

Jerzy Witkowski  
Katedra Elektroniki Przemysłowej

## GRAFICZNA INTERPRETACJA PRACY GENERATORA MAŁEJ CZĘSTOTLIWOŚCI DZIAŁAJĄCEGO W OPARCIU O TECHNIKĘ PRÓBKOWANIA

**Streszczenie.** W artykule omówiono pracę poszczególnych podzespołów generatora działającego w oparciu o technikę próbkowania. Zastosowana metoda analizy, polegająca na wykorzystaniu całkowitego przekształcenia Fouriera, umożliwia uzyskanie graficznej interpretacji pracy generatora z periodycznym sygnałem wejściowym. Na tej podstawie wyciągnięto pewne wnioski dotyczące wyboru parametrów generatora małej częstotliwości w przypadku różnej jego realizacji praktycznej.

### 1. Wstęp

Do generacji przebiegów małej częstotliwości (m.cz.) - za które uważa się na ogół przebiegi o częstotliwościach mniejszych od 10 [Hz] - może być wykorzystany m.in. proces próbkowania sygnału periodycznego o dowolnym kształcie  $A_{we}(t)$  [1], [3].

Praca generatora m.cz. wykorzystującego proces próbkowania polega na takim przetworzeniu periodycznego sygnału  $A_{we}(t)$  o okresie  $T_1$  aby na wyjściu uzyskać periodyczny sygnał  $A_{wy}(t)$  o częstotliwości  $f_0 = \frac{1}{T_0}$ , tj.  $A_{wy}(t) = A_{wy}(t+T_0)$ , przy czym  $T_0 > T_1$ .

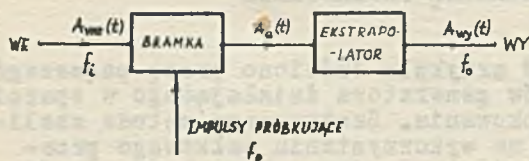
Dodatkowym wymaganiem stawianym takiemu generatorowi jest to aby kształt sygnału  $A_{wy}(t)$  był taki sam jak kształt sygnału wejściowego, co oznacza że względnie widma częstotliwości obu sygnałów - odniesione do składowej podstawowej - powinny być identyczne.

O sygnale wejściowym generatora m.cz. zakładamy, że jest periodyczny i spełnia warunki Dirichleta.

Generator m.cz. oparty na technice próbkowania może być praktycznie zrealizowany jako [4]:

- a) generator m.cz. z zewnętrznym sygnałem próbkującym,
- b) generator m.cz. bez zewnętrznego sygnału próbkującego.

Schemat blokowy generatora m.cz. z zewnętrznym sygnałem próbkującym przedstawiono na rys. 1. Generator ten jest układowo



Rys. 1. Schemat blokowy generatora m.cz. z zewnętrznym sygnałem próbkującym

urządzeniem najprostszym a analiza jego pracy może być łatwo zastosowana do generatora m.cz. bez zewnętrznego sygnału próbkującego, który można uważać za szczególny przypadek generatora typu a. Działanie generatora m.cz. z zewnętrznym

sygnałem próbkującym jest następujące.

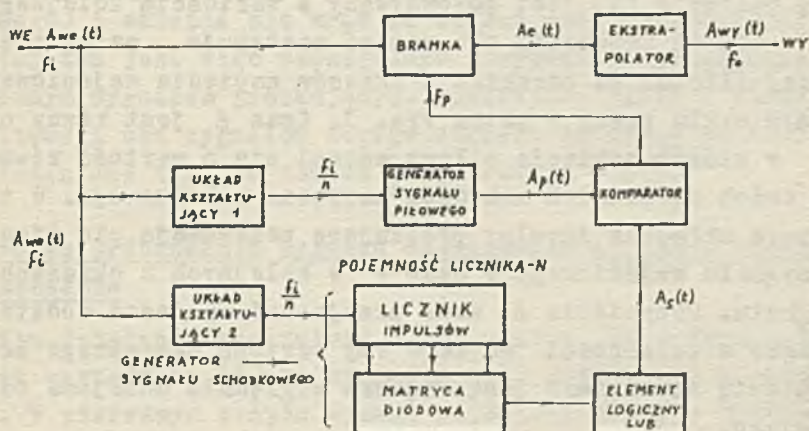
Sygnał wejściowy generatora o częstotliwości  $f_1 = \frac{1}{T_1}$  jest wprowadzony na wejście bramki, która otwiera się natychmiast pod wpływem impulsu próbkującego. Impuls próbkujący pojawia się co czas  $T_p$ ; częstotliwość próbkowania  $f_p = \frac{1}{T_p}$  może być dowolna i niezależna od częstotliwości  $f_1$ . Sygnał wyjściowy bramki  $A_o(t)$  zostaje doprowadzony do wejścia ekstrapolatora, który sygnał  $A_o(t)$  zamienia na sygnał ciągły  $A_{wy}(t)$ . Sygnał  $A_{wy}(t)$  jest jednocześnie sygnałem wyjściowym generatora m.cz.

Na rys. 2. przedstawiono schemat blokowy jednego z możliwych rozwiązań generatora m.cz. typu b, a na rys. 3 przebiegi czasowe w różnych punktach schematu w przypadku gdy w układzie generatora m.cz. zastosowano ekstrapolator zerowego rzędu [4].

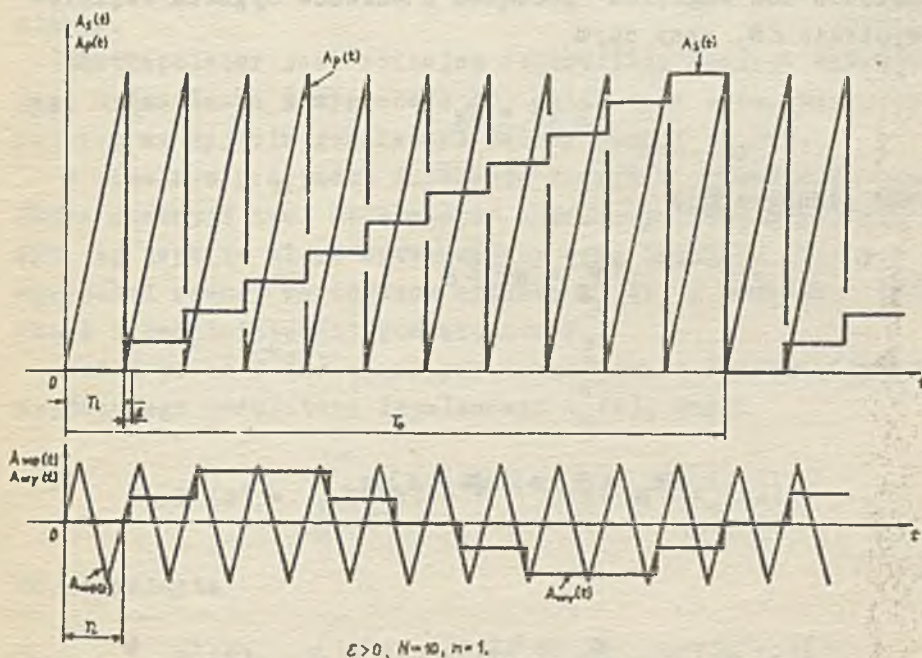
W generatorze tym jedynym sygnałem doprowadzonym z zewnątrz jest sygnał wejściowy  $A_{we}(t)$ . Impulsy próbkujące uzyskuje się w momencie zrównania wartości dwóch przebiegów doprowadzonych na wejścia komparatora. Jeden z tych przebiegów jest napięciem piłowym  $A_p(t)$  o okresie równym  $nT_1$ , synchronizowanym sygnałem  $A_{we}(t)$  przez układ kształtujący 1; drugi przebieg jest



napięciem schodkowym  $A_S(t)$  uzyskanym np. z matrycy diodowej zasilanej z licznika impulsów.



Rys. 2. Schemat blokowy jednego z możliwych rozwiązań generatora m.cz. bez zewnętrznego sygnału próbkującego



$$C > 0, N = 10, n = 1.$$

Rys. 3. Przebiegi czasowe w układzie generatora m.cz. bez zewnętrznego sygnału próbkującego (schemat blokowy - patrz rys.2)

Pojawienie się kolejnego schodka w napięciu schodkowym jest także zsynchronizowane z sygnałem  $A_{we}(t)$  przez układ kształtujący 2. Tak więc w czasie kolejnych  $n$  okresów  $T_1$  stale taki sam przebieg piłowy  $A_p(t)$  jest porównywany z wartością kolejnego schodka - moment zrównania obu napięć następuje zatem o czas  $\varepsilon$  później (licząc od początku  $n$  okresów napięcia wejściowego) w kolejnym cyklu pracy - patrz rys. 3. Czas  $\varepsilon$  jest równy czasowi, w którym napięcie piłowe zmieni się o wartość równą różnicy dwóch sąsiednich schodków napięcia schodkowego. W tak działającym układzie impulsy próbkujące przesuwają się więc na tle sygnału wejściowego o czas  $\varepsilon$  w kolejnych  $n$  okresach tego sygnału. Oczywiście  $\varepsilon$  może przyjmować wartości dodatnie albo ujemne w zależności od tego czy wartość następnego schodka w napięciu schodkowym jest większa względnie mniejsza od poprzedniego.

Jeżeli przez  $N$  oznaczymy pojemność licznika impulsów występującego w układzie, wówczas po  $N$  impulsach próbkujących przesunięcie ich względem początku  $n$  okresów sygnału wejściowego wyniesie  $\varepsilon N$ , przy czym

$$\varepsilon \cdot N = T_1 \quad (1)$$

Ponieważ jednocześnie

$$T_p = nT_1 \pm \varepsilon$$

gdzie  $n = 1, 2 \dots$

więc

$$NT_p = T_0 = (nN \pm 1)T_1, \quad (2)$$

czyli

$$\frac{T_p}{T_1} = \frac{N}{nN \pm 1} \quad (3)$$



W opisywanym generatorze m.cz. bez zewnętrznego sygnału próbkującego częstotliwość  $f_p$  zależy od pojemności licznika  $N$  budowy układów kształtujących (które w ogólnym przypadku mogą wytwarzać impuls synchronizujący co  $n$  okresów napięcia wejściowego) i zmienia się wraz ze zmianą częstotliwości  $f_1$ . Generator ten jest więc szczególnym przypadkiem generatora z zewnętrznym sygnałem próbkującym, mianowicie takim w którym częstotliwości obu sygnałów doprogwadzonych do niego są równocześnie zmieniane tak, że iloraz  $\frac{f_p}{f_1}$  pozostaje stały.

## 2. Proces próbkowania sygnału wejściowego $A_{we}(t)$ o dowolnym kształcie

Z opisu działania generatora m.cz. wynika, że proces przetwarzania sygnału  $A_{we}(t)$  na sygnał  $A_{wy}(t)$  odbywa się w dwóch etapach. W pierwszym etapie sygnał wejściowy zostaje przetworzony w ciąg impulsów o częstotliwości  $f_p$  i amplitudzie zależnej od momentu próbkowania, zaś w drugim etapie wytworzony ciąg impulsów zostaje przekształcony w układzie ekstrapolatora w sygnał ciągły.

Ekstrapolator jest rodzajem filtru [2], którego zadaniem jest wydzielenie z sygnału  $A_{we}(t)$  składowych pożąanych, tworzących na wyjściu generatora żądany sygnał  $A_{wy}(t)$ .

W idealnym przypadku działanie bramki w generatorze m.cz. można zastąpić tzw. modulatorem impulsowym przedstawionym na rys. 4; jest to klucz wytwarzający ciąg impulsów Diraca o powierzchni równej wartościom sygnału  $A_{we}(t)$  w momentach próbkowania i częstotliwości powtarzania  $f_p$ .

Jeśli przez  $F^*(s)$  oznaczymy transformatę Fouriera sygnału wyjściowego modulatora impulsowego  $A_{we}^*(t)$ , czyli

$$F^*(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} A_{we}^*(t) e^{-j2\pi st} dt = F[A_{we}^*(t)],$$

to oczywiście

$$A_{we}^*(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F^*(s) e^{+j2\pi st} ds = F^{-1}[F^*(s)],$$

zaś przez  $F(s)$  transformatę Fouriera sygnału  $A_{we}(t)$ , czyli

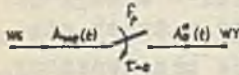
$$F(s) = F[A_{we}(t)],$$

to [4]

$$F^*(s) = \frac{1}{T_p} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(s - nf_p) \quad (4)$$

Budowa wyrażenia (4) zależy od kształtu konkretnego sygnału wejściowego generatora  $A_{we}(t)$ .

Przemnożenie wyrażenia (4) przez transformatę Fouriera odpowiadającą impulsowej funkcji przejścia ekstrapolatora daje transformatę Fouriera sygnału wyjściowego generatora, a więc umożliwia – po dokonaniu transformacji odwrotnej – uzyskanie przebiegu czasowego sygnału wyjściowego generatora [4].



Rys. 4. Modulator impulsowy reprezentujący działanie bramki generatora m.cz.

$T$  – czas zwarcia klucza

Jak wspomiano wyżej, działanie ekstrapolatora polega na wyeksponowaniu składowych pożądanym na wyjściu generatora m.cz.

i tłumieniu składowych niepożądanych. Aby takie działanie ekstrapolatora było możliwe proces próbkowania musi być przeprowadzony w takich warunkach by w sygnale  $A_{we}^*(t)$  były reprezentowane wszystkie składowe pożądanym na wyjściu generatora m.cz. Temu celowi ma służyć przedstawiona niżej interpretacja graficzna pracy generatora m.cz., która oparta jest na zależności (4) opisującej proces próbkowania. Rozpatrzmy teraz proces próbkowania sinusoidalnego i odkształconego sygnałów wejściowych generatora m.cz., które w jego pracy mają duże znaczenie.

### 3. Proces próbkowania sinusoidalnego sygnału wejściowego

Założmy, że

$$A_{we}(t) = A \sin 2\pi f_1 t \quad (f_1 > 0).$$



Praca rozpatrywanego generatora m.oz. ma polegać na przetworzeniu - w tym przypadku - sinusoidalnego sygnału wejściowego na sygnał

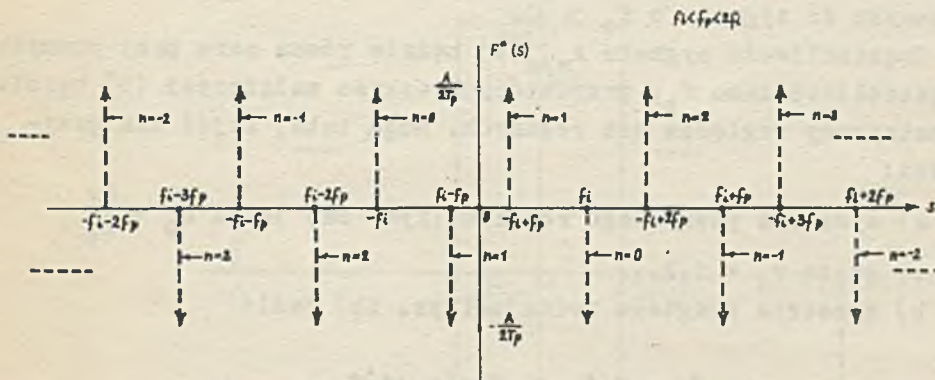
$$A_{wy}(t) = A_{wy} \sin 2\pi f_0 t.$$

Ponieważ

$$F[A \sin 2\pi f_1 t] = j \frac{A}{2} [\delta(s+f_1) - \delta(s-f_1)],$$

więc zgodnie z (4)

$$F^*(s) = \frac{jA}{2T_p} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \delta[s+(f_1-nf_p)] - \delta[s-(f_1-nf_p)] \right\} \quad (5)$$



Rys. 5. Przebieg  $F^*(s) = F[A_e(t)]$  w przypadku gdy  $A_{we}(t) = A \sin 2\pi f_1 t$ ;  $n = 1$ .

Wyrażenie (5) przedstawiono wykreślnie na rys. 5 dla konkretnej wartości  $f_p$ ; przy zmianie częstotliwości próbkowania zmienia się położenie dystrybucji Diraca w przebiegu funkcji  $F^*(s)$ .

Transformacja odwrotna wyrażenia (5) jest funkcją czasową złożoną z sumy nieskończenie wielu przebiegów sinusoidalnych o amplitudzie  $\frac{A}{T_p}$  i częstotliwości  $(f_1 - nf_p)$  gdzie  $n \in (-\infty, +\infty)$

- składowe te po przejściu przez esktrapolator (filtr) pojawiają się na wyjściu generatora. Jeśli przez  $A_{wyo}(t)$  oznaczymy składową sygnału  $A_{wy}(t)$  o najmniejszej częstotliwości oznaczanej dalej przez  $f_0$ , to na podstawie rys. 5. można wykreślić zależność

ość  $\frac{f_0}{f_1}$  w funkcji  $\frac{f_p}{f_1}$  przydatną do wyznaczenia częstotliwości próbkowania  $f_p$  takiej, aby przy danej częstotliwości sygnału wejściowego  $f_1$  na wyjściu generatora uzyskać sygnał o żądanej częstotliwości  $f_0$ .

Jest oczywistym, że jeśli  $\frac{f_p}{f_1} > 2$ , wówczas  $f_0 = f_1$ . Przy zmianach częstotliwości próbkowania w zakresie  $\frac{f_p}{f_1} < 2$  częstotliwość  $f_0$  zmienia się przybierając różne wartości; w pewnym zakresie zmian stosunku  $\frac{f_p}{f_1}$  częstotliwość przybiera wartości ujemne co oznacza, że sygnał wyjściowy ma fazę przeciwną w stosunku do sygnału o  $f_0 > 0$ .

Częstotliwość sygnału  $A_{wyo}(t)$  będzie równa zero przy pewnych częstotliwościach  $f_p$ , przy których wykres zależności (5) będzie symetryczny względem osi rzędnych. Mogą tutaj zajść dwa przypadki:

a) symetria pierwszego rodzaju (rys. 6a) jeśli  $f_p = \frac{f_1}{r_1}$

gdzie  $r_1 = 1, 2, \dots$

b) symetria drugiego rodzaju (rys. 6b) jeśli

$$f_1 - r_2 f_p = -f_1 + (r_2 + 1) f_p,$$

gdzie  $r_2 = 1, 2, \dots$

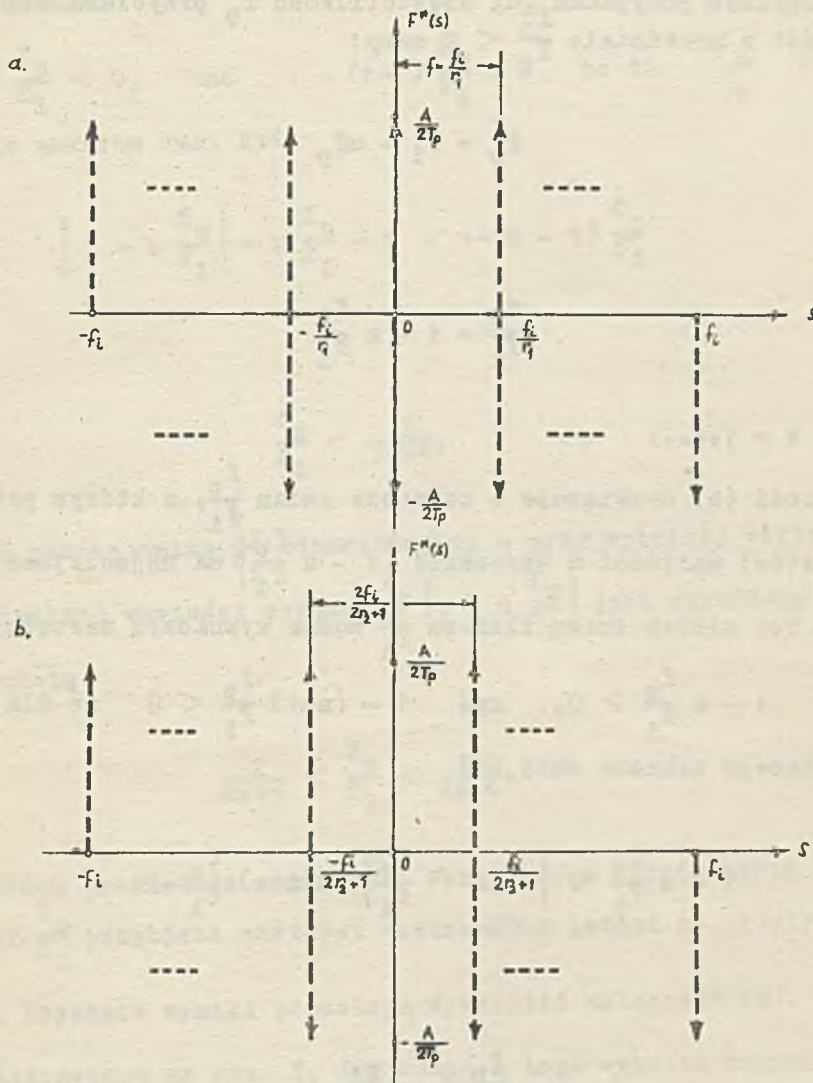
$$\text{czyli dla } f_p = \frac{2f_1}{2r_2 + 1}.$$

Łącząc rezultaty uzyskane dla obu rodzajów symetrii mamy:

$$f_0 = 0 \quad \text{gdy} \quad \frac{f_p}{f_1} = \frac{2}{r},$$

gdzie:  $r = 1, 2, \dots$





Rys. 6. Wykres funkcji  $F^*(s)$  dla przypadku: a - symetrii pierwszego rodzaju, b - symetrii drugiego rodzaju

W ogólnym przypadku, gdy częstotliwość  $f_p$  przybiera dowolne wartości w przedziale  $\frac{f_p}{f_1} < 2$  mamy:

$$f_0 = f_1 - nf_p$$

lub

$$\frac{f_0}{f_1} = 1 - n \frac{f_p}{f_1} \quad (6)$$

gdzie  $n = 1, 2, \dots$

Zależność (6) obowiązuje w zakresie zmian  $\frac{f_p}{f_1}$ , w którym przy konkretnej wartości  $n$  wyrażenie  $\left| 1 - n \frac{f_p}{f_1} \right|$  ma najmniejszą wartość. Ten zakres zmian ilorazu  $\frac{f_p}{f_1}$  można wyznaczyć następująco:

jeśli  $1 - n \frac{f_p}{f_1} > 0$ , zaś  $1 - (n+1) \frac{f_p}{f_1} < 0$  to dla  $\frac{f_p}{f_1}$  z szukanego zakresu musi być

$$1 - n \frac{f_p}{f_1} < \left| 1 - (n+1) \frac{f_p}{f_1} \right| = (n+1) \frac{f_p}{f_1} - 1$$

lub

$$\frac{f_p}{f_1} > \frac{2}{2n+1}$$



jeśli natomiast

$1 - n \frac{f_p}{f_1} < 0$ , zaś  $1 - (n-1) \frac{f_p}{f_1} > 0$  to dla  $\frac{f_p}{f_1}$  z  
szukanego zakresu musi być

$$\left| 1 - n \frac{f_p}{f_1} \right| = n \frac{f_p}{f_1} - 1 < 1 - (n-1) \frac{f_p}{f_1}$$

lub

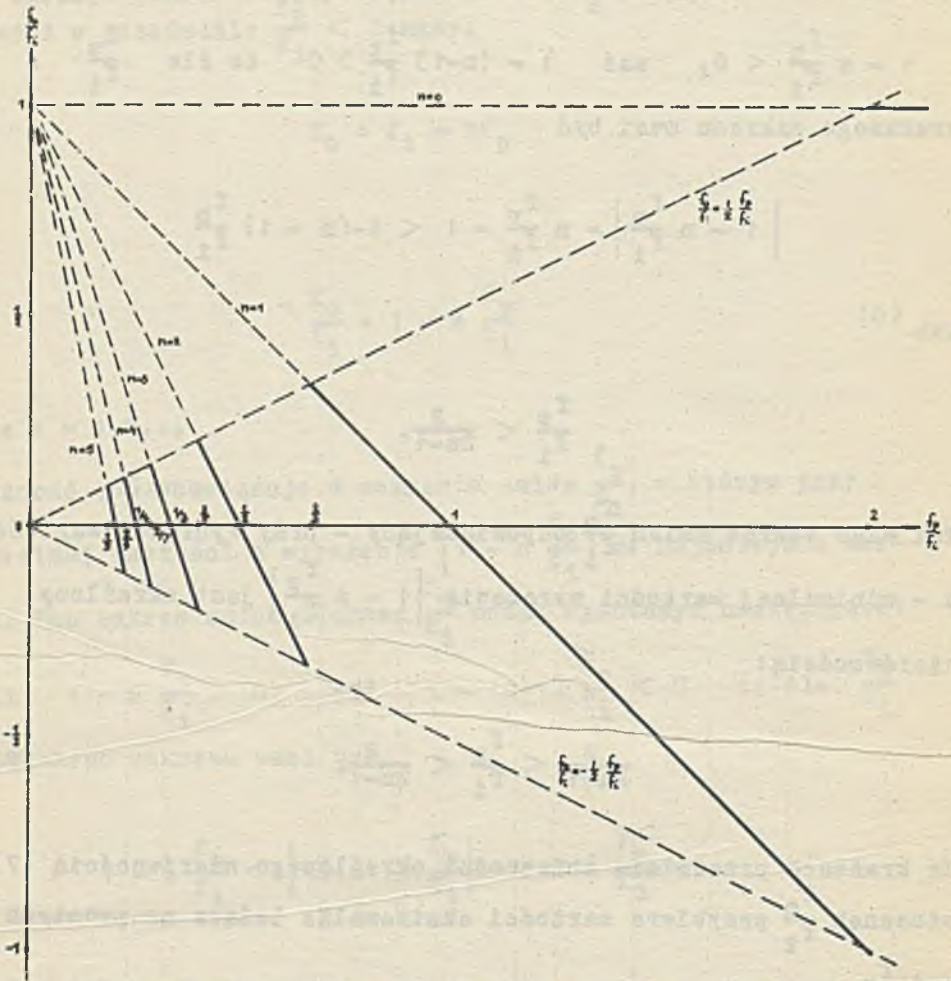
$$\frac{f_p}{f_1} < \frac{2}{2n-1}.$$

Tak więc zakres zmian  $\frac{f_p}{f_1}$  odpowiadający - przy wybranej wartości  
 $n$  - minimalnej wartości wyrażenia  $\left| 1 - n \frac{f_p}{f_1} \right|$  jest określony  
nierównością:

$$\frac{2}{2n+1} < \frac{f_p}{f_1} < \frac{2}{2n-1}. \quad (7)$$

Na krańcach przedziału zmienności określonego nierównością (7)  
stosunek  $\frac{f_p}{f_1}$  przybiera wartości ekstremalne leżące na prostych  
 $\pm \frac{1}{2} \frac{f_p}{f_1}$ . Uzyskane wyniki pozwalają wykreślić zależność (6), któ-  
rą przedstawiono na rys. 7. Jak widać z tego wykresu sygnał  
 $A_{\text{wyo}}(t)$  o małej częstotliwości oraz możliwość ciągłej zmiany  
częstotliwości  $f_0$  uzyskujemy jeśli przy stałej częstotliwości  
 $f_1$  częstotliwość próbkowania zmienia się w otoczeniu wartości

$$\frac{f_p}{f_1} = \frac{1}{n},$$



Rys. 7. Przebieg zależności  $\frac{f}{f_1} = 1 - n \frac{f}{f_1}$  dla różnych wartości  $n$





czyli gdy wykres zależności (5) posiada symetrię pierwszego rodzaju. Z uwagi na łatwość odfiltrowania z sygnału  $A_e^*(t)$  składowych niepożądanych o częstotliwościach  $f_{o1}, f_{o2} \dots f_{ow}$  interesujące są wartości "odległości"  $d_1 = |f_{o1}| - |f_o|, \dots$   
 $\dots d_w = |f_{ow}| - |f_o|$  w funkcji częstotliwości  $f_p$ , przy czym  $f_o$  oznacza częstotliwość składowej niepożądanej w sygnale  $A_e^{*o1}(t)$  o najmniejszej częstotliwości.

Oczywiście pożądanym jest aby wartość  $d_1$  była jak największa. Przebieg częstotliwości  $\frac{f_{o1}}{f_1}$  w funkcji  $\frac{f_p}{f_1}$  można znaleźć drogą podobnego rozumowania jak przebieg  $\frac{f_o}{f_1}$  w funkcji  $\frac{f_p}{f_1}$ . Zależność tę pokazano na rys. 8., na którym wykreślono także  $\frac{d_1}{f_1} = g(f_p/f_1)$ .

Z porównania wykresów przedstawionych na rys. 7 i rys. 8 widać, że chociaż określoną, małą wartość stosunku  $\frac{f_o}{f_1}$  można uzyskać przy różnych wartościach  $\frac{f_p}{f_1}$  to jednak z uwagi na jak-największą wartość odległości  $d_1$  generator m.cz. powinien pracować z częstotliwością próbkowania  $f_p$  niewiele różniącą się od częstotliwości  $f_1$  (tj. przy  $n = 1$ ).

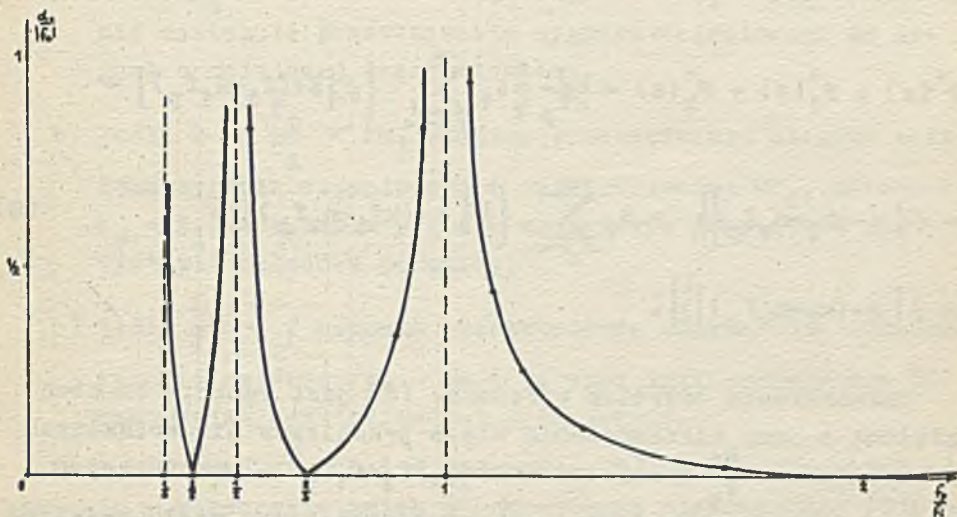
W podobny sposób można określić także odległości  $d_2 \dots d_w$  w funkcji ilorazu  $\frac{f_p}{f_1}$ . Uzyskane wykresy będą podobne do wykresu na rys. 8.

Z uwagi na dobór charakterystyki filtra, który należałoby zastosować w generatorze m.cz. ważny jest przebieg zależności  $\frac{d_1}{|f_o|}$  przy zmianach częstotliwości próbkowania  $f_p$ . Można go otrzymać wprost z poprzednich wykresów; odpowiedni wykres przedstawiono na rys. 9 - wnioski jakie można wyciągnąć stąd co do wyboru wartości  $\frac{f_p}{f_1}$  pokrywają się z poprzednimi.

Dla generatora bez zewnętrznego sygnału próbkującego iloraz  $\frac{f_p}{f_1}$  nie może, jak wiadomo, przyjmować dowolnych wartości a jedynie wartości dyskretne, zależne od konstrukcji generatora i



wyrażone wzorem (3). Interesujące wartości  $\frac{f_0}{f_1}$ ,  $\frac{f_{01}}{f_1}$ ,  $\frac{d_1}{f_1}$  oraz  $\frac{d_1}{|x_0|}$  można uzyskać jako rzędne podanych wyżej wykresów.



Rys. 9. Przebieg zależności  $\frac{d_1}{f_0}$  w funkcji  $\frac{f_P}{f_1}$  dla generatora m.cz.

Z obliczeń przeprowadzonych dla tego typu generatora m.cz. wynika, że składowa o częstotliwości  $f_{01}$  jest  $(N-1)$ -szą harmoniczną składowej pożądanej o częstotliwości  $f_0$ , zaś

$$\frac{d_1}{|x_0|} = N-2$$

i nie zależy od wyboru wartości  $n$ .

4. Proces próbkowania odkształconego sygnału wejściowego

Jeśli  $A_{we}(t) = A_1 \sin 2\pi f_1 t + A_k \sin 2\pi k f_1 t$ , to wówczas zgodnie z wzorem (4) i korzystając z własności przekształcenia Fouriera mamy

$$F^*(s) = F_1^*(s) + F_k^*(s) = \frac{1}{2T_p} \left[ A_1 \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \left\{ \delta [s + (f_1 - n_1 f_p)] - \delta [s - (f_1 - n_1 f_p)] \right\} + A_k \sum_{n_k=-\infty}^{\infty} \left\{ \delta [s + (k f_1 - n_k f_p)] - \delta [s - (k f_1 - n_k f_p)] \right\} \right]. \quad (8)$$

Transformata odwrotna wyrażenia (8) jest funkcją czasową złożoną z sumy nieskończenie wielu przebiegów sinusoidalnych o amplitudzie  $\frac{A_1}{T_p}$  i częstotliwości  $(f_1 - n_1 f_p)$  - pochodzących od przebiegu  $A_1 \sin 2\pi f_1 t$ , oraz nieskończenie wielu przebiegów sinusoidalnych o amplitudzie  $\frac{A_k}{T_p}$  i częstotliwości  $(k f_1 - n_k f_p)$  pochodzących od przebiegu  $A_k \sin 2\pi k f_1 t$ .

Zgodnie z określeniem prawidłowej pracy generatora sygnał wyjściowy  $A_{wy}(t)$  powinien zawierać dwie składowe (będziemy je nazywać pożądanymi) o frekwencjach  $f_0$  oraz  $f_{ok}$ , przy czym  $f_{ok} = f_0 k$ .

Częstotliwość  $f_0$  możemy określić z zależności

$$\frac{f_0}{f_1} = 1 - n_1 \frac{f_p}{f_1} \quad (9)$$

zaś częstotliwość  $f_{ok}$  z równości

$$\frac{f_{ok}}{f_1} = k - n_k \frac{f_p}{f_1}. \quad (10)$$



Rozpatrując wykres zależności (8) dla różnych wartości stosunku  $\frac{f_p}{f_1}$  mamy:

- a) jeśli  $\frac{f_p}{f_1} > 2k$ , wówczas  $f_o = f_1$  oraz  $f_{ok} = kf_1$ , czyli nie następuje przetworzenie sygnału wejściowego na sygnał o mniejszej częstotliwości,
- b) jeśli  $2 < \frac{f_p}{f_1} < 2k$ , wówczas przetworzeniu ulegnie składowa sygnału wejściowego o częstotliwości  $kf_1$ , natomiast  $f_o = f_1$ , a zatem w sygnale wyjściowym generatora nie wystąpią składowe pożądane,
- c) jeśli  $\frac{f_p}{f_1} < 2$  wówczas przetworzeniu ulegną obie składowe sygnału wejściowego - jest to więc interesujący nas zakres zmian częstotliwości próbkowania.

Przy wybranej wartości  $n_1$  równanie (9) obowiązuje - jak poprzednio - w zakresie zmian  $\frac{f_p}{f_1}$  określonym nierównością (7); podobnie dla wybranej wartości  $n_k$  równanie (10) obowiązuje dla

$$\frac{2k}{2n_k+1} < \frac{f_p}{f_1} < \frac{2k}{2n_k-1}. \quad (11)$$

Aby spełniony był warunek  $f_{ok} = kf_o$  nachylenie prostych (10) musi być  $k$  razy większe od nachylenia prostych (9), czyli musi być

$$n_k = k n_1. \quad (12)$$

Jeśli warunek (12) jest spełniony proste (9) oraz (10) - jak łatwo sprawdzić - przecinają się z osią  $\frac{f_p}{f_1}$  w jednym punkcie, dla którego

$$\frac{f_p}{f_1} = \frac{1}{n_1}.$$





Powyższe zależności przedstawiono na rys. 10. Jak widać z tego wykresu dopuszczalne zmiany stosunku  $\frac{f_p}{f_1}$  muszą być - dla zapewnienia prawidłowej pracy generatora - ograniczone do zakresu, w którym obowiązuje równanie (10) przy  $n_k = kn_1$ , czyli

$$\frac{2k}{2n_1 k+1} < \frac{f_p}{f_1} < \frac{2k}{2n_1 k-1}. \quad (13)$$

Granice te są w rozpatrywanym przypadku węższe niż dla generatora m.cz. z sinusoidalnym sygnałem wejściowym - obowiązywała wówczas nierówność (7), którą możemy uzyskać podstawiając do (13)  $k=1$ . Reasumując możemy stwierdzić, że zakres dopuszczalnych zmian  $\frac{f_p}{f_1}$  jest dla generatora m.cz. z odkształconym sygnałem wejściowym ograniczony przez rząd najwyższej harmonicznej tego sygnału.

Dla rozpatrywanego przypadku można także narysować przebiegi  $\frac{f_{o1}}{f_1}$  oraz  $\frac{f_{ok1}}{f_1}$  w funkcji  $\frac{f_p}{f_1}$  gdzie  $f_{ok1}$  - częstotliwość składowej niepożądaney o najmniejszej częstotliwości pochodzącej od sygnału wejściowego o częstotliwości  $kn_1$ .

Drogą prostych obliczeń można stwierdzić, że w zakresie (13) spełnione są nierówności

$$|f_{o1}| > |f_{ok}| \quad \text{oraz} \quad |f_{ok1}| > |f_{ok}|$$

co umożliwia odfiltrowanie składowych niepożądanych z sygnału  $A_e^*(t)$ .

Wnioski jakie można wyciągnąć z przeprowadzonej dyskusji co do wyboru ilorazu  $\frac{f_p}{f_1}$  są podobne jak w przypadku pracy generatora m.cz. z sinusoidalnym sygnałem wejściowym.

Dla generatora bez zewnętrznego sygnału próbkującego warunek prawidłowej pracy sprowadza się w rozpatrywanym przypadku do spełnienia nierówności

$$\frac{n}{2} \geq k,$$

którą możemy otrzymać porównując związek (13) z (3).

Dla tego typu generatora m.cz. wartości częstotliwości  $f_0$  oraz  $f_{ok}$  możemy otrzymać z wykresu przedstawionego na rys. 10. dla konkretnych wartości ilorazu  $\frac{f_p}{f_1}$ .

### 5. Wnioski

Zastosowanie do analizy procesu próbkowania sygnału periodycznego przekształcenia Fouriera pozwala na graficzne przedstawienie transformaty Fouriera sygnału  $A_g(t)$ , co z kolei umożliwia w stosunkowo prosty sposób określić przebiegi częstotliwości sygnałów występujących w układzie generatora m.cz. w funkcji  $f_p$ . Na tej podstawie można wybrać najlepsze warunki pracy generatora m.cz. z uwagi na łatwość odfiltrowania składowych niepożądanych w jego sygnale wyjściowym.

Dla rozpatrywanych w sygnałach wejściowych warunki te uzyskuje się gdy  $n=1$ . Z przedstawionych w artykule wykresów można także określić zakres zmian częstotliwości próbkowania, w którym - w sensie podanym na wstępie - generator m.cz. pracuje prawidłowo.

### LITERATURA

- [1] Fulford J.F. - Generation of Waveforms at Very Low Frequencies Using the Sampling Technique - Proc. IEE 1964 str. 1993-2001.
- [2] Mishkin E., Braun L. - Adaptacyjne układy sterowania automatycznego. WNT W-wa 1965.
- [3] Witkowski J. - Zastosowanie przekształcenia Fouriera do analizy sygnału wyjściowego generatora b.m.cz. opartego na technice próbkowania - Zeszyty Naukowe Pol. Śl. seria Automatyka z. 9. 1968 str. 133-150.
- [4] Witkowski J. - Generator małej częstotliwości działający w oparciu o technikę próbkowania Archiwum Elektrotechniki (w druku)