

Mgr inż. Jerzy Pluta  
Katedra Maszyn Górniczych

OKREŚLENIE PŁASKIEGO STANU NAPRĘŻEŃ W ELEMENTE WYKŁADZINY  
POD WPŁYWEM NACISKÓW PROMIENIOWYCH PRZY UŻYCIU METODY  
ELASTOPTYCZNEJ

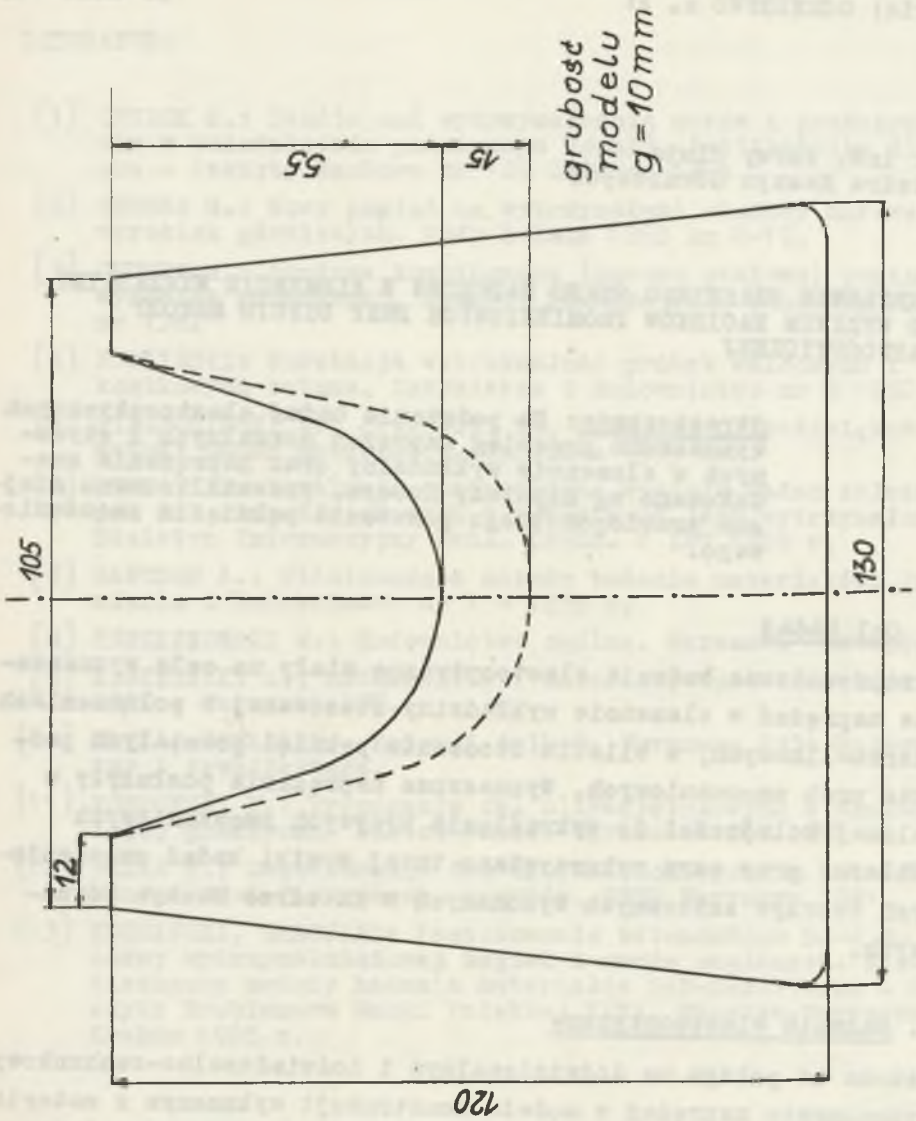
**Streszczenie:** Na podstawie badań elastooptycznych wyznaczono przebieg naprężeń normalnych i stycznych w elemencie wykładziny oraz naprężenia zredukowane wg hipotezy Hubera. Przeanalizowano miejsce prawdopodobnego powstania pęknięcia zmęczeniowego.

### 1. Cel badań

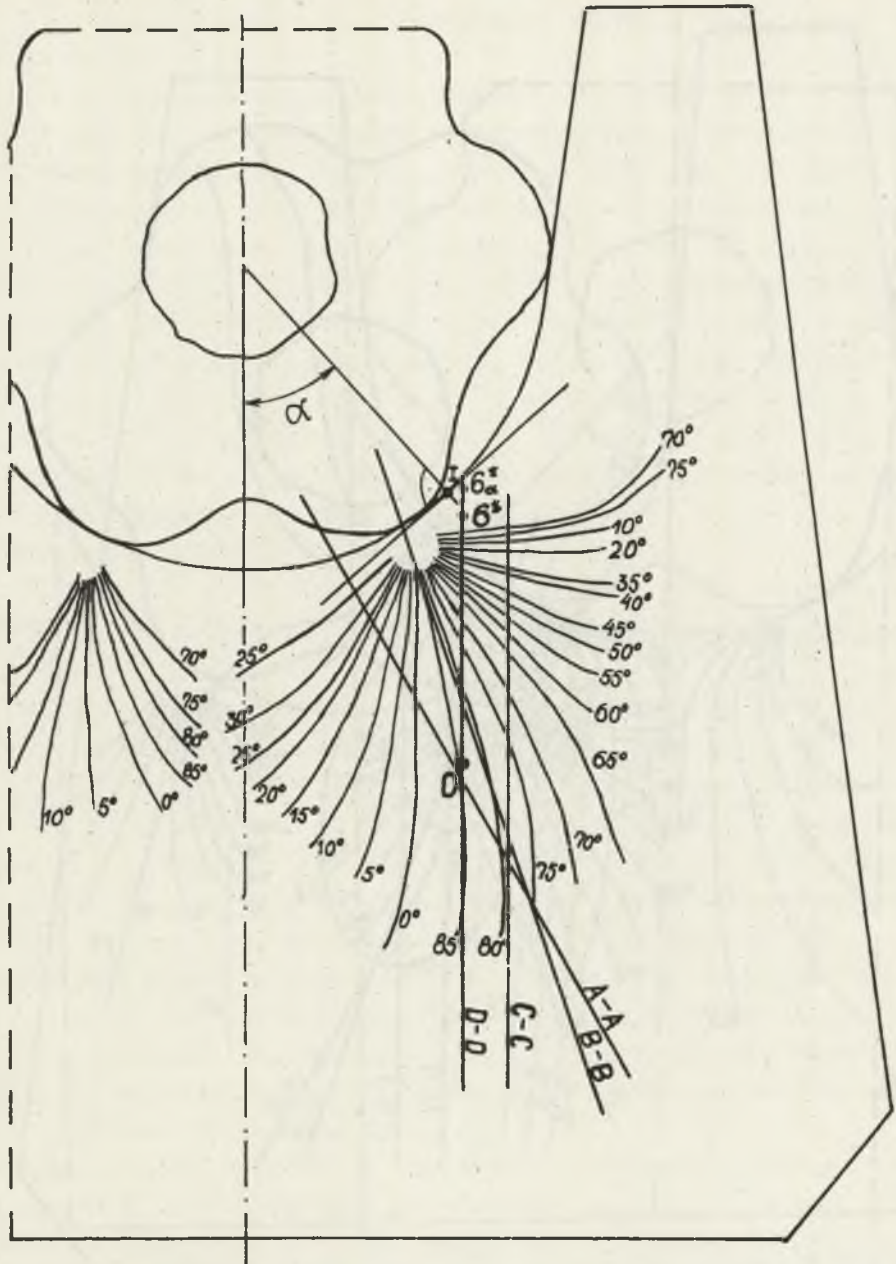
Przeprowadzone badania elastooptyczne miały na celu wyznaczenie naprężeń w elemencie wykładziny stosowanej w połączeniach cierno-linowych, w bliskim otoczeniu pęknięć powstałych podczas prób zmęczeniowych. Wyznaczone naprężenia posłużyły w dalszej kolejności do wykreślenia krzywych zmęczeniowych Wöhlera, przy czym wykorzystano tutaj wyniki badań zmęczeniowych tworzyw sztucznych wykonanych w Katedrze Maszyn Górniczych.

### 2. Badania elastooptyczne

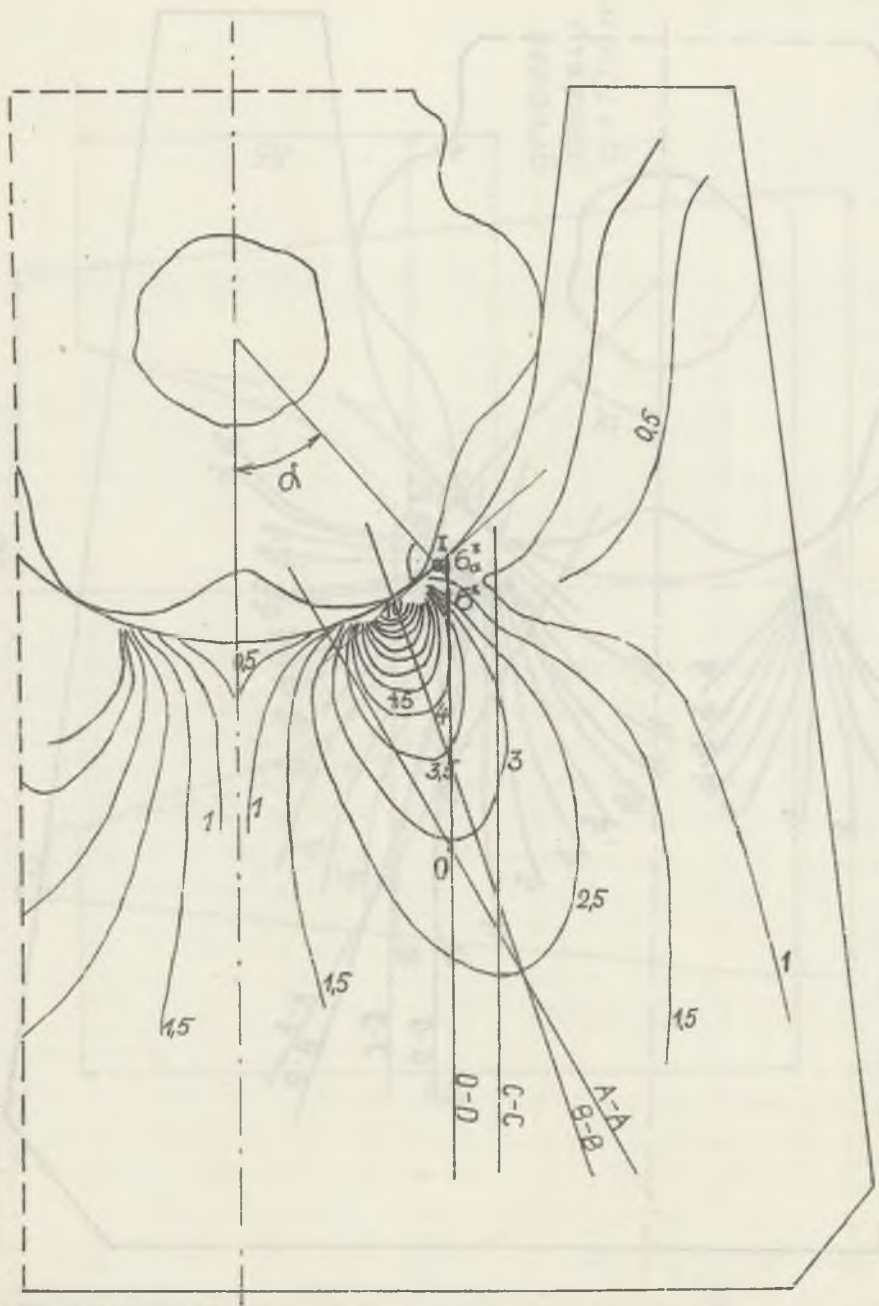
Metoda ta polega na doświadczalnym i doświadczalno-rachunkowym wyznaczaniu naprężeń w modelu konstrukcji wykonanym z materiału przezroczystego (szkło, przezroczyste plastyki itd.) izotropowego i wykazującego własności dwójłomności wymuszonej. Model wykładziny wykonany został z materiału: Epidian 201 o stałej elastooptycznej  $11,23 \left[ \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \frac{1}{\text{m}} \right]$  drogą obróbki mechanicznej, przy zachowaniu warunku stałej prędkości skrawania, w obawie przed spiętrzeniem naprężeń. Do prześwietlania użyto świa-



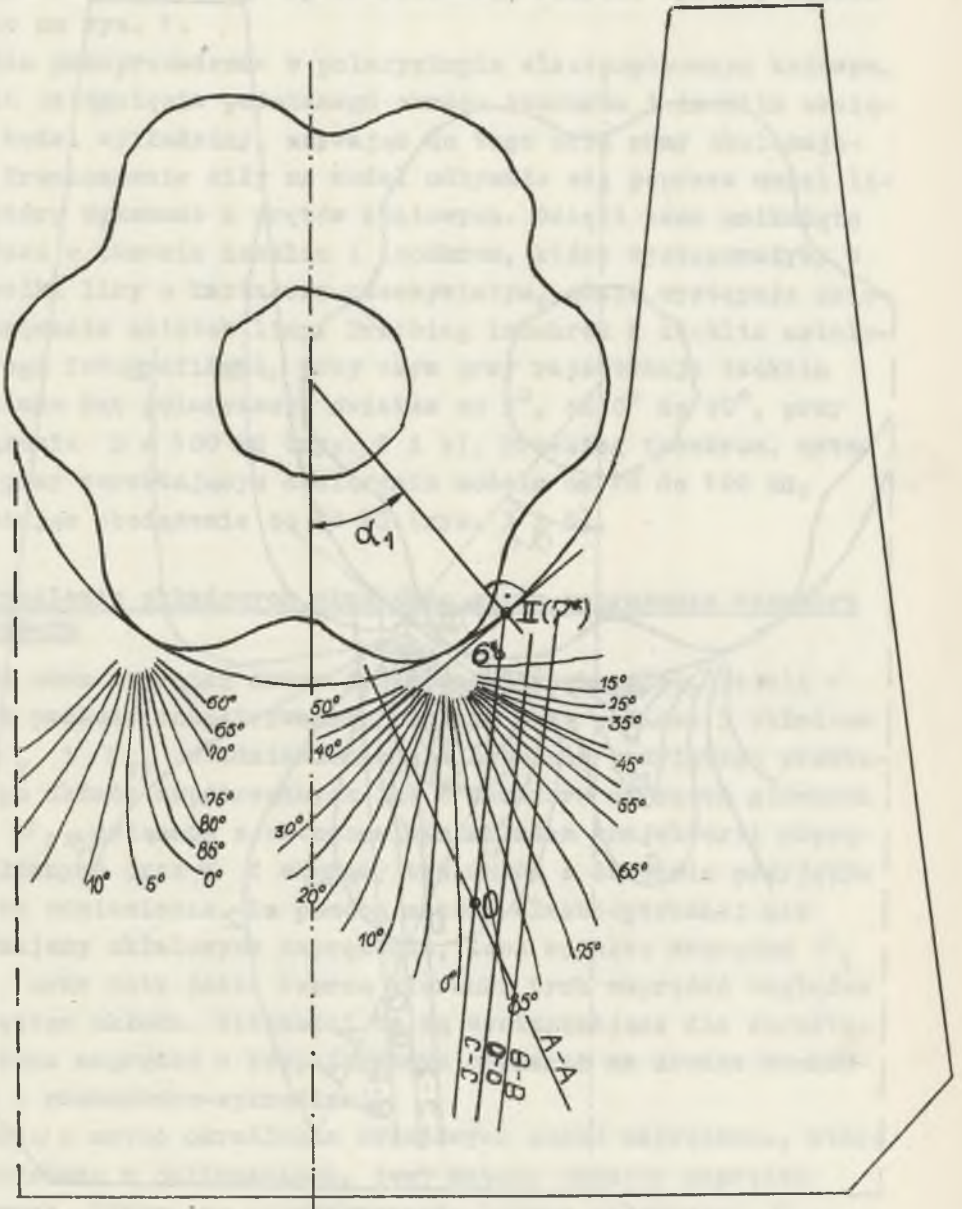
Rys. 1. Model wykładziny



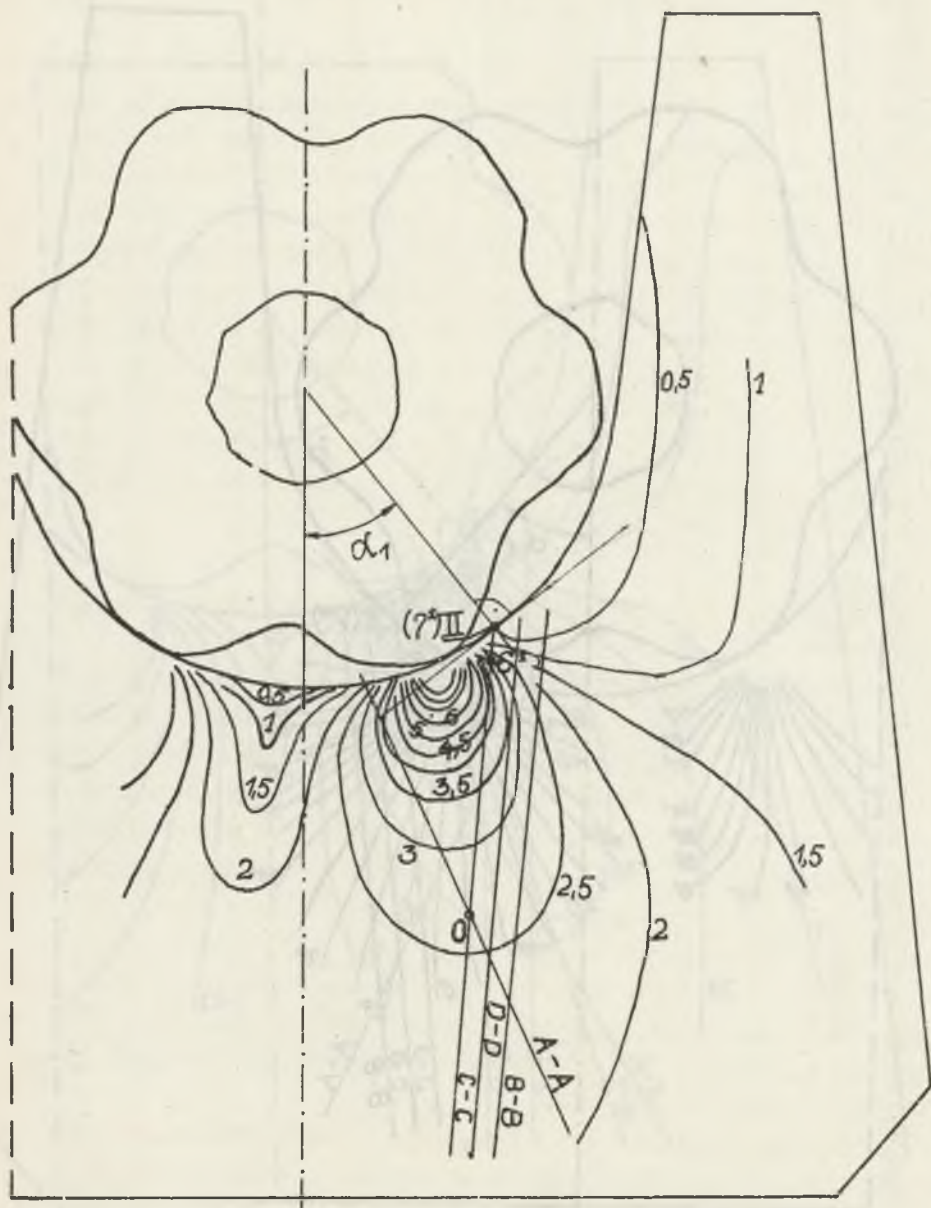
Rys. 2. Przebieg izoklin dla głębokości rowka linowego  $h=55$  mm



Rys. 3. Przebieg izochrom dla głębokości rowka linowego  $h = 55$  mm



Rys. 4. Przebieg izoklin dla głębokości rowka linowego  $h=70$  mm



Rys. 5. Przebieg izochrom dla głębokości rowka linowego  
 $h = 70 \text{ nm}$

tła monochromatycznego spolaryzowanego kołowo. Wymiary modelu podano na rys. 1.

Badania przeprowadzono w polaryskopie elastooptycznym kołowym. W celu osiągnięcia pożądanego obrazu izochrom i izoklin obciążono model wykładziny, używając do tego celu ramy obciążającej. Przenoszenie siły na model odbywało się poprzez model liny, który wykonano z prętów stalowych. Dzięki temu uniknięto zakłóceń w obrazie izoklin i izochrom, które występowałyby w przypadku liny o kształcie rzeczywistym, gdzie występuje osiowe skręcenie splotek liny. Przebieg izochrom i izoklin ustalono drogą fotograficzną, przy czym przy rejestracji izoklin zmieniano kąt polaryzacji światła od  $5^\circ$ , od  $0^\circ$  do  $90^\circ$ , przy obciążeniu  $S = 100$  kG (rys. 2 i 4). Przebieg izochrom, ustalono przy wzrastającym obciążeniu modelu od 20 do 100 kG, zmieniając obciążenie od 20 kG (rys. 3 i 5).

### 3. Określenie składowych płaskiego stanu naprężenia wewnątrz obszaru

Płaski stan naprężeń można jednoznacznie określić, jeżeli w każdym punkcie rozpatrywanego obszaru będą podane: 3 składowe  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  i  $\tau_{xy}$  w odniesieniu dla dowolnie przyjętego prostokątnego układu współrzędnych lub 2 składowe naprężenia głównych  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$ , związane z ortogonalnym układem trajektorii naprężeń głównych oraz  $\alpha$  wiążący ten układ z dowolnie przyjętym układem odniesienia. Za pomocą metody elastooptycznej nie otrzymujemy składowych naprężenia, lecz różnicę naprężeń  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  oraz kąty jakie tworzą kierunki tych naprężeń względem przyjętego układu. Wielkości te są wystarczające dla określenia stanu naprężeń w rozpatrywanym obszarze na drodze rachunkowej i rachunkowo-wykresłnej.

Jedną z metod określenia składowych stanu naprężenia, którą wykorzystano w obliczeniach, jest metoda różnicy naprężeń styżnych. Służy ona do wyznaczenia trzech składowych  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  wzdłuż prostoliniowego przekroju modelu, przy wykorzystaniu równań równowagi wewnętrznej. Znając w danym punkcie

wartość różnicy naprężeń głównych oraz parametr izokliny, możemy znaleźć naprężenia tnące z wzoru:

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\varphi \quad (1)$$

gdzie:

$\varphi$  - określony jest za pomocą parametru izokliny.

Dla określenia składowych naprężeń normalnych wykorzystamy równania równowagi wewnętrznej. Równanie równowagi wewnętrznej dla płaskiego stanu naprężeń (przy pominięciu sił masowych) w układzie współrzędnych prostokątnych mają postać:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

Po scałkowaniu powyższych równań oraz dalszych przekształceniach otrzymujemy wzór:

$$\sigma_{x(N)} = \sigma_{x(M)} - \frac{\Delta \tau_{xy}}{\Delta y} \cdot \Delta x \quad (4)$$

gdzie:

$\Delta \tau_{xy}$  - różnica naprężeń stycznych w dwóch sąsiednich przekrojach.

Zakładając przedziały  $\Delta x = \Delta y$  otrzymujemy:

$$\sigma_{x(N)} = \sigma_{x(M)} - \Delta \tau_{xy} \quad (4a)$$

Wzór (4) przybierze postać:

$$\sigma_{x(x=x_1)} = \sigma_{x(x=x_0)} - \sum_0^1 \Delta \tau_{xy} \cdot (\pm 1) \quad (4b)$$



gdy zaczynamy wyznaczanie naprężeń od swobodnego brzegu. Drugie naprężenie składowe wyliczamy z wzoru:

$$\sigma_y = \sigma_x - (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\varphi \quad (5)$$

lub

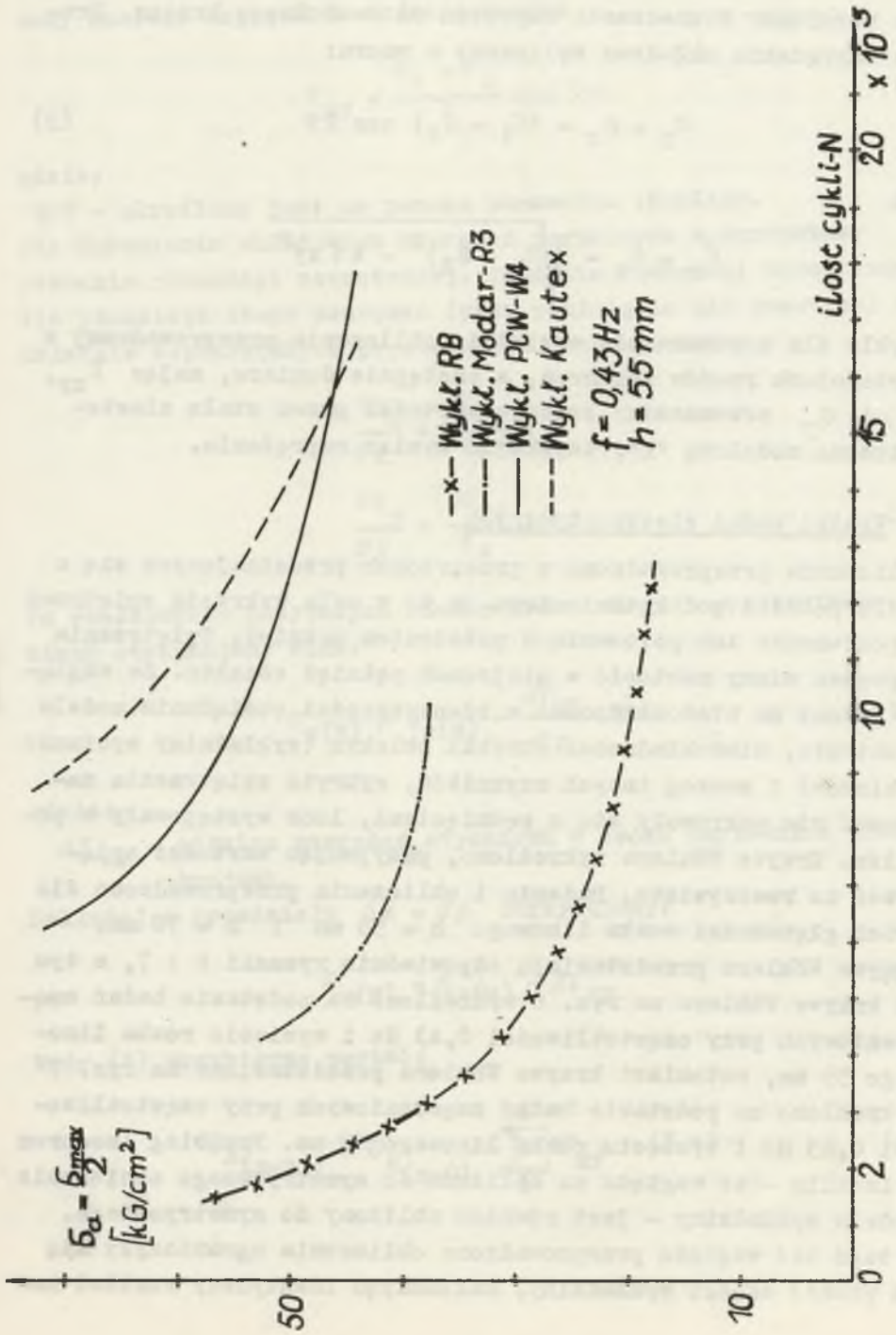
$$\sigma_y = \sigma_x - \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 - 4\tau_{xy}^2}$$

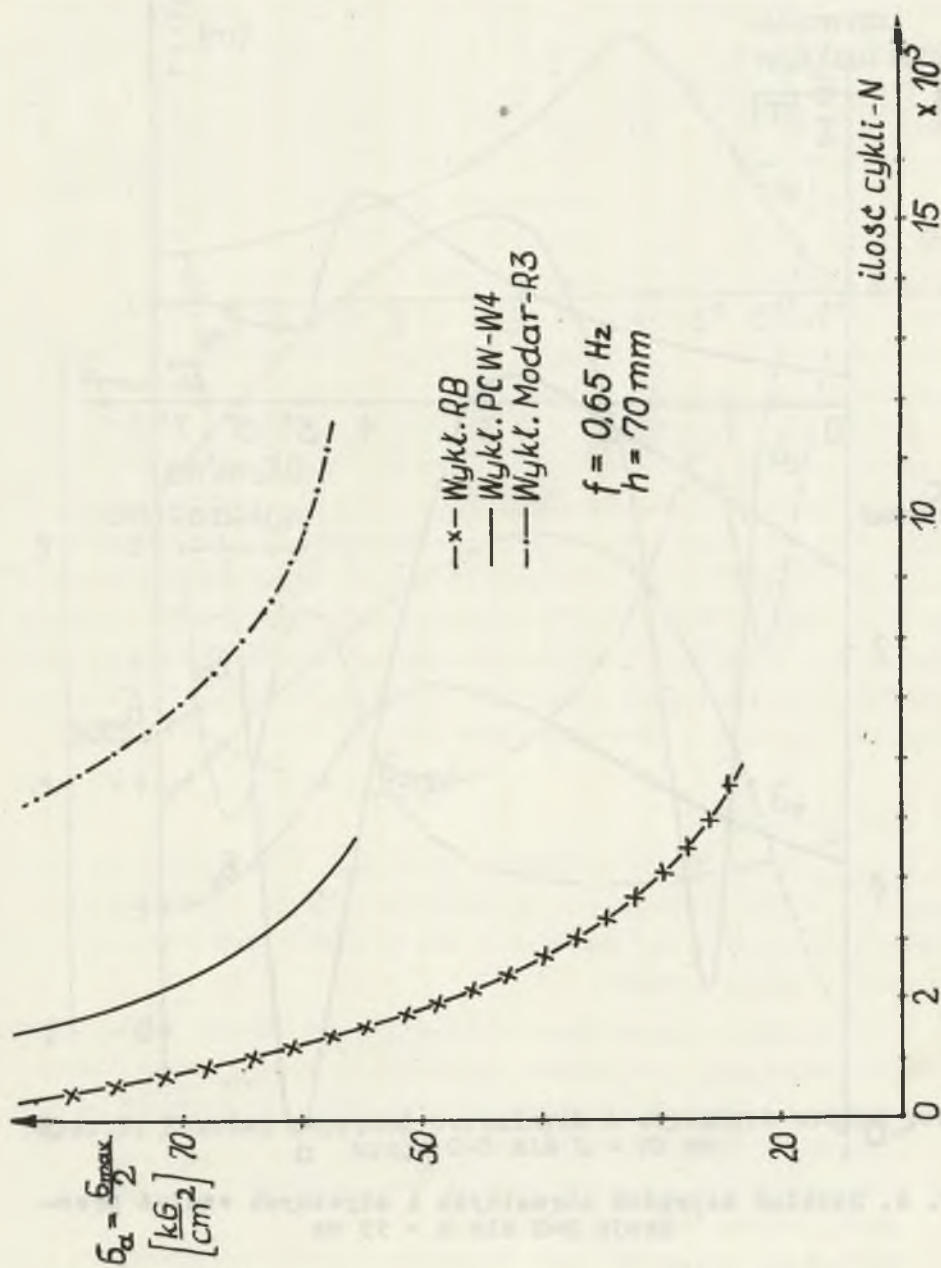
Zwykle dla uproszczenia wszystkie obliczenia przeprowadzamy w wartościach rzędów izochrom, a następnie dopiero, mając  $\tau_{xy}$ ,  $\sigma_x$  i  $\sigma_y$  przemnażamy końcowe wartości przez stałą elasto-  
optyczną modelową "K", uzyskując wymiar naprężenia.

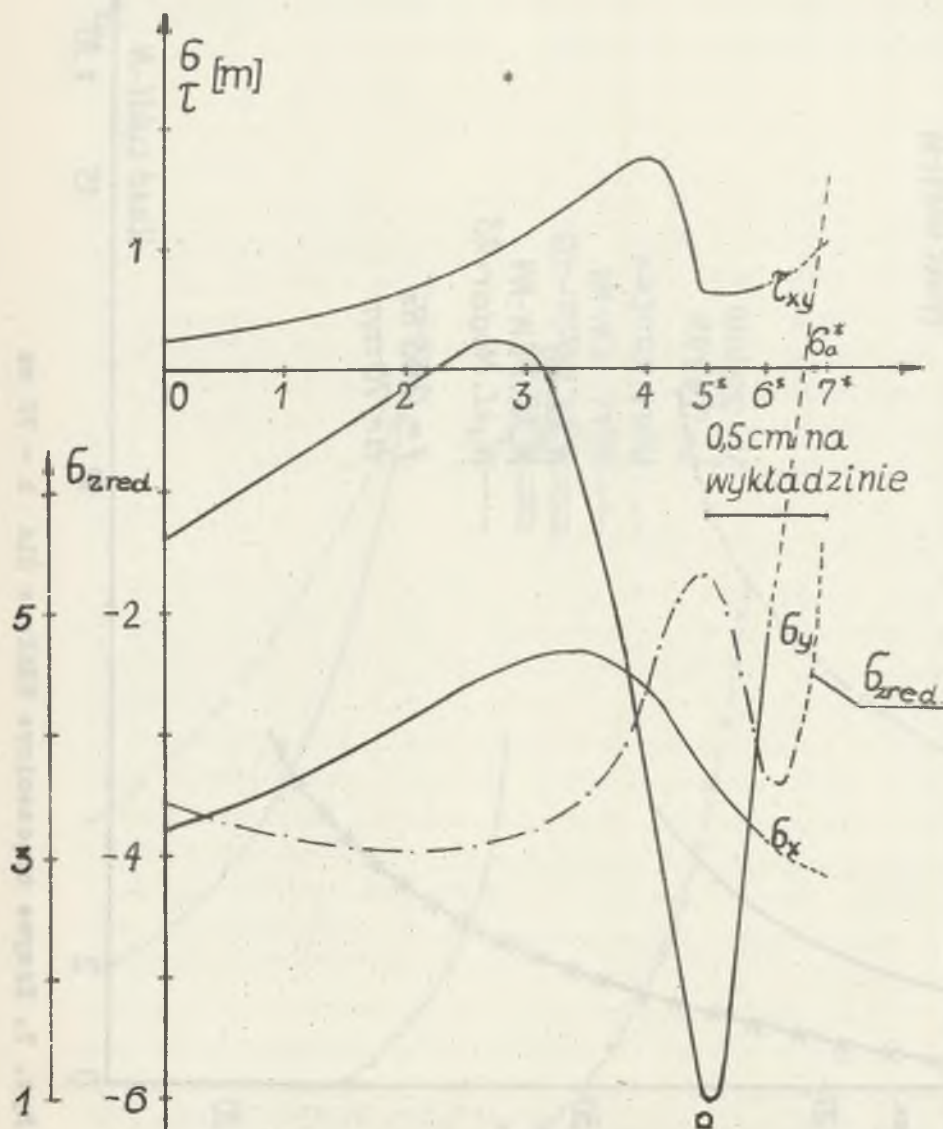
#### 4. Wyniki badań elasto- optycznych

Obliczenia przeprowadzono w przekrojach przecinających się z linią pęknięć pod kątem ostrym, a to w celu wykrycia spiętrzeń i porównania ich położenia z położeniem pęknięć. Spiętrzenia naprężeń winny nastąpić w miejscach pęknięć obiektu. Ze względu jednak na niedokładności w identyczności obciążania modelu i obiektu, niedokładności obróbki obiektu (wykładziny wycinano z bloków) i szereg innych czynników, wykryte spiętrzenia naprężeń nie pokrywały się z pęknięciami, lecz występowały w pobliżu. Krzywe Wöhlera wykreślono, przyjmując wartości spiętrzeń za rzeczywiste. Badania i obliczenia przeprowadzono dla dwóch głębokości rowka linowego  $h = 55 \text{ mm}$  i  $h = 70 \text{ mm}$ .

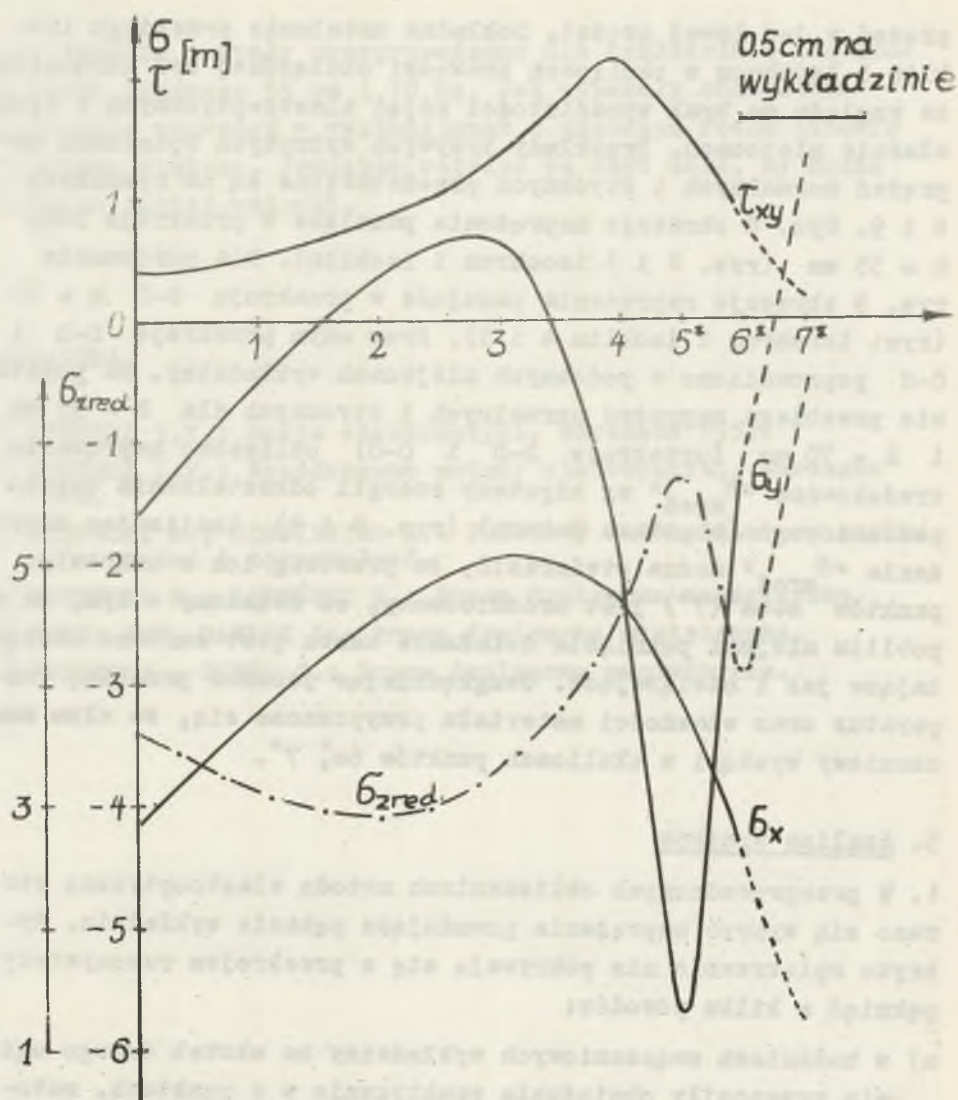
Krzywe Wöhlera przedstawiają odpowiednio rysunki 6 i 7, z tym że krzywe Wöhlera na rys. 6 wykreślono na podstawie badań zmę-  
czeniowych przy częstotliwości 0,43 Hz i wycięciu rowka linowego 55 mm, natomiast krzywe Wöhlera przedstawione na rys. 7 wykreślono na podstawie badań zmę-  
czeniowych przy częstotliwości 0,65 Hz i wycięciu rowka linowego 70 mm. Przebieg izochrom i izoklin - ze względu na zbliżone do symetrycznego obciążenie modelu wykładziny - jest również zbliżony do symetrycznego. Z tego też względu przeprowadzone obliczenia ograniczyły się do prawej części wykładziny, zakładając identyczny rozkład na-

Rys. 6. Krzywe zmęczenia Wöhlera dla  $h = 55 mm$

Rys. 7. Krzywe zmęczenia Wöhlera dla  $h = 70 \text{ mm}$



Rys. 8. Rozkład naprężeń normalnych i stycznych wzdłuż przekroju D-D dla  $h = 55$  mm



Rys. 9. Rozkład naprężeń normalnych i stycznych wzdłuż przekroju C-C dla  $h = 70$  mm

przeżeń w jej lewej części. Dokładne ustalenie przebiegu izoklin i izochrom w okolicach krawędzi obciążonej był utrudniony ze względu na brak wyrazistości zdjęć elastooptycznych w tych właśnie miejscach. Przykłady krzywych wykrytych spiętrzeń naprężeń normalnych i styoznych przedstawione są na rysunkach 8 i 9. Rys. 8 obrazuje naprężenia panujące w przekroju D-D,  $h = 55$  mm (rys. 2 i 3 izochrom i izoklin). Dla porównania rys. 9 obrazuje naprężenia panujące w przekroju C-C  $h = 70$  mm (rys. izochrom i izoklin 4 i 5). Przy czym przekroje D-D i C-C poprowadzono w podobnych miejscach wykładziny. Na podstawie przebiegu naprężeń normalnych i styoznych dla  $h = 55$  mm i  $h = 70$  mm (przekroje D-D i C-C) obliczono naprężenia zredukowane " $\sigma_{zred}^6$ " wg hipotezy energii odkształcenia czysto postaciowego (hipoteza Hubera) (rys. 8 i 9). Analizując naprężenia " $\sigma_{zred}^6$ " można stwierdzić, że przebieg ich w zakresie punktów 4+6a\*(7\*) jest zróżnicowany, co świadczy o tym, że w pobliżu miejsca pęknięcia działanie karbu jest zarówno obciążające jak i odciążające. Uwzględniając jeszcze przebieg temperatur oraz własności materiału przypuszcza się, że złom zmęczeniowy wystąpi w okolicach punktów 6a\*, 7\*.

## 5. Analiza wyników

1. W przeprowadzonych obciążeniach metodą elastooptyczną starano się wykryć naprężenia powodujące pęknięcie wykładzin. Wykryte spiętrzenia nie pokrywają się z przekrojem rzeczywistych pęknięć z kilku powodów:
  - a) w badaniach zmęczeniowych wykładziny na skutek dużego ugięcia przenosiły obciążenia praktycznie w 4 punktach, natomiast w badaniach elastooptycznych model wykładziny obciążony był w zasadzie w 2 punktach,
  - b) w obciążeniach założono płaski stan naprężeń - w rzeczywistości układ jest przestrzenny,
  - c) obliczenia przeprowadzono w ramach teorii sprężystości - w rzeczywistości badane tworzywa jako materiały lepkosprężyste odbiegają od teorii sprężystości.

2. Badania zostały przeprowadzone dla wykładzin o głębokości rowka linowego 55 mm i 70 mm. Jak wykazały obliczenia spiętrzenia naprężeń w wykładzinach o głębszym rowku linowym były nieco większe. Jednakże różnice są zbyt małe, by można wyciągnąć jakies wnioski.

#### LITERATURA

- [1] PINDERA I.T.: Zarys elastooptyki, Warszawa 1953.
- [2] PINDERA I.T.: Współczesne metody elastooptyki, Warszawa 1960.
- [3] LISOWSKI A., SIEMIENIEC A.: Podstawy doświadczalnej analizy naprężeń i odkształceń.
- [4] KOSTECKI K., LIPIŃSKI K.: Praca dyplomowa magisterska.
- [5] NAGŁY JAN, GAWLAK K.: Praca dyplomowa magisterska.
- [6] JUNGER J., PLUTA J.: Praca dyplomowa magisterska.