ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLASKIEJ

Nr kol. 269

1969

Seria: GÓRNICTWO z. 41

Mgr inż. Henryk Kostrzewa Katedra Maszyn Górniczych

MODELE REOLOGICZNE POLIMERÓW STOSOWANYCH JAKO WYKŁADZINY KÓŁ PĘDNYCH

> <u>Streszczenie</u>: W pracy opisano doświadczenia oraz sposób pomiaru odkształcenia w czasie, dla otrzymania krzywych pełzania. Następnie podano metodę wyznaczenia modeli reologicznych na podstawie otrzymanych odświadczalnie krzywych pełzania.

1. Wstep

cach 1 i 2.

Katedra Maszyn Górniczych, biorąc pod uwagę coraz szersze zastosowanie polimerów jako wykładzin kół pędnych, wykonała badanta celem określenia ich własności lepko-sprężystych. Celem tej pracy doświadczalnej było zbadanie zachowania się próbek polimerów poddanych statycznemu jednoosiowemu stanowi naprężeń oraz określenie reologicznych modeli strukturalnych, które by pod względem fenomenologicznym możliwie dokładnie odzwierciedlały wyniki badań laboratoryjnych. Doświadczenia przeprowadzono dla polimerów oznaczonych symbolami PCW-W4 i TIV/25, których skład chemiczny podano w tabli-

Tablica 1

Główny składnik	Plastyfikator	Wypełniacz	Stabilizator	
Polichlorek winylu	Ftalen dwubutylu lub dwuoktylu	Sadza aktywna lub szpat ciężki	Dwucyjan- dwuamid	

Sklad chemiczny próbki PCW-W4

Tablica 2

Główny składnik	Plastyfikator	Wypełniacz		
Polichlorek winy- lu - D z kauczu- kiem oksyloutry- lowym typu Hycar 1041	Ftalen dwuoktylu oraz stearynian kadmu	Krzemionka kolci- dalna typu - Ultrasil		

Skład chemiczny próbki TIV/25

2. Aparatura pomiarowa

Dla realizacji jednoosiowego stanu naprężeń ściskających, wykorzystano aparaturę firmy VEB Thur Industriewerk Rauenstein. Stałe obciążenie próbki uzyskiwania za pomocą przesuwnego obciążnika i układu dźwigni. Polimery badano na próbkach walcowych o średnicy 0,010 m i wysokości 0,0115 m. Skrócenie próbek mierzono przy użyciu czujnika zegarowego, którego wartość najmniejszej działki wynosiła 10⁻⁶ m. Pomiary przeprowadzono w temperaturze 290 ± 1⁰K, przy wilgotności względnej 70%.

3. Metoda pomiaru

Modele reologiczne badanych polimerów wyznaczano na podstawie próby pełzania. Czas przyłożenia stałego obciążenia dla próbek PCW-W4 wynosił 60 minut dla TIV/25- 90 minut. Powrót odkształcenia mierzone w przeciągu tych samych okresów czasu. Wielkości przyjętych naprężeń zestawiano w tablicy 3.

Tablica 3

Próbka	Naprężenie MN/m ²				
A WHORLINK	I	II	III	IV	
PCW-W4	0,6250	1,2500	1,8750	2,5000	
T IV/25	0,3125	0,6250	0,9375	1,2500	

Wartości przyjętych naprężeń

4. Wyniki obserwacji pomiarów

4.1. Krzywe odkształcenia i nawrotu Na podstawie otrzymanych wyników pomiarów wykreślono w układzie (£, t) krzywe odkształcenia i nawrotu. Krzywe nawrotu odwrócono i przesunięto do początku układu (£, t). Krzywe odkształcenia składają się z odkształcenia chwilowego oraz części odpowiadającej wzrostowi odkształcenia chwilowego oraz części odpowiadającej wzrostowi odkształcenia krzywa nawrotu składa się z chwilowego nawrotu odkształcenia oraz nawrotu odkształcenia w czasie. Odkształcenia trwałe w czasie wykazały próbki PCW-W4 i TIV/25.

5. Interpretacia modelowa wyników pomiarów

W dalszej części pracy zostanie przedstawiona aproksymacja wyników doświadczeń, przy pomocy elementów reologicznych modeli strukturalnych. Aproksymacja ta obejmuje wyłącznie fenomenologiczną stronę obserwowanych zjawisk i opiera się na zasadach makroreologii fenomenologicznej. Strukturalna strona zagadnienia wchodząca w zakres mikroreologii została w pracy pominięta.

Interpretacja modelowa wyników doświadczeń wykonana została przy użyciu ogólnie znanych elementów modeli reologicznych.

Z grubsza rzecz biorąc elementy modelowe i modele reologiczne można podzielić na liniowe (tzn. takie które można opisać równaniami liniowymi) oraz nieliniowe. Składnikami modeli liniowych są elementy przedstawiające ośrodek doskonale i liniowo sprężysty (tzw. ciało Hooke'a) oraz model cieczy liniowej (tzw. cieczy Newtona). Równanie stanu pierwszego z nich zakłada liniową zależność odkształceń od naprężeń, co wyraża znane równanie

$$\delta = \mathbf{E} \cdot \mathbf{e}$$

gdzie:

E - moduł proporcjonalności (taw. moduł Younga).

(1)





Modele reologiczne polimerów ...

235

(2)

Równanie stanu cieczy newtonowskiej zakłada liniową zależność naprężeń od prędkości odkształcenia:

$$5 = p \cdot e$$

gdzie:

9 - moduł proporcjonalności (lepkości dynamiczna). Dalsze elementy liniowych modeli reologicznych są kombinacją modeli ośrodka sprężystego (ciało Hooke'a) i cieczy newtonowskiej. Równolegle połączenie tych elementów tworzy model ośrodka Kelvina-Voigta o własnościach ciała stałego lepko-sprężystego, zaś ich połączenie szeregowe tworzy model cieczy sprężystej (tzw. cieczy Maxwella). Z kolei równoległe połączenie elementu Maxwella z elementem Hooke'a tworzy model ciała sprężysto-lepkiego Pointinga-Thomsona (względnie Zenera), co zgodnie z przyjętą nomenklaturą reologiczną można napisać

$$Z = PTh = \frac{M}{H}$$
(3)

Wreszcie szeregowe połączenie elementów Kelwina Voigta i Maxwella tworzy model Burgersa

$$B_{ij} = K - M \tag{4}$$

Dalsze połączenie równoległe i szeregowe omawianych elementów liniowych tworzą bardziej złożone modele reologiczne.

5.1. Odwzorowanie odkaztałceń chwilowych W celu umożliwienia przeprowadzenia analizy odkaztałceń chwilowych z wykresów doświadczalnych w układzie osi współrzędnych (ε , t), odczytano wartości odkaztałceń chwilowych. Wartości odkaztałceń chwilowych dla poszczególnych polimerów naniesiono w układzie (σ , ε) - rys. 3, 4. Wszystkie polimery - ze względu na zastosowane małe naprężenia - wykazały liniowość sprężystą. Innymi słowy zależność pomiędzy naprężeniami i odkaztałceniami chwilowymi są liniami prostymi. Liniowość sprężystą każdego z badanych polimerów

Modele reologiczne polimerów ...



Rys. 3. Odkształcenia chwilowe i odkształcenia graniczne przy nawrocie sprężystym dla tworzywa PCW-W4



Rys. 4. Odkształcenie chwilowe i odkształcenie graniczne przy nawrocie sprężystym dla tworzywa T IV/25

odwzorowano przy pomocy elementu Hooke'a. Wartości liczbowe modułów sprężystości określono według równania:

$$\mathbf{E} = \frac{Q}{c}$$

gdzie:

- 0- naprężenia Nm²
- 8 skrócenie względne.

5.2. Odwzorowanie odkształceń opóźnionych Analizę odwracalnych odkształceń opóźnionych przeprowadzono na podstawie wyników nawrotu opóźnionego. Na podstawie znajomości odkształceń granicznych przy nawrocie opóźnionym, sporządzono wykresy w układzie ($\mathcal{S}, \mathcal{E}_{L}$), obrazujące sprężystość opóźnioną badanych polimerów (rys. 3, 4). Jak wykazują wymienione rysunki sprężystość ta ma charakter nieliniowy. Przy interpretacji modelowej granicznych sprężystych odkształceń opóźnionych przyjęto ilość elementów sprężystych zgodnie z wymaganiami aproksymacji zjawiska lepko-sprężystości, co będzie szerzej omówione w dalszym ciągu pracy.

Tak więc opóźnioną sprężystość PCW-W4 odwzorowano przy pomocy 2 elementów Hooke'a o modułach E_2E_3 , zaś TIV/25 przy pomocy trzech elementów Hooke'a o modułach E_2 , E_3 , E_4 . Wartości liczbowe modułów obliczono z równań:

dla PCW-W4 $E_2 \neq E_3$

$$\frac{1}{E_{I}} = \frac{1}{E_{2}} + \frac{1}{E_{3}}$$
(6)

$$\frac{1}{E_{II}} = \frac{1}{E_3}$$
(7)

dla TIV/25 $E_2 \neq E_3 = E_4$

$$\frac{1}{E_{I}} = \frac{1}{E_{2}} + \frac{1}{E_{3}} + \frac{1}{E_{4}}$$
(8)

$$\frac{1}{B_{II}} + \frac{1}{B_3} + \frac{1}{B_4}$$
 (9)

gdzie:

E_I, E_{II} - moduły sprężystości odpowiadające odcinkom krzywej aproksymowanej.

Wielkości oporu odkształcenia dla badanych polimerów obliczono wg wzorów:

$$e_2 = \frac{\sigma_a}{E_2}$$

(10)



Rys. 5. Nieliniowość lepkosprężysta i odkształcenia nieodwracalne tworzywa PCW-W4



Rys. 6. Nieliniowość lepkosprężysta i odkształcenia nieodwracałne tworzywa T/IV/25

(11)

W celu dokonania interpretacji modelowej odkształceń opóźnionych, zaszła konieczność wyznaczenia liniowości, względnie nieliniowości sprężysto-lepkiej badanych polimerów. Za podstawę przyjęto model ciała Kelvina-Voigta, z którym skorelowano empiryczne krzywe nawrotu opóźnionego, W tym celu określono dla pojedynczego modelu Kelvina-Voigta układ liniowy. Układ ten posiada następujące współrzędne prostokątne:

$$x = \ln \left(\frac{c_{I}}{c_{L} - \varepsilon}\right)$$

y = t

gdzie:

- E odwracalne odkształcenie opóźnione
- \mathcal{E}_{L} odwracalne graniczne odkształcenie opóźnione (dla danej wartości naprężenia)
- t czas.

W powyższym układzie współrzędnym pojedynczy element Kelvina-Voigta reprezentuje odcinek prostej o skończonej długości, przechodzący przez początek układu i posiadający nachylenie:

$$T_{ret} = \frac{t}{\ln \left(\frac{\varepsilon_L}{\varepsilon_L - \varepsilon}\right)}$$
(12)

gdzie:

Trat - czas opóźnienia odkształceń.

W wymienionym układzie współrzędnych przedstawiono otrzymane z doświadczenia krzywe nawrotu opóźnionego poszczególnych polimerów (rys. 5, 6).

Jak wynika z rysunków nie zachodzi anamorfoza liniowa krzywych doświadczalnych w omawianym układzie, co świadczy o nieliniowości sprężysto-lepkiej wszystkich badanych polimerów. Nieliniowość ta ma w przypadku PCW-W4 mniej zdecydowany charakter niż w przypadku TIV/25.

Dla dokładnego odwzorowania modelowego nieliniowości sprężysto-lepkiej, koniecznym jest zestawienie szeregowe kilku elementów Kelvina-Voigta. Ze względu na różnice skrajnych wartości nachylenia krzywych doświadczalnych, przyjmujemy odwzorowanie odkształceń sprężysto-lepkich PCW-W4 przy pomocy dwóch szeregowo połączonych elementów, zaś dla TIV/25 przy pomocy trzech szeregowo połączonych elementów Kelvina-Voigta. Współdziałaniu poszczególnych elementów z całością układu odpowiadają kolejne odcinki krzywych aproksymowanych (rys. 5, 6).

W celu wyznaczenia wartości liczbowych parametrów poszczególnych elementów dla PCW-W4 przyjmujemy założenie wyłącznego działania trzech, dwóch oraz jednego elementu kelvinowskiego w kolejnych odcinkach czasu: O-t₁, t₁ - t₂, t₂ - t₃. W takim przypadku możemy napisać analogicznie do zjawisk sprężystych następujące równania podatności lepkich dla:

PCW-W4

$$\frac{1}{p_{I}} = \frac{1}{p_{2}} + \frac{1}{p_{3}}$$
(13)
$$\frac{1}{p_{II}} = \frac{1}{p_{3}} -$$
(14)

TIV/25

$$\frac{1}{1} = \frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_3} + \frac{1}{l_4}$$
(15)

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$
(16)

$$\frac{1}{2} \frac{1}{111} = \frac{1}{24}$$
 (17)

Pomiędzy omawianymi parametrami istnieje związek:

$$T_{ret} = \frac{p}{E}$$
 (18)

A zatem przejściowe wartości podatności lepkich będą równe: dla PCW-W4

$$\frac{1}{l_{I}} = \frac{1}{T_{retI} \cdot E_{I}}$$
(19)

$$\frac{1}{\gamma_{II}} = \frac{1}{T_{retII} \cdot E_{II}}$$
(20)

dla TIV/25

- Menter-anti-

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{\mathbf{T}_{retI} \cdot \mathbf{E}_{I}}$$
(21)

$$\frac{1}{\gamma_{II}} = \frac{1}{T_{retII} \cdot E_{II}}$$
(22)

$$\frac{1}{?_{\text{III}}} = \frac{1}{T_{\text{retIII}} \cdot F_{\text{III}}}$$
(23)

Wchodzące w równania (19-23) wartości wyliczymy z danych doświadczalnych:

dla PCW-W4

$$T_{ret.I} = \frac{t_1}{\ln(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1 - \varepsilon'})}$$
(24)

$$\mathbf{T}_{\text{ret.II}} = \frac{\mathbf{t}_2 - \mathbf{t}_1}{\ln(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1 - \varepsilon})_2 - \ln(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1 - \varepsilon})_1}$$
(25)

dla TIV/25

$$T_{ret.I} = \frac{t_1}{\ln(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1 - \varepsilon})_1}$$

(26)

Modele reologiczne polimerów ...

$$T_{ret.II} = \frac{t_2 - t_1}{\ln(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1 - \varepsilon})_2 - \ln(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1 - \varepsilon})_1}$$
(27)

$$T_{ret.III} = \frac{t_3 - t_4}{\ln(\frac{\varepsilon_L}{\varepsilon_1 - \varepsilon})_3 - \ln(\frac{\varepsilon_L}{\varepsilon_L - \varepsilon})_4}$$
(28)

Mając wartości współczynników lepkości dla poszczególnych elementów modelu (równania 13-17) oraz odpowiednie wartości modułów sprężystości (równania 6-9) bez trudności określimy wartości liczbowe czasów opóźnienia odkształceń poszczególnych elementów Kelvina-Voigta.

5.3. Odwzorowanie czasowych odkształceń trwałych Analize odkaztałceń trwałych oparto na uzyskanych wartościach różnic rzednych krzywych odkształcenia i nawrotu. Dla określenia charakteru cieczy pozwalającej na odwzorowanie modelowe czasowych odkształceń nieodwracalnych, uzyskane wartości doświadczalne przedstawiono w układzie: naprężenie - prędkość (rys. 7.8). W układzie tym ciecz newtonowska przedstawia linię prostą przechodzącą przez początek układu, przy czym nachylenie tej prostej jest odwrotnością współczynnika lepkości. Jak wykazują rys. zarówno PCW-W4 jak i TIV/25 wykazują nieliniowość lepką, zatem ich czasowe odkształcenie trwałe nie może być odwzorowane pojedynczym elementem Newtona. W celu odwzorowania modelowego wspomnianych zależności przeprowadzono aproksymację krzywych doświadczalnych przy pomocy linii łamanej o 2 odcinkach prostych. Układ modelowy odpowiadający krzywej aproksymowanej dla PCW-W4 i TIV/25 składa się z dwóch elementów Newtona, z których jeden jest połączony równolegle z oporem prędkości odkształcenia. Lepkość układu modelowego zarówno dla PCW_W4 jak i TIV/25 określimy z wykresu (7, 8).

9

$$I = \frac{\delta_a}{\delta_{ta}}$$

243

(29)

Henryk Kostrzewa



 $\frac{b}{\varepsilon_{tb}} - \varepsilon_{ta}$ (30)









Odpowiednie zaś wartości dla elementów modeli PCW-W4 będą równe:

$$\frac{1}{p_{\rm I}} = \frac{1}{p_{\rm 4}} + \frac{1}{p_{\rm 5}} \tag{31}$$

$$\frac{1}{p_{II}} = \frac{1}{p_4}$$
 (32)

Dla TIV/25 wynoszą:

$$\frac{1}{p_{\rm I}} = \frac{1}{p_{\rm 5}} + \frac{1}{p_{\rm 4}} \tag{33}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{25}$$
 (34)

Wartości oporu odkształcenia wynoszą dla PCW-W4

$$\dot{\varepsilon}_{t5} = \dot{\varepsilon}_{ta} - \frac{\sigma_a}{\gamma_4} \tag{35}$$

V - prędkość odkształcenia dla TIV/25

$$\dot{\varepsilon}_{tb} = \dot{\varepsilon}_{ta} - \frac{\sigma_a}{\rho_5}$$
(36)

gdzie:

ćta, oa - współrzędne punktu załamania krzywej aproksymowanej.

Sumaryczne modele badanych polimerów pokazano na rys. 9, a ich wartości liczbowe ujęto w tablicy 4.





Rys. 9. Modele reologiczne symulujące własności reologiczne polimerów stosowanych jako wykładziny kół pędnych

М	odele	Teo	logiczne	polimera	
		and the statements and the state			

Tablica 4	dkształceń acalnych	Granice prędkości odkształceń	81	⁶ t5 = = 2,54.10 ⁻⁷	⁶ t6 = =2,69 . 10 ⁷	
polimerów	Stale (nieodwi	Współczynni- ki lepkości dynamicznej	N.B.m ⁻²	$P_{4} = = = 322.1010$ = 332.1010 $P_{5} = = 461.10^{10}$	<pre> F5 = = 308, 10¹⁰ = 381, 10¹⁰ = 381, 10¹⁰ </pre>	
echanicznych y kół pędnych	rężystych	Granice od- ksztalceń	1	⁶ 2 = =2,28,10 ⁻³	é2 = =3,25.10-3	
ttów modeli m ko wykładzin	kształceń sp	Czasy opóź- nienia od- kształceń	Ø	Tret.2 = 37,98 = 37,98 = 37,98 = 37,98 = 37,98 = 37,98 = 37,98 = 384,99 = 384,984,99 = 384,984,984,99 = 384,984,984,984,984,984,984,984,984,984,9	Tret.2 = = 86,3 = Tret.3 = = 519,4 Tret.4 = = 1650	
zbowe elemen osowanych ja	óźnionych od	Współczyn- niki lep- kości dy- namicznej	N.8.m ⁻²	122 =	$\begin{array}{c} \begin{array}{c} \begin{array}{c} & & & \\ & & & \\ & = & & \\ & = & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ \end{array}$	-
artości lic st	Stałe op	Moduły sprężysto- ści po- dłużnej	N.m-2	E ₂ = =26,31.10 ⁷ =73,85.10 ⁷	$ \begin{array}{c} \mathbb{E}_{2} \\ = 111, 7, 10^{7} \\ = 111, 7, 10^{7} \\ \mathbb{E}_{3} \\ = 17, 82, 10^{7} \\ \mathbb{E}_{4} \\ = 17, 82, 10^{7} \\ = 17, 82, 10^{7} \end{array} $	
M	Stale od- ksztalceń natych- miast.	Moduły sprężysto- ści po- dłużnej	N.m ⁻²	E1 = =47,6.10 ⁷	E1 = = = 10,04,107	
topatenting	Two- f zywo			PCW-W4	TIV/25	

٠

247

n/shine

LITERATURA

- [1] Ferry J.: Lepkosprężystość polimerów NNT Warszawa 1965.
- [2] Kidybiński A.: Modele reologiczne skał karbońskich w świetle badań laboratoryjnych. GIG Katowice 1963.
- [3] Nowacki W.: Teoria pelzania Arkady Warszawa 1963.
- [4] Reiner M.: Reologia teoretyczna PWN Warszawa 1956.