ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1964

Seria: ELEKTRYKA z. 18 Nr kol. 113

ZYGMUNT NOWOMIEJSKI
Katedra Podstaw Elektrotechniki

FILTRY MOCY
(Część I: Kryteria doboru filtru oraz warunki jego współpracy z układem)

Streszczenie. Elektroenergetycy korzystają obecnie z pojęcia: "filtry mocy" dla urządzeń służących do poprawienia współczynnika mocy w układach o przebiegach odkształconych.

W pracy rozważono kryteria doboru takich filtrów i przeprowadzono analizę wpływu filtrów mocy na warunki pracy odbiornika. Wykazano, że kryteria służące do poprawy współczynnika mocy nie pokrywają się w ogólnym przypadku z kryteriami wynikającymi z warunków dla kompensacji mocy biernej.

Problem kompensacji mocy biernej w układach o przebiegach odkształconych odgrywa w nowoczesnych układach energetycznych dużą rolę. Jak wiadomo użyteczne rozwiązanie tego zagadnienia jest związane z zastosowaniem odpowiednich układów (LC) (por. [1], [2] i [3]), które energetycy nazywają filtrami mocy a których zastosowanie praktyczne istotnie poprawiło w wielu przypadkach pracę układu. Wydaje się jednak, że podstawy teoretyczne jak i rzeczywiście uzasadnione kryteria doboru tych filtrów dotychczas nie zostały opracowane. Poniżej przedstawione rozumowanie jest próbą ścisłego określenia kryteriów doboru filtrów mocy oraz wyznaczenia ich wpływu na pracę układu. Chciał bym jednak na wstępie zaznaczyć, że w przedłożonej pracy problem praktycznej realizacji filtrów mocy został całkowicie pominięty.

W układach o przebiegach odkształconych oprócz mocy czynnej P i mocy biernej Q występuje także moc deformacji K. Jej wpływ na kształtowanie się współczynnika mocy $\cos\varphi$ może mieć znaczenie (por. [4]), ponieważ w układach tych oprócz współczynnika mocy można wyróżnić dwa inne współczynniki a mianowicie współczynnik reakcji obciążenia:

$$\cos\psi = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$$

oraz współczynnik deformacji:

$$\cos\gamma = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{\sqrt{P^2 + Q^2 + K^2}}$$

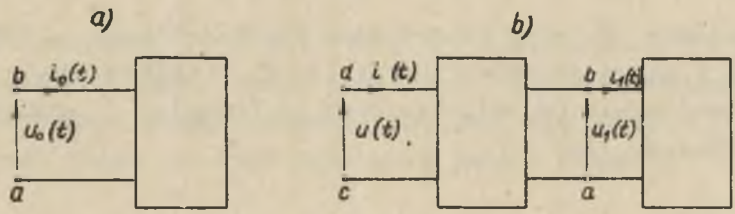
przy czym te trzy współczynniki występujące w układzie powiązane są ze sobą przy pomocy relacji:

$$\cos\varphi = \cos\psi \cdot \cos\gamma$$

Wprowadzenie do układu idealnego kondensatora o odpowiednio dobranej pojemności C może doprowadzić praktycznie do całkowitej kompensacji mocy biernej Q co jednak nie musi spowodować poprawę współczynnika mocy $\cos\varphi$. Wynika to stąd, że równoległe podłączenie kondensatora do układu powoduje dodatkowe odkształcenie prądu przewodowego i pogarsza współczynnik deformacji $\cos\gamma$.

W rozważaniach założymy, że kompensację mocy biernej Q chcemy uzyskać przez wprowadzenie do układu elementu F liniowego i pasywnego.

Na rys. 1a przedstawiony jest schematycznie dany odbiornik o zasilany znanym napięciem $u_0(t)$ i pobierający znany prąd $i_0(t)$. Na rys. 1b przedstawiony jest odbiornik O wraz z wprowadzonym filtrem F do układu. W układzie $\{O \times F\}$ napięcie między końcówkami a i b wynosi $u_1(t)$ a między końcówkami c i d wynosi $u(t)$. Prąd $i(t)$ jest prądem pobieranym przez układ $\{O \times F\}$.



Rys. 1

Funkcja admitancji układu. Rozważamy układ liniowy o stałych parametrach i przebiegach okresowych o okresie T całkowalnych z kwadratem w przedziale $[0, T]$. Założymy, że występujące przebiegi są przebiegami przemiennymi. Niech $h_0(t)$ będzie odpowiedzią układu O na impuls jednostkowy $\delta(t)$ i niech:

$$\hat{H}_0(n\omega) = \int_0^\infty h_0(t)\, e^{-jn\omega t} dt; \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \tag{1}$$

Ponieważ napięcie $u_0(t)$ zasilające układ O jest okresowe, tj. zachodzi:

$$u_0(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \hat{U}_{on}\, e^{jn\omega t}$$

dlatego także prąd $i_0(t)$ pobierany przez układ posiada przebieg okresowy i jest dany przez relację:

$$i_0(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \hat{U}_{on}\, \hat{H}o(n\omega)\, e^{jn\omega t} \, {}^{x)} \tag{2}$$

x) Por. [5], str. 86.

Założymy, że:

$$\sum_{-\infty}^{\infty} |\hat{H}_0(n\omega)|^2 < \infty \tag{3}$$

i kładziemy:

$$H_0(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \hat{H}_0(n\omega) e^{jn\omega t} \tag{4}$$

Na podstawie (3) oraz twierdzenia Fischer-Riessa funkcja $H_0(t)$ jest funkcją okresową o okresie T i całkowalną z kwadratem w przedziale $[0, T]$. Nazwiemy ją funkcją admitancji układu. Wykażemy, że:

$$\frac{1}{T}\int_0^T H_0(\tau)\, u_0(t-\tau)d\tau = \sum_{-\infty}^{\infty} \hat{H}_0(n\omega)\hat{U}_{on} e^{jn\omega t} \tag{5}$$

Istotnie:

$$\frac{1}{T}\int_0^T \left\{\frac{1}{T}\int_0^T H_0(\tau)\, u_0(t-\tau)d\tau\right\} e^{-jn\omega t}dt =$$

$$= \frac{1}{T^2}\int_0^T\int_0^T H_0(\tau)u_0(t-\tau)e^{-jn\omega t}\, d\tau dt$$

$$= \frac{1}{T^2}\int_0^T H_0(\tau)\left\{\int_0^T u_0(t-\tau)e^{-jn\omega t}dt\right\}d\tau$$

$$= \frac{1}{T}\int_0^T H_0(\tau)\left\{\frac{1}{T}\int_{-\tau}^{T-\tau} u_0(\lambda)\, e^{-jn\omega(\lambda+\tau)}d\lambda\right\}d\tau$$

$$= \frac{1}{T}\int_0^T H_0(\tau)\, e^{-jn\omega\tau}d\tau \cdot \frac{1}{T}\int_0^T u_0(\lambda)e^{-jn\omega\lambda}d\lambda$$

$$= \hat{H}_0(n\omega) \cdot \hat{U}_{on}$$

Stąd (na podstawie (5) i (2)):

$$i_0(t) = \frac{1}{T}\int_0^T H_0(\tau)\, u_0(t-\tau)d\tau \tag{6}$$

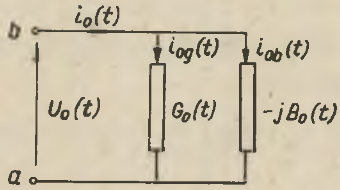
Kładziemy:

$$\hat{H}_o(n\omega) = G_o(n\omega) - j\,B_o(n\omega) \tag{7}$$

$$G_o(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} G_o(n\omega)e^{jn\omega t}$$
$$B_o(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} B_o(n\omega)e^{jn\omega t} \tag{8}$$

Na podstawie definicji (7) i (8) oraz relacji (6) możemy do rozważań wprowadzić układ zastępczy rys. 2 pozwalający na zilustrowanie przeprowadzanej analizy. Moc czynna P_o pobierana przez układ 0 jest dana przy pomocy relacji:

$$P_o = \frac{1}{T}\int_0^T u_o(t)\,i_o(t)\,dt \tag{9}$$



Rys. 2

Stąd:

$$P_o = \frac{1}{T}\int_0^T u_o(t)\left\{\frac{1}{T}\int_0^T H_o(\tau)u_o(t-\tau)d\tau\right\}dt$$
$$= \frac{1}{T}\int_0^T H_o(\tau)\left\{\frac{1}{T}\int_0^T u_o(t)\,u_o(t-\tau)dt\right\}d\tau$$

Kładziemy:

$$\varphi_o(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T u_o(t)u_o(t-\tau)dt \tag{10}$$

Funkcja $\varphi_o(\tau)$ jest funkcją autokorelacji napięcia $u_o(t)$ i jest (jak łatwo wykazać) funkcją parzystą.
Otrzymamy:

$$P_o = \frac{1}{T}\int_0^T H_o(\tau)\,\varphi_o(\tau)\,d\tau \tag{11}$$

Stąd:

$$P_o = \sum_{-\infty}^{\infty} \dot{H}_c(n\omega)|\dot{U}_{on}|^2 = 2\sum_{n=1}^{\infty} G_o(n\omega)U_{on}^2 \tag{12}$$

ponieważ:

$$G_o(n\omega) = G_o(-n\omega); \quad -B_o(n\omega) = B_o(-n\omega)$$

Z drugiej strony moc czynna pobierana przez element $G_o(t)$ wynosi (por. rys. 2):

$$\begin{aligned} P_g &= \frac{1}{T}\int_0^T u_o(t)\,i_{og}(t)\,dt \\ &= \frac{1}{T}\int_0^T u_o(t)\left\{\frac{1}{T}\int_0^T G_o(\tau)u_o(t-\tau)d\tau\right\}dt \\ &= \frac{1}{T}\int_0^T G_o(\tau)\left\{\frac{1}{T}\int_0^T u_o(t)\,u_o(t-\tau)dt\right\}d\tau \\ &= \frac{1}{T}\int_0^T G_o(\tau)\,\varphi_o(\tau)\,d\tau \end{aligned} \tag{13}$$

Stąd:

$$P_g = \frac{1}{T}\int_0^T G_o(\tau)\varphi_o(\tau)\,d\tau = 2\sum_{n=1}^{\infty} G_o(n\omega)U_{on}^2 \tag{14}$$

Czyli:

$$P_0 = \frac{1}{T}\int_0^T G_0(\tau)\varphi_0(\tau)\,d\tau \tag{15}$$

Jak widać, całkowita moc czynna P_0 pobierana przez układ O jest pobierana przez element $G_0(t)$. Równocześnie z relacji (15) wynika, że pobór mocy czynnej przez dany układ jest zależny od funkcji autokorelacji przyłożonego napięcia $u_0(t)$. Ponieważ funkcje całkiem różne kształtem mogą posiadać takie same funkcje autokorelacji a w przypadku równości ich funkcji autokorelacji posiadają taką samą wartość skuteczną równą: $\sqrt{\varphi_0(0)}$, relacja (15) pozwala na sformułowanie następującego twierdzenia:

Aby dany układ O pobierał taką samą moc czynną w przypadku zasilania napięciem $u_0(t)$ i napięciem $u_1(t)$ jest konieczne aby oba napięcia posiadały taką samą wartość skuteczną. Lecz nie jest to warunek wystarczający. Warunkiem koniecznym i wystarczającym jest równość ich funkcji autokorelacji. Warunkiem wystarczającym lecz nie koniecznym jest równość obu napięć.

Dla: $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots\ldots$ otrzymamy:

$$\hat{I}_{gon} = \frac{1}{T}\int_0^T i_{og}(t)\,e^{-jn\omega t}dt = G_0(n\omega)\hat{U}_{on}$$

$$\check{I}_{gon} = \frac{1}{T}\int_0^T i_{og}(t)\,e^{+jn\omega t}dt = G_0(n\omega)\check{U}_{on}$$

$$\hat{I}_{bon} = \frac{1}{T}\int_0^T i_{ob}(t)\,e^{-jn\omega t}dt = -j\ B_0(n\omega)\hat{U}_{on}$$

$$\check{I}_{bon} = \frac{1}{T}\int_0^T i_{ob}(t)\,e^{jn\omega t}dt = +j\ B_0(n\omega)\check{U}_{on}$$

gdzie $i_{bo}(t)$ jest prądem płynącym wyłącznie przez element bierny $-j\ B_0(t)$.

Z powyższych relacji widać, że element $G_o(t)$ mocy biernej nie "pobiera" i że całkowita moc bierna "pobierana" przez układ 0 wynosi:

$$Q_o = 2\sum_{n=1}^{\infty} B_o(n\omega)U_{on}^2 \quad ^{x)} \tag{16}$$

Zachodzi:

$$\frac{1}{T}\int_0^T i_{og}(t)\,i_{ob}(t)\,dt = 0 \tag{17}$$

gdzie $i_{bo}(t)$ jest prądem płynącym wyłącznie przez element bierny.

Istotnie:

$$\frac{1}{T}\int_0^T i_{og}(t)\,i_{ob}(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T\left\{\frac{1}{T}\int_0^T G_o(\tau)u_o(t-\tau)d\tau\right\} \times$$

$$\times\left\{\frac{1}{T}\int_0^T -j\,B_o(v)\,u_o(t-v)\,dv\right\}dt =$$

$$= \frac{1}{T}\int_0^T\left\{\sum_{-\infty}^{\infty} G_o(n\omega)\hat{U}_{on}\,e^{jn\omega t}\right\}\times\left\{-j\sum_{-\infty}^{\infty} B_o(n)\hat{U}_{on}e^{jn\omega t}\right\}dt =$$

$$= \sum_{-\infty}^{\infty} -j\,G_o(n\omega)B_o(n\omega)\,U_{on}^2 =$$

$$= -\sum_{n=1}^{\infty} jG_o(n\omega)\left\{B_o(n\omega) - B_o(n\omega)\right\}U_{on}^2 = 0$$

---

x) Por. Aneks 1.

Stąd:

$$\frac{1}{T}\int_0^T i_o^2(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T \left[i_{og}(t) + i_{ob}(t)\right]^2 dt =$$

$$= \frac{1}{T}\int_0^T i_{og}^2(t)dt + \frac{1}{T}\int_0^T i_{ob}^2(t)dt$$

Czyli:

$$I_o^2 = I_{og}^2 + I_{ob}^2 \tag{18}$$

gdzie: I_o, I_{og} i I_{ob} są odpowiednio równe wartościom skutecznym prądów $i_o(t)$, $i_{og}(t)$ oraz $i_{ob}(t)$. Moc modułowa występująca w układach o przebiegach odkształconych jest zdefiniowana przy pomocy relacji (por. [4]):

$$P_m = U.I \tag{19}$$

Stąd, moc modułowa P_{mo} pobierana przez układ 0 wynosi:

$$P_{mo} = U_oI_o = U_o\sqrt{I_{og}^2 + I_{ob}^2} \tag{20}$$

<u>Kompensacja mocy biernej</u>:

Załóżmy, że po wprowadzeniu filtru F do układu napięcie między końcówkami c i d zasilające układ $\{0 \times F\}$ (rys. 1b) wyniesie:

$$u(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \hat{U}_n e^{jn\omega t}$$

Możemy przyjąć, że filtr F może składać się wyłącznie z elementów biernych. Funkcja admitancji układu $\{0xF\}$ $H(t)$ będzie dana przy pomocy relacji:

$$H(t) = G(t) - jB(t)$$

gdzie:

$$B(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} B(n\omega)e^{jn\omega t}$$

jest nowym "wypadkowym" elementem biernym układu $\{0 \times F\}$. Całkowita moc bierna Q pobierana przez ten układ wyniesie (por. (16)):

$$Q = 2\sum_{n=1}^{\infty} B(n\omega)U_n^2 \tag{21}$$

Z powyższego wynika, że na to aby moc Q pobierana przez układ $\{0 \times F\}$ była równa zeru wystarcza, aby:

$$B(n\omega) = 0 \tag{22}$$

dla każdego n.

W praktyce najprostsza i najbardziej tradycyjna metoda kompensacji mocy biernej sprowadza się właśnie do wykorzystania warunku (22). W układach spotykanych w praktyce, posiadających charakter oporowo-indukcyjny realizacja warunku (22) sprowadza się do wprowadzenia równolegle do układu kondensatora o odpowiednio dobranej pojemności tak aby:

$$B(1.\omega) \cong 0$$

i aby wpływ pozostałych harmonicznych na pobór mocy biernej był możliwie najmniejszy. Z relacji (21) widać, że wprawdzie warunek (22) jest warunkiem wystarczającym lecz nie jest warunkiem koniecznym. Innym warunkiem wystarczającym na to aby moc bierna była równa zeru jest równość:

$$B(n\omega)U_n^2 = 0 \tag{23}$$

dla każdego n.

Kompensacja mocy biernej może więc zostać przeprowadzona przez spełnienie warunku (23).

Istotnie, wprowadzając równolegle do układu boczniki szeregowe (LC) możemy dobrać tak L_i i C_i aby dla niektórych n (a mianowicie dla wszystkich n_i spełniających:

$$n_i = \frac{1}{\omega\sqrt{L_i C_i}}\;)$$

uzyskać rezonans szeregowy a tym samym $U_{n_i} = 0$, a dla (praktycznie) pozostałych n (tj. dla każdego n_k) uzyskać:

$$B(n_k\omega) = 0.$$

Tak więc w celu praktycznego wykorzystania warunek (23) można rozpisać w postaci:

$$\begin{aligned} &(a)\quad B(n_k\omega) = 0 \\ &(b)\quad U_{n_i} = 0 \end{aligned} \tag{24}$$

Realizacja warunku (b) pozwala oprócz kompensacji mocy biernej na "wygładzenie" napięcia zasilania układu O. (Realizacja warunku (b) powoduje wyeliminowanie z napięcia zasilania układu O n_i-tą harmoniczną. Stąd uzyskuje się efekt wygładzenia napięcia. Sama jednak kompensacja mocy biernej poprzez realizację tego warunku jest pozorna. Polega ona bowiem na tym, że tak moc bierna jak i moc czynna dla n_i-tej harmonicznej przebiegów nie są przez układ O pobierane).

Wraz z wprowadzeniem filtru F zmieniają się warunki pracy odbiornika O. Przede wszystkim będzie:

$$u_o(t) \neq u(t) \tag{25}$$

Dlatego moc czynna P pobierana przez układ $\{O \times F\}$ wyniesie:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T G(\tau)\varphi(\tau) \tag{26}$$

gdzie $\varphi(\tau)$ jest funkcją autokorelacji (por. (10)) napięcia u(t). Moc ta będzie różna od mocy czynnej P_0 pobieranej przez układ O, ponieważ funkcje autokorelacji $\varphi_0(t)$ i $\varphi(t)$ będą różne. Różne także będą funkcje przewodności $G_0(t)$ i $G(t)$ obu układów. Zmieni się także moc modułowa:

$$P_m = \sqrt{P^2 + Q^2 + K^2} = U \cdot I \tag{27}$$

pobierana przez układ. W przypadku całkowitej kompensacji mocy biernej Q, otrzymamy:

$$P_m = \sqrt{P^2 + K^2} = U \cdot Ig^{x)} \tag{28}$$

Ponieważ kompensując moc Q wpływamy równocześnie na zmianę mocy czynnej i na zmianę wartości skutecznej napięcia zasilania a więc także na zmianę mocy deformacji K (por. [4]) w wyniku przeprowadzonej kompensacji możemy nie tylko nie zmniejszyć ale nawet zwiększyć pobór mocy modułowej P_m. Tymczasem właściwym celem kompensacji jest poprawa współczynnika mocy $\cos\varphi$. Jednak współczynnik mocy jest zależny wyłącznie od stosunku mocy czynnej P do mocy modułowej P_m a stosunek ten może po kompensacji mocy biernej się zmniejszyć.

Czyli: kryteria doboru filtru F prowadzące do poprawy współczynnika mocy $\cos\varphi$ a tym samym prowadzące do rzeczywistej poprawy współpracy odbiornika z systemem nie pokrywają się z kryteriami wynikającymi z kompensacji mocy biernej Q.

---

x) Por. Aneks 2.

Poprawa współczynnika mocy $\cos\varphi$

Współczynnik mocy $\cos\varphi$ będzie równy jedności wtedy i tylko wtedy, gdy po wprowadzeniu filtru F, otrzymamy:

$$P = U \cdot I \tag{29}$$

gdzie P jest mocą czynną pobieraną przez układ $\{0 \times F\}$ a U i I są odpowiednio równe wartości skutecznej napięcia $u(t)$ i prądu $i(t)$.

Założyliśmy, że filtr F jest elementem reaktancyjnym. Wynika stąd, że moc czynna P pobierana przez układ $\{0 \times F\}$ jest równa mocy czynnej pobieranej przez odbiornik 0 po wprowadzeniu filtru F do układu. Ponieważ w układzie $\{0 \times F\}$ między zaciskami a i b wystąpi napięcie $u_1(t)$ (por. rys. 1b), otrzymamy:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T G_0(\tau)\varphi_1(\tau)\,d\tau \tag{30}$$

gdzie:

$$\varphi_1(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T u_1(t)\; u_1(t-\tau)\,dt$$

Kładziemy:

$$\hat{K}(n\omega) = \frac{\hat{U}_n}{\hat{U}_{1n}} \tag{31}$$

$$\hat{A}(n\omega) = \frac{\hat{I}_n}{\hat{U}_{1n}} \tag{32}$$

Wielkość $\hat{K}(n\omega)$ nazywamy transmitancją napięciową czwórnika F dla n-tej harmonicznej. Podobnie wielkość $\hat{A}(n\omega)$ nazywamy transmitancją prądowo-napięciową dla n-tej harmonicznej. Obie te wielkości łącznie charakteryzują całkowicie układ $\{0 \times F\}$.

Istotnie, jeżeli przez $\hat{A}_f(n\omega)$, $\hat{B}_f(n\omega)$, $\hat{C}_f(n\omega)$ oraz $\hat{D}_f(n\omega)$ oznaczymy stałe czwórnika F, to otrzymamy:

$$\begin{aligned} \hat{U}_n &= \hat{A}_f(n\omega)\hat{U}_{1n} + \hat{B}_f(n\omega)\hat{I}_{1n} \\ \hat{I}_n &= \hat{C}_f(n\omega)\hat{U}_{1n} + \hat{D}_f(n\omega)\hat{I}_{1n} \end{aligned} \tag{33}$$

Stąd:

$$\begin{aligned} \hat{K}(n\omega) &= \hat{A}_f(n\omega) + \hat{B}_f(n\omega)\hat{H}_o(n\omega) \\ \hat{A}(n\omega) &= \hat{C}_f(n\omega) + \hat{D}_f(n\omega)\hat{H}_o(n\omega) \end{aligned} \tag{34}$$

Jak widać, wielkości $\hat{K}(n\omega)$ i $\hat{A}(n\omega)$ są zależne nie tylko od stałych czwórnika F lecz także od admitancji obciążenia $\hat{H}_o(n\omega)$ Kładziemy:

$$\begin{aligned} K(t) &= \sum_{-\infty}^{\infty} \hat{K}(n\omega)\, e^{jn\omega t} \\ A(t) &= \sum_{-\infty}^{\infty} \hat{A}(n\omega)\, e^{jn\omega t} \end{aligned} \tag{35}$$

Otrzymamy na podstawie (31), (38) oraz (6):

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{1}{T}\int_0^T K(\tau)\, u_1(t-\tau)\, d\tau \\ i(t) &= \frac{1}{T}\int_0^T A(\tau)\, u_1(t-\tau)\, d\tau \end{aligned} \tag{36}$$

Stąd:

$$U^2 = \frac{1}{T}\int_0^T \left\{ \frac{1}{T}\int_0^T K(\tau)\, u_1(t-\tau)\, d\tau \right\} \left\{ \frac{1}{T}\int_0^T K(v)\, u_1(t-v)\, dv \right\} dt =$$

$$= \frac{1}{T^3}\int_0^T\int_0^T\int_0^T K(\tau)\, K(v)\, u_1(t-\tau) u_1(t-v)\, d\tau\, dv\, dt =$$

$$= \frac{1}{T^2}\int_0^T\int_0^T K(\tau)\, K(v) \left\{ \frac{1}{T}\int_0^T u_1(t-\tau)\, u_1(t-v)\, dt \right\} d\tau\, dv$$

Lecz:

$$\frac{1}{T}\int_0^T u_1(t-\tau)\, u_1(t-v)\, dt = \varphi_1(\tau - v)$$

czyli:

$$U^2 = \frac{1}{T^2}\int_0^T\int_0^T K(\tau)\, K(v)\, \varphi_1(\tau - v)\, d\tau\, dv =$$

$$= \frac{1}{T}\int_0^T K(\tau)\left\{\frac{1}{T}\int_0^T K(\tau - v)\quad \varphi_1(v)\, dv\right\} d\tau =$$

$$= \frac{1}{T}\int_0^T \varphi_1(v)\left\{\frac{1}{T}\int_0^T K(\tau)\, K(\tau - v)\, d\tau\right\} dv.$$

Kładziemy:

$$M(v) = \frac{1}{T}\int_0^T K(\tau)\, K(\tau - v)\, d\tau \tag{37}$$

Otrzymamy:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T M(v)\ \varphi_1(v)\, dv} \tag{38}$$

Podobnie, dla wartości skutecznej I prądu i(t), otrzymamy:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T N(\tau)\ \varphi_1(\tau)\ \ d\tau} \tag{39}$$

gdzie:

$$N(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T A(t)\, A(t-\tau)\, dt \tag{40}$$

Czyli, moc modułowa

$$P_{=} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T M(\tau)\ \ \varphi_1\ (\tau)\ \ d\tau}\cdot\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T N(\tau)\varphi_1\ (\tau)\ d\tau} \tag{41}$$

Z relacji (29), (30) i (41) wynika, że współczynnik mocy $\cos\varphi$ będzie równy jedności tylko wtedy, gdy spełniony będzie warunek:

$$\frac{1}{T}\int_0^T G_o(\tau)\varphi_1(\tau)\,d\tau = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T M(\tau)\,\varphi_1(\tau)\,d\tau}\cdot\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T N(\tau)\,\varphi_1(\tau)\,d\tau} \tag{42}$$

Należy zauważyć, że w warunku tym występują wyłącznie stałe układu $\{O \times F\}$ oraz funkcja autokorelacji napięcia $u_1(t)$ występującego między zaciskami a i b układu $\{O \times F\}$[x].

Warunki pracy układu $\{O \times F\}$

Wprowadzenie filtru F do układu spowoduje zmianę warunków pracy układu O. Jak już wiemy zmiana ta wynika nie tyle ze zmiany napięcia między zaciskami a i b z napięcia $u_o(t)$ do napięcia $u_1(t)$ lecz stąd, że funkcje autokorelacji obu napięć mogą być różne, tj. że ogólnie otrzymamy:

$$\varphi_o(\tau) \neq \varphi_1(\tau)$$

Moce czynne: P pobierana przez układ $\{O \times F\}$ i P_o pobierana przez układ O - są dane przy pomocy relacji por. (30) i (15):

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T G_o(\tau)\,\varphi_1(\tau)\,d\tau$$

$$P_o = \frac{1}{T}\int_0^T G_o(\tau)\,\varphi_o(\tau)\,d\tau$$

Czyli zmiana w poborze mocy czynnej ΔP w obu przypadkach wyniesie:

$$\Delta P = \frac{1}{T}\int_0^T G_o(\tau)\,\Delta\varphi(\tau)\,d\tau \tag{43}$$

---

x) Por. Aneks 3.

gdzie:

$$\Delta\varphi(\nu) = \varphi_0(\nu) - \varphi_1(\nu) \tag{44}$$

Moce bierne: Q i Q_0 odpowiednio w układach $\{0 \times F\}$ i 0 są dane przy pomocy relacji (por. (21), (16)):

$$Q = 2\sum_{n=1}^{\infty} B(n\omega)\,U_n^2$$

$$Q_0 = 2\sum_{n=1}^{\infty} B_0(n\omega)\,U_{0n}^2$$

Lecz:

$$U_n^2 = |\hat{K}(n\omega)|^2\,U_{1n}^2 \tag{45}$$

oraz:

$$G(n\omega) - j\,B(n\omega) = \frac{\hat{I}_n}{\hat{U}_n} = \frac{\hat{A}(n\omega)}{\hat{K}(n\omega)} \tag{46}$$

Stąd:

$$B(n\omega) = -\,\mathrm{Im}\left\{\frac{\hat{A}(n\omega)\,\hat{K}(n\omega)}{|\hat{K}(n\omega)|^2}\right\} \tag{47}$$

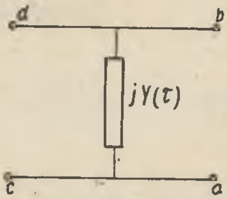
gdzie: Im $\{\ldots\}$ oznacza część urojoną z danej wielkości zespolonej.

Czyli:

$$Q = -2\sum_{n=1}^{\infty} U_{1n}^2 \cdot \mathrm{Im}\left\{\hat{A}(n\omega)\,\hat{K}\right\}(n\omega) \tag{48}$$

Na przykład załóżmy, że projektujemy filtr F jako dwojnik (rys. 3), którego funkcja admitancji wynosi $j\,Y(\nu)$

Otrzymamy:



Rys. 3

$$\hat{A}_f(n\omega) = 1; \quad \hat{B}_f(n\omega) = 0$$

$$\hat{C}_f(n\omega) = jY(n\omega); \quad \hat{D}_f(n\omega) = 1$$

oraz:

$$\hat{A}(n\omega) = G_o(n\omega) - j\,B_o(n\omega) = jY(n\omega)$$

Stąd:

$$\left|A(n\omega)\right|^2 = A^2(n\omega) = G_o(n\omega) + \left[Y(n\omega) - B_o(n\omega)\right]^2$$

Czyli:

$$Y(n\omega) = B_o(n\omega) \pm \sqrt{A^2(n\omega) - G_o^2(n\omega)} \tag{49}$$

$$\hat{A}(n\omega) = G_o(n\omega) \pm j\sqrt{A^2(n\omega) - G_o^2(n\omega)} \tag{50}$$

W rozpatrywanym przypadku:

$$\hat{K}(n\omega) = 1 \tag{51}$$

dla każdego n.
Stąd:

$$\operatorname{Im}\left\{\hat{A}(n\omega)\,\hat{K}(n\omega)\right\} = \pm\sqrt{A^2(n\omega) - G_o^2(n\omega)}$$

$$Q = \mp 2 \sum_{n=1}^{\infty} U_{1n}^2 \sqrt{A^2(n\omega) - G_o^2(n\omega)} \tag{52}$$

Wielkość $A^2(n\omega)$ musi zostać wyznaczona z warunku (42). Rozpisując relację (42) w zależności od harmonicznych przebiegów i uwzględniając relację (51), otrzymamy:

$$\left[\sum_{-\infty}^{\infty} G_0(n\omega)\, U_{1n}^2\right]^2 = U_1^2 \cdot \sum_{-\infty}^{\infty} A^2(n\omega)\, U_{1n}^2 \tag{53}$$

gdzie:

$$U_1^2 = \frac{1}{T}\int_0^T u_1^2(t)\,dt$$

Czyli:

$$\left(\frac{P}{U_1}\right)^2 = 2\sum_{n=1}^{\infty} A^2(n\omega)\, U_{1n}^2 \tag{54}$$

Łatwo można zauważyć, że relacja (54) będzie spełniona, jeżeli położymy:

$$A(n\omega) = \frac{P}{U_1^2} \tag{55}$$

Ponieważ jednak $Y(n\omega)$ musi być wielkością rzeczywistą (jeżeli chcemy aby admitancja $jy(t)$ składała się wyłącznie z elementów reaktancyjnych) dlatego przyjęcie rozwiązania (55) dla $A(n\omega)$ jest możliwe tylko w przypadkach spełniających nierówność:

$$\frac{P}{U_1^2} \geqslant G_0(n\omega) \tag{56}$$

dla każdego n.

Z relacji (52) wynika, ze moc Q będzie równa zeru, jeżeli przyjmiemy:

$$A(n\omega) = G_0(n\omega) \tag{57}$$

Otrzymamy:

$$\left[2\sum_{n=1}^{\infty} A^2(n\omega)U_{1n}^2\right] \cdot U_1^2 = U_1^2 \cdot \left[2\sum_{n=1}^{\infty} G_o^2(n\omega)U_{1n}^2\right]$$

Czyli współczynnik mocy:

$$\cos\varphi = \frac{2\sum_{n=1}^{\infty} G_o(n\omega)U_{1n}^2}{U_1 \cdot \sqrt{2\sum_{n=1}^{\infty} G_o^2(n\omega)U_{1n}^2}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{T}\int_0^T u_1(t)\, i_{1g}\, t\, dt}{\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u_1^2(t)\, dt} \cdot \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i_{1g}^2(t)\, dt}} \tag{58}$$

Lecz, na podstawie nierówności Schwartza:

$$\frac{1}{T}\int_0^T u_1(t)\, i_{1g}(t)\, dt \leqslant \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u_1^2(t)\, dt} \cdot \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i_{1g}^2(t)\, dt} \tag{59}$$

przy czym równość wystąpi w relacji (59) jedynie w tym przypadku, gdy przewodność $G_o(n\omega)$ będzie wielkością stałą niezależną od n.
Otrzymamy wtedy:

$$G_o(n\omega) = A(n\omega) = \frac{P}{U_1^2} \tag{60}$$

Jest to jednak przypadek szczególny w układach rzeczywistych praktycznie niewystępujący. Ogólnie jednak relacja (59) sprowadza się do nierówności a tym samym przy całkowitej kompensacji mocy biernej Q otrzymamy współczynnik mocy $\cos\varphi$ mniejszy od jedności. Wynika to także stąd, że w tym przypadku (jak to wynika z przeprowadzonego rozumowania) współczynnik mocy jest zależny od funkcji przebiegu i wartości skutecznej prądu

$i_{1g}(t)$ płynącego wyłącznie przez element czynny $G(t)$, czyli od wielkości całkowicie niezależnych od poboru mocy biernej przez odbiornik 0.

A n e k s

1. Moc bierna Q jest zdefiniowana przy pomocy relacji:

$$Q = \mathrm{Im}\left\{2 \sum_{n=1}^{\infty} \hat{U}_n \check{I}_n\right\}$$

gdzie:

$$\hat{U}_n = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)\, e^{-jn\omega t}\, dt; \quad \hat{I}_n = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)\, e^{-jn\omega t}\, dt.$$

W rozważanym układzie zachodzi:

$$\hat{I}_{on} = \hat{I}_{ogn} + \hat{I}_{obn} =$$

$$= G_o(n\omega)\,\hat{U}_{on} - j\,B_o(n\omega)\,\hat{U}_{on}$$

Czyli:

$$\hat{U}_{on}\,\check{I}_{on} = \left\{G_o(n\omega) + j\,B_o(n\omega)\right\} U_{on}^2$$

Stąd:

$$Q_o = 2\sum_{n=1}^{\infty} B_o(n\omega)\, U_{on}^2$$

zgodnie z relacją (16).

2. Dla wartości skutecznej I_b prądu $i_b(t)$ płynącego przez element bierny $-jB(t)$, otrzymamy:

$$I_b^2 = 2 \sum_{n=1}^{\infty} B^2(n\omega) U_n^2$$

Dlatego, jeżeli $Q = Q$ a kompensacja mocy biernej została przeprowadzona przez realizację warunku (22) lub (23) to:

$$I_b = 0$$

W ogólnym przypadku wielkości $\{B(n\omega)$ mogą przyjmować wartości dodatnie, ujemne lub być równe zeru w zależności od rzędu harmonicznej n. Dlatego rozważanie pojedynczych wyrazów relacji (21) nie prowadzi do ogólnego kryterium na podstawie którego można by wyznaczyć warunki konieczne i wystarczające aby moc Q była równa zeru.

3. Napięcie $u_1(t)$ występuje między zaciskami a i b układu $\{O \times F\}$ jest zależne od parametrów filtru F oraz od parametrów systemu zasilającego układ. Przyjmując, że te ostatnie są znane to pomimo tego jest ono wielkością nieznaną przed przyjęciem odpowiednich parametrów dla filtru F. Dlatego przy projektowaniu filtru wystąpi konieczność kolejnego dostosowywania jego parametrów do odpowiednio występujących kolejno napięć między zaciskami a i b np. $u_{10}(t)$, $u_{11}(t)$, $u_{12}(t)$, ... itd.
Napięcia te powinny być zbieżne do napięcia $u_{1n}(t)$ takiego, aby:

$$\varphi_{1n}(\tau) = \varphi_1(\tau)$$

gdzie $\varphi_1(\tau)$ jest funkcją autokorelacji spełniającą wraz z konkretnymi funkcjami $M(\tau)$ i $N(\tau)$ danego filtru warunek (42). Warunek (42) nie jest jednak warunkiem całkowicie niezależnym od innych warunków pracy odbiornika. Ogólnie biorąc warunek (42) musi być uzupełniony warunkiem dotyczącym poboru czynnej mocy P przez odbiornik O.

LITERATURA

[1] Gosztowt W., Urbanowicz H.: Moc bierna i jej kompensacja w stacjach prostownikowych. Przegląd Elektrotechniczny 1959, Nr 10, str.405.

[2] Gosztowt W.: Kompensacja mocy biernej w sieciach średniego napięcia w warunkach występowania wyższych harmonicznych prądu i napięcia. Praca doktorska, Politechnika Łódzka, Łódź 1962.

[3] Grzybowski S., Kordus A., Królikowski C., Seidel S., Zeydler-Zborowski J.: Kondensatory w energetyce. WNT Warszawa 1964.

[4] Nowomiejski Z.: Moc i energia elektryczna w układach elektrycznych o dowolnych ustalonych przebiegach. Politechnika Śląska, Zeszyt Naukowy Nr 77, "Elektryka" Z. 15 Gliwice 1963.

[5] Papoulis A.: The Fourier Integral. Mc Graw-Hill Book Company, INC 1962.

ФИЛЬТРЫ МОЩНОСТИ

(Часть I. Критерии подбора фильтра, а также условия его попутной работы с системой)

Р е з ю м е

Электроэнергетики пользуются в настоящее время понятием "фильтры мощности" для устройств, служащих для улучшения коэффициента мощности в системах с деформированными процессами.
В статье рассмотрены критерии подбора таких фильтров и проведен анализ (влияния фильтров мощности на условия работы приемника.
Указано, что критерии, относящиеся к исправлению коэффициента мощности не покрываются в общем случае с критериями, следующими из условий компенсации реактивной мощности.

POWER FILTERS. PART ONE - CRITERION OF FILTER SELECTION AND ITS COLLABORATION CONDITIONS WITH THE SYSTEM

S u m m a r y

Electricity- and power engineers now use the expression "power filters" for plants serving for the correction of the power factor in the systems with the deformed transients. The work considers the selection criteria of these filters and analyses the effect of the "power filters" on the work conditions of the receiver. It is indicated, that criteria referring to the power factor programme do not agree in general with criteria resulting from the conditions of reactive power compensation.