ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1970
Seria: AUTOMATYKA z. 16 Nr kol. 289

REGINALD KRZYŻANOWSKI
Katedra Automatyzacji
Procesów Przemysłowych

APROKSYMACJA WŁASNOŚCI DYNAMICZNYCH RUROCIĄGU PRZY ZMIANACH STĘŻENIA

Streszczenie. W artykule starano się porównać dwa modele obiektów rurowych, w których przy przepływie burzliwym, wymuszonym, następują zmiany stężenia jakiegoś składnika. Porównuje się model "przepływu tłokowego" z modelem "przepływ tłokowy z nałożoną dyspersją wzdłużną". Przez porównanie charakterystyk amplitudowo-fazowych otrzymano warunek przy spełnieniu którego, model "przepływu tłokowego" jest wystarczającym przybliżeniem.

W artykule ujęto również analogie elektryczne takich procesów. Na zakończenie na przykładzie przegrzewacza pary starano się zastosować podobne postępowanie dla obiektu ze zmianą temperatury a nie stężenia.

1. Wstęp

Dla wyznaczenia dynamiki rurociągu przy zmianach stężenia przyjmuje się najczęściej model tzw. "przepływu tłokowego". Model ten prowadzi do transmitancji o charakterze czystego opóźnienia. W przypadku rurociągów transportowych lub rurowych aparatów technologicznych mamy najczęściej do czynienia z przepływami burzliwymi (turbulentnymi) i dużym stosunkiem wymiaru podłużnego do poprzecznego ($\frac{L}{d}$). W przypadku silnie rozwiniętego przepływu burzliwego można mieć wątpliwości, czy model taki nie stanowi zbytniego uproszczenia rzeczywistego procesu. Tę wątpliwość może nasunąć fakt istnienia mieszania się cząstek i całych wycinków przestrzeni płynu przy ruchu burzliwym. Innym modelem, który ujmuje już fakt istnienia mieszania wzdłużnego przy założeniu idealnego mieszania w przekroju poprzecznym jest model tzw. "przepływu tłokowego z nałożoną dyspersją wzdłużną" [3], [1], [8], [2], [5].

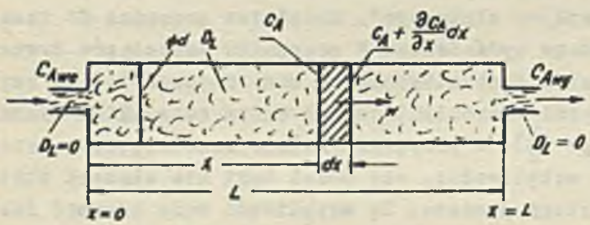
Zadaniem artykułu jest wykazać, w których wypadkach model "przepływu tłokowego" jest wystarczającym przybliżeniem tego ostatniego. Model "przepływu tłokowego z nałożoną dyspersją wzdłużną" daje dość dobrą zbieżność z rzeczywistością zwłaszcza dla procesów jednofazowych (homogenicznych) przy dużych liczbach Reynoldsa ($Re > 10^4$) [2], [5], [8]. W cytowanej literaturze można znaleźć bibliografię dokonywanych eksperymentów. Ponieważ współczynnik dyfuzji molekularnej jest dla dużych liczb Reynoldsa nieporównywalnie mniejszy od współczynnika dyfuzji (dyspersji) burzliwej, tzn.

główny transport masy składnika odbywa się na drodze statystycznych ruchów wynikających z zawirowań warstw płynu, a nie na drodze statystycznych ruchów pojedynczych molekuł (oczywiście nie licząc średniego przenoszenia masy wraz z średnią prędkością płynu), dyfuzja molekularna może być pominięta. Również w przypadku transportu ciepła współczynnik dyfuzji ciepła (molekularny) jest znacznie mniejszy od współczynnika dyfuzji burzliwej więc korzystając z podobieństwa zjawisk można podjąć próbę podobnego traktowania obiektów cieplnych [4].

2. Równania różniczkowe i warunki brzegowe

Dla modelu "przepływu tłokowego z nałożoną dyspersją wzdłużną" można napisać równania przy następujących założeniach;

1. Zakłada się zmiany stężenia tylko jako funkcję czasu i wymiaru podłużnego, w przekroju poprzecznym zakłada się jednakowe stężenie średnie.
2. Zakłada się przepływ silnie burzliwy o stałej prędkości średniej, co pozwala na określenie stałej wartości współczynnika dyspersji wzdłużnej D_L.
3. Zakłada się duży stosunek wymiaru podłużnego do poprzecznego ($\frac{L}{d}$).
4. Zakłada się brak reakcji chemicznej.
5. Mieszaninę traktujemy jako medium homogeniczne i rozpatrujemy stężenie średnie w całym poprzecznym przekroju.



Rys. 1

Na rys. 1 zaznaczone są najważniejsze występujące wielkości.

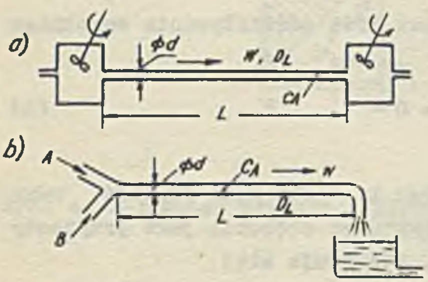
Najczęściej rura stanowi połączenie między dwoma zbiornikami (rys. 2a) lub jest w układzie jak na rys. 2b. W obu tych wypadkach zakładamy brak oddziaływania zwrotnego zmian stężenia w zbiorniku na końcu na stężenie w rurze (w przypadku jak na rys. 2a zakłada się przewężenie na wlocie do zbiornika lub spiek filtracyjny). W obu przypadkach mamy w takich elementach mały współczynnik dyspersji wzdłużnej, a przenoszenie masy interesującego składnika A, odbywa się wraz z przepływem. Podobnie na wlocie do rury można przyjąć że w części poprzedzającej $D_L = 0$. Na rys. 3a i b przedstawiono 2 przypadki takich zakończeń rury.

W oparciu o założenia można napisać zależności ujmujące bilans masy składnika A w elementarnym wycinku rury o długości "dx".

$$\underbrace{wSC_A dt}_{\substack{\text{ilość skł.A dopł.}\\ \text{w czasie dt. do wyc.}\\ \text{na drodze konwekcji}}} + \underbrace{\left(-SD_L \frac{\partial C_A}{\partial x} dt\right)}_{\substack{\text{ilość skł.A dopł.}\\ \text{do wycinka w cza-}\\ \text{sie dt na drodze}\\ \text{dyspersji}}} - \underbrace{wS\left(C_A + \frac{\partial C_A}{\partial x} dx\right)dt}_{\substack{\text{ilość wypływająca}\\ \text{w czasie dt na dro-}\\ \text{dze konwekcji}}}$$

$$-\underbrace{\left[-SD_L\left(\frac{\partial C_A}{\partial x} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} dx\right)\right]dt}_{\substack{\text{ilość odpływająca na dro-}\\ \text{dze dyspersji}}} = \underbrace{dxS \frac{\partial C_A}{\partial t} dt}_{\substack{\text{przyrost składnika A}\\ \text{w wycinku "dx"}}}$$

$$\frac{\partial C_A(x,t)}{\partial t} + w\frac{\partial C_A(x,t)}{\partial x} - D_L \frac{\partial^2 C_A(x,t)}{\partial x^2} = 0 \qquad (1)$$



Rys. 2

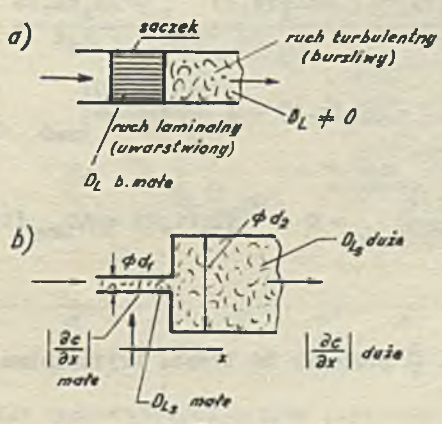
C_A - stężenie średnie składnika A w medium (inaczej - koncentracja) $\left[\frac{kgA}{m^3}\right]$,

D_L - współczynnik dyfuzji burzliwej (dyspersji) $\left[\frac{m^2}{s}\right]$,

w - średnia prędkość w kierunku osi x; $\left[\frac{m}{s}\right]$,

x - współrzędna bieżąca $[m]$,

t - czas $[s]$.



Rys. 3

Warunki brzegowe przy założeniu braku dyspersji na wlocie i wylocie z rury, otrzymuje się z bilansu masy składnika A

$$C_{Awe}(t).\dot{V} = Sw\, C_A(o,t) - D_L\, S\, \frac{\partial C_A(x,t)}{\partial x}\bigg|_{x=0}$$

a korzystając z prawa ciągłości:

$$Sw = \dot{V}$$

otrzymuje się

$$C_{Awe}(t) = C_A(0,t) - \frac{D_L}{w}\frac{\partial C_A(x,t)}{\partial x}\bigg|_{x=0} \tag{3}$$

dla:

$$x = 0$$

i podobnie dla końca rury, zakładając jednak brak oddziaływania zwrotnego:

$$\frac{\partial C_A(x,t)}{\partial x}\bigg|_{x=L} = 0 \tag{3}$$

Wprowadzając wielkości względne $z = \frac{x}{L}$ gdzie: L – całkowita długość rury [m], $\tau = \frac{t}{T}$ – czas względny, $T = \frac{L}{w}$ oraz traktując stężenia jako przyrosty ponad stan ustalony (równania są liniowe), otrzymuje się:

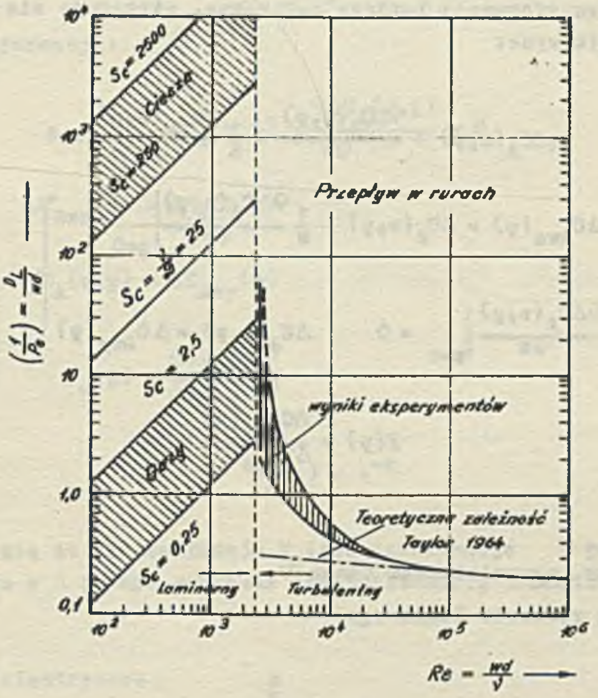
$$\frac{\partial \Delta C_A(z,\tau)}{\partial \tau} + \frac{\partial \Delta C_A(z,\tau)}{\partial z} - \frac{1}{a}\frac{\partial^2 \Delta C_A(z,\tau)}{\partial z^2} = 0 \tag{4}$$

$$\left.\begin{aligned} &\text{dla } z = 0 \quad \Delta C_{Awe}(\tau) = \Delta C_A(o,\tau) - \frac{1}{a}\frac{\partial \Delta C_A(z,\tau)}{\partial z}\bigg|_{z=0} \\ &\text{dla } z = 1 \quad \frac{\partial \Delta C_A(z,\tau)}{\partial z}\bigg|_{z=1} = 0 \qquad \Delta C_A(1,\tau) = \Delta C_{Awy}(\tau) \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

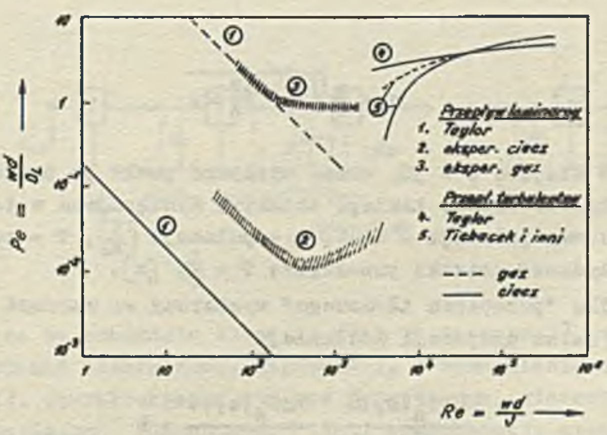
gdzie:

$a = (\frac{wd}{D_L}) . \frac{L}{d} = Pe . \frac{L}{d}$ gdzie Pe to liczba kryterialna tzw. liczba Peoleta.

Dla przepływów silnie burzliwych Pe = f(Re). Zależność tę można znaleźć w [5], [8]. Dla silnie burzliwych przepływów Pe = 3,5 ÷ 5.



Rys. 4. Zależność dyspersji płynu przepływającego w rurach wg Levenspiela [8] str. 276



Rys. 5. Pe = f(Re) dla jednofazowych mediów przepływających w rurach wg [5] str. 92

Automatyka najbardziej będzie interesować stosunek operatorowej zależności zmian stężenia na końcu, do operatorowej zależności zmian na wlocie tzn. transmitancja $F(p)$. Transformując równanie (4) i warunki brzegowe (5) wg zasad transformacji Laplace'a-Carsona, otrzymuje się dla zerowych warunków początkowych:

$$p\Delta C_A(z,p) + \frac{\partial \Delta C_A(z,p)}{\partial z} - \frac{1}{a}\frac{\partial^2 \Delta C_A(z,p)}{\partial z^2} = 0 \qquad (6)$$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{dla } z = 0 & \Delta C_{Awe}(p) = \Delta C_A(o,p) - \frac{1}{a}\left.\frac{\partial \Delta C_A(z,p)}{\partial z}\right|_{z=0} \\ \text{dla } z = 1 & \left.\frac{\partial \Delta C_A(z,p)}{\partial z}\right|_{z=1} = 0 \qquad \Delta C_A(1,p) = \Delta C_{Awy}(p) \end{array}\right\} \qquad (7)$$

$$F(p) = \frac{\Delta C_{Awy}(p)}{\Delta C_{Awe}(p)}$$

gdzie:

p – operator bezwymiarowego czasu τ

Po rozwiązaniu równania liniowego:

$$F(p) = \frac{e^{\frac{a}{2}}}{chq + (\frac{a}{2} + p)\frac{shq}{q}} \qquad (8)$$

gdzie:

$$q = \frac{a}{2}\sqrt{1 + (\frac{2}{a})2p}$$

Podstawiając w miejsce $p = j\Omega$, można otrzymać punkt po punkcie, charakterystykę amplitudowo-fazową takiego obiektu. Występująca w tej zależności Ω, to bezwymiarowa pulsacja $\Omega = \omega T$, ω – pulsacja $\left[\frac{1}{s}\right]$, T – czas przelotu średniostatystycznej cząstki przez rurę $T = \frac{L}{w}$, $[s]$.

Dla przypadku "przepływu tłokowego" wystarczy we wzorach położyć $\frac{1}{a} = 0$ tzn. odrzucić człon dyspersji wzdłużnej.

$$\frac{\partial \Delta C_A(z,\tau)}{\partial \tau} + \frac{\partial \Delta C_A(z,\tau)}{\partial z} = 0 \qquad (9)$$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{dla } z = 0 & \Delta C_{Awe}(\tau) = \Delta C_A(o,\tau) \\ \text{dla } z = 1 & \Delta C_A(1,\tau) = \Delta C_{Awy}(\tau) \end{array}\right\} \tag{10}$$

lub po transformacji:

$$p\Delta C_A(z,p) + \frac{\partial \Delta C_A(z,p)}{\partial z} = 0$$

dla $z = 0$ $\quad \Delta C_{Awe}(p) = \Delta C_A(o,p)$

dla $z = 1$ $\quad \Delta C_A(1,p) = \Delta C_{Awy}(p)$

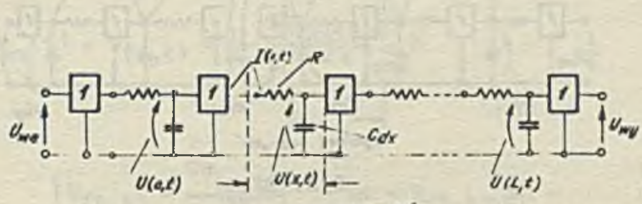
Otrzymujemy: $\quad F_a(p) = \dfrac{\Delta C_{Awy}(p)}{\Delta C_{Awe}(p)}$

$$F_a(p) = e^{-p} \tag{11}$$

Spodziewamy się że transmitancja $F_a(p)$, aproksymuje w pewnym zakresie współczynnika a i pewnym zakresie częstotliwości, transmitancję $F(p)$.

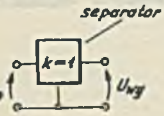
3. Analogie elektryczne

Dla przypadku "przepływu tłokowego", może być przedstawiony następujący schemat anologii elektrycznej (rys. 6).



Rys. 6

Występujące na schemacie elementy (jak na rysunku 7), stanowią separatory (wzmacniacze elektronowe, napięciowe, o wzmocnieniu napięciowym równym jedności). Charakteryzują się one teoretyczną, nieskończenie wielką, opornością wejściową. Element "dx" linii łańcuchowej, stanowią skończony opór R i elementarna pojemność Cdx. Poszczególne elementarne ogniwa oddzielone są separatorami (brak oddziaływania wstecznego). Prąd I w danym ogniwie I(x,t), stanowi odpowiednik wypadkowego strumienia masy składnika A, wnoszonego i wynoszonego konwekcyjnie:



$U_{we} = U_{wy}$

Rys. 7

$$\left(U_{(x,t)} - \frac{\partial U(x,t)}{\partial x}\,dx - U(x,t)\right)\frac{1}{R} = $$

$$= Cdx\,\frac{\partial U(x,t)}{\partial t}$$

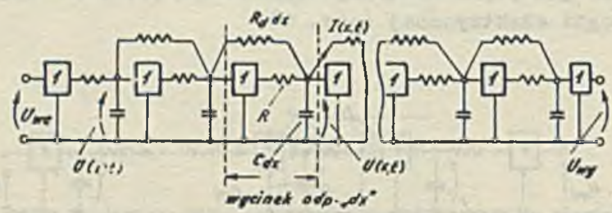
$$\frac{1}{R}\,\frac{\partial U(x,t)}{\partial x} + C\,\frac{\partial U(x,t)}{\partial t} = 0 \tag{12}$$

gdzie $\frac{1}{R}$ – odpowiada w układzie stężeniowym wS, a C odpowiada S (S – powierzchnia przekroju poprzecznego $S = \frac{\pi d^2}{4}$ $[m^2]$). $U_{(x,t)}$ – odpowiada stężeniu $C_A(x,t)$.

Warunki brzegowe są oczywiste:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{dla} & x = 0 & U_{(o,t)} = U_{we}(t) \\ \text{dla} & x = L & U_{(L,t)} = U_{wy}(t) \end{array}\right\} \tag{13}$$

Model (analog) elektryczny, odpowiadający "przepływowi tłokowemu z nałożoną dyspersją wzdłużną" przedstawiony jest na rys. 8.



Rys. 8

W tym modelu dodatkowo występują oporniki elementarne R_d dx, łączące punkty sąsiednich ogniw łańcucha.

$$\left(I_{(x,t)} - \frac{\partial I_{(x,t)}}{\partial x}\,dx\right) - I_{(x,t)} + I_{2(x,t)} = C\,\frac{\partial U_{(x,t)}}{\partial t}\,dx$$

$$-\frac{\partial I_{(x,t)}}{\partial x}\,dx + \left(-\frac{1}{R}\,\frac{\partial U_{(x,t)}}{\partial x}\,dx\right) = Cdx\,\frac{\partial U_{(x,t)}}{\partial t}$$

gdzie:

$$I_{(x,t)} = \left[U_{(x,t)} - \left(\frac{\partial U_{(x,t)}}{\partial x}\,dx + U_{(x,t)}\right)\right]\frac{1}{R_d dx}$$

ostatecznie:

$$\frac{1}{R}\,\frac{\partial U_{(x,t)}}{\partial x} + C\,\frac{\partial U_{(x,t)}}{\partial t} - \frac{1}{R_d}\,\frac{\partial^2 U_{(x,t)}}{\partial x^2} = 0 \tag{14}$$

prąd $I_{(x,t)}$ – odpowiada strumieniowi dyspersji $(-D_L \frac{\partial C_A}{\partial x} S)$.

R_d – odpowiada oporowi dyspersji,

$\frac{1}{R_d}$ – odpowiada $(D_L\ S)$.

Dyspersja zanika na początku i końcu rury.

Warunki brzegowe można napisać w oparciu o bilans prądów w pierwszym i ostatnim węźle.

$$\left(U_{we(t)} - U_{(o,t)}\right)\frac{1}{R} - \left[U_{(o,t)} - \left(\frac{\partial U_{(x,t)}}{\partial x}\bigg|_{x=0} dx + U_{(o,t)}\right)\right]\frac{1}{R_d dx} =$$

$$= C dx\,\frac{\partial U_{(o,t)}}{\partial t}$$

skąd dla $dx \to 0$

dla $x = 0$; $\quad U_{we}(t) = U_{(o,t)} - \frac{1}{R_d}\,\frac{\partial U_{(x,t)}}{\partial x}\bigg|_{x=0} \cdot R$

dla $x = L$

$$\left[U_{(L,t)} - \frac{\partial U_{(x,t)}}{\partial x}\bigg|_{x=L} dx - U_{(L,t)}\right]\frac{1}{R} +$$

$$+ \left[U_{(L,t)} - \frac{\partial U_{(x,t)}}{\partial x}\bigg|_{x=L} dx - U_{(L,t)}\right]\frac{1}{R_d dx} =$$

$$= C\,dx\,\frac{\partial U_{(L,t)}}{\partial t}$$

Skąd

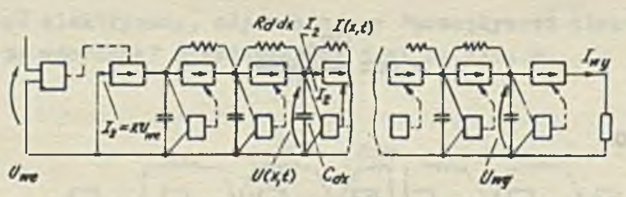
dla $x = L$ przy $dx \to 0$

$$\left.\frac{\partial U_{(x,t)}}{\partial x}\right|_{x=L} = 0$$

i dalej dla separatora:

$$U_{wy}(t) = U_{(L,t)}$$

Schematy przedstawione wyżej przedstawione zostały nie w celu budowy analogu (aby na takim analogu eksperymentalnie wyznaczać charakterystyki amplitudowo-fazowe lub odpowiedzi czasowe) lecz dla pokazania analogii procesów zmiany stężenia. Budowa modelu dla celów pomiarowych byłaby możliwa ale wymagałaby dużej ilości ogniw (rzędu kilkunastu lub nawet kilkudziesięciu) i tyluż separatorów. Model przedstawiony wyżej ma jeszcze tę niedogodność, że nie występuje w nim bezpośrednio strumień konwekcyjny wSC_A Model, w którym bezpośrednio występuje ten strumień przedstawiono na rys. 9.



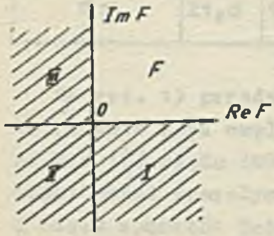
Rys. 9

Przedstawione tu elementy stanowią przekształtniki napięcia na prąd, mianowicie zapewniają $I_{2(x,t)} = K\,U_{(x,t)}$(sterowane siły prądomotoryczne). $I_{2(x,t)}$ – odpowiada konwekcyjnemu strumieniowi składnika A, (SwC_A); K – odpowiada S.w.

Również ten model możnaby zr..lizować z pewnym przybliżeniem, lecz takie postępowanie nie jest konieczne. Warunki brzegowe można napisać w oparciu o bilans prądów w pierw: zym i ostatnim węźle.

4. Charakterystyki amplitudowo-fazowe

Z punktu widzenia potrzeb automatyki, dla jednoobwodowych układów regulacji, najważniejsze są charakterystyki amplitudowo-fazowe w 3 pierwszych ćwiartkach, licząc w kierunku matematycznie ujemnym (obszar zakreskowany na rys. 10) [6].



Rys. 10

Można wprowadzić pojęcie dokładności wyznaczenia punktów charakterystyki amplitudowo-fazowej, określając względną odchyłkę punktu charakterystyki jako:

$$d_{\%} = \left|\frac{\Delta F}{F_a}\right| \cdot 100 \tag{15}$$

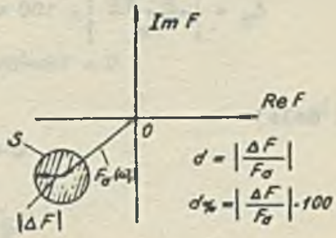
gdzie:

$$\Delta F = F_a(\omega_1) - F_{rz}(\omega_1)$$

$F_a(\omega_1)$ – wektor odpowiadający punktowi charakterystyki aproksymującej dla częstotliwości ω_1,

$F_{rz}(\omega_1)$ – wektor odpowiadający punktowi charakterystyki aproksymowanej (rzeczywistej) (rys. 11, rys. 12).

Rys. 11



Rys. 12

5. Dokładność aproksymacji

Ograniczając się do trzech pierwszych ćwiartek płaszczyzny zmiennej zespolonej, postaramy się określić, dla różnych wartości $(\frac{L}{d})$, z jaką dokładnością model "przepływu tłokowego" aproksymuje model "przepływu tłokowego z nałożoną dyspersją wzdłużną".

Podstawiając do wzorów (9) i (11) $p = j\omega T$, otrzymujemy:

$$F(j\omega) = \frac{e^{\frac{a}{2}}}{\operatorname{ch}\frac{a}{2}\sqrt{1+(\frac{2}{a})2j\omega T}+(\frac{a}{2}+j\omega T)\dfrac{\operatorname{sh}\frac{a}{2}\sqrt{1+(\frac{2}{a})j\omega T2}}{\frac{a}{2}\sqrt{1+(\frac{2}{a})2j\omega T}}}$$

$$F_a(j\omega) = e^{-j\omega T} = \frac{1}{\cos\omega T + j\sin\omega T}$$

gdzie $a = Pe(\frac{L}{d})$ dalej przyjęto: $Pe = 4{,}5$; $j = \sqrt{-1}$

Jeśli ograniczyć się do trzech wyrazów szeregu:

$$\frac{a}{2}\sqrt{1+(\frac{2}{a})2j\omega T} \approx \frac{a}{2} + j\omega T + \frac{(\omega T)^2}{a}$$

co jest dopuszczalne dla a rzędu kilkudziesięciu lub więcej, bo maksymalna wartość ωT, jaka będzie dla 3 ćwiartek, to $\omega T = \frac{3}{2}\pi$. Po uproszczeniach otrzymamy zależność przybliżoną

$$d_{\%} = \left|\frac{F_a - F_{rz}}{F_a}\right| \cdot 100 \approx \left|1 - e^{-\frac{(\omega T)^2}{a}} - \frac{\frac{(\omega T)^2}{a}\, e^{-\frac{(\omega T)^2}{a}}}{a + \frac{(\omega T)^2}{a} + 2j\omega T}\right| \cdot 100$$

i dalej

$$d_{\%} \approx \left|1 - e^{-\frac{(\omega T)^2}{a}}\right| \cdot 100 \qquad (16)$$

W tablicy T.1 zebrano wartości błędu aproksymacji $d_{\%} = f(\omega T, \frac{L}{d})$ w procentach, dla ωT, (tzn. dla ujemnego kąta fazowego): $\frac{\pi}{2}$; π i $\frac{3}{2}\pi$.

$$d_{\%} = f(\omega T, \frac{L}{d})$$

Tablica T.1

ωT \ $\frac{L}{d}$	20	30	50	70	100	150	200	300	500	1000
$\frac{\pi}{2}$	2,70	1,81	1,09	0,78	0,55	0,36	0,27	0,18	0,11	0,05
π	10,86	7,03	4,29	3,08	2,16	1,45	1,09	0,73	0,44	0,22
$\frac{3}{2}\pi$	21,8	15,2	9,37	6,80	4,81	3,23	2,44	1,66	0,99	0,50

Na rys. 13 przedstawiono te zależności na wykresie. Błąd aproksymacji to głównie błąd amplitudy przy minimalnym błędzie fazy. Z wykresu widać, że dla $(\frac{L}{d})$ rzędu 100, błąd nie przekracza 5%. Można zatem stosować uproszczony model przepływu tłokowego dla większości rurociągów transportowych i wielu aparatów technologicznych.

6. Próba przeniesienia tych zależności na procesy cieplne

Celowym byłoby podobne ocenienie dokładności modelu "przepływu tłokowego" przyjmowanego zwykle dla aparatów wymiany ciepła. Np. dla przegrzewacza pary mogą być napisane równania w oparciu o model "przepływu tłokowego" [6] (dla cienkościennego przegrzewacza) i dla przyrostów ponad stan ustalony:

$$\left.\begin{aligned} Sw\varrho\, c_p \frac{\partial\vartheta}{\partial x} + S\varrho\, c_p \frac{\partial\vartheta}{\partial t} + U\alpha(\vartheta-\Theta) &= 0 \\ S_r\varrho_r\, c_r \frac{\partial\Theta}{\partial t} &= U\alpha(\vartheta-\Theta) \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

$$\left.\begin{aligned} &\text{dla } x = 0 \qquad \vartheta(0,t) = \vartheta_{we}(t) \\ &\text{dla } x = L \qquad \vartheta(L,t) = \vartheta_{wy}(t) \end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

prowadzi ten model do transmitancji

$$F(p) = e^{-p} \cdot e^{-\frac{a_2 p}{a_1(1+a_2 p)}} \qquad (19)$$

gdzie:

p – operator bezwymiarowego czasu τ,

$\tau = \frac{t}{T}$; $T = \frac{L}{w}$; α – współczynnik wnikania ciepła $\left[\frac{W}{m^2 deg}\right]$

U – obwód wewnętrzny rury $U = \pi d$ [m],

ϱ – gęstość pary $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$,

C_p – ciepło właściwe pary $\left[\frac{Ws}{kg deg}\right]$,

C_r – ciepło właściwe materiału rury $\left[\frac{Ws}{kg deg}\right]$,

ϱ_r – gęstość materiału rury $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$,

ϑ – temperatura pary [°C],

Θ – temperatura rury [°C],

L – całkowita długość przegrzewacza [m],

S_r – powierzchnia poprzecznego przekroju rury [m²],

$$a_1 = \frac{S\varrho C_p w}{\alpha U L}$$

S – powierzchnia przekroju poprzecznego (pary) [m²]

$$S = \frac{\pi d^2}{4} \qquad S_r = \frac{\pi}{4}(d_z^2 - d^2)$$

$$a_2 = \frac{S_r \varrho_r C_r w}{\alpha U L}$$

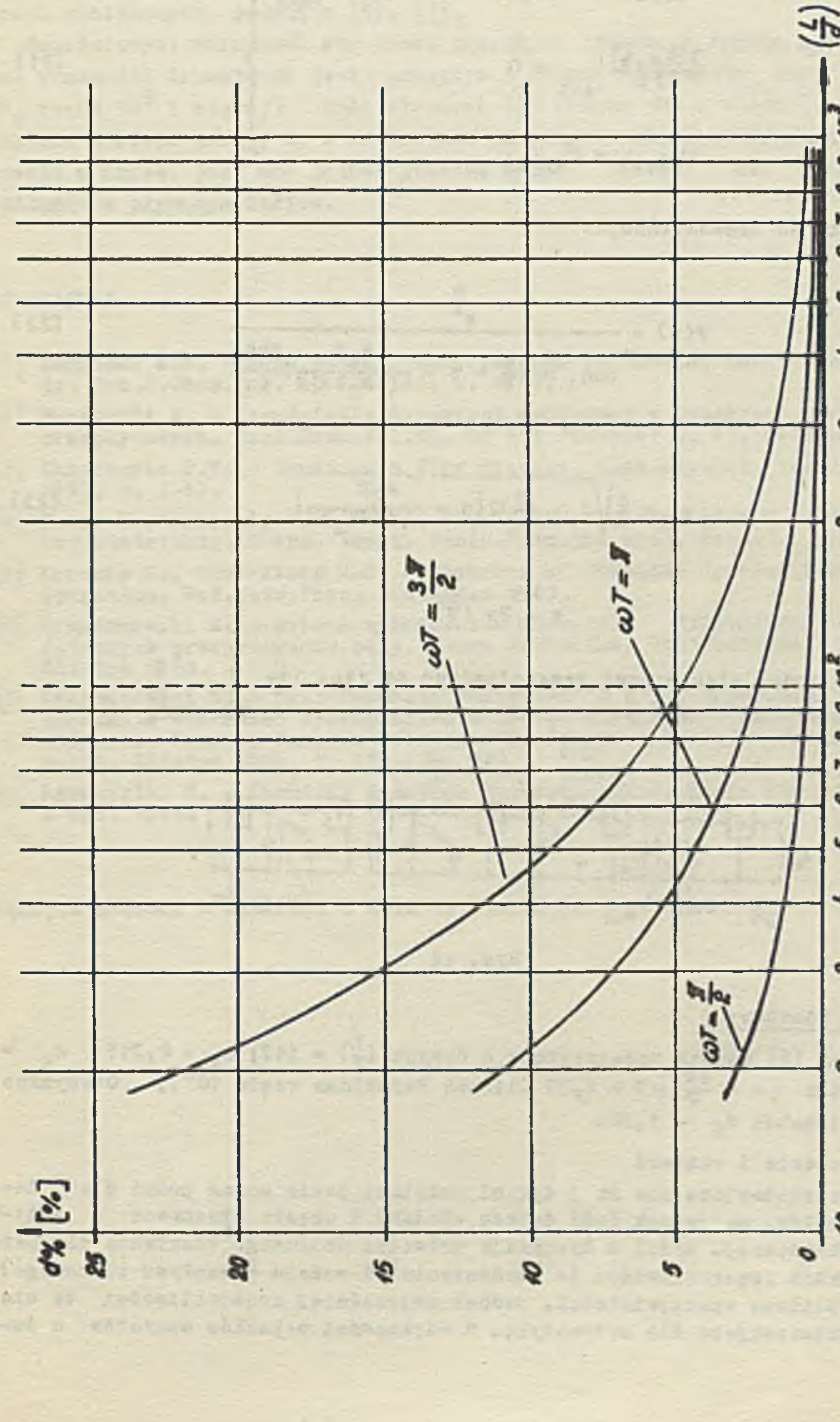
w – średnia prędkość pary $\left[\frac{m}{s}\right]$

d – średnica wewnętrzna [m],

d_z – średnica zewnętrzna [m].

Korzystając z analogii dyfuzji ciepła i masy [4], można zapisać równanie dla modelu "przepływ tłokowy z dyspersją":

$$\left.\begin{aligned} Sw\varrho C_p \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + S\varrho C_p \frac{\partial \vartheta}{\partial t} + \alpha U(\vartheta - \Theta) &= S\, D_L \varrho C_p \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} \\ S_r \varrho_r C_r \frac{\partial \Theta}{\partial t} &= \alpha U(\vartheta - \Theta) \end{aligned}\right\} \qquad (20)$$


δ% [%]
25
20
15
10
5
0
10
2
3
4
5
6
7
8
9
10^2
2
3
4
5
6
7
8
9
10^3
$\left(\frac{L}{d}\right)$
$\omega T = \frac{3\pi}{2}$
$\omega T = \pi$
$\omega T = \frac{\pi}{2}$

Rys. 13

$$\left.\begin{array}{ll}
\text{dla } x = 0 & \vartheta_{we}(t) = \vartheta_{(o,t)} - \frac{D_L}{w}\left.\frac{\partial\vartheta(x,t)}{\partial x}\right|_{x=o} \\
\text{dla } x = L & \left.\frac{\partial\vartheta(x,t)}{\partial x}\right|_{x=L} = 0 \\
\text{dla } x = L & \vartheta_{(L,t)} = \vartheta_{wy(t)}
\end{array}\right\} \tag{21}$$

Prowadzi to do transmitancji:

$$F(p) = \frac{e^{\frac{a}{2}}}{chq_1 + \left(\frac{a}{2} + p + \frac{a_2 p}{a_1(a_2 p+1)}\right)\frac{shq_1}{q_1}} \tag{22}$$

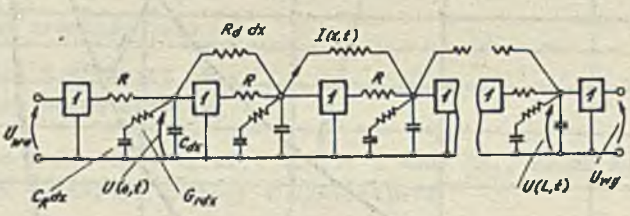
gdzie:

$$q_1 = \frac{a}{2}\sqrt{1 + \left(\frac{2}{a}\right)2\left[p + \frac{a_2 p}{a_1(1+a_2 p)}\right]} \tag{23}$$

gdzie:

$$a = Pe\left(\frac{L}{d}\right)$$

Analogowy model elektryczny przedstawiono na rys. 14.



Rys. 14

Przykład liczbowy

Z pracy [6] wzięto przegrzewacz o danych $(\frac{L}{d}) = 547$; $a_1 = 0{,}311$ $a_2 = 17{,}57$ dla $\varphi = -\frac{3\pi}{2}$; $\omega T = 4{,}77$ (liczba Reynoldsa rzędu 10^6). Otrzymano po przeliczeniu $d_{\%} \approx 1{,}5\%$.

7. Zakończenie i wnioski

Modele przedstawione nie są jedynymi modelami jakie można podać dla takich aparatów, są jednak dość dobrze zbadane i często stosowane w inżynierii chemicznej. Model z dyspersją prowadzi do dużego tłumienia dla bardzo wysokich częstotliwości (w odróżnieniu od modelu przepływu tłokowego) co jest bliższe rzeczywistości, jednak najczęściej częstotliwości te nie są już interesujące dla automatyka. W większości wypadków aparatów o dużym stosunku ($\frac{L}{d}$) wystarczy model przepływu tłokowego. Dla takiego modelu można stosować metodę transformacji układu skupionego na układ o parametrach rozłożonych, podaną w [6], [7].

Zasadniczymi warunkami aby model przepływu tłokowego dobrze aproksymował własności dynamiczne jest: przepływ z silnie rozwiniętą burzliwością (R_e rzędu 10^5 i więcej) i duży stosunek ($\frac{L}{d}$) (rzędu 100 i więcej). Należy jeszcze zwrócić uwagę, że w równaniach cieplnych pominięto również przewodzenie w rurze, jest ono jednak jeszcze mniej istotne niż dyspersja wzdłużna w płynącym medium.

LITERATURA

[1] Amundson N.R. - Some Further Observations on Tubular Reactor Stability. Can.J.Chem.Eng. April 1965, s. 49-55.

[2] Burghardt A. - Zagadnienie dyspersji wzdłużnej w ciągłych reaktorach przepływowych. Zesz.Nauk.Pol.Śl. Nr 144 "Chemia" z. 27, Gliwice 1965.

[3] Danckwerts P.V. - Continuous Flow Systems. Chem.Eng.Sci. vol.2, Nr 1, 1953, s. 1-13.

[4] Frank-Kamienieckij D.A. - Diffuzija i tiepłopieriedacza w chimiczeskoj kinietikie. 2 wyd. Izdat. "Nauka" Moskwa 1967, (ros.).

[5] Kramers H., Westerterp K.R. - Elements of Chemical Reactor Design and Operation. Ned.Univ.Pres. Amsterdam 1963.

[6] Krzyżanowski R. - Metoda wyznaczania własności dynamicznych grubościennych przegrzewaczy pary. Praca doktorska. Politechnika Śląska, Gliwice 1965.

[7] Krzyżanowski R. - Transformacja $F=\exp(1-f^{-1})$ i jej zastosowanie do wyznaczania własności dynamicznych obiektów cieplnych o parametrach rozłożonych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej Nr 267 "Automatyka" z. 14, Gliwice 1969, s. 157-178.

[8] Levenspiel O. - Chemical Reaction Engineering. J. Wiley New York, 2 wyd. 1966.

Rękopis złożono w Redakcji w dniu 16.I.1970 r.

ПРИБЛИЖЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТРУБОПРОВОДА ПРИ ИЗМЕНЕНИЯХ КОНЦЕНТРАЦИИ

Резюме

В статье приводится сравнение моделей трубопроводов, в которых при турбулентном течении, меняется концентрация некоторого компонента. Сравнается: модель "поршневое течение" и модель "поршневое течение и продольная дисперсия". Приводится условие при исполнению которого модель "поршневое течение" является требуемым приближением процесса. В статье приведены электрические модели-аналоги этих процессов.

На примере паропрегревателя применяется метод и для теплового процесса при изменениях температуры.

APPROXIMATION OF DYNAMIC PROPERTIES OF THE PIPE-LINE FOR CHANGES OF CONCENTRATION

S u m m a r y

In this paper are compared two models: "piston-flow" and "piston-flow with some longitiudinal mixing" for the pipe-line with turbulent flow and for changes of concentration. This paper discusses ciditions, when the model "piston-flow" gives very small error. Electical analogues of these processes are presented, too.

On example of steam superheater are adapted this method for thermal process with the change of the temperature.