciągnąć następujące wnioski:

1. Osiadanie przebiega wg linii falistej lub aperiodycznej zależnie od przewagi momentu zginającego lub siły poprzecznej.

2. Wielkość osiadania zależna jest od sztywności warstw stropowych, ściśliwości podsadzki, sprężystości i grubości pokładu,

3. Wielkość ugięcia na krawędzi pokładu dla danego rodzaju skał jest niezależna od grubości warstwy.

4. Przy słabych skałach stropowych ciśnienie eksploatacyjne jest bardzo duże, co z kolei powoduje zwiększenie urabialności węgla i mniejszy rozchód materiałów wybuchowych.

5. Przy mocnych skałach stropowych ciśnienie rozkłada się na większej przestrzeni, co powoduje zmniejszenie ciśnienia eksploatacyjnego.

6. Środkami do regulowania ciśnienia w przodku są: prędkość postępu przodka, oraz utrzymanie linii zawału lub podsadzki na odpowiedniej od niego odległości.

LITERATURA

- [1] Sałustowicz A.: Zarys mechaniki górotworu, Wydawnictwo Śląsk, Katowice 1965 r.
- [2] Sałustowicz A.: Ciśnienie eksploatacyjne i ugięcie stropu w świetle teorii i pomiarów w kopalni, Zeszyty Naukowe Akademii Górniczo-Hutniczej, nr 8, 1963 r.

- [3] Sałustowicz A.: Profil niecki osiadania jako ugięcie warstwy na sprężystym podłożu. Archiwum Górnictwa i Hutnictwa, t. I Z. 1, 1953 r.
- [4] Sałustowicz A.: Osiadanie stropu w świetle teorii ciśnienia i ugięcia belek, Sbornik vedeckých prací Vysoké školy báňské v Ostrave, Rocznik VII, 1961 r.
- [5] Chudek M.: Zachowywanie się skał stropowych nad wyrobiskiem ścianowym w świetle badań modelowych, ZN Pol. Śl. Górnictwo 1967 r. w druku.
- [6] Chudek M.: Analiza przyczyn obrywania się skał w wyrobiskach wybierkowych, Zeszyty Naukowe Pol. Śl. Górnictwo 9, 1964 r.
- [7] Chudek M.: Obudowa hydrauliczna wyrobisk górniczych, Gliwice 1965 r.

ТЕОРЕТИКО-ГРАФИЧЕСКИЕ РАСЧЁТЫ ДЕФОРМАЦИЙ ГОРНЫХ СЛОЁВ И НАПРЯЖЕНИЙ НАД СТЕННОЙ ВЫРАБОТКОЙ

Резюме

В работе даны числовые примеры в пределе расчёта напряжений и деформаций горных слоёв над стенной выработкой для типичных геологических строений пород (песчаник, глинистый сланец, песчанистый сланец), пользуясь теорией сгибающих моментов, а также теорией срезывания.

Составлены номограммы, облегчающие практические вычисления осадок и напряжений кровли над эксплуатируемым пластом. Проведён анализ поведения отдельных видов горных пород над горной выработкой. Сделаны выводы.

**THEORETICAL-GRAPHICAL CALCULATIONS
OF ROCK LAYERS DEFORMATIONS AND STRESSES
OVER THE WALL WORKING**

S u m m a r y

In the paper the numerical examples concerning the calculations of stresses and rock layers deformations over the wall working for the typical geological rocks' structure (sandstone, mud-stone, sand-shale) using the theory of bending moments and the theory of thinning, have been given.

The nomograms have been made, which made easier the practical calculations of the rock settlements and stresses above the exploited seam. The analysis of behaviour of individual rock kinds over the mining working has been carried out and the proper conclusions drawn out of it.

Rock layer	Thickness	Stress	Deformation
Sandstone	1.5 m	1.2 MPa	0.0015 m
Mudstone	1.5 m	1.0 MPa	0.0012 m
Sand-shale	1.5 m	0.8 MPa	0.0008 m
Sandstone	1.5 m	1.2 MPa	0.0015 m
Mudstone	1.5 m	1.0 MPa	0.0012 m
Sand-shale	1.5 m	0.8 MPa	0.0008 m