ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1970
Seria: AUTOMATYKA z. 15 Nr kol. 187

KAROL BRESLER
Katedra Elektroniki

ANALIZA DRGAŃ PARAMETRONU W UKŁADZIE PRZECIWSOBNYM

Streszczenie. Celem pracy było zbadanie właściwości i stabilności drgań subharmonicznych parametronu w układzie przeciwsobnym.

Parametron, jako nieautonomiczny układ drugiego rzędu, opisano odpowiednim równaniem różniczkowym z małą nieliniowością. Rozwiązanie równania uzyskano przybliżoną metodą wolno zmieniających się amplitud. W wyniku analizy rozwiązań wyznaczono warunek i obszar częstotliwościowy parametrycznego samowzbudzenia oraz zbadano stabilność stanu niezwbudzenia i drgań stacjonarnych.

Wyniki analizy teoretycznej potwierdzono badaniami laboratoryjnymi parametronu.

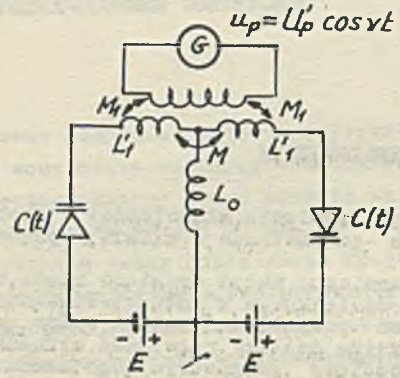
1. Wstęp

Parametron jest to generator drgań subharmonicznych, znajdujący zastosowanie w technice cyfrowej. W odróżnieniu od powszechnie stosowanych triggerów, jako podstawowych układów binarnych, parametron może zapewnić binarność zmianami amplitudy, częstotliwości i fazy. Możliwość pracy w zakresie bardzo wielkich częstotliwości (b.w.cz.), gwarantuje zwiększenie prędkości działania maszyn cyfrowych. W literaturze opisywane są parametrony zbudowane zarówno z zastosowaniem nieliniowych indukcyjności z rdzeniami ferrytowymi, jak i z zastosowaniem nieliniowych pojemności w złączach półprzewodnikowych p-n, czyli tzw. warikapów.

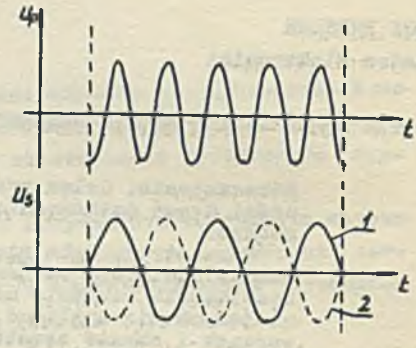
Tematem niniejszej pracy jest analiza działania parametronu, zbudowanego na warikapach w układzie przeciwsobnym przedstawionym na rys.1.

Dla zapewnienia generacji subharmonicznej układ musi być pobudzony z tzw. generatora pompującego G (rys. 1), przy czym warikapy są spolaryzowane zaporowo stałym napięciem E oraz włączone przeciwnie, tak aby zapewniony był jednakowy kierunek zmian ich pojemności, w czasie oddziaływania napięcia pompującego.

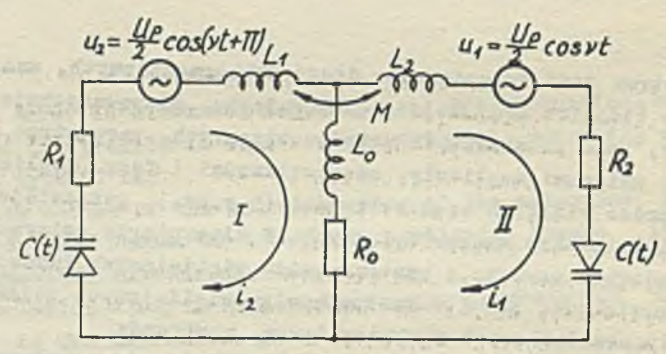
W układzie powstają drgania sinusoidalne, których częstotliwość jest w przybliżeniu dwukrotnie niższa od częstotliwości pompowania, a faza powstających drgań w stanie ustalonym, może przyjmować tylko dwie wartości różniące się o 180° (rys. 2). Zjawisko to wykorzystuje się praktycznie przy budowie układów cyfrowych i logicznych. Istotnie ważnym jest problem prędkości narastania amplitudy drgań oraz ustalania się fazy, licząc od momentu włączenia napięcia pompującego, ponieważ rzutuje to bezpośrednio na prędkość przekazywania informacji.



Rys. 1. Schemat ideowy parametronu w układzie przeciwsobnym



Rys. 2. Napięcie pompujące i drgania subharmoniczne w parametronie 1 – napięcie subhamroniczne z fazą 0°, 2 – napięcie subharmoniczne z fazą 180°



Rys. 3. Uproszczony schemat parametronu

W przedstawionej pracy analizuje się stany nieustalone oraz stacjonarne warunki drgań przy pomocy nieliniowego równania różniczkowego, które rozwiązuje się metodą wolno zmieniających się amplitud.

2. Równanie różniczkowe i schematy zastępcze parametronu

Schemat parametronu z rys. 1 można doprowadzić do postaci wygodniejszej dla analizy, przedstawionej na rys. 3. Równanie różniczkowe obwodów I i II w schemacie z rys. 3, możemy przedstawić w sposób następujący:

I obwód

$$L_1 \frac{di_1}{dt} + R_1 i_1 + \int \frac{i_1}{C(t)} dt + M \frac{di_2}{dt} + R_0(i_1 - i_2) + L_0 \frac{d(i_1 - i_2)}{dt} = \frac{U_p}{2} \cos \nu t \tag{1}$$

II obwód

$$L_1 \frac{di_1}{dt} + R_1 i_2 + \int \frac{i_2}{C(t)} dt + M \frac{di_1}{dt} - R_0(i_1 - i_2) - L_0 \frac{d(i_1 - i_2)}{dt} = \frac{U_p}{2} \cos(\nu t + \pi) \tag{2}$$

Po odjęciu równań (1) i (2) stronami i wprowadzeniu oznaczeń:

$$L = L_1 - M + 2L_0$$

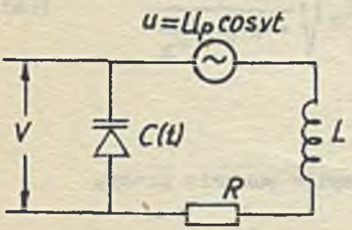
$$R = R_1 + 2 R_0$$

$$i = i_1 - i_2$$

otrzymujemy:

$$L \frac{di}{dt} + \int \frac{i}{C(t)} dt + Ri = U_p \cos \nu t \tag{3}$$

Równanie (3) odpowiada schematowi zastępczemu parametronu przedstawionemu na rysunku 4.



Rys. 4. Schemat zastępczy parametronu

Ponieważ celem analizy jest określenie zmian napięcia w parametronie, to za niewiadomą przyjmuje się napięcie na warikapie, które można wyrazić jako:

$$v = \int \frac{i}{C(t)} dt \tag{4a}$$

$$i = C(t) \frac{dv}{dt} \tag{4b}$$

Podstawiając zależności (4a) i (4b) do równania (3) oraz dzieląc stronami przez LC(t) otrzymujemy równanie różniczkowe parametronu:

$$\ddot{v} + \frac{C'(t)}{C(t)} \dot{v} + \frac{R}{L} \dot{v} + \frac{1}{LC(t)} v = \frac{1}{LC(t)} U_p \cos \nu t \tag{5}$$

gdzie:

$$\dot{v} = \frac{dv}{dt}, \quad \ddot{v} = \frac{d^2 v}{dt^2}, \quad C'(t) = \frac{dC(t)}{dt}$$

Przedstawiona forma równania jest niewygodna. Wygodniejsza jest postać równania, w której wszystkie parametry i zmienne są wielkościami bezwymiarowymi. Aby dojść do tej postaci, trzeba się najpierw zająć matematycznym zapisem nieliniowej pojemności warikapu.
Z literatury [1] wynika, że:

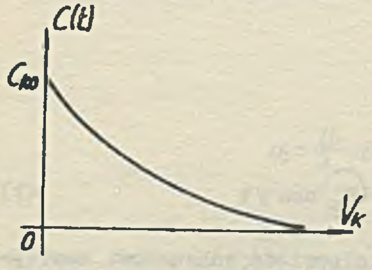
$$C(t) = C_{ko}\sqrt{\frac{\varphi_k}{V_k + \varphi_k}} \tag{6}$$

gdzie:

C_{ko} – pojemność złącza p-n przy braku polaryzacji,

φ_k – bariera potencjału złącza p-n,

V_k – chwilowe napięcie (stałe i zmienne) przyłożone do złącza p-n.



Rys. 5. Typowa zależność pojemności warikapu od chwilowego napięcia

Zależność pojemności warikapu od chwilowego napięcia przedstawiono na rys. 5. Napięcie jest oczywiście ujemne, aby złącze pracowało zaporowo.
Ponieważ

$$V_k = E + v$$

to

$$C(t) = C_o\sqrt{\frac{1}{1 + \frac{v}{E + \varphi_k}}} \tag{6a}$$

gdzie:

$C_o = C_{ko}\dfrac{\varphi_k}{E + \varphi_k}$; jest to pojemność warikapu w punkcie pracy,

oraz

$$C'(t) = -\frac{1}{2}C_o\frac{\frac{\dot{v}}{E + \varphi_k}}{\left(1 + \frac{v}{E + \varphi_k}\right)\sqrt{1 + \frac{v}{E + \varphi_k}}}$$

W rezultacie otrzymujemy:

$$\frac{C'(t)}{C(t)} = -\frac{1}{2}\,\frac{\frac{\dot{v}}{E + \varphi_k}}{1 + \frac{v}{E + \varphi_k}} \tag{7}$$

Wprowadźmy oznaczenia:

$x = \frac{v}{E + \varphi_k}$ – względna wartość napięcia drgań na warikapie,

$q = \frac{U_p}{E + \varphi_k}$ – względna wartość amplitudy napięcia pompującego, czyli głębokość modulacji pojemności nieliniowej (parametru układu)

$\tau = \frac{\nu}{2} t$ – względny (bezwymiarowy) czas odniesiony do pulsacji subharmonicznej $\frac{\nu}{2}$,

$\omega_o = \frac{1}{LC_o}$ – pulsacja własna parametronu,

$\delta = \frac{R}{\omega L}$ – tłumienie własne obwodu parametronu,

$h = \frac{\frac{\nu^2}{4} - \omega_o^2}{\frac{\nu^2}{4}} \quad 2\frac{\frac{\nu}{2} - \omega_o}{\frac{\nu}{2}}$ – względne rozstrojenie parametronu odniesione do pulsacji subharmonicznej.

Powyższy wzór jest słuszny ponieważ: $\frac{\frac{\nu}{2} + \omega_o}{\frac{\nu}{2}} \approx 2.$

Korzystając z wprowadzonych oznaczeń otrzymamy:

$$\dot{v} = (E + \varphi_k)\frac{dx}{dt}$$

$$\ddot{v} = (E + \varphi_k)\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$dt = \frac{2}{\nu}\,d\tau \tag{8}$$

$$dt^2 = \frac{4}{\nu^2}\,d\tau^2$$

$$\frac{C'(t)}{C(t)} = -\frac{1}{2}\,\frac{\dot{x}}{1 + x}$$

$$\frac{1}{LC(t)} = \frac{1}{LC_o\sqrt{\frac{1}{1 + \frac{v}{E + \varphi_k}}}} \approx \omega_o\left(1 + \frac{x}{2}\right)$$

Powyższe przybliżone przekształcenie jest słuszne, ponieważ parametron pracuje wyłącznie przy zaporowo spolaryzowanym złączu, tzn. w warunkach gdy

$$\frac{v}{E + \varphi_k} < 1 \tag{9}$$

Podstawiając zależności (8) do równania (5) oraz uwzględniając następujące przybliżenia, słuszne przy małych rozstrojeniach:

$$\frac{R}{\frac{\nu}{2} L} \approx \frac{R}{\omega_0 L} = \delta$$

$$\frac{4\omega_0^2}{\nu^2} = \frac{1}{1+h} \approx 1 - h$$

i oznaczając:

$$\dot{x} = \frac{dx}{d\tau}, \quad \ddot{x} = \frac{d^2x}{d\tau^2}$$

otrzymamy bezwymiarową postać równania różniczkowego parametronu:

$$\ddot{x} + x = hx - \delta\dot{x} + \frac{1}{2}\frac{\dot{x}^2}{1+x} - \frac{1}{2}(1-h)x^2 + (1-h)q\cos 2\tau + \frac{1}{2}(1-h)xq\cos 2\tau \tag{10}$$

3. Rozwiązanie równania parametronu

Równanie (10) jest typowe dla układów nieautonomicznych o małej nieliniowości, ponieważ wszystkie składniki funkcji po prawej stronie równania mają współczynniki małe w stosunku do jedności. Zgodnie z literaturą [2] i [3] rozwiązanie takiego równania dogodnie jest uzyskać przybliżoną metodą wolno zmieniających się amplitud. Metoda ta zakłada, że rozwiązaniem jest funkcja harmoniczna, której amplituda i faza są wielkościami wolno zmieniającymi się w czasie, co oznacza, że w przeciągu jednego okresu drgań własnych, amplituda i faza powinny być prawie niezmienne. Ograniczenia powyższe są zgodne z przebiegiem drgań uzyskanych w badanym układzie.

Zakłada się harmoniczną postać rozwiązania równania (10):

$$x = A\cos(\tau - \theta) \tag{11}$$

przy czym $A = A(\tau)$ i $\theta = \theta(\tau)$ – wolno zmieniają się w czasie.

Jeżeli oznaczymy $\alpha = \tau - \theta$
to wyrażenie (11) przyjmie postać:

$$x = A\cos\alpha \tag{11a}$$

natomiast

$$\dot{x} = -A\sin\alpha \tag{12}$$

Oznaczymy prawą stronę równania (10) przez

$$F(x, \dot{x}, \tau)$$

po podstawieniu wyrażeń (11a) i (12) otrzymamy:

$$F(x,\dot{x},\tau) = F(A,\theta,\tau) = hA\cos\alpha + \delta A\sin\alpha + \frac{1}{2}\cdot\frac{A^2\sin^2\alpha}{1 + A\cos\alpha} +$$

$$- (1 - h)A^2\cos^2\alpha + (1 - h)q\cos 2(\alpha+\theta) + \frac{1}{2}(1 - h)qA\cos\alpha\cos 2(\alpha + \theta) \tag{13}$$

Wspomniana metoda wolno zmieniających się amplitud zakłada następnie poszukiwanie pochodnej amplitudy A i fazy θ, według następujących zależności:

$$\frac{dA}{d\tau} = -\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} F(A,\theta,\tau)\sin\alpha\, d\alpha \tag{14a}$$

$$\frac{d\theta}{d\tau} = \frac{1}{2\pi A}\int_0^{2\pi} F(A,\theta,\tau)\cos\alpha\, d\alpha \tag{14b}$$

Zależności (14a) i (14b) są przybliżone. Zakłada się bowiem, stałość amplitudy A i fazy θ podczas jednego okresu drgań. Zamiast rozważać chwilowe wartości, korzysta się z wartości funkcji uśrednionej za okres drgań. Po scałkowaniu równań (14) otrzymujemy:

$$\frac{dA}{d\tau} = -\frac{\delta}{2}A + \frac{1}{8}(1 - h)qA\sin 2\theta = \Phi(A,\theta) \tag{15a}$$

$$\frac{d\theta}{d\tau} = \frac{h}{2} - \frac{A^2}{16} + \frac{1}{8}(1 - h)q\cos 2\theta = \Psi(A,\theta) \tag{15b}$$

3.1. Stan ustalony i warunki samowzbudzenia parametronu

W stanie ustalonym

$$\frac{dA}{d\tau} = \frac{d\theta}{d\tau} = 0$$

Podstawiając powyższe do równań (15a) i (15b), otrzymamy zależności dla stanu ustalonego.

$$\Phi(A,\theta) = -\frac{\delta}{2}A + \frac{1}{8}(1 - h)qA\sin 2\theta = 0 \tag{15c}$$

$$\Psi(A,\theta) = \frac{h}{2} - \frac{A^2}{16} + \frac{1}{8}(1 - h)q\cos 2\theta = 0 \tag{15d}$$

Układ równań (15c) i (15d) ma dwa rozwiązania dla stanu niewzbudzonego oraz dwa dla stanu wzbudzenia:

a)

$$A = 0, \quad \cos 2\theta = -\frac{4h}{(1-h)q}, \quad \sin 2\theta = \pm\sqrt{1 - \frac{16\,h^2}{(1-h)^2 q^2}}$$

b)

$$A^2 = 8h \pm 2\sqrt{(1-h)^2 q^2 - 16\delta^2}, \quad \sin 2\theta = \frac{4\delta}{(1-h)q}$$

$$\cos 2\theta = \pm\sqrt{1 - \frac{16\delta^2}{(1-h)^2 q^2}}$$

Zgodnie z metodą podaną w literaturze [2] i [3], zostanie zbadana stabilność rozwiązań. Wyznaczając pochodne cząstkowe funkcji $\Phi(A,\theta)$ i $\Psi(A,\theta)$ otrzymujemy:

$$p = -(\Phi'_A + \Psi'_\theta) = \frac{\delta}{2} + \frac{1}{8}(1-h)\,q\sin 2\theta$$

$$r = \begin{vmatrix} \Phi'_A & \Phi'_\theta \\ \Psi'_A & \Psi'_\theta \end{vmatrix} = \frac{\delta}{8}(1-h)q\sin 2\theta - \frac{1}{32}(1-h)^2 q^2 \sin^2 2\theta + \frac{A^2}{32}(1-h)q\cos 2\theta \tag{16}$$

a) Stabilność stanu niewzbudzenia

Aby rozwiązanie było stabilne konieczne i wystarczające jest, aby spełnione były warunki:

$$p > 0 \quad \text{i} \quad r > 0$$

Z warunku $p > 0$ wynika, że

$$\sin 2\theta > -\frac{4\delta}{(1-h)q}$$

Drugi warunek $r > 0$, dla $A = 0$ daje:

$$\frac{4\delta}{(1-h)q}\sin 2\theta > \sin^2 2\theta \tag{17}$$

Ponieważ

$$\frac{4\delta}{(1-h)q} > 0 \quad \text{oraz} \quad \sin^2 2\theta > 0$$

to z wyrażenia (17) wynika, że $\sin 2\theta > 0$

Dlatego z dwóch rozwiązań dla stanu niewzbudzenia, należy odrzucić to dla którego

$$\sin 2\Theta = -\sqrt{1 - \frac{16h^2}{(1-h)^2 q^2}}\,, \text{ jako niestabilne.}$$

Dzieląc stronami nierówność (17) otrzymujemy

$$\sin 2\Theta < \frac{4\delta}{(1-h)q} \tag{17a}$$

Podstawiając do nierówności (17a) zamiast $\sin 2\Theta$, jego wyrażenie otrzymane w wyniku rozwiązania dla stanu niewzbudzenia, uzyskujemy:

$$\sqrt{1 - \frac{16h^2}{(1-h)^2 q^2}} < \frac{4\delta}{(1-h)q}$$

lub

$$h^2 + \frac{2q^2}{16 - q^2}\,h - \frac{q^2 - 16\delta^2}{16 - q^2} > 0 \tag{18}$$

Stan niewzbudzenia będzie stabilny jeśli:

$$h < h_1 = -\frac{q^2}{16 - q^2} - \frac{8q}{16 - q^2}\sqrt{1 + \delta^2 - 16\frac{\delta^2}{q^2}} \tag{19}$$

lub

$$h > h_2 = -\frac{q^2}{16 - q^2} + \frac{8q}{16 - q^2}\sqrt{1 + \delta^2 - 16\frac{\delta^2}{q^2}} \tag{20}$$

Z powyższych rozwiązań wypływają trzy bardzo istotne wnioski.

P o p i e r w s z e - parametryczne wzbudzenie może nastąpić w ograniczonym obszarze rozstrojeń:

$$-\frac{q^2}{16-q^2} - \frac{8q}{16-q^2}\sqrt{1 + \delta^2 - 16\frac{\delta^2}{q^2}} < h < -\frac{q^2}{16-q^2} + \frac{8q}{16-q^2}\sqrt{1 + \delta^2 - 16\frac{\delta^2}{q^2}} \tag{21}$$

Poza tym obszarem stabilnym jest stan niewzbudzenia.

P o d r u g i e - pasmo parametrycznego wzbudzenia przy stałym tłumieniu δ, zależy od q określającego głębokość modulacji pojemności. Im większe q, tym szersze jest pasmo parametrycznego wzbudzenia.

P o   t r z e c i e – skończone pasmo parametrycznego wzbudzenia istnieje tylko pod warunkiem

$$q > 4\delta$$

Wielkość $q_0 = 4\delta$ nazywamy progiem wzbudzenia.

b) Stabilność stanu drgań ustalonych

Podstawiając do wyrażeń (16) wzór na $\sin 2\theta$, odpowiadający drganiom ustalonym, otrzymujemy

$$p = \delta$$

$$r = \frac{A^2}{32}(1-h)q\cos 2\theta$$

Warunek $p > 0$, nie ogranicza stabilności drgań parametrycznych. Natomiast warunek $r > 0$, decyduje o tym, że

$$\cos 2\theta > 0$$

ponieważ

$$\frac{A^2}{32}(1-h)q > 0.$$

Dlatego też z obydwu rozwiązań dla stanu wzbudzenia, prawdziwe jest to, któremu odpowiada dodatnia wartość pierwiastka w wyrażeniach:

$$\cos 2\theta = +\sqrt{1 - \frac{16\delta^2}{(1-h)^2q^2}}$$

i

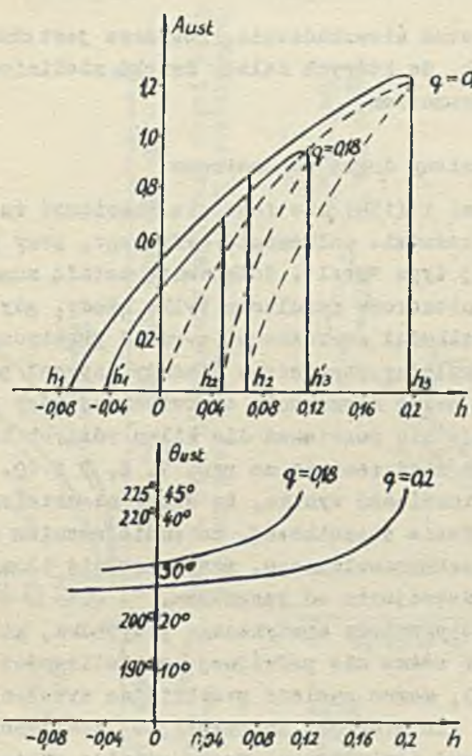
$$A^2 = 8h + 2\sqrt{(1-h)^2q^2 - 16\delta^2}$$

Ostatecznie wyrażenia określające ustaloną amplitudę i fazę drgań parametronu przybierają postać

$$A = 2\sqrt{2h + \frac{1}{2}\sqrt{(1-h)^2q^2 - 16\delta^2}} \tag{22a}$$

$$\theta = \frac{1}{2}\,\mathrm{arctg}\,\frac{4}{\sqrt{(1-h)^2q^2 - 16\delta^2}} + n\pi \tag{22b}$$

θ może leżeć tylko w I i III ćwiartce, ponieważ $\cos 2\theta > 0$ i $\sin 2\theta > 0$. Wyrażenie (22a) jest amplitudowo-częstotliwościową charakterystyką, a wyrażenie (22b) fazową charakterystyką parametronu. Wykresy obydwu charakterystyk podano na rys. 6.



Rys. 6. Amplitudowo- i fazowo-częstotliwościowa charakterystyki parametronu przy $\delta = 0{,}04$ i dwóch różnych wartościach q

Charakterystykę rezonansową parametronu cechuje niejednoznaczność amplitud, poza obszarem parametrycznego wzbudzenia. Górna krzywa (linia ciągła), odpowiada stabilnym rozwiązaniom, a dolna krzywa (przerywana) jest rozwiązaniem niestabilnym.

Granicą strefy niejednoznaczności jest

$$h_3 = 1 - 4\frac{\delta}{q} \tag{23}$$

Istnienie lub nie istnienie drgań w pętli niejednoznaczności tj. w obszarze

$$h_2 < h < h_3$$

jest uzależnione od poprzedniego stanu układu, jeśli rozstrojenia były małe lub równe zeru, to drgania w tym układzie będą istniały, jeśli natomiast rozstrojenia parametronu były duże,

$$h > h_3$$

to stabilny będzie stan niewzbudzenia. Powyższe jest charakterystyczne dla układów nieliniowych, do których należy dzięki nieliniowym elementom (warikapom) również parametron.

3.2. Stan nieustalony drgań parametronu

Układ równań (15a) i (15b) nie daje się rozwiązać analitycznie. Rozwiązanie otrzymano na zasadzie całkowania cyfrowego, przy pomocy analitycznej maszyny cyfrowej typu "Ural". Całkowanie metodą numeryczną (na maszynie cyfrowej) daje niezerowe rezultaty tylko wtedy, gdy wartości początkowe poszukiwanych wielkości są różne od zera. W praktycznych układach wprowadza się na każdy kolejny parametron nieduży sygnał początkowy z poprzedniego stopnia, celem narzucenia odpowiedniej fazy generowanych drgań. Dlatego też poszukuje się rozwiązań dla kilku różnych danych początkowych. Niektóre rozwiązania zamieszczono na rys. 7, 8, 9 i 10.

Z przytoczonych rozwiązań wynika, że stany nieustalone wydłużają się, przy niekorzystnej fazie początkowej, ze zmniejszaniem się amplitudy początkowej napięcia subharmonicznego, przy wzroście tłumienia obwodu parametronu oraz przy odstrojeniu od rezonansu.

Dla najczęściej w praktyce spotykanego przypadku, kiedy częstotliwość napięcia pompującego równa się podwójnej częstotliwości własnej parametronu ($h = 0$, $\nu = 2\omega_0$), można znaleźć przybliżone wyrażenia matematyczne, które z dostateczną dla praktyki inżynieryjnej dokładnością, aproksymują stan nieustalony drgań parametronu. Można również wyliczyć czas ustalania się amplitudy drgań.

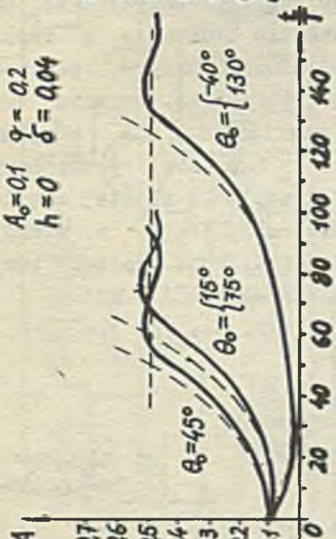
Początkowy odcinek krzywej $A(\frac{t}{T})$, przy $\theta_0 = 45^{\circ}$, może być opisany funkcją wykładniczą

$$A = A_0 \, e^{\pi\left(\frac{1-h}{4} q - \delta\right)\frac{t}{T}} \tag{24}$$

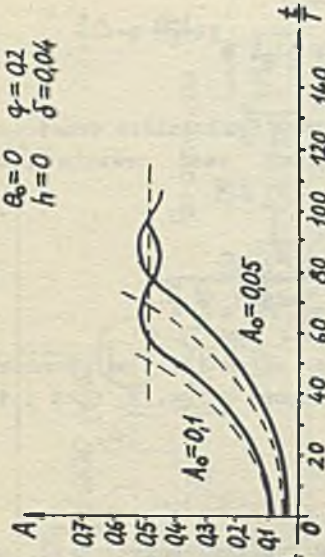
którą to otrzymuje się bezpośrednio rozwiązując równanie (15a), przy $2\theta \to 90^{\circ}$. T – jest okresem drgań własnych parametronu.

W przypadku gdy początkowa faza drgań różni się od $\theta_0 = 45^{\circ}$, to w procesie ustalania drgań początkowo faza dąży do 45°, przy tym, z powodu niekorzystnych stosunków fazowych zmniejsza się początkowo amplituda. Kiedy faza osiągnie ustaloną wartość, amplituda zaczyna wykładniczo narastać. Zakładając małą początkową amplitudę drgań własnych, co w praktycznych układach prawie zawsze ma miejsce, można założyć niezależność prędkości zmian fazy od amplitudy drgań parametronu. Wówczas faza drgań będzie ulegała zmianie zgodnie z wyrażeniem:

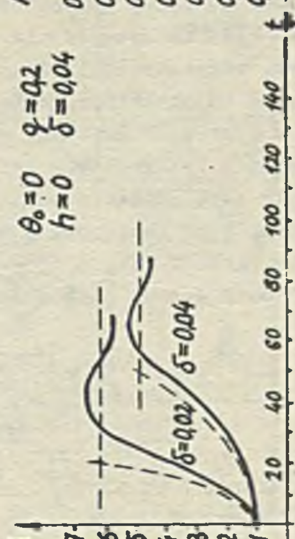
$$\operatorname{ctg}\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = e^{-\pi\left(\frac{1-h}{2}\right) q \frac{t}{T}} \cdot \operatorname{ctg}^2\left(\theta_0 + \frac{\pi}{4}\right) \tag{25}$$



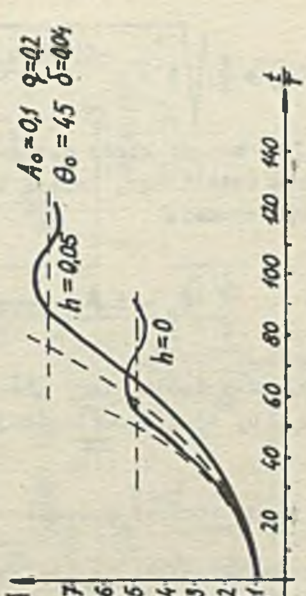
Rys. 7. Stan nieustalony amplitudy drgań parametronu przy różnych początkowych fazach



Rys. 8. Stan nieustalony amplitudy drgań parametronu przy różnych napięciach początkowych



Rys. 9. Stan nieustalony amplitudy drgań parametronu przy różnych wartościach tłumienia



Rys. 10. Stan nieustalony amplitudy drgań parametronu przy różnych wartościach rozstrojenia

a zmiany amplitudy dadzą się aproksymować zależnością:

$$A = A_o \sin(\theta_o + \frac{\pi}{4})\sqrt{1 + e^{-\pi(1-h)q\frac{t}{T}}.ctg^2(\theta_o + \frac{\pi}{4})} \cdot e^{\pi(\frac{1-h}{4}q-\delta)\frac{t}{T}} \tag{26}$$

Zakładając, że moment kiedy aproksymująca krzywa wykładnicza przetnie poziom napięcia ustalonego, kończy stan nieustalony czas trwania procesu przejściowego wynosi:

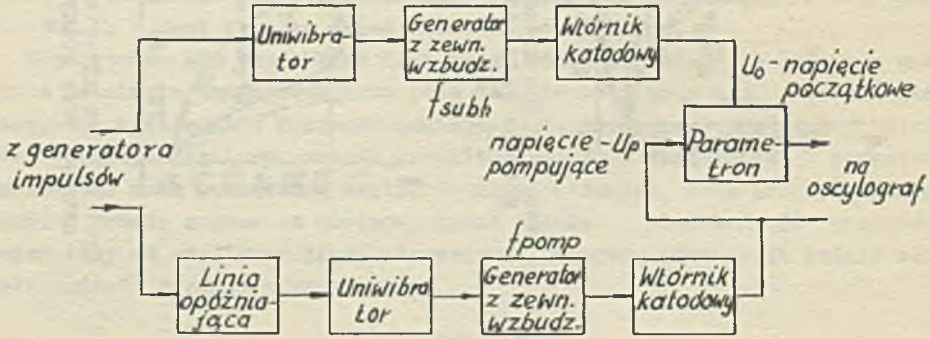
$$t_p = T\frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{(1-h)q-4\delta} \ln \frac{A_{ust}}{A_o \sin(\theta_o + \frac{\pi}{4})} \tag{27}$$

Zależność czasu trwania stanu nieustalonego ze wzoru (27) od parametrów $h, \delta, \theta_o, A_o, q, A_{ust}$, potwierdzają krzywe całkowe z rys. 7, 8, 9 i 10.

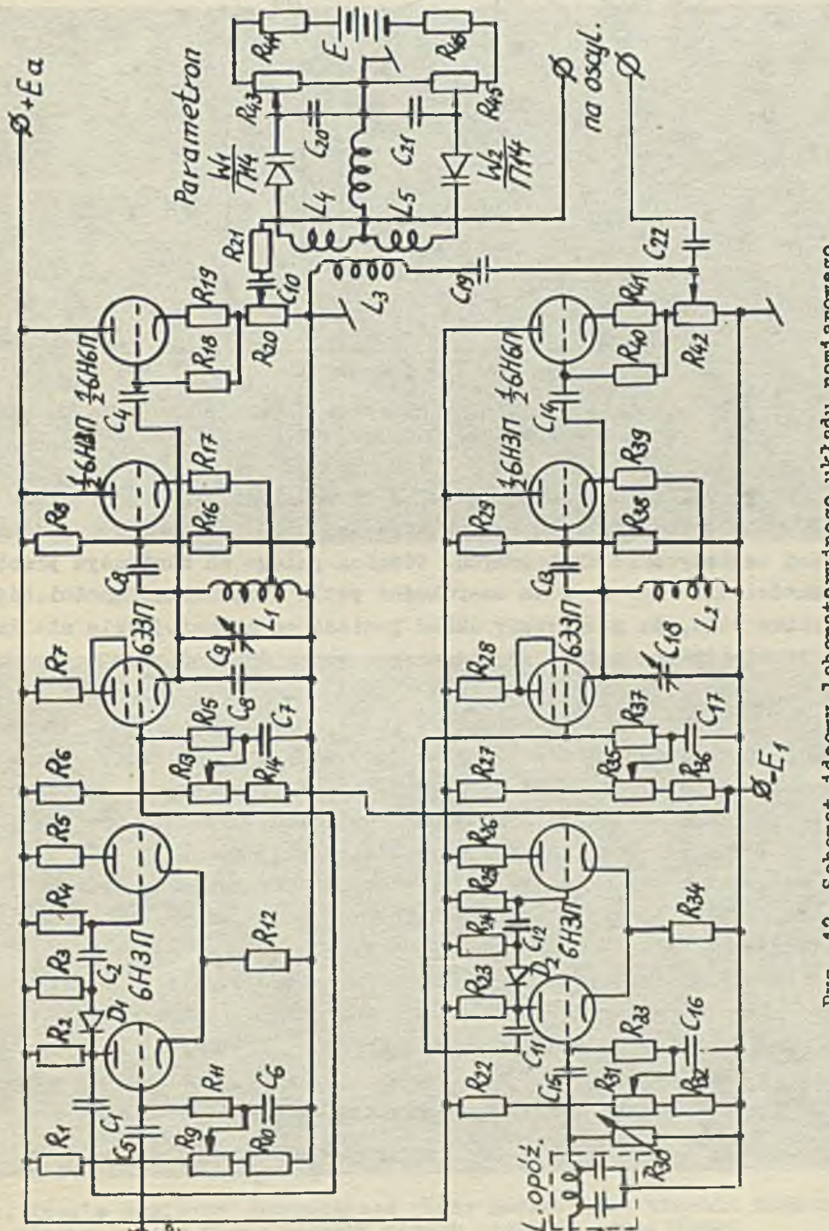
4. Badanie laboratoryjne parametronu

W celu doświadczalnego sprawdzenia wyników analizy teoretycznej parametronu, zbudowano układ laboratoryjny wg schematu blokowego z rys. 11, który miał za zadanie wytworzenie dwóch drgań sinusoidalnych, podawanych na parametron, różniących się dwukrotnie częstotliwością. Drgania trzeba było zmodulować impulsami prostokątnymi, z możliwością ich wzajemnego przesuwania w czasie. W dodatku, czas narastania impulsów prostokątnych (czoło), powinien być możliwie krótki. Jedno z napięć o niższej częstotliwości, służyło jako napięcie początkowe parametronu, drugie o podwójnej częstotliwości, było napięciem pompującym. Częstotliwość napięcia pompującego wynosiła około 2 MHz, a częstotliwość subharmoniczna 1 MHz.

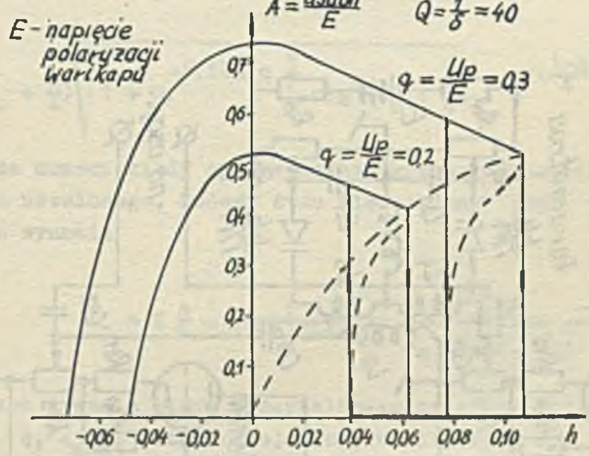
Schemat ideowy układu pomiarowego podano na rys. 12.



Rys. 11. Schemat blokowy stanowiska laboratoryjnego



Rys. 12. Schemat ideowy laboratoryjnego układu pomiarowego

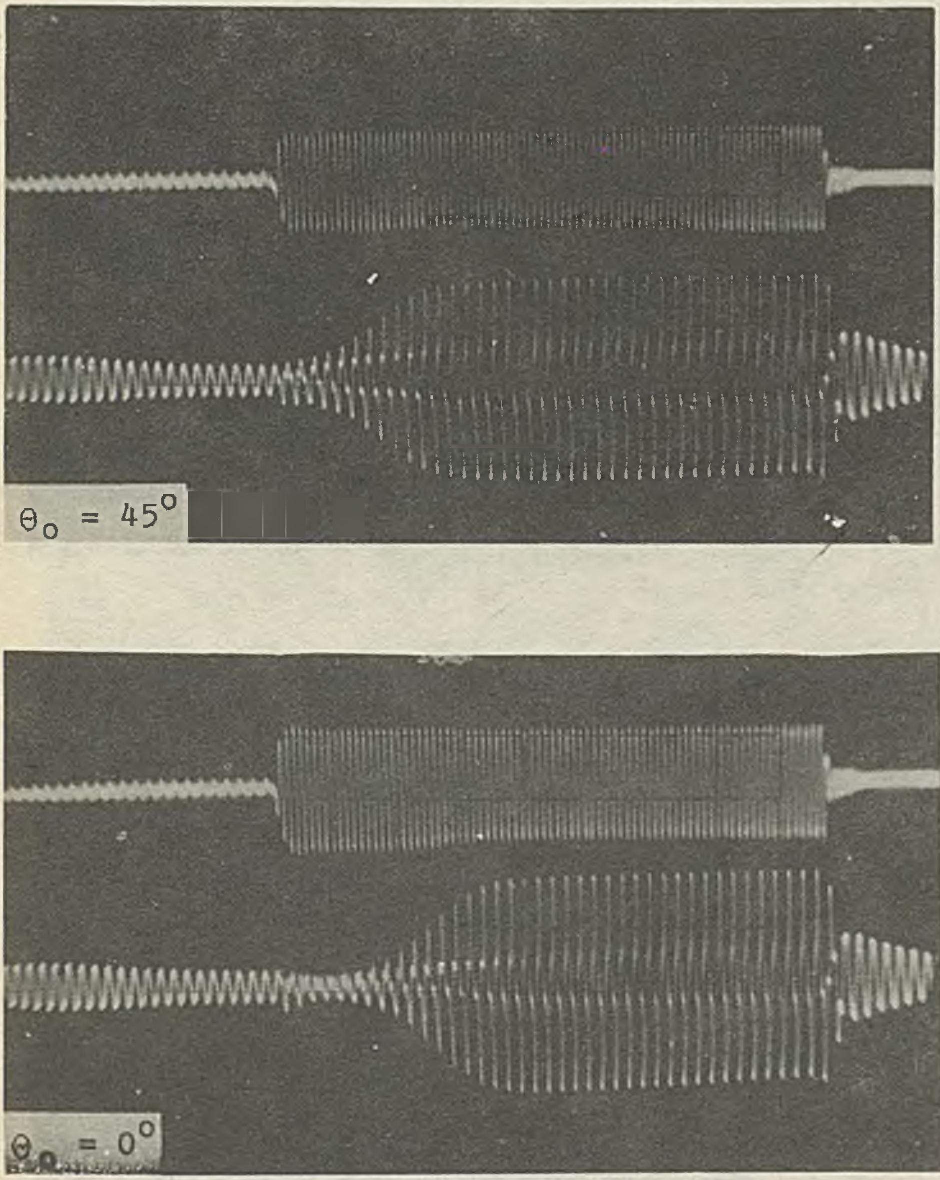


Rys. 13. Eksperymentalnie wyznaczone charakterystyki parametronu dla dwóch różnych napięć pompujących

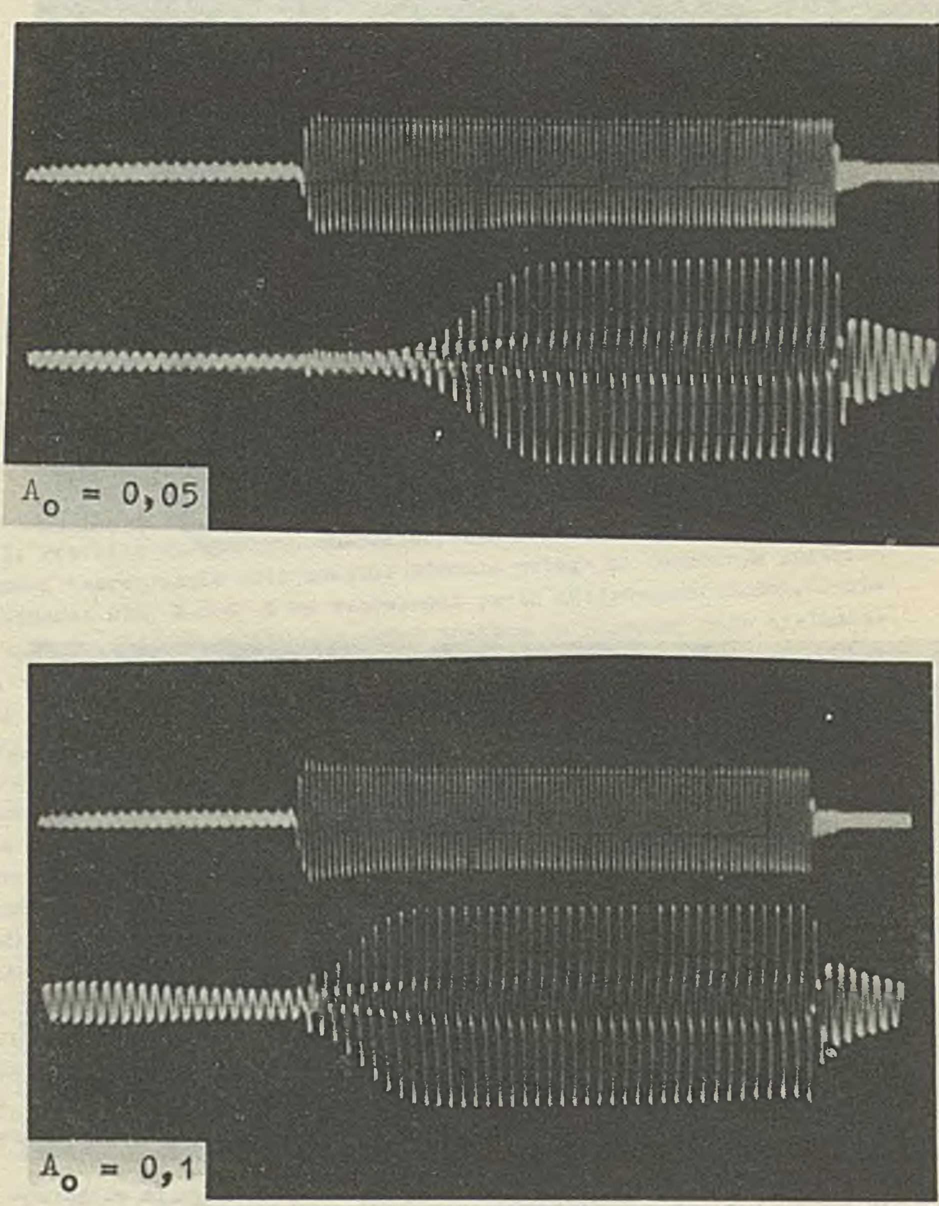
Charakterystyki rezonansowe zdjęte eksperymentalnie przedstawiono na rys. 13. Przebieg otrzymanych charakterystyk nieco odbiega od podobnych zależności teoretycznie obliczonych. Różnica polega na odmiennym przebiegu zależności dla $h > 0$ i na szerokości pętli niejednoznaczności. Różnica ta wynika stąd, że praktyczny układ posiada co najmniej dwie nieliniowości: 1) nieliniową pojemność złącza p-n oraz 2) nieliniową oporność złącza.

Tej drugiej nieliniowości nie uwzględniono w rozważaniach teoretycznych. Zakładano, że chwilowe wartości napięć pompujących i wzbudzonych, pozostają zawsze znacznie mniejsze od absolutnej wartości napięcia polaryzacji złącza p-n, E (rys. 1). W rzeczywistości natomiast, przy amplitudach drgań subharmonicznych równych około 0,5 E, złącze p-n znacznie zwiększa swą przewodność, wpływając na zmniejszenie dobroci parametronu. Zjawisko to ma dodatkowy wpływ na kształt drgań subharmonicznych, które wtenczas znacznie odbiegają kształtem od sinusoidy.

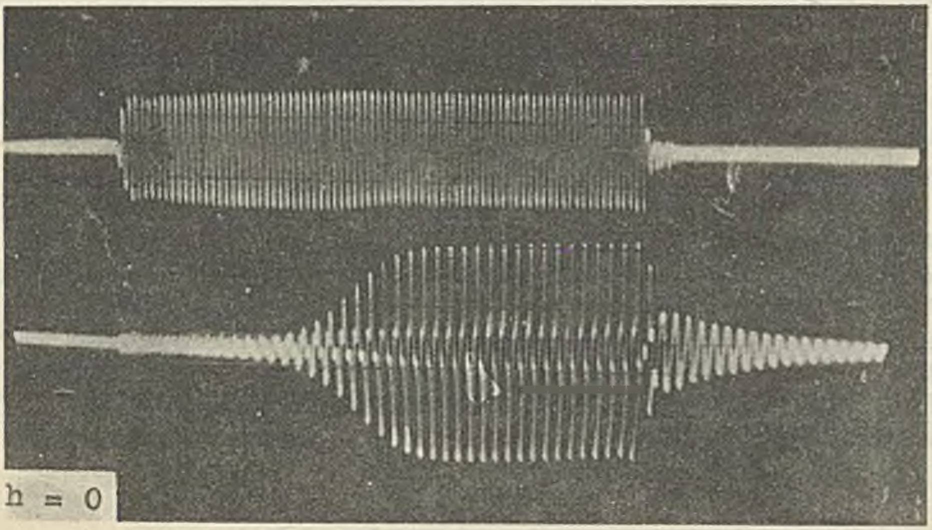
Na fotografiach rys. 14, 15 i 16, przedstawiono otrzymane doświadczalnie stany nieustalone drgań parametronu. Na fotografiach rys. 14 zmienia się faza początkowa - θ_0, na fotografiach rys. 15 - amplituda początkowa A_0, a na fotografiach rys. 16 - rozstrojenie h. Wyniki eksperymentu pokrywają się dosyć dokładnie z teoretycznymi rezultatami.

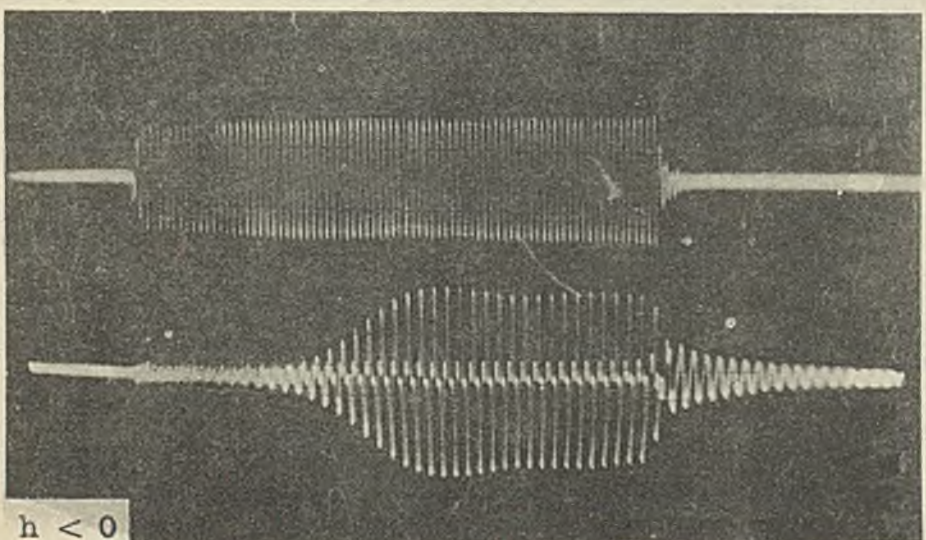


Rys. 14. Impuls napięcia pompującego oraz narastające drgania subharmoniczne, przy dwóch różnych fazach napięcia pompującego



Rys. 15. Impuls napięcia pompującego oraz narastające drgania subharmoniczne przy dwóch różnych amplitudach początkowych





Rys. 16. Impuls napięcia pompującego oraz narastające drgania subharmoniczne przy dwóch różnych rozstrojeniach początkowych parametronu

5. Wnioski

Kształt i czas trwania stanów nieustalonych parametronu zależy od początkowej amplitudy i fazy drgań w obwodzie (w czasie włączenia napięcia pompującego).

Przy pewnych warunkach początkowych drgania w parametronie mogą początkowo maleć, a następnie dopiero narastać.

Czas trwania stanu nieustalonego oprócz warunków początkowych, zależy również od amplitudy napięcia pompującego, dobroci obwodu i rozstrojenia.

Parametryczne wzbudzenie drgań jest możliwe w określonym, dosyć wąskim paśmie częstotliwości. Krzywa rezonansowa parametronu charakteryzuje się pętlą niejednoznaczności, w której istnienie drgań uzależnione jest od stanu poprzedzającego.

LITERATURA

[1] Самойленко В.И.: Особенности работы полупроводниковых диодов и триодов Москва 1959, Оборонгиз.

[2] Капчинский И.М.: Методы теории колебаний в радиотехнике, Москва-Ленинград 1954, Госэнергоиздат.

[3] Митропольский Ю.А.: Проблемы асимптотической теории нестационарных колебаний, Москва 1964, Издательство "Наука".

Rękopis złożono w Redakcji w dniu 15.XI.1969 r.

АНАЛИЗ КОЛЕБАНИЙ ДВУХТАКТАКТНОГО ПАРАМЕТРОНА

Резюме

Целью настоящей работы есть исследование свойств и устойчивости субгармонических колебании двухтактного параметрона.

Параметрон как неавтономная система второго порядка, описан дифференциальным уравнением с малой нелинейностью. Решение уравнения получено приближенным методом медленно меняющихся амплитуд.

Найдены условие и частотная полоса параметрического возбуждения, проведён анализ устойчивости состояния покоя и стационарных колебании.

Результаты теоретического анализа потверждены лабораторными исследованиями параметрона.

ANALYSIS OF PUSH - PULL PARAMETRON OSCILLATIONS

Summary

This article purpose is to examine the properties and stability of push-pull parametron subharmonic oscilations.

Parametron, which is a second order, not autonomous system was described by differential equation with small non-linearity - its solution by approximate method was received.

The obtained results discussion gives the condition and frequency area of parametric self-oscillations and stability of parametron non-excite state and its stationary oscillations.

The teoretical analysis is compared with practical parametron research.