

ZYGFRYD LIBERUS

SAMOWZBUDNE ŹRÓDŁO ZASILANIA NAPĘDU SYNCHRONICZNEGO
MASZYN WYCIĄGOWYCH FREKWENCJA OBNIŻONA

Streszczenie. Treścią referatu są rozważania nad możliwościami powstawania samowzbudnych drgań elektrycznych w maszynach bocznikowych prądu stałego. Rozważania te pozwoliły uzyskać teorię budowy trójfazowego samowzbudnego źródła napięcia o częstotliwości kilku herców, zbudowanego z trzech maszyn bocznikowych prądu stałego, nadającego się do współpracy z silnikiem wyciągowym asynchronicznym.

1. Wstęp

Rozwój górnictwa powoduje zwiększanie się ilości i wielkości urządzeń wyciągowych, co równocześnie jest przyczyną wzrostu ilości i mocy napędów elektrycznych maszyn wyciągowych. Stąd ekonomia oraz możliwość pełnej automatyzacji tych napędów nabierają coraz donioślejszego znaczenia gospodarczego, a optymalizacja doboru rodzaju napędu jest niezbędna. Napęd asynchroniczny maszyn wyciągowych może konkurować z układem Leonarda oraz silnikiem prądu stałego zasilanym z przekształtnika dopiero wówczas, gdy pewność sterowania elektrycznego, a z tym związane bezpieczeństwo jazdy, maszyny wyciągowej napędzanej silnikiem asynchronicznym dorówna sterowaniu tejże maszyny napędzanej silnikiem prądu stałego. W aspekcie ekonomicznym napęd asynchroniczny jest równoważny napędowi silnikiem prądu stałego, zasilanym z przetwornicy dwumaszynowej lub przekształtnika, gdy sumy kosztów inwestycyjnych i ruchowych w okresie amortyzacyjnym dla obydwu rodzajów napędu zrównają się.

Wielką poprawę sterowności napędu asynchronicznego daje zasilanie go w niektórych okresach pracy (np. podczas zwalniania, przestawiania piętter klatki, rewizji szybu) trójfazowym napięciem o obniżonej częstotliwości (2 Hz do 6 Hz).

Zapewnia to:

1 - jazdę naczyń wydobywczych z prawie stałą prędkością rewizyjną bez strat regulacji;

2 - opuszczenie nadwagi z małą prędkością (rewizyjną) bez strat regulacji i z oddawaniem energii do sieci;

3 - przestawianie pięter klatek przy około 10-krotnym obniżeniu strat regulacji występujących przy zasilaniu silnika w trakcie wykonywania tych czynności (manewrów) napięciem wysokim 6 kV o częstotliwości 50 Hz;

4 - przyhamowanie maszyny wyciągowej do prędkości wlecznej bez użycia hamulca mechanicznego, przy dowolnym kierunku jazdy i obciążeniu naczyń wydobywczych, z częściowym przekazywaniem energii do sieci.

Natomiast nadal nie do uniknięcia są straty energii podczas rozruchu silnika asynchronicznego, wydzielanej w postaci ciepła w oporach poślizgowych, której wielkość podczas jednego rozruchu wynosi

$$\Delta W_{\text{reg}} = \frac{v_u^2}{2r} \left(\frac{M_{\text{st}}}{a} + \frac{J}{r} \right), \quad (1)$$

gdzie:

- J_z - moment bezwładności zastępczy wszystkich części z układu napędowego będących w ruchu, sprowadzony na wał elementu przenoszenia siły na linę,
- r - stały promień elementu przenoszenia siły na linę,
- M_{st} - moment statyczny uwzględniający również wszystkie straty mechaniczne w układzie napędowym, przeliczony na wał elementu przenoszenia siły na linę,
- a - przyspieszenie liniowe liny (stałe),
- v_u - prędkość ustalona jazdy naczyń wydobywczych.

Ze wzoru (1) widać, że dla napędu asynchronicznego opłaca się stosować duże i stałe przyspieszenie oraz małą prędkość jazdy ustalonej.

Zmniejszenie wartości częstotliwości napięcia zasilającego asynchroniczny silnik wyciągowy od wartości znamionowej

$f_{1n} = 50$ Hz do wartości f_{1x} , wymaga, przy stałym znamionowym wykorzystaniu obwodu magnetycznego silnika, obniżenie również samego napięcia zasilającego. Z założenia

$$\phi = \phi_x = \text{const} = \phi_n \quad (2)$$

wynika stałość stosunków

$$\frac{E_{1x}}{E_{1n}} = \frac{f_{1x}}{f_{1n}} = q = \frac{\hat{U}_{1x} - \hat{I}_{1x} (R_1 + jX_{r1}q)}{\hat{U}_{1n} - \hat{I}_{1n} (R_1 + jX_{r1})}, \quad (3)$$

stąd wielkość napięcia zasilania silnika przy częstotliwości f_{1x} powinna wynosić

$$\hat{U}_{1x} = \hat{E}_{1n}q + \hat{I}_{1x} (R_1 + jX_{r1}q), \quad (4)$$

gdzie:

U_{1n} , I_{1n} - parametry znamionowe przy $f_{1n} = 50$ Hz,
 R_1 , X_{r1} - opór czynny i bierny rozproszenia jednej fazy uzwojenia stojana dla f_{1n} .

Strumień magnetyczny ϕ_n wytwarzany w silniku asynchronicznym zasilany napięciem U_{1n} o częstotliwości f_{1n} wobec założenia (2) jest równy strumieniowi ϕ_x wytwarzanemu w silniku zasilanym napięciem U_{1x} o częstotliwości f_{1x} . Zatem

$$\frac{\phi_x}{\phi_n} = 1 = \frac{I_{1x} \sin \varphi_x}{I_{1n} \sin \varphi_n} = \frac{E_{1n}}{E_{1n}} \cdot \frac{f_{1n}}{f_{1x}}, \quad (5)$$

stąd prąd niezbędny do wytworzenia znamionowego strumienia magnetycznego przy częstotliwości f_{1x}

$$I_{1x} = I_{1n} \frac{\sin \varphi_n}{\sin \varphi_x}. \quad (6)$$

Wychodząc ze wzoru na moment wytwarzany w maszynie asynchronicznej zasilanej znamionowym napięciem U_{1n} o częstotliwości znamionowej f_{1n} [1], dla obniżonej częstotliwości wobec założenia (2)

$$M_x = \text{const} \frac{E_{20}^2 R_2}{\frac{R_2^2}{s_x} + s_x X_{r2}^2 q^2},$$

gdzie:

$$s_x = \frac{\omega_{ox} - \omega}{\omega_{ox}} = \frac{f_{2x}}{f_{1x}}, \quad \omega_{ox} = 2\pi \frac{f_{1x}}{p_1} \quad (8)$$

E_{20} - siła elektromotoryczna indukowana w fazie uzwojenia wirnika przy znamionowym strumieniu ϕ_n i przy $\omega = 0$,

ω - prędkość kątowna wirnika,

p_1 - liczba par biegunów uzwojenia stojana i wirnika,

R_2, X_{r2} - opór czynny i bierny rozproszenia jednej fazy uzwojenia wirnika.

Po dokonaniu oznaczenia

$$\frac{f_{2x}}{f_{1n}} = s_b = \text{poślizg bezwzględny}, \quad (9)$$

dostaniemy w oparciu o (7), (8) i (3) wygodny w użyciu wzór na przebieg momentu maszyny asynchronicznej zasilanej częstotliwością obniżoną f_{1x} , mianowicie

$$M_x = \text{const} \frac{E_{20}^2 R_2}{\frac{R_2^2}{s_b} + s_b X_{r2}^2} \quad (10)$$

Wzór (10) jest słuszny tylko przy założeniu (2), które dopóty jest zachowane dopóki równości (4) i (6) są spełnione. Wynika stąd wniosek o znaczeniu przede wszystkim praktycznym: częstotliwość napięcia zasilania asynchronicznego silnika wy-

ciągowego nie może być zbyt bliska zeru (przy pracy silnikowej) bądź to z powodu nadmiernego obniżenia się momentu rozruchowego M_{xr} przy warunku praktycznym $I_{1x} = I_{1n}$, bądź to z powodu nadmiernego wzrostu prądu w uzwojeniu stojana przy warunku praktycznym $M_{xr} = M_n \max$.

Źródło (układ) zasilania asynchronicznego silnika wyciągowego częstotliwością obniżoną musi posiadać zdolność odwrotnego przekazywania energii, a jego moc znamionowa musi być rzędu $qP_{ns\bar{w}}$ ($P_{ns\bar{w}}$ oznacza moc znamionową silnika wyciągowego).

Źródło zasilania asynchronicznego silnika wyciągowego częstotliwością obniżoną przeważnie składa się ze źródła napięcia trójfazowego o częstotliwości kilku herców oraz układu wzmacniającego moc elektryczną.

Przykładowymi źródłami napięcia 3-fazowego o częstotliwości kilku herców są:

1 - trójfazowa maszyna asynchroniczna pierścieniowa, wzbudzana prądem stałym i napędzana z prędkością obrotową $n_{ox} = qn_{on}$, albo wzbudzana (zasilana) prądem przemiennym o częstotliwości przemysłowej i pracująca przy prędkości pod- lub nad-synchronicznej;

2 - trójfazowa maszyna synchroniczna, wzbudzana i napędzana z prędkością obrotową $n_{ox} = qn_{on}$;

3 - trójfazowy układ generacyjny gwiazdowy, zbudowany z kondensatorów, cewek i dynamicznych oporów ujemnych [2];

4 - trójfazowa bocznikowa maszyny komutatorowa (silnik Deri'ego);

5 - trójfazowa jednotwornikowa przetwornica częstotliwości;

6 - oscylator niskiej częstotliwości, zbudowany z trzech generatorów obcowzbudnych prądu stałego połączonych w trójkąt [3];

7 - (proponowany) układ trzech maszyn bocznikowych prądu stałego, połączonych według schematu na rys. 4.

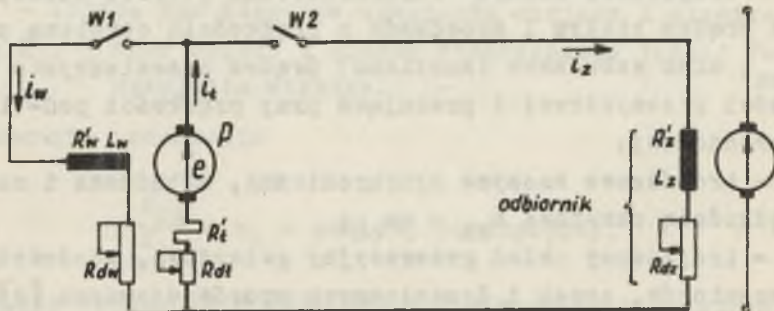
Przykładowymi źródłami zasilania asynchronicznego silnika wyciągowego częstotliwością obniżoną są:

1 - trójfazowa prądnica typu Siemens-Lydalla wraz z maszyną komutatorową 3-fazową [4];

- 2 - trzy generatory prądu stałego połączone w trójkąt i wzbudzone z osyoлятора niskiej częstotliwości [3];
- 3 - trójfazowy przemiennik częstotliwości [5], zbudowany z półprzewodnikowych prostowników sterowanych (tyrystorów), wysterowany na stałą częstotliwość kilku Hz;
- 4 - (proponowany) układ przedstawiony na rys. 4;
- 5 - (proponowana) prądnica synchroniczna trójfazowa dwubiegunowa, zbudowana na napięciu znamionowe rzędu 500 V przy znamionowej prędkości obrotowej rzędu 4 obr./sek.

2. Analiza generacji drgań elektrycznych w obciążonej prądnicy bocznikowej prądu stałego

Rozważmy stany nieustalone w układzie pokazanym na rys. 1. Opory dodatkowe regulacyjne posłużą do zbadania wpływu parametrów elementów układu na przebiegi przejściowe i ustalone.



Rys. 1. Prądnica bocznikowa prądu stałego obciążona odbiornikiem o charakterze czynno-indukcyjnym

Oznaczenia: $R'_t + R_{dt} = R_t$, $R'_z + R_{dz} = R_z$, $R'_w + R_{dw} = R_w$.

Założenia: a - prędkość obrotowa prądnicy P jest stała;
 b - wartość indukcyjności uzwojenia twornika L_t jest pomijalna w stosunku do wartości indukcyjności odbiornika L_z oraz uzwojenia wzbudzenia L_w ; c - oddziaływanie twornika jest skompensowane do zera; d - równania opisujące przebiegi prądów i napięć układu się w zakresie prostoliniżnej części charakterystyki

styki magnesowania pierwotnego; e – siłę elektromotoryczną (SEM) remanentu e_r uwzględnia się tylko w warunkach początkowych; f – szóstki ustawione są w strefie geometrycznej obrotowej.

W oparciu o prawa Kirchhoffa oraz powyższe oznaczenia i założenia, dla oczek i węzłów układu z rys. 1 można napisać równania

$$\left. \begin{aligned} i_t - i_z - i_w &= 0 \\ e - R_t i_t - R_z i_z - L_z i_z' &= 0 \\ e - R_t i_t - R_w i_w - L_w i_w' &= 0 \\ e &= k i_w \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Rozwiązaniami układu równań (11) są funkcje

$$i_w = I_{wm} e^{ut} \sin(\omega t + \varphi), \quad (12)$$

$$e = E_m e^{ut} \sin(\omega t + \varphi), \quad (13)$$

$$i_t = I_{tm} e^{ut} \sin(\omega t + \varphi_1), \quad (14)$$

$$i_z = I_{zm} e^{ut} \sin(\omega t + \varphi_2), \quad (15)$$

gdzie:

$$a = L_w L_z, \quad (16)$$

$$b = L_w (R_t + R_z) - L_z (k - R_t - R_w), \quad (17)$$

$$c = R_t R_w - R_z (k - R_t - R_w), \quad (18)$$

$$u = -\frac{b}{2a}, \quad \omega = \frac{\sqrt{|b^2 - 4ac|}}{2a}. \quad (19)$$

Dla przejrzystości rozważań nie ujęto obliczeń pośrednich, a podano jedynie ich rezultaty, które zastosowane do układu rzeczywistego dają poniższe wnioski.

2.1. W układzie na rys. 1 mogą pojawić się oscylacje (prawie) sinusoidalne prądów i napięć w wyniku takiego doboru oporności i indukcyjności elementów tego układu, by $\Delta = b^2 - 4ac < 0$; jeżeli przy tym $b > 0$, to oscylacje znikają - prądnica rozmagnesuje się zupełnie; jeżeli $b = 0$, to drgania ze stanu nieustalonego przechodzą w stan ustalony ze stałą amplitudą; jeżeli $b < 0$, to amplitudy drgań w stanie nieustalonym rosną praktycznie tylko do pewnych wartości granicznych na skutek nasycenia się obwodu magnetycznego prądnicy P, a w stanie ustalonym trwają stabilne drgania graniczne.

2.2. Warunki początkowe określają stan przejściowy, natomiast w stanie ustalonym ich wpływ zanika, a częstotliwość, amplitudy i fazy są wynikiem aktualnych wartości parametrów układu. Magnetyzm szczytkowy jest zbędny dla istnienia drgań, lecz jest on konieczny do samowzbudzenia się drgań.

2.3. Regulacja amplitud jest możliwa poprzez zmianę wartości oporów R_w , R_t , R_z lecz pociąga za sobą zmianę częstotliwości drgań.

2.4. O możliwości trwania oscylacji współdecyduje opór obwodu twornika R_t , który musi być stosunkowo duży. Niekorzystne są straty w oporze R_{dt} .

2.5. Bez względu na warunki początkowe, praktycznie istnieją tylko dwa stabilne stany ustalone. W jednym (dla $b > 0$) amplitudy drgań wynoszą zero. W drugim (dla $b \leq 0$) amplitudy drgań są ograniczone i ustalone wartościami parametrów układu.

Na rys. 7 podano przebiegi przejściowe i ustalone w układzie rzeczywistym zbudowanym wg rys. 1. Prądnicę P stanowi mikrosilnik SŁ 261 (110 V = 0,5A, 24 W, 3600 obr/min) napędzany z (prawie) stałą prędkością obrotową 76,8 obr/s. Odbiornik stanowi połowa uzwojenia wzbudzenia silnika prądu stałego typu PBBa 24 a (220 V, 1,7 kW).

3. Synteza trójfazowego samowzbudnego układu drgającego złożonego z trzech prądnic boczniowych prądu stałego

Samowzbudny układ drgający, zbudowany z trzech układów jedno-fazowych takich jak na rys. 1, miałby trzy zasadnicze wady.

- 1 - trudności w uzyskaniu przesunięcia fazowego o kąt $2/3\pi$ rad pomiędzy dowolnymi dwoma napięciami prądnic,
- 2 - pojawienie się z opóźnieniem ustalonego napięcia trój-fazowego - dopiero po założeniu odbiornika trójfazowego,
- 3 - występowanie dużych strat energii w niezbędnych opo-
rach dodatkowych R_{dt} .

Wypada więc odbiornik zastąpić uzwojeniem wzbudzenia następ-nej prądnicy, a wszystkie prądnice połączyć kaskadowo w układ zamknięty.

Na wstępie rozpatrzmy warunki generacji drgań elektrycznych w układzie na rys. 2. Czyniąc takie same jak w punkcie 2 ozna-czenia i założenia, można napisać

$$\left. \begin{aligned} k(i_{w1} + i_{z2}) - R_t(i_{w1} + i_{z1}) - R_w i_{w1} - L_w i_{w1}' - M i_{z2}' &= 0 \\ k(i_{w1} + i_{z2}) - R_t(i_{w1} + i_{z1}) - R_w i_{z1} - L_w i_{z1}' - M i_{w2}' &= 0 \\ k(i_{w2} + i_{z1}) - R_t(i_{w2} + i_{z2}) - R_w i_{w2} - L_w i_{w2}' - M i_{z1}' &= 0 \\ k(i_{w2} + i_{z1}) - R_t(i_{w2} + i_{z2}) - R_w i_{z2} - L_w i_{z2}' - M i_{w1}' &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Po założeniu, że $M = L_w$, zastosowaniu przekształceń Laplace'a [6] oraz oznaczeniu

$$A = k - R_t - R_w, \quad B = k - R_t, \quad C = R_t + R_w, \quad (21)$$

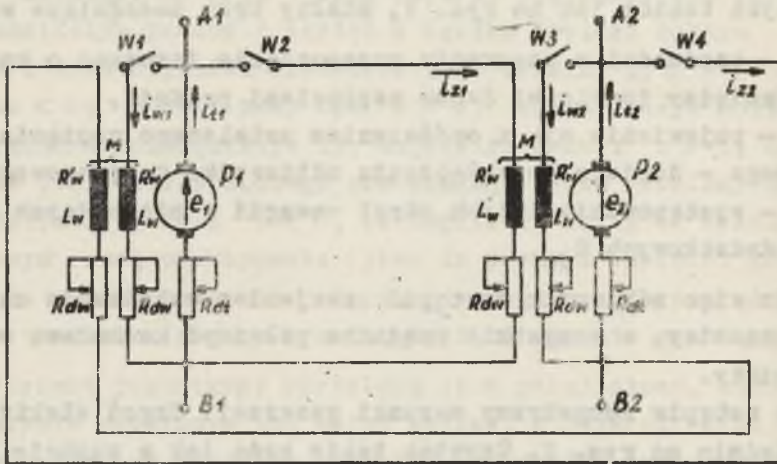
otrzymuje się

$$\begin{aligned} (A - L_w p) I_{w1} - R_t I_{z1} + (k - L_w p) I_{z2} &= [-i_{w1}(0) - i_{z2}(0)] L_w = D \\ B I_{w1} - L_w p I_{w2} - (C + L_w p) I_{z1} + k I_{z2} &= [-i_{w2}(0) - i_{z1}(0)] L_w = H \end{aligned} \quad (22)$$

$$(A-L_{wp})I_{w2} + (k-L_{wp})I_{z1} - R_t I_{z2} = [-i_{w2}(0) - i_{z1}(0)]L_w = H$$

$$L_{wp} \cdot I_{w1} + BI_{w2} + kI_{z1} - (C+L_{wp})I_{z2} = [-i_{w1}(0) - i_{z2}(0)]L_w = D$$

(22)



Rys. 2. Dwie nieobciążone prądnice bocznikowe z uzwojeniami wzbudzenia dzielonymi na połowy, połączone wzajemnie kaskadowo równolegle

Znaki w układzie równań (22) są słuszne jedynie dla zgodnego magnesowania prądnic obydwo ma połówkami uzwojenia wzbudzenia. Dla magnesowania przeciwnego jednej prądnicy (tzn. dla przeciwnych kierunków strumieni wytworzonych połówkami uzwojenia danej prądnicy), jak i dla przeciwnego magnesowania obydwu prądnic, otrzymuje się układy równań różniące się od układu (22) jedynie niektórymi znakami. Rozwiązaniem (w postaci operatorowej) układu (22) wg metody Cramera są ilorazy wyznaczników szczególnych przez wyznacznik charakterystyczny. Na podstawie równoważności pomiędzy obrazami funkcji $F(p)$ oraz ich oryginałami $f(t)$ [6] stwierdzamy, że przebiegi oscylacyjne mogą zaistnieć tylko wówczas, gdy wyznacznik podstawowy posiada pierwiastki zespolone.

W przypadku magnesowania przeciwnego jednej prądnicoy wyznacznik podstawowy

$$W(p) = -4 C^2 L_w^2 p^2 + 4 C R_w (A - R_t) L_w p - R_w^2 [k^2 + (A - R_t)^2], \quad (23)$$

a jego pierwiastki

$$p_{1,2} = \frac{R_w (A - R_t)}{2 C L_w^2} \pm j \frac{k R_w}{2 C L_w}. \quad (24)$$

We wszystkich innych przypadkach magnesowania prądnic, pierwiastki wyznacznika charakterystycznego są rzeczywiste.

Wniosek 3.1. Przebiegi napięć i prądów w układzie na rys. 2, mogą być wyłącznie aperiodyczne w przypadku zgodnego bądź przeciwnego magnesowania prądnic.

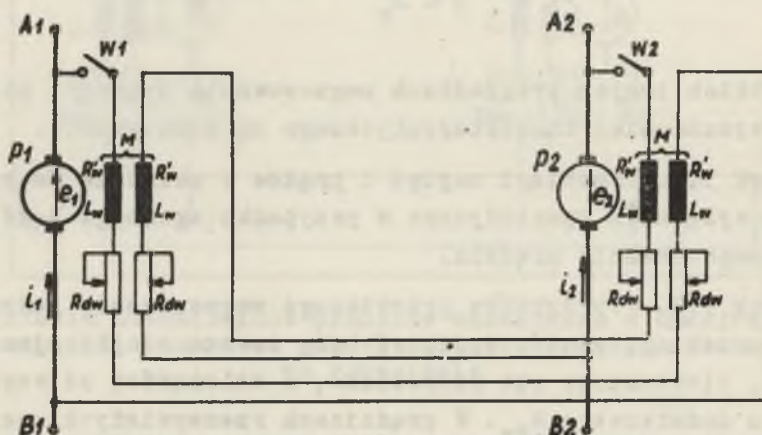
Wniosek 3.2. W przypadku przeciwnego magnesowania jednej z prądnic przebiegi prądów i napięć będą zawsze oscylacyjne: tłumione, nietłumione lub wzmacniane, w zależności od wartości oporu dodatkowego R_{dW} . W prądnicach rzeczywistych oscylacje o stałej amplitudzie będą trwałe dowolnie długo, gdy części rzeczywiste pierwiastków (24) będą ≥ 0 .

Wniosek 3.3. Opór obwodu twornika R_t oraz indukcyjność wzajemna M nie warunkuje istnienia drgań w układzie z rys. 2.

Interesujące jest opóźnienie faz SEM-nych prądnic P_1 i P_2 . Długie rozważania matematyczne wyjaśniają, że e_1 i e_2 przesunięte są względem siebie o kąt $\pi/2$ rad.

Do identycznego stwierdzenia prowadzi następujące rozumowanie. Przyjmijmy, że przeciwnie magnesowana jest prądnic P_1 (czyli prąd i_{z2} demagnesuje prądnicę P_1). Jeżeli w pewnej chwili t_0 SEM-ny skierowane są zgodnie z zastrzałkowaniem na rys. 2, to w następnych chwilach e_2 rośnie, a e_1 maleje; wkrótce $e_1 = 0$, a $e_2 = e_{2x}$. W następnej chwili następuje odwrócenie kierunku SEM e_1 , na skutek demagnesującego działania prądu i_{z2} , co natychmiast spowoduje maleńie SEM e_2 . W następnych chwilach rośnie e_1 , natomiast e_2 maleje. Wkrótce

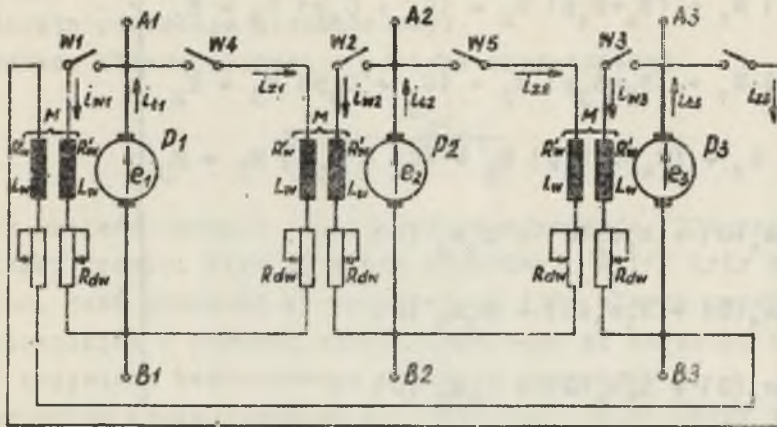
$e_2 = 0$, a $e_1 = e_{1x}$. W następnej chwili e_2 zmienia kierunek, dalej zaczyna narastać powodując nieuchronne malenie e_1 . Koniec narastania i początek malenia jednej SEM ma miejsce wówczas, kiedy druga SEM osiąga zero. Świadczy to o przesunięciu SEM-nych względem siebie o kąt $\pi/2$ rad. Na rys. 8 pokazano przebiegi przejściowe i ustalone SEM-nych prądnic z układu laboratoryjnego zbudowanego wg rys. 2. Prądnice stanowią mikrosilniki typu SŁ 261.



Rys. 3. Dwie nieobciążone prądnice booznikowe z uzwojeniami wzbudzenia dzielonymi na połowy, połączone wzajemnie kaskadowo szeregowo

Rozpatrzmy z kolei warunki generacji drgań w układzie na rys. 3. Analogiczny tok postępowania, jaki stosowano przy badaniu w aspekcie drgań układu z rys. 2, prowadzi do wniosku 3.4: przebiegi przejściowe w układzie na rys. 3 mogą być wyłącznie aperiodyczne w przypadku zgodnego bądź przeciwnego magnesowania prądnic; w przypadku przeciwnego magnesowania jednej z prądnic, przebiegi przejściowe są zawsze osylocyjne silnie tłumione.

Wnioski 3.1 do 3.4 pozwalają przypuszczać, że łącząc trzy prądnice booznikowe tak jak na rys. 4 również w przypadkach



Rys. 4. Trzy nieobciążone prądnice boosnikowe z uzwojeniami wzbudzenia dzielonymi na połowy, połączone wzajemnie kaskadowo równolegle

przeciwnego magnesowania prądnic powstaną oscylacje SEM-nych. Zatem wypiszmy równania podstawowe dla układu z rys. 4, przyjmując oznaczenia identyczne jak na wstępie punktu 2, które po dokonaniu transformacji Laplace'a dają równanie macierzowe [7]

$$\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,12} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,12} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{12,1} & a_{12,2} & \dots & a_{12,12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \dots \\ X_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_{12} \end{bmatrix} \quad (25)$$

gdzie: X_1, X_2, \dots, X_{12} są funkcjami operatorowymi odpowiednich 9 prądów i trzech SEM-nych. Metoda eliminacji zastosowana do rozwiązania równania (25) wymaga przekształcenia kwadratowej macierzy współczynników do macierzy diagonalnej, co byłoby bardzo uciążliwe przy stosowaniu wyrażeń ogólnych. Ponieważ istotne jest wyznaczenie tylko trzech niewiadomych SEM-nych z równania (25), bardziej efektywnym sposobem osiągnięcia rozwiązań będzie tu metoda rugowania zmiennych, która przy założeniu $M = L_w$ prowadzi do równań

$$\left. \begin{aligned}
 (A_0 + A_1 p) E_1 + (B_0 + B_1 p) E_2 + (C_0 + C_1 p) E_3 &= H_1 \\
 (A_2 + A_3 p) E_1 + (B_2 + B_3 p) E_2 + (C_2 + C_3 p) E_3 &= H_2 \\
 (A_4 + A_5 p) E_1 + (B_4 + B_5 p) E_2 + (C_4 + C_5 p) E_3 &= H_3 \\
 H_1 &= A_1 e_1(0) + B_1 e_2(0) + C_1 e_3(0) \\
 H_2 &= A_3 e_1(0) + B_3 e_2(0) + C_3 e_3(0) \\
 H_3 &= A_5 e_1(0) + B_5 e_2(0) + C_5 e_3(0)
 \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

Współczynniki w równaniach (26) przybierają różne wartości i znaki dla różnych sposobów magnesowania prądnic. Wyznacznik podstawy dla magnesowania zgodnego wszystkich prądnic

$$W(p) = 8 R_t^2 R_w L_w^3 p^3 + 4 R_t^3 R_w L_w^2 p^2 - R_t^3 R_w^2 L_w p - R_t^2 R_w^4, \quad (27)$$

dla magnesowania przeciwnego jednej z prądnic

$$W(p) = -8 R_t^2 R_w L_w^3 p^3 - 4 R_t^3 R_w L_w^2 p^2 - R_t^3 R_w^2 L_w p - R_t^2 R_w^4, \quad (27a)$$

dla przeciwnego magnesowania dwóch prądnic

$$W(p) = 8 R_t^2 R_w L_w^3 p^3 + 4 R_t^3 R_w L_w^2 p^2 - R_t^3 R_w^2 L_w p - R_t^2 R_w^4, \quad (28)$$

dla przeciwnego magnesowania wszystkich prądnic

$$W(p) = 8 R_t^2 R_w L_w^3 p^3 + 4 R_t^3 R_w L_w^2 p^2 + R_t^3 R_w^2 L_w p + R_t^2 R_w^4. \quad (29)$$

Magnesowanie przeciwne prądnic oznacza demagnesujące, w stosunku do połówki uzwojenia pracującej bocznikowo, działanie prądu w drugiej połowie uzwojenia danej prądnicy. Odwrócenie w kierunku prądu w połowie uzwojenia wzbudzenia pracującej bocznikowo spowoduje wyraźne obniżenie napięcia danej prądnicy, lecz nie może wywołać przemagnesowania danej prąd-

nicy, jako że kierunek prądu w jej drugiej połowie uzwojenia wzbudzenia pozostaje niezmienny.

Szukane SEM-ne wynoszą w postaci operatorowej

$$E_x(p) = \frac{W_x(p)}{W(p)} \quad (30)$$

Aby znaleźć funkcje $e_x(t)$ trzeba wyrażenie (30) rozłożyć na ułamki proste. Warunkiem aby przebiegi $e_x(t)$ były oscylacyjne, jest obecność we wyrażeniach (30) ułamka prostego z mianownikiem w postaci nierozkładalnego na czynniki rzeczywiste trójkątnu kwadratowego odnośnie operatora p .

Warunkiem wystarczającym aby przebiegi $e_x(t)$ były oscylacyjne w stanie ustalonym jest $u \geq 0$, gdzie u jest częścią rzeczywistą pierwiastków zespolonych sprzężonych określonego trójkątnu kwadratowego. Dla sprawdzenia warunku koniecznego wystarczy wykorzystać wnioski ze wzorów Cardana [8], natomiast dla sprawdzenia warunku wystarczającego trzeba użyć wzory Cardana [8] (do obliczenia pierwiastków wielomianów (27) do (29) i ustalenia znaku części rzeczywistej u pierwiastków zespolonych). Dokonanie sprawdzeń warunków koniecznych i wystarczających prowadzi do wniosku 3.5: drgania ustalone prawie sinusoidalne SEM-nych prądnic połączonych wg rys. 4 wystąpią tylko wówczas, kiedy w jednej albo we wszystkich prądnicach odwrócony zostanie kierunek strumienia wytwarzanego połową uzwojenia magnesującego pracującego obcowzbudnie na przeciwny, w stosunku do strumienia wytwarzanego połową uzwojenia magnesującego pracującego bocznikowo.

Z kolei należy wyznaczyć opóźnienie przebiegów kolejnych SEM-nych. W tym celu znajdziemy przebiegi $e_x(t)$, będące oryginałami funkcji operatorowych wymiernych właściwych (30). Wyznaczniki szczegółowe, obliczone z układu (26) np. przy warunkach brzegowych $e_1(0) = e_2(0) = e_3(0) = e_0$, w przypadku przeciwnego magnesowania jednej prądnicy wynoszą

$$\left. \begin{aligned} W_1(p) &= -8 R_t^2 R_w L_w^3 e_0 p^2 + 2 R_t^2 R_w^3 L_w e_0 \\ W_2(p) &= -8 R_t^2 R_w L_w^3 e_0 p^2 - 4 R_t^2 R_w^2 L_w^2 e_0 p \\ W_3(p) &= -4 R_t^2 R_w^2 L_w^2 e_0 p - 2 R_t^2 R_w^3 L_w e_0 \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

natomiast w przypadku przeciwnego magnesowania wszystkich prądnic

$$\left. \begin{aligned} W_1(p) &= 8 R_t^2 R_w L_w^3 e_0 p - R_t^2 R_w^3 L_w e_0 \\ W_2(p) &= -8 R_t^2 R_w L_w^3 e_0 p^2 - 4 R_t^2 R_w^2 L_w^2 e_0 p \\ W_3(p) &= 4 R_t^2 R_w^2 L_w^2 e_0 p + 2 R_t^2 R_w^3 L_w e_0 \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Funkcje zmiennej rzeczywistej $e_x(t)$ w przypadku przeciwnego magnesowania jednej prądnicy wynoszą

$$\left. \begin{aligned} e_1(t) &= e_0 e^{ut} \left(\cos \omega t - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \omega t \right) \\ e_2(t) &= e_0 e^{ut} \left(\cos \omega t + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \omega t \right) \\ e_3(t) &= e_0 e^{ut} \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \omega t \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

natomiast w przypadku przeciwnego magnesowania wszystkich prądnic

$$\left. \begin{aligned} e_1(t) &= e_0 e^{ut} \left(\cos \omega t - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \omega t \right) \\ e_2(t) &= e_0 e^{ut} \left(-\cos \omega t - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \omega t \right) \\ e_3(t) &= e_0 e^{ut} \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \omega t \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

gdzie:

$$u = \frac{R_w}{4 L_w}, \quad \omega = \frac{\sqrt{3} R_w}{4 L_w} \quad (35)$$

Amplitudy przebiegów (33) i (34) przechodzą w stanie przejściowym od wartości początkowych do wartości ustalonych, a wykładnik potęgi u zmienia się od pewnej wartości do zera, dzięki nasyceniu obwodu magnetycznego. Wprawdzie ze wzoru (35) nie wynika bezpośrednio by wykładnik potęgi u mógł osiągnąć zero, ale pamiętać trzeba, że wyznaczony on został wyłącznie dla jednego punktu pracy na charakterystyce magnesowania (niejako w stanie ustalonym), przy założeniach z punktu 2 (z kt6-

rych wynika, że $k = R_t + R_w$, czyli $A = k - R_t - R_w = 0$ i uproszczeniach oznaczeń (21):

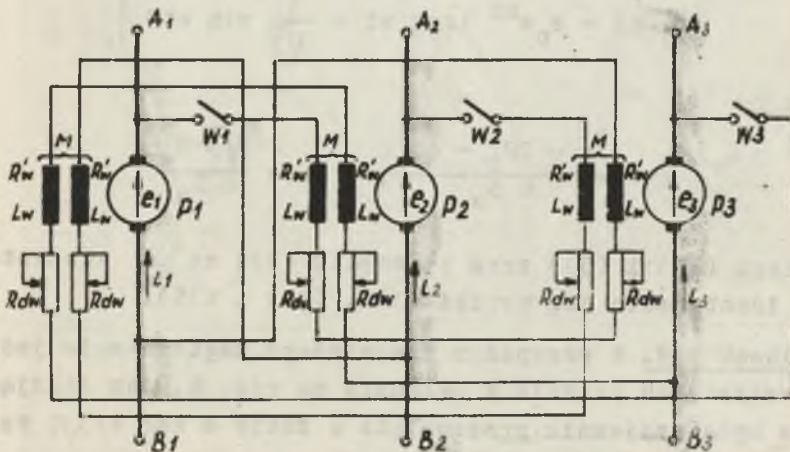
$$B = k - R_t \cong k \cong R_w, \quad C = R_t + R_w \cong R_w \cong k \quad . \quad (36)$$

Bez dokonania uproszczeń (36) rozważania teoretyczne na wyrażeniach ogólnych począwszy od równań (26) nie byłyby możliwe. Przebiegi SEM-nych danych wzorami (33) i (34) będą więc harmoniczne w stanie ustalonym, a ich wzajemne przesunięcie faz łatwo ustalić wykreślnie bądź analitycznie.

Wniosek 3.6. W przypadku przeciwnego magnesowania jednej z prądnic w układzie na rys. 4, ich drgające SEM-ne będą wzajemnie przesunięte w fazie o kąt $1/3\pi$ rad.

Wniosek 3.7. W przypadku przeciwnego magnesowania wszystkich prądnic w układzie na rys. 4, ich drgające SEM-ne będą wzajemnie przesunięte w fazie o kąt $2/3\pi$ rad.

Jakie cechy stabilności będzie posiadał układ trzech prądnic połączonych wg schematu na rys. 5, wyjaśni nam analiza podobna do przeprowadzonej o układzie z rys. 4. Jej rezultatem jest wniosek 3.8: przebiegi oscylacyjne tłumione w układzie na rys.5



Rys. 5. Trzy nieobciążone prądnice bocznikowe z uzwojeniami wzbudzenia dzielonymi na połowy, połączone wzajemnie kaskadowo szeregowo obcowzbudnie

zachodzą tylko w przypadku przeciwnego magnesowania wszystkich prądnic: w stanie ustalonym w żadnym przypadku drgania samowzbudne trwać nie mogą.

Zbadajmy dalej właściwości, z punktu widzenia generacji drgań, drugiego sposobu połączenia kaskadowego szeregowego trzech prądnic, pokazanego na rys. 6. Wyniki analizy identycznej do przeprowadzonej o układzie z rys. 4 są następujące: dla magnesowania przeciwnego jednej prądnicy (uzwojeniem wzbudzenia zasilanego z jednej z pozostałych prądnic) SEM-ne

$$\left. \begin{aligned} e_1(t) &= e_0 e^{ut} \left(\cos \omega t - \frac{3}{\sqrt{3}} \sin \omega t \right) \\ e_2(t) &= e_0 e^{ut} 2 \cos \omega t \\ e_3(t) &= e_0 e^{ut} \left(\cos \omega t + \frac{3}{\sqrt{3}} \sin \omega t \right) \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

dla magnesowania przeciwnego wszystkich prądnic

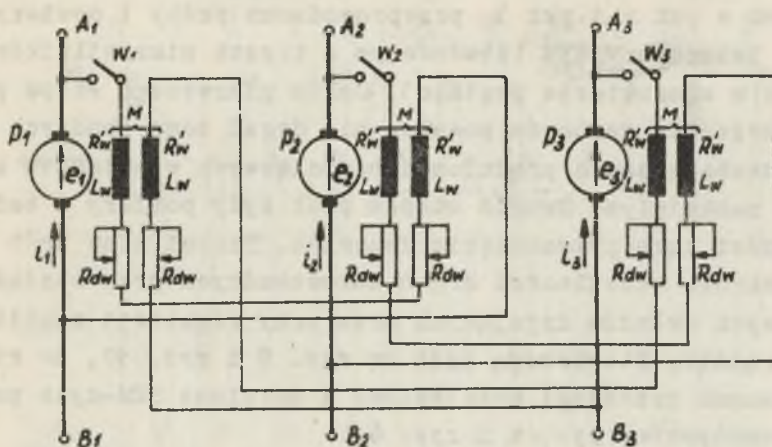
$$\left. \begin{aligned} e_1(t) &= e_0 e^{ut} \left(\cos \omega t - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \omega t \right) \\ e_2(t) &= e_0 e^{ut} 2 \cos \omega t \\ e_3(t) &= e_0 e^{ut} \left(\cos \omega t + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \omega t \right) \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

gdzie:

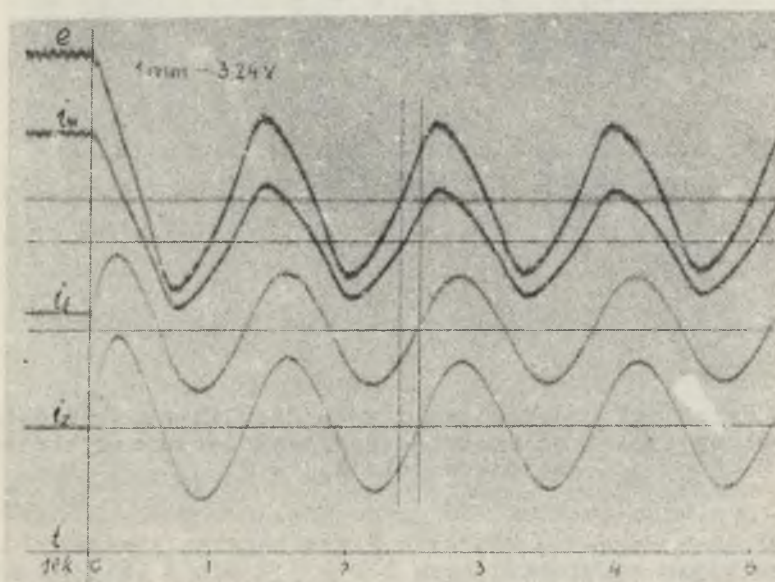
$$u = \frac{3k - 2R_t - 4R_w}{6 L_w}, \quad \omega = \frac{\sqrt{3} R_w}{6 L_w}. \quad (39)$$

Przebiegi (37) i (38) oraz wyrażenie (39) na u skomentować można identycznie jak wyniki (33), (34) i (35).

Wniosek 3.9. W przypadku przeciwnego magnesowania jednej albo wszystkich prądnic w układzie na rys. 6, ich drgające SEM-ne będą wzajemnie przesunięte w fazie o kąt $1/3\pi$ rad albo o kąt $2/3\pi$ rad.

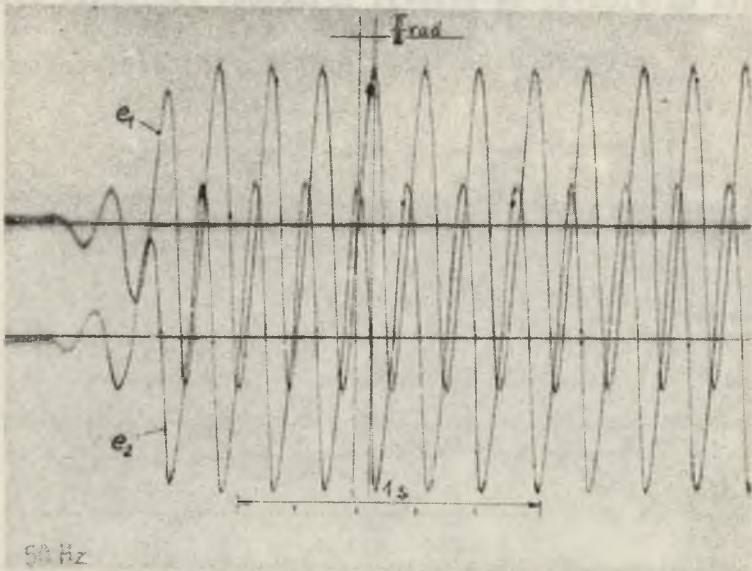


Rys. 6. Trzy nieobciążone prądnice boczniowe z uzwojeniami wzbudzenia dzielonymi na połowy, połączone wzajemnie kaskadowo szeregowo

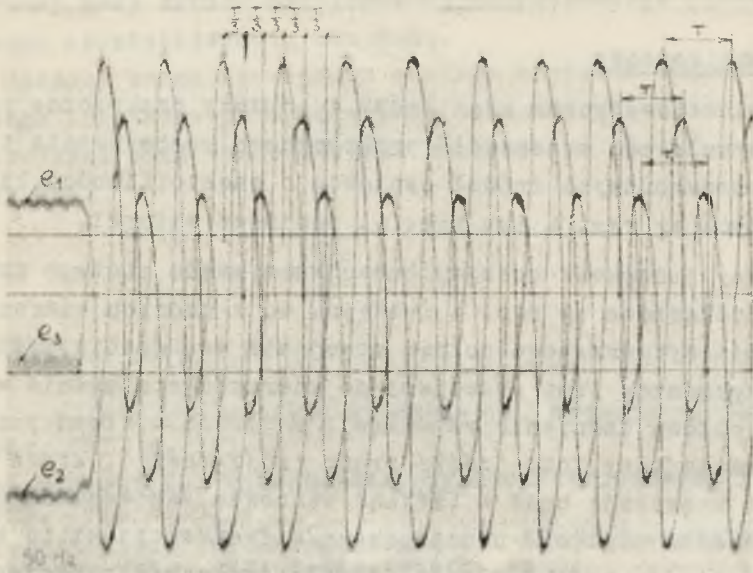


Rys. 7. Przebiegi przejściowe i ustalone prądów i SEM-nej w układzie na rys. 1 po zamknięciu wyłącznika W2, dla $R_t = 99\Omega$, $R_w = 1544\Omega$, $R_z = 154\Omega$

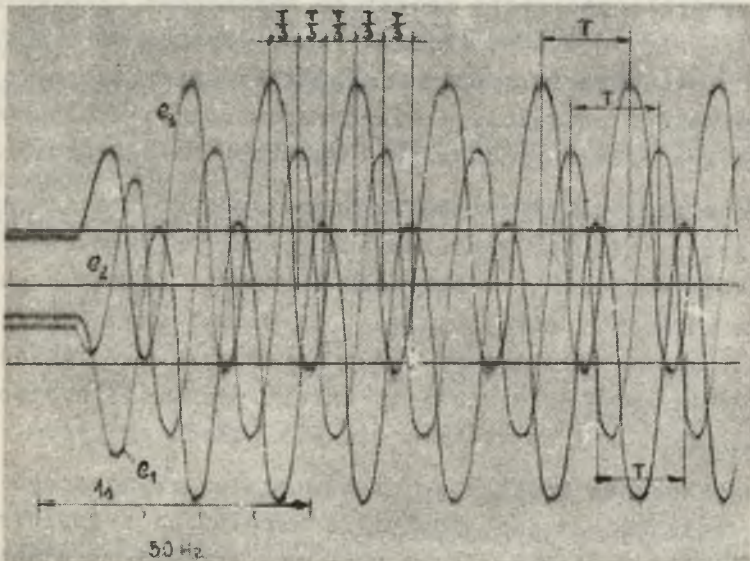
Aby sprawdzić prawidłowość przeprowadzonych rozważań teoretycznych w pkt 2 i pkt 3, przeprowadzono próby i pomiary w układzie laboratoryjnym (zbudowanym z trzech mikrosilników typu SŁ 261 w charakterze prądnic). Celem pierwszego etapu prób było sprawdzenie warunków powstawania drgań samowzbudnych w trzech nieobciążonych prądnicach bocznikowych w układzie kaskadowym zamkniętym. Drugim etapem prób były pomiary i badania stałości kąta przesunięcia fazowego. Trzeci etap prób stanowił kontrolę stabilności drgań samowzbudnych przy obciążeniu trójfazowych układów drgających oraz przy regulacji amplitud napięć prądnic. Ilustracją prób są rys. 9 i rys. 10, na których pokazano przebiegi przejściowe i ustalone SEM-nych prądnic połączonych wg rys. 4 i rys. 6.



Rys. 8. Przebiegi przejściowe i ustalone SEM-nych prądnic połączonych wg rys. 2 po równoczesnym zamknięciu wszystkich wyłączników, dla $R_{dW} = 0$



Rys. 9. Przebiegi przejściowe i ustalone SEM-nych prądnic połączonych wg rys. 4 dla $R_{dw} = 0$ i przy przeciwnym magnesowaniu wszystkich prądnic



Rys. 10. Przebiegi przejściowe i ustalone SEM-nych prądnic połączonych wg rys. 6 dla $R_{dw} = 0$ i przy przeciwnym magnesowaniu wszystkich prądnic

4. Wnioski końcowe

Rozważania teoretyczne oraz próby i pomiary praktyczne pozwalają sformułować, w aspekcie praktycznego zastosowania trójfazowych samowzbudnych źródeł napięcia o częstotliwości kilku Hz zbudowanych wg rys. 4 lub rys. 6, poniższe wnioski.

1. Trzy jednakowe maszyny bocznikowe prądu stałego napędzane i połączone wg rys. 4 lub rys. 6, w których kierunek strumienia wytwarzanego połową uzwojenia wzbudzenia zasilaną z obcej prądnicy jest przeciwny do kierunku strumienia wytworzonego połową uzwojenia wzbudzenia zasilaną z własnej prądnicy, stanowią trzy fazy źródła prądu trójfazowego, które po połączeniu w gwiazdę bądź w trójkąt stanowią samowzbudne trójfazowe źródło napięcia przemiennego o frekwencji kilku herców. Drgania są wynikiem specyficznego połączenia wzajemnego trzech prądnic bocznikowych z uzwojeniami wzbudzenia dzielonymi na połowy.

2. Częstotliwość drgań zależy od parametrów uzwojenia wzbudzenia prądnic i jest odwrotnie proporcjonalna do elektromagnetycznej stałej czasowej obwodu wzbudzenia przyłączonego do zacisków każdej prądnicy. W miarę wzrostu mocy samowzbudnego trójfazowego źródła prądu maleje częstotliwość drgań.

3. Regulacja ciągła napięcia samowzbudnego trójfazowego źródła prądu może być zrealizowana poprzez symetryczną zmianę oporów dodatkowych R_{dw} w obwodach wzbudzeń. Zakres regulacji jest tym większy i stabilniejszy, im krzywa magnesowania prądnicy jest bardziej wypukła w całym przebiegu. Bez względu na charakter krzywej magnesowania, zakres regulacji napięcia dla układu wg rys. 4 jest większy niż dla układu wg rys. 6.

4. Samowzbudne trójfazowe źródło prądu przemiennego zbudowane wg wniosku 4.1 jest zdolne do współpracy z asynchronicznym silnikiem wyciągowym oraz może być źródłem zasilania napędu asynchronicznego maszyn wyciągowych częstotliwością obniżoną. Możliwość budowania układu dwustopniowego samowzbudnego trójfazowego źródła prądu zapewnia uzyskanie dowolnie dużej

potrzebnej mocy źródła zasilania asynchronicznego silnika wyciągowego częstotliwością obniżoną.

5. Maszyny bocznikowe prądu stałego użyte do budowy samowzbudnego trójfazowego źródła prądu można zastąpić maszynami obcowzbudnymi bądź wzmacniaczami maszynowymi np. amplidynami.

LITERATURA

- [1] Plamitzer A.M.: Maszyny Elektryczne, Wydanie 1, Warszawa 1962, WNT, s. 321.
- [2] Groszkowski J.: Wytwarzanie drgań elektrycznych, Warszawa 1958, PWT, s. 153.
- [3] Stendal K.E.: Fordermaschinen mit Niederfrequenzbremsung, Stakholm 1963, ASEA Zeitschrift, nr 3.
- [4] Praca zbiorowa pod red. prof. L. Szklarskiego: Napędy elektryczne maszyn wyciągowych, wydanie 2, Warszawa 1966 Kraków, s. 417 PWN.
- [5] Zygmunt J.: Regulacja prędkości obrotowej silnika bezkomutatorowego prądu zmiennego przy pomocy prostowników sterowanych, praca doktorska, Gliwice 1964.
- [6] Doetsch G.: Praktyka przekształcenia Laplace'a, Warszawa 1964, PWN.
- [7] Beckenbach E.: Nowoczesna matematyka dla inżynierów, cz.I, Warszawa 1962, PWN.
- [8] Mostowski A., Stark M.: Algebra wyższa, cz. II, Warszawa 1954, PWN, s. 72.