

ZENON SZCZEPANIAK

OBLICZANIE SKLEPIEŃ

W GÓRNICZYCH OBUDOWACH MUROWYCH

Streszczenie. W pracy przedstawiono (na podstawie przeprowadzonych badań) sposób obliczania sklepień obudów murowych o kształcie łuku kołowego. Wyprowadzono wzory, za pomocą których można obliczyć: grubość sklepienia, statycznie niewyznaczalne wielkości rozporu poziomego  $H$  i momentu zginającego  $M_1$  - w kluczowym przekroju sklepienia, maksymalne wielkości sił wewnętrznych w sklepieniu oraz położenie linii ciśnień w jego przekroju poprzecznym.

### 1. W s t ę p

Podszybia, odgałęzienia, udostępniające wyrobiska korytarzowe oraz wyrobiska o przeznaczeniu specjalnym wykonywane są często w obudowie murowej: z cegły, z betonitów lub z betonu.

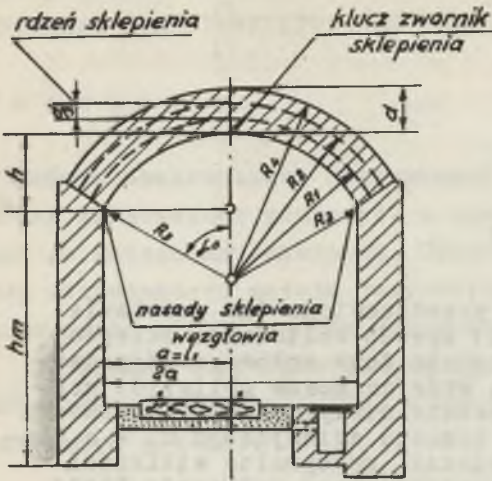
Najbardziej ekonomicznym kształtem obudowy murowej - z uwagi na łatwość jej wykonawstwa i możliwość wykorzystania przekroju poprzecznego wyrobiska, jest obudowa ze sklepieniem w kształcie łuku kołowego - opartym na prostych murach przyociosowych (rys. 1).

Obudowę jak na rys. 1 można wykonywać w takich warunkach górniczo-geologicznych, przy których nie nastąpi spękanie murów prostych pod wpływem bocznego ciśnienia od strony górotworu.

Podstawowymi elementami składowymi obudowy murowej (rys. 1) są:

- 1) sklepienie,
- 2) boczne mury przyociosowe,
- 3) fundamenty.

Środkowa część sklepienia nazywa się kluczem lub zwornikiem, zaś powierzchnie w murach prostych, na których opiera się sklepienie - nazywane są nasadami względnie wezglówkami.



Rys. 1. Obudowa murowa ze sklepieniem w kształcie łuku kołowego

W praktyce górniczej stwierdzono, że sklepienia jak na rys. 1, często ulegają spękanii i to nawet przy znacznej grubości muru. Celem stwierdzenia przyczyny powstawania spękań, autor na zaprojektowanej przez siebie aparaturze (zdjęcia 1, 2, 3, 4, 5, 6) przeprowadził badania obudów murowych w różny sposób obciążonych – przy różnych rozpiętościach i wypukłościach sklepień oraz przy różnych grubościach murów obudowy.

W wyniku badań stwierdzono, że przyczyną tworzenia się szczelin w sklepieniu są naprężenia rozciągające – powstające na skutek wystąpienia w nim momentów zginających.

Celem uniknięcia w sklepieniu naprężeń rozciągających należy:

a) Przy wykonawstwie obudowy zapewnić jej dokładne przyleganie do obrysów wyrobiska w wyłomie.

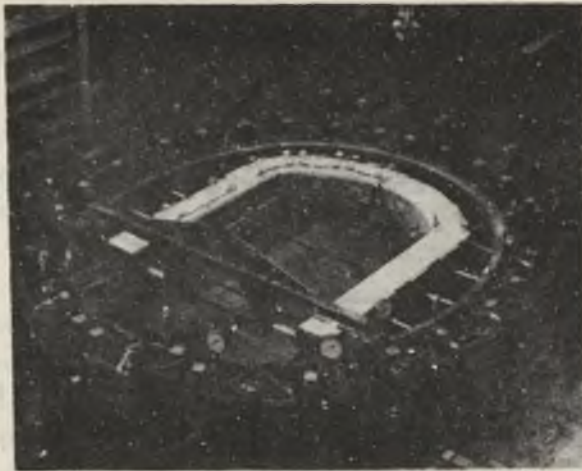
b) Ustalić sposób i wielkość obciążenia obudowy oraz możliwe odchylenia od przewidywanego jej obciążenia.

c) Zaprojektować wstępny kształt i grubość sklepienia wzorami empirycznymi.

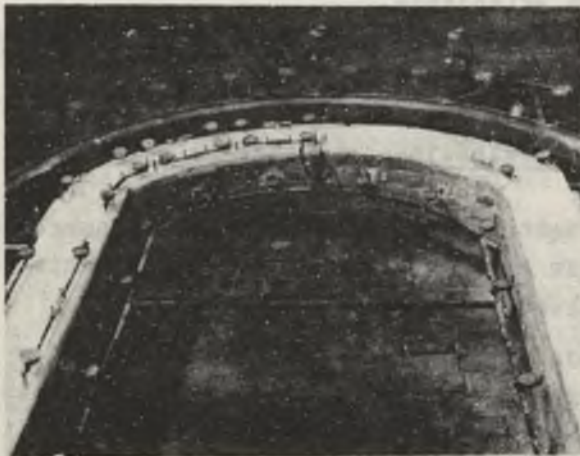
d) Sprawdzić podanymi w pracy wzorami czy zaprojektowane wstępnie sklepienie spełnia stawiane obudowie murowej wymogi wytrzymałościowe, przy przewidywanym jej obciążeniu oraz przy możliwych odchyleniach od przewidywanego jej obciążenia.

## 2. Wstępne obliczenia sklepienia

Wzorami empirycznymi oblicza się: strzałkę, promień i grubość sklepienia.



Zdjęcie 1. Obudowa murowa z urządzeniami pomiarowymi i aparaturą przygotowaną do badań. Kształt sklepienia spełnia warunki:  $h/2l = 0,25 < 0,3$ ,  $d = 25$  cm



Zdjęcie 2. Obudowa murowa o kształcie jak na zdjęciu 1 z zdeformowanym sklepieniem pod wpływem dużego jego obciążenia w kierunku pionowym ( $q_1$ ) i przy małym obciążeniu w kierunku poziomym ( $q_2$ )

Strzałkę sklepienia wg [2] oblicza się wzorem:

$$h = \frac{a}{\sqrt{f}}$$

Promień sklepienia o kształcie łuku kołowego według [2] oblicza się wzorem:

$$R_3 = \frac{a^2 + h^2}{2h}$$

Grubość sklepienia można przyjmując z tablic podanych w [3] lub obliczyć według [2].

$$d = \frac{4.4 d}{k_0 \sqrt{f}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a}{h}} \quad (3)$$

gdzie:

- a - połowa rozpiętości sklepienia w świetle obudowy,
- f - współczynnik zwięzłości skał według Protodiakonowa,
- h - strzałka sklepienia,
- $R_3$  - promień sklepienia,
- $k_0$  - dopuszczalne naprężenia materiału obudowy na ściskanie,
- d - grubość obudowy.

### 3. Warunki wytrzymałościowe stawiane sklepieniom

Sklepienie obciążone skałą od strony otaczającego je górotworu - nie ulegnie zniszczeniu, jeżeli będą spełnione według [5] następujące warunki:

a) Naprężenia ściskające nie mogą przekroczyć w żadnym podłużnym przekroju sklepienia - wartości dopuszczalnej dla danego rodzaju materiału, z którego projektowana jest obudowa.

b) W przekrojach podłużnych sklepienia, na całym jego obwodzie nie powinny występować naprężenia rozciągające, w związku z czym linia ciśnień nie może wychodzić poza granice rdzenia łuku murewego (środkowa część sklepienia równa 1/3 jego grubości - rys. 1).

Przez linię ciśnień według [5] należy rozumieć krzywą przechodzącą w poszczególnych podłużnych przekrojach obudowy przez punkt zaczepienia wypadkowej wszystkich sił działających na dany przekrój.

c) Linia ciśnień we wszystkich podłużnych przekrojach sklepienia nie powinna odchyłać się od kierunku prostopadłego do nich o kąt większy od wartości wewnętrznego kąta tarcia materiału obudowy w stanie świeżym.

Taki kierunek linii ciśnień w rdzeniu obudowy daje pewność, że wielkość naprężeń ścinających w sklepieniu, nie będzie większa od dopuszczalnych dla danego rodzaju materiału obudowy przed dostatecznym jego związaniem.

Przeprowadzone przez autora badania (zdjęcia 1, 2, 3, 4, 5, 6) wykazały, że do chwili zachowania warunku b - warunek c jest również spełniony, a zatem jego sprawdzanie nie jest konieczne.

#### 4. Obliczanie wielkości sił wewnętrznych w sklepieniu

##### 4.1. Wielkość rozporu i momentu zginającego w kluczowym przekroju sklepienia

Sklepienie murowe jest łukiem bezprzegubowym, który przy symetrycznym obciążeniu stanowi układ dwukrotnie statycznie niewyznaczalny.

Wielkościami hiperstatycznymi są: rozpór  $H$  i moment zginający  $M_1$  - działające w kluczowym przekroju sklepienia.

Wymienione wielkości hiperstatyczne można obliczać za pomocą wyprowadzonych w pracy wzorów 16 i 17.

Wzory wyprowadzono na podstawie twierdzenia Castigliano.

Matematyczna postać tego twierdzenia dla sklepienia wyraża się wzorami:

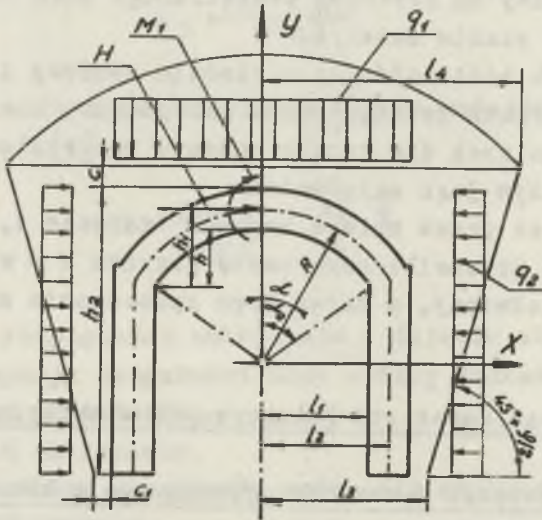
$$\frac{\partial U}{\partial H} = \int_s \frac{M(\alpha)}{EJ} \frac{\partial M(\alpha)}{\partial H} ds + \int_s \frac{N(\alpha)}{EF} \frac{\partial N(\alpha)}{\partial H} ds = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial U}{\partial M_1} = \int_s \frac{M(\alpha)}{EJ} \cdot \frac{\partial M(\alpha)}{\partial M_1} ds + \int_s \frac{N(\alpha)}{EF} \frac{\partial N(\alpha)}{\partial M_1} ds = 0 \quad (6)$$

Celem praktycznego wykorzystania równań 5 i 6 do obliczania wielkości hiperstatycznych  $H$  i  $M_1$  - należy:

a) Ustalić sposób i wielkość obciążenia obudowy.

W pracy przyjęto symetryczne - ciągłe obciążenie obudowy w kierunku pionowym ( $q_1$ ) i poziomym ( $q_2$ ), (rys. 2).



Rys. 2. Obudowa murowana obciążona w sposób symetryczny i równomierny - obciążeniem  $q_1$  i  $q_2$

Wielkość  $q_1$  i  $q_2$  można obliczyć (przy przyjęciu sklepienia ośnień według Protodiakonowa [2] z niżej podanych zależności (rys. 2):

$q_1$  w przypadku słabych skał stropowych i ociosowych

$$q_1 = \left( \frac{1}{4} + c + d + 0,2 h \right) \gamma_{sr} \quad (7)$$

$$q_2 = (0,25 - 0,5) q_1 \quad \text{wg [5]} \quad (8)$$

$a_2$  w przypadku mocnych skał ociosowych

$$q_1 = \left( \frac{1}{f} + c + d + 0,2h \right) \gamma_{sr} \quad (9)$$

$$q_2 = 0$$

gdzie:

$\gamma_{sr}$  - średni ciężar objętościowy skał stropowych, podsadzki i materiałów obudowy,

$f$  - współczynnik zwięzłości skał wg Protodiakonowa, pozostałe oznaczenia podano na rys. 1 i 2.

W przypadku stwierdzenia, że zasięg strefy skał odprężonych nad projektowanym wyrobiskiem będzie inny od określonych sklepieniem ciśnien wg Protodiakonowa ( $l_h/f$ ), należy przy ustalaniu wielkości  $q_1$  uwzględnić przewidywany - rzeczywisty zasięg skał odprężonych.

b) Ułożyć równania momentu zginającego  $M(\alpha)$  i sił podłużnych  $N(\alpha)$  - spełnione w każdym podłużnym przekroju sklepienia.

Celem otrzymania równań w możliwie najprostszej postaci, przyjęto układ współrzędnych jak na rys. 2.

$$M(\alpha) = q_1 \frac{x^2}{2} + q_2 \frac{(R-y)^2}{2} + q_2 \left[ \frac{d^2}{8} + \frac{d}{2} (R-y) \right] - H(R-y) - M_1 \quad (10)$$

$$N(\alpha) = q_2 \left[ \frac{d}{2} + (R-y) \right] \cos \alpha - q_1 x \sin \alpha - H \cos \alpha \quad (11)$$

c) Obliczyć pochodne cząstkowe momentu zginającego  $M(\alpha)$  i sił podłużnych  $N(\alpha)$  względem szukanych wielkości hiperstatycznych  $H$  i  $M_1$ .

$$\frac{\partial M(\alpha)}{\partial H} = - (R-y)$$

$$\frac{\partial N(\alpha)}{\partial H} = - \cos \alpha$$

$$\frac{\partial M(\alpha)}{\partial M_1} = - 1$$

$$\frac{\partial N(\alpha)}{\partial M_1} = 0$$

(12)

d) Wstawić do równań 10, 11, 12 w miejsce współrzędnych  $x, y$  i elementu  $ds$  - zależności odpowiadające przedziałowi całkowania w współrzędnych biegunowych.

$$x = R \sin \alpha, \quad y = R \cos \alpha, \quad ds = R d\alpha \quad (13)$$

e) Podstawić wyrażenia 10, 11, 12 z uwzględnieniem zależności 13 do równań 5, 6 z określonymi granicami całkowania ( $0 - \alpha_0$ )

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1^2} \int_0^{\alpha_0} \left\{ \frac{q_1 R^2 \sin^2 \alpha}{2} + \frac{q_2 R^2 (1 - \cos \alpha)^2}{2} + q_2 \frac{d}{2} \left[ \frac{d}{4} + R(1 - \cos \alpha) \right] - \right. \\ & \left. - H R (1 - \cos \alpha) - M_1 \right\} \left[ -R (1 - \cos \alpha) R d\alpha + \right. \\ & \left. + \int_0^{\alpha_0} \left\{ H \cos \alpha + q_1 R \sin^2 \alpha - q_2 \left[ \frac{d}{2} + R (1 - \cos \alpha) \right] \right\} \cos \alpha R d\alpha = 0 \right. \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & \int_0^{\alpha_0} \left\{ H_1 R (1 - \cos \alpha) - \frac{q_1 R^2 \sin^2 \alpha}{2} - \frac{q_2 R^2 (1 - \cos \alpha)^2}{2} - \right. \\ & \left. - q_2 \frac{d}{2} \left[ \frac{d}{4} + R (1 - \cos \alpha) \right] + M_1 \right\} R d\alpha = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

Wielkość "i" w równaniu 14 oznacza promień bezwładności przekroju podłużnego sklepienia o długości równej jednostce.

Po przeprowadzeniu całkowania otrzymuje się wzory 16, 17, z których można obliczyć statycznie niewyznaczalne reakcje  $H$  i  $M_1$

$$\begin{aligned} & \frac{R^2}{1^2} \left[ R^2 (q_1 C_1 + q_2 C_2) + q_2 d (d C_3 + R C_4) - H R C_5 - M_1 C_6 \right] + \\ & + R \left[ H C_7 + q_1 R C_8 - q_2 (d C_9 + R C_{10}) \right] = 0 \end{aligned} \quad (16)$$



$$R \left[ R^2 (q_1 C_{11} + q_2 C_{12}) - q_2 d (d C_{13} + R C_{14}) + H_1 R C_{15} + M_1 C_{16} \right] = 0 \quad (17)$$

Użyte w powyższych równaniach oznaczenia  $C_n$  przedstawiają wartości określone poniżej:

$$C_1 = \frac{\sin 3\alpha_0}{6} + \frac{\sin 2\alpha_0}{8} - \frac{\alpha_0}{4}$$

$$C_2 = 2 \sin \alpha_0 - \frac{\sin^3 \alpha_0}{6} - \frac{3 \sin 2\alpha_0}{8} - \frac{5\alpha_0}{4}$$

$$C_3 = \frac{\sin \alpha_0 - \alpha_0}{8}$$

$$C_4 = \sin \alpha_0 - \frac{\sin 2\alpha_0}{8} - \frac{3\alpha_0}{4}$$

$$C_5 = 2 \sin \alpha_0 - \frac{\sin 2\alpha_0}{4} - \frac{3\alpha_0}{2}$$

$$C_6 = \sin \alpha_0 - \alpha_0$$

$$C_7 = \frac{\sin 2\alpha_0}{4} + \frac{\alpha_0}{2}$$

$$C_8 = \frac{\sin^3 \alpha_0}{3}$$

$$C_9 = \frac{\sin 2\alpha_0}{8} + \frac{\alpha_0}{4}$$

$$C_{10} = \frac{\sin 2\alpha_0}{4} + \frac{\sin^3 \alpha_0}{3} - \sin \alpha_0 + \frac{\alpha_0}{2}$$

$$C_{11} = \frac{\sin 2\alpha_0}{8} - \frac{\alpha_0}{4}$$

$$C_{12} = \sin \alpha_0 - \frac{\sin 2\alpha_0}{8} - \frac{3\alpha_0}{4}$$

$$C_{13} = \frac{\alpha_0}{8}$$

$$C_{14} = \frac{\alpha_0 - \sin \alpha_0}{2}$$

$$C_{15} = \alpha_0 - \sin \alpha_0$$

$$C_{16} = \alpha_0$$

Wartości wyrażeń  $C_n$  wskazane jest opracować w tablicach dla różnych kątów  $\alpha$  ( $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ ), co ułatwi w znacznym stopniu posługiwanie się wzorami 16 i 17 przy obliczaniu sklepień obudów murowych.

#### 4.2. Maksymalne wielkości siły podłużnej, poprzecznej i momentu zginającego

Po wyznaczeniu wielkości  $H$  i  $M_1$  - można obliczyć maksymalne wielkości sił wewnętrznych w sklepieniu:

$N_{\max}$  - (siła podłużna),  $T_{\max}$  - (siła poprzeczna),  $M_{\max}$  - (maksymalny moment zginający).

$N_{\max}$ ,  $T_{\max}$ ,  $M_{\max}$  - oblicza się z wzorów, za pomocą których można wyznaczyć  $N$ ,  $T$ ,  $M$  w każdym podłużnym przekroju sklepienia (rys. 1 i 2).

Wzory te mają postać:

$$N = q_2 R (1 - \cos \alpha) \cos \alpha - q_1 R \sin^2 \alpha - (H - q_2 \frac{d}{2}) \cos \alpha \quad (18)$$

$$T = \frac{1}{2} q_1 R \sin 2\alpha + q_2 R (1 - \cos \alpha) \sin \alpha - (H - q_2 \frac{d}{2}) \sin \alpha \quad (19)$$

$$M = \frac{q_1 R^2 \sin^2 \alpha}{2} + \frac{q_2 R^2 (1 - \cos \alpha)^2}{2} - R (H - q_2 \frac{d}{2}) (1 - \cos \alpha) + \frac{q_2 d^2}{8} - M_1 \quad (20)$$

Z równań 18, 19, 20 można wyznaczyć maksymalne wielkości sił wewnętrznych w sklepieniu oraz miejsca ich występowania - określone kątem  $\alpha$ , dwoma niżej podanymi sposobami:

a) Z wyrażeń funkcyjnych  $N$ ,  $T$ ,  $M$  (równania 18, 19, 20) wyznacza się ich wartości ekstremalne.

Ekstremum  $N$ ,  $T$ ,  $M$  znajduje się za pomocą pierwszej pochodnej a rodzaj ekstremum (maksimum czy minimum) można stwierdzić na podstawie znaku pierwszej pochodnej w otoczeniu punktu, w którym pochodna osiąga wartość zerową.

Wzory ogólne pozwalające wyznaczyć kąty  $\alpha$ , przy których  $dN/d\alpha$ ,  $dT/d\alpha$ ,  $dM/d\alpha$  osiągają wartość zero, a  $N$ ,  $T$ ,  $M$  - wielkości maksymalne, mają postać:

$$\frac{dN}{d\alpha} = 0 \quad \text{przy} \quad \cos \alpha = \frac{H - q_2 \left(R + \frac{d}{2}\right)}{2R (q_1 - q_2)} \quad (21)$$

$$\frac{dT}{d\alpha} = 0 \quad \text{przy} \quad \cos \alpha = \frac{H - q_2 \left(R + \frac{d}{2}\right) + \sqrt{\left[H - q_2 \left(R + \frac{d}{2}\right)\right]^2 - 4R^2 (q_1 - q_2)^2}}{4R (q_1 - q_2)} \quad (22)$$

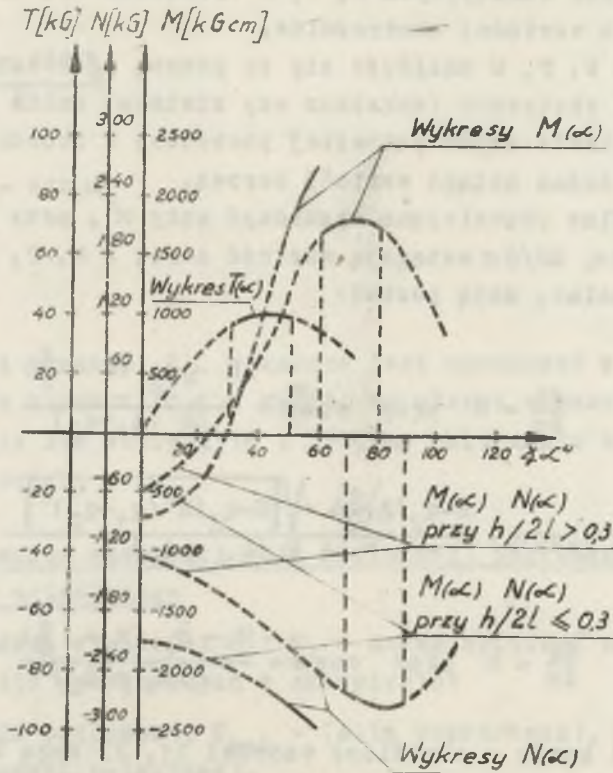
$$\frac{dM}{d\alpha} = 0 \quad \text{przy} \quad \cos \alpha = \frac{H - q_2 \left(R + \frac{d}{2}\right)}{R (q_1 - q_2)} \quad (23)$$

Wielkości kątów  $\alpha$  określone wzorami 21, 23 mogą być większe od  $\alpha_0$  (rys. 2). W takim przypadku  $N$  i  $M$  nie mają ekstremów w granicach rozpiętości sklepienia, a ich wielkości maksymalne wypadają przy jego węzłowiach, przy czym wartości  $N_{\max}$  i  $M_{\max}$  oblicza się z wzorów 18, 20 - po wstawieniu w miejsce kąta  $\alpha$  - wielkości  $\alpha_0$ .

Jeżeli kąt  $\alpha$  obliczony wzorami 21, 22, 23 jest mniejszy od kąta  $\alpha_0$  (rys. 2) wówczas  $N_{\max}$ ,  $T_{\max}$ ,  $M_{\max}$  oblicza się z wzorów 18, 19, 20 po wstawieniu do nich odpowiedniej wielkości kąta  $\alpha$  obliczonego na podstawie wzorów 21, 22, 23.

b) Wielkości maksymalne  $N$ ,  $T$ ,  $M$  najłatwiej można określić sposobem graficznym, polegającym na wykreśleniu funkcji wy-

rażonych równaniami 18, 19, 20 – w prostokątnym układzie współrzędnych (rys. 3). Na rysunku 3 oś rzędnych przedstawia wielkość  $N$ ,  $T$ ,  $M$ , a oś odciętych wielkości kątów  $\alpha$ .



Rys. 3. Wykres obrazujący sposób ustalania  $N_{\max}$ ,  $T_{\max}$ ,  $M_{\max}$  w przekroju podłużnym sklepienia – określonym przez kąt  $\alpha$

Celem szybszego otrzymania wyniku sposobem graficznym, można wykonać wykresy tylko w tych przedziałach  $\alpha$ , w których  $N$ ,  $T$ ,  $M$  osiągają wielkości maksymalne.

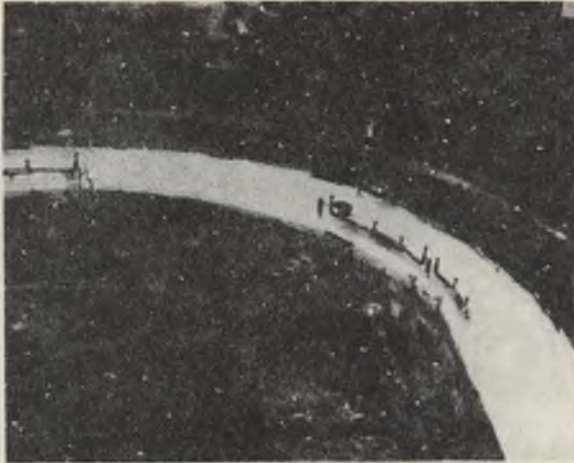
Przeprowadzone badania (zdjęcia) wykazały, że  $N$ ,  $M$  osiągają wielkości maksymalne przy węzłach sklepienia a  $T$  – poza  $1/3$  rozpiętości osi sklepienia – licząc od jego przekroju kluczowego. W przypadku sklepienia spełniającego warunek  $h/2l \leq 0,3$  (zdz. 1, 2, 3)  $N_{\max}$  i  $M_{\max}$  wypada w węzłach sklepienia przy  $\alpha_0$ . W sklepieniach o większej wypukłości



Zdjęcie 3. Zdeformowane sklepienie w obudowie murowej o kształcie jak na zdjęciu 1 ( $h/2l = 0,25 < 0,3$ ) lecz przy większej grubości muru,  $d = 38$  cm. Sklepienie obudowy zdeformowane przy dużym obciążeniu  $q_1$  i małym  $q_2$



Zdjęcie 4. Obudowa murowa z urządzeniami pomiarowymi i aparatura przygotowaną do badań. Kształt sklepienia spełnia warunki  $h/2l_1 = 0,4 > 0,3$ ,  $d = 25$  cm



Zdjęcie 5. Obudowa murowa o kształcie jak na zdjęciu 4 z zdeformowanym sklepieniem pod wpływem dużego obciążenia  $q_1$  i małego  $q_2$



Zdjęcie 6. Obudowa murowa z pękniętymi murami prostymi pod wpływem dużego obciążenia obudowy w kierunku pionowym i poziomym. Pęknięcia w sklepieniu powstały po zewnętrznej jego stronie w otoczeniu kluczowego przekroju sklepienia

( $h/2l > 0,3$  zdjęcia 4, 5)  $N_{\max}$  wypada przy wezglowiu a  $M_{\max}$  przed wezglowiem, przy czym w miejsce  $M_{\max}$  występuje ekstremum - rys. 3.

Celem znalezienia wielkości  $M_{\max}$  i  $N_{\max}$ , można ograniczyć się do przedziałów przedstawionych na rys. 3 liniami pełnymi.

Z wykresu (rys. 3), jak również z przeprowadzonych badań wynika, że siła ścinająca przy obciążeniu obudowy jak na rys. 2 - nie osiąga dużej wielkości, a zatem określanie  $T_{\max}$  i sprawdzanie wytrzymałości sklepienia z uwagi na występujące w nim naprężenia ścinające - nie jest konieczne.

### 5. Określanie położenia linii ciśnień w poprzecznym przekroju sklepienia

Najbardziej prawidłowa współpraca obudowy murowej z górotworem jest wówczas, gdy linia ciśnień przebiega w granicach rdzenia obudowy - na całym jej obwodzie.

W pracy podaje się dwa sposoby sprawdzania położenia linii ciśnień, w poprzecznym przekroju sklepienia:

a) Za pomocą równania linii ciśnień, które w przypadku obciążenia obudowy jak na rys. 2 przyjmuje postać:

$$y = \frac{q_1 R^2 \sin^2 \alpha + q_2 R^2 (1 - \cos \alpha)^2 + q_2 d \left[ \frac{d}{4} + R(1 - \cos \alpha) \right] - 2M_1}{2H} \quad (24)$$

Linia ciśnień mieści się w granicach rdzenia na całym obwodzie sklepienia, jeżeli dla każdego  $\alpha$  w granicach  $\alpha_0 \leq \alpha \leq 0$  spełniona jest niżej podana nierówność:

$$R_1 (1 - \cos \alpha) \leq y \leq R_2 (1 - \cos \alpha) \quad (25)$$

b) Na podstawie wielkości mimośrodów (e) - otrzymanego z podzielenia wielkości momentu zginającego i siły podłużnej - działających w odpowiednich podłużnych przekrojach sklepienia.

Za pomocą przeprowadzonych badań (zdjęcia) stwierdzono, że największe prawdopodobieństwo wyjścia linii ciśnień z granic rdzenia sklepienia - występuje w dwóch podłużnych jego przekrojach:

W przekroju kluczowym oraz w przekroju, w którym moment zginający osiąga wielkość maksymalną.

Jeżeli więc są spełnione warunki określone zależnościami 26:

$$\frac{M_1}{H} = e_{(M_1)} \leq \frac{d}{6} \quad \text{i} \quad \frac{M_{\max}}{N} = e_{(M_{\max})} \leq \frac{d}{6} \quad (26)$$

Wówczas można uważać, że linia ciśnień pozostaje w granicach rdzenia na całym obwodzie obudowy.

W przypadku stwierdzenia, że linia ciśnień wychodzi poza granice rdzenia obudowy, wówczas (dla zachowania warunku podanego w punkcie 2b) konstruktor ma dwie możliwości: zmieniać krzywiznę osi sklepienia (zmiana promienia  $R$ ) lub zwiększać jego grubość.

#### 6. Sprawdzanie wielkości ściskających naprężeń w sklepieniu

Przeprowadzone badania (zdjęcia) wykazały, że sklepienie murew w kształcie łuku kołowego może przejmować bardzo duże obciążenia, bez powstania w nim spękań - jeżeli spełnione są warunki a i b podane w punkcie 2.

Celem sprawdzenia warunku 2a tj. maksymalnych wielkości naprężeń ściskających w sklepieniu, należy posłużyć się wzorami podanymi w [1]. Przed wykorzystaniem podanych niżej wzorów z [1] należy uprzednio obliczyć:

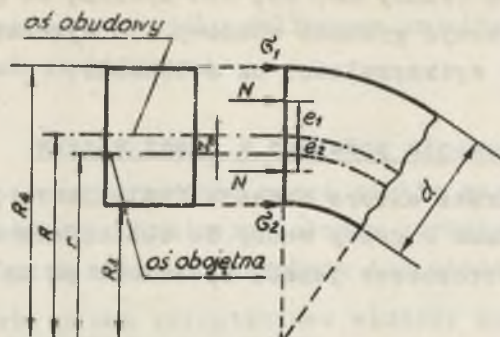
- maksymalną wielkość momentu zginającego w sklepieniu ( $M_{\max}$ ),
- wielkość siły podłużnej  $N$  w przekroju działania  $M_{\max}$  (rys. 4),
- wielkość mimośrodów  $e_1$  lub  $e_2$  wg zależności 26 (rys. 4).

Obliczone wielkości  $N$  i  $e$  należy wstawić do jednego z niżej podanych wzorów.

a) Przy łuku sklepienia spełniającym warunek  $R/d \geq 4$  - wzór 27

$$\zeta = \frac{N}{d} \left( 1 + \frac{6e}{d} \right) \leq k_0 \quad (27)$$





Rys. 4. Wyöinek łuku sklepienia z oznaczeniami użytymi w wzorach 27, 28, 29

b) Przy łuku sklepieniowym spełniającym warunek  $R/d < 4$  - wzór 28 lub 29 - zależnie od położenia wypadkowej  $N$  (określonego mimośrodem  $e_1$  lub  $e_2$  - rys. 4) względem osi sklepienia

$$\sigma = \frac{N}{d} + \frac{Ne_1 \left( \frac{d}{2} - z_0 \right)}{S R_4} \leq k_0 \quad (28)$$

$$\sigma = \frac{N}{d} + \frac{Ne_2 \left( \frac{d}{2} + z_0 \right)}{S R_3} \leq k_0 \quad (29)$$

Przy symetrycznym obciążeniu obudowy jak na rys. 2 wzór 28 należy stosować do obliczania naprężeń ściskających ( $\sigma$ ) w kłuzowym przekroju sklepienia, a wzór 29 do obliczania tychże naprężeń przy węzłach sklepienia - w miejscach występowania  $M_{\max}$ .

W wzorach 28, 29 przez  $S$  oznaczono moment statyczny przekroju podłużnego sklepienia (o długości równej jednostce) względem osi obojętnej. Pozostałe oznaczenia użyte w wzorach 27, 28, 29 podano na rys. 4.

Według [1]

$$S = d \cdot z_0, \quad z_0 = R - r, \quad r = \frac{d}{\ln \frac{R_4}{R_3}}$$

Jeżeli z obliczeń (wzory 28, 29, 27) wynika, że  $\sigma > k_0$ , wówczas należy zwiększyć grubość obudowy lub wykonać ją z materiału o większej wytrzymałości na ściskanie.

### 7. Kryteria stosowania podanych w pracy wzorów

Przeprowadzone przez autora badania (zdjęcia 1, 2, 3, 4, 5, 6) wykazały, że podane w pracy wzory do obliczania sklepień murowych – mogą być stosowane jeżeli spełnione są następujące warunki:

a) Przy wykonawstwie obudowy – należy dokładnie oprzeć ją o obrys wyrobiska w wyłomie – tak aby w maksymalnym stopniu ograniczyć możliwość jej przemieszczania się w kierunku ociosów wyrobiska.

Szczególne uwagi należy zwrócić na dokładne przyleganie obudowy do obrysu wyrobiska w wyłomie – w otoczeniu wezglowii sklepienia.

b) Naprężenia ściskające w obudowie nie mogą przekraczać wielkości, przy której kształtowanie się tych naprężeń w obudowie przebiega jeszcze w sposób liniowy (0,4 doraźnej wytrzymałości materiału obudowy na ściskanie).

Do tej granicy wielkości naprężeń ściskających – również moduł sprężystości  $E$  w równaniach 5, 6 można traktować jako wartość stałą.

c) Wielkość rozporu  $H$  wyliczona wzorem 16, 17 powinna spełniać warunek (rys. 2):

$$H > 2 q_2 h_4 \quad (30)$$

$$\text{Jeżeli} \quad H \leq 2 q_2 h_4 \quad (31)$$

wówczas na wielkość rozporu  $H$  będą miały wpływ również mury proste – obciążone od strony ociosów.

W tym przypadku stosowanie obudowy murowej z murami prostymi jest niewskazane, gdyż ulegną one spękaniu (zdjęcie 6).

W przypadku, kiedy zachodzi warunek 31 - może być zastosowana obudowa owalna o profilu zbliżonym do eliptycznego lub obudowa o kształcie kołowym.

#### W n i o s k i

1. Autor na zaprojektowanej przez siebie aparaturze - przeprowadził badania sklepieniowych obudów murowych (zdjęcia 1, 2, 3, 4, 5, 6) przy różnych sposobach ich obciążenia.

2. Przyjmowane przez sklepieniowe obudowy murowe obciążenie od strony górotworu - można w najogólniejszym przypadku sprowadzić do obciążenia symetrycznego, ciągłego (rys. 2) - w sposób podany w pracy.

3. Dla przyjętego sposobu obciążenia obudowy (jak na rys. 2) wyprowadzono w pracy wzory, za pomocą których można obliczyć: statycznie niewyznacalne wielkości sił wewnętrznych w sklepieniu, ich wielkości maksymalne oraz położenie linii ośniew w przekroju poprzecznym sklepienia. Ponadto wyliczone maksymalne wielkości sił wewnętrznych w sklepieniu można wykorzystać przy sprawdzaniu występujących w nim maksymalnych wielkości naprężeń ściskających - za pomocą wzorów 27, 28, 29.

4. Poza obliczeniami sprawdzającymi stateczność sklepienia należy również wykonać obliczenia prostych murów przyociosowych.

Sposób obliczania murów prostych zostanie podany - na podstawie przeprowadzonych już badań - w osobnym opracowaniu.

#### LITERATURA

- [1] Bielajew M.M.: Wytrzymałość materiałów, MON 1956 r.
- [2] Cimbarewicz P.M.: Rudnoiznoje Krieplienie, Uglietiechizdat 1951 r.
- [3] Dawydow S.S.: Obliczanie i projektowanie konstrukcji podziemnych. MON 1954 r.

- [4] Nar Duyse H.: Essais comparatifs effectués sur de claveaux moyens de 83 kg et sur des claveaux lourds de 153 kg. Annales des Mines de Belgique, nr 5, 1965 r.
- [5] Sałustowicz A.: Mechanika górotworu, Kraków 1953 r.
- [6] Szczepaniak Z.: Stan naprężeń w sklepieniach obudów murowych wyrobisk korytarzowych. Praca doktorska.

## РАСЧЕТ СВОДОВ В ГОРНЫХ КИРПИЧНЫХ КРЕПЛЕНИЯХ

### Р а з в е

В работе представлено (на основании проведенных исследований) способ расчёта кирпичных креплений в форме круговой.

Выведены формулы, при помощи которых можно рассчитать: толщину свода, статистически неопределяемые величины горизонтального распора  $H$  и изгибающего момента  $M_1$  - в ключевой сечении свода, максимальные величины внутренних сил в своде, а также положение линии давлений в его поперечной сечении.

## COMPUTATION OF ROOFS IN MINING BRICK LININGS

### S u m m a r y

In the paper, on the ground of carried out tests, the way of computing roofs of brick linings with oval shapes, has been given.

Formulae have been derived, by means of which the thickness of lining, statically indeterminable magnitudes of the horizontal thrust  $H$  and the bending moment  $M_1$  in the key roof section, maximal magnitudes of the internal forces in the roof, as well as the position of the pressure lines in its lateral cross-section might be calculated.