ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKI 2000
Seria: ELEKTRONIKA z. 12 Nr kol. 1492

Jan CHOJCAN
Andrzej KUKIEŁKA
Politechnika Śląska, Instytut Elektroniki

ZWIĄZKI WRAŻLIWOŚCIOWE W RÓWNOLEGŁYCH STRUKTURACH POŁĄCZEŃ AKTYWNYCH CZWÓRNIKÓW DUALNYCH

Streszczenie. W artykule rozważano obwody w postaci połączenia równoległego czwórników aktywnych. Dokonano inferencji podobieństwa dualnego z inwersją i konwersją impedancji oraz wykorzystano odpowiednie zależności wzmocnień napięciowego i prądowego tych układów [6] celem przeprowadzenia analizy wrażliwościowej układu czwórników połączonych równolegle.

Uzyskane związki są rozszerzeniem dotychczasowej teorii i mogą być pożyteczne przy transformacji układów ze wzmacniaczami napięciowymi na układy z konwejerami prądowymi (CC).

SENSITIVITY PROPERTIES OF DUAL ACTIVE TWO-PORTS IN PARALELL CONNECTIONS

Summary. In the paper four-terminal active networks in paralell connection are considered. The transfer and sensitivity properties of similar networks are given. The transform of connections for passive and active two-ports and changes of their internal structures have been noticed. Some interesting properties of sensitivity of networks functions of similar networks with two-ports are derived.

1. Wstęp

W teorii obwodów analizowane są różne struktury obwodów podobnych mających określone wartości. W niniejszej pracy podobieństwo obwodów jest rozumiane w sensie podanym w pracach [1] i [2]. Obwód oryginalny jest indeksowany przez prim, a podobny do niego dualnie jest indeksowany przez bis. Wiążąc ze sobą impedancje elementów w gałęziach k' i k" za pomocą dwóch relacji:

a) inwersją impedancji wyrażoną wzorem:

$Z_k^{'} \cdot Z_k^{''} = Z_i^2$, (gdzie Z_i^2 - to *impedancja inwersji*),

b) konwersją impedancji wyrażoną wzorem:

$\frac{Z_k^{'}}{Z_k^{''}} = A$, (gdzie A - to *stała konwersji impedancji*),

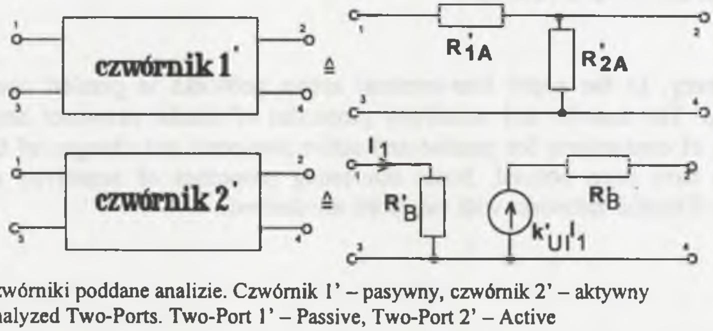
$Z_k^{'}$, $Z_k^{''}$ - impedancje elementów k' i k" obwodu pierwszego i drugiego;

Dla układów pasywnych można podać [4, 5] odpowiednie zależności, jakie zachodzą między wrażliwościami. Rozszerzenie teorii sformułowanej w pracach [1 i 2] zawarto w pracy [6], natomiast rozważania wrażliwościowe zostaną tutaj rozszerzane na układy z czwórnikami aktywnymi.

Analizie poddano klasyczne źródła będące czwórnikami aktywnymi: źródło napięciowe sterowane prądowo (ŹNSP) oraz źródło prądowe sterowane napięciowo (ŹPSP).

2. Połączenie równoległe czwórników - oryginał

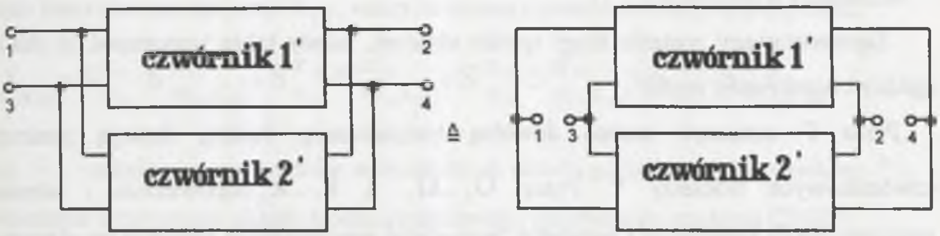
Aby rozważania były bardziej czytelne, analizie poddano dwa czwórniki o prostych strukturach wewnętrznych. Należy jednak zaznaczyć, iż badane były obwody o znacznie bardziej złożonej strukturze, których analiza dała wyniki takie,jak przytoczone poniżej.



Rys. 1. Dwa czwórniki poddane analizie. Czwórnik 1' – pasywny, czwórnik 2' – aktywny
Fig. 1. Two Analyzed Two-Ports. Two-Port 1' – Passive, Two-Port 2' – Active

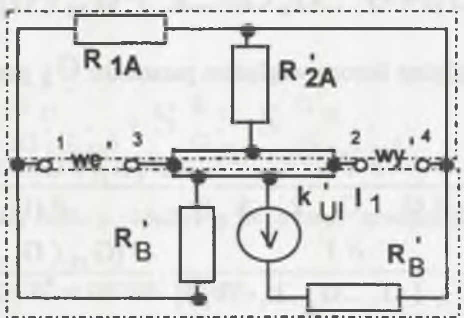
Macierze admitancyjne poszczególnych czwórników $Y_A^{'}$ - macierz admitancyjna czwórnika pasywnego, $Y_B^{'}$ - czwórnika aktywnego:

$$Y'_A = \begin{bmatrix} G'_{1A} & -G'_{1A} \\ -G'_{1A} & G'_{1A} + G'_{2A} \end{bmatrix} \qquad Y'_B = \begin{bmatrix} G'_B & 0 \\ -k'_{UI} \cdot G'^2_B & G'_B \end{bmatrix}$$



Rys. 2. Równoległe połączenie dwóch czwórników oraz ten sam układ czwórników przerysowany tak, aby był spełniony warunek planarności - schematy blokowe
Fig. 2. Paralell Connection Of Two-Ports. Block Diagram

Czwórnik 2' został opisany w sposób, jaki sugeruje jego położenie w obwodzie! Analizowany układ czwórników przedstawiono na rys. 3.



Rys. 3. Równoległe połączone czwórników z wyodrębnionymi strukturami wewnętrznymi
Fig. 3. Paralell Connection Of Two-Ports With Selected Inside Structuries

Macierz Y omawianego układu:

$$Y'_A + Y'_B = \begin{bmatrix} G'_{1A} + G'_B & -G'_{1A} \\ -G'_{1A} - k'_{UI} \cdot G'^2_B & G'_{1A} + G'_{2A} + G'_B \end{bmatrix}$$

Transmitancje napięciowa i prądowa obwodu oryginalnego przyjmą więc postać:

$$K'_U = -\frac{G'_{21}}{G'_{22}} = \frac{G'_{1A} + k'_{UI} \cdot G'^{2}_B}{G'_{1A} + G'_{2A} + G'_B}; \qquad K'_I = -\frac{G'_{21}}{G'_{11}} = \frac{G'_{1A} + k'_{UI} \cdot G'^2_B}{G'_{1A} + G'_B} \tag{1}$$

Obliczenia wrażliwości można dokonać dwutorowo:

1) różniczkując odpowiednią transmitancję względem kolejnych impedancji,
2) różniczkując odpowiednią transmitancję wyrażoną poprzez parametry czwórnikowe wspólnej macierzy Y (parametry czwórnikowe macierzy są funkcją odpowiednich admitancji w obwodzie).

Zaprezentowany zostanie drugi sposób obliczeń, należy także wspomnieć, iż oba dały zgodny i oczekiwany wynik.

Przez F oznaczyć można dowolną transmitancję, będącą funkcją parametrów czwórnikowych macierzy Y. Przez $G_1 ... G_n$ i $k_1 ... k_n$ odpowiednio - admitancje poszczególnych elementów i parametry wzmocnień wewnętrznych czwórników aktywnych - elementy te wpływają na parametry czwórnikowe macierzy Y, a w konsekwencji funkcję układową F:

$$F = f\,(G_{11}(G_1 ... G_n, k_1 ... k_n)\; G_{12}(G_1 ... G_n, k_1 ... k_n)\; G_{21}(G_1 ... G_n, k_1 ... k_n)\; G_{22}(G_1 ... G_n, k_1 ... k_n))$$

Wrażliwość bezwzględna liczona względem parametru G_k przyjmie następującą postać:

$$\begin{aligned} S = & \frac{\partial f}{\partial [G_{11}(G_1 ... G_n, k_1 ... k_n)]} \cdot \frac{\partial [G_{11}(G_1 ... G_n, k_1 ... k_n)]}{\partial (G_k, k_k)} + \\ & + \frac{\partial f}{\partial [G_{12}(G_1 ... G_n, k_1 ... k_n)]} \cdot \frac{\partial [G_{12}(G_1 ... G_n, k_1 ... k_n)]}{\partial (G_k, k_k)} + \\ & + \frac{\partial f}{\partial [G_{21}(G_1 ... G_n, k_1 ... k_n)]} \cdot \frac{\partial [G_{21}(G_1 ... G_n, k_1 ... k_n)]}{\partial (G_k, k_k)} + \\ & + \frac{\partial f}{\partial [G_{22}(G_1 ... G_n, k_1 ... k_n)]} \cdot \frac{\partial [G_{22}(G_1 ... G_n, k_1 ... k_n)]}{\partial (G_k, k_k)} \end{aligned} \tag{2}$$

Natomiast wrażliwość względną liczoną względem parametrów admitancyjnych i współczynników wzmocnień wewnętrznych (G_k, k_k) można wyrazić zależnością:

$$S^F_{(G_k,k_k)} = S^F_{G_{11}} \cdot S^{G_{11}}_{(G_k,k_k)} + S^F_{G_{12}} \cdot S^{G_{12}}_{(G_k,k_k)} + S^F_{G_{21}} \cdot S^{G_{21}}_{(G_k,k_k)} + S^F_{G_{22}} \cdot S^{G_{22}}_{(G_k,k_k)} \tag{3}$$

Jeżeli za funkcję układową F przyjmiemy transmitancje napięciową i prądową, zapisać można wrażliwości tych transmitancji na zmianę parametrów czwórnikowych:

$$S^{K'_U}_{(G'_k,k'_k)}=S^{K'_U}_{G'_{11}}\cdot S^{G'_{11}}_{(G'_k,k'_k)}+S^{K'_U}_{G'_{12}}\cdot S^{G'_{12}}_{(G'_k,k'_k)}+S^{K'_U}_{G'_{21}}\cdot S^{G'_{21}}_{(G'_k,k'_k)}+S^{K'_U}_{G'_{22}}\cdot S^{G'_{22}}_{(G'_k,k'_k)} \qquad (4)$$

Uwzględniając w wyrażeniach (2), (3) i (4) parametry analizowanego obwodu, można zapisać wrażliwości względne transmitancji obwodu oryginalnego. Ponieważ analizowany obwód posiada jeden element aktywny K'_{UI}, wzory te można uprościć do następującej postaci:

$$S^{K'_U}_{(G'_k,k'_{UI})}=S^{K'_U}_{G'_{11}}\cdot S^{G'_{11}}_{(G'_k,k'_{UI})}+S^{K'_U}_{G'_{12}}\cdot S^{G'_{12}}_{(G'_k,k'_{UI})}+S^{K'_U}_{G'_{21}}\cdot S^{G'_{21}}_{(G'_k,k'_{UI})}+S^{K'_U}_{G'_{22}}\cdot S^{G'_{22}}_{(G'_k,k'_{UI})} \qquad (4a)$$

gdzie: G'_k - admitancje parametrów wewnętrznych układu połączonych czwórników, k'_{UI} - wzmocnienie wewnętrzne układu źródła napięciowego sterowanego prądowo (ŹNSP).

Ponieważ transmitancja napięciowa K'_U jest ilorazem, który wyraża się wzorem $K'_U=-\frac{G'_{21}}{G'_{22}}$, równania można uprościć eliminując parametry $S^{G'_{11}}_{(G'_k,k'_{UI})}$ i $S^{G'_{12}}_{(G'_k,k'_{UI})}$, gdyż w konsekwencji ich wpływ na wrażliwość $S^{K'_U}_{(G'_k,k'_{UI})}$ jest zerowy! Wówczas wzór (4a) można napisać w postaci:

$$S^{K'_U}_{(G'_k,k'_{UI})}=S^{K'_U}_{G'_{21}}\cdot S^{G'_{21}}_{(G'_k,k'_{UI})}+S^{K'_U}_{G'_{22}}\cdot S^{G'_{22}}_{(G'_k,k'_{UI})} \qquad (4b)$$

Natomiast wrażliwość prądowej funkcji układowej na zmianę admitancji G'_k i współczynników wzmocnień wewnętrznych k'_{UI} napisać można:

$$S^{K'_I}_{(G'_k,k'_{UI})}=S^{K'_I}_{G'_{11}}\cdot S^{G'_{11}}_{(G'_k,k'_{UI})}+S^{K'_I}_{G'_{12}}\cdot S^{G'_{12}}_{(G'_k,k'_{UI})}+S^{K'_I}_{G'_{21}}\cdot S^{G'_{21}}_{(G'_k,k'_{UI})}+S^{K'_I}_{G'_{22}}\cdot S^{G'_{22}}_{(G'_k,k'_{UI})} \qquad (5)$$

ponieważ $K'_I=-\frac{G'_{21}}{G'_{11}}$, wzór ten da się uprościć do postaci:

$$S^{K'_I}_{(G'_k,k'_{UI})}=S^{K'_I}_{G'_{11}}\cdot S^{G'_{11}}_{(G'_k,k'_{UI})}+S^{K'_I}_{G'_{21}}\cdot S^{G'_{21}}_{(G'_k,k'_{UI})} \qquad (5a)$$

Wrażliwości względne transmitancji K'_U i K'_I na zmiany parametrów czwórnikowych macierzy Y ' można przedstawić w postaci:

$$S^{K'_U}_{G'_{21}}=\frac{\partial K'_U}{\partial G'_{21}}\cdot\frac{G'_{21}}{K'_U}=\frac{\partial}{\partial G'_{21}}\left(-\frac{G'_{21}}{G'_{22}}\right)\cdot\frac{G'_{21}}{K'_U}=1;\qquad S^{K'_I}_{G'_{21}}=\frac{\partial K'_I}{\partial G'_{21}}\cdot\frac{G'_{21}}{K'_I}=\frac{\partial}{\partial G'_{21}}\left(-\frac{G'_{21}}{G'_{11}}\right)\cdot\frac{G'_{21}}{K'_I}=1$$

$$S^{K'_U}_{G'_{22}}=\frac{\partial K'_U}{\partial G'_{22}}\cdot\frac{G'_{22}}{K'_U}=\frac{\partial}{\partial G'_{22}}\left(-\frac{G'_{21}}{G'_{22}}\right)\cdot\frac{G'_{22}}{K'_U}=-1;\qquad S^{K'_I}_{G'_{11}}=\frac{\partial K'_I}{\partial G'_{11}}\cdot\frac{G'_{11}}{K'_I}=\frac{\partial}{\partial G'_{11}}\left(-\frac{G'_{21}}{G'_{11}}\right)\cdot\frac{G'_{11}}{K'_I}=-$$

Wrażliwości względne parametru czwórnikowego G'_{11} na zmianę poszczególnych admitancji (G'_{1A}, G'_{2A}, G'_B) oraz zmianę wzmocnienia wewnętrznego k'_{UI}:

$$S^{G'_{11}}_{G'_{1A}}=\frac{\partial G'_{11}}{\partial G'_{1A}}\cdot\frac{G'_{1A}}{G'_{11}}=\frac{\partial}{\partial G'_{1A}}(G'_{1A}+G'_B)\cdot\frac{G'_{1A}}{G'_{11}}=\frac{G'_{1A}}{G'_{11}}=\frac{G'_{1A}}{(G'_{1A}+G'_B)}$$

$$S^{G'_{11}}_{G'_{2A}}=\frac{\partial G'_{11}}{\partial G'_{2A}}\cdot\frac{G'_{2A}}{G'_{11}}=\frac{\partial}{\partial G'_{2A}}(G'_{1A}+G'_B)\cdot\frac{G'_{2A}}{G'_{11}}=0$$

$$S^{G'_{11}}_{G'_B}=\frac{\partial G'_{11}}{\partial G'_B}\cdot\frac{G'_B}{G'_{11}}=\frac{\partial}{\partial G'_B}(G'_{1A}+G'_B)\cdot\frac{G'_B}{G'_{11}}=\frac{G'_B}{G'_{11}}=\frac{G'_B}{(G'_{1A}+G'_B)}$$

$$S^{G'_{11}}_{k'_{UI}}=\frac{\partial G'_{11}}{\partial k'_{UI}}\cdot\frac{k'_{UI}}{G'_{11}}=\frac{\partial}{\partial k'_{UI}}(G'_{1A}+G'_B)\cdot\frac{k'_{UI}}{G'_{11}}=0$$

Wzory na wrażliwości względne parametru czwórnikowego G'_{21} na zmianę poszczególnych admitancji (G'_{1A}, G'_{2A}, G'_B) oraz zmianę wzmocnienia wewnętrznego k'_{UI} mają postać:

$$S^{G'_{21}}_{G'_{1A}}=\frac{\partial G'_{21}}{\partial G'_{1A}}\cdot\frac{G'_{1A}}{G'_{21}}=\frac{\partial}{\partial G'_{1A}}(-G'_{1A}-k'_{UI}\cdot G'^2_B)\cdot\frac{G'_{1A}}{G'_{21}}=-\frac{G'_{1A}}{G'_{21}}=\frac{G'_{1A}}{(G'_{1A}+k'_{UI}\cdot G'^2_B)}$$

$$S^{G'_{21}}_{G'_{2A}}=\frac{\partial G'_{21}}{\partial G'_{2A}}\cdot\frac{G'_{2A}}{G'_{21}}=\frac{\partial}{\partial G'_{2A}}(-G'_{1A}-k'_{UI}\cdot G'^2_B)\cdot\frac{G'_{2A}}{G'_{21}}=0$$

$$S^{G'_{21}}_{G'_B}=\frac{\partial G'_{21}}{\partial G'_B}\cdot\frac{G'_B}{G'_{21}}=\frac{\partial}{\partial G'_B}(-G'_{1A}-k'_{UI}\cdot G'^2_B)\cdot\frac{G'_B}{G'_{21}}=-\frac{2\cdot k'_{UI}\cdot G'^2_B}{G'_{21}}=\frac{2\cdot k'_{UI}\cdot G'^2_B}{(G'_{1A}+k'_{UI}\cdot G'^2_B)}$$

$$S^{G'_{21}}_{k'_{UI}}=\frac{\partial G'_{21}}{\partial k'_{UI}}\cdot\frac{k'_{UI}}{G'_{21}}=\frac{\partial}{\partial k'_{UI}}(-G'_{1A}-k'_{UI}\cdot G'^2_B)\cdot\frac{k'_{UI}}{G'_{21}}=-\frac{k'_{UI}\cdot G'^2_B}{G'_{21}}=\frac{k'_{UI}\cdot G'^2_B}{(G'_{1A}+k'_{UI}\cdot G'^2_B)}$$

Wrażliwości względne parametru czwórnikowego G'_{22} na zmianę poszczególnych admitancji (G'_{1A}, G'_{2A}, G'_B) oraz zmianę wzmocnienia wewnętrznego k'_{UI} opisane są równaniami:

$$S^{G'_{22}}_{G'_{1A}} = \frac{\partial G'_{22}}{\partial G'_{1A}} \cdot \frac{G'_{1A}}{G'_{22}} = \frac{\partial}{\partial G'_{1A}}(G'_{1A}+G'_{2A}+G'_{B}) \cdot \frac{G'_{1A}}{G'_{11}} = \frac{G'_{1A}}{G'_{11}} = \frac{G'_{1A}}{(G'_{1A}+G'_{2A}+G'_{B})}$$

$$S^{G'_{22}}_{G'_{2A}} = \frac{\partial G'_{22}}{\partial G'_{2A}} \cdot \frac{G'_{2A}}{G'_{22}} = \frac{\partial}{\partial G'_{2A}}(G'_{1A}+G'_{2A}+G'_{B}) \cdot \frac{G'_{2A}}{G'_{22}} = \frac{G'_{2A}}{G'_{22}} = \frac{G'_{2A}}{(G'_{1A}+G'_{2A}+G'_{B})}$$

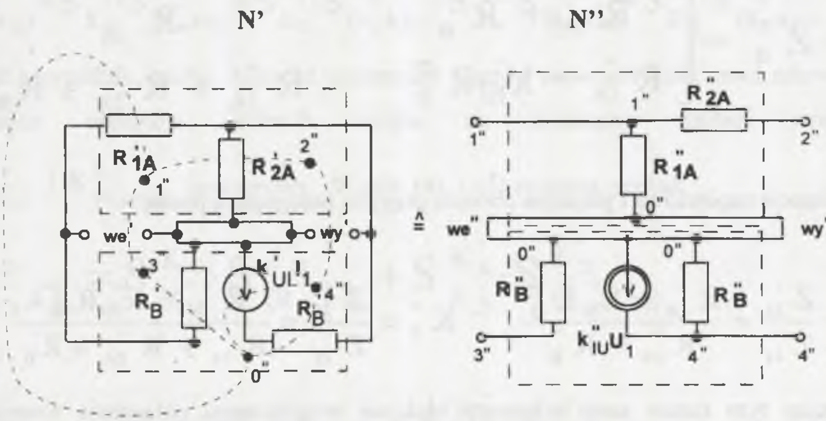
$$S^{G'_{22}}_{G'_{B}} = \frac{\partial G'_{22}}{\partial G'_{B}} \cdot \frac{G'_{B}}{G'_{22}} = \frac{\partial}{\partial G'_{B}}(G'_{1A}+G'_{2A}+G'_{B}) \cdot \frac{G'_{B}}{G'_{22}} = \frac{G'_{B}}{G'_{22}} = \frac{G'_{B}}{(G'_{1A}+G'_{2A}+G'_{B})}$$

$$S^{G'_{22}}_{k'_{UI}} = \frac{\partial G'_{22}}{\partial k'_{UI}} \cdot \frac{k'_{UI}}{G'_{22}} = \frac{\partial}{\partial k'_{UI}}(G'_{1A}+G'_{2A}+G'_{B}) \cdot \frac{k'_{UI}}{G'_{22}} = 0$$

Parametr G'_{12} nie występuje ani w transmitancji prądowej, ani napięciowej – dlatego można pominąć jego analizę wrażliwościową.

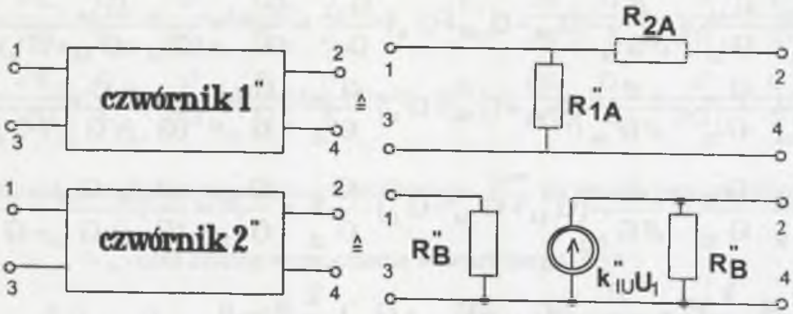
3. Połączenie równoległe czwórników - podobieństwo dualne

Pierwszym krokiem musi być znalezienie obwodu dualnego N'', bez wnikania w konkretne zależności inwersyjne bądź konwersyjne. Przedstawiono to na rys. 4.



Rys. 4. Transformacja analizowanego układu oryginalnego N' w układ dualny N''
Fig. 4. Transformation Of Original Analyzed Circuit N' Into Dual Circuit N''

Analizując powyższy rysunek zauważyć można, iż obwód podobny składa się z dwóch czwórników połączonych szeregowo, które scharakteryzowane są macierzą impedancyjną Z'':



Rys.5. Schematy blokowe i wewnętrzne dwóch czwórników dualnych otrzymanych po transformacji oryginału
Fig.5. Block Diagrams And Inside Structuries Of Two Dual Two-Ports After Dual Transformation

Macierze impedancyjne po transformacji dualnej – odpowiednio czwórnika pasywnego i aktywnego, a także macierz tych samych czwórników połączonych równolegle:

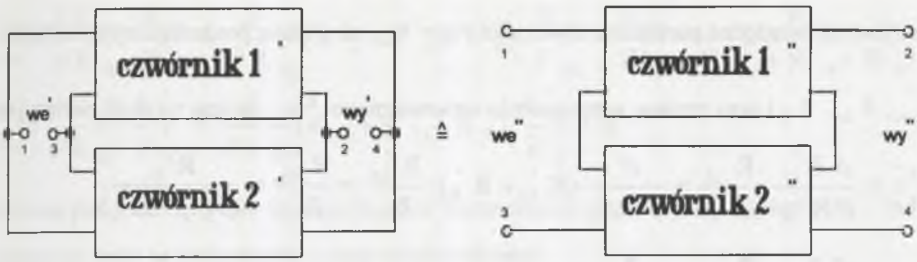
$$Z''_A = \begin{bmatrix} R''_{1A} & R''_{1A} \\ R''_{1A} & R''_{1A} + R''_{2A} \end{bmatrix} \quad Z''_B = \begin{bmatrix} R''_B & 0 \\ k''_{IU} R^{2''}_B & R''_B \end{bmatrix}$$

$$Z''_A + Z''_B = \begin{bmatrix} R''_{1A} + R''_B & R''_{1A} \\ R''_{1A} + k''_{IU} R^{2''}_B & R''_{1A} + R''_{2A} + R''_B \end{bmatrix}$$

Transmitancje napięciowa i prądowa obwodu przyjmą następującą postać:

$$K''_U = \frac{Z''_{21}}{Z''_{11}} = \frac{R''_{1A} + k''_{IU} R^{2''}_B}{R''_{1A} + R''_B}; \quad K''_I = \frac{Z''_{21}}{Z''_{22}} = \frac{R''_{1A} + k''_{IU} R^{2''}_B}{R''_{1A} + R''_{2A} + R''_B} \tag{6}$$

Porównując tym razem same schematy blokowe oryginalnego połączenia równoległego (rys. 2 i 3) oraz obwodu dualnego (rys. 4 i 5), rozpatrując oddzielnie struktury wewnętrzne poszczególnych bloczków (przedstawiono to na rys. 6) dojść można do ważnego wniosku: **Dla podobnego złożonego z równolegle połączonych czwórników: aktywnego i pasywnego (po spełnieniu warunku planarności) w jego obwodzie podobnym (dualnym) zmieniła się struktura każdego z czwórników - na dualną, zmianie uległ także sposób połączenia tychże czwórników - w obwodzie dualnym połączenie równoległe oryginałów zamieniło się w połączenie szeregowe.**



Rys. 6. Schematy blokowe: układu czwórników połączonych równolegle (oryginał) oraz układu czwórników połączonych szeregowo po transformacji dualnej

Fig. 6. Block Diagrams: Circuit Of Paralell Connection Of Two-Ports (Original Circuit) And Circuit Of Serial Connection Of Two-Ports After Dual Transformation

Można się zająć wrażliwościami transmitancji obwodu dualnego. W obwodzie czwórników połączonych szeregowo łatwiej dokonywać opisu parametrów za pomocą impedancji.

Wrażliwość transmitancji napięciowej:

$$S^{K''_U}_{(R''_k,k''_{IU})}=S^{K''_U}_{Z''_{11}}\cdot S^{Z''_{11}}_{(R''_k,k''_{IU})}+S^{K''_U}_{Z''_{12}}\cdot S^{Z''_{12}}_{(R''_k,k''_{IU})}+S^{K''_U}_{Z''_{21}}\cdot S^{Z''_{21}}_{(R''_k,k''_{IU})}+S^{K''_U}_{Z''_{22}}\cdot S^{Z''_{22}}_{(R''_k,k''_{IU})} \tag{7a}$$

Wrażliwość transmitancji prądowej:

$$S^{K''_I}_{(R''_k,k''_{IU})}=S^{K''_I}_{Z''_{11}}\cdot S^{Z''_{11}}_{(R''_k,k''_{IU})}+S^{K''_I}_{Z''_{12}}\cdot S^{Z''_{12}}_{(R''_k,k''_{IU})}+S^{K''_I}_{Z''_{21}}\cdot S^{Z''_{21}}_{(R''_k,k''_{IU})}+S^{K''_I}_{Z''_{22}}\cdot S^{Z''_{22}}_{(R''_k,k''_{IU})} \tag{7b}$$

Tak jak poprzednio, można dokonać uproszczeń wzorów na wrażliwości czwórnikowe przez pominięcie ułamków, których wpływ na ostateczny kształt wrażliwości $S^{K''_U}_{(R''_k,k''_{IU})}$ i $S^{K''_I}_{(R''_k,k''_{IU})}$ jest zerowy. Wzory (4) i (5) przyjmą postać:

$$S^{K''_U}_{(R''_k,k''_{IU})}=S^{K''_U}_{Z''_{11}}\cdot S^{Z''_{11}}_{(R''_k,k''_{IU})}+S^{K''_U}_{Z''_{21}}\cdot S^{Z''_{21}}_{(R''_k,k''_{IU})} \tag{8a}$$

oraz:

$$S^{K''_I}_{(R''_k,k''_{IU})}=S^{K''_U}_{Z''_{21}}\cdot S^{Z''_{21}}_{(R''_k,k''_{IU})}+S^{K''_U}_{Z''_{22}}\cdot S^{Z''_{22}}_{(R''_k,k''_{IU})} \tag{8b}$$

Wrażliwości względne transmitancji na zmiany parametrów czwórnikowych macierzy Z" można przedstawić w postaci:

$$\begin{aligned}
&S^{K''_U}_{Z''_{21}}=\frac{\partial K''_U}{\partial Z''_{21}}\cdot\frac{Z''_{21}}{K''_U}=\frac{\partial}{\partial Z''_{21}}\left(\frac{Z''_{21}}{Z''_{11}}\right)\cdot\frac{Z''_{21}}{K''_U}=1; \quad S^{K''_I}_{Z''_{21}}=\frac{\partial K''_I}{\partial Z''_{21}}\cdot\frac{Z''_{21}}{K''_I}=\frac{\partial}{\partial Z''_{21}}\left(\frac{Z''_{21}}{Z''_{22}}\right)\cdot\frac{Z''_{21}}{K''_I}=1\\
&S^{K''_U}_{Z''_{11}}=\frac{\partial K''_U}{\partial Z''_{11}}\cdot\frac{Z''_{11}}{K''_U}=\frac{\partial}{\partial Z''_{11}}\left(\frac{Z''_{21}}{Z''_{11}}\right)\cdot\frac{Z''_{11}}{K''_U}=-1; \quad S^{K''_I}_{Z''_{22}}=\frac{\partial K''_I}{\partial Z''_{22}}\cdot\frac{Z''_{22}}{K''_I}=\frac{\partial}{\partial Z''_{22}}\left(\frac{Z''_{21}}{Z''_{22}}\right)\cdot\frac{Z''_{22}}{K''_I}=-1
\end{aligned} \tag{9}$$

Wrażliwości względne parametru czwórnikowego $\dot{R}_{11}$ na zmianę poszczególnych impedancji ($\dot{R}_{1A}$, $\dot{R}_{2A}$, $\dot{R}_{B}$) oraz zmianę wzmocnienia wewnętrznego $\dot{k}_{IU}$, można wyrazić następująco:

$$S^{\dot{Z}_{11}}_{\dot{R}_{1A}}=\frac{\partial \dot{Z}_{11}}{\partial \dot{R}_{1A}}\cdot\frac{\dot{R}_{1A}}{\dot{Z}_{11}}=\frac{\partial}{\partial \dot{R}_{1A}}(\dot{R}_{1A}+\dot{R}_{B})\cdot\frac{\dot{R}_{1A}}{\dot{Z}_{11}}=\frac{\dot{R}_{1A}}{\dot{Z}_{11}}=\frac{\dot{R}_{1A}}{(\dot{R}_{1A}+\dot{R}_{B})}$$

$$S^{\dot{Z}_{11}}_{\dot{R}_{2A}}=\frac{\partial \dot{Z}_{11}}{\partial \dot{R}_{2A}}\cdot\frac{\dot{R}_{2A}}{\dot{Z}_{11}}=\frac{\partial}{\partial \dot{R}_{2A}}(\dot{R}_{1A}+\dot{R}_{B})=0$$

$$S^{\dot{Z}_{11}}_{\dot{k}_{IU}}=\frac{\partial \dot{Z}_{11}}{\partial \dot{k}_{IU}}\cdot\frac{\dot{k}_{IU}}{\dot{Z}_{11}}=\frac{\partial}{\partial \dot{k}_{IU}}(\dot{R}_{1A}+\dot{R}_{B})\cdot\frac{\dot{k}_{IU}}{\dot{Z}_{11}}=0$$

$$S^{\dot{Z}_{11}}_{\dot{R}_{B}}=\frac{\partial \dot{Z}_{11}}{\partial \dot{R}_{B}}\cdot\frac{\dot{R}_{B}}{\dot{Z}_{11}}=\frac{\partial}{\partial \dot{R}_{B}}(\dot{R}_{1A}+\dot{R}_{B})\cdot\frac{\dot{R}_{B}}{\dot{Z}_{11}}=\frac{\dot{R}_{B}}{\dot{Z}_{11}}=\frac{\dot{R}_{B}}{(\dot{R}_{1A}+\dot{R}_{B})}$$

Wrażliwości względne parametru czwórnikowego $\dot{R}_{21}$ na zmianę poszczególnych impedancji ($\dot{R}_{1A}$, $\dot{R}_{2A}$, $\dot{R}_{B}$) oraz zmianę wzmocnienia wewnętrznego $\dot{k}_{IU}$ opisane są zależnościami:

$$S^{\dot{Z}_{21}}_{\dot{R}_{1A}}=\frac{\partial \dot{Z}_{21}}{\partial \dot{R}_{1A}}\cdot\frac{\dot{R}_{1A}}{\dot{Z}_{21}}=\frac{\partial}{\partial \dot{R}_{1A}}(\dot{R}_{1A}+\dot{k}_{IU}\cdot\dot{R}_{B}^{2})\cdot\frac{\dot{R}_{1A}}{\dot{Z}_{21}}=\frac{\dot{R}_{1A}}{\dot{Z}_{21}}=\frac{\dot{R}_{1A}}{(\dot{R}_{1A}+\dot{k}_{IU}\cdot\dot{R}_{B}^{2})}$$

$$S^{\dot{Z}_{21}}_{\dot{R}_{2A}}=\frac{\partial \dot{Z}_{21}}{\partial \dot{R}_{2A}}\cdot\frac{\dot{R}_{2A}}{\dot{Z}_{21}}=\frac{\partial}{\partial \dot{R}_{2A}}(\dot{R}_{1A}+\dot{k}_{IU}\cdot\dot{R}_{B}^{2})\cdot\frac{\dot{R}_{2A}}{\dot{Z}_{21}}=0$$

$$S^{\dot{Z}_{21}}_{\dot{R}_{B}}=\frac{\partial \dot{Z}_{21}}{\partial \dot{R}_{B}}\cdot\frac{\dot{R}_{B}}{\dot{Z}_{21}}=\frac{\partial}{\partial \dot{R}_{B}}(\dot{R}_{1A}+\dot{k}_{IU}\cdot\dot{R}_{B}^{2})\cdot\frac{\dot{R}_{B}}{\dot{Z}_{21}}=2\cdot\frac{\dot{k}_{IU}\cdot\dot{R}_{B}^{2}}{\dot{Z}_{21}}=2\cdot\frac{\dot{k}_{IU}\cdot\dot{R}_{B}^{2}}{(\dot{R}_{1A}+\dot{k}_{IU}\cdot\dot{R}_{B}^{2})}$$

$$S^{\dot{Z}_{21}}_{\dot{k}_{IU}}=\frac{\partial \dot{Z}_{21}}{\partial \dot{k}_{IU}}\cdot\frac{\dot{k}_{IU}}{\dot{Z}_{21}}=\frac{\partial}{\partial \dot{k}_{IU}}(\dot{R}_{1A}+\dot{k}_{IU}\cdot\dot{R}_{B}^{2})\cdot\frac{\dot{k}_{IU}}{\dot{Z}_{21}}=\frac{\dot{k}_{IU}\cdot\dot{R}_{B}^{2}}{\dot{Z}_{21}}=\frac{\dot{k}_{IU}\cdot\dot{R}_{B}^{2}}{(\dot{R}_{1A}+\dot{k}_{IU}\cdot\dot{R}_{B}^{2})}$$

Wrażliwości względne parametru czwórnikowego $\dot{R}_{22}$ na zmianę poszczególnych impedancji ($\dot{R}_{1A}$, $\dot{R}_{2A}$, $\dot{R}_{B}$) oraz zmianę wzmocnienia wewnętrznego $\dot{k}_{IU}$ określone są wyrażeniami:

$$S^{\dot{Z}_{22}}_{\dot{R}_{1A}}=\frac{\partial \dot{Z}_{22}}{\partial \dot{R}_{1A}}\cdot\frac{\dot{R}_{1A}}{\dot{Z}_{22}}=\frac{\partial}{\partial \dot{R}_{1A}}(\dot{R}_{1A}+\dot{R}_{2A}+\dot{R}_{B})\cdot\frac{\dot{R}_{1A}}{\dot{Z}_{22}}=\frac{\dot{R}_{1A}}{\dot{Z}_{22}}=\frac{\dot{R}_{1A}}{(\dot{R}_{1A}+\dot{R}_{2A}+\dot{R}_{B})}$$

$$S^{\dot{Z}_{22}}_{\dot{R}_{2A}}=\frac{\partial \dot{Z}_{22}}{\partial \dot{R}_{2A}}\cdot\frac{\dot{R}_{2A}}{\dot{Z}_{22}}=\frac{\partial}{\partial \dot{R}_{2A}}(\dot{R}_{1A}+\dot{R}_{2A}+\dot{R}_{B})\cdot\frac{\dot{R}_{2A}}{\dot{Z}_{22}}=\frac{\dot{R}_{2A}}{\dot{Z}_{22}}=\frac{\dot{R}_{2A}}{(\dot{R}_{1A}+\dot{R}_{2A}+\dot{R}_{B})}$$

$$S^{Z''_{22}}_{R''_B}=\frac{\partial Z''_{22}}{\partial R''_B}\cdot\frac{R''_B}{Z''_{22}}=\frac{\partial}{\partial R''_B}(R''_{1A}+R''_{2A}+R''_B)\cdot\frac{R''_B}{Z''_{22}}=\frac{R''_B}{Z''_{22}}=\frac{R''_B}{(R''_{1A}+R''_{2A}+R''_B)}$$

$$S^{Z''_{22}}_{k''_{IU}}=\frac{\partial Z''_{22}}{\partial k''_{IU}}\cdot\frac{k''_{IU}}{Z''_{22}}=\frac{\partial}{\partial k''_{IU}}(R''_{1A}+R''_{2A}+R''_B)\cdot\frac{k''_{IU}}{Z''_{22}}=0$$

Ponieważ parametr Z''_{12} nie występuje ani w transmitancji prądowej, ani napięciowej – można go pominąć wraz ze związanymi z nim wrażliwościami.

Wyprowadzenia powyższe określają ogólne zależności wrażliwości poszczególnych parametrów czwórnikowych na zmiany elementów Z''_k i k''_{IU} w obwodzie dualnym. Można zatem rozpatrzyć konkretne związki tych parametrów w obwodach dualnym i oryginalnym, uwzględniając równocześnie stałe inwersji oraz konwersji impedancji [1 i 2] oraz zdefiniowane w tej pracy parametry **dualnych impedancji inwersji oraz stałych dualnych konwersji impedancji wzmocnień czwórników połączonych równolegle.**

Po dokonaniu transformacji obwodu oryginalnego N' na dualny N'' logiczne wydaje się porównanie następujących wrażliwości:

$$S^{K''_I}_{(R''_k,k''_{IU})}=S^{K''_I}_{Z''_{21}}\cdot S^{Z''_{21}}_{(R''_k,k''_{IU})}+S^{K''_I}_{Z''_{22}}\cdot S^{Z''_{22}}_{(R''_k,k''_{IU})}\qquad S^{K''_U}_{(R''_k,k''_{IU})}=S^{K''_U}_{Z''_{11}}\cdot S^{Z''_{11}}_{(R''_k,k''_{IU})}+S^{K''_U}_{Z''_{21}}\cdot S^{Z''_{21}}_{(R''_k,k''_{IU})}$$

$$\Updownarrow\quad\Updownarrow\quad\Updownarrow\quad\Updownarrow\qquad\qquad\Updownarrow\quad\Updownarrow\quad\Updownarrow\quad\Updownarrow$$

$$S^{K'_U}_{(G'_k,k'_{UI})}=S^{K'_U}_{G'_{21}}\cdot S^{G'_{21}}_{(G'_k,k'_{UI})}+S^{K'_U}_{G'_{22}}\cdot S^{G'_{22}}_{(G'_k,k'_{UI})}\qquad S^{K'_I}_{(G'_k,k'_{UI})}=S^{K'_I}_{G'_{11}}\cdot S^{G'_{11}}_{(G'_k,k'_{UI})}+S^{K'_I}_{G'_{21}}\cdot S^{G'_{21}}_{(G'_k,k'_{UI})}$$

Okazuje się, iż niektóre z poddanych porównaniu wrażliwości względnych są sobie równe i są stałe - wynoszą odpowiednio 1 lub -1 I tak:

$$S^{K''_U}_{Z''_{11}}=S^{K'_I}_{G'_{11}}=-1;\quad S^{K''_U}_{Z''_{21}}=S^{K'_I}_{G'_{21}}=1;$$

$$S^{K''_I}_{Z''_{21}}=S^{K'_U}_{G'_{21}}=1;\quad S^{K''_I}_{Z''_{22}}=S^{K'_U}_{G'_{22}}=-1 \tag{10}$$

Równości te nie zależą od inwersji bądź konwersji, są charakterystyczne dla każdego typu dualnych struktur wewnętrznych sprowadzonych do postaci czwórnika (wynika to bezpośrednio ze sposobu ich obliczania). Wartości te zdefiniować można jako **niezmienniki wrażliwości.**

W przytoczonych przekształceniach pominięto wrażliwości dające wynik zerowy, które po porównaniu z analogicznymi (także zerowymi) w obwodzie oryginalnym są sobie równe.

4. Połączenie równoległe czwórników - podobieństwo dualne z inwersją impedancji

Do obliczeń niezbędne jest przyjęcie założenia, wiążącego ze sobą parametry wzmocnień wewnętrznych k'_U i k''_{IU} oraz impedancję inwersji Z_i^2 [6], co w konsekwencji doprowadzi do uproszczenia impedancji inwersji z równań wrażliwościowych.

$$\frac{k'_{UI}}{k''_{IU}} = Z_i^2 \qquad \frac{k'_{UI}}{k''_{IU}} = \frac{\left[\dfrac{V}{A}\right]}{\left[\dfrac{A}{V}\right]} = \left[\frac{V^2}{A^2}\right] = \left[\frac{V}{A}\right]^2 = (Z_i)^2$$

W dalszej części rozważań wartość ta będzie określana jako **dualna impedancja inwersji wzmocnień wewnętrznych czwórników połączonych równolegle.**

Inwersję impedancji określa wzór $Z_i^2 = Z'_k \cdot Z''_k$, natomiast inwersję wzmocnień wzór $Z_i^2 = \frac{k'_{UI}}{k''_{IU}}$. Wyrażenia te należy przekształcić do następujących postaci: $Z''_k = \frac{Z_i^2}{Z'_k}$ i $k''_{IU} = \frac{k'_{UI}}{Z_i^2}$.

Podstawiając tak określoną wartość wzmocnień i kolejnych k-tych parametrów impedancyjnych (opisane przez podwójny prim), upraszczając impedancje inwersji i dualne impedancje inwersji wzmocnień wewnętrznych w poszczególnych transmitancjach oraz dokonując porównania z odpowiednimi transmitancjami określonymi analogicznie w obwodzie oryginalnym, można napisać zależności na współczynniki wynikowe wrażliwości w postaci:

$$S^{Z'_{11}}_{R''_{1A}} = \frac{R''_{1A}}{Z'_{11}} = \frac{R''_{1A}}{(R''_{1A}+R''_{B})} = \xrightarrow{\textit{inwersja}} = \frac{\dfrac{1}{R'_{1A}}}{\dfrac{1}{R'_{1A}}+\dfrac{1}{R'_{B}}} = \frac{G'_{1A}}{(G'_{1A}+G'_{B})} = S^{G'_{11}}_{G'_{1A}} = -S^{G'_{11}}_{R'_{1A}},$$

$$S^{Z'_{11}}_{R''_{B}} = \frac{R''_{B}}{Z'_{11}} = \frac{R''_{B}}{(R''_{1A}+R''_{B})} = \xrightarrow{\textit{inwersja}} = \frac{\dfrac{1}{R'_{B}}}{\dfrac{1}{R'_{1A}}+\dfrac{1}{R'_{B}}} = \frac{G'_{B}}{(G'_{1A}+G'_{B})} = S^{G'_{11}}_{G'_{B}} = -S^{G'_{11}}_{R'_{B}}$$

$$S^{Z''_{21}}_{R''_{1A}}=\frac{R''_{1A}}{Z''_{21}}=\frac{R''_{1A}}{(R''_{1A}+k''_{IU}\cdot R^{2''}_{B})}=\xrightarrow{inwersja}=\frac{\frac{1}{R'_{1A}}}{(\frac{1}{R'_{1A}}+k'_{UI}\cdot\frac{1}{R^{2'}_{B}})}=$$

$$=\frac{G'_{1A}}{(G'_{1A}+k'_{UI}\cdot G^{2'}_{B})}=-\frac{G'_{1A}}{G'_{21}}=S^{G'_{21}}_{G'_{1A}}=-S^{G'_{21}}_{R'_{1A}}$$

$$S^{Z''_{21}}_{R''_{B}}=\frac{2\cdot k''_{IU}\cdot R^{2''}_{B}}{Z''_{21}}=\frac{2\cdot k''_{IU}\cdot R^{2''}_{B}}{(R''_{1A}+k''_{IU}\cdot R^{2''}_{B})}=\xrightarrow{inwersja}=\frac{2\cdot k'_{UI}\cdot\frac{1}{R^{2'}_{B}}}{(\frac{1}{R'_{1A}}+k'_{UI}\cdot\frac{1}{R^{2'}_{B}})}=$$

$$=\frac{2\cdot k'_{UI}\cdot G^{2'}_{B}}{(G'_{1A}+k'_{UI}\cdot G^{2'}_{B})}=-\frac{2\cdot k'_{UI}\cdot G^{2'}_{B}}{G'_{21}}=S^{G'_{21}}_{G'_{B}}=-S^{G'_{21}}_{R'_{B}}$$

$$S^{Z''_{21}}_{k''_{IU}}=\frac{k''_{IU}\cdot R^{2''}_{B}}{Z''_{21}}=\frac{k''_{IU}\cdot R^{2''}_{B}}{(R''_{1A}+k''_{IU}\cdot R^{2''}_{B})}=\xrightarrow{inwersja}=\frac{k'_{UI}\cdot\frac{1}{R^{2'}_{B}}}{(\frac{1}{R'_{1A}}+k'_{UI}\cdot\frac{1}{R^{2'}_{B}})}=$$

$$=\frac{k'_{UI}\cdot G^{2'}_{B}}{(G'_{1A}+k'_{UI}\cdot G^{2'}_{B})}=-\frac{k'_{UI}\cdot G^{2'}_{B}}{G'_{21}}=S^{G'_{21}}_{k'_{UI}}$$

$$S^{Z''_{22}}_{R''_{1A}}=\frac{R''_{1A}}{Z''_{22}}=\frac{R''_{1A}}{(R''_{1A}+R''_{2A}+R''_{B})}=\xrightarrow{inwersja}=\frac{\frac{1}{R'_{1A}}}{(\frac{1}{R'_{1A}}+\frac{1}{R'_{2A}}+\frac{1}{R'_{B}})}=S^{G'_{22}}_{G'_{1A}}=-S^{G'_{22}}_{R'_{1A}}$$

$$S^{Z''_{22}}_{R''_{2A}}=\frac{R''_{2A}}{Z''_{22}}=\frac{R''_{2A}}{(R''_{1A}+R''_{2A}+R''_{B})}=\xrightarrow{inwersja}=\frac{\frac{1}{R'_{2A}}}{(\frac{1}{R'_{1A}}+\frac{1}{R'_{2A}}+\frac{1}{R'_{B}})}=S^{G'_{22}}_{G'_{2A}}=-S^{G'_{22}}_{R'_{2A}}$$

$$S^{Z''_{22}}_{R''_{B}}=\frac{R''_{B}}{Z''_{22}}=\frac{R''_{B}}{(R''_{1A}+R''_{2A}+R''_{B})}=\xrightarrow{inwersja}=\frac{\frac{1}{R'_{B}}}{(\frac{1}{R'_{1A}}+\frac{1}{R'_{2A}}+\frac{1}{R'_{B}})}=S^{G'_{22}}_{G'_{B}}=-S^{G'_{22}}_{R'_{B}}$$

Do wniosku opisanego wzorem (10) można dopisać kolejne, będące uogólnieniem wyprowadzonych wyżej zależności wrażliwościowych.

Wspólne dla obu wrażliwości współczynnika czwórnikowego Z''_{21} :

$$S^{Z''_{21}}_{Z''_k} = -S^{G'_{21}}_{Z'_k} \quad S^{Z''_{21}}_{k''_{IU}} = S^{G'_{21}}_{k'_{UI}}$$

co można uogólnić do postaci:

$$S^{Z''_{21}}_{(Z''_k, k''_{IU})} = \left| S^{G'_{21}}_{(Z'_k, k'_{UI})} \right| \tag{11a}$$

Oraz odpowiednio dla pozostałych parametrów czwórnikowych Z''_{11} i Z''_{22} :

$$S^{Z''_{11}}_{Z''_k} = -S^{G'_{11}}_{Z'_k} \qquad S^{Z''_{11}}_{k''_{IU}} = S^{G'_{11}}_{k'_{UI}}$$ co daje w konsekwencji

$$S^{Z''_{11}}_{(Z''_k, k''_{IU})} = \left| S^{G'_{11}}_{(Z'_k, k'_{UI})} \right| \tag{11b}$$

$$S^{Z''_{22}}_{Z''_k} = -S^{G'_{22}}_{Z'_k} \qquad S^{Z''_{22}}_{k''_{IU}} = S^{G'_{22}}_{k'_{UI}}$$ co daje w konsekwencji

$$S^{Z''_{22}}_{(Z''_k, k''_{IU})} = \left| S^{G'_{22}}_{(Z'_k, k'_{UI})} \right| \tag{11c}$$

5. Połączenie równoległe czwórników - podobieństwo dualne z konwersją impedancji

Do obliczeń niezbędne jest przyjęcie założenia, wiążącego ze sobą parametry wzmocnień wewnętrznych k'_U i k''_{IU} oraz stałą konwersji impedancji **A** [6], co w konsekwencji doprowadzi do uproszczenia impedancji konwersji z równań wrażliwościowych.

$$k'_{UI} \cdot k''_{IU} = A \qquad k'_{UI} \cdot k''_{IU} = \left[\frac{V}{A}\right] \cdot \left[\frac{A}{V}\right] = [1] = A$$

W dalszej części rozważań wartość ta będzie określana jako **stała dualna konwersja impedancji wzmocnień wewnętrznych czwórników połączonych równolegle.**

Konwersję impedancji określa wzór $A=\frac{Z'_k}{Z''_k}$, natomiast konwersję wzmocnień wzór $A=k'_{UI}\cdot k''_{IU}$. Wyrażenia te należy przekształcić do następujących postaci: $Z''_k=\frac{Z'_k}{A}$ i $k''_{IU}=\frac{A}{k'_{UI}}$.

Dokonując porównania wrażliwości i tak jak poprzednio, upraszczając stałą konwersji impedancji oraz stała dualną konwersję impedancję wzmocnień wewnętrznych, można napisać:

$$S^{Z''_{11}}_{R''_{1A}}=\frac{R''_{1A}}{Z''_{11}}=\frac{R''_{1A}}{(R''_{1A}+R''_{B})}=\xrightarrow{konwersja}=\frac{R'_{1A}}{(R'_{1A}+R'_{B})}=\frac{\frac{1}{G'_{1A}}}{\frac{1}{G'_{1A}}+\frac{1}{G'_{B}}}=i(S^{G'_{11}}_{G'_{1A}})=-i(S^{G''_{11}}_{R''_{1A}})$$

$$S^{Z''_{11}}_{R''_{B}}=\frac{R''_{B}}{Z''_{11}}=\frac{R''_{B}}{(R''_{1A}+R''_{B})}=\xrightarrow{konwersja}=\frac{R'_{B}}{(R'_{1A}+R'_{B})}=\frac{\frac{1}{G'_{B}}}{\frac{1}{G'_{1A}}+\frac{1}{G'_{B}}}=i(S^{G'_{11}}_{G'_{B}})=-i(S^{G''_{11}}_{R''_{B}})$$

$$S^{Z''_{21}}_{R''_{1A}}=\frac{R''_{1A}}{Z''_{21}}=\frac{R''_{1A}}{(R''_{1A}+k''_{IU}\cdot R^{2''}_{B})}=\xrightarrow{konwersja}=\frac{R'_{1A}}{(R'_{1A}+\frac{1}{k'_{UI}}\cdot R^{2'}_{B})}=$$

$$=\frac{\frac{1}{R'_{1A}}}{(\frac{1}{R'_{1A}}+\frac{1}{k'_{UI}}\cdot\frac{1}{R^{2'}_{B}})}=i(S^{G'_{21}}_{G'_{1A}})=-i(S^{G'_{21}}_{R'_{1A}})$$

$$S^{Z''_{21}}_{R''_{B}}=2\cdot\frac{k''_{IU}\cdot R^{2''}_{B}}{Z''_{21}}=2\cdot\frac{k''_{IU}\cdot R^{2''}_{B}}{(R''_{1A}+k''_{IU}\cdot R^{2''}_{B})}=\xrightarrow{konwersja}=2\cdot\frac{\frac{1}{k'_{UI}}\cdot R^{2'}_{B}}{(R'_{1A}+\frac{1}{k'_{UI}}\cdot R^{2'}_{B})}=$$

$$=2\cdot\frac{\frac{1}{k'_{UI}}\cdot\frac{1}{G^{2'}_{B}}}{(\frac{1}{G'_{1A}}+\frac{1}{k'_{UI}}\cdot\frac{1}{G^{2'}_{B}})}=i(S^{G'_{21}}_{G'_{B}})=-i(S^{G'_{21}}_{R'_{B}})$$

$$S^{Z''_{21}}_{k''_{IU}}=\frac{k''_{IU}\cdot R_B^{2''}}{Z''_{21}}=\frac{k''_{IU}\cdot R_B^{2''}}{(R''_{1A}+k''_{IU}\cdot R_B^{2''})}=\xrightarrow{konwersja}=\frac{\frac{1}{k'_{UI}}\cdot R_B^{2'}}{(R'_{1A}+\frac{1}{k'_{UI}}\cdot R_B^{2'})}=\frac{\frac{1}{k'_{UI}}\cdot\frac{1}{G_B^{2'}}}{(\frac{1}{G'_{1A}}+\frac{1}{k'_{UI}}\cdot G\frac{1}{R_B^{2'}})}=i(S^{G'_{21}}_{k'_{UI}})$$

$$S^{Z''_{22}}_{R''_{1A}}=\frac{R''_{1A}}{Z''_{22}}=\frac{R''_{1A}}{(R''_{1A}+R''_{2A}+R''_B)}=\xrightarrow{konwersja}=\frac{R'_{1A}}{(R'_{1A}+R'_{2A}+R'_B)}=\frac{\frac{1}{G'_{1A}}}{(\frac{1}{G'_{1A}}+\frac{1}{G'_{2A}}+\frac{1}{G'_B})}=i(S^{G'_{22}}_{G'_{1A}})=-S^{G'_{22}}_{R'_{1A}}$$

$$S^{Z''_{22}}_{R''_{2A}}=\frac{R''_{2A}}{Z''_{22}}=\frac{R''_{2A}}{(R''_{1A}+R''_{2A}+R''_B)}=\xrightarrow{konwersja}=\frac{R'_{2A}}{(R'_{1A}+R'_{2A}+R'_B)}=\frac{\frac{1}{G'_{2A}}}{(\frac{1}{G'_{1A}}+\frac{1}{G'_{2A}}+\frac{1}{G'_B})}=i(S^{G'_{22}}_{G'_{2A}})=-i(S^{G'_{22}}_{R'_{2A}})$$

$$S^{Z''_{22}}_{R''_B}=\frac{R''_B}{Z''_{22}}=\frac{R''_B}{(R''_{1A}+R''_{2A}+R''_B)}=\xrightarrow{konwersja}=\frac{R'_B}{(R'_{1A}+R'_{2A}+R'_B)}=\frac{\frac{1}{G'_B}}{(\frac{1}{G'_{1A}}+\frac{1}{G'_{2A}}+\frac{1}{G'_B})}=i(S^{G'_{22}}_{G'_B})=-i(S^{G'_{22}}_{R'_B})$$

Wspólne dla obu wrażliwości współczynnika czwórnikowego Z''_{21}:

$S^{Z''_{21}}_{Z''_k}=-i(S^{G'_{21}}_{Z'_k})$ $\quad S^{Z''_{21}}_{k''_{IU}}=i(S^{G'_{21}}_{k'_{UI}})$ co można uogólnić do postaci:

$$S^{Z''_{21}}_{(Z''_k,k''_{IU})}=\left|i\,(S^{G'_{21}}_{(Z'_k,k'_{UI})})\right| \tag{12a}$$

Oraz odpowiednio dla pozostałych parametrów czwórnikowych Z''_{11} i Z''_{22}:

$S^{Z''_{11}}_{Z''_k}=-i(S^{G'_{11}}_{Z'_k})$ $\quad S^{Z''_{11}}_{k''_{IU}}=i(S^{G'_{11}}_{k'_{UI}})$ co daje w konsekwencji:

$$S^{Z''_{11}}_{(Z''_k,k''_{IU})}=\left|i\,(S^{G'_{11}}_{(Z'_k,k'_{UI})})\right| \tag{12b}$$

$S^{Z''_{22}}_{Z''_k}=-i(S^{G'_{22}}_{Z'_k})$ $\quad S^{Z''_{22}}_{k''_{IU}}=i(S^{G'_{22}}_{k'_{UI}})$ co daje w konsekwencji:

$$S^{Z''_{22}}_{(Z''_k,k''_{IU})}=\left|i\,(S^{G'_{22}}_{(Z'_k,k'_{UI})})\right| \tag{12c}$$

6. Podsumowanie

Sformułowane wzory (11a,b,c), (12a,b,c), określające względne wrażliwości parametrów czwórnikowych macierzy na zmianę elementów pasywnych i aktywnych układów czwórników połączonych równolegle, spełniają związki wrażliwościowe wyprowadzone dla oryginału i czterech typów obwodów podobnych w pracy [3]. Analogiczne wnioski dotyczące struktur wewnętrznych czwórników oraz sposobu transformacji połączenia, a także: dualnych impedancji inwersji oraz stałej dualnej impedancji konwersji wzmocnień wewnętrznych czwórników połączonych równolegle - można wysunąć wprost dla układu czwórników połączonych szeregowo (zamieniając odpowiednio oryginał z obwodem podobnym oraz obwód podobny z oryginałem). Uzyskane związki są rozszerzeniem dotychczasowej teorii i mogą być pożyteczne przy transformacji układów wzmacniaczy napięciowych na układy CC. Dalsze badania będą dotyczyć rozszerzenia analizy wrażliwościowej na kaskadowe układy połączenia czwórników, byłyby to dopełnieniem tejże analizy obwodów podobnych pasywnych przedstawionej m.in. w pracy [3 i 4].

Literatura

1. Zagajewski T.: General principles of similarity of electric networks. Bull. Acad. Polon. Sci.,Ser. Sci. Techn., 20(1972) ,s.417.
2. Zagajewski T.: Ogólne zasady podobieństwa obwodów elektrycznych. Arch. Elektr., 22 (1973), s.427.
3. Chojcan J., Karwan L. : Wrażliwości obwodów dualnych. Materiały X KKTOiUE, Gdańsk 1987.
4. Karwan L., Kukiełka A.: Analiza wrażliwościowa obwodów podobnych z czwórnikami. ZN Pol.Śl. seria Elektronika, z.5, Gliwice 1995.
5. Chojcan J., Karwan L., Kukiełka A.: Ekwiwalentność transmitancji oraz wrażliwości dla obwodów podobnych. Prace XX SPETO, Ustroń 1997.
6. Chojcan J., Karwan L., Kukiełka A.: Zasady podobieństwa obwodów z uwzględnieniem źródeł sterowanych. Materiał zgłoszony na XXIII SPETO, Ustroń 2000, s.241.

Recenzent: Prof.dr hab.inż. Bronisław Tomczuk

Abstract

General principles of similarity of electric networks with controlled sources are analysed and expanded. Two-ports in paralell connection are considered. In the paper the transfer and sensitivity properties of similar networks are considered. The transform of connections for passive and active two-ports and changes of their internal structurees have been noticed. Two types of similarity and their sensitivities are given. Sensitivities are considered with respect to corresponding elements of networks or with respect to parameters of two - ports. For these sensitivity analysis, sensitivity invariants of networks function of similar networks with two-ports are derived.