Варшавскій Политехническій Институтъ

ИМПЕРАТОРА НИКОЛАЯ II.

КУРСЪ НИЗШЕЙ ГЕОДЕЗІИ

для студентовъ инженерно-строительнаго отдѣленія.

Преп. В. Э. Эренфейхта

Варшава

1902 годъ.

Геодезія занимается измѣреніями, производимыми на поверхности земли съ цѣлью составленія изображенія всей поверхности земли или какой нибудь части ея.

Такъ какъ истинная, или такъ называемая физическая поверхность земли очень неправильна и непосредственное изображеніе контуровъ на ней было бы очень затруднительно, то для облегченія задачи поступимъ слѣдующимъ образомъ.

Вообразимъ поверхность океана мысленно продолженнаго во внутрь материка по каналамъ или тунелямъ; такая воображаемая уровенная поверхность называется математической поверхностью земли. Далѣе, изъ различныхъ точекъ физической поверхности проведемъ вертикальныя линіи до пересѣченія съ математической поверхностью. Мы получимъ на последней проекціи различныхъ линій физической поверхности, изображеніе которыхъ будетъ гораздо легче непосредственнаго изображенія самыхъ линій. Дѣйствительно, математическая поверхность очень близко подходитъ къ эллипсоиду вращенія. Эллипсоидъ этотъ такъ мало отличается отъ шара, что наибольшій экваторіальный радіусъ его лишь на $\frac{1}{300}$ свою долю длиннѣе наименьшаго, полярнаго. Вслѣдствіе этого математическая поверхность даже на большомъ протяженіи можетъ быть принимаема за поверхность сферы,а малые участки ея можно даже считать плоскими.

Въ этомъ послѣднемъ случаѣ математическая поверхность представится просто горизонтальною плоскостью;проекціи на ней разныхъ контуровъ физической поверхности земли будутъ нѣкоторыя плоскія фигуры,которыя мы можемъ начертить на бумагѣ, сохраняя ихъ подобіе.

Такое подобное,но уменьшенное изображеніе проекціи фигуры на горизонтальную плоскость называется планомъ.Составленіе плана относится къ задачамъ низшей геодезіи;иначе,низшая геодезія занимается съемкою такихъ небольшихъ пространствъ,на которыхъ поверхность уровня можетъ быть принята за горизонтальную плоскость.

Съемка же большихъ пространствъ,на которыхъ надо принимать во вниманіе кривизны уровенныхъ поверхностей,составляетъ задачу высшей геодезіи.Высшая геодезія пользуется для этой цѣли болѣе точными инструментами и выработала болѣе строгіе методы,чѣмъ низшая геодезія.

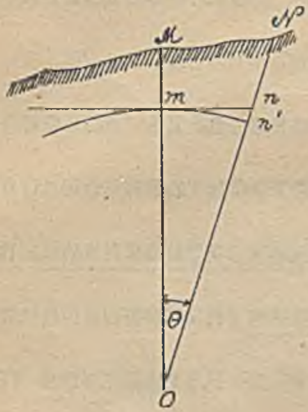
Имѣя планъ мѣстности,мы вмѣстѣ съ тѣмъ имѣемъ разстоянія и взаимныя расположенія проекцій различныхъ точекъ поверхности земли на горизонтальную плоскость. Чтобы судить о расположенiи самыхъ точекъ снимаемой мѣстности, необходимо знать еще превышенiе ихъ надъ взятой горизонтальною плоскостью.

Высоты точекъ земной поверхности надъ какою нибудь произвольно избранною горизонтальною плоскостью называются относительными отмѣтками въ отличiе отъ абсолютныхъ отмѣтокъ, которыя считаются отъ уровня моря. Тѣ и другiя находятся помощью такъ называемой нивеллировки, которая входитъ также въ область геодезическихъ задачъ.

Обѣ геодезическiя задачи: съемка и нивеллировка производятся обыкновенно независимо одна отъ другой. Ихъ можно рѣшать впрочемъ сразу обѣ вмѣстѣ помощью особыхъ приборовъ, называемыхъ универсальными инструментами, нивеллиръ-теодолитами, тахеометрами. Тахеометрическая съемка въ послѣднее время получаетъ очень большое распространенiе на предварительныхъ изысканiяхъ при постройкѣ желѣзныхъ дорогъ.

Раньше чѣмъ приступить къ изложенiю методовъ различнаго рода съемокъ, рѣшимъ нѣсколько опредѣленнѣе вопросъ, какiе участки можно снимать по правиламъ низшей геодезiи, и къ какимъ надо прилагать болѣе строгiе методы высшей геодезiи.

Пусть M будетъ точка земной поверхности, лежащая приблизительно по серединѣ снимаемаго участка,



Фиг. 1.

mn'-часть математической поверхности земли, которую примемъ за сферу радiуса $mo=R$. Вообразимъ далѣе въ точкѣ m касательную плоскость, горизонтальную для точки M или m, которая въ низшей геодезiи считается поверхностью уровня. Пусть N будетъ самая удаленная отъ M точка снимаемаго участка. Проведя черезъ N вертикальную линiю NO, мы получимъ въ пересѣченiи съ плоскостью точку n, которая въ низшей геодезiи считается проекцiей на уровенную поверхность, между тѣмъ какъ проекцiя на болѣе правильную уровенную поверхность mn' будетъ точка n'.

Подъ разстоянiемъ между проекцiями точекъ M и N надо принять въ высшей геодезiи дугу mn', въ низшей отрѣзокъ прямой mn. Ошибка Δl, дѣлаемая въ разстоянiи между этими точками вслѣдствiе того, что уровенная поверхность принимается плоскою, будетъ

$$\Delta l = mn - mn' \text{ . . . . } (1).$$

Далѣе, подъ отмѣткой точки N слѣдуетъ понимать въ

низшей геодезіи разстояніе Nn, въ высшей Nn'.
Ошибка Δh въ отмѣткѣ точки N по абсолютной величинѣ будетъ

$$\Delta h = Nn' - Nn = nn' \qquad \ldots\ldots\ldots (2)$$

Очевидно, что методами низшей геодезіи можно пользоваться лишь тогда, когда обѣ эти ошибки Δl и Δh меньше предѣльной допускаемой ошибки при съемкѣ и нивеллировкѣ. Найдемъ ихъ числовыя значенія.
Называя дугу mn' черезъ l, а центральный уголъ при O черезъ θ и считая его выраженнымъ въ абсолютныхъ мѣрахъ, имѣемъ:

$$mn' = l = R.\theta,$$
$$mn = R.\,tg\theta,$$
$$nn' = \Delta h = nO - n'O = R\sec\theta - R;$$

откуда

$$\left.\begin{aligned} \theta &= \frac{l}{R}, \\ \Delta l &= R(tg\theta - \theta), \\ \Delta h &= R(\sec\theta - 1) \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots (3)$$

Изъ анализа извѣстно, что

$$tg\theta = \theta + \frac{1}{3}\theta^3 + \frac{2}{15}\theta^5 + \ldots\ldots$$
$$\sec\theta = 1 + \frac{1}{2}\theta^2 + \frac{5}{14}\theta^4 + \ldots\ldots$$

на основаніи этого формулы |3| перепишутся

$$\left.\begin{aligned} \theta &= \frac{l}{R}, \\ \Delta l &= R\left(\frac{1}{3}\theta^3 + \frac{2}{15}\theta^5 + \ldots\right), \\ \Delta h &= R\left(\frac{1}{2}\theta^2 + \frac{5}{14}\theta^4 + \ldots\right) \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (4)$$

Уголъ θ, какъ видно изъ первой изъ этихъ формулъ, будетъ малъ, даже для большихъ протяженій; такъ, напримѣръ, принимая разстояніе l въ 100 километровъ, а радіусъ земли круглымъ числомъ въ 6000 километровъ, найдемъ

$$\theta = \frac{1}{60}.$$

Для малыхъ значеній θ степени θ^5 и θ^4 будутъ значительно меньше θ^3 и θ^2; а такъ какъ намъ нужно знать Δh и Δl лишь приблизительно, то, очевидно, мы можемъ въ послѣднихъ двухъ формулахъ |4| удержать лишь первые члены въ скобкахъ. Вводя въ нихъ

$$\theta = \frac{l}{R},$$

получимъ:

$$\left.\begin{aligned} \Delta l &= \frac{1}{3} \cdot \frac{l^3}{R^2}; \\ \Delta h &= \frac{1}{2} \cdot \frac{l^2}{R} \end{aligned}\right\} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

Отсюда получаемъ слѣдующую табличку

l	Δl	Δh
1 килом.	0,000001 м	0,08 м.
10 "	0,01 "	8. "
100 "	10. "	800. "

Изъ этой таблички мы прежде всего видимъ, что ошибки въ отмѣткахъ вообще велики и гораздо больше ошибокъ въ разстояніяхъ; отсюда слѣдуетъ, что при нивеллировкѣ даже небольшихъ пространствъ уровенная поверхность не можетъ быть принимаема за плоскость.

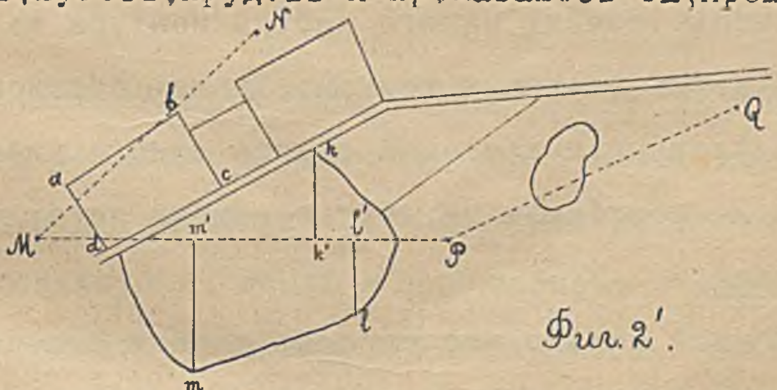
Что же касается до съемки, то, какъ видно изъ той же таблички, при разстояніяхъ даже въ 100 километровъ уровенная поверхность можетъ считаться плоскостью, ибо ошибка въ 10 метровъ составляетъ лишь $\frac{1}{10000}$ всего разстоянія въ 100 километровъ.

Вообще же, если намъ задана предѣльная ошибка Δl, которая допускается въ разстояніяхъ при съемкѣ, то по правиламъ низшей геодезіи можно снимать только такіе участки, наибольшее протяженіе которыхъ отъ средней точки не превосходитъ по |5|

$$l = \sqrt[3]{3\Delta l . R^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

СЪЕМКА

Пусть требуется снять планъ данной мѣстности, съ обозначеніемъ различныхъ подробностей: очертаній лѣсовъ, луговъ, прудовъ и пр. Казалось бы, проще всего



Фиг. 2'.

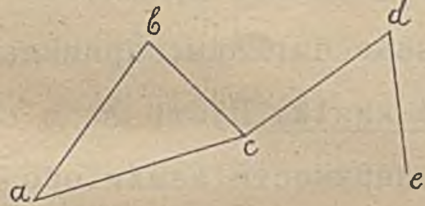
начать планъ съ какого нибудь конца даннаго участка, нанести первый контуръ *abcd*, затѣмъ нанести точки слѣдующаго контура, относя ихъ положенie къ точкамъ перваго и т.д., пока не обрисуемъ всего участка.

Но такой способъ съемки былъ бы въ высшей степени неправиленъ. Дѣйствительно, ошибки, сдѣланныя при съемкѣ перваго контура, повлiяли бы на положенie точекъ слѣдующаго контура, т.е. ошибки постепенно накоплялись бы, и мы получили бы на планѣ одну часть участка гораздо хуже другой.

Чтобы избѣжать постепеннаго накопленiя ошибокъ, поступаютъ слѣдующимъ образомъ. Выбираютъ сначала рядъ точекъ *M, N, P, Q*,... раскинутыхъ по всему участку на возможно большомъ разстоянiи одна отъ другой |лучше всего по границѣ снимаемаго участка| и помощью самыхъ точныхъ методовъ наносятъ ихъ положенiя на планъ. Имѣя уже рядъ основныхъ, опорныхъ точекъ, приступаютъ къ съемкѣ подробностей, относя положенie точекъ какого нибудь контура къ ближайшимъ двумъ опорнымъ точкамъ. Такимъ образомъ ошибки, сдѣланныя при съемкѣ одного какого нибудь контура, не повлiяютъ на другie; ошибки не будутъ накопляться.

Описанный только что способъ съемки составляетъ частный случай общаго принципа: перехода отъ общаго къ частному, который съ соотвѣтственными измѣненіями примѣняется почти во всѣхъ геодезическихъ операціяхъ.

Съемка опорныхъ точекъ. Вообразимъ на поверхности земли рядъ точекъ $A, B, C, \ldots$ и ихъ проекціи на горизонтальную плоскость $a, b, c, \ldots$. Соединивъ ихъ прямыми линіями, получимъ или рядъ треугольниковъ, или многоугольникъ, или просто ломанную линію. Очевидно мы будемъ знать точно расположеніе этихъ точекъ и сумѣемъ начертить планъ



Фиг. 2.

если найдемъ длины сторонъ и углы полигона. Намъ надо научиться, слѣдовательно, измѣрять разстоянія между проекціями точекъ на горизонтальную плоскость и углы между прямыми, соединяющими эти проекціи.

Непосредственное измѣреніе линій.

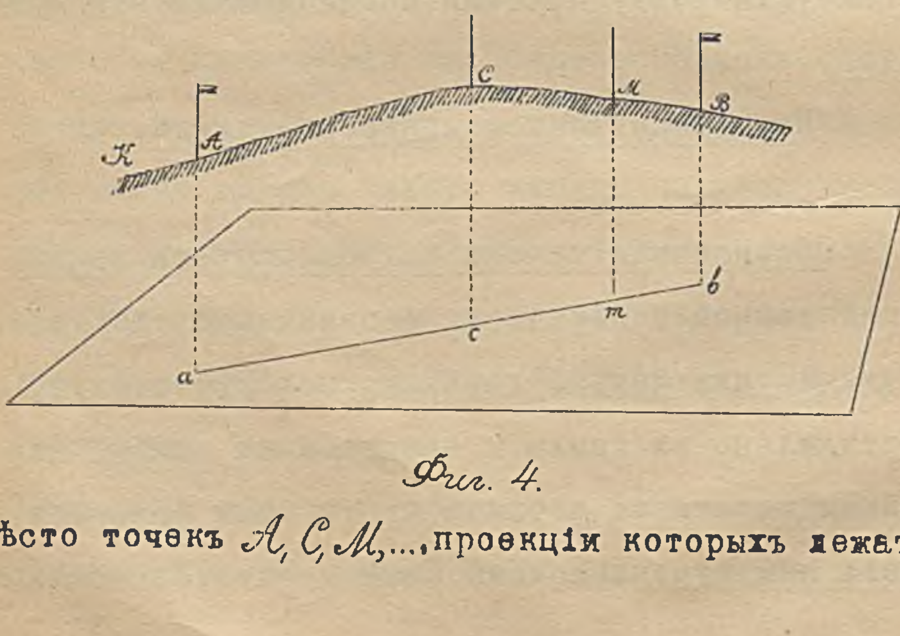
§I. Обозначеніе точекъ на поверхности земли. Точка на земной поверхности обозначается деревяннымъ круглымъ или четыреугольнымъ коломъ, воткнутымъ вертикально въ землю и называемымъ вѣхой. Для лучшей видимости къ верхней части вѣхи прикрѣпляется флагъ или пучекъ соломы. Если требуется установить

Фиг. 3

вѣху въ вертикальномъ положеніи очень точно, то пользуются приставнымъ уровнемъ |рис. 3|. Понятно, что продолженіе вѣхи даетъ проекцію обозначенной точки на горизонтальную плоскость.

Если надо обозначить точку на болѣе продолжительное время, то строятъ прочные сигналы, пирамиды.

§2. Вѣшеніе линій. Пусть A и B двѣ точки поверхности земли, обозначенныя вѣхами, a и b ихъ проекціи. Если разстояніе между A и B велико или мѣстность неровная, то раньше измѣренія отрѣзка ab надо обозначить рядъ промежуточныхъ точэкъ $A, C, M, \ldots$ проекціи которыхъ лежали бы на прямой ab. Геометрическое



Фиг. 4.

мѣсто точекъ $A, C, M, \ldots$, проекціи которыхъ лежатъ на одной прямой, называется провѣшенной линіей. Очевидно, что провѣшенная линія есть плоская кривая, лежащая въ вертикальной плоскости и потому три точки будутъ лежать на одной провѣшенной линіи, если 3 вертикальныхъ вѣхи, стоящія въ нихъ, будутъ расположены въ одной плоскости.

Посмотримъ, какъ производится провѣшиваніе линій въ зависимости отъ условій мѣстности.

I. Если мѣстность между A и B открыта и хоть одна изъ точекъ, напримѣръ A, доступна, то одинъ съемщикъ становится въ K такъ, чтобы для него вѣха A покрывала вѣху B; послѣ этого другой съемщикъ по указаніямъ перваго выставляетъ рядъ вѣхъ по направленію отъ B къ A такъ, чтобы каждая промежуточная вѣха $M, C, \ldots$ покрывалась для перваго съемщика вѣхой A.

2. Если обѣ точки A и B недоступны, или если мѣстность между A и B неровная, такъ что изъ A не видно B, то для провѣшенія линіи AB два съемщика устанавливаютъ двѣ вѣхи M_1 и N^0_1 приблизительно на искомой линіи и

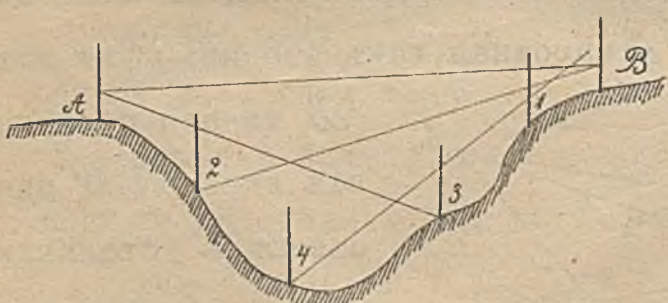
Фиг. 5.

притомъ такъ, чтобы вѣхи M_1 и N_1 были въ одной плоскости съ $\mathcal{B}$. Затѣмъ, по указаніямъ второго съемщика въ N_1 первый съемщикъ переноситъ вѣху M_1 изъ M_1 въ M_2 на провѣшенную линію M_2A; затѣмъ, по указаніямъ перваго второй переноситъ вѣху изъ N_1 въ N_2 на провѣшенную линію $N_1\mathcal{B}$ и т.д., пока они не достигнутъ того, что точки $MN\mathcal{B}$ и NMA будутъ лежать на одной и той же провѣшенной линіи.

На фиг. |5| малыми буквами обозначены не положенія вѣхъ $A, \mathcal{B}, M, N$, а ихъ проекціи на горизонтальную плоскость.

Въ случаѣ большой возвышенности между A и $\mathcal{B}$ бываетъ нужно взять не 2 промежуточныхъ вѣхи M и N, а больше и установивъ ихъ приблизительно на искомой линіи, выравнивать затѣмъ послѣдовательно 3 рядомъ стоящихъ вѣхи, пока всѣ онѣ не окажутся въ одной вертикальной плоскости.

3. Чтобы провѣшить линію черезъ оврагъ, приходится выставлять вѣхи приблизительно въ томъ порядкѣ, какъ это указано на |фиг. 6.|



Фиг. 6.

Провѣшиваніе очень длинныхъ линій производится помощью теодолитовъ,о чемъ будетъ сказано впослѣдствіи.

§3. Мѣрная цѣпь. Самымъ употребительнымъ приборомъ въ Россіи для измѣренія линій служитъ мѣрная цѣпь длиною въ I0 саженъ.Она состоитъ чаще всего изъ I00 отдѣльныхъ равныхъ звеньевъ по 0,I саж. каждое |иногда изъ 70 звеньевъ по I футу|. Черезъ каждую сажень придѣлывается мѣдная бляха, на которой намѣчено число саженъ отъ начала цѣпи.Цѣпь заканчивается съ той и другой стороны мѣднымъ кольцомъ,центръ котораго служитъ соотвѣтственно за начало и конецъ мѣры въ I0 саженъ. Принадлежностями всякой цѣпи служатъ 2 кола и I0 шпилекъ.Каждый колъ заканчивается желѣзнымъ коническимъ наконечникомъ которымъ онъ вдавливается въ землю.

Измѣреніе провѣшенной линіи производится слѣдующимъ образомъ.Надѣвъ концевыя кольца цѣпи на колья,одинъ съемщикъ вдавливаетъ колъ въ начальную точку провѣшенной линіи;другой вытягиваетъ цѣпь по направленію этой линіи,наблюдая за тѣмъ, чтобы звенья всѣ были распутаны;затѣмъ онъ по указаніямъ перваго съемщика устанавливаетъ колъ точно на провѣшенной линіи,встряхиваетъ цѣпь, немного натягиваетъ ее,еще разъ вставляетъ колъ въ землю и, если первый съемщикъ увидитъ, что колъ второго остался на провѣшенной линiи, подаетъ ему сигналъ и второй на мѣсто своего кола вставляетъ шпильку, послѣ чего оба идутъ, волоча цѣпь, дальше, пока заднiй съемщикъ не дойдетъ до шпильки. Вынувъ ее и вставивъ вмѣсто нея колъ, съемщикъ продѣлываетъ то же, что и въ начальной точкѣ.

Когда заднiй съемщикъ соберетъ всѣ 10 шпилекъ, тогда онъ передаетъ ихъ переднему и въ журналѣ дѣлается помѣтка, что пройдено 100 саженъ.

Весьма полезно черезъ каждые 100 саженъ забивать колышки съ соотвѣтственными надписями.

Измѣренное цѣпью разстоянiе будетъ надежно лишь въ томъ случаѣ, когда цѣпь вывѣрена, для чего надо ее время отъ времени сравнивать съ нормальною мѣрою. Если, напримѣръ, окажется, что длина цѣпи превосходитъ 10 саж. на α саж., то къ полученному непосредственнымъ измѣренiемъ числу саженъ надо прибавить $n\alpha$ саж., гдѣ n обозначаетъ число, показывающее, сколько разъ была отложена цѣпь на измѣренной линiи.

§4. Мѣрная лента, рулетка, мѣрный брусъ. Мѣрная лента длиною въ 10 саж. дѣлается изъ тонкой стали. Она не вытягивается и потому могла бы давать лучшiе результаты, чѣмъ цѣпь; но благодаря своей хрупкости, она легко ломается и потому для работъ мало пригодна. Она служитъ часто нормальною мѣрою, съ которою сравнивается цѣпь во время работъ. Длина же самой ленты повѣряется нормальною саженью.

Для измѣренія небольшихъ разстояній съ успѣхомъ примѣняются рулетки.

Заграницей мѣрныя цѣпи вытѣсняются мѣрными брусьями. Пара такихъ брусьевъ |одинъ черный, другой красный| откладывается одинъ за другимъ вдоль провѣшенной линіи и измѣреніе длины ея производится одинымъ съемщикомъ скоро и точно.

§5. Шагъ. Шагомѣръ. При глазомѣрной съемкѣ разстоянія часто измѣряются или числомъ оборотовъ колеса телѣги, которое регистрируется автоматически, или шагами. Съемщикъ долженъ предварительно опредѣлить величину своего шага, проходя измѣренное напередъ разстояніе |напримѣръ проходя по дорогѣ съ верстовыми столбами|. Счетъ шаговъ производится шагомѣромъ, который привѣшивается къ петлѣ сюртука или къ карману жилетки.

Всѣ упомянутые въ предыдущихъ параграфахъ приборы можно видѣть въ геодезическомъ кабинетѣ Института.

§6. Приведеніе измѣренныхъ линій къ горизонту.

Выше было указано на то, что для составленія плана намъ нужно знать разстояніе ab |фиг. 4| между проекціями точекъ A и B на горизонтальную плоскость.

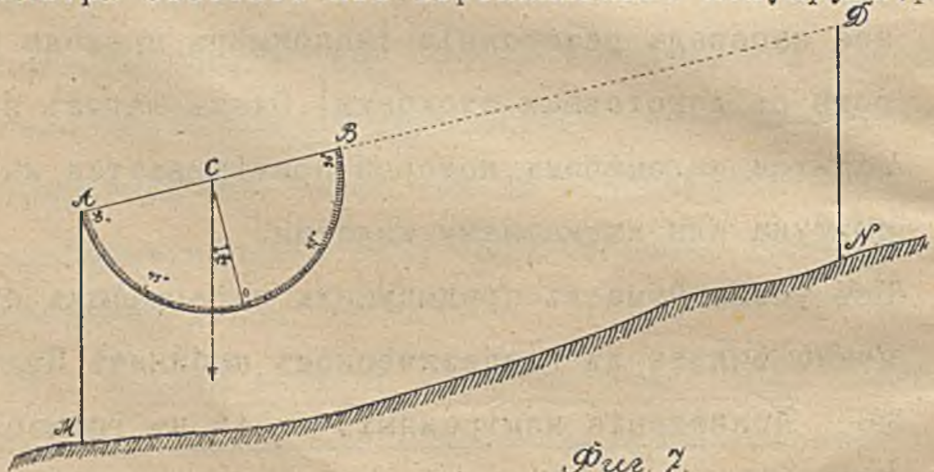
Для опредѣленія ab мы предварительно разбиваемъ провѣшенную линію AB на части такъ, чтобы каждый отрѣзокъ можно было принять за прямую линію. Такъ, напримѣръ, отрѣзокъ AB |фиг. 4| раздѣлимъ на двѣ части AC и CB.

Измѣривъ AC непосредственно и называя наклоненіе AC къ плоскости горизонта черезъ i, имѣемъ:

$$ac = \overline{AC}.\cos i. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (a).$$

Уголъ i можно довольно точно измѣрить угломѣрнымъ инструментомъ; но такъ какъ этотъ уголъ въ большинствѣ случаевъ невеликъ, а косинусы малыхъ угловъ измѣняются очень медленно, то его не надо знать особенно точно и достаточно опредѣлить помощью эклиметра.

Эклиметръ состоитъ изъ вертикальнаго полукруга, раз-



Фиг. 7.

дѣленнаго на градусы такъ, что дѣленія отъ середины полуокружности O возрастають отъ нуля до 90°. Черезъ центръ полукруга C проходитъ отвѣсъ.

Чтобы опредѣлить помощью эклиметра наклоненіе MN къ плоскости горизонта, вбиваемъ въ M и N два кола равной длины MA и ND, располагаемъ эклиметръ такъ, чтобы діаметръ AB шелъ по линіи AD; тогда число градусовъ, противъ котораго остановится отвѣсъ, будетъ равно какъ разъ углу i наклоненія провѣшенной линіи MN къ плоскости горизонта.

Формула $|\alpha|$ можетъ быть переписана слѣдующимъ образомъ

$$ac = AC - 2AC\sin^2\frac{i}{2}$$

Здѣсь AC обозначаетъ непосредственно измѣренную линію, ac -приведенную къ горизонту. Членъ

$$-2AC\sin^2\frac{i}{2}$$

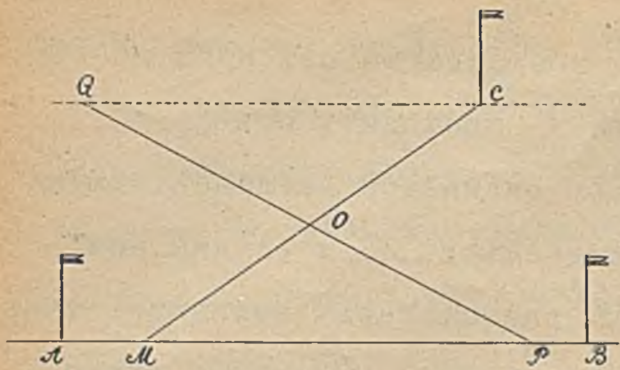
называется приведеніемъ къ горизонту. При $i < 4^\circ$ этимъ членомъ пренебрегаютъ.

Кромѣ описанныхъ непосредственныхъ способовъ опредѣленія разстояній, есть еще и другіе, основанные на теоріи дальномѣровъ, на тріангуляціи, о чемъ будетъ сказано ниже.

§7. Задачи, рѣшаемыя цѣпью и кольями.

I. Черезъ точку C провести прямую, параллельную AB.

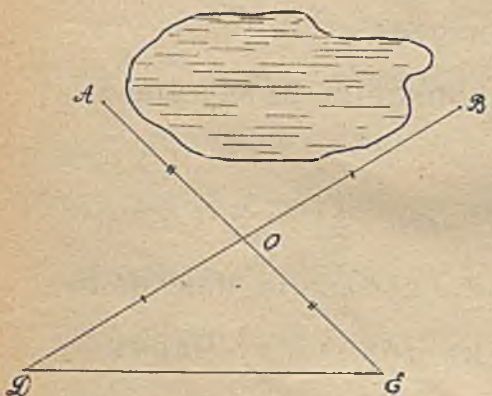
Для рѣшенія этой задачи провѣшиваемъ черезъ точку



Фиг. 8.

C произвольную линію CM. Через середину O отрѣзка CM провѣшиваемъ другую произвольную линію POQ. Откладываемъ $OQ = OP$. Линія QC искомая.

2. Измѣрить разстояніе между точками A и B, раздѣленными прудомъ.

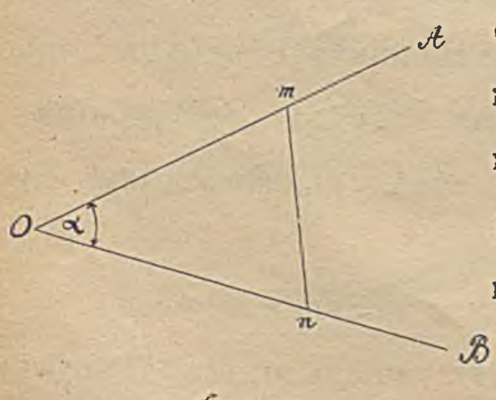


Фиг. 9.

Беремъ произвольную точку O, провѣшиваемъ BOD и AOC, откладываемъ $OC = OA$, $DO = OB$. Измѣряемъ разстояніе DC, которое и будетъ равно искомому.

Измѣрить уголъ α на мѣстности.

Откладываемъ на сторонахъ угла OA и OB равные



Фиг. 10.

отрѣзки $Om = On$, напримѣръ по 10 саженъ и измѣряемъ mn. Искомый уголъ найдется по формулѣ

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{mn}{2Om}.$$

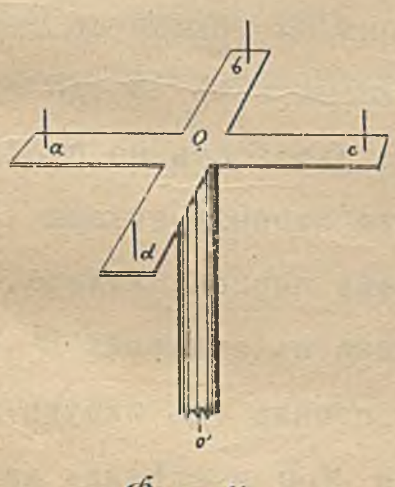
Есть готовыя таблицы

дающія длины хордъ для различныхъ угловъ при радіусѣ равномъ единицѣ.

ЭККЕРА.

Эккерами называются приборы, служащіе для разбивки на мѣстности угловъ въ 90° и 45°. Они бываютъ съ визирными приспособленіями, съ зеркалами и съ стеклянными призмами.

§8. Крестообразный эккеръ - состоитъ изъ двухъ горизонтальныхъ планокъ, сложенныхъ подъ прямымъ угломъ и вращающихся около вертикальной оси OO'. На концахъ этихъ планокъ стоятъ 4 вертикальныхъ иголки на одинаковыхъ разстояніяхъ отъ точки O и притомъ такъ, что прямая ac перпендикулярна къ прямой bd.



Фиг. 11.

Эккеры служатъ для рѣшенія слѣдующихъ задачъ на мѣстности:

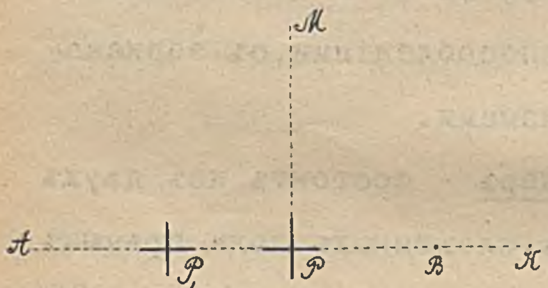
I. Въ точкѣ M прямой AB возставить къ ней перпендикуляръ.

Для рѣшенія этой задачи ставимъ эккеръ такъ, чтобы его ось OO' прошла черезъ точку M и чтобы

Фиг. 12.

визирная плоскость ac |рис. II| прошла черезъ вѣху B. Выставивъ вѣху P по направленію визирной линіи db, получимъ искомый перпендикуляръ PM.

2. Изъ точки M опустить перпендикуляръ на прямую

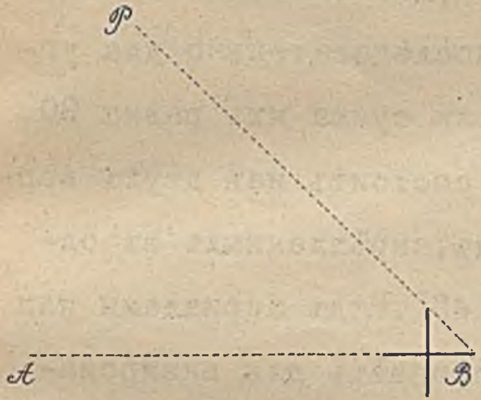


Фиг. 13.

AB. Задача эта рѣшается путемъ послѣдовательныхъ приближеній. Установивъ эккеръ надъ какою нибудь точкою P_1 прямой AB возможно близко къ подошвѣ искомаго перпендикуляра и направивъ визирную плоскость ac |рис. II| на B, смотримъ, пройдетъ ли визирная плоскость db черезъ M. Если нѣтъ, то перемѣщаемся съ эккеромъ по прямой AB, держа визирную плоскость ac на вѣхѣ B, до тѣхъ поръ, пока другая визирная плоскость не пройдетъ черезъ M. Послѣднее мѣсто стоянія эккера P и будетъ искомымъ основаніемъ перпендикуляра. Очевидно, что кромѣ съемщика съ эккеромъ P нуженъ еще помощникъ, который бы стоялъ гдѣ нибудь въ точкѣ K на провѣшенной линіи AB и слѣдилъ за тѣмъ.

чтобы съемщикъ не сходилъ съ этой линіи.

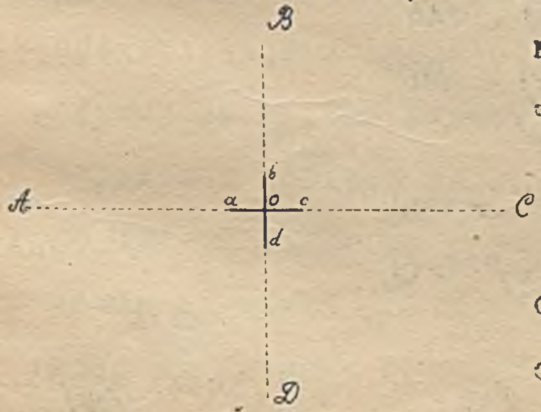
3. Черезъ точку *В* прямой *АВ* провести къ ней прямую подъ угломъ въ 45°.



Фиг. 14.

Для рѣшенія этой задачи устанавливаемъ эккеръ такъ, чтобы игла *с* |рис. II| пришлась надъ точкою *В* и чтобы визирная плоскость *са* прошла черезъ *А*. Выставляя затѣмъ вѣху *Р* по направленію иголокъ *с* и *в*, получимъ искомый уголъ въ 45°.

Конечно всѣ 3 наши задачи будутъ рѣшены вѣрно лишь въ томъ случаѣ, когда эккеръ вѣренъ. Чтобы въ этомъ убѣдиться, выставляемъ по направленію обѣихъ визирныхъ плоскостей эккера четыре вѣхи *А, В, С* и *Д*. Образовавшіеся четыре угла будутъ прямые только въ томъ случаѣ, если они будутъ равны. Чтобы это обнаружить, повернемъ эккеръ около вертикальной оси *О* такъ, чтобы визирная плоскость *са* прошла черезъ вѣху *В*. Если при этомъ всѣ остальныя вѣхи окажутся на визирныхъ плоскостяхъ, то эккеръ дѣйст-



Фиг. 15.

вительно даетъ прямые углы.

Въ правильности угла въ 45°, даваемаго эккеромъ, легко убѣдиться, разбивая послѣдовательно два угла по 45° и повѣряя, будетъ ли сумма ихъ равна 90°.

§9. <u>Двузеркальный эккеръ</u> состоитъ изъ двухъ вертикальныхъ плоскихъ зеркалъ, скрѣпленныхъ въ одной оправѣ подъ угломъ въ 45°. Надъ зеркалами или подъ ними есть свободный просвѣтъ для визированія, такъ что мы сразу можемъ видѣть по одному и тому же направленію какой нибудь предметъ и отраженіе въ зеркалѣ другого предмета.

Теорія этого эккера слѣдующая.

Пусть AOB уголъ между двумя зеркалами, равный φ. Пусть лучъ Pm послѣ двоякаго отраженія въ m и n принимаетъ направленіе nx, образующее съ начальнымъ Pm уголъ $x = nxm$. Для вычисленія этого угла разсмотримъ треугольники mnx и mno. Они даютъ:

$$x + 2\beta + (180° - 2\alpha) = 180°,$$
$$\varphi + (90° + \beta) + (90° - \alpha) = 180°$$

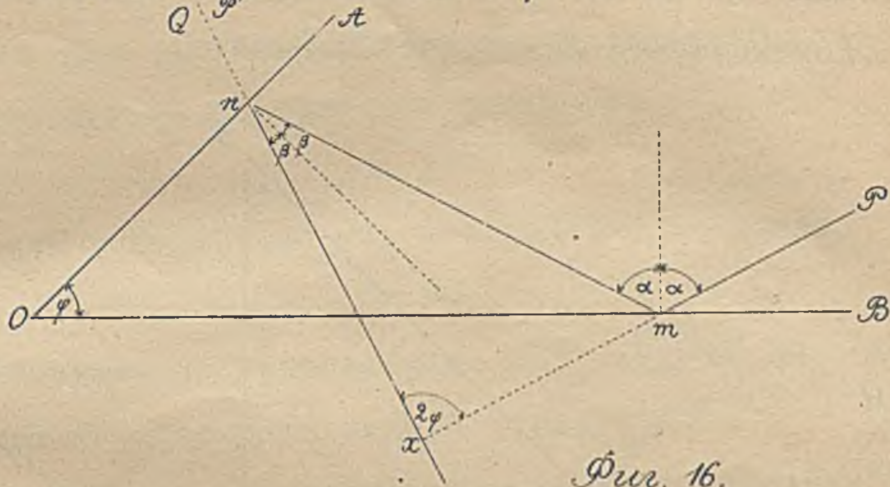
или

$$2(\beta - \alpha) + x = 0,$$
$$\varphi + (\beta - \alpha) = 0,$$

откуда

$$x = 2\varphi \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (10).$$

Если принять, как сказано, $\varphi = 45^\circ$, то $x = 90^\circ$.



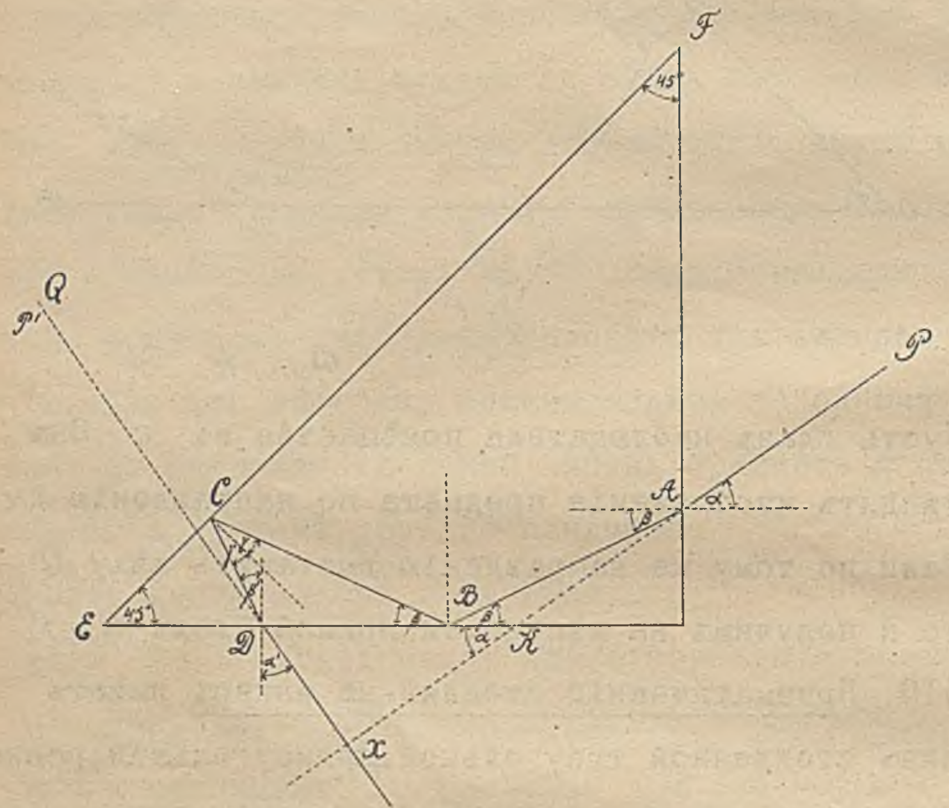
Фиг. 16.

Пусть глазъ наблюдателя помѣщается въ x. Онъ увидитъ изображеніе предмета по направленію xnP'. Если по тому же направленію выставить вѣху Q, то и получимъ на мѣстности прямой уголъ QxP.

§10. Призматическій стеклянный эккеръ имѣетъ видъ стеклянной треугольной, прямоугольной, равнобедренной призмы, гипотенуза которой покрыта амальгамой.

Вообразимъ прямоугольный равнобедренный треугольникъ, представляющій прямое сѣченіе нашей призмы. Пусть лучъ, выходящій отъ предмета P, входитъ въ призму въ A. Онъ отчасти отразится, отчасти преломится и пойдетъ по AB, потомъ по BC, далѣе по CD и наконецъ выйдетъ изъ призмы послѣ преломленія въ точкѣ D и пойдетъ по Dx. Такимъ образомъ мы увидимъ предметъ P по направленію xP', об=

разующему съ начальнымъ направленіемъ PA уголъ x. Докажемъ, что онъ будетъ прямой.



Фиг. 17.

Дѣйствительно, треугольники ECD, ECB и DKx соотвѣтственно доставляютъ:

$$\left.\begin{aligned} 45^\circ + (90^\circ - \gamma) + (90^\circ - \beta') &= 180^\circ, \\ 45^\circ + (90^\circ + \gamma) + \beta &= 180^\circ, \\ (90^\circ - \alpha') + \alpha + x &= 180^\circ. \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (11)$$

Складывая первые два уравненія, найдемъ

$$\beta' = \beta;$$

а такъ какъ коэффиціентъ преломленія въ точкѣ A такой же, какъ и въ D, то изъ послѣдняго равенства будетъ слѣдовать и равенство

$$\alpha' = \alpha,$$

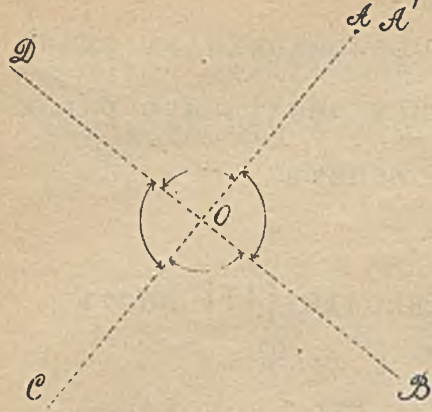
послѣ чего третье изъ уравненій |II| дастъ

$$x = 90°, \text{ ч. т. д.}$$

Выставивъ по направленію xDP' вѣху Q, мы получимъ на мѣстности прямой уголъ QxP.

Примѣчаніе. Въ разсмотрѣнныхъ двухъ послѣднихъ эккерахъ уголъ x не зависитъ отъ угла паденія α. Поэтому, если немного измѣнимъ этотъ уголъ, то есть повернемъ немного эккеръ около вертикальной прямой, то уголъ x не измѣнится, изображеніе предмета P не сдвинется. Этимъ можно воспользоваться, чтобы убѣдиться, правильное ли изображеніе мы ухватили въ стеклянной призмѣ. Стоитъ только повернуть немного эккеръ около вертикальной оси. Если изображеніе сдвинется, то наше изображеніе не то, которое нужно для полученія прямого угла. Мы должны, перемѣщая глазъ, искать другое изображеніе, которое бы не сдвинулось при сказанномъ поворотѣ эккера и только по такому изображенію мы можемъ возставлять перпендикуляръ.

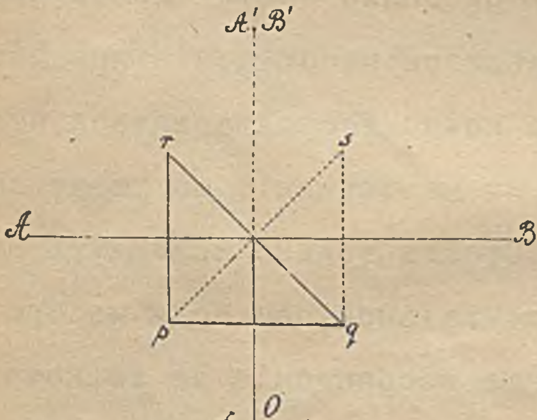
Для повѣрки эккеровъ послѣднихъ двухъ типовъ сто-



Фиг. 18.

итъ только испытуемымъ эккеромъ разбить последовательно 4 прямыхъ угла, а именно сначала уголъ AOB, затѣмъ BOC, далѣе COD и наконецъ DOA. Если направленія OA и OA' совпадутъ, то эккеръ правиленъ.

§II. <u>Призматическій крестъ Бауернфейнда</u> служитъ для опредѣленія точки, лежащей на данной прямой.



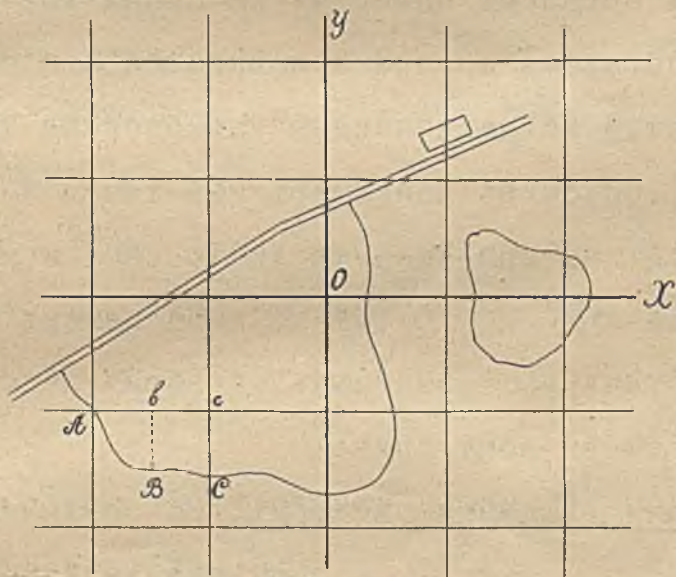
Фиг. 19.

Онъ состоитъ изъ двухъ треугольныхъ прямоугольныхъ равнобедренныхъ призмъ, сложенныхъ такъ, что гипотенузы ихъ перпендикулярны. На чертежѣ |фиг. 19| одна призма обозначена непрерывною линіей, другая пунктиромъ.

Если крестъ установленъ на прямой AB и смотрѣть изъ O на катеты pq, то мы видимъ обѣ вѣхи A и B совпадающими въ A'. На чертежѣ разсмотренъ для простоты тотъ случай, когда катеты pr и qs перпендикулярны къ прямой AB, но простымъ построеніемъ нетрудно было бы убѣдиться, что мы бы увидѣли вѣхи совпадающими и при наклонномъ положенiи катетовъ по отношенiю къ прямой AB, лишь бы только призма оставалась на этой прямой.

Употребленiе креста понятно. Ставъ приблизительно на прямую AB и глядя на pq, мы перемѣщаемся взадъ или впередъ, пока не увидимъ вѣхъ A и B совпавшими. Это будетъ служить признакомъ, что крестъ помѣщается надъ искомой прямой.

§12. Эккерная съемка. Если мѣстность открытая и



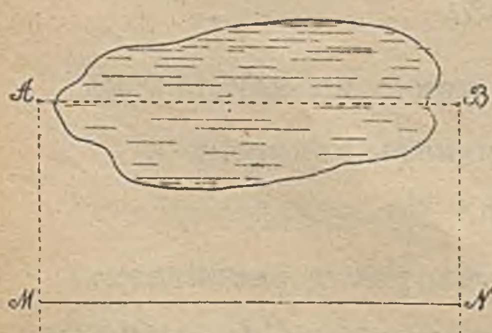
Фиг. 20.

ровная, то небольшiе участки можно за неимѣнiемъ угломѣрныхъ инструментовъ снимать эккеромъ и цѣпью.

Беремъ точку O по серединѣ участка и разбиваемъ двѣ взаимно перпендикулярныхъ линiй OX и OY. На каждой изъ нихъ откладываемъ равныя части и через точки дѣленій проводимъ перпендикуляры къ OX и OY. Получимъ сѣть квадратовъ, которая обозначится на мѣстности вѣхами, разставленными въ вершинахъ квадратовъ. Эту сѣть квадратовъ мы чертимъ на бумагѣ въ условленномъ масштабѣ и затѣмъ снимаемъ контуры. Опустивъ эккеромъ перпендикуляръ Bb, измѣряемъ Ab, Bb, Cc наносимъ по этимъ даннымъ точки A, B, C на бумагу и по нимъ чертимъ кривую ABC на глазъ.

Подобнымъ образомъ наносимъ на планъ всѣ контуры. Равнымъ образомъ эккеръ примѣняется при съемкѣ подробностей, когда нанесены уже опорныя точки M, N, P, Q... (фиг. 2') . Опустивъ напримѣръ изъ точки k перпендикуляръ kk' на провѣшенную линію MP и измѣривъ разстоянія Pl' и $l'l$, мы по нимъ можемъ получить на планѣ точку l. Подобнымъ образомъ наносятся и другія точки контуровъ.

§13. Задачи рѣшаемыя эккеромъ. Въ заключеніе рѣшимъ двѣ задачи, рѣшаемыя на мѣстности эккеромъ и цѣпью.

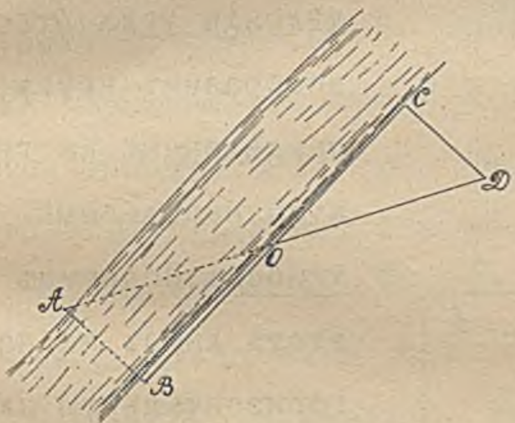


Фиг. 21.

I. Измѣримъ разстояніе между двумя точками A и B, раздѣленными прудомъ. Возставляемъ въ точкахъ

A и B два перпендикуляра къ прямой AB, откладываемъ на нихъ равныя части AM и BN и измѣряемъ $MN = AB$.

2. Опредѣлить ширину рѣки.



Фиг. 22.

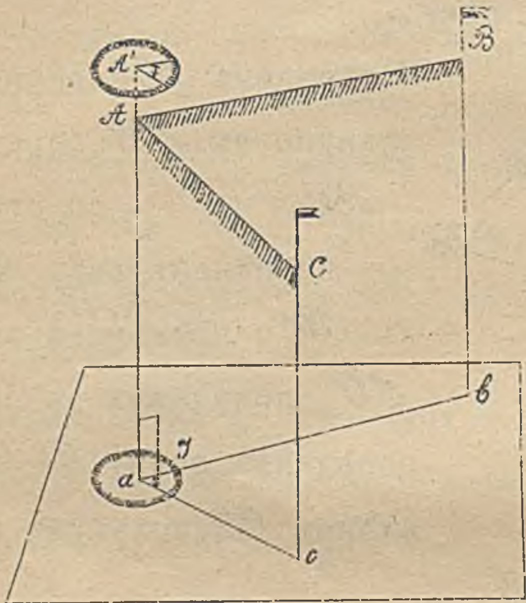
Разбиваемъ BC перпендикулярно къ AB, беремъ $BO = OC$, возставляемъ перпендикуляръ CD къ BC и провѣшивъ линію AO, получаемъ въ пересѣченіи точку D. Измѣривъ CD, получимъ искомое разстояніе AB.

УГЛОМѢРНЫЕ ИНСТРУМЕНТЫ.

Въ этой главѣ разсмотримъ лишь схематически устройство приборовъ, служащихъ для измѣренія горизонтальныхъ угловъ на мѣстности; описаніе различныхъ видовъ этихъ инструментовъ составитъ содержаніе послѣдующихъ главъ.

§14. Необходимыя составныя части угломѣрныхъ инструментовъ. Пусть A, B и C будутъ 3 точки, положеніе которыхъ надо нанести на планъ, а a, b, c ихъ проекціи на горизонтальную плоскость. Согласно сказанному выше, для составленія плана намъ нужно найти уголъ *вас* по наблюденіямъ, производимымъ на поверхности земли.

Вообразимъ на минуту, что точки *а*, *в* и *с* для насъ доступны. Для опредѣленія угла *вас* вообразимъ кругъ, раздѣленный на градусы, называемый <u>лимбомъ</u>. Положимъ этотъ лимбъ на нашу горизонтальную плоскость такъ, чтобы центръ его пришелся въ вершинѣ *а*.



Фиг. 23.

Вообразимъ, что около вертикальной оси *Аа*, проходящей черезъ центръ лимба вращается горизонтальная линейка *аJ*, называемая <u>алидадой</u>. Направимъ линейку на точку *в* и посмотримъ, противъ какого дѣленія лимба *т* остановился указатель *J*; затѣмъ направимъ линейку на точку *с* и сдѣлаемъ опять отсчетъ по указателю на лимбѣ; пусть онъ будетъ *т,*. Очевидно, что разность *т,-т* и дастъ намъ искомый уголъ *вас*.

Перейдемъ теперь отъ этого фиктивнаго измѣренія угла къ дѣйствительному.

I. Очевидно, что на точки b и c мы направлять линейку не можемъ, такъ какъ это воображаемыя точки, соотвѣтствующія обозначеннымъ на поверхности земли точкамъ B и C. Вообразимъ поэтому, что около вертикальной оси Aa вращается не горизонтальная линейка, а вертикальная визирная плоскость. Если мы направимъ эту плоскость послѣдовательно на видимыя точки B и C, то она пройдетъ и черезъ нужныя намъ точки b и c, и разность отсчетовъ сдѣланныхъ на лимбѣ по указателю J дастъ намъ искомый двугранный уголъ $BAac$ или линейный bac Такою вертикальною визирною плоскостью служила раньше пара вертикальныхъ діоптровъ Въ настоящее время визированіе производится чаще всего помощью зрительной трубы, которая вращается около горизонтальной оси.

Понятно, что визирная линія трубы только тогда будетъ описывать требуемую вертикальную плоскость, когда она будетъ перпендикулярна къ оси вращенія и когда эта ось вращенія будетъ строго горизонтальна.

2. Очевидно, что въ точкѣ a мы не можемъ помѣстить центръ лимба, такъ какъ это точка фиктивная, но мы знаемъ, что линейный уголъ двуграннаго угла $BAac$ не

измѣнится, если мы вершину его будемъ перемѣщать вдоль ребра Aa куда угодно, лишь бы плоскость его оставалась горизонтальною. Очевидно, что удобнѣе всего помѣстить центръ горизонтальнаго лимба въ какой нибудь точкѣ A' ребра Aa на нѣкоторой высотѣ надъ поверхностью земли на штативѣ. Установка вертикальной оси въ строго вертикальномъ положеніи производится помощью подъемныхъ винтовъ и уровня, установка же ея какъ разъ надъ обозначенною точкою A производится помощью отвѣса.

Помощью описаннаго здѣсь схематически угломѣрнаго инструмента можно измѣрять лишь углы между двумя направленіями, что вполнѣ достаточно для составленія плана. Но чтобы оріентировать планъ относительно странъ свѣта, нужно найти направленіе относительно меридіана по крайней мѣрѣ одной стороны полигона.

Въ низшей геодезіи оріентировка производится почти исключительно по магнитному меридіану, что достигается помощью магнитной стрѣлки.

Перечисливъ необходимыя составныя части угломѣрныхъ инструментовъ, переходимъ къ ихъ описанію.

СОСТАВНЫЯ ЧАСТИ УГЛОМѢРНЫХЪ ИНСТРУМЕНТОВЪ.

§15. Штативъ состоитъ обыкновенно изъ трехъ ножекъ, прикрѣпленныхъ къ головкѣ винтами. Штативъ не долженъ быть очень тяжелъ и когда ножки его вдавлены въ землю, а винты закрѣплены, онъ не долженъ шататься при легкомъ прикосновенiи.

Малые инструменты насаживаются иногда прямо на колъ, а иногда даже держатся во время наблюденiй въ рукахъ.

Устройство штативовъ съ становыми винтами и отвѣсами можно видѣть въ кабинетѣ.

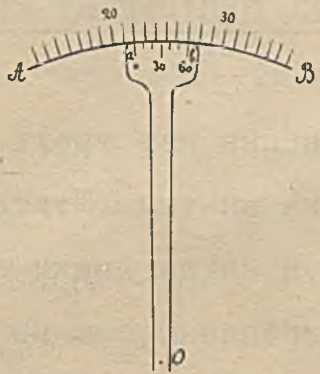
§16. Лимбъ съ алидадой. Дѣленiя на лимбѣ наносятся черезъ $1^\circ, \frac{1}{2}^\circ$. Въ болѣе точныхъ геодезическихъ инструментахъ черезъ $20'$, $10'$ въ астрономическихъ даже черезъ $2'$.

Если отсчеты производятся помощью простыхъ указателей, которые вращаются съ алидадой, то отсчитывать можно только съ точностью дѣленiй лимба.

Оцѣнивать на глазъ можно самое большое до $\frac{1}{10}$ дѣленiй лимба.

Гораздо точнѣе можно дѣлать отсчеты, если на алидадѣ имѣется одинъ или нѣсколько верньеровъ.

Верньеръ устраивается слѣдующимъ образомъ. Къ алидадной линейкѣ или алидадному кругу, вращающемуся около центра дѣленій лимба O, прикрѣпляется пластинка, ограниченная снаружи дугою ab такого же радіуса, какъ у окружности дѣленій лимба AB. Возьмемъ на лимбѣ дугу въ $n-1$ дѣленій |на чертежѣ $n-1=5$| и вообразимъ крайніе штрихи этой дуги продолженными на секторъ алидады.



Фиг. 24.

Полученную дугу въ $n-1$ дѣленій лимба раздѣлимъ на секторѣ на n равныхъ частей |на чертежѣ на 6 равныхъ частей|; верньеръ нашъ будетъ готовъ.

Теорія верньера очень проста. Называя одно дѣленіе лимба черезъ λ |на чертежѣ $\lambda = 1^\circ$|, одно дѣленіе верньера черезъ x, имѣемъ по условію

$$(n-1)\lambda = n x,$$

откуда

$$x = \frac{n-1}{n}\lambda = \left(1 - \frac{1}{n}\right)\lambda,$$

или

$$\lambda = x + \frac{\lambda}{n} \quad \dots\dots\dots\dots\dots \quad (12)$$

Число $\frac{\lambda}{n}$ |на чертежѣ $\frac{\lambda}{n} = \frac{1^\circ}{6} = 10'$| называется точностью верньера и показываетъ на сколько 1 дѣленiе лимба длинѣе I дѣленiя верньера.

Верньеромъ пользуются при отсчетахъ слѣдующимъ образомъ. Начальная черточка, на которой стоитъ 0, играетъ роль указателя ♉ алидады. Если, какъ на фиг. 24, эта черточка остановится какъ разъ противъ черточки лимба, то отсчетъ дѣлается только по лимбу и на нашемъ чертежѣ |фиг. 24| онъ будетъ $22^\circ 0'$. Если же нулевая черточка верньера остановится

Фиг. 25.

между двумя черточками лимба, какъ на фиг. 25, то мы по лимбу заключаемъ, что отсчетъ будетъ 22° со столькими минутами, сколько ихъ заключается въ дугѣ между нулевымъ дѣленiемъ верньера и ближайшимъ меньшимъ штрихомъ лимба |22|. Чтобы опредѣлить это число минутъ, надо подыскать черточку верньера приходящуюся какъ разъ противъ черточки лимба.

Допустимъ, что первая за нулевою черточка верньера совпадаетъ съ дѣленiемъ лимба. Согласно |I2| мы заключаемъ, что нулевая отстоитъ отъ штриха лимба |22| на одну точность верньера, т.е. на $\frac{\lambda}{10} = 10'$; слѣдовательно отсчетъ на фиг. |25| будетъ $22^\circ 10'$.

Вообще, если i-ая черточка верньера, совпадаетъ съ черточкой лимба, то нулевая отстоитъ отъ ближайшаго меньшаго дѣленiя лимба на

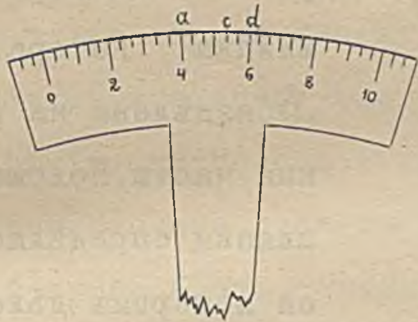
$$\frac{\lambda}{n} \cdot i .$$

Если бы мы взяли не i-ую, а $|i+1|$-ю черточку, то отсчетъ по верньеру измѣнился бы на $\frac{\lambda}{n}$. Такимъ образомъ $\frac{\lambda}{n}$ или точность верньера есть та ошибка, которую мы дѣлаемъ въ отсчетѣ угла, ошибившись на одну черточку верньера.

На практикѣ число черточекъ верньера бываетъ довольно велико |иногда $n=60$ и даже 75| и опредѣленіе номера i совпадающей черточки непосредственнымъ счетомъ было бы затруднительно. Въ виду этого на верньерѣ противъ нѣкоторыхъ черточекъ пишутъ числа, выражающія не номеръ, но сразу произведеніе $\frac{\lambda}{n}\cdot i$, т.е. то число минутъ, которое надо прибавить къ отсчэту по лимбу, чтобы получить точный отсчетъ по верньеру. Напримѣръ на фиг. 24 и 25 противъ третьей черточки написано $10' \times 3 = 30'$.

Если поэтому совпадаетъ черточка съ надписью напр. $2'$, то это значитъ, что къ отсчету по лимбу надо придать $2'$. Если совпадаетъ черточка вторая передъ $2'$ и точность верньера $10''$, то отсчетъ по верньеру будетъ $1'40''$ и т.д.

О точности верньера можно судить прямо по надписямъ, вырѣзаннымъ на немъ. Такъ, напримѣръ, одного взгляда на верньеръ 25 bis достаточно, чтобы заключить, что точность его $20''$. Дѣйствительно, если совпадаетъ черточка a верньера съ дѣленіемъ лимба, то отсчетъ по верньеру будетъ 4′. Если бы совпала черточка d, то отсчетъ былъ бы 6′. Такимъ образомъ, если совпадающая черточка переместится съ a на d, т.е. [на черт.] на 6 дѣленій верньера, то отсчетъ увеличится на 2′; отсюда



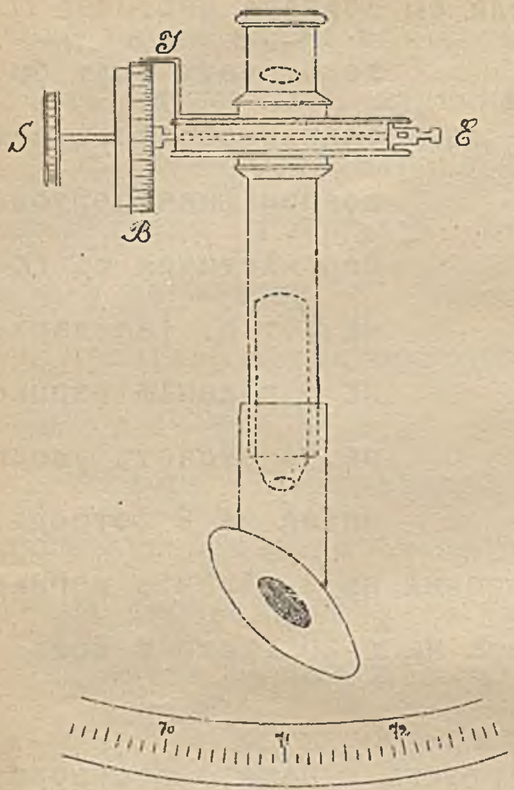
Фиг. 25 bis.

смѣщеніе совпадающей черточки на I дѣленіе верньера даетъ измѣненіе отсчета на $\frac{2'}{6}=20''$ - это и есть точность верньера.

Если бы совпала напр. черточка c нашего верньера, то къ отсчету по лимбу мы бы прибавили 5′20″.

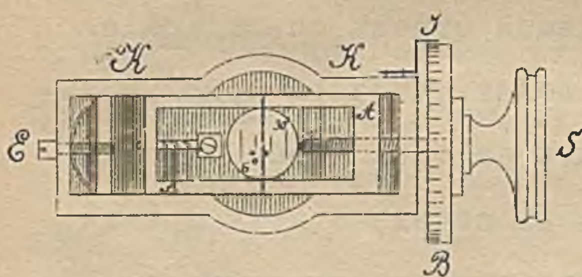
Для правильности отсчета по верньеру необходимо держать глазъ въ плоскости, нормальной къ поверхности ноніуса и проходящей черезъ совпадающіе штрихи. Еще лучше производить отсчеты помощью лупы; тогда надо установить ее такъ, чтобы совпадающія черточки пришлись въ серединѣ поля зрѣнія.

Микроскопъ съ микрометромъ даетъ возможность дѣлать отсчеты гораздо точнѣе, чѣмъ ноніусъ. Общій видъ микроскопа съ микрометромъ и съ частью лимба изображенъ на фигурѣ 26. Около окуляра, въ томъ мѣстѣ, гдѣ получается изображеніе дѣленій лимба, устроена



Фиг. 26.

коробка съ микрометренным винтомъ, шляпка котораго $\mathcal{B}$ раздѣлена на равныя части. Положеніе шляпки опредѣляется номеромъ дѣленія, находящагося подъ указателемъ $\mathcal{J}$, соединенным съ коробкой. Если отвинтить окуляръ микроскопа и снять верхнюю крышку коробки, то мы увидимъ въ коробкъ $\mathcal{EK}$ салазку $\mathcal{AA}$ |фиг. 27 | съ парой паутиновыхъ нитей, которыя располагаются параллельно изображеніямъ штриховъ лимба и могутъ перемѣщаться микрометреннымъ винтомъ $\mathcal{S}$ отъ одного штриха лимба къ другому.



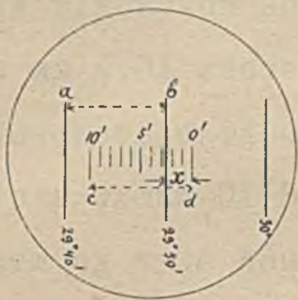
Фиг. 27.

За нулевое положеніе нитей |соотвѣтствующее нулевому штриху верньера| принимается то, при которомъ указатель $\mathcal{J}$ стоитъ на нулевомъ дѣленіи шляпки. Пусть на чертежѣ обозначено это нулевое положеніе нитей. Допустимъ, что лимбъ раздѣленъ черезъ 10′, и мы въ полѣ зрѣнія микроскопа видимъ 4 послѣдовательныхъ штриха. Очевидно, что отсчетъ будетъ 6°10′ плюсъ часть дѣленій лимба x отъ середины двойной нити до штриха, соотвѣтствующаго 6°10′. Эта то часть дѣленія лимба и должна быть измѣрена микрометромъ.

Допустимъ для простоты, что при одномъ полномъ оборотѣ винта нить перемѣщается какъ разъ на I дѣленіе лимба, и пусть шляпка $\mathcal{B}$ раздѣлена на 60 равныхъ частей, такъ что поворотъ на I дѣленіе шляпки смѣщаетъ нити на 10″. Наведемъ двойную нить на штрихъ 6°10′, и пусть указатель $\mathcal{J}$ остановится противъ сорокового дѣленія шляпки; такъ какъ 40 дѣленій шляпки, даютъ 400″ = 6′ 40″, то слѣдовательно полный отсчетъ будетъ 6° 16′ 40″.

Такъ какъ на глазъ легко оцѣнивать десятыя доли дѣленія шляпки, то мы видимъ, что помощью нашего микроскопа съ микрометромъ легко дѣлать отсчеты до I″.

Микроскопъ съ оцѣнкой отличается отъ только что описаннаго микроскопа тѣмъ, что вмѣсто коробки съ подвижною нитью и микрометреннымъ винтомъ онъ имѣетъ просто стеклянную пластинку съ штрихами, параллельными штрихамъ лимба.



Фиг. 28.

Промежутокъ между крайними штрихами пластинки равенъ одному дѣленію лимба |т.е. напр. $ab=cd$| и раздѣленъ на 10 равныхъ частей. Черточка $0'$ принимается за нулевую.

Отсчетъ на нашемъ чертежѣ будетъ очевидно $29°50'+x$. Но x содержитъ $2'$ и приблизительно $0',6$. Поэтому полный отсчетъ будетъ $29°52'.6$.

Эксцентрицитетъ. Выше |§14| было замѣчено, что ось вращенія алидады должна проходить черезъ центръ лимба. Въ случаѣ эксцентрическаго положенія этой оси могутъ появиться ошибки въ измѣряемыхъ углахъ, которыя слѣдуетъ обнаружить и исправить.

Фиг. 29.

Пусть O центръ лимба, а C ось вращенія алидады. Направивъ визирную плоскость алидады сначала на одинъ предметъ A, потомъ на другой B, мы получимъ уголъ ACB, подлежащій измѣренію. Сдѣлавъ отсчеты при B и при A и вычтя ихъ одинъ изъ дру-

гого, мы найдемъ дугу AB, которая будетъ служить м
рою центральнаго угла AOB, но не искомаго ACB
Для опредѣленія этого послѣдняго вообразимъ, что н
алидадѣ на продолженіи прямой AC у насъ есть
еще другой ноніусъ A'. Пусть при наведеніи визир-
ной плоскости на тотъ и другой предметъ отсчеты
по второму ноніусу будутъ A' и B' откуда находимъ
дугу $A'B' = B' - A'$. Изъ элементарной геометріи извѣст-
но, что

$$\angle ACB = \frac{\smile AB + \smile A'B'}{2};$$

а такъ какъ каждая дуга получается какъ разность
соотвѣтственныхъ отсчетовъ, то имѣемъ

$$\angle ACB = \frac{(B - A) + (B' - A')}{2}$$

или

$$\angle ACB = \frac{B + B'}{2} - \frac{A + A'}{2}$$

Отсюда слѣдуетъ: <u>для исключенія вліянія эксцентри-
цитета алидады надо отсчитывать при наведеніи на
каждый предметъ оба ноніуса и брать среднеариеме-
тическое обоихъ отсчетовъ.</u>

Обыкновенно полный отсчетъ |градусы, минуты, секун-
ды| дѣлаютъ только по одному, первому ноніусу, а
по второму записываютъ только минуты и секунды,
такъ какъ градусы второго будутъ завѣдомо отли-
чаться отъ градусовъ перваго на 180°. Запись рас-

полагается слѣдующимъ образомъ:

Отсчетъ по ноніусу.	Визируемый предметъ	
	A	B
I	28° 16′ 10″	62° 37′ 0″
II	16 20	37 20
Средн.	28 16 15	62 37 10

Искомый уголъ 34° 20′ 55″.

Понятно, что все сказанное объ эксцентрицитетѣ справедливо и для того случая, когда отсчеты производятся не помощью верньеровъ, а помощью микроскоповъ или помощью простыхъ указателей.

Ошибки дѣленій лимба. Если отсчеты производятся безъ помощи верньеровъ |какъ напр. въ буссоляхъ|, то нѣтъ надобности повѣрять дѣленія лимба особенно строго, такъ какъ самыхъ отсчетовъ нельзя производить точно. Достаточно въ этомъ случаѣ взять циркулемъ хорду, соотвѣтствующую дугѣ въ 10° и посмотрѣть, будетъ ли эта хорда постоянна на всемъ лимбѣ.

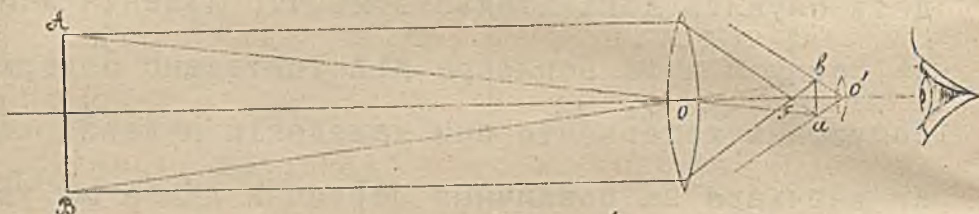
Если отсчеты производятся помощью верньеровъ, то ошибки дѣленій лимба должны быть изслѣдованы гораздо точнѣе, и для этого можно воспользоваться тѣмъ же ноніусомъ.

Пусть нѣкоторая дуга въ $a°$, содержащая $n - 1$ правильныхъ дѣленій лимба раздѣлена на ноніусѣ на n равныхъ частей и пусть точность верньера будетъ α''. Будемъ наводить нулевую черточку верньера на различныя черточки лимба; если послѣдняя черточка верньера будетъ всегда совпадать съ черточкой лимба, то это будетъ служить доказательствомъ, что дѣленія лимба вездѣ равны и дуга верньера дѣйствительно содержитъ a°. Допустимъ теперь, что при наведеніи нулевой черточки верньера на различныя черточки лимба мы увидимъ каждый разъ, что совпадаетъ съ черточкой лимба не послѣдняя черточка верньера, а предпослѣдняя; тогда мы должны заключить, что дуга въ a° лимба вездѣ одинакова, но что дуга верньера ошибочна на α''; надо передѣлать верньеръ.

Если, наконецъ, при наведеніи нулевой черточки верньера на различныя черточки лимба мы увидимъ, что разъ совпадаетъ съ черточкой лимба послѣдняя черточка верньера, иной разъ вторая отъ конца, иногда слѣдующая за послѣднею, то мы заключаемъ, что одна и та же дуга верньера содержитъ неодинаковое число дѣленій лимба въ различныхъ частяхъ лимба, т.е. что лимбъ невѣренъ.

§17. Зрительная труба. Не вдаваясь въ подробности устройства зрительной трубы, не касаясь даже вопроса объ уничтоженіи сферической и хроматической аберрацій, разсмотримъ лишь простую зрительную тру-

бу |Кеплера|, состоящую только изъ двухъ двояко-выпуклыхъ стеколъ: объектива и окуляра.
Ходъ лучей въ такой трубѣ слѣдующій.



Фиг. 29.'

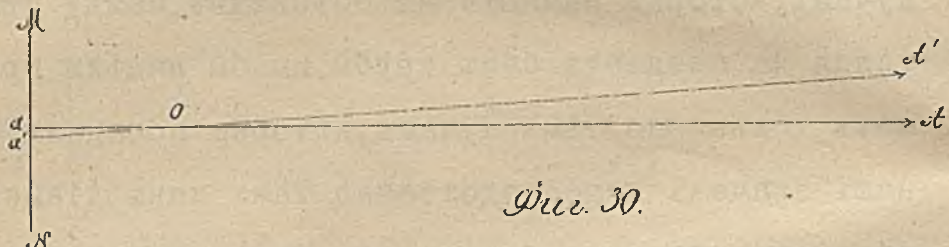
Вообразимъ точку A, отъ которой падаетъ пучекъ лучей на объективъ O. Одинъ изъ этихъ лучей AO проходящій черезъ оптическій центръ объектива, выйдетъ по тому же направленію AOa. Другой, идущій параллельно оси объектива, пройдетъ послѣ преломленія черезъ главный фокусъ F и встрѣтится съ первымъ въ точкѣ a. Извѣстно, что всѣ лучи нашего пучка встрѣтятся приблизительно въ точкѣ a, которая будетъ служить изображеніемъ точки A. Подобнымъ образомъ найдемъ изображеніе $в$ точки B, изъ чего видно, что отъ предмета AB получится обратное уменьшенное изображеніе $aв$, которое мы разсматриваемъ въ окуляръ O' и видимъ подъ угломъ зрѣнія $aO'в$. Изъ чертежа видно, что уголъ зрѣнія $aO'в$, подъ которымъ мы видимъ изображеніе предмета, больше угла зрѣнія AOB, подъ которымъ мы бы усматривали предметъ *AB* непосредственно, безъ трубы. Слѣдовательно въ трубѣ намъ предметы кажутся больше, и мы можемъ на нихъ разсмотрѣть больше подробностей. Далѣе, изъ того же чертежа видно, что, глядя въ трубу, мы получаемъ впечатлѣніе отъ предмета по тѣмъ лучамъ, которые падаютъ на объективъ, между тѣмъ как глядя на предметъ безъ трубы, мы бы видѣли предметъ только по тѣмъ лучамъ, которые попадали-бы на нашъ зрачекъ непосредственно. Такъ какъ діаметръ объектива гораздо больше діаметра нашего глаза, то въ трубѣ предметы намъ кажутся <u>ярче</u>.

<u>Сѣтка нитей</u> Глядя въ трубу, мы видимъ не одну визируемую точку, а всѣ предметы, помѣщающіеся въ полѣ зрѣнія. Чтобы имѣть возможность точно направить трубу на какую нибудь точку, въ полѣ зрѣнія натягиваютъ двѣ пересѣкающіяся паутинныя нити и направляютъ трубу такъ, чтобы изображеніе визируемой точки совпало съ пересѣченіемъ нитей.

Прямая, проходящая черезъ оптическій центръ объектива и пересѣченіе нитей, называется <u>оптическою осью трубы</u>. Эту ось будемъ называть иногда <u>визирною</u> осью или еще иначе <u>коллимаціонною осью</u>.

Въ трубахъ, которыя должны служить дальномѣрами, натягиваются 3 горизонтальныхъ нити и одна вертикальная.

Весьма важно,чтобы нити находились как разъ въ томъ мѣстѣ,гдѣ получается изображенiе визируемаго предмета;иначе отъ небольшого случайнаго передвиженiя глаза передъ окуляромъ будетъ смѣщаться изображенiе относительно нитей.Дѣйствительно.



Фиг. 30.

Пусть MN будетъ изображенiе визируемаго предмета, O пересѣченiе нитей,лежащее внѣ этого изображенiя.Если глазъ помѣщается въ A,то пересѣченiе нитей покроетъ точку a изображенiя,если глазъ перемѣстить въ A',то намъ покажется,что пересѣченiе нитей наведено на точку a' изображенiя.Такое кажущееся перемѣщенiе нитей относительно изображенiя,происходящее только отъ перемѣщенiя глаза, называется <u>параллаксомъ нитей</u>.Очевидно,что параллакса нитей не будетъ вовсе,если пересѣченiе нитей помѣстить какъ разъ на изображенiи MN.

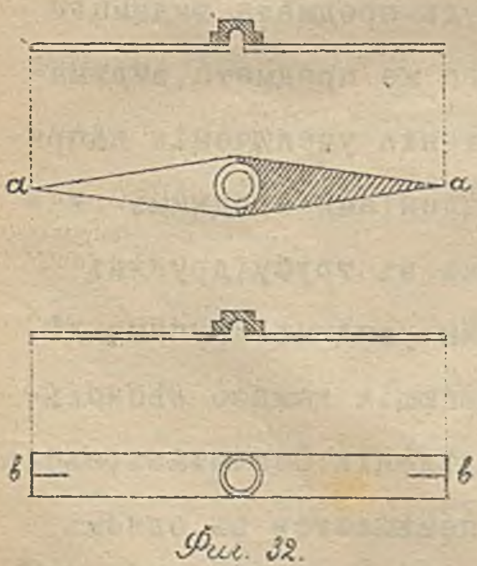
Чтобы этого достигнуть,поступаютъ слѣдующимъ образомъ.Направляютъ трубу прямо на свѣтъ,т.е. такъ, чтобы въ трубѣ не видѣть никакихъ предметовъ,и перемѣщаютъ окуляръ относительно сѣтки нитей |вращая его немного около оси и вдвигая или выдвигая|, до тѣхъ поръ,пока нити не покажутся совершенно отчетливыми съ рѣзкими очертаніями.Установленный такимъ образомъ окуляръ можетъ оставаться для одного и того же наблюдателя въ одномъ положеніи очень долго.

Наведя затѣмъ трубу на визируемый предметъ,мы помощью кремольеры перемѣщаемъ окуляръ вмѣстѣ съ сѣткою до тѣхъ поръ,пока предметъ не будетъ хорошо виденъ.При этихъ условіяхъ и нити,и изображеніе будутъ находиться отъ окуляра на разстояніи наилучшаго зрѣнія для даннаго наблюдателя,и можно поэтому ожидать,что параллакса нитей не будетъ. Это легко повѣрить,перемѣщая глазъ передъ окуляромъ вверхъ,внизъ,вправо и влѣво.Если параллаксъ нитей окажется,то надо установку повторить.

Увеличеніе трубы. Увеличеніемъ называется отношеніе угла зрѣнія какого нибудь предмета,видимаго въ трубѣ,къ углу зрѣнія того же предмета,видимаго помимо трубы.Для опредѣленія увеличенія направляемъ трубу на рейку съ дѣленіями и однимъ глазомъ смотримъ въ трубу,другимъ мимо трубы.Мы увидимъ крупныя дѣленія,покрывающія каждое нѣсколько мелкихъ дѣленій.Сосчитавъ,сколько мелкихъ помѣщается въ одномъ крупномъ дѣленіи,получимъ искомое

Фиг. 31.

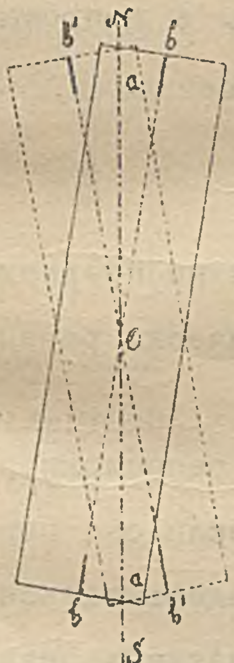
увеличеніе |на чертежѣ оно равнялось бы 5|. Другой очень скорый и легкій способъ состоитъ въ слѣдующемъ. Сначала трубу устанавливаемъ на безконечность, т.е. передвигаемъ кремольерой окуляръ до тѣхъ поръ, пока не увидимъ отчетливо какой нибудь очень удаленный предметъ |напр. за версту или болѣе|. Послѣ этого направимъ трубу на свѣтъ и передъ окуляромъ помѣстимъ бумажку. На этой бумажкѣ мы увидимъ малый свѣтлый кружокъ, очертанія котораго будутъ болѣе или менѣе расплываться по мѣрѣ приближенія или удаленія бумажки отъ окуляра. Уловивъ такое положеніе бумажки, когда очертанія кружка будутъ очень рѣзки, измѣримъ его діаметръ; раздѣливъ на него діаметръ объектива, получимъ искомое увеличеніе.



Фиг. 32.

§18. Магнитная стрѣлка, подвѣшенная или насаженная въ горизонтальномъ положеніи и вращающаяся свободно около вертикальной оси, принимаетъ всегда направленіе магнитнаго меридіана. Магнитной стрѣлкѣ придаютъ различную форму. Двѣ самыя употребительныя изображены на фиг. 32.

Въ каждой магнитной стрѣлкѣ есть двѣ точки, расположенныя приблизительно на концахъ ея, въ которыхъ магнитное напряженіе достигаетъ наибольшей величины. Эти точки называются полюсами. Полюсъ, направленный къ сѣверу, называется сѣвернымъ, прямая, соединяющая полюсы, которая, строго говоря, и располагается въ плоскости магнитнаго меридіана, называется магнитной осью стрѣлки. Такъ какъ магнитной оси мы не видимъ, то мы не можемъ по ней оріентировать; мы можемъ непосредственно наблюдать за направленіемъ геометрической оси, которая проходитъ или черезъ заостроенные концы стрѣлки *аа* или черезъ штрихи *вв*. Само собой разумѣется, что для правильной оріентировки необходимо, чтобы геометрическая ось совпадала съ магнитною. Это можно повѣрить слѣдующимъ образомъ. Пусть магнитная стрѣлка въ видѣ прямоугольника вращается около оси *О*. Пусть *бб* ея видимая



Фиг. 33.

геометрическая ось, aa -невидимая магнитная ось, которая располагается по направленію магнитнаго меридіана NS. Назовемъ уголъ aOb между тою и другою осью черезъ α.

Переложимъ стрѣлку такъ, чтобы верхняя ея сторона перешла на низъ |для чего надо перевинтить шляпку стрѣлки|. Магнитная ось aa приметъ опять направленіе магнитнаго меридіана NS, а геометрическая bb приметъ положеніе $b'b'$, составляющее съ прежнимъ bb уголъравный 2α. Этотъ уголъ опредѣляется очень легко, такъ какъ при вращеніи магнитной стрѣлки концы ея перемѣщаются обыкновенно надъ окружностью, раздѣленною на градусы. Замѣтивъ, противъ какого дѣленія N стояла точка b и противъ какого дѣленія N' стоитъ b', найдемъ

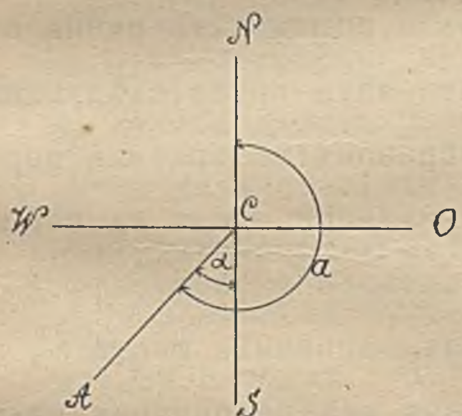
$$\alpha = \frac{N - N'}{2}.$$

Въ большинствѣ случаевъ этотъ уголъ не превосходитъ точности отсчетовъ, т.е. практически равенъ нулю.

Магнитная ось стрѣлки только тогда расположится въ плоскости магнитнаго меридіана, если она при своемъ вращеніи не будетъ сильно задерживаться треніемъ. Во избѣжаніе сильнаго тренія объ остріе, въ мѣдную шляпку, привинченную къ серединѣ стрѣлки, вставляется небольшой кусокъ агата,причемъ нижняя поверхность агата обтачивается въ видѣ вогнутой шаровой поверхности.

Чтобы остріе не прикасалось къ шляпкѣ во время перевозки или переноски инструмента,въ коробкѣ, въ которой помѣщается стрѣлка,есть рычажекъ |аретка|,которымъ можно приподнять стрѣлку и придавить къ стеклянной крышкѣ коробки.

Магнитные азимуты и румбическіе углы. Уголъ,образуемый какимъ нибудь направленіемъ съ магнитною стрѣлкою |магнитнымъ меридіаномъ|,называется магнитнымъ азимутомъ или румбическимъ угломъ.Магнитные азимуты считаются отъ сѣверной стороны магнитнаго меридіана черезъ востокъ,югъ къ западу отъ 0° до 360°.Румбическимъ угломъ называется острый



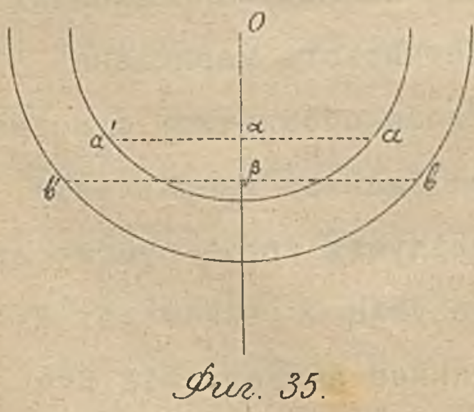
Фиг. 34.

уголъ между даннымъ направленіемъ и сѣвернымъ или южнымъ направленіемъ магнитнаго меридіана. Чтобы обозначить однозначно данное направленіе, слѣдуетъ кромѣ румбическаго угла α указать,въ какомъ квадрантѣ находится данное направленіе.Эти квадранты обозначаются такъ: *NO, NW, SO, SW.*

Такъ напримѣръ направленіе CA можетъ быть обозначено или румбическимъ угломъ $SW\alpha$ или азимутомъ a. Переходъ отъ азимутовъ къ румбическимъ угламъ совершается очень просто. Вотъ нѣсколько образчиковъ:

Румбическіе углы	Азимуты.
NO 10°	10°
NW 20°	340°
SW 5°	185°
W	270°
SO 10°	170°

Магнитное склоненіе. Оріентировавъ планъ по магнитному меридіану, намъ важно иногда знать направленіе различныхъ линій относительно географическаго меридіана; для этого надо знать магнитное склоненіе, т.е. уголъ между географическимъ и магнитнымъ меридіаномъ. Этотъ уголъ можно опредѣлить очень просто, хотя грубо, слѣдующимъ образомъ: вообразимъ вертикальный шестъ на горизонтальной плоскости и изъ основанія шеста O, какъ центра, опишемъ рядъ концентрическихъ окружностей.



Фиг. 35.

Слѣдя въ солнечный день

за концомъ тѣни шеста, отмѣтимъ точки b, a, a', b', въ которыхъ этотъ конецъ тѣни пройдетъ черезъ наши окружности. Раздѣлимъ хорды aa', bb' попаламъ; получимъ точки α, β,...которыя съ точкой O будутъ лежать на полуденной линіи. Уголъ, образуемый ею съ магнитной стрѣлкой, будетъ искомымъ склоненіемъ. Оказывается, что склоненіе не вездѣ одинаково. Если соединить кривою линіей точки земной поверхности съ одинаковыми склоненіями, то получимъ т.н. изогону. Имѣя карту изогонъ, нетрудно найти магнитное склоненіе для каждой точки земной поверхности и по немъ оріентировать планъ относительно географическаго меридіана.

Къ сожалѣнію такая оріентировка можетъ привести къ очень крупнымъ ошибкамъ. Въ нѣкоторыхъ мѣстахъ случаются очень большія уклоненія магнитной стрѣлки отъ географическаго меридіана, которыя наблюдаются на небольшомъ районѣ и сильно измѣняются при небольшихъ сравнительно перемѣщеніяхъ по земной поверхности. Одна изъ такихъ магнитныхъ аномалій наблюдается въ Курской губерніи, гдѣ уклоненія магнитной стрѣлки отъ географическаго меридіана доходятъ до нѣсколькихъ десятковъ градусовъ въ ту и въ другую сторону. Понятно, что если мы производимъ съемку въ мѣстности, не изслѣдованной по от-

ношенію къ земному магнитизму и случайно наткнемся на магнитную аномалію,то наша оріентировка по магнитной стрѣлкѣ не будетъ имѣть никакого смысла.
Мало того,наблюденія показываютъ,что магнитное склоненіе даже въ одной и той же точкѣ мѣняется со временемъ.Эти измѣненія бываютъ вѣковыя и періодическія.Вѣковыя измѣненія состоятъ въ томъ, что магнитное склоненіе измѣняется пропорціонально времени,т.е. измѣняется въ годъ на одинъ и тотъ же уголъ.Вслѣдствіе этого на картахъ изогонъ необходимо долженъ быть обозначенъ годъ,для котораго онѣ составлены.
Магнитное склоненіе въ Варшавѣ въ настоящее время западное и равно 6°,это значитъ,что сѣверный конецъ магнитной стрѣлки уклоненъ отъ сѣверной стороны географическаго меридіана на 6°.Ежегодно это склоненіе уменьшается въ Варшавѣ на 7'.*)
Кромѣ вѣкового,магнитное склоненіе подвержено еще періодическимъ измѣненіямъ,которыя состоятъ въ томъ,что магнитная стрѣлка уклоняется отъ нѣкотораго средняго,нормальнаго положенія то въ ту,то въ другую сторону.Въ теченіе сутокъ магнитная стрѣлка совершаетъ два полныхъ колебанія,и наибольшія суточныя уклоненія отъ средняго положенія при нор-

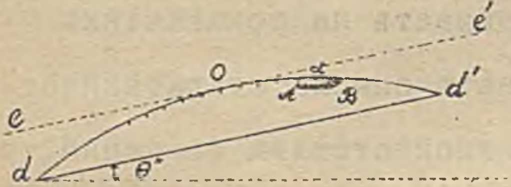
---

*) Въ послѣдній разъ въ Варшавѣ опредѣлялось абсолютное магнитное склоненіе 20 и 21 авг.1893 г.въ Лазенкахъ и найдено равнымъ 6°47'.

мальныхъ условіяхъ не превосходятъ 25$'$. Но случаются дни съ т.н. магнитными бурями, когда магнитная стрѣлка вдругъ уклоняется на большій уголъ, доходящій до 2° и болѣе. Понятно, что если во время производства съемки случилась магнитная буря, то всѣ наши магнитные азимуты будутъ содержать крупныя ошибки.
Изъ всего сказаннаго ясно, что хоть маломальски точную съемку нельзя основывать на показаніяхъ магнитной стрѣлки, и что нѣтъ смысла стараться отсчитывать положеніе магнитной стрѣлки особенно точно; точность отсчета до $\frac{1}{2}^{\circ}$ или даже до I° вполнѣ достаточна.
Наконецъ, надо обращать вниманіе на то, чтобы во время отсчетовъ магнитной стрѣлки не было по близости желѣза. |Напримѣръ, нельзя отсчитывать магнитную стрѣлку около полотна желѣзной дороги, не слѣдуетъ имѣть при себѣ желѣзныхъ ключей и проч|.
Чтобы убѣдиться не содержитъ ли желѣза инструментъ, съ которымъ соединена магнитная стрѣлка, стоитъ только подносить этотъ инструментъ различными частями къ концу какой нибудь магнитной стрѣлки и смотрѣть, не уклоняется ли она при этомъ приближеніи.
§I9. Уровень. Уровень служитъ для приведенія приблизительно горизонтальныхъ линій и плоскостей въ строго горизонтальное положеніе и для приведенія вер-

тикальныхъ осей вращенія въ строго вертикальное положеніе. Кромѣ того, уровень служитъ для опредѣленія наклоненія къ плоскости горизонта приблизительно горизонтальныхъ линій.

Устройство уровня. Уровень состоитъ изъ стеклянной цилиндрической трубки, внутренняя поверхность которой есть поверхность вращенія дуги dod' около хорды dd'. Хорда dd' или параллельная ей касательная ee', проходящая черезъ середину дуги O, называется осью уровня. Отъ середины O на дугѣ dd' нанесены дѣленія на равныхъ разстояніяхъ въ ту и другую сторону. Трубка наполняется сѣрнымъ эѳиромъ; небольшое пространство ея, не занятое жидкостью, содержитъ пары эѳира и представляется въ видѣ пузырька AB, занимающаго всегда наивысшее положеніе въ трубкѣ



(Фиг. 35).

Если ось уровня горизонтальна, то середина пузырька располагается, очевидно, противъ середины дуги O. Если правый конецъ оси уровня поднять на θ'', то середина пузырька перемѣстится вправо на нѣкоторое число α дѣленій; α будетъ то дѣленіе уровня, под которымъ остановится середина пузырька въ новомъ его положенiи AB. Чтобы его получить, смотримъ, противъ какого дѣленiя A стоитъ конецъ пузырька A и противъ какого дѣленiя B стоитъ другой конецъ пузырька. Тогда очевидно

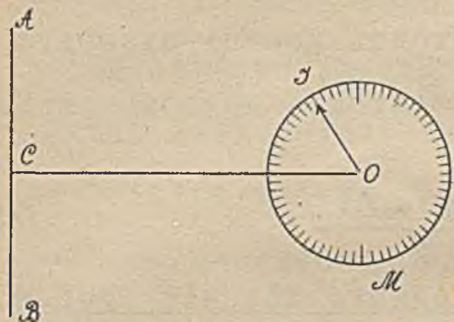
$$\alpha = \frac{A + B}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (13)$$

Пусть λ'' будетъ <u>значенiе одного дѣленiя уровня,</u> т.е. то число секундъ, на которое измѣняется наклоненiе оси уровня, когда пузырекъ смѣщается на одно дѣленiе. Это число λ называютъ иногда чувствительностью уровня. Зная его, получаемъ соотношенiе

$$\theta = \alpha . \lambda \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (14).$$

Итакъ <u>наклоненiе оси уровня равно полусуммѣ отсчетовъ обоихъ концовъ пузырька, умноженной на значенiе одного дѣленiя.</u> При этомъ, очевидно, отсчеты съ одной стороны отъ O надо считать положительными, съ другой-отрицательными.

Опредѣленiе значенiя одного дѣленiя уровня производится помощью т.н. испытателя уровней. Схематически устройство его состоитъ въ слѣдующемъ. Два горизонтальныхъ маталлическихъ стержня OC и AB неизмѣнно скрѣплены въ формѣ буквы Г и поддерживаются на горизонтальной стеклянной подставкѣ тремя винтами A, B и O; изъ нихъ винтъ O имѣетъ очень точный нарѣзъ и неизмѣнно соединенъ со стрѣ-



Фиг. 37.

кой J ,конецъ которой при вращенiи винта проходитъ черезъ различныя дѣленiя неподвижнаго круглаго диска M. Когда конецъ стрѣлки J опишетъ всю окружность, тогда конецъ стержня O подымется |или опустится| на высоту h, равную величинѣ хода винта; уголъ же i ,на который при этомъ измѣнитъ свое наклоненiе къ горизонту стержень CO ,въ дуговой мѣрѣ выразится

$$i = \frac{h}{OC},$$

а въ секундахъ

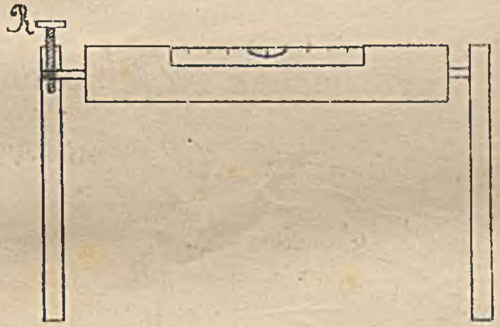
$$i'' = \frac{h}{OC} \cdot 206265''.$$

Обыкновенно длину OC выбираютъ такъ, чтобы при одномъ оборотѣ винта O наклоненiе стержня CO измѣнилось на $2'$. Окружность диска дѣлится при этомъ на 120 равныхъ частей; такимъ образомъ при перемѣщенiи указателя на I дѣленiе, наклоненiе стержня измѣняется на $1''$.

Теперь ясно, какъ изслѣдуется уровень на такомъ испытателѣ. Кладутъ его на двѣ подставки, соединенныя со стержнемъ CO такъ, чтобы ось уровня и стержень лежали приблизительно въ одной вертикальной плоскости; давъ пузырьку уровня успокоиться, отсчитываютъ средину его $C_{,}$ и дѣлаютъ отсчетъ при указателѣ $\mathcal{J}$. Переставивъ потомъ указатель на другое дѣленіе $a_{,}$, дѣлаютъ новый отсчетъ середины пузырька $C_{,}$. Ясно, что искомое λ выразится такъ:

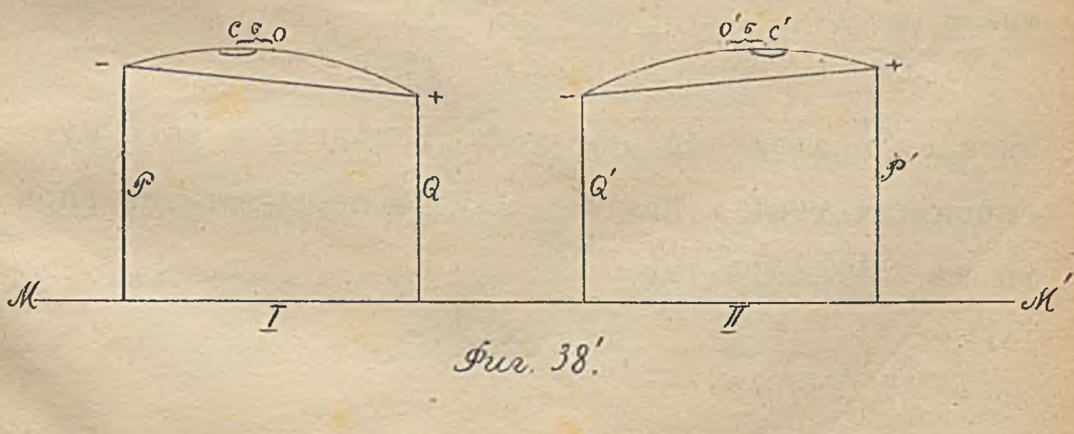
$$\lambda'' = \frac{a_{,} - a_{0}}{c_{,} - c_{0}} \qquad (15)$$

Въ самыхъ чувствительныхъ уровняхъ при астрономическихъ инструментахъ λ равно приблизительно $1''$ въ геодезическихъ инструментахъ λ бываетъ гораздо больше: доходитъ до $1'$ и болѣе.



Фиг. 38.

Опредѣленіе наклоненія приблизительно горизонтальной оси вращенія. Уровень заключается въ мѣдную цилиндрическую трубку, къ концамъ которой придѣлываются двѣ ножки |фиг. 38|. Этими ножками устанавливается уровень на испытуемую линію. Пусть на схематиче-



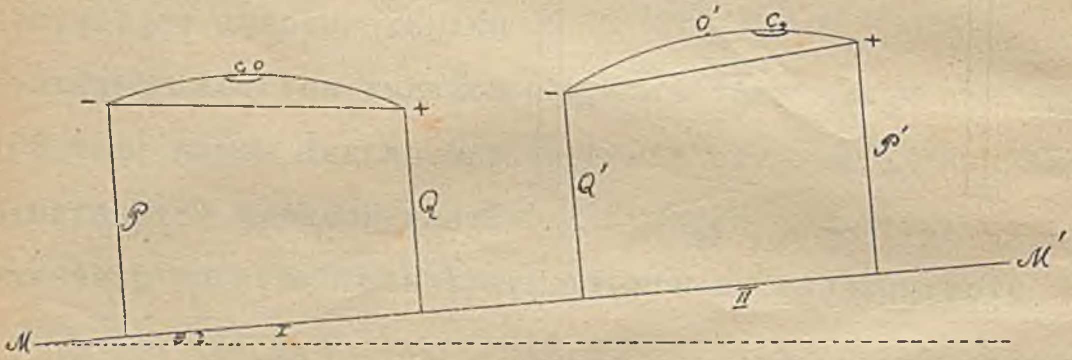
Фиг. 38'.

скомъ нашемъ чертежѣ |фиг. 38'| ось MM' строго горизонтальна, ось уровня ей непараллельна вслѣдствіе неравенства ножекъ P и Q. II-положеніе уровня получается изъ I-перестановкой его на линіи MM' такъ, чтобы правый конецъ пришелся съ лѣвой стороны и наоборотъ. Наклоненіе оси уровня къ плоскости горизонта въ томъ и другомъ случаѣ будетъ одинаково, и отсчеты середины пузырька будутъ тоже одинаковы, но считая отсчеты слѣва отрицательными, справа отъ O положительными и называя $OC = O'C' = \sigma$, найдемъ, что отсчетъ середины пузырька будетъ

въ I положеніи $-\sigma$,

во II » $+\sigma$.

Допустимъ теперь |фиг. 38''| что прямая MM' припод-



Фиг. 38''.

нята съ правой стороны на θ'', вслѣдствіе чего пузырекъ въ томъ и другомъ случаѣ перемѣстится вправо на α дѣленій, гдѣ

$$\theta = \alpha . \lambda .$$

Отсчеты серединъ пузырьковъ въ этомъ случаѣ будутъ

въ I положенiи $-\sigma+\alpha$,

во II » $+\sigma+\alpha$.

Поставивъ уровень на данное, наклонное положенiе линiи MM', мы эти отсчеты получимъ непосредственно по отсчетамъ концовъ пузырька, т.е. получимъ

$$\left.\begin{aligned} -\sigma+\alpha &= \frac{A_I + B_I}{2} = c_1 \\ \sigma+\alpha &= \frac{A_{II} + B_{II}}{2} = c_2 \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (16)$$

откуда

$$\alpha = \frac{1}{2}\left(c_1 + c_2\right)$$

или

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{2}\left(\frac{A_I + B_I}{2} + \frac{A_{II} + B_{II}}{2}\right) \\ \theta &= \alpha.\lambda \\ \sigma &= \frac{c_2 - c_1}{2} \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (17).$$

Итакъ для опредѣленiя наклоненiя приблизительно горизонтальной оси вращенiя слѣдуетъ установить на ней уровень, отсчитать оба конца пузырька и взять полусумму отсчетовъ; затѣмъ переставить уровень и составить новую полусумму отсчетовъ концовъ пузырька. Полусумма обѣихъ полусуммъ даетъ искомое наклоненiе выраженное въ дѣленiяхъ уровня. Умноживъ ее на λ, получимъ то же наклоненiе въ секундахъ.

Приведенiе приблизительно горизонтальной линiи въ строго горизонтальное положенiе. Поставимъ на эту линiю |обыкновенно на горизонтальную ось вращенiя| наставной уровень, и подъемными винтами приведемъ пузырекъ на середину; другими словами сдѣлаемъ $c_1 = 0$. Затѣмъ переставимъ уровень и посмотримъ, на сколько дѣленiй c_2 смѣстился пузырекъ, т.е. противъ какого дѣленiя c_2 онъ остановился.

Формулы |16| перепишутся для этого случая такъ:

$$-б + \alpha = 0,$$

$$б + \alpha = c_2,$$

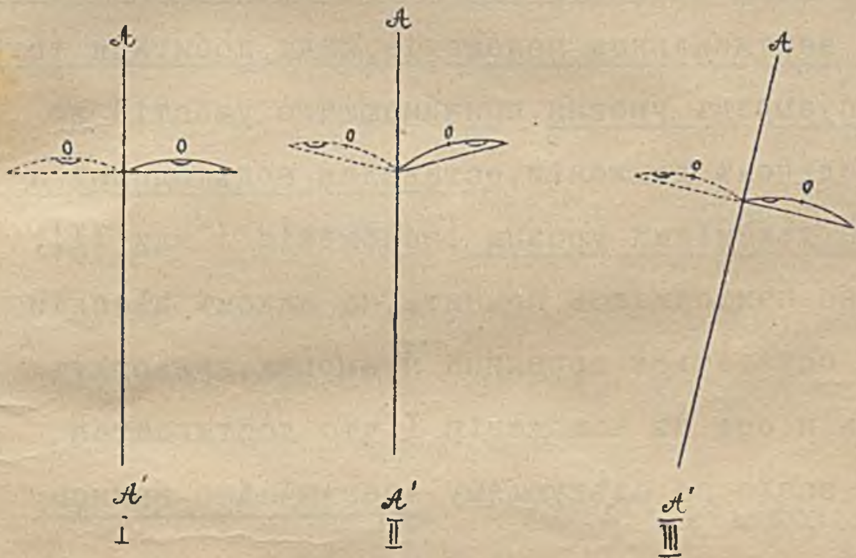
откуда

$$\alpha = \frac{c_2}{2}$$

$$б = \frac{c_2}{2}$$

Отсюда видно, что смѣщенiе пузырька c_2 на половину происходитъ оттого, что подставка наклонена къ горизонту (α), а на половину оттого, что ось уровня не параллельна подставкѣ $(б)$. Отсюда очевидно слѣдующее важное правило: для приведенiя горизонтальной оси вращенiя инструмента въ строго горизонтальное положенiе слѣдуетъ: поставить на нее наставной уровень; подъемнымъ винтомъ инструмента привести пузырекъ на середину; переставить уровень на оси; замѣтить, на сколько дѣленiй перемѣстился пузырекъ; на половину этого смѣщенія вернуть пузырекъ назадъ, дѣйствуя подъемнымъ винтомъ, а на другую половину - дѣйствуя уравнительнымъ винтикомъ при уровнѣ; затѣмъ переставить уровень вторично и, если пузырекъ окажется на серединѣ, то ось уровня и ось вращенія инструмента одновременно горизонтальны. Въ противномъ случаѣ надо операцію повторить.

Приведеніе приблизительно вертикальной оси вращенія въ строго вертикальное положеніе. Соединимъ уровень неизмѣнно съ тою частью инструмента,



(Фиг. 39.)

которая вращается около вертикальной оси.

Если ось вращенія строго вертикальна и ось уровня къ ней перпендикулярна |I|, то при поворотахъ около AA' середина пузырька будетъ постоянно оставаться на нулѣ.

Если ось AA' вертикальна, но ось уровня къ ней не перпендикулярна |II|, то середина пузырька будетъ подъ нѣкоторымъ дѣленіемъ C и будетъ подъ нимъ оставаться при поворотахъ около AA'.

Если, наконецъ, ось вращенія AA' |III| не вертикальна, то ось уровня будетъ при поворотахъ измѣнять свое наклоненіе и пузырекъ будетъ перемѣщаться вдоль уровня.

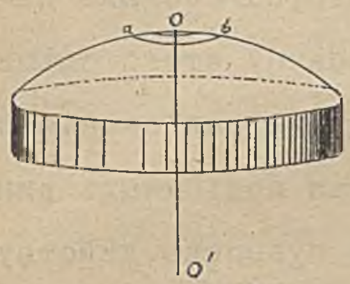
Отсюда слѣдуетъ: чтобы привести ось вращенія въ строго вертикальное положеніе, надо добиться того, чтобы пузырекъ уровня, принимающаго участіе во вращательномъ движеніи, оставался подъ одними и тѣми же дѣленіями уровня |положеніе I или II|.. Чтобы не приходилось помнить, на какомъ дѣленіи должна оставаться середина пузырька, приводятъ уровень и ось къ положенію I, что достигается скорѣе всего по слѣдующему чрезвычайно важному правилу.

Чтобы привести ось вращенія въ вертикальное положеніе и ось уровня въ горизонтальное, слѣдуетъ повернуть верхнюю часть инструмента такъ, чтобы ось уровня расположилась приблизительно по направленію прямой, соединяющей концы двухъ подъемныхъ винтовъ и, дѣйствуя ими одновременно въ противоположныя стороны, привести пузырекъ на средину. Повернувъ затѣмъ верхнюю часть инструмента около вертикальной оси на 180°, обратить вниманіе, на сколько дѣленій пузырекъ смѣстился; на половину этого смѣщенія вернуть пузырекъ назадъ, измѣняя наклоненіе одной только оси уровня и не трогая подъемныхъ винтовъ; на другую половину вернуть пузырекъ, дѣйствуя подъемными винтами. Затѣмъ, повернуть инструментъ на 90°, т.е. такъ, чтобы ось уровня стала параллельной третьей ножкѣ инструмента, и, дѣйствуя третьимъ подъемнымъ винтомъ привести пузырекъ на середину.

Такъ какъ всего сказаннаго сразу точно сдѣлать нельзя, то всю описанную операцію надо повторить во второй, а иногда и въ третій разъ, пока не добьемся того, что при всѣхъ поворотахъ около вертикальной оси пузырекъ будетъ оставаться на серединѣ уровня; цѣль будетъ достигнута.

Считаю нужнымъ при этомъ рекомендовать пользоваться уравнительнымъ винтомъ весьма предусмотрительно; надо стараться сначала установить вертикальную ось вертикально, дѣйствуя одними только подъемными винтами и только въ томъ случаѣ, если это окажется невозможнымъ, прибѣгать къ уравнительнымъ винтикамъ.

Установка вертикальной оси помощью сферическаго уровня. Сферическимъ уровнемъ называется цилиндрическая коробка, прикрытая плосковогнутымъ стекломъ, внутренняя поверхность котораго сферическая.

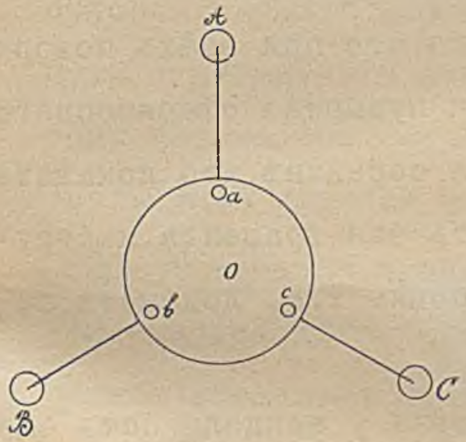


Фиг. 39'

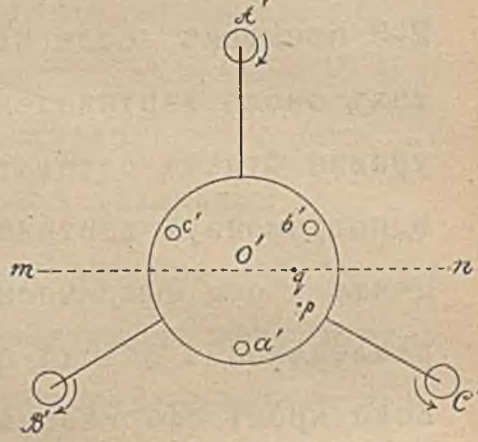
Коробка эта наполняется почти цѣликомъ сѣрнымъ эѳиромъ; небольшое пространство, заполненное парами эѳира, въ видѣ пузырька занимаетъ всегда самое высокое положенiе въ коробкѣ.

Въ серединѣ этой вогнутой поверхности начерченъ небольшой кружочекъ ab, центръ котораго считается центромъ уровня; радiусъ сферической поверхности OO', проходящiй черезъ центръ уровня, называется осью сферическаго уровня. Если мы установимъ уровень такъ, что центръ пузырька прiйдется противъ центра кружка ab, то ось уровня OO' будетъ вертикальна. Поэтому, если мы достигнемъ предварительно параллельности оси уровня и вертикальной оси инструмента, то, приведя пузырекъ на середину подъемными винтами, мы достигнемъ вертикальности оси вращенiя инструмента.

Для достиженiя параллельности оси уровня и вертикальности оси инструмента, поступимъ слѣдующимъ образомъ. Повернемъ алидаду около вертикальной оси такъ, чтобы уравнительные винтики сферическаго уровня a, b и c расположились противъ подъемныхъ винтовъ инструмента A, B, C и, дѣйствуя подъемными винтами A, B, C приведемъ пузырекъ уровня на сере-



Фиг. 39''



Фиг. 39'''

дину O. Повернемъ затѣмъ алидаду съ уровнемъ около вертикальной оси на 180°; вслѣдствiе этого уравнительные винтики a', b', c' расположатся, какъ показано на фигурѣ 39'''. Пусть центръ пузырька перемѣстится при этомъ въ p, изъ чего мы заключаемъ, что вращенiе произведено около оси, не строго вертикальной. Дѣйствуя на половину подъемнымъ винтомъ A', на половину уравнительнымъ винтикомъ a', приведемъ центра пузырька въ какую нибудь точку q, лежащую на прямой $mO'n$, перпендикулярной къ $O'A'$; затѣмъ дѣйствуя на половину подъемными винтами B' и C' |въ противоположныя стороны|, на половину уравнительными винтиками b' и c', приведемъ пузырекъ на середину O'. Послѣ этого слѣдуетъ алидаду опять повернуть на 180° и всю операцiю повторить. Послѣ 2-3 попытокъ достигнемъ того, что при всѣхъ поворотахъ около вертикальной оси пузырекъ сферическаго уровня будетъ оставаться на срединѣ, что докажетъ одновременную вертикальность оси вращенiя инструмента и оси сферическаго уровня, т.е. докажетъ параллельность обѣихъ осей.

Если кромѣ сферическаго уровня у алидады есть еще обыкновенный цилиндрическiй уровень, то регулировка сферическаго можетъ быть произведена слѣдующимъ образомъ.

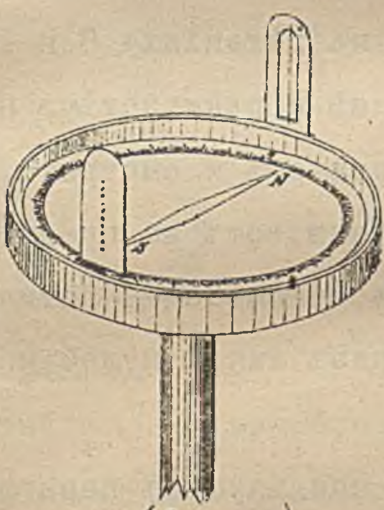
Установимъ вертикальную ось строго вертикально помощью цилиндрическаго уровня и затѣмъ, дѣйствуя уравнительными винтиками при сферическомъ уровнѣ, приведемъ пузырекъ его на середину. Тогда у насъ одновременно будутъ вертикальны ось сферическаго уровня и ось вращенiя инструмента; параллельность обѣихъ осей будетъ достигнута.

Закончивъ описанiе составныхъ частей, переходимъ къ описанiю самыхъ инструментовъ.

БУССОЛЬ.

Буссоль служитъ для опредѣленія магнитнаго азимута и магнитнаго румба даннаго направленія и потому должна состоять изъ визирнаго приспособленія, магнитной стрѣлки и круга съ дѣленіями.

520. Штативная буссоль состоитъ изъ коробки съ лимбомъ, раздѣленнымъ на градусы; въ центрѣ этого лимба вставленъ шпиль, на который насажена магнитная стрѣлка. Черезъ дѣленія 0° и 180° или, какъ говорятъ, черезъ линію нулей проходитъ плоскость вертикальныхъ діоптровъ. Коробка съ діоптрами вращается около вертикальной оси, а магнитная стрѣлка располагается въ плоскости магнитнаго меридіана: поэтому, если мы направимъ плоскость діоптровъ на визируемый предметъ, то отсчетъ по магнитной стрѣлкѣ дастъ искомый магнитный азимутъ или румбическій уголъ, смотря по надписямъ на лимбѣ.



(Фиг. 40)

Чтобы убѣдиться, проходитъ ли плоскость діоптровъ черезъ линію нулей, натягиваютъ волосокъ отъ нижняго прорѣза одного діоптра къ верхнему прорѣзу другого и, смотря въ діоптръ, замѣчаютъ, покрываетъ ли волосокъ нулевое дѣленіе лимба. Если онъ не покроетъ, то появляется такъ называемая коллимаціонная ошибка, вслѣдствіе которой всѣ отсчитанные азимуты будутъ ошибочны на одинъ и тотъ же уголъ.

Если визированіе въ буссоли производится помощью зрительной трубы, то отсутствіе коллимаціонной ошибки повѣряется слѣдующимъ образомъ: снимаютъ стеклянную крышку буссоли и на дѣленіяхъ 0° и 180° устанавливаютъ вертикально двѣ иголки; затѣмъ наводятъ трубу на какой нибудь предметъ и смотрятъ, проходитъ ли плоскость иголокъ черезъ тотъ же предметъ; если да, то визирная плоскость, описываемая оптическою осью трубы, проходитъ черезъ линію нулей, и коллимаціонной ошибки нѣтъ.

Изъ всего сказаннаго въ предыдущихъ параграфахъ слѣдуетъ, что для того, чтобы отсчеты по магнитной стрѣлкѣ давали правильные магнитные азимуты, необходимо убѣдиться въ выполненіи въ буссоли слѣдующихъ условій:

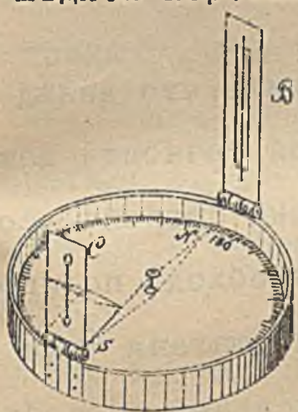
1. отсутствіе желѣза |стр. 57|
2. правильность дѣленій лимба |стр. 44|
3. совпаденіе магнитной оси съ геометрическою |стр. 51|.

4. отсутствіе эксцентрицитета |стр. 42|

5. отсутствіе коллимаціонной ошибки |стр. 72|

6. перпендикулярность визирной плоскости къ плоскости лимба. Для повѣрки послѣдняго условія приводятъ лимбъ въ горизонтальное положеніе и затѣмъ повѣряютъ вертикальность визирной плоскости по отвѣсу.

§20. Ручная буссоль |Шмалькальдера| состоитъ изъ мѣдной коробки, въ центрѣ которой укрѣпленъ шпиль,

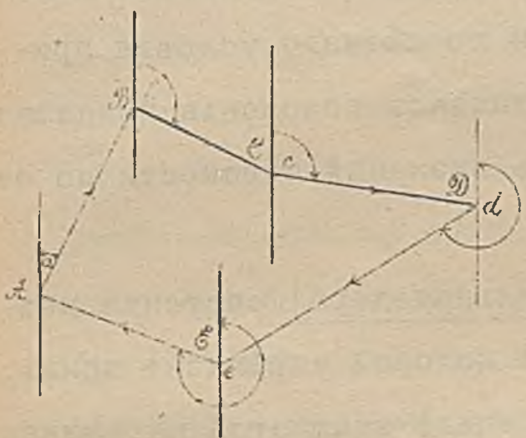


(Фиг. 41)

на этомъ шпилѣ вращается магнитная стрѣлка съ неизмѣнно соединеннымъ съ нею аллюминіевымъ или картоннымъ лимбомъ, нуль котораго проходитъ черезъ южный полюсъ стрѣлки. По направленію одного изъ діаметровъ коробки придѣланы два діоптра: $\mathscr{B}$-предметный и $\mathscr{C}$ -глазной; къ послѣднему прикрѣплена однимъ катетомъ стеклянная прямоугольная треугольная призма; другой катетъ призмы приходится надъ дѣленіями лимба, которыя отражаются гипотенузою и попадаютъ черезъ прорѣзъ глазнаго діоптра въ глазъ наблюдателя.

Такимъ образомъ наблюдатель одновременно видитъ наведенный на предметъ волосокъ преметнаго діоптра и нѣкоторое дѣленіе лимба, которое и укажетъ на магнитный азимутъ визируемаго предмета.

§21. Буссольная съемка. Вообразимъ полигонъ $ABCD$....., который надо нанести на планъ. Измѣривъ въ каждой вершинѣ полигона магнитный азимутъ или румбъ слѣдующей вершины и измѣривъ длины всѣхъ сторонъ полигона, мы, очевидно, получимъ всѣ данныя для составленія плана.



Фиг. 43.

Надо замѣтить, что вслѣдствіе малой точности даваемой буссолью, безцѣльно измѣрять длины сторонъ особенно точно. Поэтому при буссольномъ обходѣ полигона длины сторонъ измѣряются обыкновенно шагами |или оборотами колеса телѣги| и весь описанный способъ примѣняется при глазомѣрной съемкѣ.

Вычисленіе внутреннихъ |правыхъ| угловъ полигона по измѣреннымъ магнитнымъ азимутамъ сторонъ.

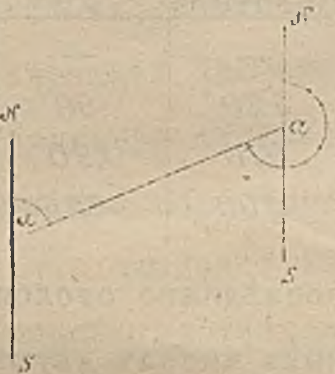
Азимуты одной и той же прямой при обоихъ концахъ ея отрѣзка называются обратными: фигура 44 стр. 75 обнаруживаетъ между ними соотношеніе

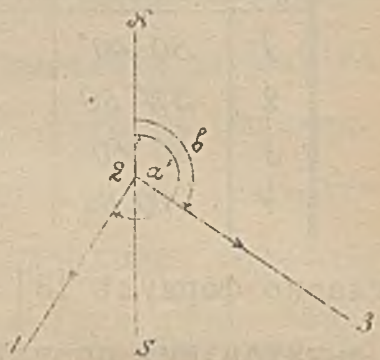
$$\alpha' = \alpha + 180° \qquad \qquad (18)$$

Далѣе, изъ фигуры 45 стр. 75 мы видимъ, что если мы имѣемъ въ какой нибудь вершинѣ |2| азимуты двухъ сторонъ a' и b, то

$$\angle(123) = a' - b \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (19).$$

то есть правый уголъ получимъ, если изъ азимута


(Фиг. 44)



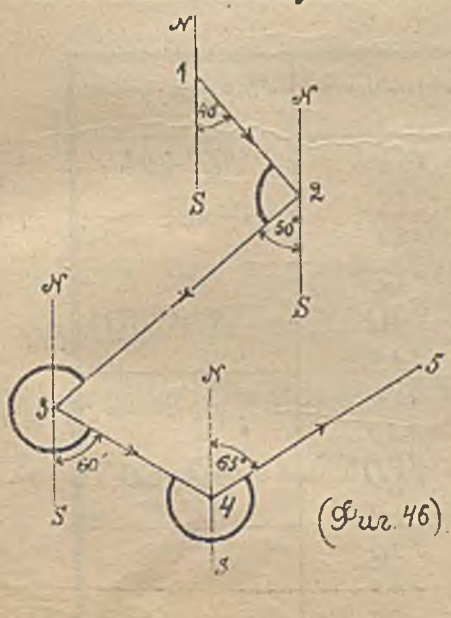
(Фиг. 45)

предыдущей вершины вычтемъ азимутъ послѣдующей.

Обращаясь теперь къ фигурѣ 43, мы видимъ, что обратный азимутъ точки A въ точкѣ B будетъ по |18| $180° + a$, а правый уголъ при B будетъ по |19|

$$B = 180° + a - b \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (20).$$

Если буссоль намъ давала не азимуты, а румбическіе углы, то ихъ предварительно слѣдуетъ замѣнить на магнитные азимуты.



(Фиг. 46)

Примѣръ. Даны румбическіе углы сторонъ полигона

1. $SO\ 40°$,
2. $SW\ 50°$,
3. $SO\ 60°$,
4. $NO\ 65°$.

Требуется найти правые углы его.

Вычисленіе располагаемъ въ слѣдующей формѣ:

NN вершинъ	Румбическіе углы	Азимуты	Обратные азимуты	Правые углы.
1	SO 40°	140°	—	—
2	SW 50	230	320°	90°
3	SO 60	120	410	290
4	NO 65	65	300	235
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Согласно формулѣ |8| числа послѣдняго столбца получены вычитаніемъ соотвѣтственныхъ чиселъ двухъ предшествующихъ столбцовъ.

Обратная задача: данъ азимутъ α при первой вершинѣ и правый уголъ $\mathcal{B}$ при второй вершинѣ. Найти азимутъ b при второй вершинѣ. Задача эта рѣшается помощью урав.

$$b = 180° + \alpha - \mathcal{B} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (21)$$

которое получается прямо изъ урав. |20|

Примѣръ. Данъ румбическій уголъ при I вершинѣ $SO40°$ и правые углы при послѣдующихъ вершинахъ 90°, 290°, 235° и т. д. Вычислить румбическіе углы при этихъ вершинахъ.

Рѣшеніе

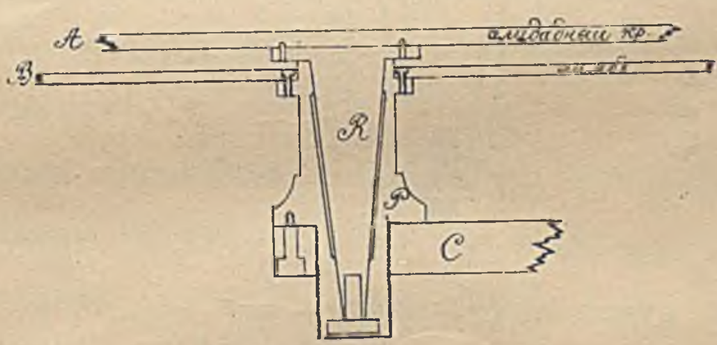
№	Внутр. углы.	Азимуты	Румбич. углы.
1.	—	140° +180 320 -90	SO 40°
2	90°	230° +180 410 -290	SW 50°
3	290°	120° 180 300 -235	SO 60°
4	235°	65°	NO 65°

ТЕОДОЛИТЪ.

Теодолитъ это самый точный геодезическій инструментъ, служащій для измѣренія проекцій угловъ на горизонтальную плоскость. Кромѣ того, за рѣдкими исключеніями, помощью теодолитовъ можно измѣрять наклоненіе визирной линіи къ плоскости горизонта.

§22. Устройство теодолита. Для того, чтобы теодолитъ могъ служить для измѣренія горизонтальныхъ и вертикальныхъ угловъ, онъ долженъ имѣть горизонтальный и вертикальный кругъ съ дѣленіями.

Кромѣ горизонтальнаго лимба $\mathcal{B}$ всякій теодолитъ

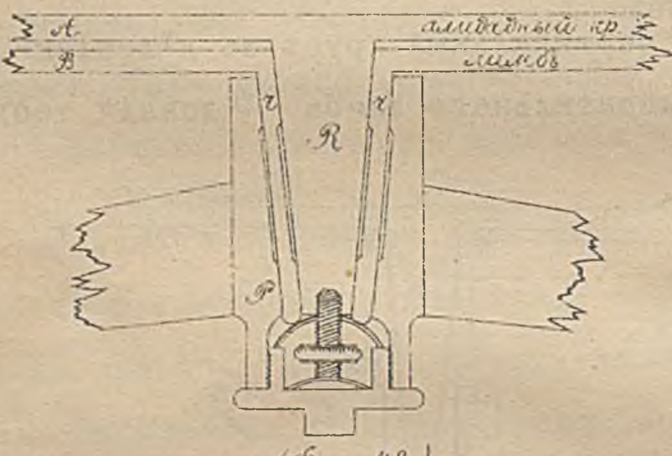


(Фиг. 47).

имѣетъ еще другой концентрическій съ нимъ горизонтальный кругъ $\mathcal{A}$ - алидаду |фиг. 47|. Неизмѣнно съ алидадою соединена съ ней снизу коническая стальная или мѣдная ось $\mathcal{R}$, которая проходитъ сквозь всю длину коническаго гнѣзда колонны $\mathcal{P}$. Чтобы ось не шаталась, длина ея должна быть не менѣе $\frac{1}{3}$ діаметра лимба.

Если кругъ $\mathcal{B}$ лимба неподвиженъ и наглухо соединенъ съ мѣднымъ треножникомъ $\mathcal{C}$, то теодолитъ называется простымъ.

Если же внутри вертикальной колонны $\mathcal{P}$ треножника |фиг. 48| вращается пустая внутри коническая ось



(Фиг 48)

r вмѣстѣ съ лимбомъ $\mathcal{B}$, составляющимъ съ нимъ одно цѣлое, если далѣе внутри этой оси вращается ось алидады $\mathcal{R}$ съ алидадой $\mathcal{A}$, то теодолитъ называется повторительнымъ, потому что имъ можно измѣрять горизонтальные углы по т.н. способу повторенія, о чемъ будетъ сказано ниже.

Скрѣпивъ помощью соотвѣтственнаго винта ось лимба съ колонной $\mathcal{P}$, мы очевидно можемъ пользоваться повторительнымъ теодолитомъ, какъ простымъ.

Къ алидадному кругу прикрѣпляются двѣ вертикальныя стойки, оканчивающіяся подушками, на которыхъ покоятся цапфы горизонтальной оси вращенія.

Около этой горизонтальной оси вращается зрительная труба, оптическая ось которой должна быть перпендикулярна къ горизонтальной оси вращенія.

Если вертикальныя стойки на столько длинныя, что трубу можно переводить черезъ зенитъ, то теодолитъ называется компенсаціоннымъ, такъ какъ при такомъ устройствѣ можно компенсировать, исключать, нѣкоторыя инструментальныя погрѣшности. |см. ниже о коллимаціи|.

Иногда при короткихъ стойкахъ трубу насаживаютъ не на середину горизонтальной оси, а на одинъ изъ его концовъ лишь для того, чтобы трубу можно было переводить черезъ зенитъ.

Кромѣ трубы на горизонтальную ось насаживается вертикальный лимбъ и алидадная линейка къ нему. Вертикальный лимбъ вращается вмѣстѣ съ трубой, а алидадная линейка соединена съ одной изъ стоекъ. Иногда впрочемъ алидада вращается вмѣстѣ съ трубой, а лимбъ неподвиженъ.

Для точнаго наведенія трубы по извѣстному направленію, у каждаго круга есть зажимной и микрометренный винтъ.

Для правильной установки теодолита, онъ долженъ имѣть по крайней мѣрѣ одинъ уровень, который соединяютъ съ горизонтальной алидадой или наставляютъ на горизонтальную ось вращенія.

Иногда особый уровень придѣлываютъ къ вертикальной алидадѣ и отдѣльный къ зрительной трубѣ; въ послѣднемъ случаѣ теодолитъ можетъ служить нивелиромъ |см. ниже|.

Чтобы имѣть возможность опредѣлять теодолитомъ магнитные азимуты, съ нимъ соединяютъ иногда буссоль. Надо впрочемъ замѣтить, что въ лучшихъ теодолитахъ буссоль устраняется во-первыхъ потому, что точность буссолей несоразмѣрно ниже той точности, которую даютъ теодолиты, во-вторыхъ потому, что присутствіе магнитной стрѣлки въ теодолитѣ требуетъ устраненіе желѣза, между тѣмъ какъ стальныя оси гораздо прочнѣе и лучше мѣдныхъ.

§13. Повѣрка компенсаціоннаго теодолита. Установивъ теодолитъ на штативѣ, воткнутомъ въ землю, или на изолированномъ каменномъ столбѣ, приступаютъ къ его повѣркѣ.

I| Прежде всего приводятъ вертикальную ось алидаднаго круга въ строго вертикальное положеніе и вмѣстѣ съ тѣмъ ось алидаднаго уровня въ горизонтальное положеніе; для этого согласно § 19 стр. 66 дѣйствуя подъемными винтами и, если надо, винтиками при уровнѣ, добиваются того, чтобы пузырекъ уровня оставался на серединѣ при всѣхъ поворотахъ алидады около вертикальной оси.

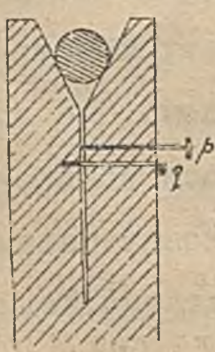
Приведя ось алидады въ вертикальное положеніе, надо убѣдиться, будетъ ли ось лимба вертикальна. Для этого скрѣпляютъ алидаду съ лимбомъ и отпускаютъ винтъ, прижимающій лимбъ къ треножнику, вслѣдствіе чего алидада вмѣстѣ съ лимбомъ будетъ вращаться около оси лимба. Если при всѣхъ поворотахъ пузырекъ уровня будетъ оставаться на серединѣ, то это будетъ служить доказательствомъ, что вращеніе производится около оси, строго вертикальной. Если же пузырекъ будетъ смѣщаться, то мы убѣждаемся, что |послѣ установки оси алидады вертикально| ось лимба не вертикальна, т. е. что она не совпадаетъ и даже не параллельна оси лимба. Погрѣшность эту можетъ исправить только механикъ и то съ трудомъ. Она впрочемъ случается чрезвычайно рѣдко, обѣ оси обыкновенно хорошо совпадаютъ, такъ какъ ихъ коническія поверхности обтачиваются на токарномъ станкѣ. Если бы однако обнаружилась замѣтная непараллельность обѣихъ осей, то такимъ теодолитомъ нельзя пользоваться какъ повторительнымъ, а только какъ простымъ.

2| Покончивъ съ осями алидады и лимба, надо убѣдиться, описываетъ ли оптическая |коллимаціонная| ось трубы около горизонтальной оси вращенія вертикальную плоскость, или нѣтъ.

Описываемая визирною осью трубы поверхность будетъ плоскостью, если ось трубы перпендикулярна къ горизонтальной оси вращенія и будетъ вертикальною плоскостью, если горизонтальная ось вращенія будетъ строго горизонтальна.

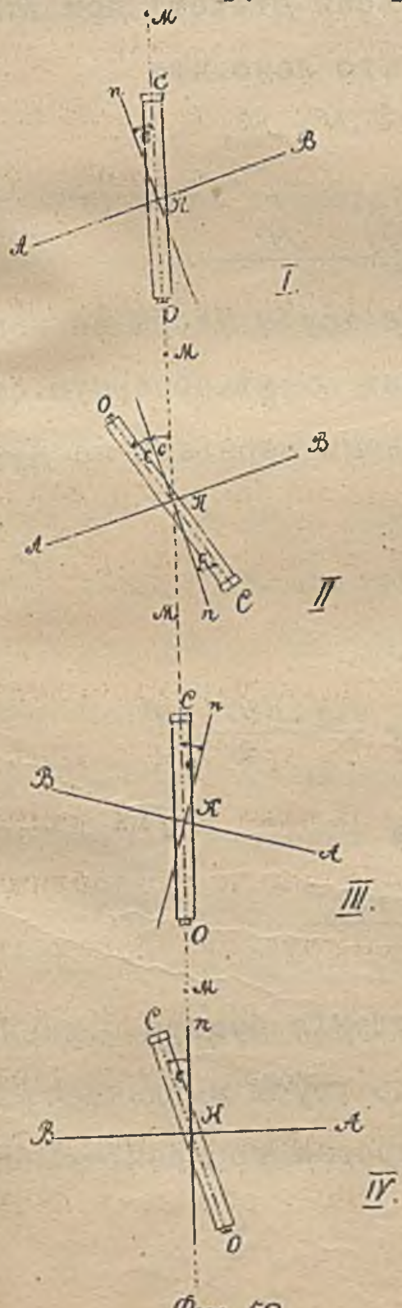
Въ теодолитахъ, въ которыхъ труба перекладывается въ обоймицахъ или переводится черезъ зенитъ, обѣ погрѣшности исправляются независимо одна отъ другой. Горизонтальность горизонтальной оси вращенія повѣряется помощью уровня, наставленнаго на горизонтальную ось вращенія. |§19 стр. 64.|.

Для этого одна изъ обоймицъ, на которыхъ покоится ось вращенія трубы, дѣлается съ глубокимъ вырѣзомъ, и помощью двухъ винтовъ можно обѣ части ихъ сближать, т.е. подымать ось вращенія, или удалять, т.е. опускать ту же ось |на чертежѣ винтъ p раздвигаетъ, винтъ q сдвигаетъ|; когда такимъ образомъ пузырекъ



Фиг. 49.

будетъ приведенъ на середину, надо опять переставить уровень и посмотрѣть, остался ли онъ на серединѣ; если нѣтъ, то надо описанный процессъ повторить. Окончательно надо добиться, чтобы пузырекъ при перестановкѣ уровня не сходилъ съ середины. Тогда ось вращенія инструмента, равно какъ и ось уровня, будутъ горизонтальны.



Фиг. 50.

Перпендикулярность коллимаціонной оси трубы C съ горизонтальною осью вращенія AB |фиг. 50| повѣряется слѣдующимъ образомъ. Наведемъ трубу теодолита на какой нибудь удаленный земной предметъ M и допустимъ для простоты, что визирная ось OM будетъ при этомъ горизонтальна. Пусть горизонтальная ось вращенія AB не перпендикулярна къ визирной оси OC, но образуетъ съ горизонтальнымъ перпендикуляромъ къ ней Kn |фиг. 50, I| уголъ c, называемый коллимаціей. Сдѣлавъ отсчетъ на горизонтальномъ лимбѣ $\mathcal{N}$, переведемъ трубу черезъ зенитъ, т.е. приведемъ въ положеніе II; затѣмъ, двигая по направленію стрѣлки, наведемъ ее на тотъ же земной предметъ $\mathcal{M}$ |фиг. 50, III|. Очевидно, что для этого прійдется повернуть трубу около вертикальной оси на уголъ $180^\circ + 2c$. Если отсчетъ при второмъ наведеніи трубы будетъ $\mathcal{N}'$, то ясно, что

$$180^\circ + 2c = \mathcal{N}' - \mathcal{N},$$

откуда

$$c = \frac{(\mathcal{N}' - 180) - \mathcal{N}}{2}.$$

Такъ опредѣляется коллимація трубы. Чтобы ее исправить, повернемъ трубу на уголъ c въ обратную сторону, |фиг. 50, IV|, т.е. наведемъ верньеръ на дѣленіе лимба

$$\mathcal{N}' - c$$

или

$$\mathcal{N}' - \frac{\mathcal{N}' - 180 - \mathcal{N}}{2} = \frac{\mathcal{N}' + 180 + \mathcal{N}}{2}$$

или, что все равно, на дѣленіе

$$\frac{(\mathcal{N}' - 180) + \mathcal{N}}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (\alpha)$$

Тогда горизонтальная ось вращенія будетъ перпендикулярна къ прямой $\mathcal{KM}$, но ось трубы сойдетъ съ предмета $\mathcal{M}$. Если мы поэтому, не трогая горизонтальной оси вращенія, наведемъ визирную ось на тотъ же предметъ, то она станетъ перпендикулярна къ горизонтальной оси вращенія, коллимація будетъ устранена, а нуль верньера будетъ все время стоять противъ того же дѣленія $|\alpha|$:

$$\frac{N' - 180 + N}{2}.$$

Эта полусумма, слѣдовательно, есть тотъ отсчетъ на горизонтальномъ кругѣ, который мы бы получили, еслибы не было коллимаціи.

Отсюда правило: сдѣлавъ два наведенія на визируемый предметъ при двухъ положеніяхъ горизонтальной оси, отсчитавъ оба раза горизонтальный лимбъ, взявъ полусумму обоихъ отсчетовъ, причемъ одинъ изъ нихъ слѣдуетъ уменьшить на 180°, мы исключимъ вліяніе коллимаціи, т.е. найдемъ такой отсчетъ, какой бы получили непосредственно, еслибы коллимаціи не было вовсе. Перемѣщеніе визирной оси независимо отъ горизонтальной оси вращенія производится перемѣщеніемъ пересѣченія сѣтки нитей вправо или влѣво помощью уравнительныхъ винтиковъ при сѣткѣ.

<u>Примѣръ.</u> Визируется нѣкоторая точка M и получены слѣдующіе отсчеты:

Положение верт. круга	Верньеры	Отсчетъ
Л.	I	24° 12′ 20″
	II	12′ 40″
	Ср.	24° 12′ 30″
Пр.	I	204° 13′ 40″
	II	13′ 0″
	Ср	204° 13′ 20″

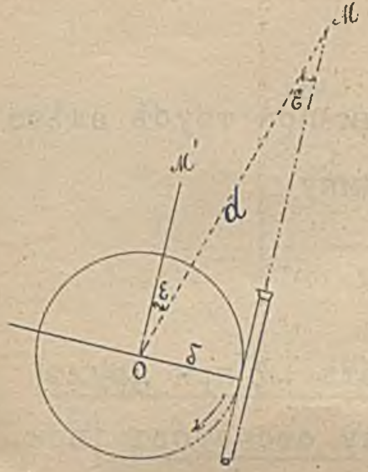
$$c = \frac{24°13'20'' - 24°12'30''}{2} = 25'';$$

отсчетъ, освобожденный отъ влiянiя коллимацiи:

$$\alpha = \frac{24°13'20'' + 24°12'30''}{2} = 24°12'55''.$$

Примѣчанiе. Все послѣднее разсужденiе справедливо, какъ сказано, въ предположенiи, что визирная ось горизонта. Если визируется предметъ M, лежащiй не на одномъ горизонтѣ съ центромъ инструмента, то правила для исключенiя влiянiя коллимацiи и ея уничтоженiя останутся справедливыми, но формула для вычисленiя коллимацiи будетъ иная.

8|. Выше |§I4| было показано, что для правильнаго измѣренiя горизонтальныхъ угловъ необходимо, чтобы вертикальная визирная плоскость вращалась около вертикальной оси, проходящей черезъ центръ лимба O. Если поэтому труба прикрѣплена не по срединѣ, а на одномъ изъ концовъ горизонтальной оси, то отсчеты при визированіи требуютъ нѣкоторыхъ поправокъ. отъ внѣцентренности трубы.



Фиг. 51.

Пусть труба расположена на правомъ концѣ горизонтальной оси и наведена на предметъ M. Если бы она была на серединѣ оси, то при томъ же положеніи алидады она была бы направлена по OM' и чтобы ее навести на M, пришлось бы алидаду повернуть на уголъ $\mathcal{E}$ по направленію стрѣлки. Если стрѣлка указываетъ на направленіе возрастающихъ дѣленій, то отсчетъ на лимбѣ при этомъ поворотѣ увеличится на уголъ $\mathcal{E}$, который опредѣлится по формулѣ

$$\sin \mathcal{E} = \frac{\delta}{d}.$$

Такъ какъ δ приблизительно равно половинѣ длины горизонтальной оси |немного дюймовъ|, а d разстояніе до визируемаго предмета, то очевидно $\mathcal{E}$ малый уголъ и можемъ принять

$$\mathcal{E}'' = \frac{\delta}{d} . 206265.$$

Отсюда видимъ, что при трубѣ вправо слѣдуетъ къ сдѣланному отсчету придать поправку

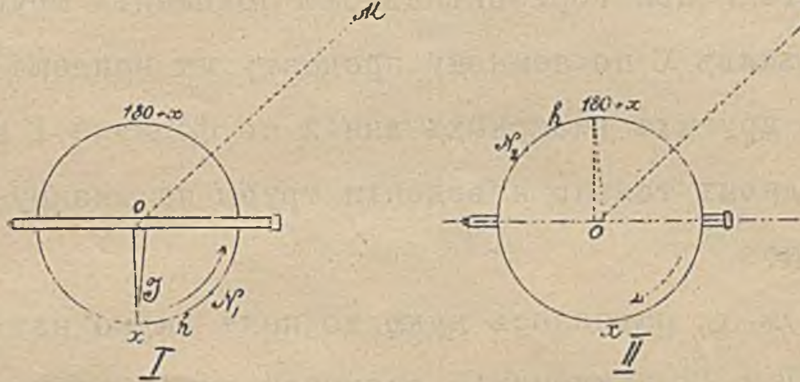
$$+\frac{\delta}{d}.206265 ;$$

подобнымъ образомъ мы бы увидѣли, что при трубѣ влѣво отсчетъ надо исправить на величину

$$-\frac{\delta}{d}.206265 ,$$

а потому наводя трубу на предметъ M при двухъ ея положеніяхъ и взявъ полусумму отсчетовъ |причемъ второй отсчетъ прійдется уменьшить предварительно на 180°|, мы исключимъ ошибку отъ внѣцентренности трубы, т.е. получимъ такой отсчетъ, какой бы имѣли при положеніи трубы на серединѣ горизонтальной оси.

4|. Для измѣренія вертикальныхъ угловъ надо убѣдиться, совпадаетъ ли нуль верньера съ нулемъ вертикальнаго лимба при горизонтальномъ положеніи оптической оси трубы, или по крайней мѣрѣ надо узнать отсчетъ при горизонтальномъ положеніи оси трубы. Чтобы его опредѣлить, вообразимъ, что вертикальный лимбъ неподвиженъ, что дѣленія на немъ возрастаютъ по направленію стрѣлки, и что алидада вращается вмѣстѣ съ трубою. Пусть отсчетъ при горизонтальномъ положеніи трубы будетъ x |полож. I|. Повернувъ алидаду на 180° и повернувъ трубу ровно на 180° около горизонтальной оси, мы получимъ опять



Фиг. 52.

горизонтальное положеніе ея оси, направленное со стороны объектива въ ту же сторону |II|, но указатель $\mathcal{J}$ остановится теперь на дѣленіи 180°+x.
Подымемъ въ томъ и другомъ положеніи объективъ трубы, наведя ее на предметъ $\mathcal{M}$, и назовемъ наклоненіе визирной линіи $O\mathcal{M}$ къ плоскости горизонта черезъ h.
Пусть отсчеты по тому же указателю $\mathcal{J}$ будутъ $\mathcal{N}_I$ и $\mathcal{N}_{II}$.
Очевидно что

I . . . . $h = \mathcal{N}_I - x,$

II . . . . $h = 180° + x - \mathcal{N}_{II},$

откуда

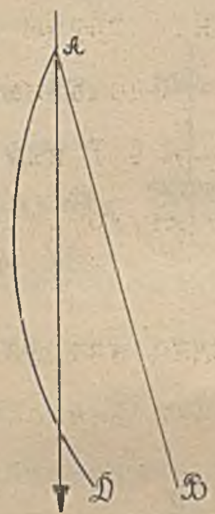
$$\left.\begin{aligned} h &= \frac{\mathcal{N}_I - (\mathcal{N}_{II} - 180)}{2}, \\ x &= \frac{\mathcal{N}_I + (\mathcal{N}_{II} - 180)}{2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (22)$$

Эти двѣ формулы даютъ наклоненіе визируемой линіи и отсчетъ x при горизонтальномъ положеніи трубы. Опредѣливъ X по земному предмету, мы найдемъ наклоненія другихъ визирныхъ линій по формулѣ I или II при одномъ только наведеніи трубы на визируемый предметъ.

Если бы x равнялось нулю, то, какъ видно изъ формулъ I и II, наклоненіе визирной линіи равнялось бы просто отсчету N_I или дополненію отсчета N_{II} до 180°. Чтобы сдѣлать $x=0$, вычислимъ сначала x по второй изъ формулъ |22| и наведемъ нуль верньера на дѣленіе x лимба. Тогда оптическая ось трубы будетъ строго горизонтальная. Закрѣпивъ въ этомъ положеніи трубу, разъединимъ верньеръ съ трубою и, поставивъ нуль его на нуль лимба, скрѣпимъ опять верньеръ съ трубою. Тогда отсчетъ при горизонтальномъ положеніи трубы будетъ какъ разъ нуль; цѣль будетъ достигнута.

§24. <u>Повѣрка некомпенсированнаго теодолита.</u> I| Установка вертикальной оси алидады въ строго вертикальномъ положеніи и повѣрка послѣ этого вертикальности оси вращенія лимба производится такъ же, какъ и въ компенсированномъ теодолитѣ |§23|.

2| Чтобы повѣрить, что послѣ выполненія предыдущаго условія поверхность, описываемая коллимаціонною плоскостью, будетъ вертикальною плоскостью, подвѣшиваемъ отвѣсъ, наводимъ оптическую ось трубы на верхнюю точку его $\mathcal{A}$ и, опуская объективъ, смотримъ, не сходитъ ли пересѣченіе нитей съ изображенія нити отвѣса.



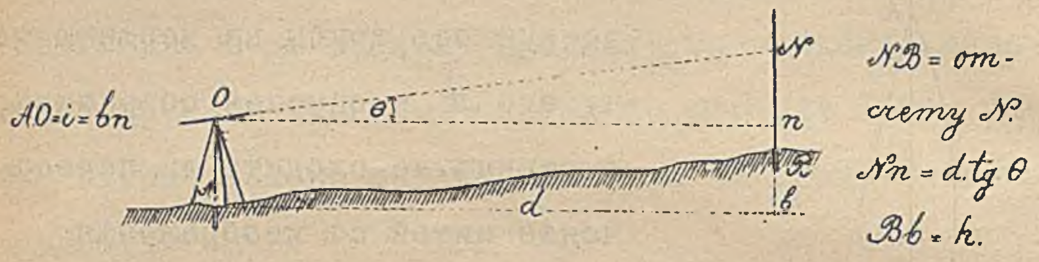
Фиг. 53.

Если пересѣченіе нитей относительно изображенія отвѣса опишетъ прямую $\mathcal{AB}$, то заключаемъ, что оптическая ось описываетъ плоскость, но не вертикальную; надо слѣдовательно измѣнить наклоненіе горизонтальной оси помощью винтиковъ у одной изъ стоекъ теодолита.

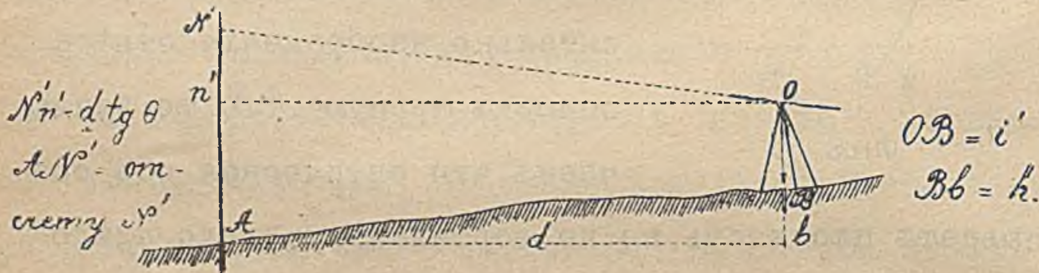
Если пересѣченіе нитей опишетъ кривую $\mathcal{AD}$, т.е. будетъ то удаляться, то приближаться къ отвѣсу, то заключаемъ, что оптическая ось трубы описываетъ коническую поверхность, она не перпендикулярна къ горизонтальной оси вращенія; надо исправить коллимаціонную ошибку помощью винтиковъ при окулярѣ.

3| Для измѣренія вертикальныхъ угловъ надо предварительно убѣдиться, что при совпаденіи нуля вертикальнаго верньера съ нулемъ лимба |послѣ приведенія вертикальной оси въ строго вертикальное положеніе| оптическая ось трубы будетъ горизонтальна.

Выберемъ на мѣстности двѣ точки A и B и обозначимъ ихъ малыми колышками, вбитыми въ землю;



Фиг. 54-a.



Фиг. 54-в.

Пусть превышеніе точки B надъ точкою A будетъ $Bh = h$. Устанавливаемъ надъ A нашъ инструментъ, приводимъ вертикальную ось въ строго вертикальное положеніе, сводимъ нуль верньера съ нулемъ вертикальнаго лимба, и пусть послѣ этого визирная линія будетъ наклонна и со стороны объектива приподнята на уголъ θ; поставимъ въ B вертикальную рейку, и пусть на визирной линіи мы видимъ дѣленіе N рейки. Измѣримъ еще высоту i горизонтальной оси вращенія надъ точкою A.

Тогда изъ фигуры 54-a получаемъ слѣдующее соотношеніе

$$Nn + nb = NB + Bb$$

или

$$(d\,tg\,\theta) + i = N + h \ldots\ldots\ldots\ldots (23)$$

Чтобы опредѣлить два неизвѣстныхъ $d\,tg\,\theta$ и h, переставимъ рейку изъ B въ A, а инструментъ перенесемъ въ B. Оставляя нуль вертикальнаго верньера соединеннымъ съ нулемъ лимба, установимъ вертикальную ось строго вертикально, тогда и наклонность визирной оси къ плоскости горизонта остается та же, равная θ. Сдѣлавъ отсчетъ на рейкѣ N' и измѣривъ высоту инструмента i' надъ точкою B, получимъ изъ фиг. 54-b слѣдующее соотношеніе

$$AN' = N'n' + (OB + Bb)$$

или

$$N' = (d\,tg\,\theta) + i' + h \ldots\ldots\ldots\ldots (24)$$

Исключая ненужное намъ превышеніе h изъ уравненій |23| и |24|, находимъ

$$(d\,tg\,\theta) = \frac{N + N'}{2} - \frac{i + i'}{2} \ldots\ldots (25)$$

Отсюда правило: если послѣ совершенія описаннаго только что процесса полусумма отсчетовъ на рейкѣ будетъ равна полусуммѣ высотъ инструмента, то уголъ будетъ равенъ нулю, т.е. при совпаденіи нулей верт.

лимба и верньера визирная ось будетъ горизонтальна. Если первая полусумма окажется болѣе второй, то визирная ось со стороны объектива приподнята. Чтобы привести ее въ горизонтальное положенiе, опустимъ объективъ настолько, чтобы увидѣть на рейкѣ дѣленiе $n' = N' - (d\,tg\,\theta)$; тогда визирная ось будетъ строго горизонтальна, но тогда нуль верньера сойдетъ съ нуля лимба. Поэтому, закрѣпивъ трубу въ установленномъ горизонтальномъ положенiи, отпустимъ винтикъ, скрѣпляющiй верньеръ съ трубою, и, не трогая трубы, наведемъ нуль верньера на нуль лимба и опять скрѣпимъ верньеръ съ трубою. Тогда у насъ нуль верньера будетъ на нулѣ лимба и оптическая ось будетъ горизонтальна; погрѣшность будетъ исправлена.

§25. Измѣренiе горизонтальныхъ угловъ. Для измѣренiя горизонтальнаго угла между направленiями, идущими отъ центра теодолита къ двумъ предметамъ, существуютъ три способа: I| простой, 2| способъ повторенiй и 3 способъ прiемовъ.

I. Простой способъ состоитъ въ томъ, что послѣ надлежащей повѣрки, центрировки и установки теодолита мы наводимъ оптическую ось трубы сначала на одинъ предметъ и дѣлаемъ отсчетъ на горизонтальномъ лимбѣ, затѣмъ на другой предметъ и дѣлаемъ новый отсчетъ. Разность отсчетовъ и дастъ искомый горизонтальный уголъ. Очевидно, что для этого способа достаточно имѣть простой и некомпенсаціонный теодолитъ.

Если у насъ есть повторительный теодолитъ, то горизонтальный уголъ можно измѣрить проще |хотя менѣе точно| слѣдующимъ образомъ: сведемъ нуль верньера су нулемъ горизонтальнаго лимба и, вращая лимбъ съ трубою, наведемъ ее на одинъ предметъ; скрѣпивъ затѣмъ лимбъ съ треножникомъ, разъединимъ алидаду съ лимбомъ и наведемъ трубу на второй предметъ. Отсчетъ на горизонтальномъ лимбѣ дастъ сразу искомый уголъ.

2| Способъ повтореній состоитъ въ слѣдующемъ: сводимъ нуль верньера съ нулемъ горизонтальнаго лимба и, скрѣпивъ алидаду съ лимбомъ, наводимъ трубу на лѣвый предметъ; скрѣпивъ лимбъ съ треножникомъ, отпустимъ алидаду и наведемъ трубу на правый предметъ. Тогда отсчетъ будетъ равенъ искомому углу α. Но мы этого отсчета можемъ не дѣлать, а скрѣпивъ алидаду съ лимбомъ, разъединимъ лимбъ съ треножникомъ и наведемъ трубу на лѣвый предметъ |отсчетъ у насъ будетъ оставаться равнымъ α|. Послѣ этого скрѣпимъ лимбъ съ треножникомъ, отпустимъ алидаду и наведемъ трубу на правый предметъ. Верньеръ при этомъ перемѣстится еще на уголъ α и отсчетъ будетъ 2α. Повторивъ этотъ процессъ еще разъ, мы найдемъ, что отсчетъ будетъ равенъ $3a$. Сдѣлавъ поэтому этотъ отсчетъ N непосредственно, мы найдемъ, что искомый уголъ будетъ

$$a = \frac{N}{3}.$$

Достоинство способа повтореній состоитъ въ томъ, что для полученія искомаго угла надо сдѣланный отсчэтъ раздѣлить на число повтореній; а потому ошибка отсчета, равно какъ и ошибка дѣленій лимба уменьшится въ отношеніи числа повтореній. Если бы поэтому при измѣреніи угловъ не было другихъ источниковъ ошибокъ, то ошибка въ измѣренномъ углѣ была бы обратно пропорціональна числу повтореній и могла бы быть сдѣлана сколь угодно малою.

Но такъ какъ измѣренные углы содержатъ ошибки отъ ошибокъ визированія, отъ дрожанія воздуха, отъ разныхъ инструментальныхъ погрѣшностей, то безцѣльно дѣлать очень много повтореній. Чѣмъ точнѣе дѣленія лимба, тѣмъ меньше надо дѣлать повтореній.

Очевидно, что для способа повтореній надо имѣть повторительный теодолитъ, хотя бы и не компенсаціонный. Способъ повтореній игралъ очень важную роль въ прежнія времена, когда ошибки дѣленій лимба были очень значительны. Въ настоящее время дѣлительныя машины настолько усовершенствованы, что способъ повторенiй постепенно теряетъ свое значенiе.

3. Способъ прiемовъ. Скрѣпимъ лимбъ съ треножникомъ. Послѣ этого наведемъ трубу на лѣвый предметъ, сдѣлаемъ отсчетъ по обоимъ верньерамъ и возьмемъ среднее; затѣмъ наведемъ трубу на правый предметъ и получимъ новые отсчеты. Далѣе, переведемъ трубу черезъ зенитъ и опять наведемъ ее сначала на одинъ, потомъ на другой предметъ, записывая каждый разъ отсчетъ по обоимъ верньерамъ. Все это составляетъ первый прiемъ.

Разъединяемъ лимбъ съ треножникомъ, поворачиваемъ его на какой нибудь уголъ |напр. на 45°|, скрѣпляемъ опять съ треножникомъ и производимъ второй прiемъ такъ же, какъ первый и т.д.

Мы видимъ, что по способу прiемовъ мы измѣримъ нашъ уголъ нѣсколько разъ. Взявъ среднее изъ всѣхъ результатовъ, мы освободимъ измѣренный уголъ:

1| отъ эксцентрицитета |такъ какъ отсчитываемъ по 2 верньерамъ|,

2| отъ коллимацiи |такъ какъ труба переводилась черезъ зенитъ| и

3| освободимъ отчасти отъ ошибокъ дѣленiй лимба, такъ какъ отсчеты производятся въ каждомъ прiемѣ на разныхъ частяхъ лимба. Если предполагаемъ сдѣлать n прiемовъ, то желая, чтобы отсчеты были распредѣлены приблизительно равномѣрно по всему лимбу, слѣдуетъ послѣ каждаго пріема поворачивать лимбъ на $\frac{180°}{n}$.

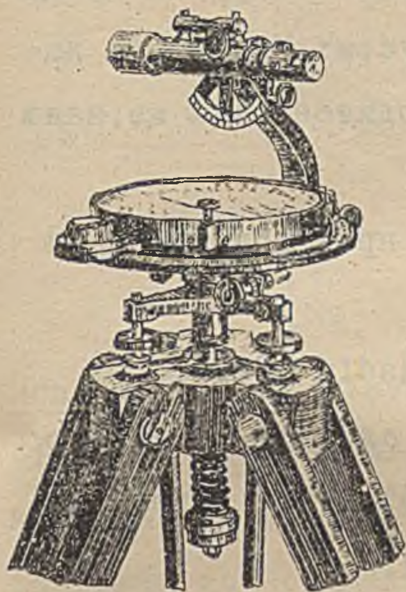
Способъ пріемовъ самый точный. Очевидно, что для него требуется повторительный компенсаціонный теодолитъ.

По какому бы способу ни измѣряли уголъ, всегда надо предварительно установить теодолитъ такъ, чтобы вертикальная ось его была строго вертикальна, и чтобы продолженіе ея проходило черезъ обозначенную вершину измѣряемаго угла.

БУСОЛЬНЫЙ ТЕОДОЛИТЪ
или
АСТРОЛЯБІЯ СЪ ТРУБОЮ.

§26. Устройство и повѣрки. Астролябія съ трубою имѣетъ горизонтальный лимбъ, который вращается около вертикальной оси, но ось эта въ сравненіи съ діаметромъ лимба гораздо короче, чѣмъ въ обыкновенныхъ теодолитахъ; вслѣдствіе этого устойчивость астролябіи меньше.

Далѣе, подъ горизонтальнымъ лимбомъ вращается горизонтальный алидадный кругъ съ верньерами, буссолью и трубою; но горизонтальная ось трубы поддерживается не на двухъ стойкахъ,какъ въ теодолитѣ,а на одной и регулировать наклоненіе горизонтальной оси относительно вертикальной нельзя.На основаніи этого,если визирная ось трубы описываетъ наклонную плоскость при вертикальности вертикальной оси вращенія,то погрѣшность эту можетъ исправить только механикъ.



Фиг. 54

Устраненіе другой стойки имѣетъ цѣлью дать возможность свободно отсчитывать оба конца магнитной стрѣлки при всѣхъ положеніяхъ инструмента.

Изъ этого краткаго описанія видно,что отдѣльныя составныя части астролябіи скрѣплены гораздо хуже, чѣмъ въ теодолитѣ,астролябія можетъ расшататься гораздо скорѣе,чѣмъ теодолитъ,ея инструментальныя погрѣшности менѣе постоянны,и потому вообще точность астролябіи менѣе той точности,которую могутъ дать обыкновенные теодолиты.

Для измѣренія вертикальныхъ угловъ къ вертикальной стойкѣ астролябіи прикрѣпленъ вертикальный кругъ или только секторъ съ дѣленіями,а съ трубою вращается маленькая алидада съ ноніусомъ.Измѣреніе наклоненія визирной линіи производится такъ же,какъ и въ теодолитѣ.

Установка и повѣрка астролябіи производится такъ же,какъ и въ теодолитахъ:

I. надо повѣрить буссоль астролябіи |§20|;

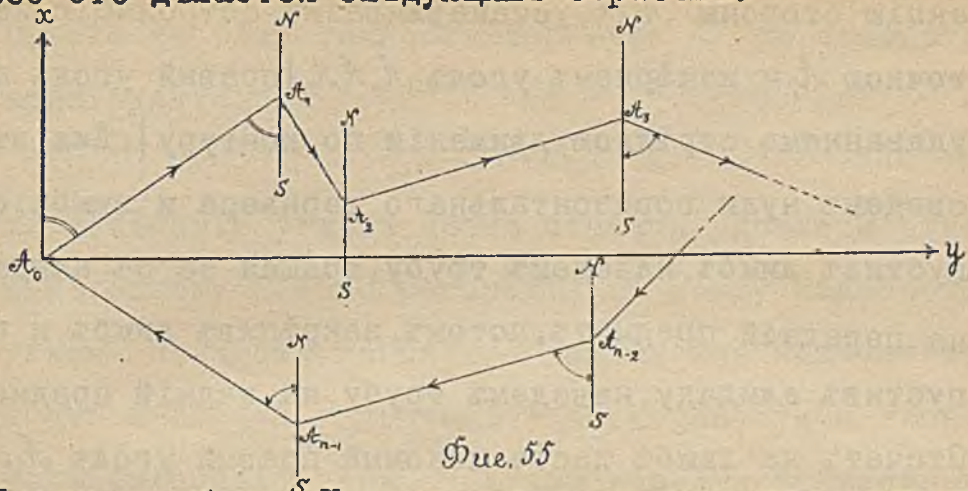
2. установивъ вертикальную ось алидады въ строго вертикальномъ положеніи,надо убѣдиться,будетъ ли ось лимба вертикальна |§23 - I|;

3. надо убѣдиться,описываетъ ли визирная ось трубы около горизонтальной оси вертикальную плоскость |Повѣрка помощью отвѣса § 24 - 2|;

4. послѣ надлежащей установки астролябіи надо убѣдиться,будетъ ли визирная ось горизонтальна,когда нуль верньера совпадаетъ съ нулемъ вертикальнаго лимба |см. §24 - 3 ;или если труба переводится черезъ зенитъ и вертикальный лимбъ полный,то см. §23 -4|.

§27. Съемка обходомъ. Пусть $A_1, A_2, \ldots A_{n-1}$ будетъ замкнутый полигонъ,который подлежитъ съемкѣ.Намъ нужно измѣрить проекціи на горизонтальную плоскость всѣхъ внутреннихъ угловъ и всѣхъ сторонъ нашего n-угольника.Кромѣ того,для оріентировки плана надо измѣрить хоть одинъ румбическій уголъ.

Все это дѣлается слѣдующимъ образомъ.



Фиг. 55

Полевыя работы. Установимъ теодолитъ или астролябію какъ разъ надъ начальной точкой A |т.н. починный пунктъ| и измѣримъ румбическій уголъ стороны A_0A_1 возможно точно; для этого, сведя нуль верньера съ нулемъ горизонтальнаго лимба, установимъ трубу вывѣренной астролябіи по направленію магнитнаго меридіана, т.е. повернемъ лимбъ вмѣстѣ съ трубою такъ, чтобы магнитная стрѣлка расположилась какъ разъ по линіи нулей буссоли; закрѣпивъ лимбъ, отпустимъ алидаду и наведемъ трубу на предметъ A_1. Отсчетъ по горизонтальному верньеру даетъ намъ искомый магнитный азимутъ точнѣе, чѣмъ это можно было бы получить обыкновеннымъ способомъ, отсчитывая конецъ магнитной стрѣлки.*)

Измѣривъ румбическій уголъ первой стороны и про-

*) Иногда говорятъ, что такимъ образомъ опредѣляется румбическій уголъ съ точностью верньера, что, очевидно, совершенно ошибочно.

екцію стороны A_0A_1, устанавливаемъ астролябію надъ точкою A_1 и измѣряемъ уголъ $A_0A_1A_2$ |правый уголъ при указанномъ стрѣлкою движеніи по контуру|. Для этого сведемъ нули горизонтальнаго верньера и лимба; отпустивъ лимбъ, наведемъ трубу, вращая ее съ алидадой, на передній предметъ, потомъ, закрѣпивъ лимбъ и отпустивъ алидаду, наведемъ трубу на задній предметъ. Отсчетъ на лимбѣ дастъ искомый правый уголъ $A_0A_1A_2$. При наведеніи на передній предметъ A_2 отсчитываютъ магнитную стрѣлку, чтобы получить хоть приблизительный румбъ стороны A_1A_2, который впрочемъ нуженъ только для грубаго контроля.

Совершивъ такимъ образомъ полный обходъ по контуру, мы получимъ все, что надо для составленія плана нашего полигона. Но данныя изъ наблюденій содержатъ различныя ошибки, которыя надо прежде всего изслѣдовать.

Исправленіе угловъ и вычисленіе румбовъ. Точность измѣренія угловъ контролируется просто, такъ какъ сумма всѣхъ внутреннихъ |на чертежѣ правыхъ| угловъ должна быть равна $180°(n-2)$.

Назовемъ абсолютное значеніе разности между суммою измѣренныхъ угловъ и теоретической суммою $180°(n-2)$ черезъ ε, т.е.

$$\left| 180°(n-2) - \Sigma A \right| = \varepsilon$$

Такъ какъ при измѣреніи каждаго угла допускается ошибка на одну точность верньера λ, то ясно, что если будетъ

$$\varepsilon < n\lambda, ^{*)}$$

то измѣреніе угловъ можно считать удовлетворительнымъ; ошибку ε надо распредѣлить между нѣкоторыми углами полигона, исправивъ каждый изъ нихъ на точность верньера и притомъ такъ, чтобы сумма поправокъ была какъ разъ ε. Лучше всего исправлять углы съ самыми короткими сторонами.

Напримѣръ, если точность верньера $1'$ и сумма измѣренныхъ угловъ двадцатиугольника превышаетъ теоретическую сумму на $8'$, то восемь внутреннихъ угловъ съ наименьшими сторонами слѣдуетъ уменьшить на $1'$ каждый.

Если окажется

$$\varepsilon > n.\lambda,$$

то въ измѣренныхъ углахъ надо искать ошибку.

Если ошибка велика, то ее можно открыть по румбическимъ угламъ; вычисливъ правые углы полигона по румбическимъ угламъ его сторонъ |§21 стр. 74| и сравнивъ ихъ съ наблюденными, мы можемъ замѣтить крупныя ошибки наблюденій. Но если ошибка не превосходитъ точности отсчета магнитной стрѣлки, то ее такимъ образомъ обнаружить нельзя и надо все

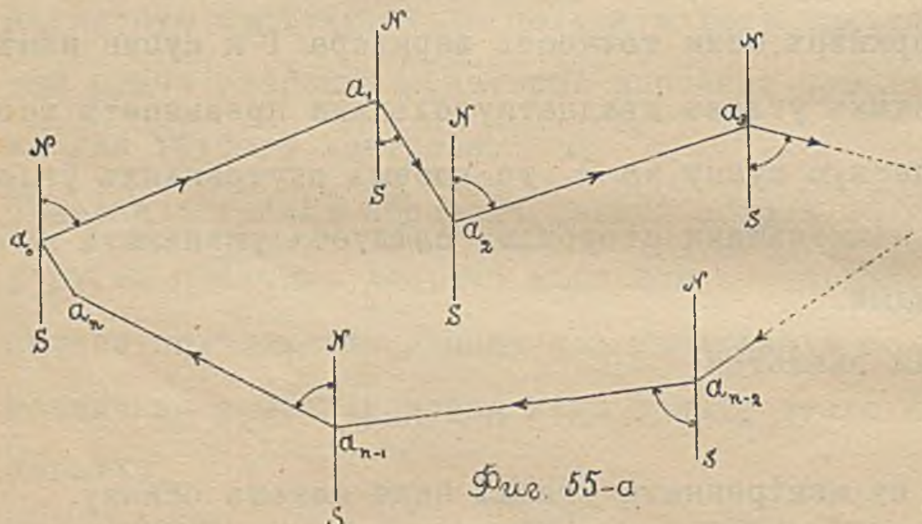
---

*) Согласно теоріи ошибокъ правильнѣе находить предѣлъ допускаемой ошибки изъ неравенства $\varepsilon < \lambda\sqrt{n}$.

измѣреніе угловъ повторить.

Исправивъ внутренніе углы, приступаемъ къ вычисленію по нимъ и по первому румбу румбическихъ угловъ всѣхъ сторонъ. |см. §2I обратный примѣръ|. Вычисленіе ведется съ точностью верньера. Вычисленные такимъ образомъ румбическіе углы должны отличаться отъ отсчитанныхъ по магнитной стрѣлкѣ не болѣе, какъ на I°

Нанесеніе на планъ по румбамъ. Невязка. Принимаемъ на бумагѣ произвольную точку a_0 за изображе-

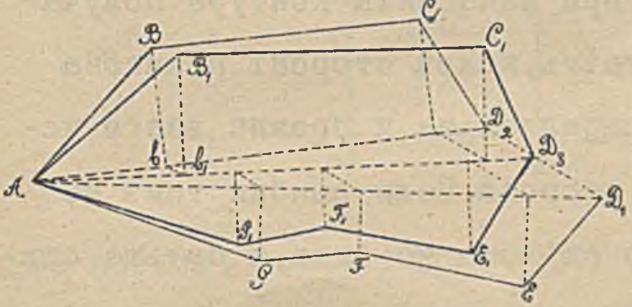


Фиг. 55-а

ніе точки A_0 и произвольное направленіе NS за направленіе меридіана. По вычисленнымъ румбическимъ угламъ и длинамъ сторонъ наносимъ послѣдовательно вершины полигона $a_1, a_2, \dots a_{n-1}$ и наконецъ отложивъ отъ a_{n-1} въ принятомъ масштабѣ длину $A_{n-1} A_0$ получаемъ точку a_n. Если бы всѣ наблюденія и наноска плана были безошибочны, то точка a_n совпадала бы съ a_0. Въ дѣйствительности получается невязка $a_n a_0$.

Если длина $a_n a_o$ менѣе $\frac{1}{600}$ периметра полигона, то съемку считать удовлетворительною и невязка увязывается слѣдующимъ образомъ.

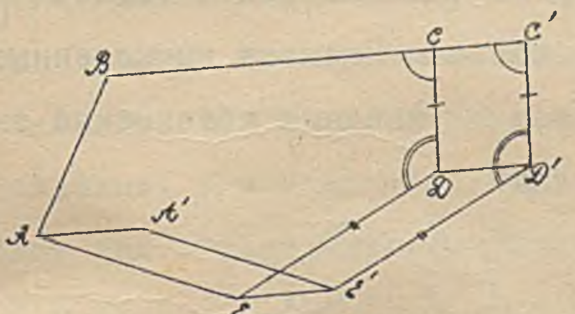
Пусть A будетъ изображеніе починнаго пункта.



Фиг. 56

Будемъ наносить вершины полигона отъ A въ ту и другую сторону; получимъ точки B, C, D_2 ; G, F, E, D_1. и невязку $D_1 D_2$. Раздѣлимъ отрѣзокъ $D_2 D_1$ въ точкѣ D_3 въ отношеніи длинъ $ABCD_2$ къ $AFGED_1$, соединимъ A съ D_2 и D_1, проведемъ $Bb \perp AD_2$, $bb_1 \parallel D_2 D_3$, $b_1 B \perp AD_3$ и отложимъ $b_1 B_1 = bB$. Точка B_1 будетъ исправленное положеніе точки B. Увязанная фигура будетъ $AB_1 C_1 D_3 E_1 F_1 G_1$.

Если длина невязки болѣе $\frac{1}{600}$, то надо искать крупную ошибку въ измѣреніи сторонъ или въ наноскѣ контура. При этомъ можно иногда сразу открыть, въ какой сторонѣ сдѣлана ошибка.



Фиг. 57.

Дѣйствительно, пусть $ABCDE$ будетъ правильный контуръ и наноска его пусть началась съ починнаго пункта A. Допустимъ теперь, что въ измѣренiи или при нанесенiи стороны BC мы сдѣлали ошибку CC', все же остальное измѣрено и нанесено правильно. Очевидно что точки D, E, A смѣстятся въ D', E', A', причемъ невязка AA' будетъ равна и параллельна CC'. Отсюда правило: если при нанесенiи контура получается невязка, то надо смотрѣть, какой сторонѣ полигона она приблизительно параллельна, и прежде всего искать ошибку въ этой сторонѣ. Если ошибки тамъ не окажется, то вѣроятно сдѣлана не одна, а больше ошибокъ, и обходъ надо повторить.

<u>Нанесенiе контура на планъ по координатамъ.</u> Исправивъ внутренiе углы полигона и вычисливъ румбическiе углы, примемъ одну изъ вершинъ, напримѣръ A_0, за начало прямоугольныхъ декартовыхъ координатъ, ось X возьмемъ къ сѣверу по магнитному меридiану, ось Y къ востоку. |фиг. 55|. Назовемъ проекцiи сторонъ полигона на ось X черезъ ξ, а на ось Y черезъ η съ соотвѣтственными значками. Называя вычисленные румбическiе углы черезъ α, найдемъ абсолютныя значенiя ξ и η по формуламъ:

$$|\xi_{i-1,i}| = \overline{A_{i-1}A_i} \cdot \cos\alpha_{i-1,i}\,,$$
$$|\eta_{i-1,i}| = \overline{A_{i-1}A_i} \cdot \sin\alpha_{i-1,i}\,;$$

что же касается до знаковъ этихъ проекцiй, то они получаются изъ слѣдующей таблички |смотри слѣдующую страницу|.

Румбы	ξ	η
NO	+	+
SO	−	+
SW	−	−
NW	+	−

Во всякомъ сомкнутомъ многоугольникѣ сумма проекцій его сторонъ на какое угодно направленіе равна нулю. Отсюда находимъ контрольныя уравненія

$$\sum \xi = 0,$$
$$\sum \eta = 0.$$

Понятно, что та и другая сумма не будетъ точно равна нулю, и мы получимъ $\sum \xi = \mu$, $\sum \eta = \nu$. Если $\sqrt{\mu^2+\nu^2}$ менѣе $\frac{1}{600}$ периметра полигона, то съемку надо считать удовлетворительною и число μ надо бы раздѣлить на n частей пропорціонально всѣмъ ξ, а ν-пропорціонально всѣмъ η; но вмѣсто этого достаточно просто раздѣлить μ и ν на n равныхъ частей каждое и на одну такую часть исправить соотвѣтственно каждое ξ и η.

Имѣя исправленныя проекціи ξ и η, приступаемъ къ вычисленію координатъ вершинъ A_i полигона, которыя обозначимъ через x и y съ соотвѣтственными значками. Имѣемъ |фигуру 55|.

$$
\begin{array}{ll}
x_0 = 0 & y_0 = 0 \\
x_1 = \xi_{0,1} & y_1 = \eta_{0,1} \\
x_2 = x_1 + \xi_{1,2} & y_2 = y_1 + \eta_{1,2} \\
x_3 = x_2 + \xi_{2,3} & y_3 = y_2 + \eta_{2,3} \\
\dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots \\
\dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots \\
x_{n-1} = x_{n-2} + \xi_{n-2,\,n-1} & y_{n-1} = y_{n-2} + \eta_{n-2,\,n-1} \\
x_0 = x_{n-1} + \xi_{n-1,\,0} & y_0 = y_{n-1} + \eta_{n-1,\,0}
\end{array}
$$

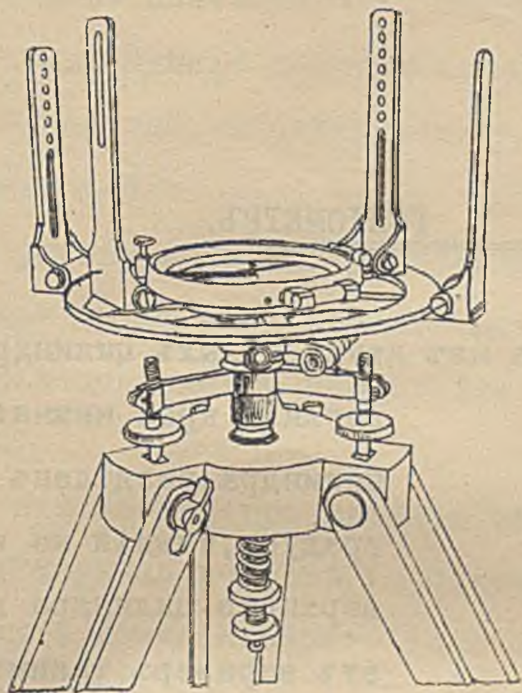
Найденныя такимъ образомъ по послѣднимъ формуламъ x_0 и y_0 должны оказаться точно равными нулю.

Наконецъ наносимъ вершины полигона на планъ по вычисленнымъ ихъ координатамъ.

Способъ наноски контура по координатамъ имѣетъ то преимущество передъ разсмотрѣнными раньше, что ошибка, сдѣланная въ нанесенiи одной стороны, не влiяетъ на положенiе другихъ вершинъ: ошибки при наноскѣ въ этомъ способѣ не накопляются.

АСТРОЛЯБIЯ СЪ ДIОПТРАМИ.

§28. Астролябiя съ дiоптрами отличается отъ только что описанной астролябiи съ трубою тѣмъ, что зрительной трубы въ ней нѣтъ, а визированiе производится помощью двухъ паръ вертикальныхъ дiоптровъ. Изъ



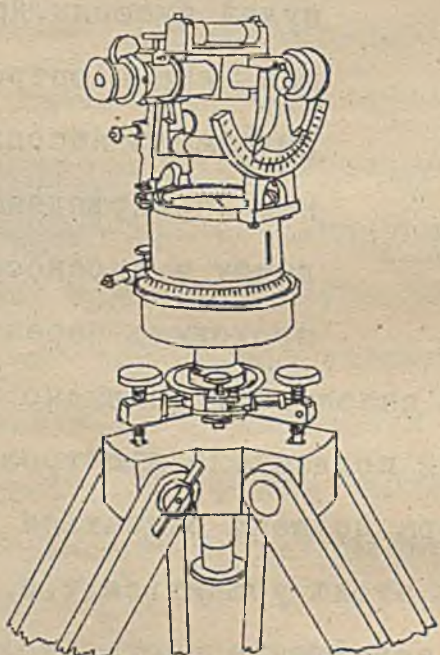
Фиг. 58

нихъ одна пара т.н. подвижныхъ діоптровъ соединена съ алидадой и плоскость ея проходитъ черезъ линію нулей верньеровъ алидады и черезъ линію нулей буссоли. Другая пара діоптровъ, называемыхъ неподвижными, прикрѣплена къ лимбу и плоскость ея проходитъ черезъ дѣленія 0° и 180° лимба. Изъ сказаннаго очевидно, что при совмѣщеніи плоскостей подвижныхъ діоптровъ съ неподвижными нуль верньера долженъ оказаться противъ нуля лимба. Чтобы въ этомъ убѣдиться, т.е. чтобы произвести сказанное совмѣщеніе, стоитъ только предварительно одинъ изъ подвижныхъ діоптровъ отвинтить или спустить.

Для измѣренія горизонтальнаго угла установимъ астролябію въ вершинѣ этого угла надлежащимъ образомъ, наведемъ неподвижные діоптры на одинъ предметъ, подвижные на другой. Отсчетъ по лимбу дастъ искомый уголъ, а отсчетъ по магнитной стрѣлкѣ дастъ магнитный азимутъ того направленія,по которому направлены подвижные діоптры.

ПАНТОМЕТРЪ И ГОНІОМЕТРЪ.

§29. Пантометръ состоитъ изъ двухъ полыхъ цилиндровъ; верхній край нижняго цилиндра раздѣленъ на градусы,нижній же край верхняго цилиндра имѣетъ верньеръ;такимъ образомъ является возможность опредѣлить уголъ,на который поворачивается верхній цилиндръ относительно нижняго.



Фиг. 59

Въ нижнемъ цилиндрѣ устроена пара діоптровъ,плоскость которыхъ проходитъ черезъ дѣленія 0° и 180°;она играетъ роль неподвижныхъ діоптровъ астролябіи.Въ верхнемъ цилиндрѣ устроена тоже пара діоптровъ,плоскость которыхъ проходитъ черезъ 0 верньера; она играетъ роль подвижныхъ діоптровъ астролябіи.

Установивъ пантометръ въ вершинѣ измѣряемаго угла, направивъ нижніе діоптры на одинъ предметъ, а верхніе на другой, мы отсчитаемъ по верньеру какъ разъ искомый уголъ.

Къ верхнему цилиндру придѣлывается буссоль и зрительная труба съ вертикальнымъ секторомъ.

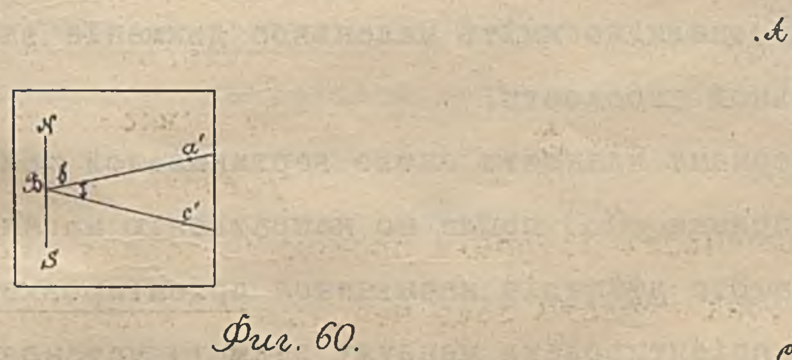
Повѣрка пантометра производится такъ же, какъ и астролябіи.

Если отъ пантометра удалить зрительную трубу съ вертикальнымъ лимбомъ, то получимъ т. н. гоніометръ, которымъ можно измѣрять только горизонтальные углы.

МЕНЗУЛА.

§30. Идея, составныя части и принадлежности мензулы.

Мензула служитъ для непосредственнаго нанесенія на



Фиг. 60.

планъ горизонтальныхъ угловъ на мѣстности безъ ихъ измѣренія, а также для оріентировки плана относительно странъ свѣта безъ измѣренія азимутовъ.

Идея этого инструмента очень проста. Пусть ABC будетъ уголъ на мѣстности, который требуется нанести на планъ. Вообразимъ доску съ плоскою поверхностью |планшетъ|, наклеимъ на ней листъ бумаги, нанесемъ на бумагѣ произвольную точку b, которую примемъ за изображеніе точки B; проведемъ дальше произвольное направленіе NS, которое примемъ за направленіе магнитнаго меридіана на планѣ. Помѣстимъ планшетъ надъ точкою B слѣдующимъ образомъ:

I. Приведемъ плоскость бумаги въ горизонтальное положеніе; для чего понадобятся подъемные винты и уровень.

2. приведемъ точку b планшета какъ разъ надъ точку B мѣстности. Это дѣйствіе называется центрировкою. Центрировка достигается помощью особаго приспособленія, называемаго вилкою, причемъ планшетъ долженъ очевидно имѣть маленькое движеніе въ горизонтальной плоскости.

3. повернемъ планшетъ около вертикальной оси такъ, чтобы прямая NS пошла по направленію магнитнаго меридіана. Это дѣйствіе называется оріентировкой.

Вообще оріентировать мензулу значитъ установить ее такъ, чтобы всѣ начерченныя линіи на планѣ были параллельны соотвѣтственнымъ линіямъ на мѣстности.

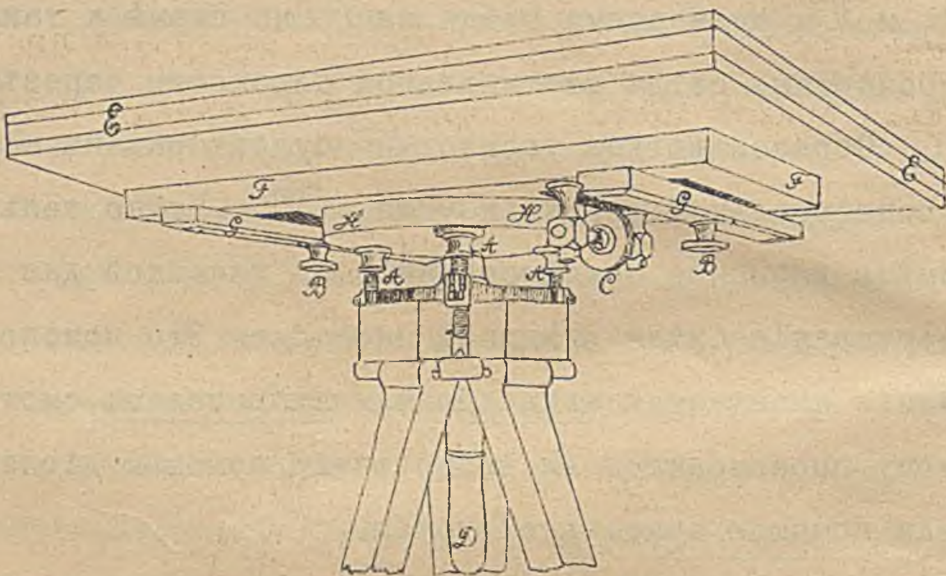
Для оріентировки по магнитному меридіану необходимо имѣть буссоль, т.н. орiентиръ-буссоль.

Установивъ планшетъ сказаннымъ образомъ, вообразимъ визирную вертикальную плоскость черезъ точки b и A и прочертимъ слѣдъ ея ba' на планѣ, а также прочертимъ слѣдъ вертикальной плоскости черезъ b и C. Образовавшiйся уголъ $a'bc'$ будетъ равенъ искомой горизонтальной проекцiи угла ABC. Нужно только имѣть визирное приспособленiе съ линейкой для прочерчиванiя слѣда визирной плоскости. Это приспособленiе называется алидадою или кипрегелемъ, смотря по тому, производится ли визированiе помощью дiоптровъ, или помощью зрительной трубы.

Изъ всего сказаннаго слѣдуетъ, что мензула должна быть такъ устроена, чтобы планшету можно было придавать троякого рода движенiе: подъемное, боковое и вращательное. Кромѣ того отъ мензулы требуется устойчивость и сравнительная легкость.

§31. Устройство мензулъ. На фигурѣ 61 |стр. 114 | изображена т.н. мюнхэнская мензула. Планшетъ EE прикрѣпляется къ четыреугольной рамкѣ FF двумя скобками GG и винтами BB. Если отпустить винты BB, то планшету можно придавать рукою боковое движенiе по рамкѣ FF.

Рамку FF съ круглымъ столикомъ HH можно вращать рукою около вертикальной оси. Это вращенiе прекращается послѣ закрѣпленія станового винта $\mathcal{D}$, но зато тогда можно микрометренным винтом $\mathcal{C}$ сообщать



Фиг. 61.

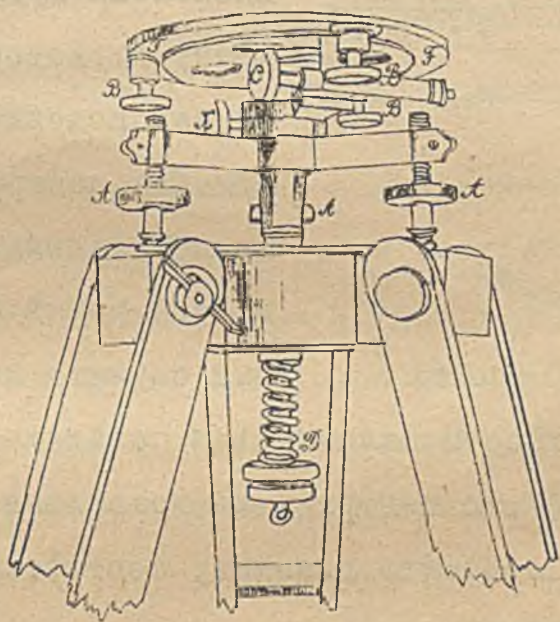
медленное вращеніе рамкѣ $\mathcal{F}\,\mathcal{F}$ относительно столика $\mathcal{H}$ Подъемное движеніе сообщается мензулѣ винтами $\mathcal{A},\mathcal{A},\mathcal{A}$ Изъ этого краткаго описанія слѣдуетъ,

I| что грубая центрировка производится перенесеніем мензулы со штативомъ, тонкая-передвиженіемъ планшета послѣ ослабленія винтовъ $\mathcal{B}\mathcal{B}$.

2. что грубая установка планшета въ горизонтальномъ положеніи производится вдавливаніемъ ножекъ штатива, тонкая-подъемными винтами $\mathcal{A},\mathcal{A},\mathcal{A}$.

3| что грубая оріентировка производится поворачиваніемъ планшета съ рамкой и столикомъ около вертикальной оси, тонкая-микрометренным винтомъ $\mathcal{C}$:при этомъ во время грубой оріентировки становой винтъ *D* долженъ быть отпущенъ, во время тонкой-закрѣпленъ.

<u>Мензула Бауренфейнда</u> изображена на фигурѣ 62. Планшетъ прикрѣпляется къ кругу *FF* винтами *B,B,B* и со-



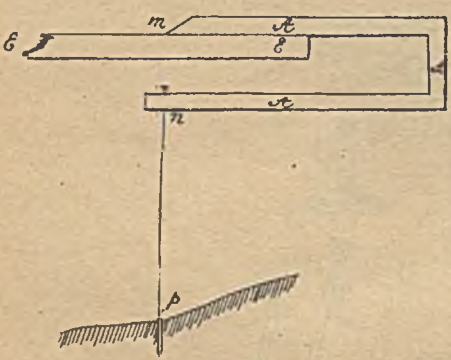
Фиг. 62.

ставляетъ съ нимъ одно цѣлое. Маленькое боковое перемѣщеніе планшету можно сообщить, передвигая всю мензулу по головкѣ штатива, отпустивъ предварительно становой винтъ *D*.

Установка планшета въ горизонтальномъ положеніи достигается подъемными винтами *A,A,A*.

Грубая оріентировка производится поворачиваніемъ планшета съ кругомъ *FF* около вертикальной оси, тонкая - микрометренным винтом C; при этом во время грубой оріентировки винт K должен быть отпущен, во время тонкой - закрѣплен.

§32. Принадлежности мензулы: I. Вилка AAA, наложенная на планшет EE, изображена на фигурѣ 63. Верхній скошенный край ея имѣет мѣтку m, которая приходится на продолженіи отвѣса np. Для центрировки мензулы прикладывают мѣтку m к той точкѣ планшета, которая служит изображеніем



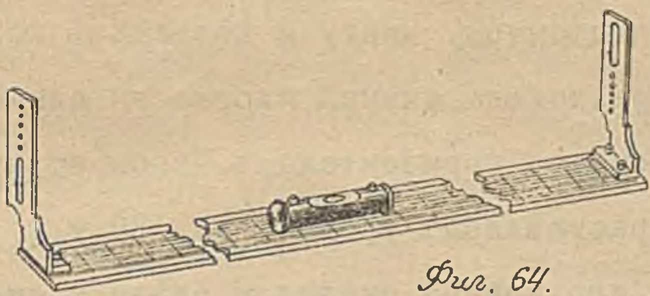
Фиг. 63.

точки p мѣстности. Если отвѣс пройдет как раз через точку p, то центрировка правильна; в противном случаѣ надо сообщить планшету соотвѣтственное боковое движеніе.

Точное центрированіе нужно только при визированіи на близкіе предметы и при очень крупных масштабах. Обыкновенно вилками в полѣ не пользуются и центрируют на глаз.

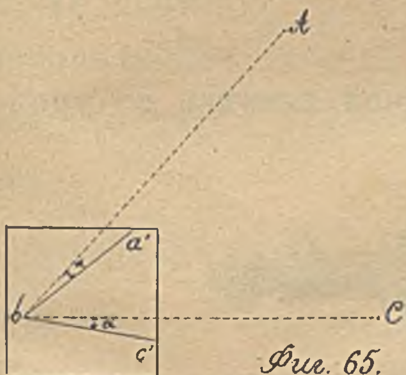
2. Алидада с уровнем изображена на фигурѣ 64. Она состоит из мѣдной линейки с масштабом и уровнем и пары вертикальных діоптров, плоскость которых должна проходить через скошенный край линейки или быть ей параллельна. Чтобы в этом убѣ-

дить, наводимъ плоскость діоптровъ на какой нибудь предметъ, прочерчиваемъ по скошенному краю ли-



Фиг. 64.

нейки линію и, воткнувъ въ двухъ точкахъ этой линіи иголки, смотримъ, лежитъ ли визированный предметъ въ плоскости иголокъ. Если нѣтъ, то слѣдъ визирной плоскости образуетъ съ скошеннымъ краемъ линейки нѣкоторый уголъ α. Нетрудно видѣть, что эта погрѣшность повліяетъ только на оріентировку плана отно-



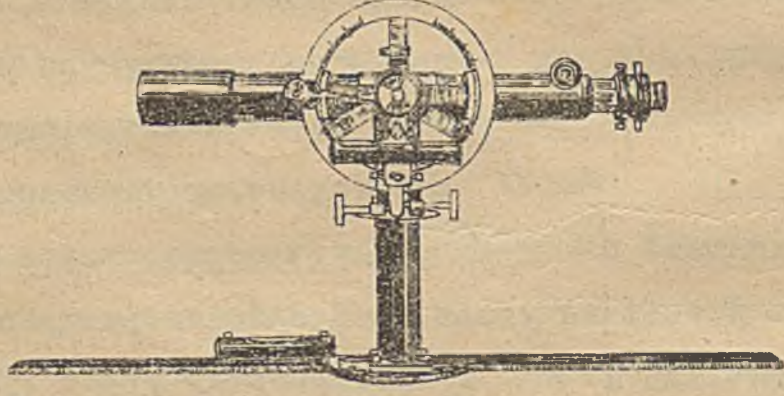
Фиг. 65.

сительно странъ свѣта, но не повліяетъ на точность самаго плана подъ условіемъ, что мы постоянно пользуемся однимъ и тѣмъ же глазнымъ діоптромъ. Дѣйствительно, прочерченныя линіи на планшетѣ ba' и bc' будутъ образовывать всегда одинъ и тотъ же уголъ α съ слѣдами визирной плоскости bA и bC и прочерченный уголъ $a'bc'$ будетъ равенъ истинному AbC.

Для приведенія планшета въ горизонтальное положеніе устанавливаемъ уровень по двумъ подъемнымъ винтамъ мензулы и приводимъ подъемными винтами пузырекъ на середину; затѣмъ устанавливаемъ уровень по третьему подъемному винту и дѣлаемъ то же. Если ось уровня параллельна нижней плоскости алидады, то планшетъ будетъ горизонталенъ. Чтобы въ этомъ убѣдиться переставляемъ уровень на 180° т.е. такъ, чтобы правый его конецъ оказался слѣва, и смотримъ, не сошелъ ли пузырекъ съ середины. Если сошелъ, то на половину его надо вернуть назадъ подъемнымъ винтомъ, на другую половину уравнительными винтиками при уровнѣ и потомъ всю установку надо повторить.

Приведя планшетъ въ горизонтальное положеніе, слѣдуетъ повѣрить вертикальность плоскости діоптровъ по отвѣсу.

3. Кипрегель состоитъ изъ мѣдной линейки съ уров-



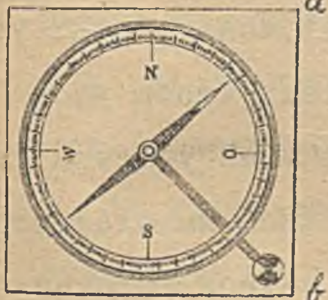
Фиг. 66.

немъ, съ которой соединена при помощи вертикальной колонны зрительная труба, вращающаяся около горизонтальной оси.

Очевидно, что и въ кипрегелѣ визирная |коллимацiонная| плоскость трубы должна проходить черезъ скошенный край линейки или по крайней мѣрѣ быть ему параллельна. Чтобы въ этомъ убѣдиться, надо предварительно привести планшетъ въ горизонтальное положенiе и, поставивъ на него кипрегель, убѣдиться помощью отвѣса |стр. 90|, описываетъ ли визирная ось вертикальную плоскость, а потомъ, направивъ трубу на какой нибудь предметъ, прочертить линiю по скошенному краю линейки и, воткнувъ въ двухъ точкахъ ея иголки, посмотрѣть, лежитъ ли этотъ предметъ въ плоскости иголокъ.

Кипрегель имѣетъ вертикальный лимбъ и наклоненiе визирной линiи измѣряется такъ же, какъ и въ теодолитахъ.

4. <u>Орiентиръ-буссоль</u> изображена на фигурѣ 67. Это обыкновенная буссоль, въ которой дiоптры устранены, но зато по крайней мѣрѣ одинъ край ея *ab* долженъ быть параллеленъ линiи нулей. Чтобы въ этомъ убѣдиться, ставимъ вывѣренную алидаду или кипрегель на орiентиръ-буссоль такъ, чтобы скошенный край линейки пришелся какъ разъ



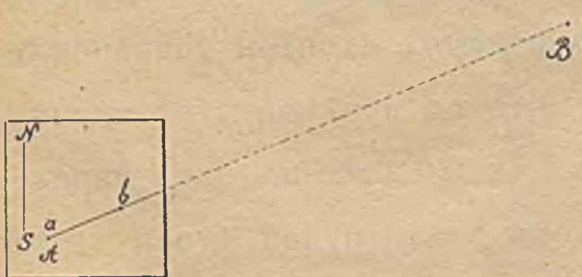
Фиг. 67.

надъ линіей нулей и, поворачивая мензулу, наводимъ визирную плоскость на какой нибудь удаленный предметъ; прочертивъ по ab линію, уберемъ оріентиръ-буссоль и приложимъ скошенный край линейки къ прочерченной линіи ab. Если визирная плоскость пройдетъ черезъ тотъ же предметъ, то край ab слѣдуетъ считать параллельнымъ линіи нулей.

Понятно, что предварительно надо повѣрить оріентиръ буссоль, какъ и всякую буссоль |стр. 72-73|.

Оріентированіе мензулы по магнитному меридіану производится очень просто, если на планшетѣ нанесено направленіе этого меридіана NS. Стоитъ только приложить къ прямой NS край ab оріентиръ-буссоли и поворачивать мензулу до тѣхъ поръ, пока стрѣлка не расположится по линіи нулей.

§33. Задачи, рѣшаемыя мензулою. I. Нанести двѣ точки мѣстности A и B на мензулу. Первая точка A наносится на мензулу совершенно произвольно, развѣ только подъ условіемъ, чтобы весь снимаемый участокъ помѣстился на планшетъ.



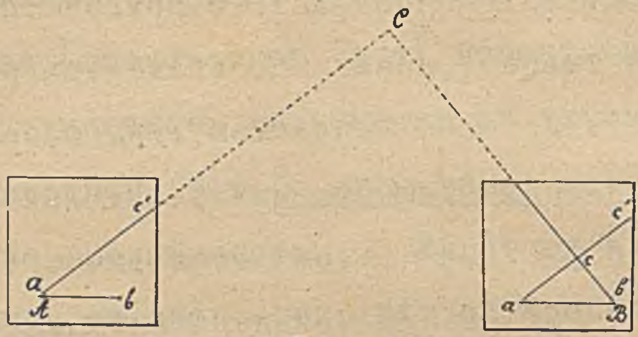
Фиг. 68.

Пусть она изобразится на планшетѣ точкой a, а направленіе магнитнаго меридіана на мензулѣ пусть будетъ NS. Чтобы нанести вторую точку B, устанавливаемъ мензулу такъ, чтобы точка a пришлась надъ точкой A мѣстности |т.е. центрируемъ|; затѣмъ оріентируемъ мензулу по магнитному меридіану; далѣе визируемъ черезъ точку a на B; т.е. приложивъ линейку кипрегеля къ точкѣ a, поворачиваемъ ее около вертикальной оси до тѣхъ поръ, пока не увидимъ на пересѣченіи нитей изображенія B; потомъ прочерчиваемъ по скошенному краю слѣдъ визирной плоскости ab, и, наконецъ, измѣривъ горизонтальное разстояніе AB, откладываемъ его въ условномъ масштабѣ на прочерченной прямой. Получимъ изображеніе b точки B.

Подобно тому, какъ мы нанесли точку B, можно было бы нанести сколь угодно точекъ, но при этомъ пришлось бы измѣрять ихъ горизонтальныя разстоянія отъ A, а это работа самая непріятная и утомительная. При мензульной съемкѣ эта работа почти цѣликомъ отпадаетъ, такъ какъ по двумъ даннымъ точкамъ на мензулѣ можно нанести сколь угодно другихъ точекъ помощью т.н. засѣчекъ, какъ это будетъ пояснено въ слѣдующихъ задачахъ.

2. По двумъ точкамъ на мензулѣ a и b, соотвѣтствующимъ точкамъ мѣстности A и B, нанести третью точку C. Становимся съ мензулой надъ A, центрируемъ и

оріентируемъ по ab .т.е. устанавливаемъ мензулу такъ, чтобы изображеніе прямой ab было параллельно



Фиг. 69.

или шло по прямой AB. Чтобы этого достигнуть, прикладываемъ край линейки алидады или кипрегеля къ прямой ab и поворачиваемъ мензулу до тѣхъ поръ, пока B не окажется на визирной плоскости.

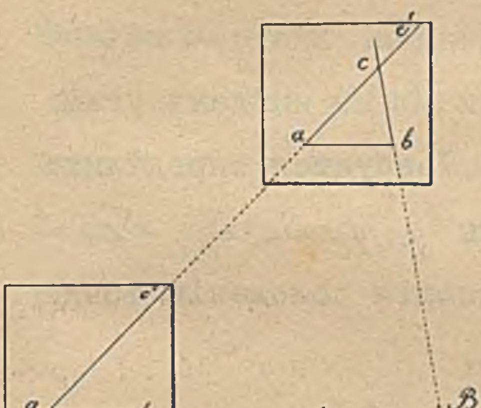
Оріентировавъ мензулу, визируемъ черезъ a на C и прочерчиваемъ линію ac'. Потомъ переносимъ мензулу въ B, центрируемъ, оріентируемъ по ba и визируемъ черезъ b на C. Прочертивъ линію по скошенному краю линейки, получимъ въ пересѣченіи съ ac' изображеніе c точки C.

Понятно, что въ каждой точкѣ стоянія мы можемъ визировать не только на C, но и на всѣ другія видимыя точки $D, E, \ldots$ и такимъ образомъ засѣчками получимъ сразу ихъ изображенія на планѣ.

При рѣшеніи задачи мы допустили, что данныя точки A и B доступны. Засѣчка въ этомъ случаѣ |т.е. въ чаѣ, когда мы засѣкаемъ изъ обѣихъ данныхъ точекъ|

называется прямою.

Рѣшимъ ту же задачу для того случая, когда одна изъ данныхъ точекъ недоступна, но другая точка, равно какъ и точка C, доступна. Задача эта рѣшается

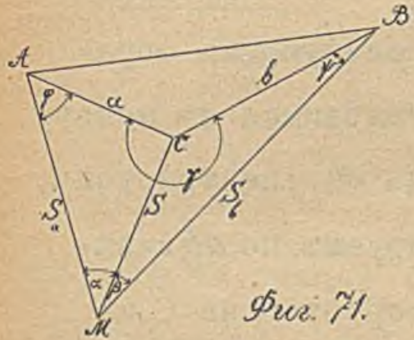


Фиг. 70.

помощью т.н. обратной засѣчки слѣдующимъ образомъ. Становимся съ мензулой надъ A, центрируемъ, оріентируемъ по ab, визируемъ черезъ a на C и прочерчиваемъ ac'. Переходимъ съ мензулой въ C, оріентируемъ по $c'a$, визируемъ черезъ b на B и проводимъ прямую bc, которая въ пересѣченіи съ ac' дастъ искомое положеніе c точки C. Очевидно, что обратная засѣчка по точности уступаетъ прямой засѣчкѣ, такъ какъ въ точкѣ C нельзя мензулу центрировать и точка с можетъ оказаться не надъ точкою C; но, какъ показано было выше, небольшая ошибка въ центрировкѣ можетъ имѣть практическое значеніе только при крупныхъ масштабахъ и малыхъ разстояніяхъ.

Задача Потенота: даны 3 точки на планѣ, соотвѣтствующія 3 даннымъ точкамъ на мѣстности; найти на планѣ положеніе четвертой точки. Полагается, что эта четвертая точка на мѣстности доступна.

a| <u>Рѣшеніе геометрическое.</u> Пусть извѣстно положеніе точекъ A, B и C, т.е. даны стороны и углы треугольника ABC, вслѣдствіе чего a, b и γ надо считать данными. Визируя изъ M на A, C и B, мы найдемъ углы α и β. Требуется опредѣлить величины φ, ψ, S, S_a, S_b, опредѣляющія положеніе точки M.



Фиг. 71.

Изъ треугольниковъ MCA и MCB имѣемъ

$$\frac{S}{a} = \frac{\sin\varphi}{\sin\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (22)$$

$$\frac{S}{b} = \frac{\sin\psi}{\sin\beta}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (23)$$

а плоскій четыреугольникъ $ACBM$ доставитъ намъ соотношеніе

$$\varphi + \psi + \gamma + \alpha + \beta = 360^\circ \quad \ldots\ldots (24)$$

Изъ написанныхъ 3 уравненій опредѣляемъ три неизвѣстныхъ φ, ψ, S. А именно изъ |22| и |23| находимъ сначала

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\psi} = \frac{b.\sin\alpha}{a.\sin\beta}, \quad \ldots\ldots\ldots (25)$$

а потомъ

$$\frac{tg\,\frac{\varphi-\psi}{2}}{tg\,\frac{\varphi+\psi}{2}} = \frac{b.\sin\alpha - a.\sin\beta}{b.\sin\alpha + a.\sin\beta},$$

а такъ какъ по |24|

$$\varphi + \psi = 360^\circ - (\alpha + \beta + \gamma) \ldots\ldots\ldots\ldots (26)$$

то

$$tg\frac{\varphi - \psi}{2} = -\frac{b.\sin\alpha - a.\sin\beta}{b.\sin\alpha + a.\sin\beta} . tg\frac{\alpha + \beta + \gamma}{2} \ldots (27)$$

Вычисливъ $\varphi - \psi$ и $\varphi + \psi$ по |26| и |27|, мы найдемъ φ, ψ, затѣмъ найдемъ S, S_a и S_b. Положеніе точки M будетъ опредѣлено вполнѣ.

Если 4 точки A, C, B и M лежатъ на одной окружности, то

$$\varphi + \psi = 180^\circ,$$
$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ.$$

Отсюда слѣдуетъ

$$\sin\varphi = \sin\psi$$

по (25) $$b.\sin\alpha = a.\sin\beta.$$

и слѣдовательно формула |27| представится въ видѣ

$$tg\frac{\varphi - \psi}{2} = 0.\infty.$$

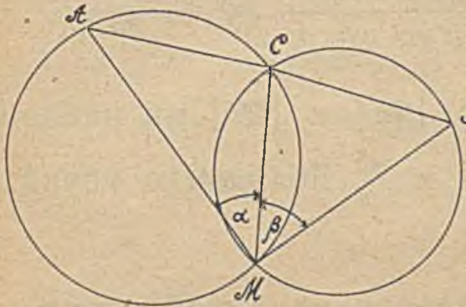
И такъ, если искомая точка съ тремя данными лежитъ на одной окружности, то задача становится неопредѣленною, ея рѣшить нельзя. Она будетъ практически неопредѣленною и тогда, когда искомая точка лежитъ очень близко отъ окружности, проходящей черезъ три данныхъ точки.

b|. Первое графическое рѣшеніе задачи Потенота.

На хордѣ AC строимъ дугу вмѣщающую данный уголъ

α, а на хордѣ CB дугу, вмѣщающую уголъ β.

Обѣ окружности пересѣкутся въ двухъ точкахъ, изъ которыхъ одна будетъ данная C, другая — искомая M. Задача становится неопредѣленною, когда обѣ окружности сольются, то есть когда всѣ 4 точки A, C, B и M окажутся на одной окружности. Тогда, какъ показываетъ фигура 73, гдѣ бы мы ни взяли точку M на окружности, каждая удовлетворитъ требуемому условію, что изъ нея отрѣзки AC и CB будутъ видны подъ данными углами α и β. Для опредѣленія положенія точки M надо взять иныя 3 данныя точки.

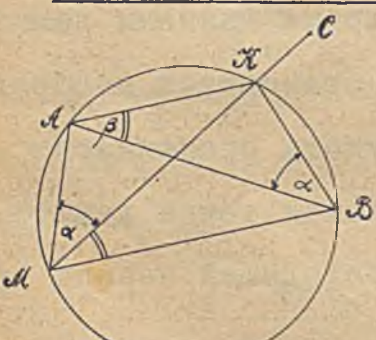


Фиг. 72.

Фиг. 73.

C|. Второе графическое рѣшеніе задачи Потенота.

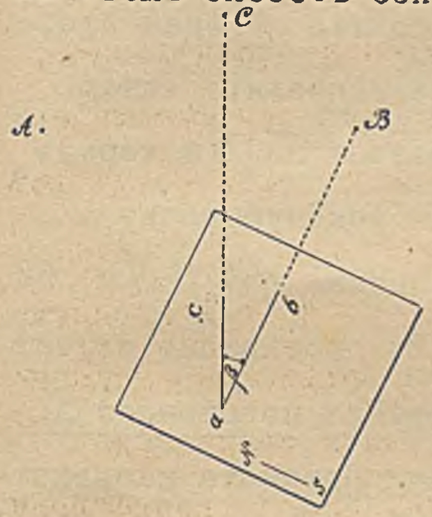
Вообразимъ окружность черезъ точки A, B и M и отмѣтимъ точку K пересѣченія ея съ прямою CM. Разсмотрѣвъ чертежъ, мы видимъ, что задачу Потенота можно рѣшить слѣдующимъ образомъ. Построивъ при данныхъ точкахъ A и B углы β и α, (притомъ такъ, что при правой



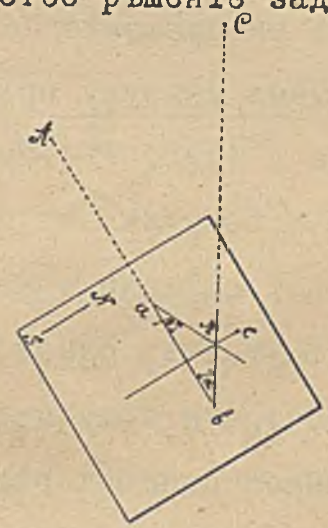
Фиг. 74.

точкѣ $\mathcal{B}$ долженъ быть лѣвый уголъ α |, получимъ вспомогательную точку $\mathcal{K}$. Проведя прямую $\mathcal{CK}$ и окружность $\mathcal{ABK}$, найдемъ искомую точку $\mathcal{M}$.

На этомъ способѣ основано простое рѣшеніе задачи



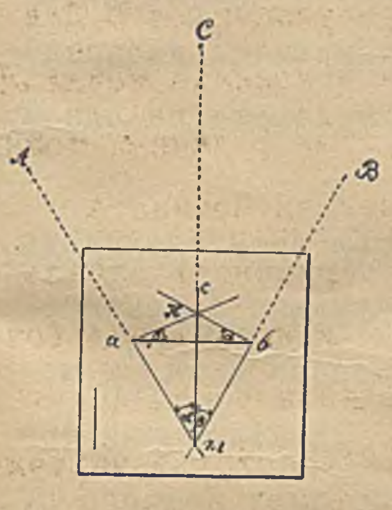
Фиг. 75.



Фиг. 76.

Потенота на мензулѣ.

Пусть a, b, c будутъ 3 точки на мензулѣ, соотвѣтствующія 3 точкамъ на мѣстности $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$.



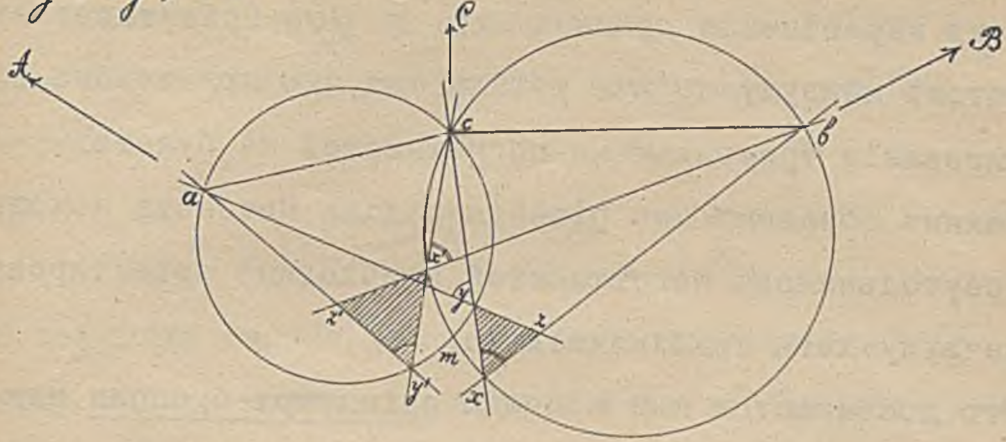
Фиг. 77.

Устанавливаемъ мензулу точкой a надъ точкой $\mathcal{M}$ | фиг. 75 |, прямую ab направляемъ на $\mathcal{B}$ и по направленію $a\mathcal{C}$ прочерчиваемъ линію. Такимъ образомъ при лѣвой точкѣ a мы построили правый уголъ β.

Далѣе |фиг. 76| направляемъ линію ba на A и прочерчиваемъ линію по bC .Получаемъ при b лѣвый уголъ α .Отмѣчаемъ пересѣченіе K и проводимъ прямую cK На этой прямой согласно фиг. 74 должно лежать изображеніе m точки стоянія M.Зная это, мы можемъ мензулу оріентировать,направивъ линію Kc на C |фиг. 77|.Визируя черезъ b на B и черезъ a на A,получимъ въ пересѣченіи искомую точку m. Если все сдѣлано тщательно,то прямыя Aa, CcK и Bb пересѣкутся въ одной точкѣ m.Въ противномъ случаѣ вмѣсто точки получится треугольникъ погрѣшностей. Описанной способъ рѣшенія задачи Потенота называется способомъ оборотовъ мензулы. Онъ непримѣнимъ,если вспомогательная точка K окажется внѣ планшета или если она окажется очень близко къ точкѣ C.Въ послѣднемъ случаѣ сама задача становится неопредѣленною,такъ какъ точки a, K, b и m лежатъ на одной окружности.

d| Рѣшеніе задачи Потенота помощью треугольниковъ погрѣшностей. Если мензула неправильно оріентирована,то,визируя черезъ a на A,черезъ c на C и черезъ b на B,получимъ не точку m ,а нѣкоторый треугольникъ погрѣшностей xyz .Измѣнивъ немного оріентировку и визируя опять черезъ a, b, c соотвѣтственно на A, B, C,прочертимъ новыя три направленія

ay', cy', bz' ,которыя образуютъ новый треугольникъ



$y = y' = \alpha$; $x = x' = \beta$.

Фиг. 78.

погрѣшностей $x'y'z'$. Очевидно, что углы y и y', какъ углы между направленіями на A и C будутъ равны между собою и каждый равенъ углу $AMC = \alpha$; поэтому вершины этихъ угловъ y и y' будутъ лежать на окружности, проходящей черезъ a и c и искомую точку m, такъ какъ всѣ углы, имѣющіе вершину на этой окружности и опирающіеся на хорду ac равны α.

Подобнымъ образомъ вершины x и x' будутъ лежать на окружности, проходящей черезъ c, b и m. На пересѣченіи обѣихъ окружностей лежитъ искомая точка m |ср. фиг. 72|. Проведя поэтому одну окружность черезъ $xx'cb$, другую черезъ $yy'ca$, мы на ихъ пересѣченіи получили бы искомую точку m

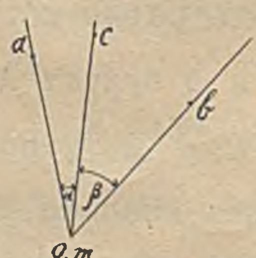
Но такъ не дѣлаютъ. Принимаютъ просто отрѣзки дугъ xx' и yy' за отрѣзки прямыхъ и точку m опредѣляютъ какъ пересѣченіе прямыхъ xx' и yy'. Оріентировавъ потомъ мензулу по mc убѣждаются, что при новомъ визированіи треугольника погрѣшностей не будетъ.

Такимъ образомъ для рѣшенія задача Потенота помощью треугольниковъ погрѣшностей необходимо оріентировать мензулу хоть приблизительно.

Это достигается или помощью оріентиръ-буссоли, или помощью кальки. Послѣдній способъ состоитъ въ слѣдующемъ.

Ставъ съ мензулой надъ точкой M, кладемъ на горизонтальный планшетъ кусокъ прозрачной бумаги и прочерчиваемъ на ней направленія на A, B и C. Получаемъ углы α и β |фиг. 79-a|. Передвигая затѣмъ этой прозрачной бумагой по планшету |фиг. 79-b|, найдемъ такое положеніе ея, при которомъ три начерченныя линіи прошли бы соотвѣтственно черезъ точки a, c и b. Тогда O и будетъ приблизительно положеніе точки m.

Фиг. 79-а.



Фиг. 79-в.

Оріентируя мензулу напримѣръ по mc и визируя черезъ b на B, мы иногда и не получимъ треугольника погрѣшностей, а если получимъ, то по немъ найдемъ истинное положеніе точки m по списанному ранѣе способу.

На лекціяхъ демонстрировались: 1| снарядъ для рѣшенія задачи Потенота, состоящій изъ трехъ линеекъ, вращающихся около общей оси, 2| заостренныя пластинки, облегчающія визированіе черезъ точку на планшетѣ на точку на мѣстѣ и 3| кипрегель съ параллельной линейкой служащій для той же цѣли.

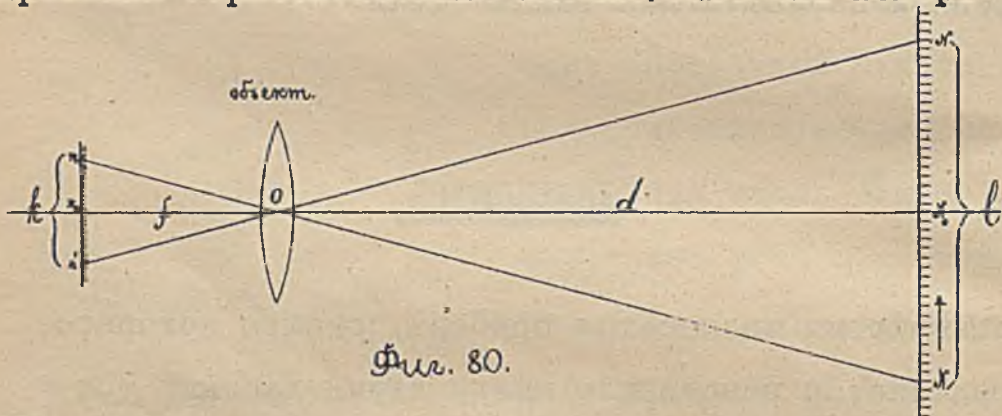
ДАЛЬНОМѢРЪ.

Дальномѣромъ называется приборъ, помощью котораго опредѣляется разстояніе между двумя данными точками безъ непосредственнаго измѣренія, а лишь помощью визированія и отсчетовъ у инструмента.
Наилучшіе результаты даютъ дальномѣры съ рейками, причемъ рейка устанавливается въ одной изъ данныхъ точекъ, а дальномѣръ въ другой. Такіе дальномѣры, очевидно, непригодны для военныхъ цѣлей, и потому тамъ пользуются дальномѣрами безъ реекъ, но зато съ базисомъ. Мы разсмотримъ лишь дальномѣры перваго рода.

§34. Дальномѣръ Рейхенбаха и Эртеля. Если въ обыкновенной геодезической трубѣ натянуть три горизонтальныхъ нити вмѣсто одной, то и получимъ дальномѣръ. Теорія этого дальномѣра слѣдующая:

Пусть труба направлена на рейку NN', поставленную перпендикулярно къ оптической оси трубы n_0ON_0 и пусть изображеніе ея будетъ nn'.

Пусть средняя горизонтальная нить проходитъ черезъ n_0, крайнія черезъ n и n', такъ что N и N' будутъ тѣ дѣленія рейки, которыя какъ разъ покрываются крайними горизонтальными нитями. Замѣтимъ номера



Фиг. 80.

этихъ дѣленій и взявъ ихъ разность, мы получимъ отрѣзокъ l рейки, который помѣщается между дальномѣрными нитями, т. е.

$$l = N' - N.$$

Называя постоянное разстояніе между дальномѣрными нитями nn' через k, находимъ

$$\frac{l}{k} = \frac{d}{f} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (28)$$

Съ другой стороны, называя фокусное разстояніе объектива черезъ $\mathcal{F}$, имѣемъ по формулѣ оптики

$$\frac{1}{\mathcal{F}} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$$

или

$$\frac{d}{\mathcal{F}} = 1 + \frac{d}{f}$$

или на основаніи (28):

$$\frac{d}{\mathcal{F}} = 1 + \frac{l}{k}\ ; \qquad d = \mathcal{F} + \left(\frac{\mathcal{F}}{k}\right) . l .$$

Такъ опредѣляется разстояніе d отъ рейки до объектива. Придавъ сюда половину длины трубы, т. е. приблизительно $\frac{1}{2}\mathcal{F}$, получимъ разстояніе $\mathcal{D}$ отъ рейки до центра инструмента:

$$\mathcal{D} = \frac{3}{2}\mathcal{F} + \left(\frac{\mathcal{F}}{k}\right) . l ,$$

или, называя постоянныя инструмента

$$\frac{3}{2}\mathcal{F} = \mathcal{B}, \quad \frac{\mathcal{F}}{k} = \mathcal{A},$$

получимъ окончательно

$$\mathcal{D} = \mathcal{A} . l + \mathcal{B} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (29).$$

Механики натягиваютъ нити на такомъ разстояніи k, чтобы постоянное $\mathcal{A}$ было возможно близко къ 100; постоянное же $\mathcal{B}$ зависитъ отъ длины трубы; оно приблизительно равно полуторной длинѣ трубы. Для каждаго дальномѣра необходимо опредѣлить оба коэффиціента непосредственно.

§35. Опредѣленіе коэффиціентовъ дальномѣра $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$.

Выберемъ ровную мѣстность и обозначимъ на ней 3 точки O, O_1 и O_2. Надъ точкой O установимъ дальномѣръ, надъ O_1 - рейку. Отсчитавъ дѣленія рейки, покрываемыя крайними дальномѣрными нитями и взявъ разность сдѣланныхъ отсчетовъ, получимъ l_1. Измѣривъ непосредственно разстояніе $\mathcal{D}_1 = OO_1$, напишемъ

$$\mathcal{D}_1 = \mathcal{A}.l_1 + \mathcal{B}.$$

Переставимъ рейку въ O_2, найдемъ новую разность отсчетовъ l_2 и измѣримъ цѣпью разстояніе $OO_2 = \mathcal{D}_2$; имѣемъ

$$\mathcal{D}_2 = \mathcal{A}.l_2 + \mathcal{B}.$$

Рѣшая послѣднія 2 уравненія съ двумя неизвѣстными $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$, найдемъ:

$$\mathcal{A} = \frac{\mathcal{D}_1 - \mathcal{D}_2}{l_1 - l_2},$$

$$\mathcal{B} = \mathcal{D}_1 - \mathcal{A}.l_1 = \mathcal{D}_2 - \mathcal{A}.l_2.$$

Разстояніе $\mathcal{D}_1$ удобно взять саженъ въ 10-15, разстояніе $\mathcal{D}_2$ въ 80-100 саж.

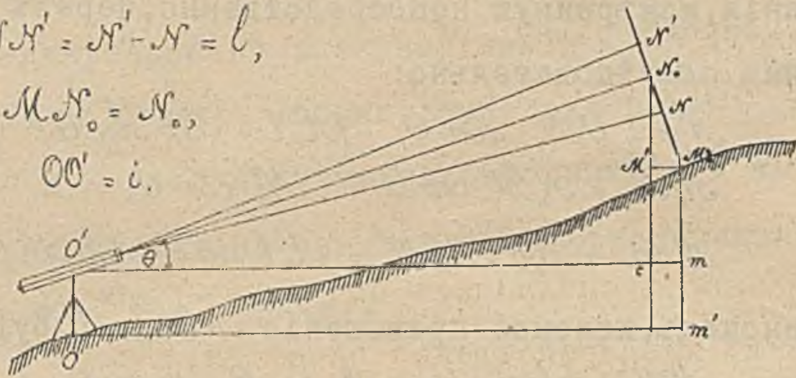
§36. Опредѣленіе разстоянія при наклонномъ визированіи. I| Наклонное положеніе рейки.

Пусть требуется опредѣлить горизонтальное разстояніе между точками O и $\mathcal{M}$ мѣстности, т.е. отрѣзокъ прямой $O'm$. Установивъ надъ точкой O центръ дальномѣра O', и поставивъ въ $\mathcal{M}$ рейку, перпендикулярно къ оптической оси трубы $O'N_0$, сдѣлаемъ отсчеты по

$NN' = N' - N = l,$

$MN_0 = N_0,$

$OO' = i.$



Фиг. 81.

всѣмъ тремъ нитямъ N, N_0, N'_0. Разность крайнихъ отсчетовъ дастъ намъ l и согласно §34 найдемъ наклонное разстоянiе

$$O'N_0 = A.l + B.$$

Называя наклоненiе визирной линiи къ плоскости горизонта черезъ θ, т.е. принимая $\angle N_0O'c = MN_0M' = \theta$, находимъ послѣдовательно

$$O'c = \overline{O'N_0}.\cos\theta = (A.l + B).\cos\theta,$$

$$cm = MM' = \overline{MN_0}.\sin\theta = N_0.\sin\theta,$$

гдѣ N_0 отсчетъ рейки по средней нити. Искомое горизонтальное разстоянiе $O'm$ выразится суммою $O'c + cm$, т.е.

$$O'm = A.l.\cos\theta + B.\cos\theta + N_0.\sin\theta \ldots\ldots (30)$$

Послѣднимъ членомъ почти всегда пренебрегаютъ, предпослѣднимъ очень часто.

Воспользуемся фиг. 81 для опредѣленiя превышенiя точки M надъ O, т.е. отрѣзка Mm'.

Называя высоту OO' центра инструмента надъ точкой стоянія, измѣренную непосредственно, черезъ i, находимъ послѣдовательно:

$$N_0c = O'N_0 \sin\theta = (A.l + B).\sin\theta,$$

$$N_0M' = N_0M.\cos\theta = N_0.\cos\theta,$$

$$Mm = N_0c - N_0M' = A.l.\sin\theta + B.\sin\theta - N_0\cos\theta$$

и, наконецъ, искомое превышеніе M надъ O будетъ:

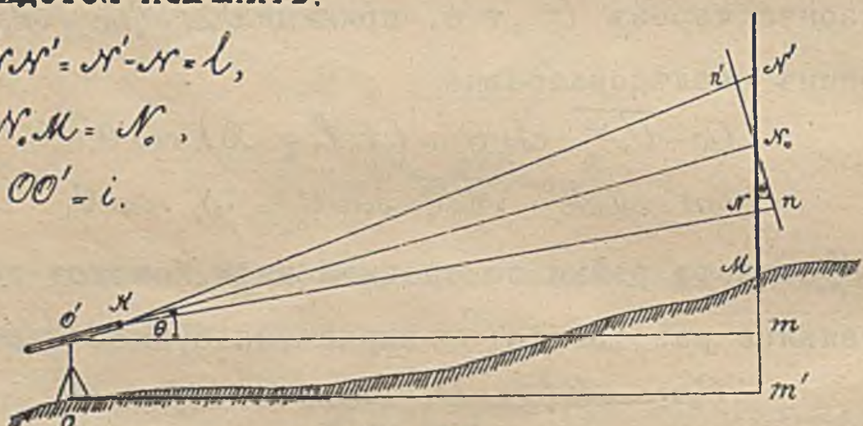
$$MM' = A.l.\sin\theta + B.\sin\theta - N_0.\cos\theta + i \; . \; . \; . \; . \; (31).$$

2| <u>Вертикальное положеніе рейки.</u> Если при рейкѣ нѣтъ приспособленія для установки по направленію, перпендикулярному къ визирной линіи, то лучше рейку установить въ точкѣ M вертикально, но тогда формулы для горизонтальнаго разстоянія и превышенія прійдется измѣнить.

$NN' = N' - N = l,$

$N_0M = N_0,$

$OO' = i.$



Фиг. 82

Пусть надъ O установленъ дальномѣръ, въ M поставлена вертикальная рейка и отсчеты по 3 горизонтальнымъ нитямъ пусть будутъ N, N_0 и N', такъ что

$$NN' = N' - N = l.$$

Вообразимъ, что рейка повернута на уголъ θ и стала перпендикулярна къ визирной линіи $O'KN_o$. Такъ какъ уголъ NKN' малъ |обыкновенно онъ равенъ $\frac{1}{100}$|, то углы n и n' мало отличаются отъ прямыхъ, и мы можемъ приблизительно считать nn' за ортогональную проекцію NN' т.е. принять

$$nn' = NN'.\cos\theta. = l.\cos\theta.$$

Согласно |29| имѣемъ

$$O'N_o = A.\overline{nn'} + B = A.l.\cos\theta + B.$$

А искомое горизонтальное разстояніе $O'm = Om$ найдется изъ треугольника $O'N_om$:

$$O'm = O'N_o.\cos\theta$$

или

$$O'm = A.l.\cos^2\theta + B.\cos\theta \quad . \; . \; . \; . \; . \; (32)$$

Изъ того же треугольника $O'N_om$ находимъ

$$N_om = O'N_o.\sin\theta = A.l.\cos\theta.\sin\theta + B.\sin\theta;$$

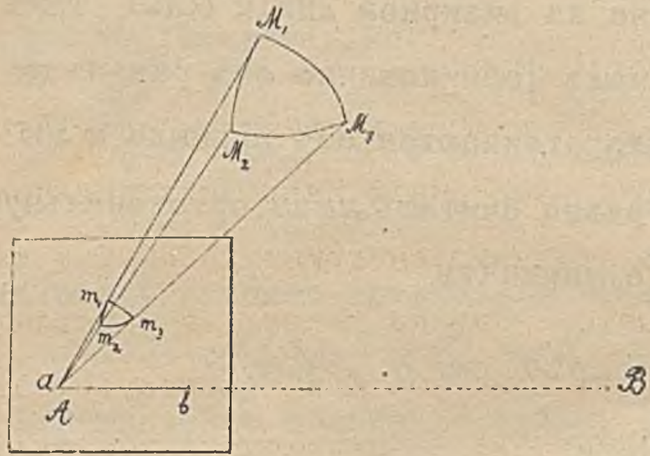
далѣе

$$Mm = N_om - N_oM = A.l.\cos\theta.\sin\theta + B\sin\theta - N_o.$$

Прибавивъ сюда $OO' = i$, найдемъ превышеніе точки M надъ O:

$$Mm' = \frac{1}{2}A.l.\sin 2\theta + B.\sin\theta - N_o + i \quad . \; . \; . \; (33).$$

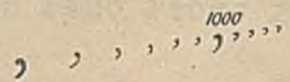
§37. <u>Кипрегель - дальномѣръ.</u> Подробности на мензулѣ снимаются лучше всего помощью кипрегеля съ дальномѣрными нитями. Пусть на мензулѣ даны уже



Фиг 83.

двѣ точки a и b, соотвѣтствующія точкамъ A и B мѣстности. Требуется снять, напримѣръ, лугъ $M_1M_2M_3$. Установивъ мензулу надъ a и оріентировавъ по ab, визируемъ черезъ a на точку M_1, гдѣ должна быть выставлена вертикальная рейка. На прочерченномъ направленіи am_1 откладываемъ отрѣзокъ am_1, соотвѣтствующій разстоянію AM_1, найденному по дальномѣру. Подобнымъ образомъ получимъ на планшетѣ точки m_2, m_3 и очертаніе всего луга. Такой методъ съемки по направленіямъ и разстояніямъ называется полярнымъ.

Стереоскопическій дальномѣръ. Кромѣ разсмотрѣннаго дальномѣра съ рейкой существуетъ очень много дальномѣровъ безъ рейки. Наиболѣе замѣчательный между ними стереоскопическій дальномѣръ, изобрѣтенный 4 года тому назадъ. Если направить этотъ приборъ прямо на свѣтъ, то мы увидимъ въ полѣ зрѣнія цѣлый рядъ знаковъ, которые намъ кажутся все болѣе и болѣе



удаляющимися. Каждый изъ этихъ знаковъ соотвѣтствуетъ опредѣленному разстоянію. Направивъ дальномѣръ на какой нибудь предметъ, смотримъ, какой изъ знаковъ представляется намъ на такомъ же разстояніи, какъ нашъ предметъ. Если этотъ знакъ соотвѣтствуетъ разстоянію 1000 метровъ, то заключаемъ, что предметъ находится отъ насъ на разстояніи 1000^m.

МЕТОДЫ СЪЕМОКЪ.

Мы закончили описаніе инструментовъ, служащихъ для съемки плана; параллельно съ этимъ указывали на различные методы съемокъ. Въ настоящей главѣ сопоставимъ всѣ эти методы.

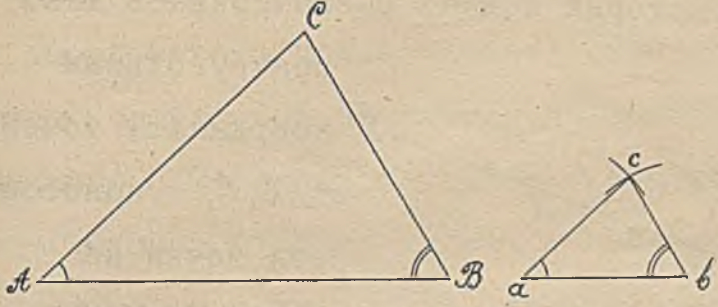
§38. Методы съемокъ. I| Методъ обхода примѣняется тогда, когда надо нанести на планъ какой нибудь полигонъ |границу участка|. Измѣряются всѣ углы и всѣ стороны полигона. Съемку эту можно производить или одною только цѣпью или же цѣпью и буссолью, астролябіей, теодолитомъ, гоніометромъ, пантометромъ, мензулой. Лучше всего пользоваться при етомъ методѣ теодолитомъ или астролябіей и цѣпью или же мензулой и цѣпью. Методъ этотъ былъ подробно изученъ въ §27.

2. Тріангуляція. Методъ этотъ состоитъ въ слѣдующемъ. На снимаемомъ участкѣ выбирается рядъ точекъ, образующихъ вершины приблизительно равностороннихъ треугольниковъ. Непосредственно измѣряется одна сторона одного изъ треугольниковъ и углы всѣхъ треугольниковъ. По сторонѣ и угламъ перваго треугольника вычисляемъ двѣ другія его стороны, изъ которыхъ хоть одна служитъ стороною другого треугольника; рѣшивъ его по сторонѣ и угламъ, найдемъ двѣ другія стороны второго треугольника и т.д., последовательно найдемъ вычисленіемъ всѣ стороны всѣхъ треугольниковъ, послѣ чего составленіе плана не представитъ затрудненія.

Для измѣренія угловъ пользуются теодолитами, для измѣренія сторонъ - цѣпью.

Методъ тріангуляціи будетъ подробно изученъ на второмъ курсѣ.

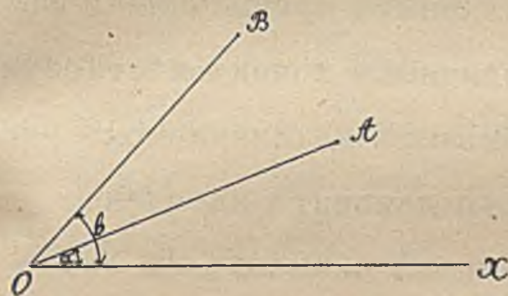
3) Засѣчки. По 2 точкамъ A и B, даннымъ на планѣ, нанести положеніе точки C. a). измѣряемъ разстоянія AC и BC и на планѣ соотвѣтственными радіусами ac и bc описываемъ дуги, пересѣченіе которыхъ дастъ изображеніе c точки C. b) Или же измѣря-



Фиг. 84

емъ углы A и B и откладываемъ ихъ при a и b. Пересѣченіе сторонъ дастъ точку c. Для перваго рода засѣчекъ нужна цѣпь, для второго угломѣрный инструментъ или мензула |§33|.

4. Полярный методъ состоитъ въ измѣреніи полярныхъ координатъ различныхъ точекъ $A, B, \ldots$ т. е. разстояній $OA, OB, \ldots$ и угловъ $a, b, \ldots$. По найденнымъ полярнымъ координатамъ наносятся точки на планъ.

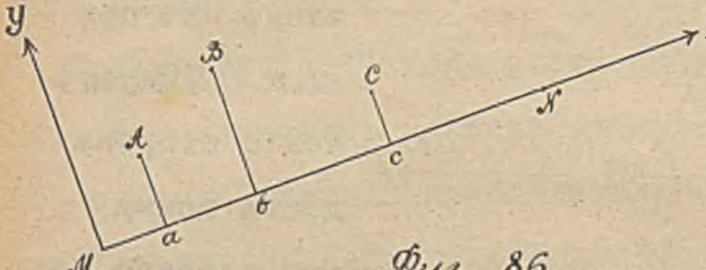


Фиг. 85.

Необходимо имѣть угломѣрный инструментъ и цѣпь. Цѣпь обыкновенно замѣняется въ этомъ методѣ дальномѣромъ, угломѣрный инструментъ можетъ быть замѣненъ мензулой |§37|.

5. Методъ координатъ |декартовыхъ|. Пусть дано положеніе на планѣ двухъ точекъ мѣстности M и N. Опустимъ изъ $A, B, C, \ldots$ перпендикуляры на прямую MN и измѣримъ $|Ma, Aa|, |Mb, Bb|, |Mc, Cc|, \ldots$

По этимъ даннымъ, которыя можемъ разсматривать какъ прямоугольныя координаты точекъ $A, B, C, \ldots$ нанесемъ эти точки на планъ. Способъ этотъ примѣняется обыкновенно при съемкѣ подробностей, когда извѣстны уже на планѣ положенія опорныхъ точекъ $M, N, \ldots$



Фиг. 86.

Если опорныхъ точекъ нѣтъ, то разбиваемъ на мѣстности двѣ взаимно перпендикулярныхъ прямыхъ MX и MY и измѣряемъ координаты различныхъ точекъ мѣстности.

6. Методъ квадратовъ. Разбиваютъ на снимаемомъ участкѣ сѣть квадратовъ, которую наносятъ на планъ. Подробности въ каждомъ квадратѣ снимаютъ на глазъ или помощью предыдущаго метода координатъ |§10|. Обыкновенно пользуются при этомъ эккеромъ и цѣпью. Разсматривая перечисленные методы съемокъ, нетрудно видѣть, что при засѣчкахъ, декартовыхъ координатахъ и полярныхъ положеніе каждой точки получается независимо отъ другихъ; ошибка, сдѣланная въ опредѣленіи положенія одной точки, не передается на другія, чего нельзя сказать о методахъ обхода и тріангуляціи. Другими словами при методахъ, обхода и тріангуляціи ошибки постепенно накопляются.

въ остальныхъ не накопляются. Но зато при засѣчкахъ и координатахъ можно сдѣлать очень грубую ошибку и безъ повѣрки она останется незамѣченною, чего нельзя сказать о методахъ обхода и тріангуляціи. О точности съемки обходомъ судятъ по невязкѣ угловъ и несмыкаемости контура |§27|; чтобы судить о точности тріангуляціи, дѣлаютъ нѣкоторыя контрольныя измѣренія. Такъ напр. кромѣ измѣренной стороны перваго треугольника, измѣряютъ еще сторону какого нибудь другого треугольника, которую можно получить и вычисленіемъ. Разность между вычисленною и измѣренною стороною служитъ критеріемъ точности тріангуляціи. Методы обхода и въ особенности тріангуляціи считаются самыми точными, и потому ихъ примѣняютъ при съемкѣ основныхъ, опорныхъ пунктовъ.

НИВЕЛЛИРОВАНІЕ.

§39. Нивеллированіемъ называется |стр. 5| геодезическое дѣйствіе, помощью котораго опредѣляется превышеніе одной точки земной поверхности надъ другою или разность разстояній ихъ отъ уровня моря или какой нибудь другой уровенной поверхности. Всякая уровенная поверхность, т. е. поверхность покоющейся жидкости имѣетъ форму близкую къ эллипсоиду вращенія, мало отличающагося отъ сферы. Мы будемъ считать уровенныя поверхности сферическими, а иногда въ первомъ приближенiи даже плоскими. По способу выполненiя нивеллированiе бываетъ троякаго рода: геометрическое, тригонометрическое и физическое.

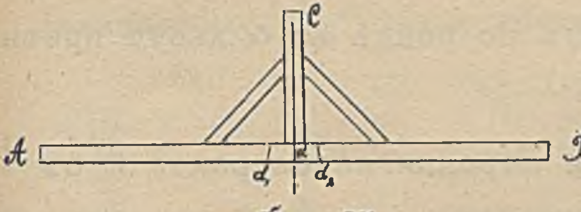
I. Геометрическое или топографическое нивеллированiе состоитъ въ непосредственномъ измѣренiи разности высотъ двухъ точекъ помощью вертикальныхъ реекъ.

II. Тригонометрическое или геодезическое нивеллированiе состоитъ въ томъ, что опредѣляется уголъ наклоненiя визирной линiи между двумя точками и горизонтальное разстоянiе между ними и затѣмъ по этимъ даннымъ вычисляется превышенiе одной точки надъ другою. Способъ этотъ примѣняется при трiангуляцiяхъ и при тахеометрической съемкѣ.

III. Наконецъ, при физическомъ или барометрическомъ нивеллированiи измѣряется непосредственно разность атмосферическихъ давленiй въ двухъ точкахъ, по которой затѣмъ вычисляется разность высотъ. Этотъ способъ нивеллированiя самый легкiй, но зато и менѣе всего точный. Онъ примѣняется при глазомѣрной съемкѣ, рекогносцировкѣ и т.д. Самые точные результаты даетъ топографическое нивеллированiе.

I. ТОПОГРАФИЧЕСКОЕ НИВЕЛЛИРОВАНIЕ.

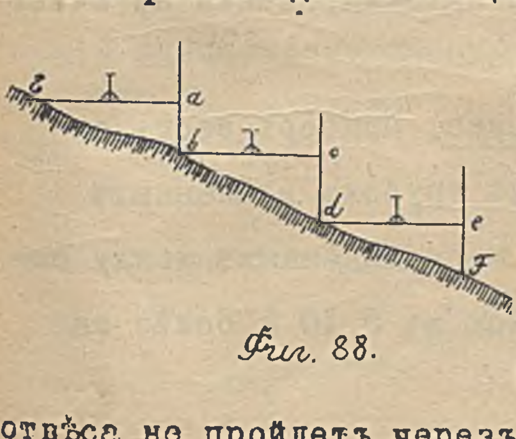
§40. Ватерпасъ. Простѣйшiй изъ нивеллировъ есть плотничiй ватерпасъ. Это деревянный брусъ AB длиною отъ одной до двухъ саженъ съ прочно вдѣланною и под-



Фиг 87.

пертою двумя подпорками деревянною стойкою, къ вершинѣ которой прикрѣпленъ отвѣсъ. Подъ стойкой C имѣется черта d въ такомъ мѣстѣ, что когда нить отвѣса черезъ нее проходитъ, нижняя поверхность ватерпаса AB горизонтальна.

Чтобы правильно намѣтить черту d, ставятъ ватерпасъ на два колышка, вбитыхъ въ землю приблизительно на одномъ уровнѣ и, дѣлаютъ черточку d_1 противъ нити отвѣса; затѣмъ перекладываютъ ватерпасъ правымъ концомъ на лѣвый колышекъ, а лѣвымъ концомъ на правый и дѣлаютъ отмѣтку d_2. Ясно, что при горизонтальномъ положенiи ватерпаса положенiе нити будетъ противъ такой черточки d, которая лежитъ какъ разъ по серединѣ между d_1 и d_2. Чтобы опредѣлить разность высотъ точекъ E и F земной поверхности, кромѣ ватерпаса нужна еще рейка съ дѣленiями. Ватерпасъ однимъ концомъ ставится на землю въ точ-

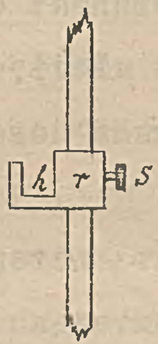


Фиг. 88.

кѣ E или лучше на колышекъ, вбитый вровень съ землею въ точкѣ E, а другой конецъ a располагаютъ въ вертикальной плоскости EF и подымаютъ до тѣхъ поръ, пока нить отвѣса не пройдетъ черезъ черту d. Тогда подъ точкою a

вбиваютъ въ b другой колышекъ, на который ставятъ вертикально рейку. Отсчетъ по рейкѣ въ a дастъ превышенiе точки E надъ b.

Для удобства вдоль рейки передвигается рамка r съ выступомъ h, на который накладывается конецъ ватерпаса. Приведя въ горизонтальное положенiе ватерпасъ, прикрѣпляютъ рамку къ рейкѣ помощью винта S и дѣлаютъ отсчетъ на рейкѣ.



Фиг. 89.

Опредѣливъ превышенiе E надъ b, переносятъ ватерпасъ въ положенiе bc |фиг. 88| и опредѣляютъ превышенiе b надъ d и т. д., Сумма

$$ab + cd + eF$$

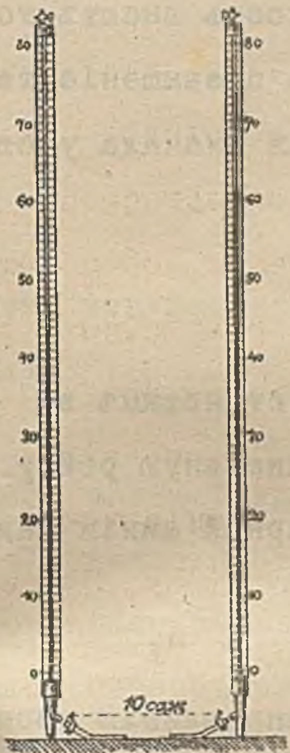
даетъ искомую разность высотъ точекъ E и F. Одновременно опредѣляется и горизонтальное разстоянiе между тѣми же точками какъ сумма

$$Ea + bc + de.$$

Ватерпасъ употребляется при нивеллированiи по очень крутому скату.

§41. Нивеллирныя рейки Штрауса. Приборъ этотъ состоитъ изъ двухъ стеклянныхъ трубокъ, вдѣланныхъ каждая въ деревянную рейку и соединенныхъ между собою каучуковою трубкою длиною въ 5, 10 и болѣе саженъ.

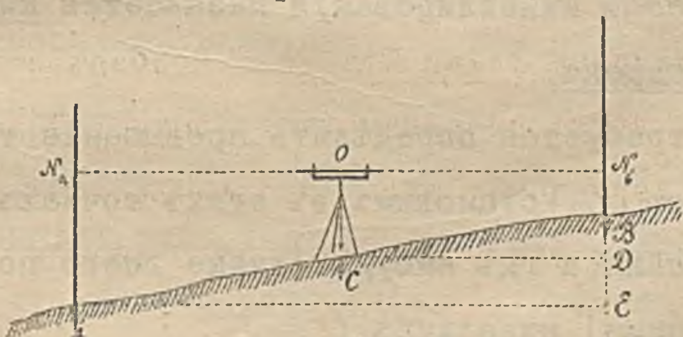
Наполнимъ нашъ приборъ водою до половины длины стеклянныхъ трубокъ и поставимъ рейки на двѣ нивеллируемыя точки. Когда вода прійдетъ въ равновѣсіе, посмотримъ, противъ какихъ дѣленій установился уровень жидкости въ той и другой трубкѣ. Разность отсчетовъ даетъ разность высотъ нивеллируемыхъ точекъ.



Фиг. 90.

Нивеллирныя рейки Штрауса получатъ вѣроятно распространеніе при планировкѣ мѣстности и при нивеллированіи въ лѣсу, гдѣ визированіе очень затруднительно.

§42. Нивеллированіе помощью визированія. Для опредѣленія разности высотъ двухъ точекъ помощью визированія надо имѣть нивеллиръ т.е. приборъ, дающій возможность визировать по горизонтальному на-



Фиг. 91.

правленію, и рейки. Идея этого способа нивеллированія состоитъ въ слѣдующемъ.

1. Пусть требуется опредѣлить разность высотъ точекъ $\mathcal{B}$ и $\mathcal{C}$. Условившись обозначать превышеніе точки $\mathcal{B}$ надъ $\mathcal{C}$ символомъ $\mathcal{B}/\mathcal{C}$ и считая сначала уровенныя поверхности плоскими, имѣемъ

$$\mathcal{B}/\mathcal{C} = \overline{\mathcal{B}\mathcal{D}}.$$

Для опредѣленія этого превышенія установимъ въ точкѣ $\mathcal{C}$ нивеллиръ, въ точкѣ $\mathcal{B}$ вертикальную рейку. Измѣривъ непосредственно высоту визирной линіи надъ точкою $\mathcal{C}$, т.е.

$$OC = i$$

и сдѣлавъ отсчетъ на рейкѣ $\mathcal{N}_b$ по направленію горизонтальной визирной линіи, получаемъ искомое превышеніе

$$\mathcal{B}/\mathcal{C} = \mathcal{B}\mathcal{D} = \mathcal{N}_b\mathcal{D} - \mathcal{N}_b\mathcal{B}$$

или

$$\mathcal{B}/\mathcal{C} = i - \mathcal{N}_b.$$

Такой способъ нивеллированія называется <u>нивеллированіемъ впередъ.</u>

2. Пусть требуется опредѣлить превышеніе точки $\mathcal{B}$ надъ точкою $\mathcal{A}$. Установимъ въ этихъ точкахъ вертикальныя рейки, а гдѣ нибудь |лучше всего по серединѣ между ними| нивеллиръ O.

Сдѣлавъ отсчеты на обѣихъ рейкахъ по одной и той же горизонтальной линіи визированія N_a и N_b, находимъ на основаніи послѣдней формулы:

$$B/C = i - N_b$$

$$A/C = i - N_a.$$

Вычтя эти равенства, получимъ превышеніе точки B надъ A:

$$B/A = N_a - N_b$$

Пусть точка B будетъ передняя, A-задняя. Получаемъ правило: превышеніе передней точки надъ заднею равняется взгляду назадъ минусъ взглядъ впередъ. Такой способъ нивеллированія называется нивеллированіемъ изъ средины.

Если данный нивеллиръ даетъ возможность визировать на разстоянія не болѣе a саженъ, то при нивеллированіи впередъ можно сразу опредѣлить превышеніе только такихъ двухъ точекъ, разстояніе между которыми не болѣе a саженъ, между тѣмъ какъ при нивеллированіи изъ середины разстояніе между нивеллируемыми точками можетъ быть вдвое больше. Въ этомъ состоитъ первое удобство нивеллированія изъ середины.

§43. Поправки отсчетовъ на рейкѣ отъ сферичности земли и отъ земной рефракціи. I. Формулы предыдущаго параграфа были выведены въ предположенiи, что точки N_a, O и N_b, лежащiя на одной горизонтальной плоскости $N_a O N_b$ |фиг. 91|, имѣютъ одну и ту же отмѣтку, т.е. лежатъ на одной уровенной поверхности.

Это было бы вѣрно, если бы уровенныя поверхности можно было считать плоскими. Въ дѣйствительности надо принимать въ разсчетъ кривизну уровенныхъ поверхностей, и мы будемъ ихъ считать поверхностями сферъ, общiй центръ которыхъ совпадаетъ съ центромъ земли; разность высотъ двухъ точекъ должна измѣряться не разстоянiемъ между горизонтальными плоскостями, а разстоянiемъ между сферическими уровенными поверхностями, проходящими черезъ эти точки.

Пусть A и B двѣ точки земной поверхности, разность высотъ которыхъ подлежитъ опредѣленiю.

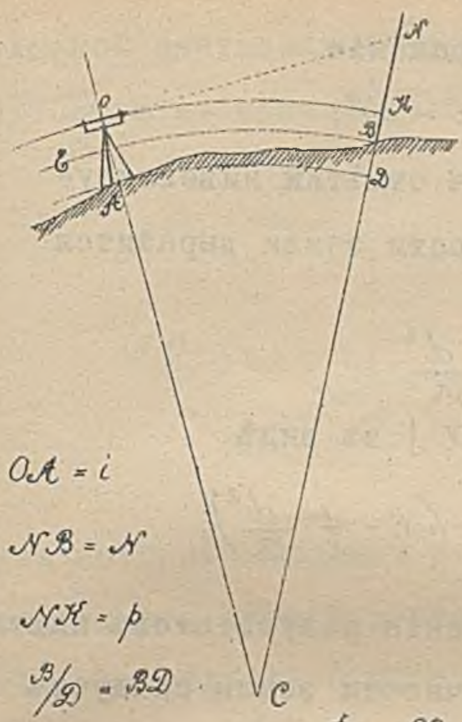
Проведя уровенныя сферическiя поверхности AD и BE, мы видимъ, что превышенiе B надъ A выразится отрѣзкомъ BD.

Поставимъ опять въ одной изъ точекъ, напримѣръ въ A, нивеллиръ, въ точкѣ B вертикальную рейку BN и пусть отсчетъ на рейкѣ по горизонтальной визирной линiи ON будетъ N, а высота инструмента $OA = i = KD$.

Называя отрѣзокъ NK черезъ p, имѣемъ

$$B/_A = BD = KD - BK = KD - (NB - NK)$$

$$B/_A = i - N + p.$$



Фиг. 92.

Для опредѣленія p назовемъ радіусъ CO черезъ R, отрѣзокъ ON черезъ d. Имѣемъ

$$d^2 = (2R + p).p.$$

Такъ какъ разстоянія между непосредственно нивеллируемыми точками очень малы въ сравненіи съ діаметромъ земли, то и p будетъ очень мало въ сравненіи съ $2R$, а потому можемъ приблизительно принять

$$d^2 = 2Rp,$$

откуда

$$p = \frac{d^2}{2R}.$$

За R можно прямо принять земной радіусъ, за d - горизонтальное разстояніе между нивеллируемыми точками.

Итакъ искомое превышеніе B надъ A выразится

$$B/A = i - N + \frac{1}{2}\cdot\frac{d^2}{R} \ldots\ldots\ldots (a)$$

Если бы уровенныя поверхности были горизонтальны, то для того же превышенія, согласно предыдущему параграфу, мы бы получили выраженіе

$$\mathcal{B}/\mathcal{A} = i - \mathcal{N};$$

отсюда видимъ, что поправка отмѣтки нивеллируемой точки $\mathcal{B}$ отъ сферичности земли выразится членомъ

$$+\frac{1}{2}\cdot\frac{d^2}{\mathcal{R}}.$$

Или, переписавъ формулу $|\alpha|$ въ видѣ

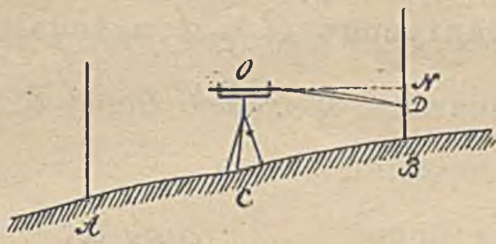
$$\mathcal{B}/\mathcal{A} = i - \left(\mathcal{N} - \frac{1}{2}\cdot\frac{d^2}{\mathcal{R}}\right),$$

мы видимъ, что для исправленія результатовъ нивеллировки отъ вліянія сферичности земли слѣдуетъ <u>отсчеты</u> на рейкѣ <u>уменьшить</u> на $\frac{1}{2}\cdot\frac{d^2}{\mathcal{R}}$.

2. При выводѣ формулъ для нивеллированія помощью визированія мы предполагали, что |фиг. 91| визируя изъ O, мы замѣтимъ то дѣленіе рейки $\mathcal{N}_b$, которое лежитъ на продолженіи визирной линіи.

Это было бы справедливо лишь въ томъ случаѣ, если бы свѣтовой лучъ шелъ изъ $\mathcal{N}_b$ въ O по прямолинейному направленію. Но извѣстно, что вслѣдствіе непостоянства плотности воздуха свѣтовой лучъ въ земной атмосферѣ постоянно уклоняется отъ прямолинейнаго направленія и описываетъ сложную кривую, которую вообще нельзя опредѣлить.

Можно принять, что при нормальныхъ условіяхъ, при равновѣсіи атмосферы свѣтовой лучъ имѣетъ видъ плоской вертикальной кривой DO, обращенной вогнутостью къ земной поверхности. Мы видимъ точку D,

$ND = \varsigma$.  $NOD = r$.

Фиг. 93.

изъ которой выходитъ этотъ лучъ, по направленію послѣдняго элемента этой кривой, т.е. по направленію касательной ON къ кривой, проведенной въ глазѣ наблюдателя.

Итакъ направивъ горизонтальную визирную линію на рейку, мы отсчитаемъ дѣленіе рейки D, между тѣмъ какъ |ср. фиг. 91| для опредѣленія превышенія B надъ A намъ надо знать дѣленіе N рейки. Отрѣзокъ $ND = \varsigma$ и будетъ та поправка отъ рефракціи, которую надо придать со знакомъ плюсъ къ отсчету D. Вычислимъ эту поправку. Назовемъ уголъ NOD между видимымъ положеніемъ точки D и истиннымъ черезъ r. Этотъ уголъ называется земною рефракціей и на основаніи многочисленныхъ наблюденій принимается равнымъ

$$r = 0,08 \frac{d}{R};$$

здѣсь d попрежнему обозначаетъ горизонтальное разстояніе ON отъ нивеллира до рейки, а R радіусъ земли.

Принимая $ND=\rho$ за дугу окружности круга, описанной изъ O радіусомъ $ON=d$, имѣемъ:

$$\rho = ON.r = d.r$$

или

$$\rho = 0{,}08\frac{d^2}{R}.$$

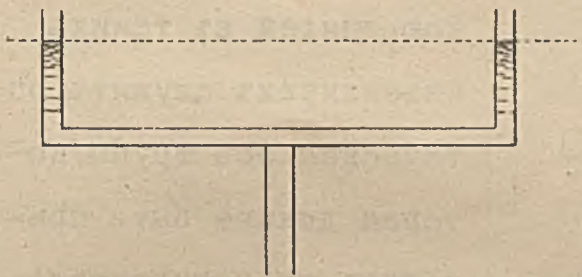
Соединяя вмѣстѣ поправку $p=0{,}5\frac{d^2}{R}$ со знакомъ минусъ съ поправкой $\rho=0{,}08\frac{d^2}{R}$ со знакомъ плюсъ, приходимъ къ слѣдующему заключенію: чтобы исключить вліяніе сферичности земли и земной рефракціи на результаты топографическаго нивеллированія слѣдуетъ къ каждому отсчету на рейкѣ придать поправку

$$-0{,}42\frac{d^2}{R}.$$

Если нивеллиръ установленъ на одинаковыхъ разстояніяхъ отъ обѣихъ реекъ, напримѣръ по серединѣ между ними, то отсчеты по обѣимъ рейкамъ надо будетъ исправить на одну и ту же величину $-0{,}42\frac{d^2}{R}$, въ разности же отсчетовъ эта поправка сократится, а потому при нивеллированіи изъ средины поправка отъ сферичности земли и рефракціи не вводится. Въ этомъ состоитъ второе удобство нивеллированія изъ средины.

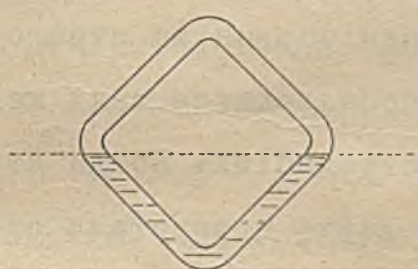
§44. Водяной уровень. Разсмотрѣвъ принципъ нивеллированія помощью горизонтальнаго визированія, посмотримъ, какимъ образомъ это визированіе осуществляется на практикѣ.

Простѣйшій нивеллиръ, служащій для этой цѣли, но въ настоящее время почти совсѣмъ заброшенный, это водяной уровень. Онъ состоитъ изъ жестяной трубки, въ загнутые концы которой вставлены двѣ стеклянныхъ вертикальныхъ трубки одинаковаго діаметра. Въ трубки наливается подкрашенная вода, поверхность которой въ той и другой трубкѣ служитъ для визированія по горизонтальному направленію. Нивеллиръ этотъ прикрѣпляется къ штативу и можетъ вращаться около вертикальной оси.



Фиг. 94.

Иногда водяной уровень устраивается въ видѣ четыреугольника |фиг. 95|. Визированіе помощью водяного уровня производится невооруженнымъ глазомъ и потому возможно только на небольшія разстоянія; притомъ точность визированія уменьшается еще оттого, что вода смачиваетъ стѣнки сосуда и поверхность

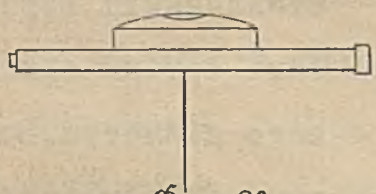


Фиг. 95.

ея въ той и другой трубкѣ не плоская.

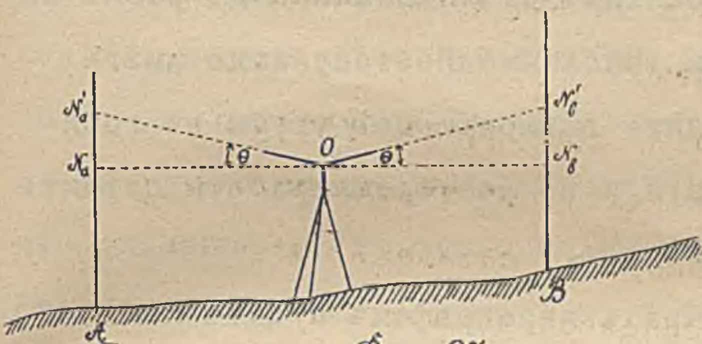
Подобно водянымъ уровнямъ вышли изъ употребленія и такіе нивеллиры, въ которыхъ визированіе производится помощью діоптровъ. Поэтому, не останавливаясь на нихъ, разсмотримъ:

§45. <u>Нивеллиры съ зрительными трубами.</u> Визирною линіей въ такихъ нивеллирахъ служитъ оптическая ось трубы, которая должна быть приведена въ горизонтальное положеніе.



Фиг. 96.

Чтобы слѣдить за горизонтальностью визирной оси трубы, съ трубою долженъ быть соединенъ уровень. Тотъ же уровень служитъ для установки вертикальной оси вращенія въ строго вертикальномъ положеніи помощью подъемныхъ винтовъ. Приведеніе вертикальной оси вращенія въ строго вертикальное положеніе и оси уровня въ строго горизонтальное положеніе производится такъ же, какъ и въ теодолитахъ и астролябіяхъ. Когда это достигнуто, т.е. когда при всѣхъ поворотахъ около вертикальной оси пузырекъ уровня остается на серединѣ, тогда мы можемъ быть убѣждены, что всякая прямая, въ томъ числѣ и оптическая ось трубы, сохраняетъ при этихъ поворотахъ одно и то же наклоненіе къ горизонту. Покажемъ, что если бы визирная линія была при этомъ не горизонтальна, то и съ такимъ неправильнымъ нивелиромъ можно было бы получать правильныя превышенія, нивелируя изъ средины. Дѣйствительно, пусть при строго вертикальномъ положеніи вертикальной оси оптическая ось трубы не горизонтальна, но при всѣхъ поворотахъ сохраняетъ свое наклоненіе θ къ горизонту.



Фиг. 97.

Установивъ нивелиръ на равныхъ разстояніяхъ отъ A и B, сдѣлаемъ отсчетъ на рейкахъ: N_a' и N_b'. Если бы визирная ось была горизонтальна, то мы бы получили отсчеты N_a и N_b и превышеніе B надъ A нашлось бы по формулѣ

$$B/A = N_a - N_b .$$

Но такъ какъ по условію $ON_a = ON_b$, то и $N_aN_a' = N_bN_b'$, а потому

$$N_a - N_b = N_a' - N_b' = B/A$$

Итакъ, при нивеллированіи изъ середины можно не заботиться о строгой горизонтальности визирной линіи, такъ какъ по неправильнымъ отсчетамъ N_a' и N_b' получается правильное превышеніе B/A; нужно только, чтобы пузырекъ уровня во время визированія оставался на серединѣ. Въ этомъ состоитъ <u>третье удобство нивеллированія изъ середины.</u>

Къ сожалѣнію нивеллированіе строго изъ средины т.е. при равныхъ разстояніяхъ отъ нивеллира до реекъ на практикѣ не всегда выполнимо. Поэтому надо имѣть возможность приводить визирную ось трубы въ горизонтальное положеніе и во все время работы слѣдить за ея горизонтальностью.

Въ слѣдующихъ четырехъ параграфахъ будетъ показано, какъ это достигается въ нивеллирахъ 4 различныхъ типовъ, теперь же сдѣлаемъ еще одно общее замѣчаніе, относящееся ко всѣмъ нивеллирамъ по поводу чувствительности уровня.

<u>Чувствительность уровня должна быть достаточна, но не слишкомъ велика.</u> Чувствительность уровня будетъ достаточна тогда, если всякое измѣненіе наклоненія визирной линіи, замѣтное по отсчетамъ на рейкѣ, будетъ обнаружено перемѣщеніемъ пузырька. Чувствительность уровня будетъ слишкомъ велика, если пузырекъ перемѣщается и при такихъ малыхъ измѣненіяхъ наклоненія визирной оси, которыхъ нельзя замѣтить по отсчетамъ на рейкѣ, т.е. которыя

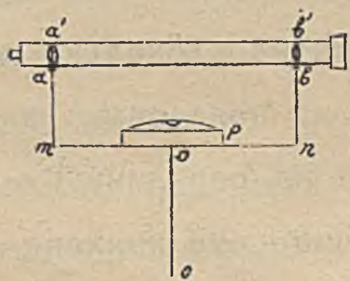
не вліяютъ на точность нивеллировки.

Отсюда ясно, какъ убѣдиться, соотвѣтствуетъ ли чувствительность уровня точности отсчетовъ, или нѣтъ.

Приведя пузырекъ уровня на середину, сдѣлаемъ отсчетъ на рейкѣ. Затѣмъ, дѣйствуя подъемнымъ винтомъ, отклонимъ пузырекъ уровня на нѣсколько дѣленій и потомъ, дѣйствуя тѣмъ же подъемнымъ винтомъ, приведемъ опять пузырекъ на середину. Судя по уровню, мы должны заключить, что наклоненіе визирной линіи стало то же, что и въ началѣ. Если поэтому новый отсчетъ на рейкѣ окажется существенно иной, чѣмъ прежній, то уровень не годится, чувствительность его слишкомъ мала, его надо замѣнить другимъ. Въ противномъ случаѣ, т.е. если оба отсчета на рейкѣ будутъ существенно одинаковы, чувствительность уровня достаточна, и надо еще убѣдиться, не слишкомъ ли она велика.

Для этого вновь выведемъ пузырекъ уровня изъ середины помощью подъемнаго винта и затѣмъ будемъ назадъ поворачивать тотъ же винтъ до тѣхъ поръ, пока, глядя въ трубу, не увидимъ начальнаго дѣленія рейки. Если послѣ этого пузырекъ уровня окажется на серединѣ, то чувствительность его не слишкомъ велика. Если чувствительность окажется нѣсколько чрезмѣрною, то во время нивеллировки не надо приводить пузырекъ особенно тщательно на середину.

§46. I-й типъ нивеллира, нивеллиръ Эго. Труба перекладывается въ обоймицахъ и можетъ въ нихъ вращаться около своей геометрической оси; уровень прикрѣпленъ къ коромыслу: Схематически этотъ уровень изображенъ на фиг. 98.



Фиг. 98.

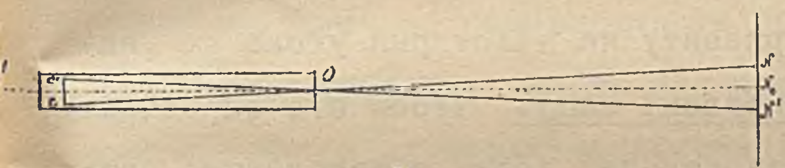
Чтобы визирная ось при всѣхъ поворотахъ коромысла около вертикальной оси OO оставалась горизонтальною, необходимо произвести слѣдующія изслѣдованія и сдѣлать нужныя исправленія:

a|. Привести ось OO въ строго вертикальное положеніе, а ось уровня въ горизонтальное положеніе, дѣйствуя для этого подъемными винтами и уравнительнымъ винтомъ при уровнѣ p |см. стр. 65 - 66|

b|. Убѣдиться, будетъ ли послѣ этого нижняя образующая трубы ab горизонтальна. Для этого поставимъ на нѣкоторомъ разстояніи отъ нивеллира рейку и сдѣлаемъ отсчетъ N по горизонтальной нити, притомъ, приподнявъ трубу, повернемъ коромысло на 180°, такъ что bn станетъ на мѣсто am и, положивъ опять трубу въ обоймицахъ, сдѣлаемъ новый отсчетъ N'

по той же рейкѣ. Если оба отсчета получатся одинаковые, то можно быть увѣреннымъ въ горизонтальности ab; въ противномъ случаѣ надо одну изъ стоекъ сократить такъ, чтобы горизонтальная нить трубы остановилась на дѣленiи рейки $\frac{N+N'}{2}$. Сокращенiе или удлиненiе одной изъ стоекъ производится помощью особыхъ уравнительныхъ винтовъ такъ же, какъ и при теодолитахъ и пантометрахъ.

c|. Убѣдиться въ правильности центрировки сѣтки, т.е. въ томъ, совпадаетъ ли визирная ось трубы съ геометрической. Пусть O оптическiй центръ объектива, OO' — геометрическая ось, около которой труба

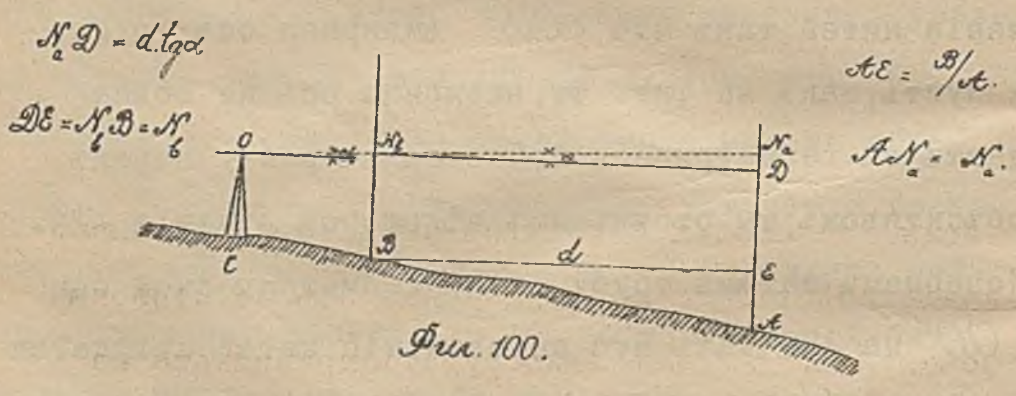


Фиг. 99.

можетъ поворачиваться въ обоймицахъ, c-пересѣченiе нитей, такъ что cON визирная ось трубы, и пусть, какъ на фиг. 99, визирная ось не совпадаетъ съ геометрической. Поставивъ рейку передъ объективомъ, мы отсчитаемъ нѣкоторое дѣленiе N. Повернемъ затѣмъ трубу около геометрической оси OO' на 180°, такъ что пересѣченiе нитей прiйдется въ точкѣ c', и отсчитаемъ дѣленiе рейки N'. Ясно, что если мы помощью уравнительныхъ винтиковъ при сѣткѣ перемѣстимъ пересѣченiе нитей на дѣленiе рейки $N_0 = \dfrac{N' + N''}{2}$,и повторимъ весь опытъ при различныхъ положенiяхъ трубы,то достигнемъ того, что при всѣхъ поворотахъ трубы около геометрической оси пересѣченiе нитей будетъ оставаться на одномъ и томъ же дѣленiи рейки;а это будетъ служить доказательствомъ,что визирная ось совпадаетъ съ геометрической.

d| Убѣдиться въ равенствѣ цапфъ aa' и bb' |фиг. 98|,т.е. въ томъ,что наша труба имѣетъ цилиндрическую форму,а не коническую.

Пусть цапфа bb' со стороны объектива толще,такъ что при соблюденiи условiй a, b, c визирная ось наклонена къ горизонту на нѣкоторый уголъ α ,называемый неравенствомъ цапфъ. Чтобы его опредѣлить, выберемъ на мѣстности двѣ точки и опредѣлимъ превышенiе B/A помощью нивеллированiя изъ середины.



Фиг. 100.

Затѣмъ перенесемъ нивеллиръ въ точку C и,приведя пузырекъ уровня на середину,сдѣлаемъ отсчеты по обѣимъ рейкамъ N_b и N_a. Изъ чертежа очевидно слѣдующее соотношение

$$N_a = d.tg\alpha + N_b + B/A,$$

откуда

$$d.tg\alpha = N_a - N_b - B/A.$$

Если во второй части получимъ нуль или число, не превосходящее возможныхъ ошибокъ отсчетовъ, то α надо считать равнымъ нулю, трубу—цилиндрической; въ противномъ случаѣ надо отдать трубу механику для обточенія одной изъ цапфъ.

Можно впрочемъ по необходимости работать и съ коническою трубою, но тогда для приведенія визирной оси въ горизонтальное положеніе слѣдуетъ поступить слѣдующимъ образомъ. Вычислимъ α на основаніи послѣдняго уровня по слѣдующей приблизительной формулѣ.

$$\alpha'' = \frac{N_a - N_b - B/A}{d} . 206265$$

Если окажется положительнымъ, то послѣ выполненія условій a, b, c визирная ось со стороны объектива дѣйствительно будетъ приподнята на уголъ α, и для приведенія ея въ горизонтальное положеніе надо опустить ее подъемными винтами на α''. Отъ этого пузырекъ отойдетъ отъ середины на

$$n = \frac{\alpha}{\lambda}$$

дѣленій уровня, гдѣ λ значеніе одного дѣленія уровня. Отсюда правило: для правильной нивеллировки съ коническою трубою слѣдуетъ держать пузырекъ не на серединѣ, а на разстояніи n дѣленій отъ нея, гдѣ n опредѣляется послѣдней формулою.

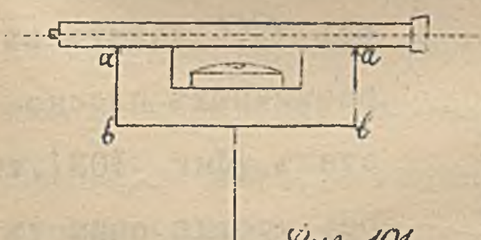
Очевидно, что при соблюденіи условій $a - d$ визирная ось трубы будетъ горизонтальна при всѣхъ поворотахъ нивеллира около вертикальной оси.

§47. <u>2-й типъ. Нивеллиръ глухой.</u> Онъ отличается отъ предыдущаго нивеллира системы Эго лишь тѣмъ, что труба соединена со стойками коромысла неизмѣнно, т.е. не можетъ ни вращаться въ обоймицахъ, ни перекладываться. Уровень прикрѣпляется иногда надъ трубою, иногда подъ трубою. Чтобы привести визирную ось въ горизонтальное положеніе, приводимъ сначала вертикальную ось вращенія въ строго вертикальное положеніе, а ось уровня въ строго горизонтальное положеніе |стр. 66-67|; затѣмъ убѣждаемся, будетъ ли при этомъ визирная ось горизонтальна.

Для этого поступаемъ такъ же, какъ при повѣркѣ горизонтальности оптической оси некомпенсиро-

ваннаго теодолита |§24-3|. а именно, вобьемъ два колышка въ землю на разстоянiи 20-25 саженъ одинъ отъ другого, на одинъ изъ нихъ поставимъ вертикально рейку, надъ другимъ нивеллиръ и приведемъ вертикальную ось его въ строго вертикальное положенiе.
Отсчитаемъ рейку (N) и измѣримъ высоту визирной линiи i надъ колышкомъ. Переставимъ рейку на второй колышекъ, а нивеллиръ надъ первымъ, приведемъ вертикальную ось въ вертикальное положенiе; сдѣлаемъ новый отсчетъ N' и новую высоту инструмента i'. Если $\frac{N+N'}{2} - \frac{i+i'}{2}$ равно нулю, то визирная ось горизонтальна; въ противномъ случаѣ погрѣшность исправляется съ помощью уравнительныхъ винтиковъ при сѣткѣ.

§48. <u>3-й типъ. Нивеллиръ съ перекладною трубою и съ уровнемъ при трубѣ.</u>



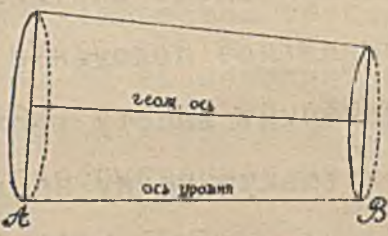
Фиг. 101.

Схематически онъ изображенъ на фиг. 101. Его повѣрки:

I|. <u>ось уровня должна лежать въ одной плоскости съ геометрической осью трубы</u> |около которой происходитъ вращенiе трубы въ подушкахъ|.

Приведемъ ось уровня въ горизонтальное положенiе и повернемъ немного трубу съ уровнемъ вправо и влѣво около геометрической оси.

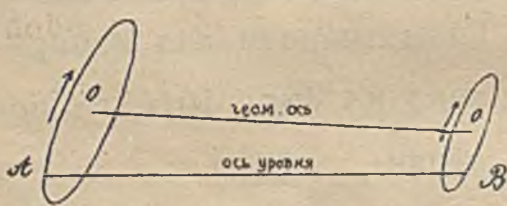
Если ось уровня параллельна геометрической оси, то она опишетъ при этомъ цилиндрическую поверхность, наклонность ея будетъ оставаться одинакова при поворотахъ вправо и влѣво, и пузырекъ не смѣстится съ середины.



Фиг. 102.

Если обѣ оси будутъ въ одной плоскости, но не будутъ параллельны |фиг. 102|, то ось уровня опишетъ коническую поверхность; при поворотѣ вправо и влѣво конецъ A будетъ болѣе подыматься, чѣмъ конецъ B, и пузырекъ при обоихъ поворотахъ будетъ смѣщаться къ одному и тому же концу уровня A.

Если наконецъ ось уровня AB и геометрическая ось OO лежатъ въ различныхъ плоскостяхъ |фиг. 103|, то ось уровня опишетъ однополый гиперболоидъ вращенія.



Фиг. 103.

При поворотѣ въ одну сторону |по стрѣлкѣ| конецъ A будетъ подыматься, B опускаться и пузырекъ будетъ смѣщаться къ концу A уровня; при поворотѣ же въ другую сторону пузырекъ перейдетъ къ концу B.

Итакъ, чтобы сдѣлать упомянутую выше повѣрку, слѣдуетъ привести пузырекъ уровня на середину помощью подъемныхъ винтовъ и затѣмъ поворачивать немного трубу въ обоймицахъ въ ту и другую сторону. Если при этихъ поворотахъ пузырекъ будетъ смѣщаться въ различныя стороны, то это будетъ служить признакомъ, что геометрическая ось и ось уровня лежатъ въ различныхъ плоскостяхъ. Для приведенія ихъ въ одну плоскость служатъ боковые уравнительные винты при уровнѣ.

в|. Слѣдуетъ повѣрить правильность центрировки сѣтки |§46|.

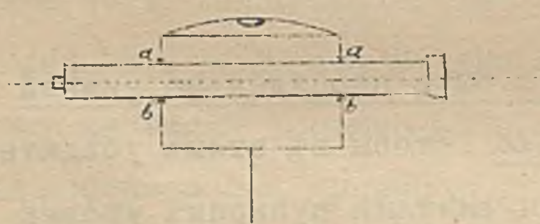
с|. Ось уровня должна быть параллельна нижней образующей трубы aa. Чтобы въ этомъ убѣдиться, приводимъ подъемными винтами пузырекъ уровня на середину, затѣмъ перекладываемъ трубу въ обоймицахъ и смотримъ, остался ли пузырекъ на серединѣ. Если нѣтъ, то на половину возвращаемъ его назадъ подъемными винтами, на половину уравнительнымъ винтомъ при уровнѣ. Весь этотъ процессъ слѣдуетъ повторить во второй, иногда и въ третій разъ, вообще до тѣхъ поръ, пока при обоихъ положеніяхъ трубы пузырекъ не будетъ оставаться на серединѣ. Это будетъ служить признакомъ горизонтальности оси уровня и нижней образующей трубы, т.е. признакомъ параллельности обѣихъ этихъ прямыхъ.

d|. Слѣдуетъ привести вертикальную ось вращенія въ строго вертикальное положеніе, дѣйствуя подъемными винтами и уравнительными винтами при стойкѣ *ав* |стр. 66-67|.

е|. Слѣдуетъ убѣдиться въ равенствѣ цапфъ.

§49. 4-й типъ. Нивеллиръ съ перекладною трубою и съ наставнымъ уровнемъ. Схематически инъ изображенъ на фиг. 104. Поправки его слѣдующія:

а|. Ось уровня должна лежать въ одной плоскости съ геометрической осью трубы. См. §48-*а*. Вмѣсто поворачиванія трубы слѣдуетъ отклонять уровень въ ту и другую сторону но такъ, чтобы его ножки постоянно прикасались къ цапфамъ трубы.



Фиг. 104.

в|. Слѣдуетъ повѣрить правильность центрировки сѣтки |§46|.

c| Слѣдуетъ достигнуть параллельности оси уровня и верхней образующей трубы *аа*.

Для этого приводимъ подъемными винтами пузырекъ уровня на середину, затѣмъ перекладываемъ уровень и, если пузырекъ сойдетъ, то на половину возвращаемъ его назадъ подъемными винтами и на

половину уравнительными винтиками при уровнѣ.
Процессъ этотъ повторяемъ до тѣхъ поръ, пока при обоихъ положеніяхъ уровня пузырекъ не будетъ оставаться на серединѣ. Цѣль будетъ достигнута.

d|. Убѣдиться въ равенствѣ цапфъ. Приводимъ пузырекъ на середину, приподнимаемъ уровень, перекладываемъ трубку въ обоймицахъ и ставимъ опять уровень. Если пузырекъ останется на серединѣ, то цапфы одинаковы.

e|. Приводимъ вертикальную ось вращенія въ строго вертикальное положеніе.

§50. Общія замѣчанія о нивеллирахъ. Если нивеллиры вывѣрены такъ, какъ это показано въ §§46-49,

то стоитъ только привести подъемными винтами пузырекъ уровня на середину, и мы можемъ быть убѣждены, что визирная ось будетъ горизонтальна.
Но такъ какъ никогда нельзя полагаться на то, что инструментальныя погрѣшности вполнѣ устранены, то нивеллировку надо всегда производить такъ, чтобы оставшіяся погрѣшности по возможности компенсировались. Для этого, произведя отсчетъ на рейкѣ, слѣдуетъ переложить трубу въ обоймицахъ, повернуть ее около геометрической оси на 180° и повторить отсчетъ.

Въ среднеариѳметическомъ обоихъ отсчетовъ исчезнутъ ппогрѣшности отъ неправильной центрировки сѣтки и отъ непараллельности оси уровня съ нижней или верхней образующей |смотря по конструкціи нивеллира|, |см. напр. §46, п. *в* и *с*|.

Наблюденія надо располагать слѣдующимъ образомъ: сначала сдѣлать взглядъ назадъ, потомъ взглядъ впередъ, затѣмъ, переложивъ и повернувъ трубу, сдѣлать взглядъ впередъ и, наконецъ, взглядъ назадъ. Въ среднеариѳметическомъ обоихъ взглядовъ на каждую рейку исчезнутъ не только вышеупомянутыя двѣ погрѣшности, но также исчезнутъ отчасти погрѣшности отъ осѣданія нивеллира во время наблюденія.

Въ глухихъ нивеллирахъ этой компенсаціи производить нельзя, поэтому ими слѣдуетъ только пользоваться при нивеллированіи изъ середины. Но зато глухіе нивеллиры имѣютъ то преимущество передъ другими, что въ нихъ не можетъ осѣдать пыль на цапфы и обоймицы; въ нивеллирахъ съ перекладными трубами осѣданіе пыли вызываетъ погрѣшности равносильныя неравенству цапфъ, вліяніе которыхъ не можетъ быть устранено перекладываніемъ трубы въ обоймицахъ.

§51. <u>О задачахъ нивеллированія</u>. Помощью нивеллированія рѣшаются слѣдующія задачи:

I. Опредѣленіе разности высотъ двухъ удаленныхъ марокъ |реперовъ|.

2. Продольная нивеллировка для составленія продольнаго профиля.

3. Продольная и поперечная нивеллировка.

4. Нивеллировка сплошныхъ пространствъ.

Разсмотримъ эти задачи каждую въ отдѣльности.

1. Для опредѣленія разности высотъ двухъ удаленныхъ реперовъ слѣдуетъ выбрать рядъ промежуточныхъ точекъ, такъ, чтобы разность высотъ двухъ послѣдовательныхъ точекъ можно было опредѣлить при одной установкѣ нивеллира, т.е. простымъ нивеллированіемъ. Каждое простое нивеллированіе производится изъ середины, рейки устанавливаются или на колышки вбитые вровень съ землей или на желѣзные башмаки, которые переносятся вмѣстѣ съ рейками. Въ послѣднемъ случаѣ слѣдовъ промежуточныхъ точекъ не останется.

Всю задачу сложнаго нивеллированія слѣдуетъ выполнить два раза, нивеллируя сначала отъ перваго репера ко второму, потомъ отъ второго къ первому. Въ среднемъ исключаются въ значительной степени погрѣшности отъ осѣданія реекъ.

2. При нивеллированіи для составленія продольнаго профиля слѣдуетъ вдоль нивеллируемой линіи

устроить рядъ пикетовъ приблизительно на разстоянiи 50 саженъ одинъ отъ другого. Каждый пикетъ состоитъ изъ точки, т. е. колышка, вбитаго вровень съ землею, и кола, вбитаго рядомъ и носящаго номеръ точки. Точки эти называются связующими и отмѣтки ихъ вычисляются возможно тщательно, чтобы ошибка, сдѣланная въ отмѣткѣ одной точки, не передавалась на другiя. Для этого нивеллировка этихъ точекъ производится изъ середины и, если это возможно, отсчеты на рейкахъ дѣлаются двойные съ переложенiемъ и поворотомъ трубы нивеллира.

Если между двумя рядомъ стоящими связующими точками есть возвышенiя и углубленiя, то самыя характерныя точки изгиба принимаются за промежуточныя точки; въ нихъ можно устанавливать рейки безъ колышковъ прямо на землю и отсчетъ на рейкѣ въ этихъ точкахъ дѣлается только одинъ |переднiй|.

Форма журнала для нивеллировки можетъ быть слѣдующая:

№ пикета	Разстоянiе	Взгляды		Превышенiе	Отмѣтка
		Заднiй	Переднiй		
1		767			10.000
	50				
2		1108	706	+ 61	10.061
	50				
3		736	1021	+ 87	10.148
	50				
4			743	- 7	10.141

При первомъ положенiи нивеллира между пикетами I и 2 записаны: взглядъ назадъ |т.е. на пикетъ № I| 0,767 саж. и взглядъ впередъ |т.е. на пикетъ № 2| 0,706 саж. Превышенiе передней точки № 2 надъ задней № I будетъ |§42|

$$0,767 - 0,706 = 0,061 \text{ саж.}$$

Отмѣтка точки № I принята условно равною I0 саж., а потому отмѣтка точки № 2 будетъ I0,06I.

Слѣдуетъ обратить вниманiе на то, что для вычисленiя превышенiя надо вычитать два отсчета, записанные въ различныхъ строчкахъ.

При вычерчиванiи профиля масштабъ для вертикальныхъ разстоянiй принимается въ I0 - I00 разъ крупнѣе, чѣмъ для горизонтальныхъ, такъ что крутизна изображается на чертежѣ всегда сильно преувеличенною.

3. Иногда надо имѣть понятiе о рельефѣ мѣстности вдоль цѣлой полосы шириною въ I0 - 20 саж. Тогда производятъ продольную нивеллировку вдоль средней линiи |магистрали|, затѣмъ во всѣхъ точкахъ магистрали |т.е. въ связующихъ и промежуточныхъ| возставляютъ къ ней перпендикуляры, которые нивеллируются съ меньшею тщательностью. Какъ результатъ этой двойной нивеллировки получается продольный и поперечные профиля.

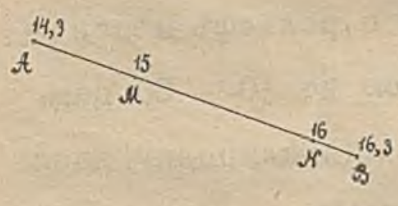
4. При нивеллированіи сплошныхъ пространствъ поступаютъ различнымъ образомъ.

Или разбиваются на мѣстности линіи, наиболѣе характеризующія ея рельефъ, и затѣмъ эти линіи нивеллируются и снимаются на планъ.

Или вся мѣстность разбивается предварительно на квадраты и помощью нивеллировки находятся отмѣтки всѣхъ вершинъ квадратовъ.

Или же на мѣстности разыскиваются точки съ одинаковыми отмѣтками, т.е., лежащія на одной и той же горизонтали, и затѣмъ разбитыя такимъ образомъ на мѣстности горизонтали снимаются на планъ.

Точнѣе всего изображается рельефъ мѣстности на планѣ помощью горизонталей. Чтобы вычертить горизонтали, когда извѣстны отмѣтки большого числа точекъ на планѣ, поступаютъ слѣдующимъ образомъ.



Фиг. 105.

Пусть имѣются двѣ точки *A* и *B* съ отмѣтками 14,3 саж. и 16,3 саж. и требуется найти точки *M* и *N* на прямой *AB* съ отмѣтками 15 и 16 саж., т.е. лежащія на горизонталяхъ 15 и 16 саж.

Предполагая, что мѣстность повышается отъ *A* къ *B* равномѣрно, найдемъ положеніе точекъ *M* и *N* изъ пропорцій:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{15 - 14,3}{16,3 - 14,3} \quad и \quad \frac{AN}{AB} = \frac{16 - 14,3}{16,3 - 14,3},$$

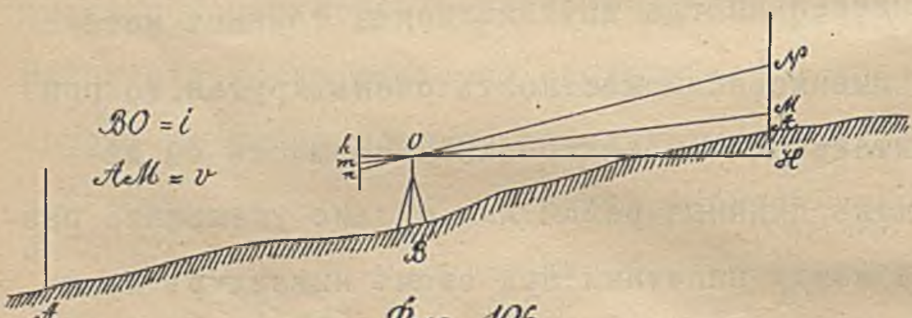
откуда

$$AM = \frac{0,7}{2} \cdot AB \quad и \quad AN = \frac{1,7}{2} AB.$$

Получивъ рядъ точекъ съ отмѣткою 15 и соединивъ ихъ отъ руки или помощью лекала, получимъ горизонталь 15. Подобнымъ образомъ вычерчиваются и другія горизонтали.

§52. Нивеллиръ Штампфера. Описанный въ предыдущихъ параграфахъ методъ нивеллированія помощью горизонтальнаго визированія оказывается въ нѣкоторыхъ случаяхъ очень неудобнымъ на практикѣ и замѣняется иногда другимъ менѣе точнымъ методомъ. А именно, если мѣстность очень крутая, то при горизонтальномъ нивеллированіи пришлось бы дѣлать очень длинныя рейки или сильно уменьшать разстоянія между пикетами; при этомъ нивеллиръ пришлось бы ставить въ сторонѣ, далеко отъ нивеллируемой линіи. Все это чрезвычайно тормозило бы ходъ работъ; поэтому при нивеллированіи по крутымъ скатамъ пользуются иногда нивеллиромъ Штампфера, дающимъ возможность наклонять визирную линію къ горизонту до нѣсколькихъ градусовъ и точно оцѣнивать ее наклоненіе помощью особаго элевaціоннаго винта. Шляпка этого винта раздѣлена на 100 равныхъ ча-

стей;помощью указателя при шляпкѣ можно оцѣнивать повороты винта съ точностью до 0,I дѣленія шляпки,т.е. до 0,00I оборота винта.Полное число оборотовъ винта замѣчается по шкалѣ на окулярной обоймицѣ|см,рисунки и инструментъ въ геод.кабинетѣ|.
Приведеніе оси уровня въ горизонтальное положеніе и вертикальной оси вращенія въ строго вертикальное положеніе производится помощью элевацiоннаго винта и двухъ подъемныхъ винтовъ.
Повѣрка параллельности оси уровня и визирной оси производится также,какъ и въ нивеллирѣ Эго.
Теорія нивеллира Штампфера состоитъ въ слѣдующемъ. Пусть требуется опредѣлить превышеніе точ-



Фиг. 106.

ки A надъ B .Устанавливаемъ въ B нивеллиръ,въ A вертикальную рейку съ двумя марками M и N ,разстояніе между которыми $MN = l$ извѣстно.
Пусть отсчетъ на элевацiонномъ винтѣ nk при горизонтальномъ положеніи визирной оси будетъ k , а при наведеніи трубы на марки M и N пусть от-

счеты на томъ же винтѣ будутъ m и n. Тогда разстоянія hm и mn, выраженныя въ единицахъ хода винта, будутъ соотвѣтственно $h-m$ и $m-n$.

Вслѣдствіе параллельности линій NH и nh имѣемъ.

$$\frac{HN}{MN} = \frac{h-m}{m-n},$$

откуда превышеніе M надъ O будетъ

$$HM = l.\frac{h-m}{n-m}.$$

Называя высоту инструмента надъ поверхностью земли черезъ i, разстояніе MA нижней марки до конца рейки черезъ v, найдемъ искомое превышеніе точки A надъ B по формулѣ

$$A/B = l.\frac{h-m}{n-m} + i - v + 0{,}42\frac{d^2}{R},$$

въ которой послѣдній членъ выражаетъ поправку отъ сферичности земли и рефракціи.

Нивелліръ Штампфера снабженъ горизонтальнымъ лимбомъ и дальномѣромъ, вслѣдствіе чего онъ можетъ служить не только для нивеллировки, но и для съемки.

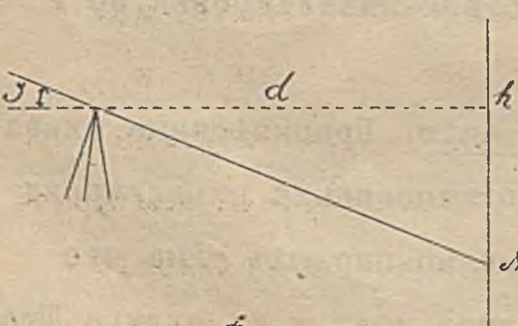
§53. Точное нивеллированіе. Прецизіонные нивелліры отличаются отъ обыкновенныхъ нивелліровъ съ перекладными трубами во-первыхъ тѣмъ, что имѣютъ элеваціонный винтъ, какъ у нивелліра Штампфера, но этотъ винтъ не служитъ здѣсь для измѣренія наклоненія визирной оси, а лишь для болѣе точнаго приведенія пузырька уровня на середину; во-вторыхъ тѣмъ, что трубы ихъ служатъ дальномѣрами, для чего онѣ имѣютъ не одну, а три горизонтальныхъ нити.*)

Приблизительная установка такихъ нивеллировъ производится подъемными винтами, окончательно же ось уровня приводится въ горизонтальное положеніе болѣе тонкимъ элеваціоннымъ винтомъ.

Не смотря на это приспособленіе, не полагаются на точность установки пузырька уровня, но опредѣляютъ при каждомъ отсчетѣ рейки наклоненіе оси уровня. Для этого отсчитываютъ оба конца пузырька, считая отсчетъ со стороны окуляра положительнымъ; полусумма этихъ отсчетовъ, умноженная на значеніе одного дѣленія уровня, покажетъ, на сколько наклонена ось уровня со стороны окуляра.

Если допустимъ, что ось уровня со стороны окуляра приподнята на i'', а визирная ось надъ осью уровня на θ, то наклоненіе визирной оси со стороны окуляра будетъ

$$\mathcal{J} = i + \theta.$$



Фиг. 107.

Вслѣдствіе этой наклонности мы отсчитываемъ на

---

*) Дальномѣры устраиваются впрочемъ часто и въ обыкновенныхъ нивеллирахъ.

рейкѣ hN дѣленіе N вмѣсто h, которое получили бы при горизонтальномъ визированіи. Поправка, которую надо придать къ сдѣланному отсчету будетъ

$$h-N = d\,tg\,J = d\,J\,\text{arc}\,1'' = d(i+\theta)\,\text{arc}\,1''$$

$$h = N + d\,(i+\theta)\,\text{arc}\,1'' \quad \ldots\ldots (a)$$

Уголъ θ между визирною осью и осью уровня опредѣляется при точномъ нивеллированіи раза 2-3 въ день слѣдующимъ образомъ.

Надъ точками A и B земной поверхности ставятъ двѣ рейки. Съ нивеллиромъ становятся поближе къ одной изъ нихъ, напр. A, и визируютъ сначала на одну рейку, потомъ на другую. Получаемъ согласно формулѣ $|a|$:

$$h_a = N_a + d_a(i_a+\theta)\,\text{arc}\,1'',$$
$$h_b = N_b + d_b(i_b+\theta)\,\text{arc}\,1'',$$

откуда превышеніе B надъ A получится:

$$B/A = h_a - h_b = N_a - N_b + (d_a i_a - d_b i_b)\,\text{arc}\,1'' + (d_a - d_b)\,\theta\,\text{arc}\,1''$$

Во второй части всѣ члены кромѣ послѣдняго извѣстны: N_a и N_b непосредственные отсчеты, d_a и d_b находятся по дальномѣру, i_a и i_b по отсчетамъ на уровнѣ. Назвавъ группу извѣстныхъ членовъ для краткости черезъ K, перепишемъ послѣднее уравненіе слѣдующимъ образомъ:

$$B/A = K + (d_a - d_b)\,\theta\,\text{arc}\,1''$$

Ставъ теперь съ нивеллиромъ поближе къ другой точкѣ $\mathcal{B}$,и сдѣлавъ новые отсчеты,найдемъ:

$$\mathcal{B}/_{\mathcal{A}} = \mathcal{K}' + (d'_a - d'_b)\,\theta . arc\,1''$$

Откуда вычитаніемъ получаемъ

$$\theta = \frac{\mathcal{K}' - \mathcal{K}}{(d_a - d_b) - (d'_a - d'_b)} \cdot 206265''$$

Опредѣливъ такимъ образомъ уголъ θ, мы можемъ потомъ всѣ отсчеты исправлять по формулѣ $|\alpha|$.

Изъ всего изложеннаго мы видимъ, что различіе между точной нивеллировкой и обыкновенной въ принципѣ заключается въ слѣдующемъ: при обыкновенномъ нивеллированіи послѣ повѣрки и установки инструмента мы считаемъ визирную линію строго горизонтальною, при точномъ же нивеллированіи, не смотря на строгую повѣрку, мы все таки стараемся оцѣнить, измѣрить оставшіяся инструментальныя погрѣшности и исключить ихъ вліяніе на результатъ.

Дальнѣйшее различіе состоитъ въ томъ, что при точномъ нивеллированіи производится отсчетъ по тремъ горизонтальнымъ нитямъ и берется среднее для уменьшенія вліянія случайныхъ ошибокъ въ отсчетахъ. Кромѣ того берется разность отсчетовъ между крайними нитями для опредѣленія разстоянія отъ нивеллира до рейки.

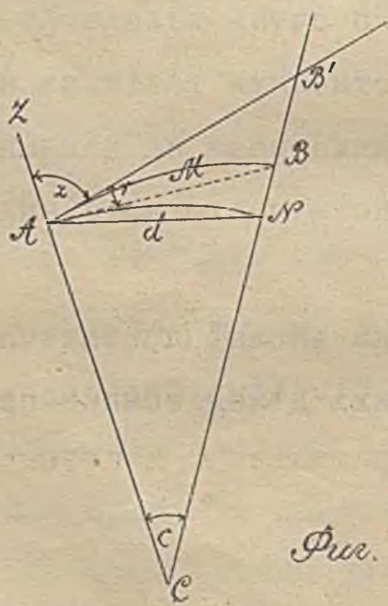
Рейки при точномъ нивеллированіи берутся оборотныя. Одна сторона изъ раздѣлена на двухсотыя доли сажени, другая на сантиметры: отсчеты дѣлаются по тѣмъ и другимъ дѣленіямъ, а чтобы повороты реекъ производились плавно, рейки устанавливаются на желѣзные башмаки. Нивеллиръ устанавливается возможно точно на равныхъ разстояніяхъ отъ реекъ. Порядокъ записей такой: берется сначала взглядъ назадъ на одной сторонѣ рейки, потомъ взглядъ впередъ, далѣе взглядъ впередъ на другой сторонѣ рейки и взглядъ назадъ на другой сторонѣ рейки. Каждый разъ запись дѣлается по тремъ нитямъ и отсчитывается уровень.

Изъ сказаннаго слѣдуетъ, что при точномъ нивеллированіи гораздо болѣе работы, чѣмъ при обыкновенномъ, но зато точность его очень велика. Къ точнымъ нивеллировкамъ принято относить такія, въ которыхъ ошибка менѣе 5 миллиметровъ на каждый километръ; но эта ошибка падаетъ часто до I миллиметра и болѣе.

Обыкновенная нивеллировка вполнѣ достаточна для обыкновенныхъ техническихъ цѣлей: точная примѣняется для научныхъ цѣлей.

ГЕОДЕЗИЧЕСКОЕ НИВЕЛЛИРОВАНІЕ.

§54. Геодезическимъ или тригонометрическимъ нивеллированіемъ называется такое, въ которомъ разность уровней двухъ точекъ находится тригонометрическимъ вычисленіемъ, когда дано горизонтальное разстояніе между ними и зенитное разстояніе одной изъ нихъ относительно другой. Геодезическое нивеллированіе производится обыкновенно одновременно съ тріангуляціей. При выводѣ формулъ для геодезическаго нивеллированія будемъ принимать, что уровенныя поверхности |напр. AN |суть сферическія, имѣющія общій центръ въ центрѣ земли C.



Фиг. 108.

Пусть A и B двѣ точки земной поверхности, разность высотъ которыхъ BN подлежитъ опредѣленію. Пусть BA будетъ световой лучъ, идущій изъ B въ A, такъ что, визируя изъ A на B, мы увидимъ точку B' приподнятою на уголъ r и потому измѣренное зенитное разстояніе z будетъ уголъ ZAB', а истинное будетъ:

$$\measuredangle\ ZAB = z + r,$$

гдѣ r земная рефракція. Изъ многочисленныхъ наблюденій найдено, что $r = \frac{k}{2} C$, гдѣ k - постоянный коэффиціентъ, равный приблизительно 0,16, а C-уголъ при центрѣ земли, выраженный въ абсолютной мѣрѣ | ср. § 43|. Опредѣлимъ BN по z и d.

Изъ треугольника ABN имѣемъ

$$BN = H_b - H_a = d \cdot \frac{\sin BAN}{\sin ABN};$$

но

$$\measuredangle\ BAN = 180^\circ - (z + r) - \left(90^\circ - \frac{c}{2}\right) = 90^\circ - \left(z + r - \frac{c}{2}\right) =$$

$$= 90^\circ - \left[z - (1 - k)\frac{c}{2}\right]; \quad \measuredangle\ ABN = z + r - c = z - \left(1 - \frac{k}{2}\right)c,$$

а потому

$$H_b - H_a = d\,\frac{\cos\left[z - (1 - k)\frac{c}{2}\right]}{\sin\left[z - \left(1 - \frac{k}{2}\right)c\right]}.$$

Вслѣдствіе малости угла c можемъ пренебречь величинами 2 порядка относительно c и потому получимъ:

$$H_b - H_a = d\,\frac{\cos z + (1 - k)\frac{c}{2}\sin z + \cdots}{\sin z - \left(1 - \frac{k}{2}\right)c \cdot \cos z + \cdots}$$

Послѣднимъ членомъ въ знаменателѣ тоже пренебрегаемъ вслѣдствіе малости c и $\cos z$;принимая кромѣ того

$$c = \frac{d}{R},$$

найдемъ окончательно

$$H_b - H_a = d.\cot g z + \frac{1-k}{2R} d^2.$$

Послѣдній членъ есть поправка отъ кривизны земли и рефракціи.

Такъ какъ въ дѣйствительности наблюденія производятся не съ самой точки A, а съ высоты инструмента i_a и визируется не точка B, а сигналъ, стоящій надъ B на нѣкоторой высотѣ v_b, то разность высотъ будетъ:

$$H_b - H_a = d.\cot g z + \frac{1-k}{2R} d^2 + i_a - v_b \dots\dots (1)$$

Эта формула называется формулою для <u>одностороннихъ зенитныхъ разстояній</u>.

Полагая теперь, что инструментъ установленъ въ B на высотѣ i_b , а сигналъ въ A на высотѣ v_a и называя зенитное разстояніе точки A, измѣренное изъ B, черезъ z', найдемъ согласно |I| мѣняя лишь b на a и наоборотъ:

$$H_a - H_b = d.\cot g z' + \frac{1-k}{2R} d^2 + i_b - v_a \dots\dots (2)$$

Полуразность последнихъ формулъ даетъ:

$$\mathcal{H}_b - \mathcal{H}_a = d\,\frac{\cot g\, z - \cot g\, z'}{2} + \frac{i_a - v_a}{2} - \frac{i_b - v_b}{2} \quad \ldots\ldots (3)$$

Это такъ называемая формула для взаимныхъ зенитныхъ разстояній. Въ ней рефракція исчезаетъ но въ предположеніи, что атмосферныя условія при обоихъ визированіяхъ были одинаковы.

Полусумма тѣхъ же формулъ |I| и |2| даетъ:

$$-\frac{1-k}{2R}\,d^2 = d\,\frac{\cot g\, z + \cot g\, z'}{2} + \frac{i_a + i_b}{2} - \frac{v_a + v_b}{2}, \quad \ldots\ldots (4)$$

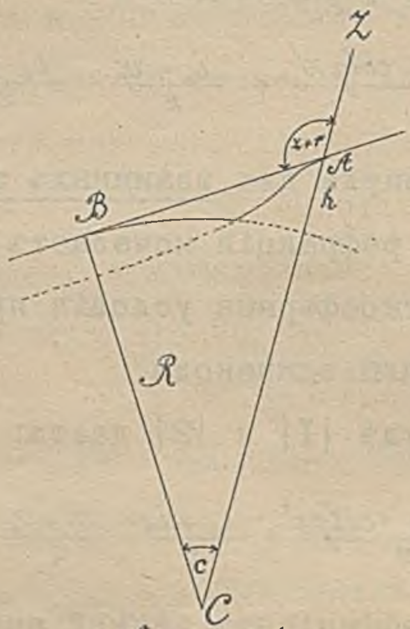
откуда опредѣляется коэффиціентъ земной рефракціи.

§55. Абсолютныя отмѣтки. Указанными выше способами находятся лишь превышенія однѣхъ точекъ надъ другими |относительныя отмѣтки|.

Желая имѣть высоты пунктовъ надъ уровнемъ моря |абсолютныя отмѣтки|, надо непосредственно опредѣлить высоту надъ уровнемъ моря по крайней мѣрѣ одного изъ нивеллирныхъ пунктовъ. Для этого измѣримъ видимое зенитное разстояніе z какой нибудь точки B линіи горизонта на морѣ.

Называя земную рефракцію черезъ r, находимъ истинное зенитное разстояніе точки B; $\angle zAB = z + r$ и пишемъ

$$R = (h + R)\cos c,$$



Фиг. 108'.

$$h = R\frac{2\sin^2\frac{c}{2}}{\cos c}$$

или приблизительно

$$h = \frac{1}{2}R\,tg^2 c;$$

но

$$c = z + r - 90^\circ = z + \frac{1}{k}c - 90^\circ,$$

откуда

$$c = \frac{z-90^\circ}{1-\frac{1}{2}k} = (z-90)(1+\frac{1}{2}k+\dots),$$

а посему

$$h = \frac{1}{2}R\,tg^2\left[(1+\frac{1}{2}k)(z-90^\circ)\right].$$

Вслѣдствіе приливовъ и отливовъ мы не получимъ вообще высоты h надъ среднимъ уровнемъ моря. Надо произвести нѣсколько наблюденій въ соотвѣтственные моменты и взять среднее.

§56. О коэффиціентѣ k. Коэффиціентъ земной рефракціи можно опредѣлить или по формулѣ |4| или же по формулѣ |I|, если въ ней предварительно будетъ найдено $H_b - H_a$ помощью топографическаго нивеллированія. Теорія и наблюденія показываютъ, что этотъ коэффиціентъ зависитъ отъ угла наклоненія визирной линіи и отъ метеорологическихъ условій, слѣдовательно онъ долженъ измѣняться по часамъ дня и временамъ года.

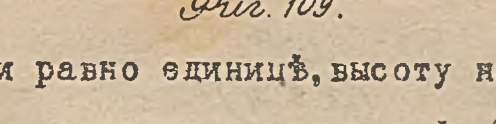
При нормальныхъ условіяхъ коэффиціентъ k колебается въ теченіе сутокъ отъ 0,1 до 0,2, достигая максимума при восходѣ и закатѣ солнца, минимума около полудня. Иногда бываютъ случаи, что k становится даже отрицательнымъ.

Въ среднемъ изъ многихъ европейскихъ наблюденій k оказывается равнымъ 0,13; въ Россіи и въ Франціи принимается въ среднемъ $k = 0,16$.

ФИЗИЧЕСКОЕ НИВЕЛЛИРОВАНІЕ.

Задача физическаго нивеллированія состоитъ, какъ извѣстно, въ опредѣленіи разности высотъ двухъ пунктовъ по измѣреннымъ въ нихъ атмосфернымъ давленіямъ.

§57. Формула Лапласа. Вообразимъ атмосферу въ равновѣсіи и въ ней точку M на высотѣ H надъ уровнемъ моря NL. Выдѣлимъ при ней безконечно малый цилиндрическій слой воздуха. Пусть основаніе этого цилиндра горизонтально



Фиг. 109.

и равно единицѣ, высоту назовемъ черезъ dH, плотность воздуха въ точкѣ M черезъ ς, напряженіе силы тяжести въ точкѣ M черезъ g. Вѣсъ этого цилиндра будетъ $\varrho \cdot g \cdot dH$. Это выраженіе даетъ очевидно разность атмосферичныхъ давленій на верхнее и нижнее основаніе цилиндра. Называя поэтому черезъ dp приращеніе давленія при повышеніи на высоту dH, получимъ

$$dp = -\varrho \cdot g \cdot dH \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Это дифференціальное уравненіе устанавливаетъ искомое соотношеніе между атмосфернымъ давленіемъ p и высотою надъ уровнемъ моря H. При интегрированіи его надо обратить вниманіе на то, что ϱ и g суть функціи высоты H.

Называя радіусъ земли черезъ R, называя черезъ g_φ напряженіе силы тяжести въ точкѣ N, имѣемъ по закону Ньютона:

$$g = g_\varphi \frac{R^2}{(R+H)^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

а по закону Маріотта и Гей Люссака

$$\varrho = k \frac{p}{1+\varepsilon t} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

гдѣ ε обозначается коэффиціентъ расширенія воздуха на I° Цельзія, а k постоянное число.

Внесемъ послѣднія два выраженія въ |I|:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{k}{1+\varepsilon t} g_\varphi \cdot R^2 \frac{dH}{(R+H)^2}.$$

Температура воздуха мѣняется съ высотой; но для облегченія интеграціи, а также вслѣдствіе того, что законъ паденія температуры съ высотой точно не извѣстенъ, мы примемъ вмѣсто перемѣннаго t постоянное его значеніе t_m равное напримѣръ средне - ариѳметическому температуръ въ обѣихъ нивеллируемыхъ точкахъ M_1 и M_2. Называя высоты ихъ надъ уровнемъ моря черезъ H_1 и H_2, атмосферныя давленія въ нихъ черезъ p_1 и p_2, получаемъ послѣ интегрированія послѣдняго уравненія между предѣлами H_1 и H_2:

$$\lg p_2 - \lg p_1 = \frac{m}{1+\varepsilon t_m} g_\varphi R^2 \left(\frac{1}{R+H_2} - \frac{1}{R+H_1} \right),$$

гдѣ m модуль обыкновенныхъ логариѳмовъ равный 0,43429. Формулу эту переписываемъ такъ:

$$H_2 - H_1 = \frac{1}{m.k.} \cdot \frac{1+\varepsilon.t_m}{g_\varphi} \cdot \frac{R+H_2}{R} \cdot \frac{R+H_1}{R} \cdot \lg \frac{p_1}{p_2}$$

Извѣстно, что

$$g_\varphi = g_{45^\circ}(1 - \beta . \cos 2\varphi)\,;\ \beta = 0{,}00265\,;\ g_{45^\circ} = 9{,}80596.$$

Называя поэтому постоянное произведеніе

$$\frac{1}{m.\,k.\,g_{45^\circ}} = C - \text{прибл. } 18400^{(m)},$$

получаемъ искомую формулу для разности высотъ двухъ точекъ h

$$h = H_2 - H_1 = C \cdot \frac{1+\varepsilon.t_m}{1-\beta.\cos 2\varphi}\left(1+\frac{H_2}{R}\right)\left(1+\frac{H_1}{R}\right) \cdot \lg \frac{p_1}{p_2}.$$

Здѣсь слѣдуетъ сдѣлать упрощенія для вычисленій.

Принимаемъ:

$$\frac{1}{1-\beta.\cos 2\varphi} = 1 + \beta.\cos 2\varphi + \ldots\ldots$$

$$\left(1+\frac{H_2}{R}\right)\left(1+\frac{H_1}{R}\right) = 1 + \frac{H_1+H_2}{R} + \ldots\ldots$$

Имѣемъ:

$$h = H_2 - H_1 = C(1+\varepsilon.t_m)(1+\beta.\cos 2\varphi)\left(1+\frac{H_1+H_2}{R}\right)\lg\frac{p_1}{p_2} \ldots (4)$$

Если давленія p_1 и p_2 измѣрялись высотами столбовъ ртути b_1 и b_2 плотность которой Δ, то имѣемъ:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{g_1.b_1.\Delta}{g_2.b_2.\Delta} = \frac{b_1}{b_2}\left(\frac{R+H_2}{R+H_1}\right)^2 = \frac{b_1}{b_2}\left(1+\frac{h}{R}+\ldots\right)^2 =$$

$$= \frac{b_1}{b_2}\left(1+2\frac{h}{R}+\ldots\right); \quad \lg\frac{p_1}{p_2} = \lg\frac{b_1}{b_2} + 2M.\frac{h}{R}.$$

Внесемъ это въ формулу |4|

$$h = H_2 - H_1 = C(1+\varepsilon.t_m)(1+\beta.\cos 2\varphi)\left(1+\frac{H_2+H_1}{R}\right)\left(\lg\frac{b_1}{b_2}+2M\frac{h}{R}\right) \ldots (5)$$

Это и есть формула Лапласа. Въ ней неизвѣстное h входитъ и во вторую часть; поэтому оно вычисляется по этой формулѣ не непосредственно, а помощью послѣдовательныхъ приближеній. Сначала находимъ приблизительно:

$$h = C.\lg\frac{b_1}{b_2} = 18400\lg\frac{b_1}{b_2}.$$

Это значеніе h вставимъ въ послѣдній членъ $2M\frac{h}{R}$, причемъ ошибка, сдѣланная при этомъ предварительномъ вычисленіи, раздѣлится на большое число R и не окажетъ вліянія на вторичное точное вычисленіе h по формулѣ |5|.

На практикѣ высота h находится по гипсометрическимъ таблицамъ, которыя демонстрировались на лекціи.

§58. Формула Бабине:

$$h = 1600^{(m)} \cdot \frac{b_1 - b_2}{b_1 + b_2}\left(1 + \frac{4}{1000} t_m\right), \ldots (6)$$

уступающая по точности формулѣ Лапласа, даетъ въ среднихъ широтахъ весьма удовлетворительные результаты и, благодаря своей простотѣ, получила большое распространеніе. Она получается изъ |5| если пренебречь малыми членами $\beta \cos 2\varphi$, $\frac{H_1 + H_2}{R}$, $2M\frac{h}{R}$, а $\lg\frac{b_1}{b_2}$ преобразовать слѣдующимъ образомъ:

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{2b_1}{b_1+b_2} : \frac{2b_2}{b_1+b_2} = \frac{b_1 + b_2 + b_1 - b_2}{b_1 + b_2} : \frac{b_2 + b_1 + b_2 - b_1}{b_1 + b_2} = \left(1 + \frac{b_1 - b_2}{b_1 + b_2}\right) :$$

$$: \left(1 - \frac{b_1 - b_2}{b_1 + b_2}\right); \quad \lg\frac{b_1}{b_2} = m\frac{b_1 - b_2}{b_1 + b_2} + \ldots + m\frac{b_1 - b_2}{b_1 + b_2} = 2m\frac{b_1 - b_2}{b_1 + b_2}.$$

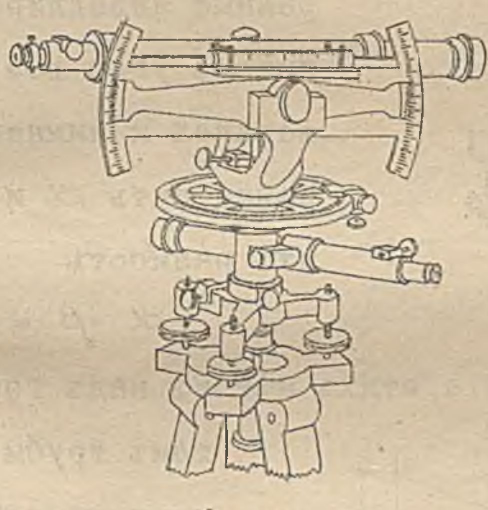
Вставляя это въ |5|, получимъ формулу Бабине, въ которой только коэффиціентъ $\varepsilon = \frac{1}{273}$ замѣненъ черезъ $\frac{4}{1000}$.

Въ производствѣ физическаго нивеллированія почти необходимо участіе двухъ наблюдателей съ двумя барометрами для одновременнаго опредѣленія давленія въ двухъ точкахъ. Иначе во время перехода наблюдателя съ пункта $\mathscr{A}$ на пунктъ $\mathscr{B}$ давленіе въ $\mathscr{A}$ можетъ измѣниться и найденная разность давленій будетъ зависѣть не только отъ разности высотъ, но и отъ измѣненія давленія со временемъ. Если, необходимость заставитъ наблюдателя производить нивеллировку одному, то онъ долженъ разбить всю нивеллировку на рядъ небольшихъ замкнутыхъ обходовъ и опредѣливъ давленіе въ пунктахъ $\mathscr{A}$, $\mathscr{B}$, $\mathscr{C}$, ... опять возвратиться въ пунктъ $\mathscr{A}$. Если давленіе въ $\mathscr{A}$ окажется измѣнившимся, то его надо будетъ проинтерполировать для моментовъ наблюденій въ $\mathscr{B}$, $\mathscr{C}$ и т.д.

НИВЕЛЛИРЪ - ТЕОДОЛИТЪ.

§59. Нивеллиръ-теодолитныя работы состоятъ въ проложеніи ломанныхъ линій на мѣстности, въ опредѣленіи ихъ угловъ и сторонъ съ цѣлью опредѣленія положенія опорныхъ пунктовъ для съемки. Работы эти могутъ замѣнить собою тріангуляцію, но уступаютъ послѣдней по точности; поэтому нивеллиръ-теодолитомъ пользуются иногда въ мѣстностяхъ закрытыхъ, лѣсистыхъ, гдѣ тріангуляція затруднительна и стоитъ очень дорого.

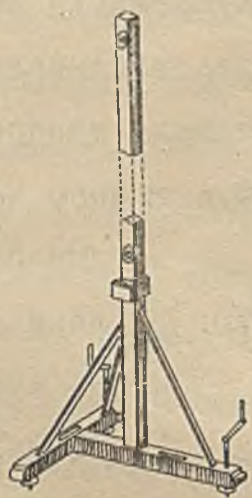
Остановимся лишь на одномъ нивеллиръ-теодолитѣ, весьма распространенномъ въ Россiи и имѣющемся въ нашемъ кабинетѣ. Отличiе его отъ обыкновеннаго теодолита заключается въ слѣдующемъ: I| вмѣсто вертикальнаго круга онъ имѣетъ два вертикальныхъ сектора; 2| дѣленiе на этихъ секторахъ нанесены точнѣе, чѣмъ на горизонтальномъ лимбѣ, а именно черезъ каждые 5′: точность верньера 4″; 3| чувствительность уровня на вертикальной алидадѣ очень велика |около 3″- 4″|; 4| труба не переводится черезъ зенитъ, но перекладывается въ подушкахъ для исключенiя влiянiя коллимацiи; 5| съ горизонтальнымъ лимбомъ скрѣпляется повѣрительная труба.



Фиг. 110.

У всякаго нивеллиръ-теодолита должны быть двѣ рейки, три треноги и два сигнала, которые ставятся на эти треноги.

Рейки устанавливаются на Т - образныхъ подставкахъ, приводятся въ вертикальное положенiе помощью двухъ подъемныхъ винтовъ и двухъ уровней и имѣютъ вмѣсто дѣленiй двѣ марки на разстоянiи $1\frac{1}{2}$ - 2 саженъ.



Фиг. 111.

Теорiя нивеллиръ-теодолита состоитъ въ слѣдующемъ.*)

Предположимъ, что измѣренные нивеллиръ-теодолитомъ углы возвышенiя верхней и нижней мѣтокъ рейки суть α и β, а ихъ разность

$$\alpha - \beta = \Delta$$

Означивъ превышенiе этихъ мѣтокъ надъ горизонтомъ трубы нивеллира черезъ h_α и h_β, а горизонтальное разстоянiе до рейки черезъ d и

Фиг. 112.

принявъ для простоты разстоянiе $\alpha\beta$ между мѣтками за единицу, мы получимъ:

$$h_\alpha = d\,tg\alpha \quad ; \qquad h_\beta = d.\,tg_\beta \; ;$$

$$h_\alpha - h_\beta = 1 = d\,\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\alpha.\cos\beta},$$

*) заимствовано изъ геодезiи Цингера.

откуда

$$d = \frac{\cos\alpha . \cos\beta}{\sin\Delta},$$

$$h_\alpha = \frac{\sin\alpha . \cos\beta}{\sin\Delta},$$

$$h_\beta = \frac{\sin\beta . \cos\alpha}{\sin\Delta}.$$

Вслѣдствіе малости угловъ α, β и Δ ихъ $lg\sin$ вычисляются по формулѣ

$$lg\sin x = lg(x'') + s$$

или даже по формулѣ

$$lg\sin x = lg\sin 1'' + lg(x''),$$

а посему

$$\left.\begin{aligned} lg\, d &= lg\cos\alpha + lg\cos\beta - lg(\Delta'') - lg\sin 1'' \\ lg\, h_\alpha &= lg(\alpha'') - lg(\Delta'') + lg\cos\beta \\ lg\, h_\beta &= lg(\beta'') - lg(\Delta'') + lg\cos\alpha \end{aligned}\right\} \dots (1)$$

Повѣрка.

$$h_\alpha - h_\beta = 1.$$

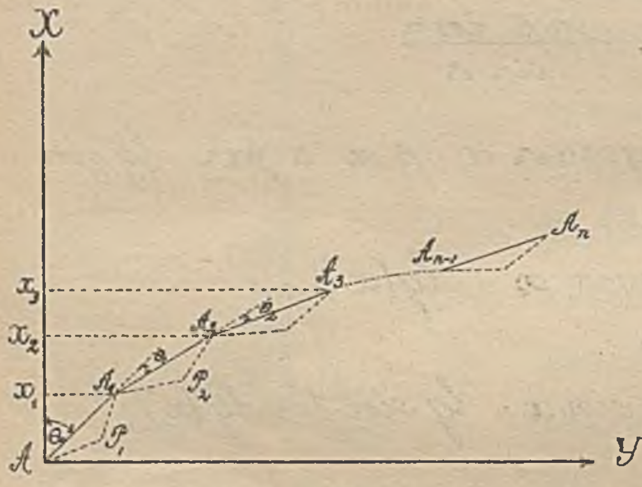
Превышеніе M надъ O будетъ

$$M/O = h_\beta + \overline{OO'} - M\beta + 0{,}42\,\frac{d^2}{R}.$$

Если же кромѣ точки M наблюдалась еще точка M', то

$$M'/M = h'_\beta - h_\beta = h'_\alpha - h_\alpha \dots\dots (1')$$

Пусть работа съ нивеллиръ-теодолитомъ идетъ по направленію $A, A_1, A_2, \ldots$ Когда нивелиръ-теодолитъ стоитъ на одной треногѣ въ точкѣ A_1, тогда на двухъ другихъ треногахъ въ A и A_2 ставятся сигналы для визированія, рейки же P_1 и P_2 ставятъ, какъ показано на чертежѣ. Въ каждой точкѣ A_i измѣряются углы возвышенія обѣихъ мѣтокъ передней и задней рейки, опредѣляются горизонтальнымъ кругомъ направленія



Фиг 113.

какъ на эти рейки, такъ и на предыдущій и на последующій штативы, причемъ повѣрительная труба инструмента наводится обыкновенно на одну изъ реекъ.

Такимъ образомъ во всякомъ треугольникѣ AA_1P_1, образующемся двумя смежными штативами A и A_1 и рейкой P_1 будутъ извѣстны:

$$AP_1 = d\ ,\ A_1P_1 = d_1\ ,\ \sphericalangle P_1AA_1 = e\ ,\ \sphericalangle P_1A_1A = e_1$$

$$AA_1 = D_1 = d\cos e + d_1\cos e_1 \quad \ldots \quad (2)$$

Контроль :

$$d\sin e = d_1\sin e_1 \quad \ldots\ldots \quad (3).$$

Имѣя полигонъ съ извѣстными сторонами $\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2, \ldots$ и внѣшними углами $A A_1 A_2 = 180^\circ + \theta$ и проч., легко вычислить Декартовы координаты и полярныя разстояния различныхъ точекъ $A, A_1, A_2, \ldots$. Называя проекціи отрѣзковъ AA_1, A_1A_2 и т.д. черезъ x_1, y_1, x_2, y_2 и т.д., имѣемъ

$$x_1 = \mathcal{D}_1 \cdot \cos\theta_0, \qquad y_1 = \mathcal{D}_1 \cdot \sin\theta_0,$$

$$x_2 = \mathcal{D}_2 \cdot \cos(\theta_0 + \theta_1), \qquad y_2 = \mathcal{D}_2 \cdot \sin(\theta_0 + \theta_1),$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$x_n = \mathcal{D}_n \cdot \cos(\theta_0 + \theta_1 + \cdots + \theta_{n-1}); \quad y_n = \mathcal{D}_n \cdot \sin(\theta_0 + \theta_1 + \cdots + \theta_{n-1}).$$

Координаты X_n и Y_n какой нибудь точки A_n будутъ:

$$X_n = x_1 + x_2 + \cdots + x_n \quad ; \quad Y_n = y_1 + y_2 + \cdots + y_n,$$

а полярныя координаты точки A_n найдемъ по формуламъ:

$$tg\,\Theta_n = \frac{Y_n}{X_n}, \qquad \rho_n = \frac{X_n}{\cos\Theta_n} = \frac{Y_n}{\sin\Theta_n} \quad \ldots\ldots (4)$$

Этотъ способъ вычисленія координатъ можетъ безопасно примѣняться лишь для разстояній не превышающихъ 40 верстъ. Въ противномъ случаѣ надо принимать въ разсчетъ кривизну земной поверхности |сферическіе избытки|.

Само собой разумѣется, что азимутъ θ_0 перваго элемента полигона AA_1 надо считать напередъ даннымъ или опредѣлить его изъ астрономическихъ наблюденій.

Вычисленіе превышенія точки M_i надъ M_{i-1} равно какъ и горизонтальнаго разстоянія между ними, производится на основаніи формулъ |I - 3| по слѣдующей схемѣ:

$\alpha\beta = 1\frac{1}{2}$ саж.

Точки стоянія:		A_{i-1} Передняя рейка	A_i Задняя рейка
Измѣренные углы	α	$+0°48'0'',5$	$+0°57'43'',0$
	β	$+0°0'18'',6$	$+0°5'30'',0$
	Δ	$0°47'41'',9$	$0°52'13'',0$
	$\lg\alpha$	3,45946	3,53943
	$\lg\cos\beta$	0	0
	$\lg\Delta$	3,45665	3,49595
	$\lg\cos\alpha$	-4.	-6
	$\lg\beta$	1,2695	2,5185.
	$\lg h_\alpha$	0,00281	0,04348
	$\lg h_\beta$	7,8128	9,0225
	h_α	+1,0065	+1,1053 } контроль.
	h_β	+0,0065	+0,1053 }
Превыш.	M_i/M_{i-1}	-0,0988	-0,1482 саж.
Измър. уг.	e	$0°29'45''$	$0°32'36''$
	$\lg\sin e$	7,9372	7,9769
	$\lg d$	1,22888	1,18951
	$\lg\cos e$	-2.	-2.
	$d.\sin e$	0,624	0,624 контроль.
	$d.\cos e$	72,07	65,83
Разстояніе D_i =		137,90	206,85.

ТАХЕОМЕТРИЧЕСКАЯ СЪЕМКА.

Задача тахеометрическихъ работъ состоитъ въ томъ, чтобы возможно скоро, хотя бы и не особенно точно, произвести заразъ съемку и нивеллировку данной мѣстности.

При тахеометрической съемкѣ достаточно только одного визированія на рейку, установленную въ данной точкѣ, чтобы опредѣлить положеніе этой точки на планѣ и ея отмѣтку. Примѣръ тахеометрической съемки точекъ мы имѣли въ §36.

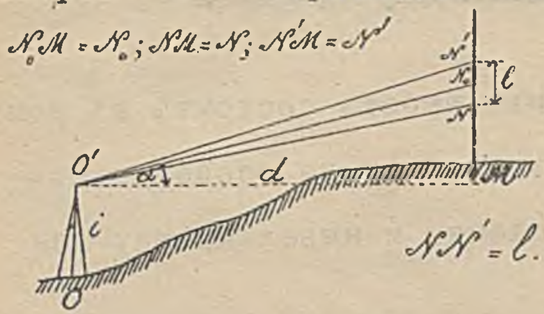
Инструменты, служащіе для этой цѣли, называются тахеометрами. Они бываютъ двухъ родовъ: тахеометры съ вертикальными кругами и тахеометры со шкалами или т. н. тахеометры-проекторы.

§60. Тахеометры съ вертикальнымъ кругомъ.

Новѣйшіе тахеометры этого типа почти ничѣмъ не отличаются отъ теодолитовъ, и всякій теодолитъ |равно какъ и кипрегель| съ дальномѣромъ можетъ служить для тахеометрическихъ работъ.

Отличительная черта тахеометровъ-сильная труба съ дальномѣромъ и отчетливыя, хотя относительно грубыя дѣленія на лимбахъ. Для того, чтобы отсчеты производились легко и скоро, дѣленія на лимбѣ часто наносятся не на металлѣ, а на кости или целулоидѣ.

Теорія тахеометрической съемки чрезвычайно проста. Пусть отсчеты на рейкѣ по 3 нитямъ будутъ N, N_0, N'. Назовемъ разность отсчетовъ по дальномѣрнымъ нитямъ черезъ l, т.е.



Фиг. 114.

$$N' - N = l.$$

Тогда приблизительно |§36 стр. 137, пренебрегая вторымъ коэффиціентомъ дальномѣра|

$$d = A.l.\cos^2\alpha\ , \qquad N_0M = \frac{1}{2}\cdot A.l \sin 2\alpha,$$

гдѣ A коэффиціентъ дальномѣра, близкій къ 100. α наклоненіе визирной линіи $O'N_0$. Называя отмѣтку точки O черезъ H_0, мы получимъ отмѣтку точки M по формулѣ:

$$H_M = (H_0 + i) + \left(\frac{1}{2}\ A.l.\sin 2\alpha - N_0\right)$$

Кромѣ отсчета на вертикальномъ кругѣ для опредѣленія наклоненія α, дѣлается еще отсчетъ на горизонтальномъ кругѣ для опредѣленія азимутальнаго направленія α точки M, а если надо, то дѣлается еще отсчетъ по буссоли для оріентированія относительно магнитнаго меридіана.

Результатомъ всѣхъ отсчетовъ и вычисленій будетъ опредѣленіе полярныхъ координатъ α и d точки M относительно O, равно какъ и опредѣленіе отмѣтки точки M. На практикѣ произведенія $A\,l\cos^2\alpha$ и $\frac{1}{2}A\,l\sin 2\alpha$ берутся изъ таблицъ, расположенныхъ по аргументамъ α и Al. Наиболѣе распространенныя таблицы Іордана.*)

Производство работъ при тахеометрической съемкѣ требуетъ выполненія двухъ задачъ: I| Опредѣленія положенія и отмѣтокъ станцій O, на которыхъ послѣдовательно ставится инструментъ, и

2| опредѣленія положенія и отмѣтокъ пикетовъ.

I|. Станціи обозначаются римскими цифрами I, II, ... и принимаются за вершины полигона хода. Углы измѣряются тѣмъ же тахеометромъ, разстоянія - лентой или цѣпью или въ крайнемъ случаѣ дальномѣромъ тахеометра. Относительныя превышенія станцій опредѣляются помощью горизонтальнаго нивеллированія особымъ нивеллиромъ или тѣмъ же тахеометромъ, для чего труба его снабжается уровнемъ. Разстояніе между станціями не слѣдуетъ принимать болѣе 250 саженъ, разстояніе пикетовъ отъ станціи не болѣе 150 саж.

---

*) Jordan. Hülfstafeln für Tachymetrie.

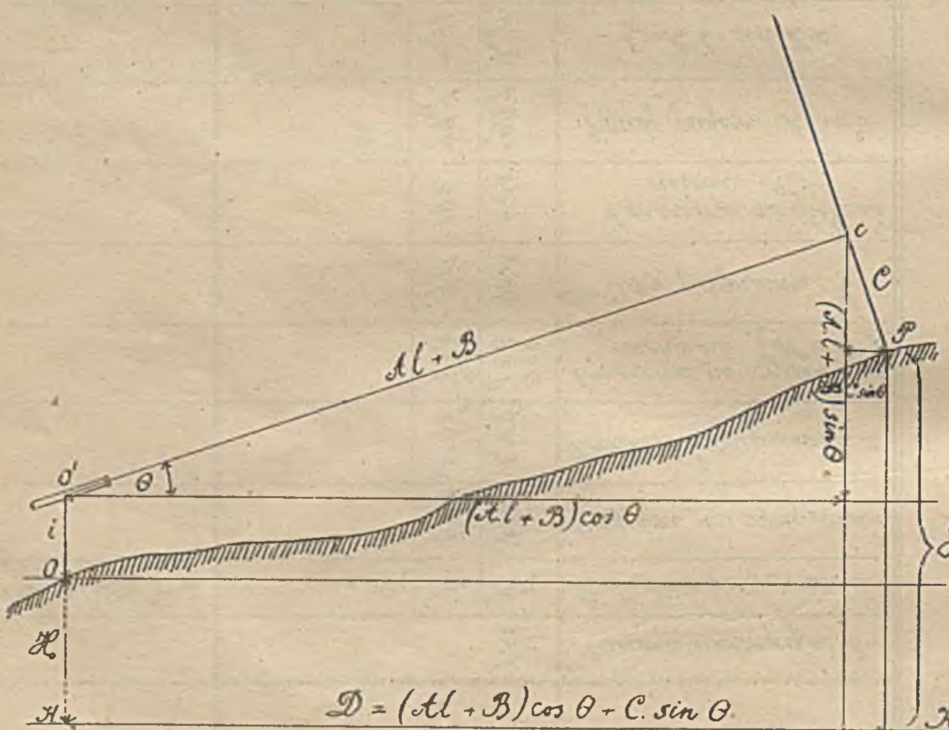
2| Пикеты обозначаются на мѣстности номерованными кольями, на планѣ же пикеты нечетныхъ станцій обозначаются арабскими цифрами, четныхъ-буквами. Пикеты необходимо устанавливать на такихъ точкахъ, которыя характеризуютъ собою рельефъ мѣстности.

При всѣхъ станціяхъ и пикетахъ, нанесенныхъ на планъ, записываются ихъ отмѣтки, по которымъ потомъ вычерчиваются горизонтали |§51|. Помощью при этомъ является эскизъ |кроки| снимаемаго участка, на которомъ на глазъ наносятся пикеты и характеръ неровностей около нихъ.

Для наглядности приводимъ журналъ тахеометрической съемки |см. стр. 203|.

Станція и ея отмѣтка.	Высота инструм. i	Наблюдаемая точка	Отсчеть на гориз. лимбѣ	Наклон. визир. линіи α	Отсчеть по крайнимъ нитямъ (N' и N'')	Ихъ разность l	Отсчеть по средней нити N_0'	Гориз. разст. $A l \cos^2\alpha$	$\frac{1}{2} A l \sin 2\alpha$	Превышеніе точки надъ инстр. ($h - N_0$)	$H_0 + i$	Отмѣтки точекъ	Примѣчанія.
I H_1 194,32 m	1,38 m	II	137°43'	2°34'	278 128	150	203	149,7	6,71	4,68	195,70	200,38	
		1.	83°36'	3°21'	220 145	75	182	74,7	4,38	2,56		198,26	
		2 3 . . .											
II 200,38		I III a b . . .											

§61. Тахеометръ съ проекторомъ. Устройство тахеометра Вагнера-Феннеля можно видѣть въ кабинетѣ и на прилагаемомъ рисункѣ. Тахеометръ этотъ отличается отъ теодолита тѣмъ, что вмѣсто вертикальнаго круга имѣетъ 3 шкалы, раздѣленныя на миллиметры: одну-параллельную визирной оси трубы, другую-горизонтальную и третью-вертикальную. Назначеніе ихъ состоитъ въ томъ, чтобы по нимъ можно было сразу отсчитывать горизонтальныя разстоянія различныхъ точекъ и ихъ отмѣтки. Теорія этого тахеометра состоитъ въ слѣдующемъ:



Фиг. 115.

Пусть извѣстно на планѣ положеніе точки O, равно какъ и отмѣтка ея H_o надъ уровнемъ моря HH |или какимъ нибудь условнымъ уровнемъ|.

Требуется найти тахеометрически положеніе и отмѣтку точки P. Устанавливаемъ въ O тахеометръ, направляемъ трубу на рейку, поставленную въ P перпендикулярно къ визирной линіи Oc и, взявъ разность отсчетовъ l по дальномѣрнымъ нитямъ, найдемъ наклонное разстояніе

$$Oc = Al + B.$$

Обозначивъ наклоненіе визирной линіи через θ, разстояніе cP черезъ C, легко найдемъ изъ чертежа для горизонтальнаго разстоянія D точекъ O и P равно какъ и для отмѣтки H_p точки P слѣдующія выраженія: |ср. §36|

$$\left.\begin{aligned} D &= A.l.\cos\theta + B.\cos\theta + C\sin\theta \\ H_p &= H_o + i + Al\sin\theta + B\sin\theta - C\cos\theta \end{aligned}\right\} \cdots (1)$$

Въ изучаемомъ тахеометрѣ C всегда равно I,5 метра, такъ какъ на разстояніи I,5 отъ нижняго конца рейки сдѣлана мѣтка c, отъ которой дѣленія возрастаютъ вверхъ и внизъ. Принимая во вниманіе, что уголъ θ обыкновенно невеликъ, мы видимъ, что при маломъ коэффиціентѣ C можно $\cos\theta$ принимать равнымъ единицѣ, т.е. формулы переписать такъ:

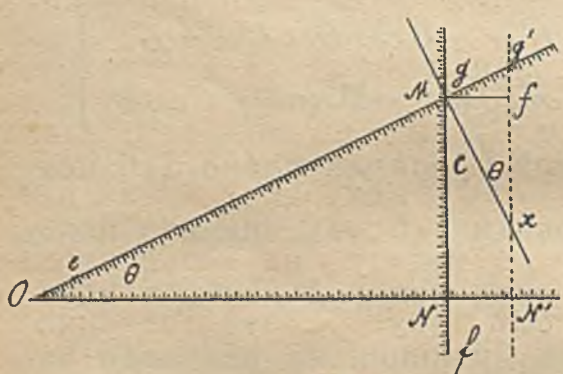
$$\left.\begin{aligned} H_o + i - C &= K \\ D &= (Al + B)\cos\theta + C\sin\theta \\ H_p &= K + (Al + B)\sin\theta \end{aligned}\right\} \cdots (2),$$

гдѣ K число постоянное для даннаго положенія тахеометра.

Тахеометръ Вагнера - Феннеля вполнѣ воспроизводитъ эти формулы, т.е. даетъ возможность найти D и H_p не помощью вычисленій по нимъ, а просто по отсчетамъ на шкалахъ. Чтобы это показать, мы на минуту пренебрежемъ малыми членами B и $C \sin\theta$ и перепишемъ эти формулы въ слѣдующемъ видѣ:

$$\left.\begin{aligned} H_0 + i - C &= K \\ D &= A.l.\cos\theta \\ H_p &= K + A.l.\sin\theta \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (3)$$

Допустимъ, что черезъ горизонтальную ось инструмента O проходитъ шкала Og съ дѣленіями на миллиметры, которая постоянно остается параллельною визирной оси инструмента.



Фиг. 116.

Отложимъ на ней разстояніе $OM = Al$, придвинемъ къ точкѣ M вертикальную шкалу съ дѣленіями MN; тогда

$$ON = A.l.\cos\theta,$$

$$MN = A.l.\sin\theta.$$

Поэтому, если нуль горизонтальной шкалы стоитъ при точкѣ O, а нуль вертикальной при точкѣ N, то отсчетъ при N на горизонтальной шкалѣ даетъ $A.l.\cos\theta$, а отсчетъ на вертикальной при M даетъ $A.l.\sin\theta$. Прибавивъ къ послѣднему отсчету постоянное K, получимъ H_p по формулѣ |3|. Чтобы не приходилось производить этого сложенія, опустимъ вертикальную шкалу внизъ настолько, чтобы нуль ея пришелся въ точкѣ f на разстояніи $fN=K$. Тогда отсчеты на горизонтальной и вертикальной шкалахъ дадутъ горизонтальное разстояніе и отмѣтку по формуламъ |3|.

Допустимъ теперь, что нуль наклонной шкалы Og помѣщенъ не въ O, а въ точкѣ e, на разстояніи $oe=B$ |=0,5 метра, которое на шкалѣ выражается отрѣзкомъ въ 0,5 миллиметра|. Тогда, придвинувъ вертикальную шкалу къ дѣленію $M=A.l$ наклонной шкалы, найдемъ $OM=Al+B$, а отсчеты на горизонтальной и вертикальной шкалѣ дадутъ соотвѣтственно

$$\left.\begin{aligned} D &= (Al+B)\cos\theta \\ H_p &= K+(Al+B)\sin\theta \end{aligned}\right\} \dots\dots (4)$$

Такимъ образомъ воспроизведены всѣ члены формулъ |2| кромѣ $C.\sin\theta$. Этотъ членъ воспроизводится слѣдующимъ образомъ. Вдоль наклонной шкалы перемѣщается пластинка gx |съ верньеромъ|, вращающаяся около оси x, отстоящей отъ наклонной шкалы на разстоянiи $c = 1,5$ метра которое соотвѣтствуетъ на инструментѣ разстоянiю I,5 миллиметра. Оставляя эту пластинку перпендикулярною къ наклонной шкалѣ og, придвинемъ ее къ отсчету $M = g = A.l$. Тогда $og = Al + B$. Придвинувъ затѣмъ вертикальную шкалу къ пластинкѣ, мы заставимъ ее повернуться около x и принять вертикальное положенiе xg'; вслѣдствiе этого вертикальная шкала дойдетъ до точки g'; прежнiй нашъ проекцiонный треугольникъ перейдетъ изъ ogN въ $og'N'$, гипотенуза его увеличится на $gg' = C tg\theta$, а отсчеты на горизонтальной и вертикальной шкалѣ увеличатся въ сравненiи съ |4| соотвѣтственно на

$$NN' = gg' \cos\theta = C. tg\theta. \cos\theta = C. \sin\theta$$

и на

$$fg' = gg' \sin\theta = C. tg\theta. \sin\theta,$$

т.е. отсчеты на этихъ шкалахъ дадутъ намъ соотвѣтственно

$$(Al + B)\cos\theta + C.\sin\theta$$

$$K + (A.l + B)\sin\theta + C. tg\theta. \sin\theta.$$

Сравнивая это съ |2|, мы видимъ, что отсчетъ на горизонтальной шкалѣ воспроизводитъ вполнѣ горизонтальное разстояніе $\mathcal{D}$, а отсчетъ на вертикальной даетъ отмѣтку, ошибочную на число $C\,tg\theta.\sin\theta$, которое, какъ произведеніе трехъ малыхъ множителей, практически равно нулю.

Сопоставляя все сказанное, заключаемъ, что для опредѣленія положенія и отмѣтки какого нибудь пикета $\mathcal{P}$, слѣдуетъ поступить слѣдующимъ образомъ: приведя тахеометръ въ надлежащее положеніе, записываемъ отмѣтку точки стоянія $\mathcal{H}_o$, разность $i-C=$ $=i-$ I,5 и вычисляемъ постоянное

$$\mathcal{K}=\mathcal{H}_o+i-1,5.$$

Опускаемъ вертикальную шкалу такъ чтобы при точкѣ $\mathcal{N}$ пришлось дѣленіе $\mathcal{K}$, для чего служитъ верньеръ, помѣщенный по лѣвую сторону вертикальной шкалы. Этимъ заканчиваемъ подготовительныя работы для съемки пикетовъ.

Установивъ на пикетѣ $\mathcal{P}$ рейку перпендикулярно къ визирной линіи, наводимъ одну изъ горизонтальныхъ нитей на нулевое дѣленіе, которое какъ сказано находится на разстояніи $C=$ I,5 отъ поверхности земли. Такъ какъ визирная нить служитъ въ новѣйшихъ тахеометрахъ вмѣстѣ и дальномѣрною нитью, то отсчетъ по другой нити даетъ вмѣстѣ съ тѣмъ и разность отсчетовъ l. Такъ какъ A=100, то отложивъ сдѣланный отсчетъ l на наклонной шкалѣ, придвинемъ къ пластинкѣ gx вертикальную шкалу. Тогда

I.| отсчетъ на горизонтальномъ лимбѣ дастъ направленіе къ пикету P,

2.| отсчетъ на горизонтальной шкалѣ - горизонтальное разстояніе отъ пикета до инструмента,

3.| отсчетъ на вертикальной шкалѣ по правому верньеру - отмѣтку пикета.

Такимъ образомъ получимъ двѣ полярныхъ координаты пикета для нанесенія его на планъ и отмѣтку его.

Обращаемъ вниманіе на то, что всѣ эти три координаты получаются безо всякихъ вычисленій, а просто какъ непосредственные отсчеты на кругѣ и шкалахъ тахеометра.

При тахеометрической съемкѣ надо, понятно, съ бо́льшею тщательностью снимать тѣ пункты, которые предназначаются для стоянокъ инструмента.

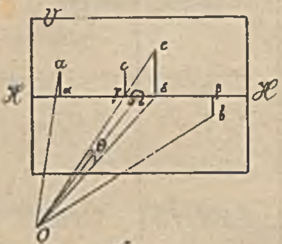
ЖУРНАЛЪ НАБЛЮДЕНІЙ.

Станція	Наблюдаемая точка.	Отсчетъ на рейкѣ	Горизонт. разст.	Отмѣтка	Отсчетъ на гориз. кругѣ.
I $H_0 = 327{,}85^m$ $i = 1{,}35$ $K = 327{,}70$	Станція II пикетъ 1 " 2 " . " . " . " . " . " 34	1,734 0,856 1,235 1,930	m. 171,80 84,35 120,90 190,55	m 334,70 331,25 342,85 359,35	250°33' 250 5 243 30 103 40
II $H_0 = 334{,}70^m$ $i = 1{,}37$ $K = 334{,}57$	Станція I. Станція II.				

ФОТОТОПОГРАФІЯ.

Примѣненіе фотографіи къ геодезіи основано на слѣдующемъ положеніи: имѣя два правильныхъ перспективныхъ изображенія данной мѣстности, снятыя съ двухъ точекъ O и O_1, положеніе которыхъ извѣстно, и зная т.н. перспективныя постоянныя, можно получить планъ этой мѣстности и отмѣтки различныхъ точекъ, по которымъ можно вычертить горизонтали.

Доказательство. Пусть $A, B, C, E, \ldots$ будетъ рядъ точекъ на мѣстности. Вообразимъ въ точкѣ O |точкѣ зрѣнія| глазъ наблюдателя, на разстояніи $O\Omega = s$ отъ него вертикальную картинную плоскость V и пусть лучи зрѣнія, идущіе отъ O къ различнымъ точкамъ мѣстности $A, B, C, E, \ldots$ пересѣкаютъ картинную плоскость въ точкахъ $a, b, c, e, \ldots$ Построивъ такимъ образомъ изображенія различныхъ точекъ мѣстности, мы получимъ перспективное изображеніе мѣстности.



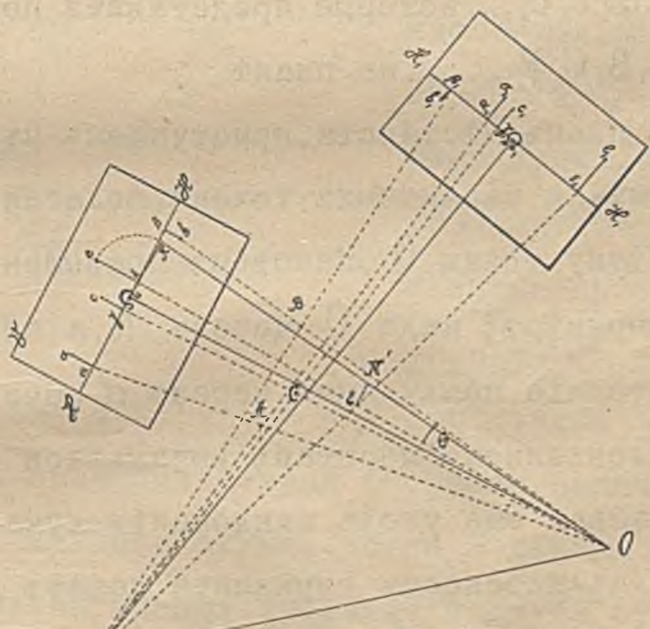
Фиг. а.

Вообразимъ далѣе горизонтальную плоскость, проходящую черезъ точку зрѣнія O, которая пересѣчетъ картинную плоскость по т. н. теоретическому горизонту или главной горизонтали HH. На ней помѣщается главная точка Ω - проекція точки зрѣнія на картинную плоскость V.

Если изъ точекъ $a, b, c, e, \ldots$ опустимъ перпендикуляры на главную горизонталь HH и отмѣтимъ ихъ основанія $\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon, \ldots$, то углы $\alpha O\beta$, $\alpha O\gamma$, $\alpha O\varepsilon, \ldots$ представятъ горизонтальныя проекціи угловъ $AOB, AOC, AOE, \ldots\ldots$, которыя намъ понадобятся для полученія точекъ A, B ....на планѣ по способу засѣчекъ |стр. 130|.

Для этого мы должны получить другое перспективное изображеніе той же мѣстности A, B, C, D, ...изъ другой точки O_1. Измѣримъ кромѣ того теодолитомъ горизонтальныя проекціи угловъ AOO_1 и AO_1O и опредѣлимъ т.н. перспективныя постоянныя $O\Omega = S_0$ и $\angle \alpha O \Omega = \omega$. Предположивъ на минуту, что мы знаемъ S_0, ω для обоихъ изображеній, приступаемъ къ вычерчиванію плана.

Пусть O и O_1 |фиг. в | будутъ положенія на планѣ



Фиг. в.

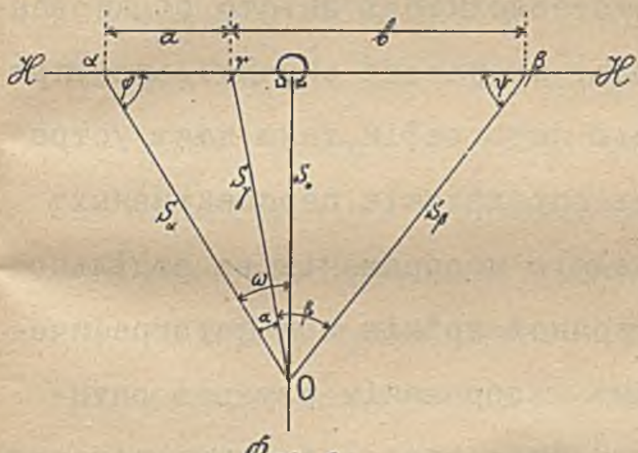
обѣихъ точекъ зрѣнія. Разстояніе OO_1 взято, понятно, въ условленномъ масштабѣ. Отложимъ $\angle \alpha O O_1$, равный измѣренной теодолитомъ проекціи угла AOO_1, отложимъ далѣе $\angle \alpha O\Omega = \omega$ и на $O\Omega$ отложимъ разстояніе $O\Omega$ въ натуральную величину. Получимъ точку Ω. Положимъ на планъ нашъ перспективный рисунокъ V такъ, чтобы его точка Ω совпала съ полученной только что точкой Ω, чтобы HH было перпендикулярно къ $O\Omega$. Если соединимъ O съ точками $\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon, \ldots$, то получимъ прямыя, на которыхъ должны лежать положенія точекъ $A, B, C, E, \ldots$ на планѣ. Выполнивъ подобное построеніе, соотвѣтствующее точкѣ O_1, мы получимъ въ пересѣченіи соотвѣтственныхъ прямыхъ точки $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{E}, \ldots$, которыя представятъ положеніе точекъ $A, B, C, E, \ldots$ на планѣ.

Получивъ планъ мѣстности, приступаемъ къ опредѣленію отмѣтки различныхъ точекъ, полагая извѣстнымъ отмѣтку точки O. Назовемъ превышеніе точки E |напримѣръ| надъ O черезъ h, а горизонтальное разстояніе между ними черезъ d. Очевидно, что d въ условленномъ масштабѣ выражается отрѣзкомъ $O\mathcal{E}$. Называя еще уголъ наклоненія луча зрѣнія OE |фиг. a| къ плоскости горизонта черезъ θ, имѣемъ

$$h = d.\, tg\,\theta.$$

По этой формулѣ h легко находится построеніемъ. Проведемъ на планѣ $\mathcal{E}k \perp O\mathcal{E}$ и отложимъ $\mathcal{E}k = \bar{e}\varepsilon$. Получимъ треугольникъ $O\mathcal{E}k$, равный $O\varepsilon e$ |фиг. a|, въ которомъ слѣдовательно $\angle \varepsilon O k = \theta$. Возставивъ поэтому къ εO перпендикуляръ $\varepsilon k'$, мы получимъ отрѣзокъ $\varepsilon k'$, который въ условленномъ масштабѣ дастъ искомое превышеніе h точки E надъ O.

Итакъ по двумъ перспективнымъ изображеніямъ можно получить и планъ и отмѣтки, зная перспективныя постоянныя ω и S_0. Остается показать, какъ опредѣляются эти послѣднія. Пусть на фиг. c точки O, α, β, γ имѣютъ то же значеніе, что и на фиг. a.



Фиг. с.

Измѣримъ циркулемъ на перспективномъ изображеніи отрѣзки $\alpha\gamma = a$ и $b\gamma = b$, измѣримъ кромѣ того теодолитомъ горизонтальныя проекціи угловъ AOC и BOC, которыя назовемъ черезъ α и β. По даннымъ a, b, α и β найдемъ положеніе точки O, рѣшая задачу Потенота для частнаго случая, когда 3 данныя точки α, β, γ лежатъ на одной прямой. Примѣняя формулы стр. 114 и 115, въ которыхъ очевидно надо принять $\gamma = 180°$, вычислимъ углы φ, ψ и разстоянія $S_\alpha, S_\beta, S_\gamma$, по которымъ найдемъ искомые перспективные элементы по формуламъ

$$S_0 = S_\alpha \cdot \sin\varphi$$
$$\sin\omega = \frac{a}{S_\alpha}.$$

Итакъ высказанное въ началѣ этой статьи положеніе доказано вполнѣ.

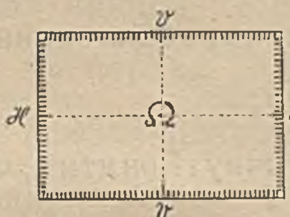
Правильныя перспективныя изображенія можно получать помощью неискажающихъ фотографическихъ объективовъ. Теодолитъ, соединенный извѣстнымъ образомъ съ фотографической камерой, называется фототеодолитомъ. Примѣненіе фототеодолитовъ вмѣсто обыкновенныхъ фотографическихъ апаратовъ значительно упрощаетъ съемку помощью фотографіи, такъ какъ устраняетъ необходимость опредѣленія перспективныхъ постоянныхъ для каждаго изображенія въ отдѣльности. Дѣйствительно; точкой зрѣнія при фотографическомъ перспективномъ изображеніи служитъ оптическій центръ фотографическаго объектива, разстояніемъ S_0 – разстояніе отъ центра объектива до плоскости изображеній, которое въ фототеодолитахъ остается неизмѣннымъ.*)

Такимъ образомъ одна изъ перспективныхъ постоянныхъ S_0 является постоянной инструмента, а именно фокуснымъ разстояніемъ фотографическаго объектива.

---

*) извѣстно, что при разстояніяхъ, превосходящихъ 50 саж, разстояніе плоскости изображеній до объектива чувствительно не отличается отъ фокуснаго разстоянія объектива.

Далѣе, точка Ω получается въ фототеодолитахъ непосредственно на изображенiи; для этого непосредственно передъ чувствительной пластинкой помѣщается рамка съ нарѣзками, которыя отпечатываются на негативѣ. Четыре главныхъ нарѣзки опредѣляютъ попарно два направленiя, пересѣкающiяся на оси фотографическаго объектива: одно горизонтальное HH, другое вертикальное VV. Обѣ эти прямыя опредѣляютъ на снимкѣ положенiе главной точки Ω. Такимъ образомъ отпадаетъ необходимость опредѣленiя и другой перспективной постоянной ω.



Фиг. 1.

Для орiентированiя фотографическаго изображенiя на планѣ нужно знать горизонтальный уголъ $O_1O\Omega$, который получается непосредственно; стоитъ только имѣть зрительную трубу, ось которой |при горизонтальномъ положенiи| параллельна оси объектива $O\Omega$. Сдѣлавъ отсчетъ на горизонтальномъ лимбѣ, когда производится данный снимокъ, сдѣлавъ второй отсчетъ при наведенiи трубы на предметъ O_1, получимъ въ разности искомый уголъ $O_1O\Omega$.

Отсюда видно, что полевыя работы при фототеодолитной съемкѣ сводятся до минимума. Послѣ предварительнаго опредѣленiя постоянной S_0, послѣ тщательной повѣрки, устанавливаемъ надлежащимъ образомъ фототеодолитъ, направляемъ трубу на какой нибудь сигналъ, записываемъ отсчетъ по лимбу и дѣлаемъ снимокъ. Затѣмъ наводимъ трубу на другой предметъ и дѣлаемъ новый снимокъ; обыкновенно дѣлаютъ 8 снимковъ кругомъ точки.

Затѣмъ переходятъ въ другую точку. Понятно, что всѣ точки стоянiй инструмента должны быть тщательно сняты помощью трiангуляцiи или инымъ путемъ.

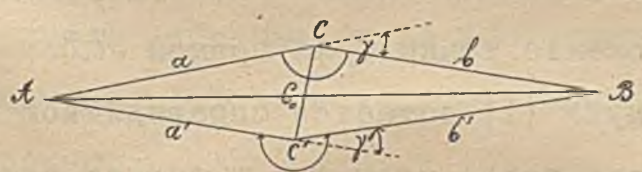
Не имѣя возможности давать какiя нибудь практическiя указанiя, относящiяся къ фототопографiи, я ограничиваюсь демонстированiемъ фототеодолита системы Полляка фабрики Лехнера.

РАЗБИВКА ДЛИННЫХЪ ПРЯМЫХЪ ЛИНIЙ.

§62. I случай: крайнiя точки прямой взаимно видны и по крайней мѣрѣ одна изъ нихъ доступна для установки теодолита.

Установивъ теодолитъ въ доступной крайней точкѣ вывѣримъ его, обращая вниманiе главнымъ образомъ на то, чтобы горизонтальная ось вращенiя была горизонтальна и чтобы коллимацiонная ошибка была точно исправлена, однимъ словомъ достигнемъ того, чтобы визирная ось описывала около горизонтальной оси вращенія строго вертикальную плоскость. Наведя потомъ трубу на вторую крайнюю точку, закрѣпимъ горизонтальный кругъ и разставимъ вдоль искомой прямой по направленію отъ второй крайней точки къ первой рядъ вертикальныхъ вѣхъ такъ, чтобы каждая покрывалась вертикальнымъ волоскомъ направленной на нее трубы теодолита. Очевидно, нуженъ при этомъ одинъ помощникъ.

2. случай: заданныя крайнія точки A и B недоступны для установки теодолита или же эти точки не видны взаимно, но между ними есть точки C, C', C_0, ..., изъ которыхъ видны A и B. Задача сводится къ нахожденію точки C_0 на прямой AB.



Фиг. 117.

Устанавливаемъ последовательно теодолитъ въ двухъ близкихъ точкахъ C и C' возможно близко къ прямой AB и измѣряемъ углы C и C', вычитая каждый разъ изъ отсчета на A отсчетъ на B.

Назовемъ:

$$180^\circ - C = \gamma \quad , \quad 180^\circ - C' = \gamma'.$$

На нашемъ чертежѣ $\measuredangle \gamma$ будетъ положительный, γ' - отрицательный. Беремъ отношенiе площадей треугольниковъ ACB и $AC'B$:

$$\frac{ab.\sin\gamma}{-ab'.\sin\gamma'} = \frac{CC_0}{C_0C'}.$$

Вслѣдствiе близости точекъ C и C_0', ab мало отличается отъ $a'b'$. Поэтому последнюю пропорцiю упрощаемъ слѣдующимъ образомъ:

$$\frac{\gamma}{-\gamma'} = \frac{CC_0}{C_0C'},$$

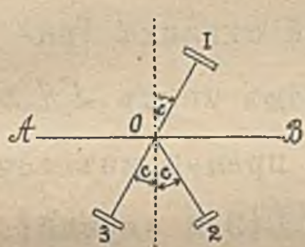
откуда

$$CC_0 = CC'.\frac{\gamma}{\gamma-\gamma'} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (1)$$

Во второй части всѣ величины находятся непосредственнымъ измѣренiемъ. Отложивъ по CC' отрѣзокъ CC_0, получимъ положенiе точки C_0 на прямой AB.

Очевидно, формула |I| остается справедливою и для того случая, когда углы γ и γ' будутъ одного знака, т.е. когда выбранныя точки окажутся по одну сторону прямой AB

Обозначивъ точку C_0 на почвѣ, необходимо сдѣлать повѣрку. Для этого необходимо установить теодолитъ въ точкѣ C_0, направить трубу на A и, закрѣпивъ горизонтальный лимбъ и алидаду, переложить трубу въ обоймицахъ и перевести трубу черезъ зенитъ. Если сигналъ B покроется вертикальнымъ волоскомъ трубы, то это будетъ служить вѣрнымъ признакомъ, что C_0 лежитъ на прямой AB, даже и въ томъ случаѣ, если коллимаціонная ошибка теодолита не совсѣмъ уничтожена. Дѣйствительно, нетрудно видѣть, что если перевести трубу черезъ зенитъ и переложить горизонтальную ось въ подушкахъ, то направленіе горизонтальной визирной линіи въ томъ и другомъ положеніи трубы будетъ одинаково. Это прямо видно изъ чертежа. Пусть A и B будутъ обоймицы, на которыхъ покоится ось вращенія трубы AB, и пусть I будетъ первое положеніе визирной оси; послѣ перевода черезъ зенитъ она приметъ положеніе 2, а послѣ переложенія въ обоймицахъ - положеніе 3, составляющее съ начальнымъ направленіемъ I одну прямую.



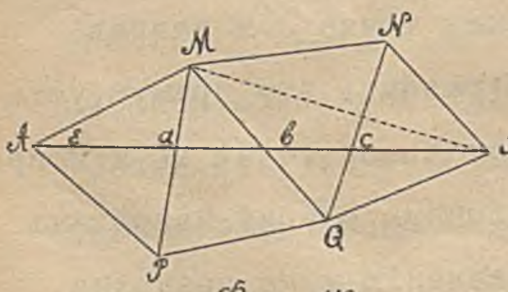
Фиг. 118.

3. случай. Задана начальная точка A и направленіе прямой AB. Чтобы разбить эту прямую, установимъ теодолитъ въ начальной точкѣ A и, исправивъ тщательно коллимаціонную ошибку, направимъ трубу по заданному направленію и на возможно большемъ разстояніи поставимъ сигналъ a такъ, чтобы онъ покрылъ вертикальную нить. Перенесемъ

теодолитъ въ a, направимъ трубу на A и поставимъ рядъ вѣшекъ на прямой Aa по направленію отъ A къ a; затѣмъ переведемъ трубу черезъ зенитъ |не мѣшаетъ при этомъ и переложить ее въ обоймицахъ| и установимъ по направленію визирной линіи удаленный сигналъ b и т.д.*).

4случай. Разбить длинную прямую между данными точками A и B въ лѣсистой мѣстности. Установимъ въ A теодолитъ и на нѣкоторомъ разстояніи приблизительно по направленію прямой AB фонарь L.

Если подать ночью въ B оптическій сигналъ |ракета|, то можно измѣрить теодолитомъ уголъ LAB. Затѣмъ днемъ надо будетъ разбить прямую изъ точки A подъ угломъ LAB къ прямой AL |3-й случай|. Способъ этотъ очевидно не особенно точенъ, но для точной разбивки прямой AB необходимо прибѣгнуть къ тріангуляціи.



Фиг. 119.

Выберемъ рядъ точекъ M, N, P, Q такъ, чтобы образовавшіеся треугольники были по возможности равносторонніе и чтобы въ каждомъ изъ нихъ всѣ 3 вершины были взаимно

*) провѣшенная такимъ образомъ на очень большомъ протяженіи линія называется геодезическою.

видимы. Измѣривъ базисъ и всѣ углы треугольниковъ и рѣшивъ ихъ, постараемся опредѣлить уголъ ε, опредѣляющій направленіе прямой AB. Онъ получится, если мы рѣшимъ треугольники MNB и AMB. Зная ε, вычисляемъ Ma и уголъ при a, чѣмъ опредѣлится точка a; далѣе изъ треугольника aMb находимъ Mb и наносимъ положеніе точки b и т.д.

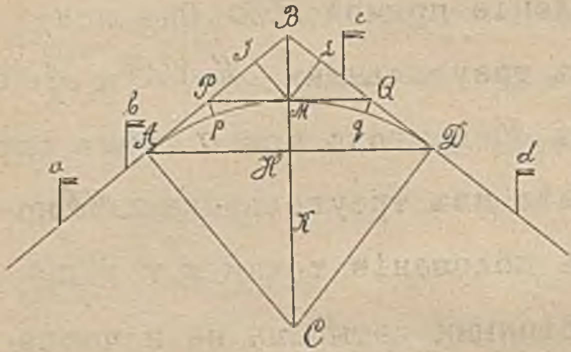
Понятно, что разсмотрѣнными четырьмя не исчерпываются всѣ случаи проведенія длинныхъ прямыхъ линій. Очень часто въ зависимости отъ мѣстныхъ условій надо вырабатывать оригинальные методы.

РАЗБИВКА ЗАКРУГЛЕНІЙ.

§63. Если направленіе желѣзнодорожнаго пути должно быть измѣнено, то переходъ отъ одного прямолинейнаго направленія къ другому долженъ совершаться постепенно, а для этого оба направленія должны быть соединены общею касательною кривою. Такою кривою почти исключительно служитъ дуга окружности круга, иногда кубическая парабола и очень рѣдко синусоида.

Въ большинствѣ случаевъ постановка задачи такая: даны двѣ прямыя, отмѣченныя вѣхами a, b и c, d.

требуется разбить дугу окружности опредѣленнаго, напередъ заданнаго радіуса $\mathcal{R}$ касательной къ обѣимъ прямымъ.



Фиг. 120.

Рѣшеніе задачи согласно общему принципу перехода отъ общаго къ частному распадается на двѣ части:

I. нахожденіе трехъ главныхъ точекъ кривой: двухъ точекъ касанія $\mathcal{A}$ и $\mathcal{D}$ и вершины закругленія $\mathcal{M}$ и

2. опредѣленіе произвольнаго числа промежуточныхъ точекъ на дугѣ $\mathcal{AMD}$.

§64. Нахожденіе главныхъ точекъ. Пусть обѣ заданныя прямыя пересѣкаются въ доступной точкѣ $\mathcal{B}$. Измѣряемъ уголъ $\mathcal{B}$, дѣлимъ его пополамъ и на биссектриссѣ $\mathcal{BC}$ устанавливаемъ гдѣ нибудь вѣху $\mathcal{X}$. Послѣ этого выполняемъ слѣдующія вычисленія:

$$\angle C = \mathcal{ACD} = 180° - \mathcal{B} \quad \dots\dots (1)$$

$$\mathcal{AB} = \mathcal{R}.tg\frac{C}{2} = \mathcal{BD} \quad \dots\dots (2)$$

$$\mathcal{AMD} = \mathcal{R}.arc\, C \quad \dots\dots (3)$$

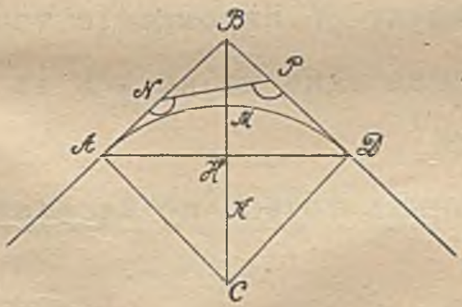
$$\mathcal{AH} = \mathcal{AJ} = \mathcal{R}.\sin\frac{C}{2} = \mathcal{DL} = \mathcal{DH} \quad \dots (4)$$

$$HM = MI = 2R.\sin^2\frac{C}{4} = ML \ldots\ldots (5)$$

$$BM = \frac{R}{\cos\frac{C}{2}} - R = 2R.\frac{\sin^2\frac{C}{4}}{\cos\frac{C}{2}} \ldots\ldots (6)$$

Тутъ же замѣтимъ, что всѣ величины, опредѣляемыя формулами |2| -- |6| берутся на практикѣ изъ таблицъ. Въ таблицахъ Кренке напримѣръ |Kröhnke „Handbuch zum Abstecken von Curven"| величины эти даны для R=1000 и различныхъ значенiй угла C, измѣняющихся черезъ каждыя 10' отъ 0° до 120°.

Отложивъ по направленiямъ BA и BD длины $R.tg\frac{C}{2}$, затѣмъ по направленiю BK длины BM и MH, мы получимъ положенiя 3 главныхъ точекъ A, M и D, равно какъ и середину хорды H, причемъ для повѣрки должно быть $AH = HD$ и точки A, H и D должны оказаться на одной прямой. Послѣдняя повѣрка выполняется очень легко и потому ею никогда не слѣдуетъ пренебрегать.



Фиг 121.

Рѣшенiе задачи усложняется, если точка B недоступна. Выбираемъ тогда двѣ доступныхъ точки N и P на заданныхъ прямыхъ и измѣряемъ углы

$$N = ANP \quad , \quad P = NPD.$$

Тогда

$$\mathcal{B} = \mathcal{N} + \mathcal{P} - 180^\circ , \qquad \mathcal{C} = 180^\circ - \mathcal{B}.$$

Рѣшивъ треугольники $\mathcal{NBO}$ и $\mathcal{BOP}$,находимъ $\mathcal{BN}$, $\mathcal{BP}$, $\mathcal{BO}$, $\mathcal{OP}$ и углы при $\mathcal{O}$. Далѣе вычисляемъ по формулѣ |2| $\mathcal{AB} = \mathcal{BD}$,

$$\mathcal{AN} = \mathcal{AB} - \mathcal{BN} , \qquad \mathcal{PD} = \mathcal{BD} - \mathcal{BP}$$

Отложивъ отъ $\mathcal{N}$ и $\mathcal{P}$ по заданнымъ направленіямъ $\mathcal{NA}$ и $\mathcal{PD}$,найдемъ двѣ главныхъ точки $\mathcal{A}$ и $\mathcal{D}$. Установивъ въ $\mathcal{O}$ теодолитъ, наведемъ трубу на $\mathcal{N}$, затѣмъ повернемъ ее на вычисленный уголъ $\mathcal{NOC}$ и по направленію визирной линіи поставимъ вѣху $\mathcal{K}$. Пулучимъ биссектриссу $\mathcal{OK}$. Вычисляемъ далѣе $\mathcal{BM}$ и $\mathcal{OM} = \mathcal{BM} - \mathcal{BO}$ и отложивъ отъ $\mathcal{O}$ разстояніе $\mathcal{OM}$, найдемъ третью главную точку $\mathcal{M}$. Нахожденіе точки $\mathcal{H}$ и повѣрка производится такъ же, какъ и въ предыдущемъ способѣ.

§65. Разбивка промежуточныхъ точекъ по касательнымъ и биссектрисамъ.

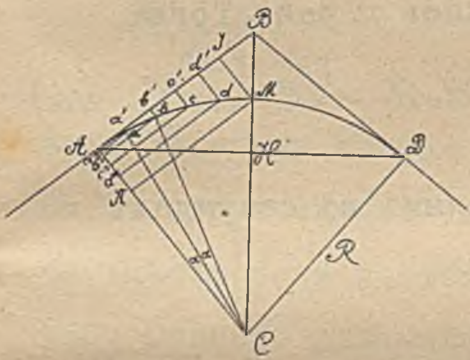
Вычисливъ по формулѣ |2| или по таблицамъ касательную $\mathcal{AP} = \mathcal{PM} = \mathcal{MQ} = \mathcal{QD}$ |фиг 120|, соотвѣтствующую углу $\frac{\mathcal{C}}{2}$, и отложивъ $\mathcal{AP}$ и $\mathcal{DQ}$, найдемъ точки $\mathcal{P}$ и $\mathcal{Q}$. Повѣрка: $\mathcal{P}$, $\mathcal{M}$ и $\mathcal{Q}$ лежатъ на одной прямой и $\mathcal{PM} = \mathcal{MQ}$. Раздѣлимъ углы $\mathcal{P}$ и $\mathcal{Q}$ попаламъ и отложимъ по направленіямъ биссектриссъ $\mathcal{P}p = \mathcal{Q}q$ вычисленныя по формулѣ |6| т.е.

$$Pp = Qq = 2R \cdot \frac{\sin^2 \frac{c}{2}}{\cos \frac{c}{4}},$$

получимъ еще двѣ точки p и q и т.д.

Способъ этотъ весьма неудобенъ, такъ какъ онъ требуетъ большаго числа установокъ теодолита и потому онъ почти никогда не примѣняется на практикѣ.

§66. Разбивка подробностей по координатамъ отъ касательной. AB принимаемъ за ось x, AC за ось y и вычисляемъ координаты ряда точекъ $a, b, c, \ldots$ отстоящихъ по дугѣ нпр., на 5 или 10 саж.



Фиг. 122.

Вычисливъ центральный уголъ α, соотвѣтствующій установленной длинѣ дуги $Aa = ab \ldots$, находимъ:

$$\left.\begin{array}{ll} x_a = Aa' = R.\sin\alpha & y_a = Aa'' = 2R.\sin^2\frac{\alpha}{2} \\ x_b = Ab' = R.\sin 2\alpha & y_b = Ab'' = 2.R.\sin^2\frac{2\alpha}{2} \\ x_c = Ac' = R.\sin 3\alpha & y_c = Ac'' = 2.R.\sin^2\frac{3\alpha}{2} \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots \end{array}\right\} \ldots (7)$$

Затѣмъ остается нанести точки $a, b, c, \ldots$ по найденнымъ координатамъ помощью экkера и цѣпи. То же дѣлаемъ и на дугѣ MD.

На практикѣ координаты x и y берутся по готовымъ таблицамъ.

Для повѣрки становимся съ теодолитомъ въ M и измѣряемъ углы MAa, Mab; каждый изъ нихъ долженъ быть равенъ $\frac{\alpha}{2}$.

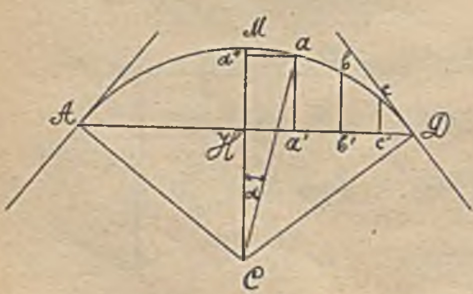
Вторая повѣрка состоитъ въ томъ, что вычисленная длина дуги Md должна быть равна измѣренной. Вычисляется же она слѣдующимъ образомъ. Пусть дуга наша отъ A до D уложилась n разъ. Тогда

$$\measuredangle\, dCM = \frac{C}{2} - n\alpha \quad , . \quad dM = R.\,arc\left(\frac{C}{2} - n\alpha\right)$$

или, считая уголъ $\frac{C}{2} - n\alpha$ выраженнымъ въ секундахъ дуги, имѣемъ

$$dM = \frac{\frac{C}{2} - n\alpha}{206265} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

§67. Разбивка подробностей по координатамъ отъ хорды. HD принимаемъ за ось x, HM за ось y и вычисляемъ координаты равностоящихъ точекъ $a, b, c, \ldots$

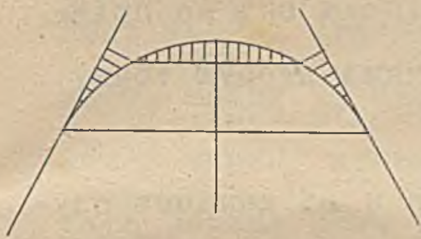


Фиг. 123.

$$(9)\begin{cases} x_a = Ha' = R.\sin\alpha \\ y_a = Ha'' = Ca'' - CH = R.\cos\alpha - R.\cos\frac{C}{2} \\ \text{и т. д.} \end{cases}$$

и наконецъ наносимъ по этимъ координатамъ точки a, b, c, ...

Повѣрка такая же, какъ и въ предыдущемъ параграфѣ. Послѣдніе два способа хороши въ томъ отношеніи, что каждая точка закругленія получается независимо одна отъ другой; ошибки не накопляются.

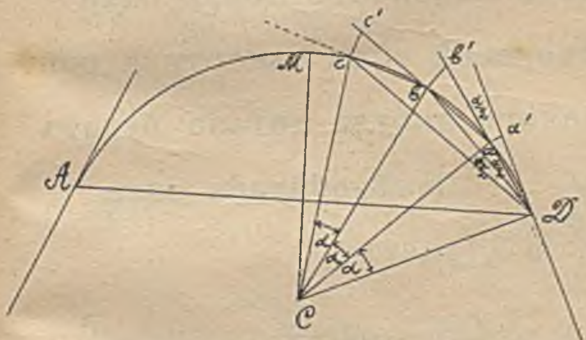


Фиг. 124.

Первый изъ нихъ не примѣнимъ, если мѣстность вдоль касательной недоступна, второй - если она недоступна вдоль хорды AD. Тотъ и другой становится неудобными, если ординаты точекъ кривой становятся большими. Въ этомъ случаѣ удобно соединить оба способа вмѣстѣ, какъ показано на фиг. 124.

§68. Способъ равныхъ хордъ и угловъ |американскій|. Выберемъ длину хорды d въ 10 |или 5| саженъ и вычислимъ соотвѣтственный центральный уголъ по формулѣ

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{d}{2R} = \frac{10}{2R} \quad \ldots (10)$$

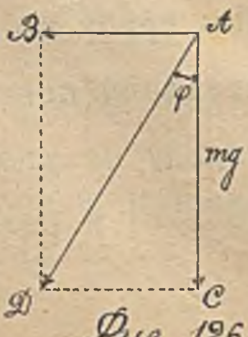


Фиг. 125.

поставимъ теодолитъ въ D, направимъ трубу по касательной, повернемъ алидаду на уголъ $\frac{\alpha}{2}$ |по Da| и отложимъ по направленію визирной линіи длину 10 саженъ; получимъ первую точку a. Повернемъ затѣмъ алидаду еще на уголъ $\frac{\alpha}{2}$ т.е. направимъ по Db, одинъ конецъ натянутой цѣпи укрѣпимъ въ a, а другой будемъ перемѣщать до тѣхъ поръ, пока онъ не прійдется на визирной линіи; получимъ вторую точку b и т.д.

Вторая повѣрка § 66 примѣнима и въ данномъ случаѣ. Если дуга DM очень велика или мѣстность закрытая, то, намѣтивъ нѣсколько точекъ, переносятъ теодолитъ въ послѣднюю намѣченную и продолжаютъ работу далѣе.

§ 69. Вставка кубической параболы. При всякомъ криволинейномъ движеніи является центробѣжная сила, которая можетъ сбросить поѣздъ съ колеи. Во избѣжаніе этого наружный рельсъ колеи при закругленіяхъ необходимо дѣлать выше внутренняго и на столько именно, чтобы плоскость колеи была нормальна къ равнодѣйствующей силы тяжести и центробѣжной. Пусть масса какого нибудь вагона будетъ m, вѣсъ его $\overline{AC} = mg$. — Центробѣжная сила $\overline{AB}$ будетъ:



Фиг. 126.

$$AB = m\frac{v^2}{\rho}.$$

Уголъ φ, который образуетъ равнодѣйствующая обѣихъ силъ AD съ вертикальною линіей, опредѣляется по формулѣ

$$tg\varphi = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{v^2}{\rho g} = \varphi \quad \ldots\ldots\ldots (13)$$

Подъ такимъ угломъ должна быть наклонена плоскость колеи къ плоскости горизонта. Поэтому, называя ширину колеи черезъ l, превышеніе наружнаго рельса надъ внутреннимъ черезъ h, имѣемъ

$$\sin\varphi = \frac{h}{l} = \varphi \quad \ldots\ldots\ldots (14)$$

Сравнивая послѣднія два выраженія, находимъ

$$h = \frac{lv^2}{\rho g} \quad \ldots\ldots\ldots (15)$$

Отсюда слѣдуетъ, что при одинаковомъ радіусѣ закругленія превышеніе h должно измѣняться со скоростью v движенія поѣзда. Обыкновенно превышеніе это разсчитывается на наибольшую допускаемую скорость v_1.

Называя

$$\frac{lv_1^2}{g} = k,$$

имѣемъ

$$h = \frac{k}{\rho} \quad \ldots\ldots\ldots (16)$$

Въ разсмотрѣнныхъ нами закругленіяхъ прямая линія сразу переходила въ дугу окружности радіуса R, а потому радіусъ кривизны ρ въ точкѣ касанія перескакиваетъ сразу съ ∞ на R ;согласно |16|,наружный рельсъ долженъ въ этомъ мѣстѣ сразу подняться на $\frac{k}{R}$,что конечно недопустимо.Поэтому мы должны исправить наше закругленіе около точекъ касанія такъ,чтобы радіусъ кривизны измѣнялся постепенно отъ ∞ до R .Можно найти безчисленно много вставокъ,удовлетворяющихъ этому условію,поэтому мы можемъ на искомую кривую наложить еще условіе,чтобы уклонъ наружнаго рельса былъ постепенный,т.е. чтобы было удовлетворено условіе:

$$h = \frac{s}{n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

гдѣ s разстояніе какой нибудь точки пути отъ начальной,въ которой закругленіе начинается |т.е. въ которой $h = 0$ |,а n какое нибудь заданное отвлеченное число;обыкновенно принимаютъ $n = 1000$ т.е. уклонъ въ 0,1%.Сравнивая |16| и |17|,мы видимъ,что намъ нужно найти такую кривую для каждой точки,которой было бы удовлетворено условіе

$$\rho = \frac{kn}{s} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

Раньше чѣмъ приступить къ рѣшенію этой задачи, намъ нужно сообщить нѣкоторыя свѣдѣнія изъ анализа.

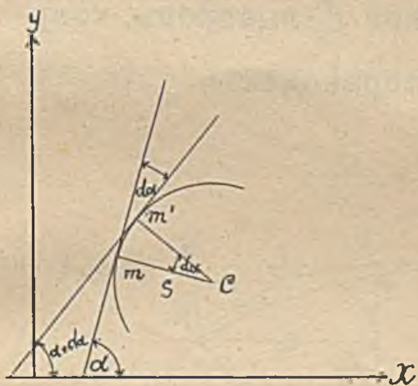
Пусть Amm' будетъ нѣкоторая кривая,уравненіе которой

$$y = f(x)$$

Проведемъ въ точкѣ m касательную и назовемъ уголъ ея съ осью x черезъ α. Тогда

$$tg\alpha = \frac{dy}{dx} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (19)$$

Возьмемъ смежную точку m' и проведемъ въ ней новую касательную, образующую съ осью x уголъ $\alpha + d\alpha$, такъ что уголъ между касательными будетъ $d\alpha$, а $mm' = ds$.



Фиг. 127.

Перпендикуляры къ этимъ касательнымъ т.е. нормали къ кривой въ смежныхъ точкахъ m и m' пересѣкаются въ точкѣ C, называемой центромъ кривизны кривой въ точкѣ m. Элементъ дуги кривой mm' можно разсматриватъ, какъ элементъ окружности, описанной изъ центра кривизны C радіусомъ кривизны $\rho = Cm = Cm'$. Такъ какъ уголъ C равенъ $d\alpha$, то имѣемъ

$$ds = \rho\, d\alpha, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (20)$$

гдѣ радіусъ кривизны ρ находится по слѣдующей формулѣ:

$$\rho = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}} \quad . \; . \; . \; . \quad (21)$$

Послѣ этого маленькаго уклоненія возвращаемся къ нашей задачѣ: опредѣлить кривую, удовлетворяющую условію |18|.

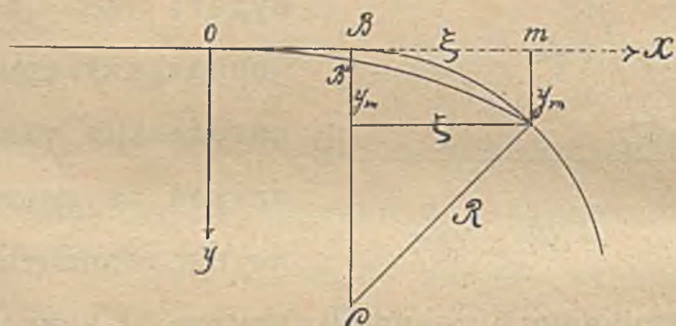
Исключаемъ ς изъ |18| и |20|:

$$s.ds = n.k.d\alpha.$$

Интегрируемъ

$$\frac{1}{2}s^2 = n.k.\alpha + C \quad . \; . \; . \; . \quad (22)$$

Желая опредѣлить постоянное C, выберемъ координатныя оси слѣдующимъ образомъ:



$Om = x_m$

$Ob = x_b = x_m - \xi.$

Фиг. 128.

Пусть B будетъ точка касанія прямой съ окружностью, а O точка касанія прямой съ искомой кривой, т.е. та точка, гдѣ начнется новое закругленіе, отъ которой мы считаемъ дугу кривой. Возьмемъ прямую OB за ось x, Oy - за ось y. Тогда уголъ α, образуемый касательною къ кривой съ осью x, будетъ въ точкѣ O равенъ нулю, а потому, относя уравненіе |22|

къ точкѣ O, мы найдемъ, что $C=0$, и слѣдовательно уравненіе |22| приметъ видъ

$$\frac{1}{2} s^2 = n.k.\alpha \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ (23)$$

Соединяемъ теперь послѣднее уравненіе съ |19|. Такъ какъ наша вставка $OB'M$ мало уклоняется отъ оси x, то можемъ принять приблизительно

$$tg\alpha = \alpha \qquad s = x.$$

Тогда уравненія |19| и |23| намъ доставятъ

$$\frac{1}{2} x^2 = n.k \frac{dy}{dx},$$

откуда

$$y = \frac{x^3}{6nk} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (24)$$

Постоянное интеграціи опять равно нулю, ибо при $x=0$ и y должно быть равно нулю.

Мы видимъ, что искомая переходная кривая, удовлетворяющая высказаннымъ раньше требованіямъ, есть кубическая парабола.

По формулѣ |21| мы находимъ для нея радіусъ кривизны:

$$\rho = \frac{\left(1 + \frac{x^4}{4n^2k^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{\frac{x}{n.k}} \quad . \ . \ . \ . \ (25)$$

При $x=0$ т.е. въ точкѣ O радіусъ кривизны дѣйствительно обращается въ безконечность; затѣмъ онъ убываетъ постепенно, и намъ надо найти ту точку M, въ которой онъ сравнивается съ радіусомъ сдѣланнаго закругленія R. Называя абсциссу этой точки черезъ x_m |фиг. 128| и полагая въ |25| $x = x_m$ и $\rho = R$, получимъ уравненіе

$$R = \frac{\left(1 + \frac{x_m^4}{4n^2k^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{\frac{x_m}{n.k}},$$

изъ котораго надо опредѣлить неизвѣстное x_m. Такъ какъ n^2 очень велико, то числителя можно принять равнымъ 1, и находимъ достаточно точно

$$x_m = \frac{nk}{R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

и на основаніи |24|

$$y_m = \frac{n^2k^2}{6R^3} \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

Наконецъ, изъ фиг. 128 прямо находимъ

$$\xi = y_m(2R - y_m) \quad . \quad . \quad . \quad (27')$$

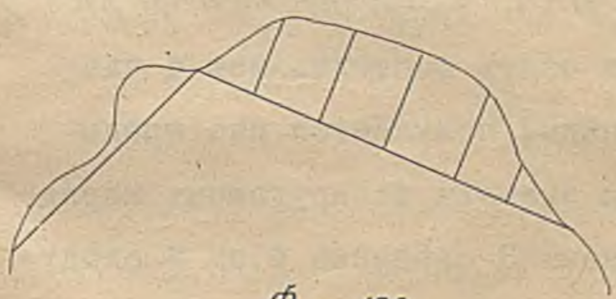
На основаніи всего вышеизложеннаго мы разобьемъ вставку $OB'M$ слѣдующимъ образомъ. Разбивъ закругленіе OBM по способамъ, изложеннымъ въ предыдущихъ параграфахъ, вычисляемъ по формуламъ |26| - |27| x_m, y_m и ξ. Откладываемъ отъ точки B въ одну сторону $BO = x_m - \xi$, получаемъ начало параболической вставки O; отложивъ въ другую сторону $Bm = \xi$ получаемъ точку m; возставивъ перпендикуляръ mM и отложивъ для повѣрки $Mm = y_m$, мы должны получить точку M окружности; она вмѣстѣ съ тѣмъ будетъ переходной точкой отъ параболы къ окружности. Промежуточныя точки параболы $OB'M$ найдемъ, давая x произвольныя значенія между O и x_m и вычисляя по формулѣ |24| соотвѣтственныя значенія y.

Надо впрочемъ замѣтить, что на практикѣ вставки $OB'M$ разбиваются обыкновенно не по выведеннымъ выше формуламъ, а по другимъ еще болѣе упрощеннымъ; иногда это дѣлается просто на глазъ.

ИЗМѢРЕНІЕ ПЛОЩАДЕЙ.

§70. Измѣреніе площадей на почвѣ. Если участокъ земли ограниченъ прямыми линіями, то онъ разбивается на треугольники, въ каждомъ треугольникѣ измѣряется основаніе и высота и вычисляется площадь.

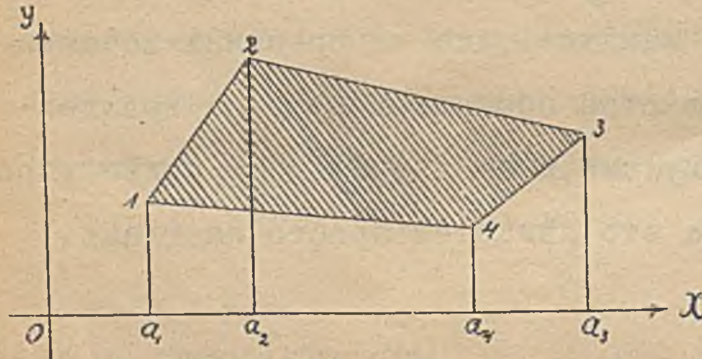
Если граница участка криволинейная, то разбивается многоугольникъ возможно близко подходящій къ криволинейной фигурѣ и вычисляется отдѣльно площадь многоугольника и отдѣльно



Фиг. 129.

площадь фигуры между сторонами многоугольника и криволинейными очертаніями границъ. Для этого послѣднія фигуры разбиваются перпендикулярами на рядъ элементарныхъ трапецій.

Точнѣе всего вычисляется площадь, когда съемка произведена координатами. Вообразимъ для простоты четыреугольникъ 1234, координаты вершинъ котораго (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4)



Фиг. 130.

извѣстны и площадь котораго обозначимъ черезъ $\mathcal{P}$. Очевидно, что

$$\mathcal{P} = a_1 12 a_2 + a_2 23 a_3 - a_4 43 a_3 - a_1 14 a_4,$$

или

$$\mathcal{P} = \frac{y_1 + y_2}{2}(x_2 - x_1) + \frac{y_2 + y_3}{2}(x_3 - x_2) - \frac{y_3 + y_4}{2}(x_3 - x_4) - \frac{y_4 + y_1}{2}(x_4 - x_1)$$

или

$$2\mathcal{P} = (y_1 + y_2)(x_2 - x_1) + (y_2 + y_3)(x_3 - x_2) + (y_3 + y_4)(x_4 - x_3) + (y_4 + y_1)(x_1 - x_4)$$

Мы видимъ, что вторая часть состоитъ изъ 4 членовъ, изъ которыхъ каждый получается изъ предыдущаго перестановкою знаковъ въ круговомъ порядкѣ, т.е. что за значкомъ 3 слѣдуетъ 4, за 4 слѣду- I и т.д.

Фиг. 131.

Вообще, если имѣемъ n-угольникъ со сторонами I,2,3.... i.... n, то площадь его выразится суммою

$$\pm 2P = \sum_{i=1}^{i=n} (y_i + y_{i+1})(x_{i+1} - x_i),$$

причемъ надо помнить, что при $i = n$ войдутъ координаты x_{n+1} и y_{n+1}, которыя имѣютъ то же значеніе, что и x_1 и y_1.

Въ развернутомъ видѣ последняя формула напишется такъ:

$$\pm 2P = (y_1 + y_2)(x_2 - x_1) + (y_2 + y_3)(x_3 - x_2) + \dots + (y_{n-1} + y_n)(x_n - x_{n-1}) + (y_n + y_1)(x_1 - x_n).$$

Ее можно упростить такъ, что число членовъ останется то же, но каждый станетъ немного короче. Дѣйствительно, переписываемъ послѣднюю формулу, раскрывая первыя скобки:

$$\begin{aligned}
\pm 2P = {} & y_1(x_2 - x_1) \\
& + y_2(x_3 - x_2) + y_2(x_2 - x_1) \\
& + y_3(x_4 - x_3) + y_3(x_3 - x_2) \\
& \dots\dots \quad \dots\dots \\
& \dots\dots \quad \dots\dots \\
& + y_{n-1}(x_n - x_{n-1}) + \dots \\
& + y_n(x_1 - x_n) + y_n(x_n - x_{n-1}) \\
& + y_1(x_1 - x_n).
\end{aligned}$$

Послѣ приведенія получимъ искомую формулу

$$\pm 2P = y_1(x_2 - x_n) + y_2(x_3 - x_1) + y_3(x_4 - x_2) + \dots + y_n(x_1 - x_{n-1})$$

которая символически можетъ быть представлена такъ

$$\pm 2\mathcal{P} = \sum_{i=1}^{i=n} y_i(x_{i+1} - x_{i-1}).$$

Очевидно, наконецъ, что во всѣхъ нашихъ формулахъ мы можемъ переставить координаты x съ y, такъ какъ ось x мы можемъ принять за y и наоборотъ Окончательно получаемъ для двойной площади многоугольника слѣдующія четыре выраженія

$$\pm 2\mathcal{P} = \sum_{i=1}^{i=n} (y_i + y_{i+1})(x_{i+1} - x_i),$$

$$\pm 2\mathcal{P} = \sum_{i=1}^{i=n} (x_i + x_{i+1})(y_{i+1} - y_i),$$

$$\pm 2\mathcal{P} = \sum_{i=1}^{i=n} y_i(x_{i+1} - x_{i-1}),$$

$$\pm 2\mathcal{P} = \sum_{i=1}^{i=n} x_i(y_{i+1} - y_{i-1}).$$

Приэтомъ не слѣдуетъ забывать, что напримѣръ y_{n+1} обозначаетъ то же, что y_1, а x_0 то же что и x_n. Всѣ умноженія производятся или непосредственно или помощью различныхъ вспомогательныхъ таблицъ, машинъ и другихъ приспособленій.

На лекціи демонстрировались :

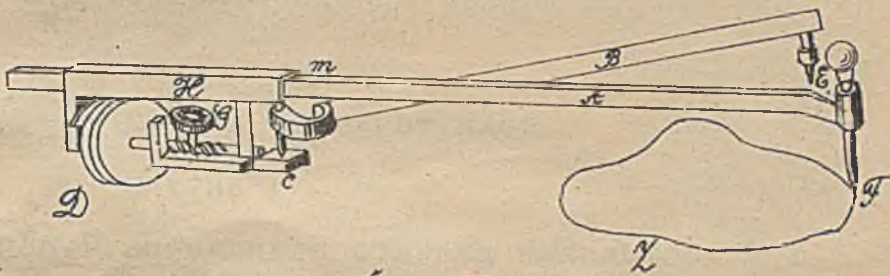
I| таблицы умноженія

2| Вычислительная машина Однера,

3| Вычислительныя линейки.

§71. <u>Измѣреніе площадей на планѣ.</u> Планиметръ Амслера.

Онъ состоитъ изъ двухъ рычаговъ $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$, соединенныхъ вертикальною осью $\mathcal{C}$. Рычагъ $\mathcal{B}$ оканчивается



Фиг: 132.

ется иголкой $\mathcal{E}$, которая вдавливается въ бумагу и остается во время измѣренія площади неподвижной. Рычагъ $\mathcal{A}$ оканчивается штифтомъ $\mathcal{F}$, служащимъ для обвода контура фигуры, площадь которой подлежитъ опредѣленію. Въ плоскости, проходящей черезъ ось $\mathcal{C}$ и штифтъ, лежитъ горизонтальная ось вращенія колеса $\mathcal{D}$, окружность котораго раздѣлена на 100 равныхъ частей. Число полныхъ оборотовъ колеса замѣчается на дискѣ $\mathcal{G}$, а доли оборота по верньеру $\mathcal{O}$. Отсюда видно, что планиметръ упирается на бумагу точками $\mathcal{E}$, $\mathcal{F}$ и ободкомъ колеса $\mathcal{D}$.

Для измѣренія площади фигуры $\mathcal{Z}$ слѣдуетъ поставить штифтъ въ какую нибудь точку F контура, отсчитать дискъ G и нонiусъ O; затѣмъ обвести контуръ Z и вернувшись въ F сдѣлать второй отсчетъ. Если разность отсчетовъ назовемъ черезъ u то площадь фигуры выразится одною изъ слѣдующихъ формулъ:

$P = k.u,$ если точка E внѣ фигуры,

$P = k.u + k',$ " " " внутри "

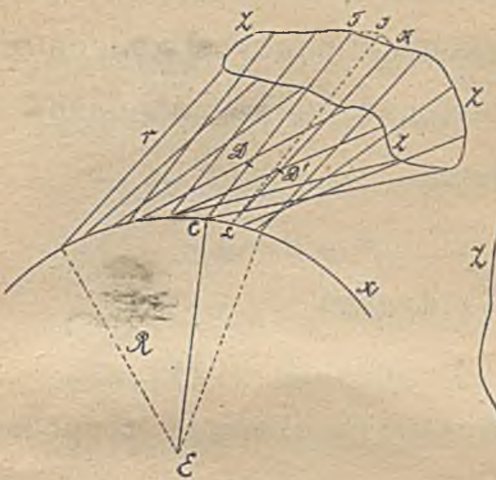
гдѣ k и k' постоянныя даннаго планиметра. Чтобы въ этомъ убѣдиться, представимъ планиметръ нашъ схематически.

Пусть въ проекцiи на плоскость бумаги F изображаетъ штифтъ, E неподвижную иголку или полюсъ, C - горизонтальную ось, D-точку касанiя ободка колеса, r постоянное |во время работы| разстоянiе CF, R - постоянное разстоянiе EC, ς постоянное разстоянiе CD.

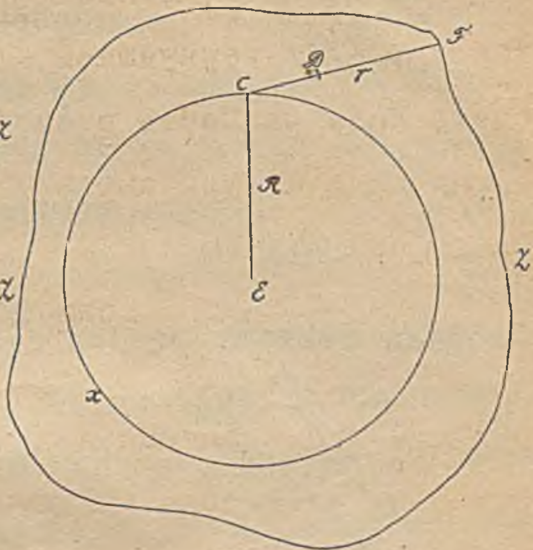
Если полюсъ E лежитъ внѣ фигуры Z |фиг. 133|, то при обводѣ контура Z точка C описываетъ лишь дугу окружности; если же полюсъ лежитъ внутри |фиг. 134 стр. 243|, то точка C опишетъ всю окружность.

Разсмотримъ оба случая отдѣльно.

Пусть контуръ Z обведенъ штифтомъ F. Вообразимъ рядъ положенiй стержня r и разсмотримъ два смежныхъ CF и LK. Вообразимъ $FI = CL$ и $FI \parallel CL$; мы

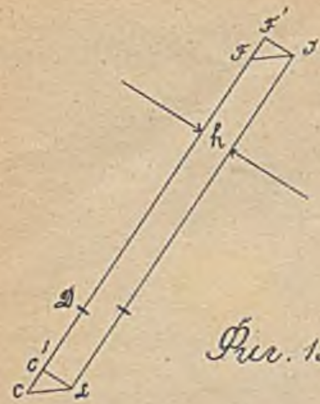


Фиг. 133.



Фиг. 134.

видимъ, что изъ положенія CF можно стержень перевести въ LK такимъ образомъ, что сначала изъ CF передвинуть его поступательно въ LI и потомъ повернуть около L на уголъ $\Delta\psi = ILK$, такъ что площадь FLK можно разсматривать въ предѣлѣ состоящею изъ параллелограмма $p = CLIF$ и сектора $s = ILK$. Площадь параллелограмма p равна произведенію r на высоту h. Основаніе r постоянно, а h пропорціонально повороту колеса D. Дѣйствительно, перемѣщеніе стержня r съ колесомъ D изъ CF въ LI можно разложить на перемѣщеніе продольное въ CF' и поперечное въ LI. При первомъ колесо будетъ только скользить, не по -

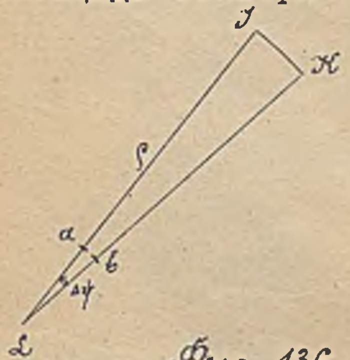


Фиг. 135.

ворачиваясь, при второмъ оно повернется на нѣкоторый уголъ $\Delta\varphi$, а если радiусъ колеса c, то очевидно высота параллелограмма $h = c.\Delta\varphi$ и

$$p = r.c.\Delta\varphi.$$

Площадь сектора $s = LJK$ будетъ



Фиг. 136.

$$s = \frac{1}{2} r^2 \Delta\psi.$$

При поворотѣ стержня на уголъ $\Delta\psi$ колесо повернется на нѣкоторый уголъ $\Delta\varphi$, который найдется изъ условiя

$$\smile ab = \rho.\Delta\psi \quad \text{и} \quad \smile ab = c.\Delta'\varphi,$$

откуда

$$\Delta'\varphi = \frac{\rho}{c}.\Delta\psi.$$

Условимся считать уголъ $\Delta\psi$ и площадь, описываемую стержнемъ r, положительными, если движенiе стержня относительно полюса $\mathcal{E}$ происходитъ по часовой стрѣлкѣ, и отрицательными въ противномъ случаѣ. При этомъ условiи будетъ всегда справедливо слѣдующее положенiе: площадь, описанная стержнемъ при переходѣ отъ F до K, равна

$$p + s = r.c.\Delta\varphi + \frac{1}{2} r^2 \Delta\psi,$$

а вся площадь, описанная стержнемъ при обводѣ фигуры Z, будетъ

$$Q = r.c.\Sigma\Delta\varphi + \frac{1}{2} r^2 \Sigma\Delta\psi.$$

Колесо $\mathcal{D}$ повернется окончательно на уголъ

$$\Phi = \Sigma\Delta\varphi + \Sigma\Delta'\varphi = \Sigma\Delta\varphi - \frac{\rho}{c}\Sigma\Delta\psi,$$

при чемъ $\Sigma\Delta\varphi$ представляетъ алгебраическую сумму поворотовъ колеса при описанiи стержнемъ r элементарныхъ параллелограммовъ p, $\Sigma\Delta'\varphi$ - при описанiи элементарныхъ секторовъ p.

Теперь легко сообразить слѣдующее: если полюсъ лежитъ внѣ контура Z, то площадь Q, описанная стержнемъ послѣ полнаго обвода контура Z, равна какъ разъ площади нашей фигуры Z, если же полюсъ лежитъ внутри |фиг. 135| то площадь Q равна площади фигуры между контуромъ Z и окружностью круга x, площадь котораго $\pi.R^2$. Поэтому, называя площадь фигуры Z черезъ $\mathcal{P}$, имѣемъ

$$\mathcal{P} = r.c.\Sigma\Delta\varphi + \frac{1}{2}.r^2\,\Sigma\Delta\psi \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \text{|полюсъ внѣ|}$$

$$\mathcal{P} = r.c.\Sigma\Delta\varphi + \frac{1}{2}.r^2\Sigma\Delta\psi + \pi R^2 .. \text{|полюсъ внутри|}.$$

Для перваго случая имѣемъ $\Sigma\Delta\psi = 0$, $\Phi = \Sigma\Delta\varphi$; $\mathcal{P} = r.c.\Phi$

А такъ какъ уголъ Φ полнаго поворота колеса пропорцiоналенъ разности отсчетовъ u |на дискѣ $\mathcal{G}$ и нонiусѣ O |, то получаемъ формулу

$$\mathcal{P} = k.u \;.\;.\;. \text{|полюсъ внѣ|}.$$

Для второго случая имѣемъ :

$$\Sigma\Delta\psi = 2\pi\;,\quad \Phi = \Sigma\Delta\varphi + 2\pi\frac{\rho}{c},\quad \mathcal{P} = r.c.\Sigma\Delta\varphi + \pi(r^2 + R^2).$$

Исключая изъ послѣднихъ 2 уравненiй неизвѣстное $\Sigma\Delta\varphi$, получаемъ

$$\mathcal{P} = r.c.\Phi - 2\pi\rho r + \pi(r^2 + R^2)$$

Здѣсь опять можемъ принять $r.c.\Phi = k.u$; $\pi(r^2+R^2)-2\pi\varsigma r = k'$, гдѣ k и k' постоянныя, и получаемъ формулу

$$P = ku + k' \ldots |\text{полюсъ внутри}| \quad \text{ч.т.д.}$$

Послѣдняя формула остается справедливою и въ томъ случаѣ, когда кривая Z пересѣкаетъ окружность x.

Значенія постоянныхъ коэффиціентовъ k и k' даются механиками. Повѣрить ихъ можно слѣдующимъ образомъ. Начертивъ какую нибудь правильную фигуру, площадь которой вычисляется непосредственно, измѣримъ ее планиметромъ, укрѣпивъ полюсъ внѣ линейки. Опредѣливъ разность отсчетовъ u, найдемъ k изъ уравненія

$$P = k.u.$$

Для этого изслѣдованія служатъ контрольныя линейки, дающія возможность описывать помощью штифта F окружность различныхъ радіусовъ.

Для опредѣленія коэффиціента k' обведемъ контуръ два раза, укрѣпивъ полюсъ разъ внутри контура, другой разъ внѣ. Получимъ для обоихъ случаевъ

$$P = ku_1 + k',$$
$$P = ku_2,$$

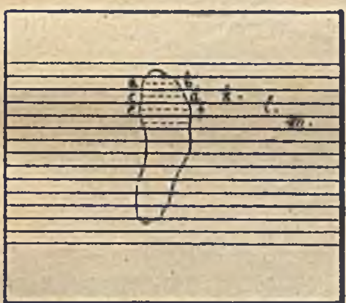
откуда

$$k' = k(u_2 - u_1)$$

Перемѣщая рычагъ A во втулкѣ H, можно сдѣлать

k равнымъ какому нибудь круглому числу.
Болѣе примитивными, хотя часто весьма удобными приборами для измѣренія площадей на планѣ служитъ палетка и волосяная сѣть. Палеткой называется роговой |или вообще прозрачный| листокъ раздѣленный двумя системами прямыхъ линій на квадратики; площадь каждаго квадратика соотвѣтствуетъ 100 кв. саженямъ. 4 ряда квадратиковъ по 6 въ каждомъ образуютъ прямоугольникъ, ограниченный болѣе толстыми линіями и соотвѣтствующій десятинѣ. Употребленіе палетки очевидно.

Волосяная сѣть состоитъ изъ металлической четыреугольной рамы, на двухъ сторонахъ которой натянутъ рядъ параллельныхъ равностоящихъ конскихъ волосовъ или шелковинокъ.



Фиг. 137

Наложивъ ее на фигуру $ace \ldots b$, площадь которой подлежитъ измѣренію, мы разобьемъ эту фигуру на рядъ элементарныхъ трапецій и два малыхъ треугольника. Называя площади крайнихъ треугольниковъ черезъ δ_1 и δ_2, разстояніе между нитями черезъ ε, мы видимъ, что площадь нашей фигуры выразится

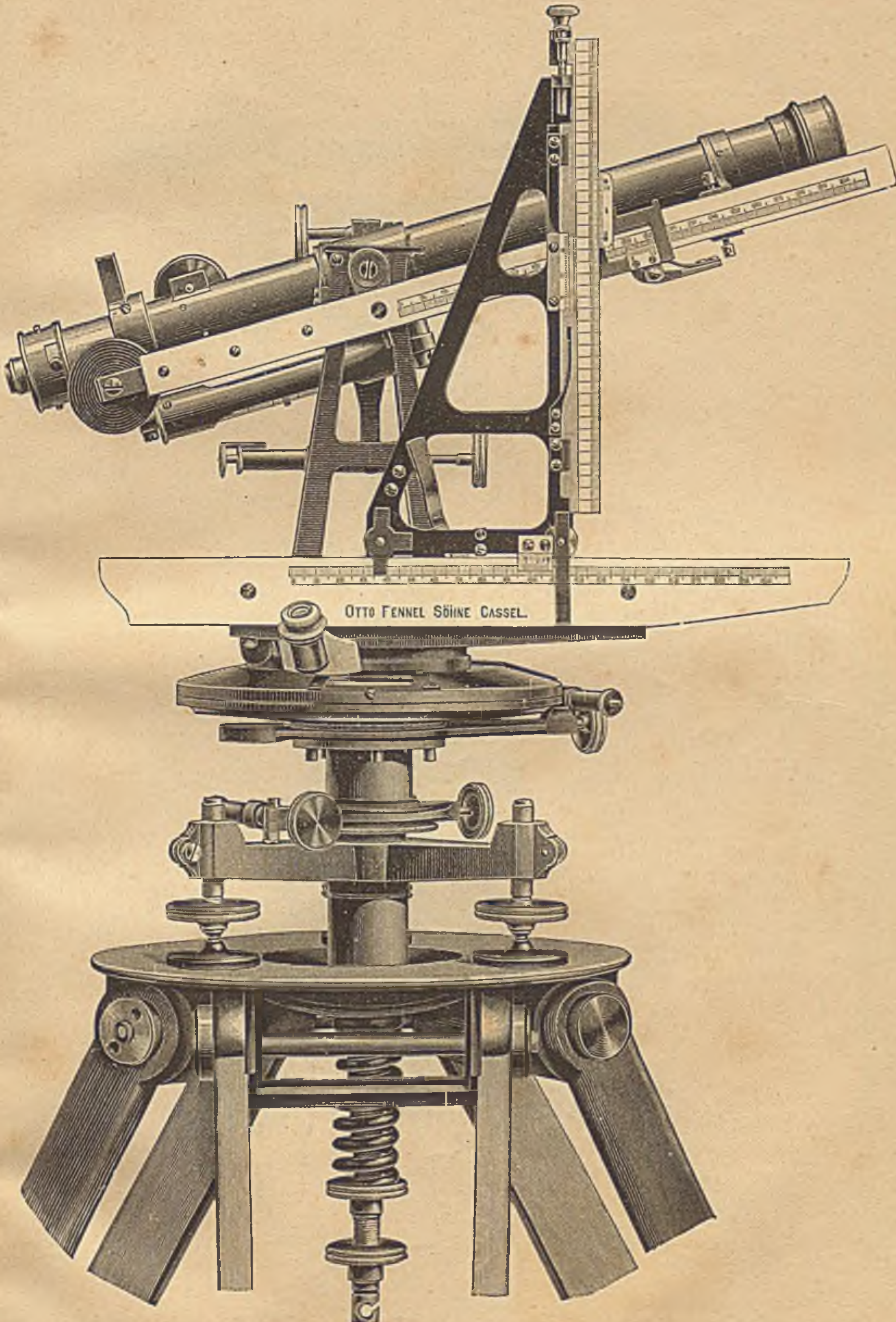
$$P = \varepsilon(ab + cd + ef + \ldots) + \delta_1 + \delta_2.$$

Сумма, стоящая въ скобкахъ, измѣряется слѣдующимъ образомъ. Ставимъ ножки циркуля одну въ a, другую въ b. Затѣмъ не измѣняя растворенія циркуля, переносимъ одну ножку изъ a въ d, другую въ k, такъ что $dk = ab$; опираясь далѣе на k, отодвигаемъ лѣвую ножку до c , потомъ переносимъ ножки циркуля въ f и l, такъ что $fl = ab + cd$ и т.д.

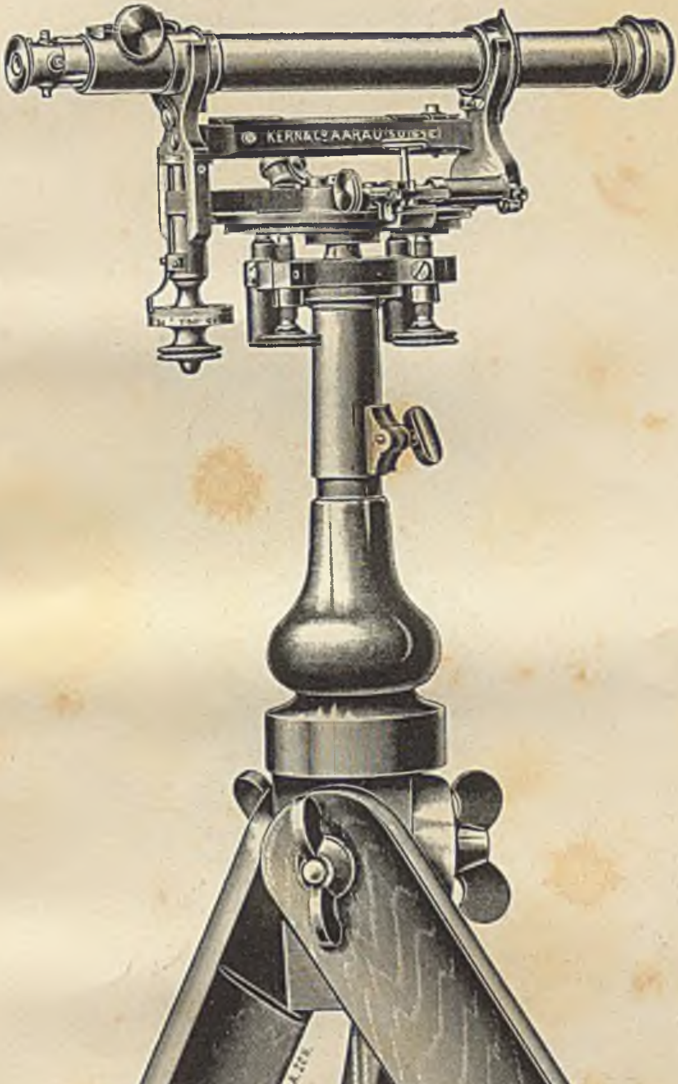
Этимъ пріемомъ устраняется необходимость измѣрять по масштабу каждую изъ линій ab, cd, ...отдѣльно.

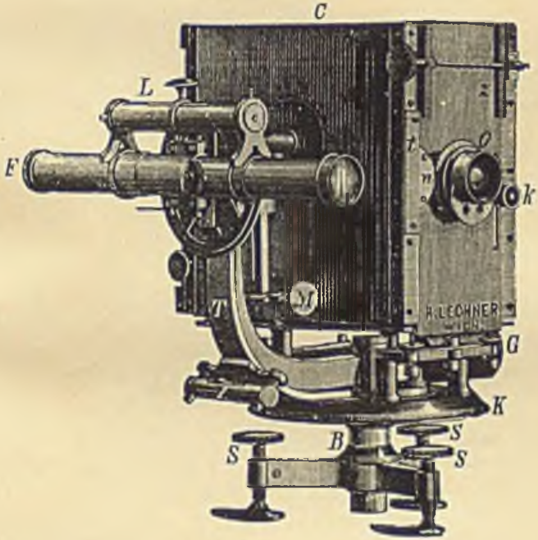
Для удобства работы при такомъ способѣ измѣренія площадей пользуются циркулемъ особаго устройства, ножки котораго можно раздвигать лишь до тѣхъ поръ, пока разстояніе между ними, умноженное на ε , не даетъ площади, равной въ принятомъ масштабѣ I десятинѣ.

Кромѣ описанныхъ, на лекціяхъ демонстрировались: прецизіонный планиметръ Коради, шаровой планиметръ Коради и планиметръ Прица.



Wagner-Fennel's Tachymeter.


KERN & Cº AARAU (SUISSE)


C
L
F
k
T
M
R. LECHNER
G
K
B
S
S
S

Программа
зимнихъ практическихъ занятій
по геодезіи.

I. <u>Буссольный теодолитъ</u> (астролябія съ трубой) Герляка.

1. Опредѣлить точность верньеровъ при обоихъ лимбахъ.

2. Привести ось алидады въ вертикальное положеніе по цилиндрическому уровню (дѣйствовать подъемными винтами и микрометренным винтомъ при вертикальномъ лимбѣ); если пузырекъ сферическаго уровня окажется послѣ этой операціи не на серединѣ, то вывести его на середину уравнительными винтиками помощью отвертки. Послѣ этого можно приводить вертикальную ось въ вертикальное положеніе помощью сферическаго уровня.

3. Точное наведеніе трубы на предметъ

(крестикъ на лампѣ): а) навести трубу на освѣщенную стѣну и, глядя въ окуляръ, перемѣщать его (безъ сѣтки нитей) до тѣхъ поръ, пока нити не будутъ отчетливо видны; в) навести рукой трубу на предметъ и, глядя въ трубу, перемѣщать помощью винта сѣтку съ окуляромъ до тѣхъ поръ, пока предметъ не будетъ рѣзко виденъ; с) закрѣпивъ зажимные винты при обоихъ лимбахъ, навести точно пересѣченіе нитей на середину крестика, дѣйствуя микрометренными винтами (параллаксъ нитей!)

4. Исправить коллимаціонную погрѣшность: а) посмотрѣть, соединенъ ли лимбъ съ подставкой; в) навести точно трубу съ алидадой на крестикъ у лампы и сдѣлать отсчетъ на горизонтальномъ кругѣ; с) перевести трубу черезъ зенитъ, навести на тотъ же крестикъ и сдѣлать новый отсчетъ; d) навести верньеръ на полусумму обоихъ отсчетовъ,

дѣйствуя микрометреннымъ винтомъ;
е) навести сѣтку нитей на тотъ же крестикъ, дѣйствуя винтиками при окулярѣ.

5. Опредѣлить по отвѣсу, описываетъ ли визирная ось трубы вертикальную плоскость.

6. Измѣрить уголъ между двумя крестиками по тремъ способамъ. Вслѣдствіе малости разстояній до визируемыхъ точекъ центрировать инструментъ надъ обозначенною на полу точкой точно, по отвѣсу.

7. Опредѣлить румбическіе углы направленій на 3 крестика у лампъ и замѣнить ихъ на азимуты.

II. Нивеллиръ (крытый дворъ).

1. Повѣрка глухого нивеллира: а) замѣтить на полу или отмѣтить карандашемъ двѣ возможно удаленныя точки (въ полѣ такія отмѣчаются колышками, прочно забиваемыми въ землю); в) уста-

новить нивеллиръ такъ, чтобы окуляръ его пришелся надъ первой изъ обозначенныхъ точекъ, а одна изъ ножекъ была направлена къ другой; c) привести ось вращенія нивеллира въ вертикальное положеніе, а ось уровня въ горизонтальное, дѣйствуя подъемными винтами, а если надо, то и уравнительнымъ винтомъ при уровнѣ; d) измѣрить высоту i визирной линіи (середины окуляра) надъ обозначенной точкой, поставивъ на нее рейку, а если надо, то и выдвинувъ окулярную трубку; e) поставить рейку вертикально на вторую изъ обозначенныхъ точекъ и отсчитать положеніе средней нити (N) [параллаксъ нитей!]. Отсчеты i и N должны быть сдѣланы до 0,001 саж.; f) установить нивеллиръ такъ, чтобы окуляръ его пришелся надъ второй точкой, а одна изъ ножекъ шла къ первой; привести ось вращенія въ вертикальное положеніе, получить новое i_1 и новое N_1; g) если окажется, что разность $\frac{N+N_1}{2} - \frac{i+i_1}{2}$ не равна нулю, то обнаружить непараллельность оси уровня и визирной оси, то погрешность исправить, передвигая сътку нитей (безъ руководителя этого не дълать).

2. Пронивеллировать 4—5 точекъ вокругъ крытаго двора, ставя рейку на имъющіяся подставки и вернувшись въ начальную точку. Нивеллировка изъ середины. Обращать вниманіе, чтобы передъ каждымъ отсчетомъ рейки пузырекъ былъ на серединъ; въ случаъ надобности приводить его на середину подъемнымъ винтомъ.

3. Повърить нивеллиръ Эго.

III. Мензула и кипрегель Герляха.

1. Установить планшетъ горизонтально.

2. Опредълить на вертикальномъ кругъ кипрегеля отсчетъ x, когда визирная ось горизонтальна: а) навести трубу на

крестикъ на лампѣ и, приведя пузырекъ уровня при вертикальномъ лимбѣ на середину, сдѣлать отсчетъ N; в) перевести трубу черезъ зенитъ, переставить кипрегель и вторично навести трубу на тотъ же крестикъ; привести пузырекъ при вертикальномъ лимбѣ на середину и сдѣлать новый отсчетъ N'. Тогда $x = \frac{N+N'}{2}$, а наклоненіе визирной линіи $\theta = \pm\frac{N-N'}{2}$. (180° при этомъ кипрегель вычитать, очевидно, не надо. Примѣчаніе: вслѣдствіе близости до визируемаго предмета необходимо устанавливать середину кипрегеля при обоихъ визированіяхъ надъ тою же точкой планшета. Въ полѣ этой предосторожности особенно соблюдать не надо.

3. Опредѣлить горизонтальное разстояніе $\mathfrak{D}$ отъ центра кипрегеля до точки на лѣвомъ шкафу, на которой стоитъ рейка. Формула:

$$\mathfrak{D} = A. l. \cos^2\theta + B. \cos\theta.$$

Принять: $A = 100$, $B = 0,5$ метра.

4. Рѣшить задачу Потенота (инж. стр. отд.) или сдѣлать нѣсколько засѣчекъ (мех. отд.).

V. Упражненія съ экерами, планиметрами и знакомство съ другими инструментами.