

INŻ. DR STEFAN BRYŁA

PODREČZNIK
STATYKI BUDOWLI

PODRĘCZNIK STATYKI BUDOWLI

Miła Stanisław
Rybnik Lerska 77



INŻ. DR STEFAN BRYŁA

PODREĆCZNIK STATYKI BUDOWLI

DLA ŚREDNICH SZKÓŁ TECHNICZNYCH

ZE 169 PRZYKŁADAMI I 307 RYSUNKAMI W TEKŚCIE
ORAZ 31 TABLICAMI POMOCNICZEMI

POLECONY DO UŻYTKU SZKOLNEGO ROZPORZĄDZENIEM
MINISTERSTWA WYZNAŃ RELIGIJNYCH I OŚWIECENIA PUBLICZNEGO
Z DNIA 22-go STYCZNIA 1920 ROKU (NR. S. III. 5524/20)

WYDANIE DRUGIE ZMIENIONE I ROZSZERZONE

LWÓW i WARSZAWA — 1925
NAKŁADEM KSIĘGARNI POLSKIEJ BERNARDA POŁONIECKIEGO



134725

250/12

Z PRZEDMOWY DO PIERWSZEGO WYDANIA

Do napisania książki niniejszej skłonił mnie zupełny brak polskiego podręcznika statyki budowli dla średnich szkół technicznych.

Układ podręcznika nie różni się zasadniczo od dzieł podobnych w innych językach; zmiany, jakie wprowadziłem, większe uwzględnienie niektórych działów, pominięcie innych, spowodowało głównie pragnienie osiągnięcia większej przejrzystości i jasności podręcznika, oraz dostosowanie się do wymogów praktyki. Ten sam powód skłonił mnie do wprowadzenia bardzo znacznej ilości przykładów. Przy wyborze ich kierowałem się również wymogami praktyki. Dlatego też np. ilość przykładów w dziale obliczania belek na zginanie jest tak wielka. Niektóre z przykładów są też niejako przygotowaniem do działów następnych. W podręczniku starałem się uwzględnić techniczną terminologję polską tak lwowską, jako też warszawską.

Przeznaczenie książki wykluczyło zgóry możliwość użycia wyższej matematyki, oraz wogóle zawilszych wywodów, to też w niektórych miejscach musiałem uciec się do dłuższej elementarnej drogi, albo też pominąć zupełnie dowody, ograniczając się tylko do wyników (por. np. dział o parciu ziemi). Wzgląd ten spowodował też miejscami pewne nieścisłości, względnie uproszczenia.

PRZEDMOWA DO DRUGIEGO WYDANIA

Wydanie drugie dostosowałem do polskich „Przepisów, dotyczących obliczeń statycznych w budownictwie lądowym”, wydanych przez Ministerstwo Robót Publicznych w r. 1923. Wynikły stąd pewne zmiany i rozszerzenia tekstu, oraz zwiększenie ilości przykładów. Ilość tablic również znacznie wzrosła.

St. Bryła

SPIS RZECZY

I. PODSTAWY STATYKI BUDOWLI

A. Wstęp

	Str.
§ 1. Pojęcia wstępne	1
§ 2. Pojęcie siły	1
§ 3. Równowaga sił	2
§ 4. Wypadkowa sił	3

B. Składanie i rozkładanie sił na płaszczyźnie

§ 5. Siły działające w jednej linii	4
§ 6. Dwie siły działające na jeden punkt w różnych kierunkach	5
§ 7. Dowolna ilość sił działających na jeden punkt w różnych kierunkach	6
§ 8. Równowaga kilku sił w jednym punkcie	7
§ 9. Rozkładanie sił	8
§ 10. Rachunkowe składanie i rozkładanie sił	9
Przykłady 1—17	12
§ 11. Siły o różnych kierunkach i punktach zaczepienia	20
Przykłady 18—19	21
§ 12. Wielobok sznurowy	22
§ 13. Siły równoległe	25
Przykłady 20—26	27

C. Moment statyczny

§ 14. Para sił	32
§ 15. Moment statyczny siły pojedynczej	34
Przykłady 27—30	36
§ 16. Para sił jako wypadkowa układu sił	38
Przykład 31	39
§ 17. Wykreślne wyznaczenie momentu statycznego układu sił równoległych	39

	Str.
§ 18. Wykreślne wyznaczenie momentu statycznego układu sił dowolnych względem dowolnego bieguna	41
Przykład 32	42
§ 19. Rachunkowe składanie sił równoległych	43
§ 20. Rachunkowe składanie sił o różnych kierunkach nie przechodzących przez jeden punkt a leżących na płaszczyźnie	44
Przykłady 33—35	45
D. Środek ciężkości figur płaskich	
§ 21. Środek ciężkości	47
§ 22. Środki ciężkości pól niektórych figur płaskich	49
Przykłady 36—41	50
E. Belki najprostsze	
§ 23. Wykreślne wyznaczenie oddziaływań, sił poprzecznych i momentów belki prostej obciążonej ciężarami skupionymi	56
§ 24. Rachunkowe wyznaczenie sił poprzecznych i momentów dla układu ciężarów skupionych	61
Przykłady 42—44	63
§ 25. Obciążenie jednostajne zupełne	65
§ 26. Obciążenie jednostajne częściowe	69
Przykłady 45—51	72
§ 27. Belka wystająca czyli przewieszona	79
Przykłady 52—54	82
§ 28. Belka jednym końcem utwierdzona (wspornik)	85
Przykłady 55—57	87
§ 29. Obciążenie niejednostajne	89
Przykłady 58—63	94
§ 30. Belka ciąga	97
Przykłady 64—65	98

II WYTRZYMAŁOŚĆ MATERJAŁÓW

A. Wstęp

§ 31. Pojęcia ogólne	101
--------------------------------	-----

B. Wytrzymałość na rozciąganie i ściskanie

§ 32. Wytrzymałość na rozciąganie (ciągnienie) i ściskanie (ciśnienie)	104
Przykłady 66—71	107
§ 33. Spółczynnik bezpieczeństwa i naprężenie dopuszczalne	108
Przykłady 72—88	110

C. Wytrzymałość na ścinanie

	Str.
§ 34. Wytrzymałość na ścinanie	115
§ 35. Połączenia nitowane	116
§ 36. Obliczenie śrub	120
Przykłady 89—95	121

D. Wytrzymałość na zginanie

§ 37. Obliczanie belek zginanych	129
§ 38. Rachunkowe wyznaczenie momentu bezwładności prostokąta	135
§ 39. Moment bezwładności ze względu na oś równoległą do pewnej osi ciężkości	136
Przykłady 96—113	137
§ 40. Elipsa bezwładności	151
Przykłady 114—116.	153
§ 41. Wykreślne wyznaczenie momentu bezwładności	155
Przykłady 117—118	157
§ 42. Naprężenia w belkach, gdy siły nie działają w płaszczyźnie osi głównych	159
Przykłady 119—120	160
§ 43. Ugięcie belki	161
Przykłady 121—122	163

E. Wytrzymałość złożona

§ 44. Wytrzymałość złożona na zginanie i rozciąganie lub ściskanie	164
§ 45. Ściskanie i rozciąganie mimośrodkowe	166
Przykłady 123—125	167
§ 46. Rdzeń (jądro) przekroju	169
§ 47. Wyznaczenie osi obojętnej	173
§ 48. Wyznaczenie rdzenia (jądra) przekroju	174
Przykłady 126—129	175

F. Wytrzymałość na wyboczenie

§ 49. Wytrzymałość na wyboczenie	177
Przykłady 130—138	183

III. BELKI KRATOWE I WIĘZARY DACHOWE

§ 50. Ogólne uwagi o belkach kratowych	187
§ 51. Ogólny ustrój dachów żelaznych	188
§ 52. Obciążenie dachów	190
§ 53. Obliczanie dachów żelaznych	191
§ 54. Wyznaczanie oddziaływań	195
§ 55. Wykreślne wyznaczenie sił wewnętrznych belki kratowej	196

	Str.
§ 56. Wyznaczanie oddziaływań metodą rachunkową	201
§ 57. Rachunkowe wyznaczanie sił wewnętrznych w prętach	202
Przykłady 139—143	205

IV. MURY I SKLEPIENIA

A. Mury wolno stojące

§ 58. Stateczność (stałość) ciał	215
Przykłady 144—146	218
§ 59. Tarcie	219
Przykłady 147—149	221
§ 60. Mury wolno stojące	222
Przykłady 150—151	224
§ 61. Obliczanie kominów fabrycznych	227
Przykłady 152—153	231

B. Sklepienia

§ 62. Pojęcia ogólne	236
§ 63. Wyznaczenie linii ciśnienia dla obciążenia symetrycznego	237
Przykłady 154	243
§ 64. Sklepienie obciążone niesymetrycznie	244
Przykład 155	246
§ 65. Stateczność (stałość) przyczółków i filarów murowanych	248
Przykłady 156—157	248

C. Budowle ziemne

§ 66. Napór (parcie) wody	250
Przykłady 158—159	252
§ 67. Napór (parcie) ziemi	253
§ 68. Wyznaczenie płaszczyzny odłamu	255
§ 69. Wykreślne wyznaczenie naporu ziemi	257
§ 70. Obliczanie przyczółków mostowych	260
Przykłady 160—161	262
§ 71. Wzory rachunkowe na napór ziemi na ścianę pionową	265
Przykłady 162—165	267
§ 72. Mury oporowe	268
§ 73. Fundamenty	269
Przykłady 166—169	276

V. ZAKOŃCZENIE

§ 74. Dokładność obliczeń statycznych	279
---	-----

VI. TABLICE

	Str.
1. Spółczynniki sprężystości E w kg/cm^2	281
2. Ciężar własny najważniejszych materiałów	281
3. Ciężar i kąt tarcia różnych gatunków ziemi	283
4. Kąt tarcia niektórych materiałów sypkich	284
5. Ciężar własny stropów	284
6. Obciążenia zmienne (ruchome) stropów	285
7. Ciężar własny pokrycia dachowego	287
8. Ciężar własny dachów	287
9. Obciążenie zmienne dachów	288
10. Naprężenia dopuszczalne w budownictwie lądowym	289
11. Momenty bezwładności przekrojów	293
12. Momenty bezwładności i momenty wytrzymałości belek prostokątnych	294
13. Dwuteowniki normalne, profile niemieckie	296
14. " szerokostopowe Greya, profile niemieckie	297
15. Dwuteowniki, profile austriackie	299
16. Ceowniki, profile niemieckie	300
17. Ceowniki, profile austriackie	301
18. Kątowniki (kątówki) równoramienne, profile niemieckie	302
19. " " równoramienne, profile austriackie	304
20. Kątowniki nierównoramienne, profile niemieckie	308
21. " " profile austriackie	310
22. Teowniki (T-ówki), profile niemieckie	313
23. Teowniki, profile austriackie	314
24. Cwierćkołowniki (cwierćkołówki), profile austriackie	315
25. Cwierćkołowniki, profile niemieckie	316
26. Rozstawienie dwu ceowników g dla $I_x = I_y$	316
27. Słupy żeliwne	317
28. Tablica śrub	318
29. Tablica nitów	319
30. Spółczynniki zmniejszające na wyobczenie	320

E R R A T A

Strona	wiersz	od	zamiast:	ma być
28	15	góry	rys. 58	(rys. 58)
29	na rys 59 pra- wa skrajna siła		P_2	P_4
60	1	dołu	af	$a'f'$
61	9	"	${}_1P$	P_1
69	17	góry	cb_1	$c''b$
69	18	"	ac	ae''
69	1	dołu	$P=1$	$P=ap$
71	8	góry	$\frac{pa(2l-a)}{2}$	$\frac{pa(2l-a)}{2l}$
71	8	"	$\frac{pa^2(2l-a)}{8l}$	$\frac{pa^2(2l-a)^2}{8l^2}$
79	13	"	fg	eb
79	14	"	gf	be
79	5	dołu	mO	$m0$
80	2	góry	b_0b'	b_0b''
80	3	"	$ab'b''c''c'd'd''f'f''e''$	$a'b'b''c''c'd'd''e'e''f''$
80	10	"	gf	be
80	16	"	(np. $b_1g_1 = bg$)	(np. $d_1h_1 = dh$)
80	17	"	(np. $d_1h_1 = dh$)	(np. $b_1g_1 = bg$)
80	18	"	af	$a'f'$
80	18	"	dotądnie	ujemne
80	18	"	ujemne	dotądnie
80	17	dołu	ΣPO_1	$\Sigma P - O_1$
80	5	"	$P_1 = pl$	$P_1 = pl_1$
80	2	"	ae	ac
81	3	góry	30	3 m
81	10	"	$\left(\frac{1}{2} \frac{l_1}{2l} + 1\right)$	$\left(\frac{l_1}{2l} + 1\right)$
82	11	dołu	2000 (100 + 150)	- 2000 (100 + 150)
83	5	"	ujemnego	dotądniego
83	1	"	M	- M

Strona	wiersz	od	zamiast:	ma być:
92	5	dołu	$-\frac{1}{2} P_3 \frac{b}{2}$	$-\frac{1}{3} P_3 \frac{b}{4}$
92	4	"	$-\frac{1}{2} b p \frac{b}{2}$	$-\frac{1}{3} b p \frac{b}{4}$
92	3	"	$\frac{a}{3} (a + \frac{3}{2} b) p$	$\frac{p}{24} (8 a^2 + 12 a b + 3 b^2)$
93	17	góry	Pa	P_a
93	17	"	$P \frac{a^2}{2}$	$P \frac{a^3}{2l}$
93	11	dołu	$-0.128 Pl$	$=0.128 Pl$
94	2	góry	$\frac{1}{3} \frac{Px^2}{l^2}$	$\frac{1}{3} \frac{Px^3}{l^2}$
103	5	dołu	ściskanie	ściananie
103	4	"	sworzni	sworznie
105	21	góry	T	/
105	22	"	//	T
105	23	"	T	//
105	24	"	//	T
105	25	"	T	//
105	26	"	//	T
105	30	"	Piaskowioć	Piaskowiec
109	14	dołu skreślić	Tabliczka naprężeń dopuszczalnych podana jest osobno.	
113	oznaczenie strony		131	113
117	12	góry	uległy	uległy
117	16	"	(rys. 159)	(rys. 155)
118	14	"	$c = 2 d$	$e = 2 d$
132	5	"	\sum_0	$\sum f'y'$
173	17	dołu	p. S w punktach	punktu S od punktu
201	11	"	AC	AF
217	8	"	$\frac{1}{5}$	1,5
219	1	"	suche smarowane	smarowane
224	13	"	Przykład 150	Przykłady 150 i 151.
256	17	dołu	$90^\circ - (\varphi + \varepsilon) + \nu + 90^\circ +$ $+ (\varphi + \varepsilon) = 180^\circ$	$90^\circ - (\varphi + \varepsilon) + \nu + 90^\circ -$ $- (\varphi - \varepsilon) = 180^\circ$
259	5	góry	acd	acd
275	7	"	$\frac{1}{24} (b^3 - 3 b b_1 + 2 b_1^3) \sigma_g$	$\frac{b^4 - b^3 b_1 - 5 b^2 b_1^2 - b_1 b^3 + 2 b_1^4}{24 (b + b_1)}$

PODRĘCZNIK STATYKI BUDOWLI



I. Podstawy statyki budowli.

A. Wstęp.

§ 1. Pojęcia wstępne.

Budowlę inżynierską, lub jej część stanowiącą dla siebie pewną całość konstrukcyjną, a wykonaną z pewnych materiałów połączonych w odpowiedni sposób ze sobą, nazywamy konstrukcją, czyli zespołem, zeskładem. Taką konstrukcją jest więc np. most żelazny, dach drewniany, mur ceglany i t. d. Zadaniem jej jest w pierwszym rzędzie przenieść na grunt ciężary, siły, jakie na nią działają i to pewnie, bezpiecznie, tj. tak, aby stałość budowli nie była narażona na szwank, aby siły te nie zniweczyły wytrzymałości, mocy konstrukcji. Wskutek tych t. zw. sił zewnętrznych (obciążeń) powstają w budowli siły wewnętrzne, które muszą równoważyć siły zewnętrzne.

Naukę badającą i określającą warunki konieczne, aby utrzymała się ta równowaga sił zewnętrznych i wewnętrznych, oraz pozwalającą obliczyć wymiary konstrukcji nazywamy statyką budowli. Obliczenia te wykonuje się sposobem rachunkowym lub wykreślnym, zależnie od tego, czy jeden czy drugi jest w danym wypadku wygodniejszy; bardzo często używa się dla kontroli obu metod równocześnie. Statykę, traktowaną sposobem wykreślnym, nazywamy statyką wykreślną.

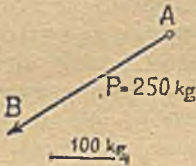
§ 2. Pojęcie siły.

Przyczynę ruchu (lub spoczynku) ciał nazywamy siłą. Istnienie sił poznajemy po ich wpływie na dane ciała. Istnieje więc np. siła ludzkich mięśni, siła ciężkości, siła pary, elektryczności, wiatru i t. d.

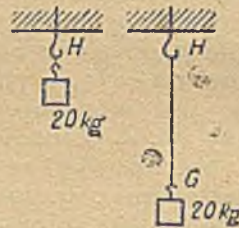
Dla określenia wielkości siły należy porównać ją z inną znaną powszechnie siłą, czyli z t. zw. jednostką siły. Za taką jednostkę przyjmuje się zwykle przy mniejszych siłach 1 kg, przy większych 1 t ($= 1000$ kg). Np. siła pionowa $P = 250$ kg oznacza, że siła P działa tak samo, jak działałby ciężar 250 kg, zawieszony np. na sznurze.

Aby siłę dokładnie oznaczyć, trzeba znać nie tylko jej 1) wielkość, ale także jej 2) punkt zaczepienia, t. j. punkt, w którym siła działa na ciało, i 3) kierunek tej siły.

W statyce wykresłej oznacza się siły odcinkami prostych o odpowiedniej długości i kierunku, zachowując pewien stosunek długości odcinka do wielkości siły. Np. niech 1 cm przedstawia 100 kg, to dla oznaczenia siły 250 kg użyjemy prostej o długości 2,5 cm. Kierunek, w którym siła działa, czyli t. zw. zwrot (tok) siły, znaczy się strzałką, skierowaną w tymże kierunku (rys. 1). Siłę nazywamy albo jedną literą (np. P, P_1, P_2, O, G i t. d.) albo też dwiema (np. AB), których porządek oznacza zarazem zwrot siły. Np. AB oznacza siłę



Rys. 1.



Rys. 2 i 3.

działającą A do B , natomiast BA oznaczałoby siłę działającą od B do A . Punkt zaczepienia leżeć musi oczywiście na kierunku siły; można go jednak dowolnie wzdłuż niego przesunąć.

Poznać to możemy z rys. 2 i 3. Ciężar 20 kg zawieszony tuż przy haku H ciągnie go z tą samą siłą, co takież ciężar zawieszony na sznurku długim HG (rys. 3), a więc zaczepiający dużo niżej.

Używając słowa „kierunek siły“ mamy zwykle na myśli „zwrot siły“.

§ 3. Równowaga sił.

Jeśli w punkcie A , w którym działa siła P , zaczepimy siłę równą, a wprost przeciwną tej sile, np. siłę O (rys. 4), to ruch punktu A nie nastąpi, a stan taki nazywamy równowagą sił.

W myśl § 2 równowaga nastąpi też, gdy równe, a wprost przeciwne siły działają nie w tym samym punkcie, ale w dwu

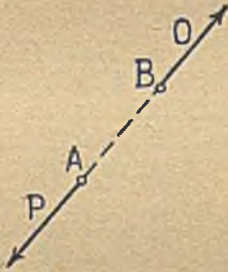
różnych punktach, leżących jednak na kierunku obu sił. Siłę O (rys. 5) można bowiem, przesunąć do punktu A i zrównoważyć ją z siłą P równą, a wprost przeciwną.

Wyżej powiedzieliśmy, że każda konstrukcja budowlana musi być w równowadze. Wynika stąd, że siłom na nią dzia-

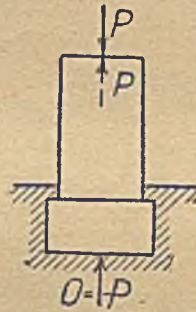


Rys. 4.

łającym (np. wiatr, śnieg, ciężar pokrycia dla dachów, ciężar ludzi, wozów dla mostów i t. d.) przeciwstawić musi sama siły inne w sumie swej równe, a wprost przeciwnie obciążeniu, czyli równoważące je. Siły te nazywamy oddziały-



Rys. 5.



Rys. 6.

waniami, odporami lub reakcjami. Np. słup (rys. 6) obciążony n góry siłą P wywołuje u dołu reakcję gruntu $O=P$. Również wewnątrz samego ciała powstaje przeciwdziałanie równe i przeciwne sile P .

§ 4. Wypadkowa sił.

Na konstrukcję budowlaną działa zwykle nie jedna siła, ale równocześnie większa ilość sił zewnętrznych i to często działających na różne punkty. Zamiast uwzględnić je wszystkie po kolei w obliczeniu, staramy się dla uproszczenia roboty znaleźć taką jedną siłę, któraby zastąpiła wszystkie siły działające czyli złożyć je w jedną siłę, wywierającą ten sam wpływ na ciało, co wszystkie siły razem wzięte. Taką siłę nazywamy wypadkową, zaś siły, z których ona powstaje, składowymi.

Z drugiej strony konieczną nieraz rzeczą jest zastąpić pewną daną siłę siłami innymi, które w swem działaniu są jej równowarte czyli rozłożyć ją na składowe.

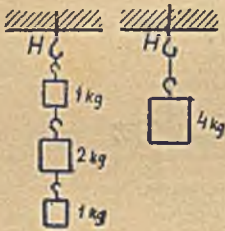
Przy rozwiązywaniu obu tych zadań trzeba wziąć pod uwagę czy siły zaczepiają w jednym i tym samym punkcie czy też w różnych punktach, oraz czy działają w jednym i tym samym kierunku czy też w różnych kierunkach. Z kolei zajmiemy się więc składaniem i rozkładaniem sił dla poszczególnych wypadków.

B. Składanie i rozkładanie sił na płaszczyźnie.

§ 5. Siły działające w jednej linii.

Wypadkowa R dwu lub więcej sił P_1, P_2, P_3, \dots działających w jednej linii w tym samym kierunku równa się sumie wszystkich sił:

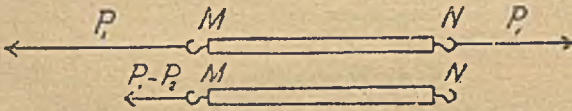
$$R = P_1 + P_2 + P_3 + \dots \dots \dots 1$$



Rys. 7 i 8.

Por. rys. 7 i 8. Hak H ciągnięty jest tą samą siłą $R = 4$ kg bez względu na to, czy zaczepione są na nim trzy ciężary o wielkości łącznej $R = P_1 + P_2 + P_3 = 1 + 2 + 1 = 4$ kg, czy też jeden ciężar o wielkości 4 kg.

Jeśli siły działają w kierunkach przeciwnych, to należy je odjąć od siebie, czyli „dodać algebraicznie“; siłom bowiem działającym w pewnym kierunku dajemy znak $+$, siłom w kierunku wprost przeciwnym znak $-$. Jeśli więc siła AB (rys. 1) ma znak $+$, to siła BA otrzyma znak $-$.



Rys. 9 i 10.

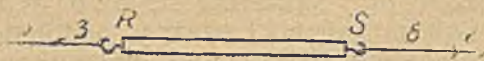
Np. pręt MN , na który działają siły $P_1 = 30$ kg i $P_2 = 20$ kg ciągnięty jest w kierunku siły większej, t. j. P_1 z siłą $R = P_1 - P_2 = 30 - 20 = 10$ kg (rys. 9 i 10).

Przy większej ilości sił zasada składania pozostaje ta sama. Np. dla rys. 11 wypadkową jest $R = (P_1 + P_2) - (P_3 + P_4)$. Wynika stąd reguła:

Wypadkowa sił, działających w jednej linii, równa się sumie algebraicznej sił składowych.

Rys. 11.

Jeśli suma sił, działających w jednym kierunku, równa się sumie sił, działających w kierunku przeciwnym, to wypadkowa $R=0$, czyli następuje równowaga. Np. pręt RS (rys.



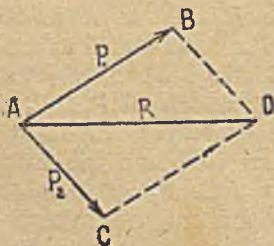
Rys. 12.

12) nie poruszy się wcale; albowiem w prawo ciągnie go siła $2+6=8$ kg, w lewo zaś $3+5=8$ kg, a wypadkowa $R=(2+6)-(3+5)=8-8=0$.

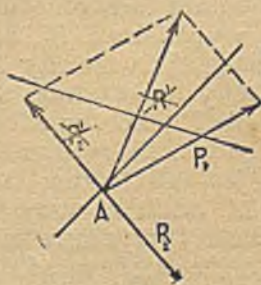
§ 6. Dwie siły działające na jeden punkt w różnych kierunkach.

Jeśli na dany punkt A (rys. 13) działają dwie siły o kierunkach, tworzących ze sobą pewien kąt, np. $P_1=AB$ oraz $P_2=AC$, to wypadkową znajdziemy, kreśląc z punktu B równoległą do siły P_2 z C zaś równoległą do P_1 . Przekątnia AD otrzymanego w ten sposób równoległoboku daje kierunek i wielkość wypadkowej R . Niech np. dwu ludzi stara się przeciągnąć sznurami jakiś ciężar A , jeden z nich w kierunku AB z siłą P_1 , drugi w kierunku AC z siłą P_2 , to ciężar znajdzie się ostatecznie w punkcie D . Równoległobok $ABCD$ nazywamy równoległobokiem sił.

Aby uniknąć pomyłek przy wyznaczaniu położenia siły wypadkowej R , należy przyjąć w wykresie obie siły działające od węzła, t. j. jak na rys. 13., a nie jak na rys. 14.



Rys. 13.



Rys. 14.

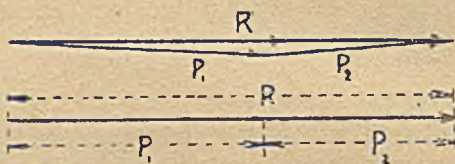
Wtedy dla sił odniesionych w ten sposób od punktu A , kierunek wypadkowej będzie też od A , a zatem ku przeciwległemu wierzchołkowi D równoległoboku sił. Na rys. 14 odniesiono jedną siłę od siły A , drugą do A , a więc i wypadkowa R' została znaleziona błędnie.

Zamiast kreślić cały równoległobok $ABCD$, wystarczy wykreślić trójkąt ABD lub ACD ; trzeci bok tego trójkąta AD daje wprost kierunek i wielkość wypadkowej. Trójkąt ten nazywamy trójkątem sił (rys. 15 i 16).

Ponieważ do punktu D dojść można albo drogą ABD albo ACD , przeto przy składaniu sił obojętny jest porządek, w jakim siły składamy, podobnie przy sumowaniu liczb obojętny jest porządek dodajników.



Rys. 15 i 16.



Rys. 17 i 18.

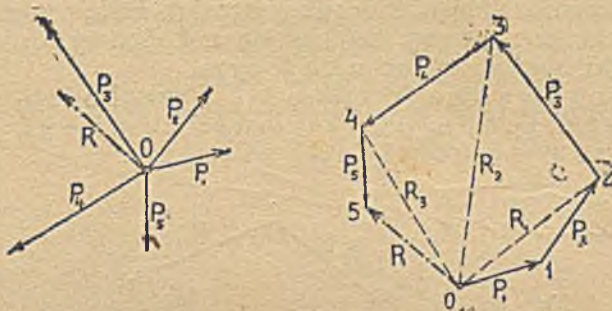
Uwaga: Dla sił, zamykających sobą bardzo ostry kąt, długość wypadkowej jest prawie równa sumie długości składowych (por. rys. 17), a ze zmniejszaniem się tego kąta aż do zera (t. j. dla sił idących w jednym i tym samym kierunku) równoległobok, względnie trójkąt sił przechodzi w jedną linię o długości równej sumie obu składowych, a więc identyczną z omówioną w § 5 (rys. 18).

§ 7. Dowolna ilość sił działających na jeden punkt w różnych kierunkach.

Jeśli w danym punkcie działa większa ilość sił, to postąpimy w sposób następujący (rys. 19 i 20).

Składamy dowolne dwie siły np. P_1 i P_2 wedle rys. 15 (§ 6) w wypadkową R_1 , następnie R_1 i P_3 w wypadkową R_2 , która zastępuje więc siły P_1 , P_2 i P_3 ; idąc dalej w ten sposób dochodzimy do ostatniej siły P_5 , która złożona z wypadkową R_3 daje siłę R jako wypadkową wszystkich sił $P_1 \dots P_5$. Z rys. 20 widać jednak, że rysowanie wypadkowych częściowych R_1 , R_2 , R_3 , jest zbędne; wystarczy bowiem poczynając od punktu A odnieść wszystkie siły $P_1 \dots P_5$ w odpowiednich kierunkach. Otrzymany w ten sposób ciąg odcinków 0123450 nazywamy ciągiem sił lub wielobokiem sił, a prosta łącząca punkt początkowy 0 tego ciągu z punktem końco-

wym 5 oznaczona linią kreska-kropka $\text{---}\text{---}\text{---}\text{---}\text{---}$ t. zw. zamykająca, daje wielkość wypadkowej o zwrocie (strzałce) od 0 do 5 (czyli 05). Podobnie, jak przy składaniu dwu sił, obojętny jest i tu porządek, w jakim składamy większą ilość



Rys. 19 i 20.

sił; należy tylko pamiętać, aby siły odnosić we właściwym kierunku, t. j. odpowiednio do strzałki. Np. na rys. 21 otrzymaliśmy wypadkową o wielkości dobrej mimo zmienionego



Rys. 21.



Rys. 22.

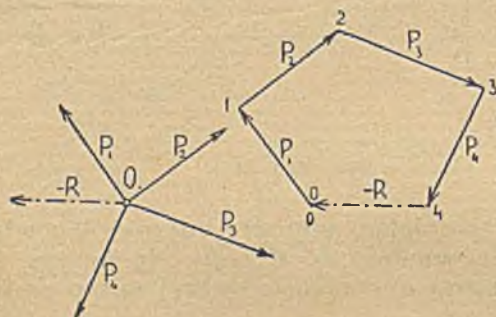
porządku, natomiast na rys. 22, wypadkowa ma fałszywą wielkość i kierunek, gdyż P_3 zostało odmierzone w kierunku przeciwnym.

§ 8. Równowaga kilku sił w jednym punkcie.

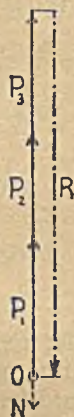
Ponieważ wypadkowa R działa tak samo, jak wszystkie jej składowe razem wzięte, przeto dla zrównoważenia tych

składowych wystarczy zaczepić w punkcie O (rys. 23) siłę równą, a wręcz przeciwną wypadkowej. Jeśli zatem wypadkowa ma wielkość R , a kierunek 04 (od 0 do 4), to siła równoważąca musi mieć wielkość $-R$, a kierunek 40 (od 4 do 0). Jeśli tę siłę 40 włączymy teraz w ciąg sił, to przy uwzględnieniu stałego kierunku strzałek będzie nim 012340 , t. j. punkt początkowy zejdzie się z końcowym. Wielobok (ciąg) taki nazywamy zamkniętym.

Dla równowagi kilku sił przechodzących przez jeden punkt musi zamknąć się zatem odpowiedni ciąg sił.



Rys. 23.



Rys. 24.

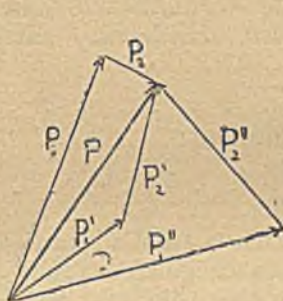
Jeśli w tej samej linii prostej działa parę sił, to równowaga nastąpi, gdy zaczepimy siłę $-R$ równą sumie algebraicznej sił działających, ale o znaku przeciwnym. Por. rys. 24, odsunięto tu dla lepszego uwydatnienia wykres siły R od wykresu sił P_1, P_2, P_3 ; w rzeczywistości leżą one w jednej prostej, mianowicie siła R działa w kierunku NO zaznaczonym linią kreskowaną.

§ 9. Rozkładanie sił.

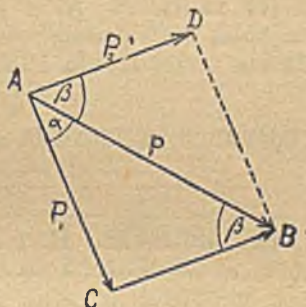
Jeśli daną siłę P mamy rozłożyć na dwie składowe, to zadanie to nie jest ściśle oznaczone. Czy weźmiemy bowiem pod uwagę siły P_1 i P_2 , czy P_1' i P_2' , czy wreszcie P_1'' i P_2'' (rys. 25), to każda z tych grup równowarta jest z daną siłą P . Dopiero, gdy znane nam będą albo a) kierunki obu sił, albo b) wielkość i kierunek jednej z nich, albo c) wielkość obu sił, możemy zadanie rozwiązać. Wtedy mamy do czynienia z zagadnieniem wręcz przeciwnem niż w § 6. Sprowadza się ono wogóle do zbudowania trójkąta (trójkąta sił) z danych trzech części składowych, mianowicie: w wypadku a) z jednego boku, t. j. wielkości siły P i z kierunków obu

pozostałych boków, (sił składowych), w wypadku b) z dwu boków i ich kierunków czyli kąta między nimi zawartego; w wypadku c) zachodzącym bardzo rzadko w praktyce, z trzech boków.

Zwykle dane są kierunki obu składowych, t. j. kąty α i β , jakie te składowe zawierają z siłą P , którą mamy rozłożyć. Wtedy na siłę $P = AB$ (rys. 26) kreślimy trójkąt o bokach AC i CB równoległych do danych kierunków; długości AC i CB otrzymane w ten sposób dają nam wprost wielkość sił P_1 i P_2 .



Rys. 25.



Rys. 26.

Uwaga. Siła P_2 o wielkości CB działa nie w punkcie C , ale w A , tak, że CB daje tylko jej wielkość i kierunek, ale nie położenie. Aby więc uniknąć pomyłek, najlepiej trójkąt sił zrobić osobno, a od punktu A wykreślić siły składowe P_1 i P_2 równe i równoległe do sił znalezionych z tego osobno nakreślonego trójkąta sił. Również przez narysowanie równoległoboku sił (a nie trójkąta) unika się tej pomyłki.

§ 10. Rachunkowe składanie i rozkładanie sił.

Weźmy pod uwagę siłę P i przyjmijmy dowolny układ prostopadłych osi spórzędnych $x y$ (rys. 27). Jeżeli siłę P mamy rozłożyć na dwie składowe równoległe do tych osi, to z trójkąta ABC otrzymamy na wielkość obu składowych wzór:

$$\left. \begin{aligned} P' &= P \cos \alpha \\ P'' &= P \sin \alpha \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 2$$

Wielkości P' i P'' są zarazem rzutami siły P na osi spórzędnych.

Wzory 2 posłużą również do wyznaczenia wypadkowej układu sił P_1, P_2, \dots (por. rys. 28). Przyjmijmy znów dowolny układ prostopadłych osi spórzędnych $x y$ i odnosząc siły P_1, P_2, \dots jedna po drugiej wedle § 7 odrzucimy je kolejno

na obie osi. Wtedy rzuty poszczególnych sił (t. j. składowe sił równoległe do osi) wynoszą:

$$P'_1 = a' b' = P_1 \cos a_1 \quad P'_2 = b' c' = P_2 \cos a_2 \quad \dots$$

$$P''_1 = a'' b'' = P_1 \sin a_1 \quad P''_2 = b'' c'' = P_2 \sin a_2 \quad \dots$$

Algebraiczne sumy rzutów poszczególnych sił, są rzutami wypadkowej na odpowiednie osi. Wynoszą one:

$$\left. \begin{aligned} R_x &= P_1 \cos a_1 + P_2 \cos a_2 + \dots = P'_1 + P'_2 + \dots \\ R_y &= P_1 \sin a_1 + P_2 \sin a_2 + \dots = P''_1 + P''_2 + \dots \end{aligned} \right\} \dots 3$$

Prawdziwą wielkość wypadkowej R znajdziemy składając jej rzuty R_x, R_y w jedną siłę wypadkową. Zamykają one z sobą kąt prosty; wypadkową znajdziemy zatem na podstawie twierdzenia Pitagorasa;

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \dots \dots \dots 4$$

Kierunek jej określa się równaniem:

$$\cos a_r = \frac{R_y}{R} \dots \dots \dots 5$$

Przy obliczaniu R_x i R_y z wzoru 3 trzeba pamiętać, że zależnie od wielkości kąta a mogą poszczególne wyrazy przyjmować wartości ujemne i zerowe. Np. dla rys. 28 mamy:

$$R_x = P_1 \cos a_1 + P_2 \cos a_2 + P_3 \cos a_3 - P_4 \cos a_4$$

$$R_y = P_1 \sin a_1 + P_2 \sin a_2 - P_3 \sin a_3 - P_4 \sin a_4$$

Jeśli zachodzi równowaga sił, to muszą się spełnić warunki:

$$R_x = 0 \quad R_y = 0 \dots \dots \dots 6$$

tj. Dla równowagi sił przechodzących przez jeden punkt musi suma ich rzutów na dwie dowolne osi spólrzędnych równać się zeru.

Jeżeli np. siły $P_1 \dots P_5$ rzucone na dwie dowolne osi xx i $x'x'$ (rys. 29), dadzą dla obu tych osi sumę rzutów równą zeru, to pozostają one między sobą w równowadze.

Najwygodniej jest przyjmować dwie osie prostopadłe do siebie; zazwyczaj przyjmujemy też jedną z nich pionową, drugą poziomą. Wtedy zasada powyższa brzmi;

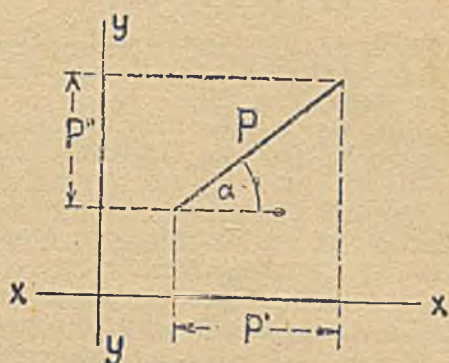
Dla równowagi sił przechodzących przez jeden punkt suma składowych poziomych sił, oraz suma składowych pionowych muszą być równe zeru, dla każdej osi z osobna.

Czasem zamiast rzutować, wygodniej jest znaleźć wielkość wypadkowej lub składowej na podstawie wykresu, uwzględniając prawa rozwiązywania trójkąta.

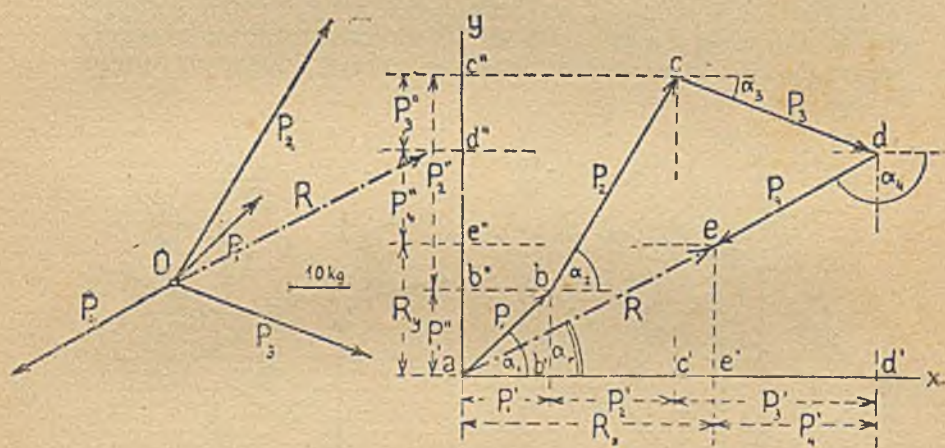
Dla dwu sił otrzymamy wtedy:

$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 - 2P_1 P_2 \cos a} \dots \dots \dots 4a$$

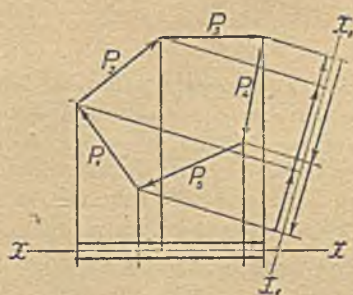
(Por. też przykład 16).



Rys. 27.



Rys. 28.



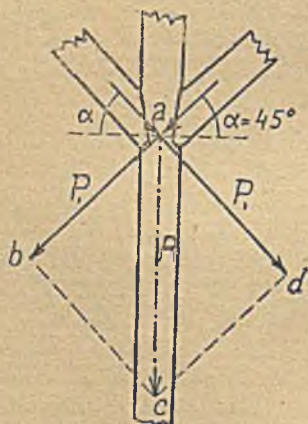
Rys. 29.

Przykłady 1—17.

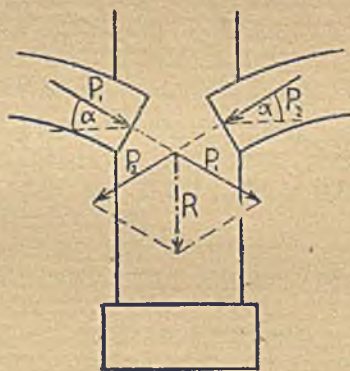
1. Na pal mostowy przenoszą się obustronnie z zastrzałów nachylonych pod kątem 45° siły $P_1 = P_2 = 2400$ kg. Z jaką siłą cisną one na słup? (rys. 30).

a) Rozwiązanie wykreślne: Przyjmujemy, że 1 cm rysunku przedstawia np. 1000 kg, odcinamy w przedłużeniu kierunków P_1 i P_2 siły 2400 kg, t. j. po 2,4 cm i składamy je według § 6. Długość przekątnej ac odczytana w podziale sił daje wypadkową. Na rys. 30 długość ac wynosi 3,4 cm, zatem wypadkowa $R = 3400$ kg.

b) Rozwiązanie rachunkowe: Z wzoru 3 znajdziemy: $R_y = P_1 \sin \alpha_1 + P_2 \sin \alpha_2 = 2 P \sin 45^\circ = 2 \cdot 2400 \cdot 0,707 = 3394$ kg $= R$. (Składowa $R_x = P_1 \cos \alpha_1 - P_2 \cos \alpha_2 = 0$, więc $R_y = R$). W porównaniu z wynikiem, jaki otrzymaliśmy w wykreśleniu, mamy o 6 kg mniej. Błąd ten musiał się wkraść wskutek nieuniknionej niedokładności rysunku, jest jednak tak mały, że uwzględniać go nie trzeba, tembardziej, że wyniki rachunkowe z reguły zaokrąglamy dla uzyskania większej przejrzystości rachunku.



Rys. 30.



Rys. 31.

2. Obliczyć, jak wielka siła przenosi się na ten sam słup, jeśli zestrzały nachylone do poziomu pod kątem $\alpha = 30^\circ$. Otrzymamy tu $R = R_y = 2 P \sin 30^\circ = 2 \times 2400 \times \frac{1}{2} = 2400$ kg.

3. Na filar ceglany cisną obustronnie sklepienia z siłą $P_1 = P_2 = 1600$ kg pod kątem 30° . Jak wielka siła (wypadkowa) działa na filar? (Ciężar własny filara należy pominąć).

Zadanie to rozwiązuje się tak samo, jak zadanie 1; wykreślnie otrzymujemy $R = 1600$ kg (rys. 31). Rachunkowo: $R = 2 P \sin 30^\circ = 2 \cdot 1600 \cdot \frac{1}{2} = 1600$ kg.

4. Filar ceglany, jak na przykładzie 3, waży $G=9200$ kg. Jak wielką siłą ciśnie filar na grunt?

Do ciężaru filara $G=9200$ kg należy dodać siłę wypadkową ciśnień obu sklepień, również pionową. Zatem całkowite ciśnienie na grunt: $P=G+R=9200+1600=10800$ kg.

5. Na mur pionowy o ciężarze $C=6000$ kg ciśnię sklepienie pod kątem $\alpha=30^\circ$ z siłą $P=1000$ kg. Znaleźć całkowite ciśnienie na fundament muru ab. (rys. 32).

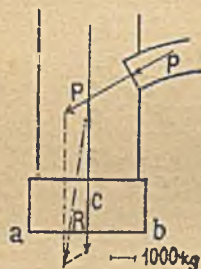
Rachunkowo otrzymujemy (z wzoru 3):

$R_x=6000 \cos 90^\circ+1000 \cos 30^\circ=0+1000 \cdot 0,866=866$ kg, co zaokrąglimy na $R_x=870$ kg.

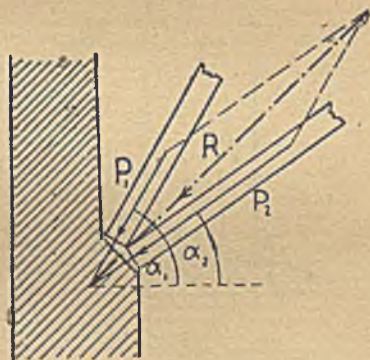
$R_y=6000 \sin 90^\circ+1000 \sin 30^\circ=6000 \cdot 1+1000 \cdot 0,5=6500$ kg, a zatem wypadkowa z wzoru 4:

$$R=\sqrt{R_x^2+R_y^2}=\sqrt{870^2+6500^2}=6560 \text{ kg.}$$

6. Na filar mostowy działają jednostronnie zastrzały wiązania rozporowego podwójnego $P_1=2500$ kg, $P_2=4000$ kg,



Rys. 32.



Rys. 33.

przyczem kąty nachylenia ich do poziomu, wynoszą $\alpha=60^\circ$, $\alpha_2=35^\circ$. Znaleźć ich parcie na filar (rys. 33).

$$R_x=2500 \cos 60^\circ+4000 \cos 35^\circ=1250+3270=4520 \text{ kg}$$

$$R_y=2500 \sin 60^\circ+4000 \sin 35^\circ=2170+2300=4470 \text{ kg}$$

Całkowite parcie na filar:

$$R=\sqrt{4520^2+4470^2}=\sqrt{204304+199809} \approx 6360 \text{ kg.}$$

Kąt nachylenia parcia wypadkowego do poziomu:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{4470}{4520} = 0,989 \quad \alpha = 44^\circ 42'$$

7. Na komin działa w środku wysokości pozioma siła wiatru $W=200$ kg, starając się wywrócić go około krawę-

dzi A; sile tej przeciwdziała ciężar komina $C = 1500$ kg starając się utrzymać go w stałości. Należy znaleźć wypadkową (rys. 34).

Wykreślnie otrzymamy z równoległoboku sił wypadkową R o wielkości 1510 kg, przechodząca jeszcze przez podstawę AB komina. Komin więc nie wywróci się.

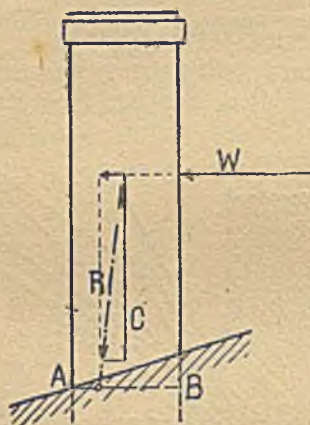
Rachunkowo:

$$R = \sqrt{200^2 + 1500^2 + 1500^2} = 1513 \text{ kg.}$$

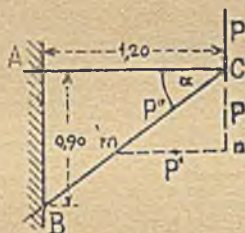
8. Znaleźć rachunkowo wypadkową sił przedstawionych na rys. 27 i 28, przyczem:

$$P_1 = 20 \text{ kg}, \quad P_2 = 40 \text{ kg}, \quad P_3 = 35 \text{ kg}, \quad P_4 = 30 \text{ kg}$$

$$a_1 = 45^\circ, \quad a_2 = 60^\circ, \quad a_3 = -20^\circ, \quad a_4 = -150^\circ.$$



Rys. 34.



Rys. 35.

Stąd:

$$R_x = 20 \cos 45^\circ + 40 \cos 60^\circ + 35 \cos 20^\circ - 30 \cos 30^\circ = 14,1 + 20 + 32,9 - 26,0 = + 41,0 \text{ kg.}$$

$$R_y = 20 \sin 45^\circ + 40 \sin 60^\circ - 35 \sin 20^\circ - 30 \sin 30^\circ = 14,1 + 34,6 - 12,0 - 15,0 = + 21,7 \text{ kg.}$$

$$R = \sqrt{41,0^2 + 21,7^2} = 46,4 \text{ kg}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{+ 21,7}{+ 41,0} = 0,53$$

$$\alpha = 26^\circ 56'$$

9. Chodnik wspiera się na wsporniku ABC , umieszczonym w murze (rys. 35). Znaleźć siły wewnętrzne w prętach wspornika, jeśli na C przenosi się ciężar $P = 800$ kg.

Z trójkąta sił Cmn otrzymamy:

$$P' = 1070 \text{ kg} \qquad P'' = 1330 \text{ kg}.$$

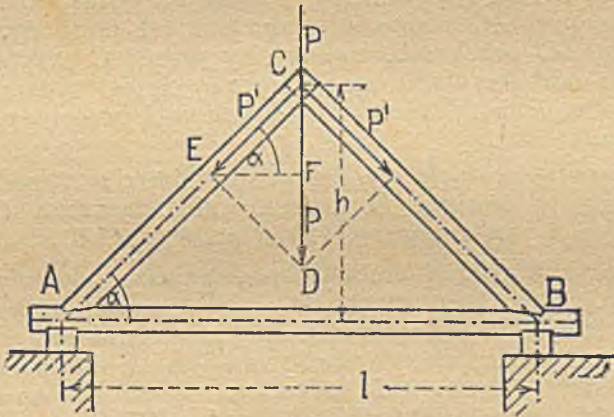
W AC panuje ściskanie, w BC rozciąganie. Gdybyśmy przekroili pręty AC i BC , a chcieli, aby punkt C nie zmienił położenia, musielibyśmy AC przytwierdzić np. sznurem, który byłby ciągnięty siłą P , zaś pręt BC należałoby podeprzeć.

Rachunkowo otrzymujemy:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{0,9}{1,2} = 0,75 \qquad \alpha = 36^\circ 52'$$

$$P' = \frac{P}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{800}{0,75} = 1067 \text{ kg}$$

$$P'' = \frac{P}{\sin \alpha} = \frac{800}{0,60} = 1333 \text{ kg}.$$



Rys. 36.

10. W punkcie wierzchołkowym więzara dachowego (rys. 36) działa pionowa siła $P = 1000 \text{ kg}$. Znaleźć siły w zastrzałach AC i BC .

Rozkładamy wykreślnie siłę P otrzymując w obu zastrzałach siły równe $P' = 707 \text{ kg}$. Rachunkowo znajdziemy z trójkąta CEF :

$$P' = \frac{P}{2 \sin \alpha} = \frac{1000}{2 \sin 45^\circ} = 707 \text{ kg}.$$

Przekroiwszy zastrzały więzara i rozumując jak w zad. 8, pojmemy łatwo, że w zastrzałach panuje ściskanie.

11. Na więzar dachowy działa siła $W = 1000$ kg wskutek wiatru. Znaleźć siły wewnętrzne w krokwiach AC i BC (rys. 37).

Z wykresu otrzymujemy siły $AC = W' = 360$ kg, $BC = = W'' = 940$ kg. Na obu łożyskach A i B powstają również siły, t. zw. oddziaływania czyli odpory O_1 i O_2 (por. § 3) równe siłom AC i BC , ale skierowane wręcz przeciwnie tj. tutaj ku górze.

12. Na ten sam więzar dachowy działa siła $W = 1000$ kg wskutek wiatru w kierunku krokwi BC (rys. 38). Znaleźć siły wewnętrzne w AC i BC .

Z wykresu otrzymujemy siłę $AC = 0$, i siłę $BC = W = 1000$ kg. Na łożysku A nie ma żadnego oddziaływania. Na łożysku B oddziaływanie jest równe i przeciwne sile $W = 1000$ kg.

13. Na ten sam więzar dachowy (rys. 39) działa pozioma siła $W = 1000$ kg. Znaleźć siły AC i BC .

Z równoległoboku sił otrzymujemy $AC = 500$ kg, $BC = 860$ kg. Siła AC skierowana jest jednak ku górze, co znaczy, że stara się pręt AC podnieść i oderwać od podpory. Jeśli- byśmy pręt AC przekroili, należałoby węzeł C przytrzymać n. p. liną; oddziaływanie na podporze A jest zatem rozciąganiem, a dach trzeba utwierdzić w A przeciw wyrwaniu czyli zakotwić.

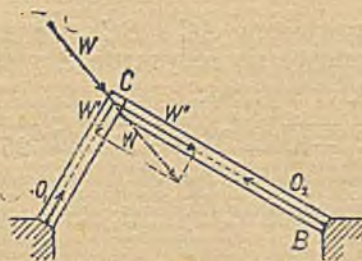
14. Na więzar dachowy działa siła wiatru o wypadkowej $W = 1500$ kg w punkcie D . Znaleźć oddziaływania O_1 i O_2 jeśli łożysko A jest ruchome, zaś B stałe (rys. 40).

Na łożysku ruchomem występuje zawsze oddziaływanie pionowe, zatem jego kierunek i punkt zaczepienia (A) są ustalone; kierunek ten przecina się z kierunkiem siły W w punkcie E , przez który przejść musi także oddziaływanie O_2 , (gdyż siła W i oba oddziaływania są w równowadze). Kierunek oddziaływania O_2 będzie zatem BE . Z równoległoboku sił znajdziemy wielkość obu oddziaływań $O_1 = FE = = 830$ kg i $O_2 = GE = 880$ kg.

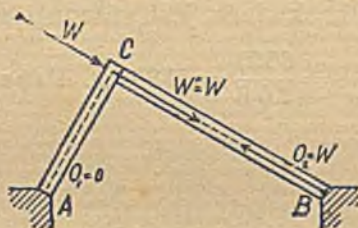
15. Na dwu filarach, ściągniętych kotwą żelazną, spoczywa sklepienie cisnące na filary z siłą $P = 5000$ kg pod kątem 30° . Ponieważ filary mają przenosić wyłącznie ciężary pionowe, przeto cała składowa pozioma siły P (t. zw. parcie poziome) ma przenieść się na kotew. Należy znaleźć siłę w kotwie K (por. rys. 41).

Siła w kotwie K równa się składowej poziomej parcia P , wynosi więc: $K = P \cos 30^\circ = 5000 \cdot 0,866 = 4330$ kg.

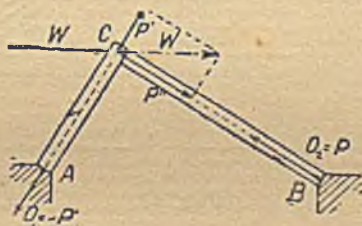
16. Na słup wiszący CD wiązania przedstawionego na rys. 42 przenosi się ciężar pionowy $P = 6600$ kg. Znaleźć siły



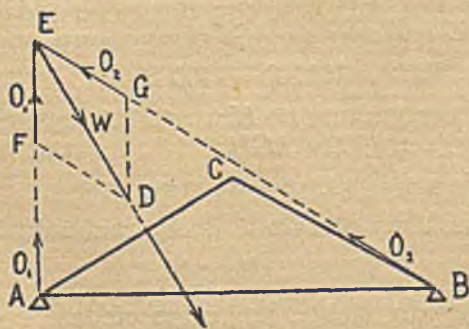
Rys. 37.



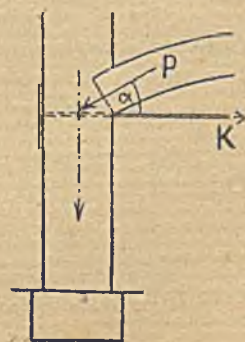
Rys. 38.



Rys. 39.



Rys. 40.



Rys. 41.



wewnętrzne w krokwiach AC i BC , siłę H w ściągnięciu AB , oraz ciśnienia pionowe nałożyskach A i B .

Długość krokwi wynosi:

$$k = \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + h^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5,00 \text{ m.}$$

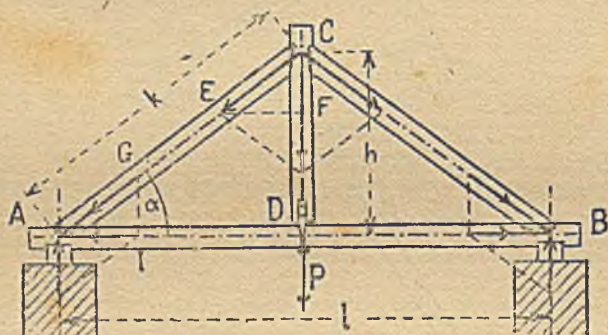
Kąt nachylenia krokwi wynosi: $\sin \alpha = \frac{h}{k} = \frac{3}{5} = 0,6$

$$\alpha = 36^\circ 50'$$

Siła w słupie wiszącym CD $P = 6600 \text{ kg.}$

Siła w obu krokwiach jest równa i wynosi (z trójkąta

$$CEF) K = \frac{P}{2 \sin \alpha} = \frac{6600}{2 \cdot 0,6} = 5500 \text{ kg. Przekroiliśmy więzar}$$



Rys. 42.

poziomo, łatwo zrozumiemy, że w krokwiach jest ciśnienie (por. zadanie 8 i 9).

Siła K rozkłada się na podporze na dwie składowe H (siłę w ściągnięciu poziomym) i A (względnie B równe oddziaływaniom pionowym). Z trójkąta sił AGI otrzymamy więc:

$$H = K \cos \alpha = 5500 \cos 36^\circ 50' = 4400 \text{ kg.}$$

Na drugimłożysku otrzymamy na H wartość taką samą. Oddziaływanie A wynosi (z trójkąta AGI)

$$A = B = K \sin \alpha = 5500 \cdot 0,6 = 3300 \text{ kg.}$$

Te same wartości możemy otrzymać drogą rachunkową i w inny sposób:

Siły K i $\frac{P}{2}$ mają się do siebie, jak odpowiednie boki trójkąta ADC (gdyż trójkąty ADC i EFC są podobne).

szące CE i DF . Jakie siły wewnętrzne powstają w prętach wiązania?

Ze słupa CE przenosi się siła na zastrzał AE i rozporę EF . Siły Z i R występujące w AE i EF znajdujemy z odpowiedniego równoległoboku sił w p. E ; siła Z przenosi się następnie na łożyska A , gdzie rozkłada się na poziomą siłę H , przejętą przez ścięgno AB i pionową $V=P$, która jest zarazem równa oddziaływaniu łożyska i ciśnieniu na mur w A . Po drugiej stronie takie same siły występują w F i B .

Rachunkowo otrzymamy:

$$Z = \frac{P}{\sin \alpha} = \frac{Pk}{h}$$

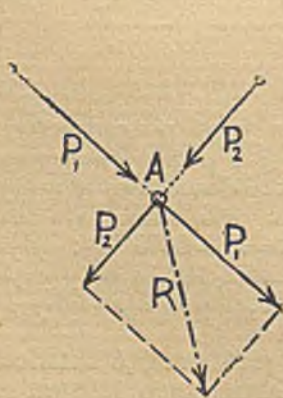
$$H = R = \frac{P}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{Pl}{h}$$

$$V = P$$

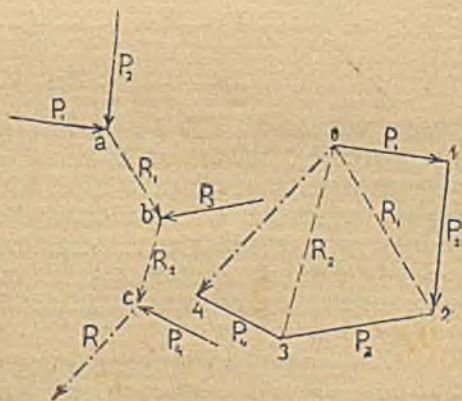
Wykrójmy z więzara węzeł E , krawiec przez pręty Z , P i R , a łatwo z wieloboku sił znajdziemy, że w Z i R panuje ściskanie, zaś w P rozciąganie.

§ 11. Siły o różnych kierunkach i punktach zaczepienia.

Dla wyznaczenia wypadkowej dwu sił działających w różnych punktach na jednej płaszczyźnie najlepiej zastosować jest zasadę podaną w § 2, wedle której



Rys. 44.



Rys. 45.

punkt zaczepienia siły można swobodnie wzdłuż niej przesuwać. Przesuwamy go więc dla obu sił do punktu przecięcia obu kierunków A i składamy je tam następnie wedle

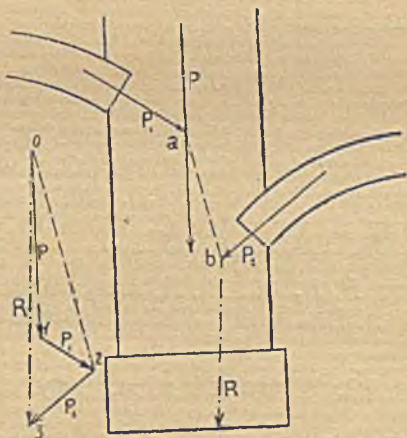
§ 6 w równoległobok sił, którego przekątnia daje wypadkową lub w trójkąt sił (rys. 44).

Jeśli na figurę płaską działa większa ilość sił (rys. 45), to składa się z sobą najpierw dwie dowolnie obrane siły np. P_1 i P_2 w wypadkową R_1 . Zamiast składać na tym samym rysunku, wykreślamy je zwykle osobno $P_1=01$, $P_2=02$ (rys. 45) i znajdujemy wypadkową 02, która określa nam kierunek i wielkość siły R_1 ; punkt jej zaczepienia będzie w a , t. j. w punkcie przecięcia właściwych kierunków sił P_1 i P_2 . Następnie w ten sam sposób składamy siłę R_1 z trzecią składową P_3 , a wreszcie R_2 z P_4 . Wypadkowa R tych dwu sił ostatnich jest zarazem wypadkową wszystkich sił $P_1...P_4$.

Przykłady 18 i 19.

18. Na filarze murowanym wspierają się dwa sklepienia, jedno cisnące siłą $P_1=1250$ kg, drugie siłą $P_2=1670$ kg. Ciężar filara wynosi $P=3720$ kg. Należy znaleźć wypadkową tych sił (rys. 46).

Przedłużamy siłę P_1 aż do przecięcia z kierunkiem siły P i w punkcie a prowadzimy ab równoległą do R_1 wypadkowej sił P i P_1 , której wielkość i kierunek znajdziemy z trój-

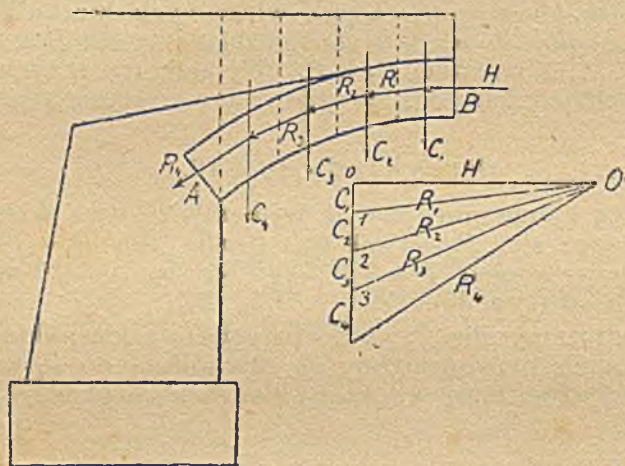


Rys. 46.

kąta sił 012. Następnie przedłużamy tę wypadkową R_1 aż do przecięcia się z siłą P_2 i zupełnie tak samo jak poprzednio znajdujemy wielkość i położenie wypadkowej wszystkich sił $R=5400$ kg, którą to wielkość odczytaliśmy z wykresu.

19. Na połowę sklepienia AB (rys. 47) działa w kluczu (t. j. w p. B) siła pozioma H (t. zw. rozpór poziomy czyli parcie poziome), oraz ciężary poszczególnych części sklepienia i nadsypki $C_1 \dots C_4$. Znaleźć ciśnienie, jakie wywiera sklepienie na przyczółek AA^*).

Siłę H składamy z ciężarem części sklepienia C_1 , otrzymując z trójkąta siłę wypadkową R_1 , która przechodzi



Rys. 47.

przez punkt przecięcia siły H z ciężarem C_1 . Siłę R_1 składamy tak samo z ciężarem C_2 , otrzymując wypadkową R_2 , a postępując w ten sam sposób dalej, znajdziemy ostatecznie wypadkową R_4 siły R_3 i ciężaru C_4 , która to wypadkowa R_4 jest ciśnieniem, jakie sklepienie wywiera na przyczółek.

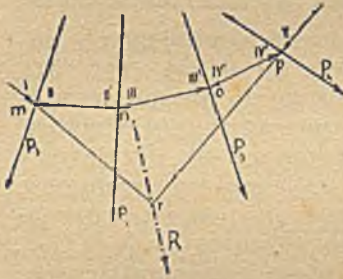
(Linję łamaną H, R_1, R_2, R_3, R_4 nazywamy linią ciśnienia lub linią naporową. Będziemy o niej mówić szerzej w § 64).

§ 12. Wlebobok sznurowy.

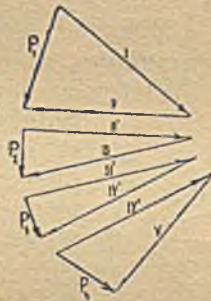
Zdarza się często, że punkty przecięcia poszczególnych sił znajdują się bardzo daleko, tak, że składanie ich wedle prawideł podanych w poprzednim paragrafie, byłoby wielce utrudnione lub nawet niemożliwe. Wtedy dla znalezienia wypadkowej używamy sposobu innego (rys. 48 i nast.).

*) Przyczółkiem nazywamy budowlę, na której wspiera się sklepienie (lub inna belka).

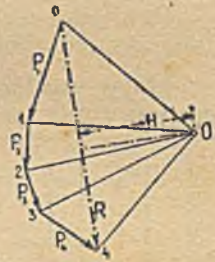
Siłę P_1 rozkładamy na dwie dowolne składowe I i II . Jeżeli przyjmiemy kierunki obu, to tem samem wielkość ich w wypadnie wprost z trójkąta sił (rys. 49). Podobnie czynimy z siłą P_2 w ten sposób jednak, że za jedną z jej składowych przyjmujemy siłę II' równą i wprost przeciwną sile II , a leżącą w jej przedłużeniu; z rys. 49 znajdziemy wtedy odrazu kierunek i wielkość drugiej składowej III . Podobnie postępujemy z każdą z pozostałych sił P_3 i P_4 , otrzymując w ten sposób kolejno 8 sił: $I, II, III, III', IV, IV', V$, które zupełnie zastępują siły dane $P_1... P_4$. Siły II i II' są jednak sobie równe i wręcz przeciwne, a więc znoszą się wzajemnie, podobnie jak III i III', IV i IV' , tak, że ostatecznie siły $P_1... P_4$ zastępujemy dwiema siłami I i V . Siły te w sposób znany z § 6 składamy w wypadkową R , która jest zarazem



Rys. 48.



Rys. 49



Rys. 50.

wypadkową wszystkich danych sił $P_1... P_4$. Wielkość i kierunek jej określa odcinek OH .

Zamiast rysować cztery osobne trójkąty sił możemy je zesunąć w jeden rysunek (rys. 50), przedstawiającą wielobok, którego boki są odpowiednio równoległe do sił $P_1, P_2... i I, II, III, ...$ badanego układu. Położenie punktu O określone jest kierunkami I i II , przyjętymi zupełnie dowolnie; jeśli byśmy obrali te kierunki inaczej, otrzymalibyśmy inny punkt O' ; rezultat byłby jednak ten sam. Zamiast więc przyjmować kierunki, możemy przyjąć dowolnie punkt O t. zw. biegun, a położenie jego określi z góry położenie składowych $I... V$. Wielobok 01234 nazywamy wielobokiem lub ciągiem sił; linie $I, II... promieniami$ biegunowymi; odległość bieguna O od wypadkowej R odległością biegunową, zaś wielobok mnp wielobokiem sznurowym; jeśli bowiem sznur obciążymy siłami $P_1... P_4$, to przybierze on

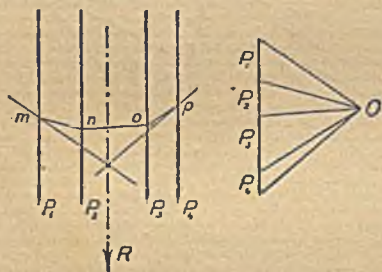
kształt linii mno , Poszczególne części wieloboku sznurowego mn , no , op nazywamy promieniami wieloboku sznurowego lub promieniami sznurowymi.

Dla znalezienia wypadkowej R dowolnej ilości sił, nie przechodzących przez jeden punkt należy zatem wykreślić wielobok tych sił, przyjmując dowolnie biegun O , a następnie poprowadzić wielobok sznurowy $mn\dots$ równoległe do promieni biegunowych (wychodząc z punktu m obranego dowolnie na sile P_1).

Wypadkowa R przechodzi przez punkt przecięcia promieni skrajnych mr i pr , a kierunek i wielkość jej znajdujemy z wieloboku sił.

Pamiętać należy, że ilość promieni biegunowych i promieni sznurowych jest zawsze o jeden większa od ilości sił.

Mając znaleźć wypadkową układu sił równoległych postępujemy tak samo. Wtedy wielobok sił 01234 (rys. 51),



Rys. 51.

redukuje się do prostej, na której kolejno odcinamy wielkości poszczególnych sił. Przyjąwszy biegun O , kreślimy promienie sznurowe mr , $mn\dots$ równoległe do promieni oO , $1O\dots$ Wypadkowa przechodzi przez punkt przecięcia r promieni skrajnych mr i pr ; wielkość jej równa jest sumie wszystkich sił.

Wypadkowa R zastępuje działaniem swoim wszystkie

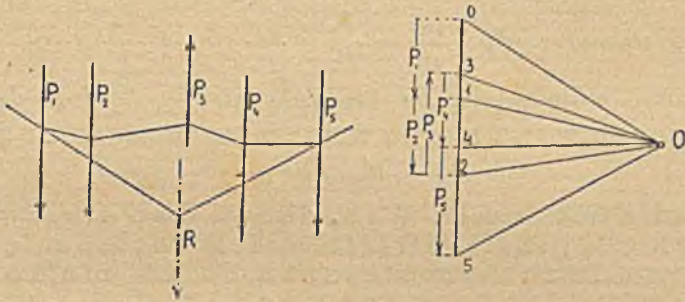
siły układu P_1, P_2, \dots ; jeśli zatem chcemy otrzymać stan równowagi, to musimy wprowadzić siłę $-R$ równą, a wprost przeciwną wypadkowej. Wtedy do czterech boków wieloboku sił: 01, 12, 23, 34 przychodzi bok piąty 40, łączący punkt ostatni 4 z punktem początkowym O , czyli, jak mówimy, ciąg sił zamyka się.

W wieloboku sznurowym siła $-R$ przejść musi przez punkt r przecięcia boków mr i pr równoległych do promieni $0O$ i $4O$; wielobok sznurowy $mnop$ uzupełnia się zatem bokami mr i pr czyli zamyka się również. Zatem:

Siły działające na płaszczyźnie w różnych punktach i różnych kierunkach pozostają zatem w równowadze, jeśli zamknie się nie tylko ich wielobok sił, ale także wielobok sznurowy.

§ 13. Siły równoległe.

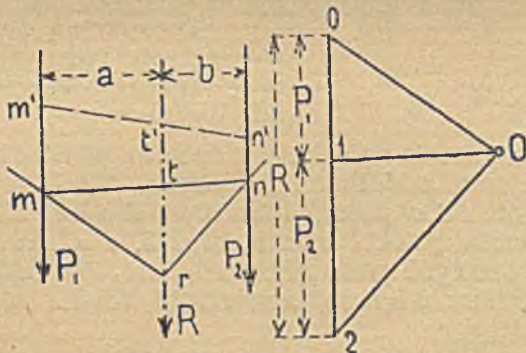
Wypadkową sił równoległych znaleźć możemy również za pomocą wieloboku sznurowego. Ponieważ jednak wszystkie siły mają ten sam kierunek, przeto w wieloboku sił będą leżeć w jednej linii równoległej do tegoż kierunku; siły odcina się w nim jedna po drugiej. Jeśli która z sił (np. P_3) posiada strzałkę przeciwną innym, np. działa w górę (rys. 52),



Rys. 52.

to odcina się ją od punktu 2 też ku górze (długość 23). Siły następne P_4, P_5 odcina się oczywiście od 3. Wielkość wypadkowej jest algebraiczną sumą poszczególnych sił.

Dla lepszego uwydatnienia sił, skierowanych w różnych kierunkach, narysowaliśmy je na rys 52 nieco rozsunięte, oczywiście z zachowaniem równoległości (por. rys. 24).



Rys. 53.

Dla dwu sił równoległych (rys. 53) skierowanych w jedną stronę wielobokiem sznurowym będzie trójkąt mnr , gdyż wielobok sił ma trzy promienie $00, 01, 02$. Trójkąt $\triangle mnr$ jest podobny do $\triangle 010$, zaś $\triangle ntr \sim \triangle 012$.

Otrzymamy więc równanie:

$$mt : tr = O1 : O1 = O1 : P_1 \dots \dots \dots a$$

$$nt : tr = O1 : O2 = O1 : P_2 \dots \dots \dots b$$

Dzieląc równanie *a* przez *b*, dostaniemy:

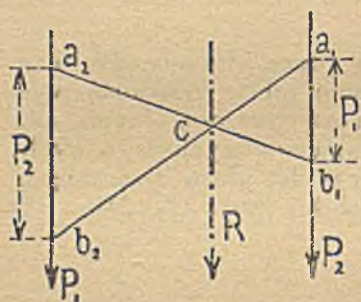
$$\frac{mt \cdot tr}{tr \cdot nt} = \frac{O1 \cdot P_2}{O1 \cdot P_1}$$

czyli po uproszczeniu: $\frac{mt}{nt} = \frac{P_2}{P_1} \dots \dots \dots 7$

Łatwo udowodnić, że kierunki sił P_1 , P_2 i R dzielą każdą prostą w tym samym stosunku co prostą mn , t. j., że

$$m'l' : n'l' = mt : nt.$$

Stąd wynika reguła: Wypadkowa dwu sił równoległych o tej samej strzałce dzieli odstęp między nimi w odwrotnym stosunku do ich wielkości.



Rys. 54.

Położenie siły wypadkowej możemy znaleźć więc w sposób następujący: Na kierunku siły P_1 odcinamy wielkość siły P_2 , na kierunku P_2 siłę P_1 i łączymy wedle rys. 54. Wtedy $a_2c : b_1c = P_2 : P_1$, a więc wypadkowa R przechodzi przez punkt c .

Wypadkowa dwu sił równoległych i równych o tej samej strzałce leży w środku między nimi.

Dla dwu sił równoległych o przeciwnych kierunkach postępujemy podobnie. Tu jednak siła P_2 jest skierowana odwrotnie niż w poprzednim wypadku (rys. 55) i dlatego też proste łączące punkty a_1 z b_2 oraz b_1 z a_2 przecinają się w punkcie c leżącym poza obiema siłami. Wypadkowa ma tutaj kierunek siły większej, a wielkość równą różnicy obu sił $R = P_2 - P_1$.

Na tej samej zasadzie polega rozkładanie sił. Jak wiadomo jednak z § 9, dana siła da się rozłożyć jednoznacznie tylko na dwie siły składowe.

Jeżeli np. siłę R (rys. 53) mamy rozłożyć na siły P_1 i P_2 , o nieznaney zgóry wielkości, to odniósłszy jej wielkość $O2$ w wieloboku sił, przyjmujemy biegun O i kreślimy wie-

Wielkość od np. siły P_1 , wynosi około 1,80 m. Wielkość jej równa jest sumie wszystkich sił:

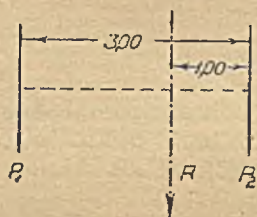
$$R = 1600 + 1400 + 1800 + 1200 = 6000 \text{ kg.}$$

21. Znaleźć wielkość i położenie wypadkowej dwu sił równoległych $P_1 = 20$ ton, $P_2 = 40$ ton, działających w odległości 3,00 m od siebie w tym samym kierunku (rys. 57).

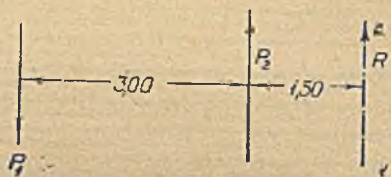
Ze wzoru 7 otrzymujemy $mt : nt = P_2 : P_1 = 40 : 20 = 2 : 1$, zatem $mn : nt = (mt + nt) : nt = (2 + 1) : 1 = 3 : 1$.

Dzielimy zatem odstęp mn między siłami P_1 i P_2 na trzy części; wypadkowa przechodzi w odległości $\frac{1}{3} mn = 1,00$ m od siły większej, tj. od P_2 i ma wielkość

$$R = P_1 + P_2 = 20 + 40 = 60 \text{ ton.}$$



Rys. 57.



Rys. 58.

22. Znaleźć wielkość i położenie wypadkowej dwu sił równoległych $P_1 = 20$ ton, $P_2 = 40$ ton, działających w kierunkach przeciwnych w odległości 3,00 m od siebie rys. 58.

Z rys. 55 otrzymujemy: $b_2 a_1 : a_1 c = (P_2 - P_1) : P_1$, zatem wypadkowa R oddalona jest od siły większej P_2 o odległość

$$a_1 c = b_2 a_1 \frac{P_1}{P_2 - P_1}$$

W danym wypadku otrzymamy:

$$a_1 c = 3,00 \cdot \frac{20}{40 - 20} = 1,50 \text{ m.}$$

Wielkość wypadkowej $R = 40 - 20 = 20$ ton.

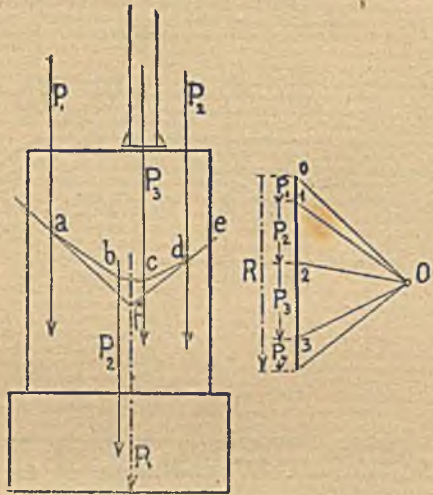
23. Na filar ceglany o ciężarze $P_2 = 4000$ kg działają ciężary pionowe stropów wspierających się na nim o wielkości $P_1 = 1600$ kg i $P_4 = 2000$ kg, oraz ciężar górnego słupa $P_3 = 5000$ kg. Należy znaleźć wypadkową R tych wszystkich ciężarów sposobem wykreślnym (rys 59).

Na linii 01234 odcinamy kolejno siły $P_1 \dots P_4$ i przyjąwszy dowolnie biegun O , kreślimy promienie wieloboku sił $O0, O1 \dots$ Następnie prowadzimy linję $af \parallel O0, ab \parallel O1$

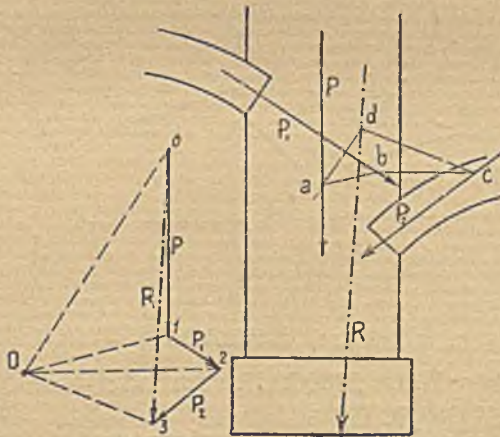
i t. d., otrzymując w ten sposób wielobok sznurowy. Skrajne boki tego wieloboku af i ef przecinają się w punkcie f , przez który przechodzi wypadkowa R wszystkich ciężarów; wielkość jej równa jest sumie wszystkich sił $R = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = = \Sigma P = 1600 + 4000 + 5000 + + 2000 = 12600$ kg.

24. Na filarze murywanym wspierają się dwa sklepienia, jedno cisnące siłą $P_1 = 1250$ kg, drugie siłą $P_2 = 1670$ kg. Ciężar filara wynosi $P = 3720$ kg (rys. 60). Należy znaleźć wypadkową tych sił za pomocą wieloboku sznurowego (por. przykład 18).

Wykreślamy wielobok sił $O123$, a następnie przyjmawszy dowolnie biegun O , kreślimy wielobok sznurowy, prowadząc $ad \parallel O0$, $ab \parallel O1$, $br \parallel O2$, $cd \parallel O3$. Następnie przedłużamy promienie



Rys. 59.



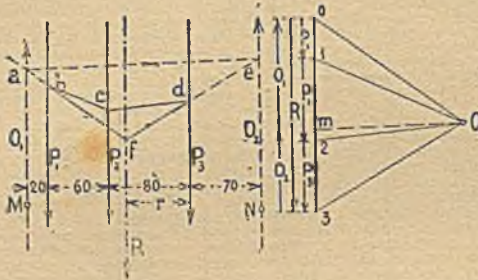
Rys. 60.

skrajne ad i cd aż do przecięcia się w punkcie d , przez który przechodzi także wypadkowa R . Wielkość jej i kierunek znajdziemy z wieloboku sił, gdyż $R = O3$.

Wynik otrzymany na rys. 60, zgodny jest w zupełność z wynikiem przykł. 18 (por. rys. 46).

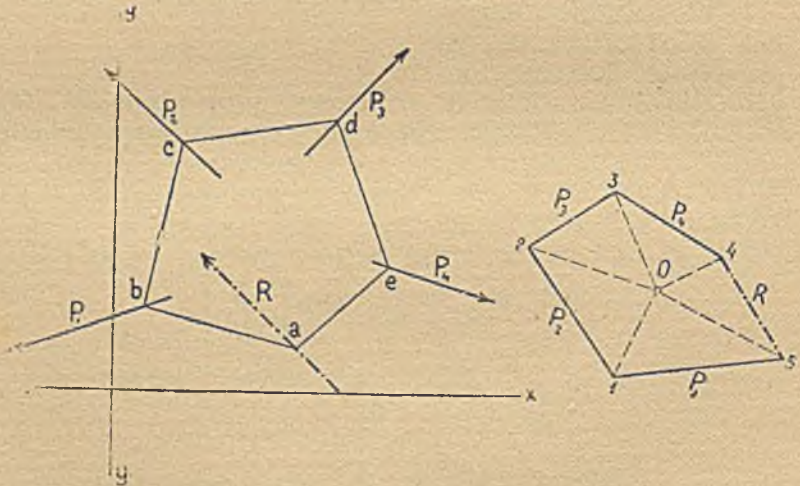
25. Dane są trzy siły równoległe $P_1 = 400\text{ kg}$, $P_2 = 800\text{ kg}$, $P_3 = 700\text{ kg}$. Należy znaleźć wykreslinie ich wypadkową, oraz

obliczyć jak wielkie muszą być dwie równoważące je siły równoległe O_1 i O_2 , przechodzące przez punkty M i N (por. rys. 61).



Rys. 61.

Odnosimy siły P_1 , P_2 , P_3 w wieloboku sił i przyjąwszy dowolnie biegun O , kreślimy promień OO_1 , OO_2 , OO_3 , a następnie równoległe do nich boki wieloboku sznurowego fb , bc , dc , df . Wypadkowa R o wielkości $R = P_1 + P_2 + P_3 =$



Rys. 62.

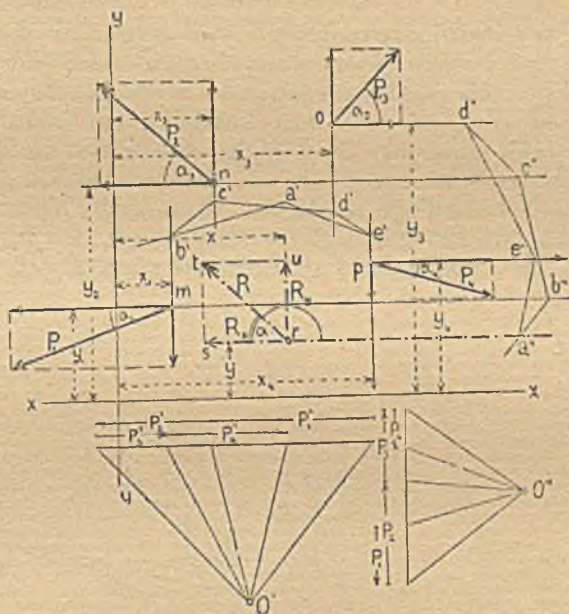
$= 400 + 800 + 700 = 1900\text{ kg}$, przechodzi przez punkt przecięcia promieni skrajnych.

Jeśli siły O_1 i O_2 mają zrównoważyć siłę R , to musi zamknąć się na nich wielobok sznurowy. W tym celu przedłużamy promień skrajne bf , aż do a , zaś df do e , t. j. do kierunków sił O_1 i O_2 ; promieniem sznurowym zamykającym będzie zatem ab . Promień wieloboku sił, odpowiadają-

jący siłom O_1 i O_2 , musi być równoległy do ab ; będzie nim zatem Om , zaś długość Om i m 3 odcięte nim dają wprost wielkości oddziaływań O_1 i O_2 .

26. Znaleźć wypadkową układu sił podanego na rys. 62 sposobem wykreślnym.

a) Wszystkie siły $F_1 \dots P_4$ odcinamy osobno w wieloboku sił i obieramy dowolnie biegun O ; w danym wypadku wewnątrz wieloboku, gdyż w ten sposób otrzymamy najwygodniejsze kierunki promieni. Jeżeli byśmy bowiem biegun przyjęli zewnątrz wieloboku, to promienie zamykałyby z sobą



Rys. 63.

bardzo ostre kąty, a tem samym i dokładność konstrukcji ucierpiałaby znacznie. Następnie kreślimy promień sznurowe, a więc $ab \parallel O5$, $bc \parallel O1$ i t. d. Przez punkt przecięcia boków skrajnych t. j. przez punkt a przechodzi wypadkowa R , której wielkość i kierunek znajdziemy w wieloku sił, łącząca punkty 0 i 4.

b) Czasem zdarza się, że wygodniej jest w wykresie użyć składowych (np. poziomych i pionowych) sił. W tym celu kreślimy osobno wielobok sił składowych poziomych, osobno pionowych, a dla nich też osobne wieloboki sznurowe.

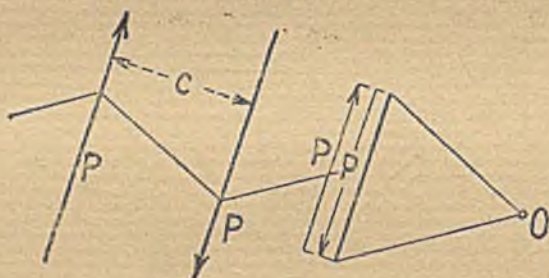
Wykonaliśmy to na rys. 63. Ponieważ składowe idą po części we wprost przeciwnych kierunkach, przeto rozsunię-

liśmy je w wielobokach sił wedle § 13. Następnie wykreśliliśmy wielobok sznurowy $a'b'c'd'e'$ dla sił pionowych, zaś $a''b''c''d''e''$ dla poziomych. Wypadkowa przechodzi przez punkt r przecięcia wypadkowych $a'r$ i $a''r$; wielkość jej $R=rt$ znaleźliśmy w równoległoboku sił części $rstu$. Wyniki obu wykresów „a” (rys. 62) i „b” (rys. 63) muszą być identyczne.

C. Moment statyczny.

§ 14. Para sił.

Jeśli w ostatnio rozpatrywanym wypadku sił równoległych, a przeciwnie skierowanych różnica sił jest niewielka, to wedle rys. 55 punkt zaczepienia wypadkowej oddala się znacznie od obu sił i to tem bardziej, im różnica ta jest mniejsza. Jeśli obie siły P_1 i P_2 są sobie wreszcie równe, to wypadkowa przesunie się w nieskończoność, gdyż boki wieloboku sznurowego będą tu równoległe (por. rys. 64), a tak samo równoległe byłyby i linje a_2b_1 i a_1b_2 z rys. 55, wielkość zaś wypadkowej spadnie do zera. $R=0$. Siły takie



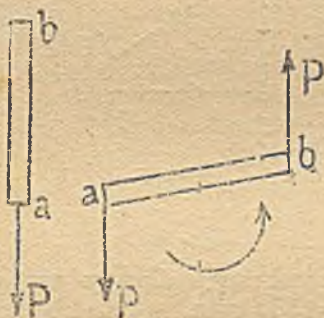
Rys. 64.

mimo to nie są w równowadze, ale tworzą t. zw. parę sił. Skutek jej jest całkiem inny niż pojedynczej siły; siła pojedyncza stara się bowiem posunąć ciało, na które działa; np. ciągnąc pręt ab w kierunku strzałki (rys. 65) posuwamy go w tymże kierunku. Natomiast para sił działająca na jakieś ciało, stara się je obrócić; np. jeśli belkę ab ciągną dwie siły P w kierunkach równoległych, lecz przeciwnych, to belka ta obracać się będzie w kierunku oznaczonym strzałką (rys. 66).

To działanie obrotowe jest tem silniejsze, im większe są siły P i im większa jest ich odległość. Aby je więc określić,

przyjmujemy jako jego miarę iloczyn siły P przez odległość obu sił c mierzoną prostopadłe do sił (rys. 64). Iloczyn ten $M = Pc$ nazywamy momentem statycznym, zaś odległość „ c ” ramieniem momentu. Jeżeli moment stara się obrócić ciało, na które działa, w kierunku wskazówki na zegarze (rys. 69), nazywamy go momentem dodatnim ($+M$), jeśli w kierunku przeciwnym momentem ujemnym ($-M$).

Moment jest iloczynem siły przez długość; trzeba go więc wyrazić w jednostkach siły (kg, t) pomnożonych przez jednostki długości (cm, m). Odpowiednio do tego nazywamy jednostkę momentu kilogram-centymetrem (kgcm), ton-metrem (tm) i t. p., przy czym $1 \text{ tm} = 1000 \text{ kg} \times 100 \text{ cm} = 100000 \text{ kgcm}$. Jeśli np. siła $P = 1500 \text{ kg} = 1,5 \text{ t}$, zaś odstęp



Rys. 65 i 66.



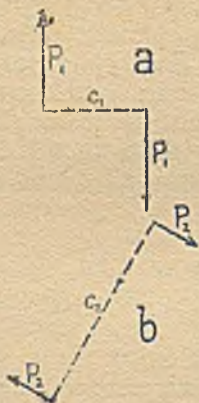
Rys. 67.

prostopadły $c = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$, to moment wynosi $M = 1500 \text{ kg} \times 50 \text{ cm} = 75000 \text{ kgcm}$ lub $M = 1500 \text{ kg} \times 0,5 \text{ m} = 750 \text{ kgm}$ lub $1,5 \text{ t} \times 0,5 \text{ m} = 0,75 \text{ tm}$ i t. d.

Biorąc pod uwagę belkę ab (rys. 67), zauważymy jednak, że ten sam obrót, co para sił P_1 w odległości c_1 , sprawi para sił mniejszych P_2 , działających w odległości c_2 większej; chodzi tylko o to, by iloczyn $M = P_1 c_1$ był równy iloczynowi $P_2 c_2$. Np. parę sił o momencie $1500 \text{ kg} \times 50 \text{ cm} = 75000 \text{ kgcm}$ możemy zastąpić parą sił o momencie $M = 1000 \text{ kg} \times 75 \text{ cm} = 75000 \text{ kgcm}$ lub $M = 300 \text{ kg} \times 250 \text{ cm} = 75000 \text{ kgcm}$. Wogóle parę sił zastąpić można inną parą sił o tym samym momencie obrotu, działającą gdziekolwiek na tej samej płaszczyźnie. Np. moment $P_1 c_1$ (rys. 68) zastąpić można momentem $P_2 c_2$, byle $M = P_1 c_1 = P_2 c_2$ i byle kierunek obrotu był ten sam. I naodwrot: jeśli chcemy zrównoważyć parę sił, działającą na pewne ciało, to musimy zaczepić na niem inną parę sił, czyli inny moment o tej samej wielkości, lecz przeciwnym znaku, t. j. przeciwnym kierunku obrotu; np. na

rys. 69 moment P_1c_1 został zrównoważony momentem $-P_2c_2$ o wielkości równej P_1c_1 , obracającym w przeciwnym kierunku. (Znak „-“ oznacza obrót w przeciwnym kierunku).

Jeżeli na jedno i to samo ciało działają równocześnie dwa momenty, to działanie ich mierzy się algebraiczną sumą obu momentów. Np. jeśli na drążek ab (rys. 67) działają



Rys. 68



Rys. 69.

obie pary sił P_1c_1 i P_2c_2 , to moment wypadkowy wynosi $M = P_1c_1 + P_2c_2 = (750 + 750) \text{ kgm} = 1500 \text{ kgm}$. — Jeżeliby momenty P_1c_1 i P_2c_2 miały znaki przeciwne, np. gdyby $-P_1c_1$ obracało w kierunku przeciwnym wskazówki na zegarze, to wypadkowy moment wynosiłby $M = P_2c_2 - P_1c_1$. Jeżeliby P_1c_1 było co do wielkości równe P_2c_2 , ale o znaku przeciwnym, to $M = P_2c_2 - P_1c_1 = 0$.

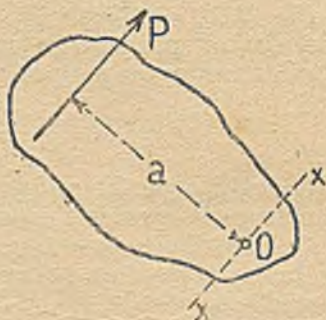
§ 15. Moment statyczny siły pojedynczej.

Jeżeli na jakieś ciało, utwierdzone w p. O , działa siła P , to nastąpi obrót tegoż ciała około p. O w kierunku wskazanym strzałką (rys. 70). Miarą tego działania jest — jak przy parze sił — iloczyn siły P przez jej prostopadłą odległość od p. O , czyli t. zw. moment statyczny siły P względem p. O . Odległość a nazywamy ramieniem siły, p. O biegunem momentu. Moment obracający w kierunku wskazówki na zegarze (jak na rys. 70) naz. dodatnim, obracający w kierunku przeciwnym, momentem ujemnym.

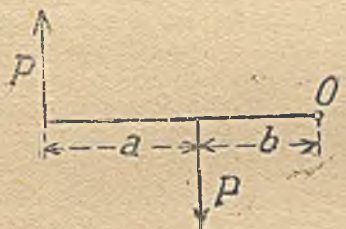
Odległość siły P od równoległej osi $X-X$, przechodzącej przez p. O , jest wszędzie stała i równa a , przeto: Moment siły P względem wszystkich punktów na równoległej osi XX jest równy $M = Pa$.

Na mocy tego możemy wykazać, że moment pary sił jest stały dla każdego bieguna na płaszczyźnie. Z rys. 71 wynika moment obu sił względem dowolnego punktu O : $M = P(a+b) - Pb = Pa$. Moment zależy zatem tylko od wielkości i odległości sił P od siebie bez względu na odległość punktu O .

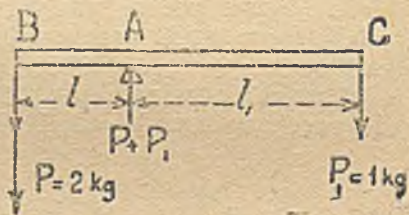
Weźmy pod uwagę belkę przytrzymaną w p. A (rys. 72). Jeśli w którymkolwiek jej punkcie umieścimy ciężar P , to belka obróci się około A . Obrót ten da się udaremnić wtedy, jeśli po drugiej stronie podpory umieścimy też ciężar o odpowiedniej wielkości działający w dół. Ciężar równoważący musi być wedle § 14 tym większy, im mniejsza będzie jego odległość od podpory A . Tę prostopadłą odległość siły P od A nazywamy ramieniem siły. Siła P , starając się



Rys. 70.



Rys. 71.



Rys. 72.

belkę obrócić, wywołuje względem A moment o wielkości Pl ; również siła P_1 wywołuje moment P_1l_1 , ale o znaku przeciwnym (rys. 72).

Jeśli obrót nie ma nastąpić, t. j. jeśli belka ma pozostać w równowadze, muszą oba momenty być równe t. j.

$$Pl = P_1l_1 \dots \dots \dots 8$$

a stąd:

$$P_1 = \frac{Pl}{l_1} \dots \dots \dots 8a$$

Jest to t. zw. równanie momentów. Dla $l = l_1$ mamy $P = P_1$; dla $l_1 = 2l$, $P = 2P_1$; ogólnie

$$\text{dla } l_1 = nl \quad P = nP_1 \dots \dots \dots 8b.$$

Niech np. drążek BC ma długość 30 cm. Jeśli podparty jest jak na rys. 72 w odległości 10 cm od p. B , to ciężar $P = 2$ kg uwieszony na jego końcu, wywoła moment $M = = Pl = 2 \cdot 10 = 20$ kgcm. Ciężar ten wywołałby obrót drążka. Aby drążek pozostał jednak w równowadze, trzeba w punkcie C , oddalonym od podpory o długość $l_1 = 20$ cm zawiesić ciężar

$$P_1 = \frac{Pl}{l_1} = \frac{2 \cdot 10}{20} = 1 \text{ kg.}$$

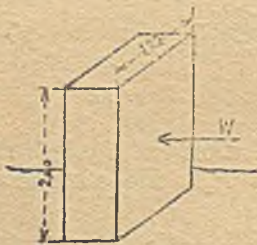
Jeśli punkt podparcia leżał w środku, to należałoby obustronnie zawiesić równe ciężary $P = P_1$.

Właściwie powstają tu dwie pary sił. Siła P działając na belkę wywołuje prócz obrotu takie ciśnienie, t. j. siłę w A o wielkości też P (t. zw. oddziaływanie), ale skierowaną ku górze; powstaje więc para sił o momencie Pl . Podobnie siła P_1 wywołuje w A siłę P_1 , więc i parę sił $-P_1l_1$. Jak wyżej, powiedzieliśmy dwie te pary sił będą w równowadze, jeśli $Pl = P_1l_1$ czyli $Pl - P_1l_1 = 0$.

Przykłady 27—30.

27. Na mur pionowy o wysokości 2,00 m, a długości 1,20 m, działa parcie wiatru z siłą 150 kg na 1 m² muru. Znaleźć moment M parcia wiatru względem podstawy muru (rys. 73).

Mur ma powierzchnię $2,00 \times 1,20 = 2,40$ m²; zatem wielkość parcia wiatru $W = 2,40 \cdot 150 = 360$ kg; wypadkowa parcia



Rys. 73.



Rys. 74 i 75.

zaś zaczepia w połowie wysokości, więc w odległości 1 m^{*} od podstawy. Stąd moment $M = 360 \text{ kg} \cdot 1,00 \text{ m} = 360 \text{ kgm}$.

28. Chodnik wspiera się na wsporniku AB , umieszczonym w murze (rys. 74). Znaleźć moment ciężaru $P = 900$ kg względem punktu wmurowania A , jeśli $l = 1,20$ m, (Por. przykład 9).

Moment ten wynosi: $Pl = 900 \cdot 1,20 = 108000$ kgcm.

29. Jak wielki będzie moment ciężaru P jak w przykł. 28, jeśli ciężar ten będzie rozłożony jednostajnie na całej długości wspornika (rys. 75).

Jeśli ciężar jest rozłożony na całej długości, to moment możemy obliczyć biorąc ciężar jak gdyby skupiony był w środku, t. j. w odległości $\frac{l}{2}$ od punktu wmurowania A .

Wtedy moment: $M = P \cdot \frac{l}{2} = 900 \times \frac{120}{2} = 54000$ kgcm. tj. dwukrotnie mniejszy niż w przykładzie 28.

Ciężar jednostkowy p wynosi w tym razie:

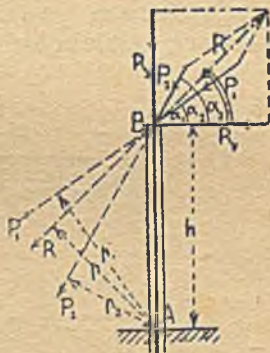
$$p = \frac{P}{l} = \frac{900}{1,20} = 750 \text{ kg/mb.}$$

30. Na jarzmo mostowe (rys. 76) działają w punkcie B jednostronnie zastrzały wiązania rozporowego podwójnego $P_1 = 2500$ kg, $P_2 = 4000$ kg, przyczem kąty nachylenia ich do poziomu wynoszą $\alpha_1 = 60^\circ$, $\alpha_2 = 35^\circ$. Jak wielki moment zginający wywierają te siły względem podstawy jarzma A , jeżeli wysokość punktu B ponad nią wynosi $h = 2,00$ m. (por. przykład 6).

a) Wypadkowa R sił P_1 i P_2 wynosi 6360 kg, zaś kąt jej nachylenia do poziomu $\alpha = 44^\circ 42'$. Odległość prostopadła wypadkowej od podstawy A wynosi więc: $p = h \cos \alpha = 2,00 \cos 44^\circ 42' = \approx 2,00 \cdot 0,709 = 1,42 \text{ m}^*$, zatem moment siły R względem podstawy $M = Rr = 6360 \cdot 1,42 = 9031$ kgm.

b) Moment ten znaleźć możemy także inaczej. Rozłożmy mianowicie siłę R na składową poziomą $R_x = 4520$ kg i pionową $R_y = 4470$ kg (por. przykład 6). Moment siły R jest równy momentowi obu tych składowych; moment siły R_y jest jednak zerem, gdyż kierunek jej przechodzi przez punkt A ; moment M równa się zatem momentowi składowej poziomej R_x . Wtedy $M = R_x h = 4520 \cdot 2,00 = 9040$ kgm.

(Różnica w obu wartościach na M pochodzi stąd, że w pierwszym rachunku zaokrągliliśmy wartości R i p ; różnica ta jest zresztą bardzo mała).



Rys. 76.

(* Długość p_1 , p_2 możemy także znaleźć wprost z wykresu.

c) Wreszcie możemy znaleźć M , obliczając momenty obu sił składowych.

Ramię siły P_1 wynosi: $p_1 = h \cos \alpha_1 = 2,00 \cdot 0,5 = 1,00 \text{ m}^*$,
zaś ramię siły P_2

$$p_2 = h \cos \alpha_2 = 2,00 \cdot 0,817 = 1,634 \text{ m}^*$$

a stąd moment

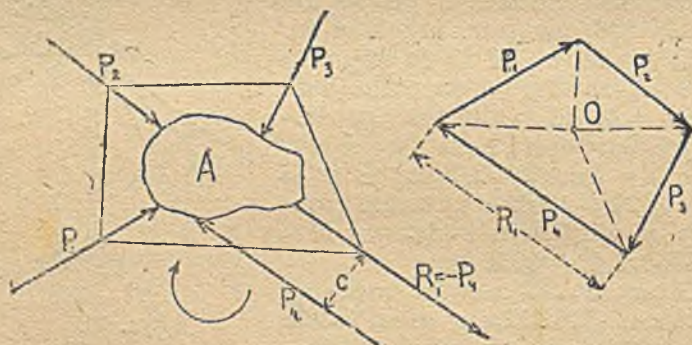
$$M = P_1 p_1 + P_2 p_2 = 2500 \cdot 1,00 + 4000 \cdot 1,634 = 2500 + 6536 = 9036 \text{ } \approx 9040 \text{ kgm.}$$

Z tego przykładu widać, że wszystkie trzy drogi prowadzą do tego samego rezultatu.

§ 16. Para sił jako wypadkowa układu sił.


Zdarzyć się może, że wielobok sił zamknie się, t. j. że wszystkie siły dadzą wypadkową równą zeru, ale nie zamknie się wielobok sznurowy, t. j. że pierwszy i ostatni promień siły P). (Por. rys. 77).

Dla zbadania tego przypadku złożmy wszystkie siły z wyjątkiem jednej np. P_4 w częściową wypadkową R_1 zapomocą wieloboku sznurowego. Wypadkowa R_1 musi być



Pys. 77.

równą i przeciwną sile P_4 , gdyż tylko wtedy zamknie się wielobok sił, co zaznaczyliśmy na początku; jednakowoż siły P_4 i R_1 nie będą leżeć w jednej prostej, choć będą równoległe i równe. Innymi słowy otrzymujemy zatem jako wynik parę sił o wielkości $P_4 c$. Ciało, na które siły tak rozmieszczone działają, zostanie więc wprowadzone w ruch obrotowy i w równowadze tem samym nie będzie.

*) Długości p_1, p_2 , możemy także znaleźć wprost z wykresu. 

Przykład 31.

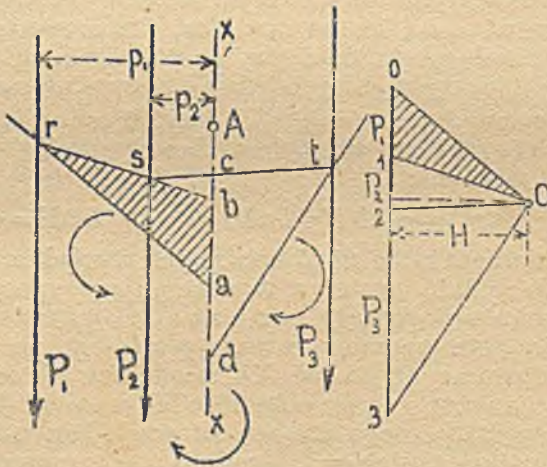
31. Jakie działanie wywrą na ciało A siły $P_1 = 270$ kg, $P_2 = 235$ kg, $P_3 = 235$ kg, $P_4 = 380$ kg, o kierunkach, podanych na rys. 77.

Złożywszy siły P_1 , P_2 i P_3 , otrzymujemy wypadkową częściową R , o wielkości $R_1 = -P_4$, oddaloną o $c = 11$ cm od P_4 . Złożywszy zaś te dwie ostatnie siły, otrzymamy moment obracający w kierunku wskazówki na zegarze, więc dodatni, o wielkości: $M = P_4 \cdot c = 380 \cdot 11 = 4180$ kgcm.

Ciało będzie się zatem obracać w kierunku strzałki rys. 77.

§ 17. Wykreślne wyznaczenie momentu statycznego układu sił równoległych.

Moment statyczny wyznaczyć można także wykreślnie. Mając np. znaleźć moment jednej siły, np. P_1 układu sił, przedstawionego na rys. 78 względem p. A , prowadzimy przez ten punkt równoległą XX do tejsze siły, a następnie przedłu-



Rys. 78.

żamy do XX dwa boki wieloboku sznurowego odpowiadające sile P_1 .

Z podobieństwa zakreskowanych trójkątów 010 i abr otrzymamy wtedy proporcję:

$$p_1 : ab = H : 01 \text{ czyli } p_1 : ab = H : P_1 \text{ skąd: } P_1 p_1 = ab \cdot H = M_1. \quad 9$$

$P_1 p_1$ jest bowiem momentem statycznym M_1 siły P_1 względem p. A leżącego na osi XX czyli względem osi XX (por. § 15). Z równania 9 wynika, że jest on równy odcinkowi ab , odciętemu promieniami wieloboku sznurowego równoległymi do OO i O_1 , (t. j. do promieni wieloboku sił), odpowiednimi danej sile, pomnożonemu przez odległość biegunową H . Odcinek ba czytamy od dołu do góry, t. j. od a do b , gdyż pierwszemu z promieni wieloboku sił OO odpowiada promień sznurowy ar . Moment ten jest ujemny, gdyż obraca w kierunku przeciwnym ruchowi wskazówki na zegarze.

W ten sam sposób z podobieństwa trójkątów $12O$ i bcs udowodnić można, że moment statyczny siły P_2 względem osi XX równy jest iloczynowi odcinka bc i odległości biegunowej H .

Wreszcie, rozumując podobnie, dojdziemy do wniosku, że moment statyczny siły P_3 równy jest odcinkowi cd pomnożonemu przez H . Moment ten jest jednakowoż dodatni, a odcinek cd czytać musimy z góry na dół, gdyż w wieloboku sił promień O_2 równoległy do cd idzie przed promieniem O_3 równoległym do td . Wynika stąd, że dla takiego położenia bieguny i sił, jak na rysunku, siły sprawiające momenty dodatnie dają odcinki z góry na dół, siłom zaś dającym momenty ujemne odpowiadają odcinki o kierunku przeciwnym.

Na tej samej figurze dają się odczytać momenty kilku sił równoległych względem danej osi XX . Np. siły P_1 i P_2 dają moment:

$$M_{12} = -(P_1 p_1 + P_2 p_2) = -(ab.H + bc.H) = -(ab + bc)H = -ac.H \quad 9a$$

Zatem moment kilku sił równoległych względem punktów na danej osi znaleźć możemy w następujący sposób: Promień wieloboku sznurowego, poprzedzający pierwszą z danych sił, oraz promień następujący po ostatniej z nich, przedłużamy aż do osi XX , a odcinek tak otrzymany na tej osi, pomnożony przez odległość biegunową, daje wielkość momentu statycznego danych sił względem osi XX .

Stąd wynika także bezpośrednio, że moment całego układu sił P_1, P_2, P_3 równy jest iloczynowi $ad.H$, gdyż:

$$M_{123} = -P_1 p_1 - P_2 p_2 + P_3 p_3 = (-ab - bc + cd)H = ad.H = \quad 9b$$

Moment ten jest dodatni, gdyż odcinek ad skierowany jest z góry na dół.

Wiemy, że (o ile nie zachodzi wypadek pary sił), wypadkowa układu sił leży w punkcie przecięcia skrajnych boków wieloboku sznurowego. Jeśli zatem szukamy momentu układu sił z e względu na tę wypadkową, to

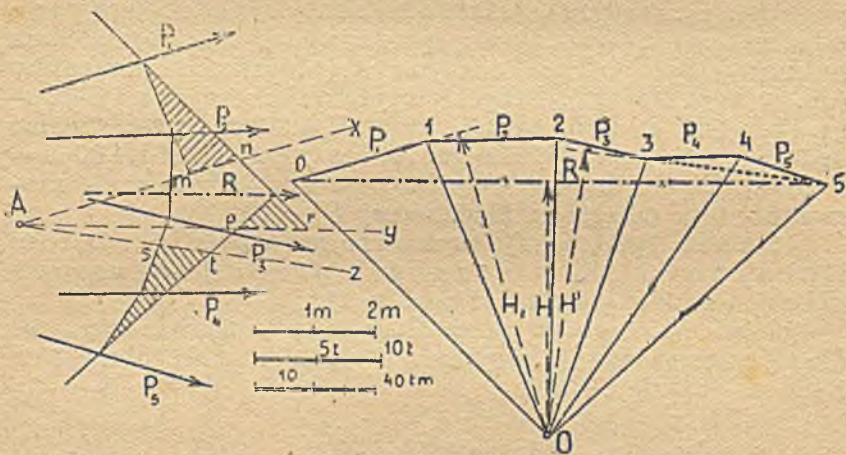
suma odcinków na niej równa jest zeru (gdyż suma odcinków dodatnich równa jest sumie odcinków ujemnych). Np. na rys. 52 moment siły $P_1 \dots P_5$ względem siły R równy jest zeru, a odcinek utworzony na niej promieniami skrajnymi, równoległymi do OO i $5O$ równa się też zeru.

§ 18. Wykreślne wyznaczenie momentu statycznego układu sił dowolnych względem dowolnego bieguna.

W zupełnie podobny sposób, co w § 17 udowodnić można, że moment siły P_1 względem punktu A (por. rys. 79) równy jest odcinkowi mn na osi AX równoległej do siły P_1 pomnożonemu przez odległość biegunową H_1 odpowiednią siły P_1 :

$$M_1 = m n \cdot H_1 \dots \dots \dots 10$$

Podobne wartości otrzymamy dla sił następných, wziętych pojedynczo, odległość biegunowa jest tutaj jednakowoż dla każdej siły inna. Dla znalezienia momentu wszystkich sił $P_1 \dots$



Rys. 79.

P_5 zauważmy, że zamiast nich możemy wziąć wypadkową ich R i dla niej obliczyć moment. Wynosić on będzie:

$$M_R = pr \cdot H \dots \dots \dots 11$$

(Moment ten jest dodatni).

Zatem moment statyczny układu dowolnych sił $P_1 P_2 \dots$ względem p. A , znaleźć możemy w następujący sposób: Przez p. A prowadzimy oś Ay równoległą do wypadkowej R , a długość odciętą na tejże osi skrajnymi bokami wieloboku sznurowego, pomnożona przez odległość biegunową wypadkowej H daje moment statyczny wszystkich sił względem punktu A .

Odległość biegunową uważać można także za siłę, a mianowicie za prostopadłą do wypadkowej składową sił, określonych skrajnymi bokami wieloboku sił, t. j. sił I i V (por. rys. 50 str. 23) lub sił O0 i O5 (rys. 79). Ponieważ zaś moment $M = pr \cdot H$, przeto najlepiej jest przyjąć tę odległość biegunową w okrągłej liczbie np. 1, 2, 4, 5, 10, 20 ton, co znacznie ułatwia rachunek. Ważne to jest zwłaszcza dla sił równoległych.

Wyżej, w § 14, zaznaczyliśmy, że moment mierzy się w kgm (lub tm), że zatem, aby otrzymać moment, trzeba pomnożyć siłę przez długość. Jeśli zatem we wzorze 11 (też 9 lub 10) jeden mnożnik (najczęściej H) uważamy za siłę, to mnożnik drugi (zwykle odcinek pr) mierzyć musimy w jednostkach długości.

Niech np. odcinek pr odczytamy w skali długości, ma długość 1,20 m, zaś odległość biegunowa w skali sił $H = 20$ ton, to moment będzie wynosił $M = H \cdot pr = 20 \text{ t} \cdot 1,2 \text{ m} = 24 \text{ tm} = 24000 \text{ kgm}$. Zamiast jednak mnożyć w ten sposób, możemy, uwzględniając skalę sił i skalę długości, przyjąć dla momentów nową podziałkę, tak, aby odcinek pr można było odrazu odczytać w jednostkach momentów (np. w kgm lub tm). Długość wyobrażająca w skali długości 1,00 m pomnożona przez $H = 20$ ton, przedstawiać będzie teraz w skali momentów moment $20 \text{ t} \cdot 1,00 \text{ m} = 20 \text{ tm}$. Tę też długość określimy na rys. 79 jako skalę momentów (dla odległości biegunowej H).

Skala (podziałka) momentów równa jest zatem iloczynowi skali długości przez biegunową mierzoną w jednostkach sił.

Jeżeli np. 1 cm w skali długości przedstawia 1 m, zaś długość biegunową przyjęliśmy 10 t, to w skali momentów 1 cm równa się 10 tm.

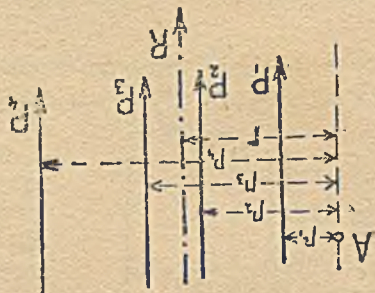
Przykład 32.

32. Jak wielki moment wywołują w rys. 79 siły P_4 i P_5 względem punktu A.

Wypadkowa sił P_4 i P_5 jest równoległa do linii 35 oznaczonej w wieloboku sił linią kropkowaną. Prowadzimy więc przez punkt A linię Az równoległą do 35 i przedłużamy do niej promienie wieloboku sznurowego równoległe do 30 i do O5, otrzymując odcinek st wynoszący (w skali długości) $st = 0,88 \text{ m}$. Odległość biegunowa odpowiednia siłom P_4 i P_5 (t. j. ich wypadkowej) wynosi $H' = 22,4 \text{ t}$. Siły P_4 i P_5 wywołują przeto względem punktu A moment o wielkości $M = 22,4 \text{ t} \times 0,88 \text{ m} = 19,7 \text{ tm}$.

§ 19. Rachunkowe składanie sił równoległych.

Z § 15 wynika, że w ogólności każda siła P_u na danej płaszczyźnie wywołuje około każdego punktu na tejże płaszczyźnie momentobrotu o wielkości $P_u P_n$, gdzie P_n oznacza prostopadłą odległość siły od tego punktu. Ponieważ zaś układ sił można zastąpić jedną siłą wypadkową, przeto i całkowite działanie obrotowe czyli moment obrotu tej wypadkowej musi być równy sumie momentów wszystkich sił składowych około tego samego punktu (rys. 80 por. § 17) czyli:



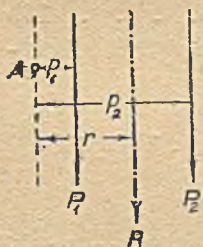
Rys. 80.

$$Rr = P_1 p_1 + P_2 p_2 + \dots + P p = \Sigma P p \quad \dots \quad 12$$

Udowodnić to da się w sposób następujący (por. rys. 81):

Niech P_1 i P_2 będą dwiema siłami równoległymi, które należy złożyć w wypadkową R , to moment siły R względem dowolnego punktu A wynosi:

$$\begin{aligned} Rr &= (P_1 + P_2) r = P_1 r + P_2 r \\ Rr &= P_1 p_1 + P_1 (r - p_1) + P_2 p_2 + P_2 (p_2 - r) \\ &= P_1 p_1 + P_2 p_2 + [P_1 (r - p_1) - P_2 (p_2 - r)] \end{aligned}$$



Rys. 81

ale $\frac{r - p_1}{p_2 - r} = \frac{P_2}{P_1}$ wedle 7.

a stąd $P_1 (r - p_1) = P_2 (p_2 - r)$, a więc:

$$Rr = P_1 p_1 + P_2 p_2 \quad \dots \quad 12a$$

Podobnie przeprowadza się dowód dla większej ilości sił.

Równanie 12 pozwala nam znaleźć rachunkowo wielkość i położenie wypadkowej układu sił równoległych. Otrzymamy tu bowiem, przyjmując zupełnie dowolnie punkt obrotu A (rys. 80),

$$Rr = P_1 p_1 + P_2 p_2 + \dots$$

a stąd

$$r = \frac{P_1 p_1 + P_2 p_2 + \dots}{R} \quad \dots \quad 12b$$

gdzie

$$R = P_1 + P_2 + \dots \quad 13$$

Niekiedy wygodnie jest przyjąć punkt obrotu na jednej z sił np. na P_1 , a wtedy (rys. 82):

$$Rr = P_1 \cdot 0 + P_2 p' + P_2 p'' + \dots$$

$$r = \frac{P_2 p' + P_3 p'' + \dots}{P_1 + P_2 + P_3 + \dots} \dots \dots \dots 12c$$

Podobnie przeprowadza się też rachunkowe rozkładanie sił równoległych na dwie (por. rys. 13) składowe. Mając np. rozłożyć siłę R (rys. 53) na składowe P_1 i P_2 , obieramy jako środek momentu punkt leżący na jednej z tych sił, np. na P_2 . Wtedy moment siły P_2 względem tego punktu jest zerem; otrzymamy zatem:

$$P_1(a+b) = Rb$$

$$\text{a stąd} \quad P_1 = \frac{b}{a+b} R \dots \dots 14$$

Wielkość siły P_2 otrzymać możemy, przyjmując środek momentu na kierunku P_1 .

Otrzymamy wtedy: $P_2(a+b) = Ra$,

$$\text{a stąd} \quad P_2 = \frac{a}{a+b} R \dots \dots \dots 14a$$

Łatwiej jednak znajdziemy ją z warunku, że suma sił składowych P_1 i P_2 musi być równa sile R czyli: $R = P_1 + P_2$, a stąd:

$$P_2 = R - P_1 \dots \dots \dots 14b$$

Wstawiając wartość na P_1 w równanie powyższe otrzymamy:

$$P_2 = R - \frac{b}{a+b} R = \frac{a}{a+b} R \dots \dots \dots 14c$$

zatem tę samą wartość co we wzorze 14a.

§ 20. Rachunkowe składanie sił o różnych kierunkach nie przechodzących przez jeden punkt, a leżących na płaszczyźnie.

Jeśli mamy znaleźć drogą rachunkową wielkość i położenie wypadkowej układu sił o różnych kierunkach, a nie przechodzących przez jeden punkt, postępujemy w sposób następujący (rys. 63).

Przyjmujemy dowolny punkt jako biegun momentu, a zarazem przeprowadzamy przezeń dwie prostopadłe do

siebie osi układu współrzędnych (X, Y) i rozkładamy wszystkie siły na składowe w kierunkach X i Y . Następnie wyznaczamy R_x i R_y , wypadkowe składowych równoległych do osi X i Y , a te wypadkowe częściowe złożone w wypadkową R dadzą wypadkową wszystkich sił działających. Rachunkowo otrzymamy:

moment statyczny składowych równoległych do osi x :

$$P_1 y_1 \cos a_1 + P_2 y_2 \cos a_2 + \dots = R_x y \quad \dots \quad 15$$

moment statyczny składowych równoległych do osi y :

$$P_1 x_1 \sin a_1 + P_2 x_2 \sin a_2 + \dots = R_y x \quad \dots \quad 15a$$

gdzie

$$R_x = P_1 \cos a_1 + P_2 \cos a_2 + \dots \quad \dots \quad 16$$

$$R_y = P_1 \sin a_1 + P_2 \sin a_2 + \dots \quad \dots \quad 16a$$

Z równań tych znajdziemy:

$$x = \frac{P_1 x_1 \sin a_1 + P_2 x_2 \sin a_2 + \dots}{P_1 \cos a_1 + P_2 \cos a_2 + \dots} \quad \dots \quad 17$$

$$y = \frac{P_1 y_1 \cos a_1 + P_2 y_2 \cos a_2 + \dots}{P_1 \sin a_1 + P_2 \sin a_2 + \dots} \quad \dots \quad 17a$$

x i y są współrzędnymi jednego punktu, przez który przechodzi wypadkowa R . Wielkość jej wynosi:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \quad \dots \quad 18$$

Jeśli zachodzi równowaga, to wypadkowa równa się zeru, a tem samym i jej moment oraz moment wszystkich sił względem dowolnego punktu równa się też zeru, zatem:

$$\left. \begin{aligned} P_1 \cos a_1 + P_2 \cos a_2 + \dots &= 0 \\ P_1 \sin a_1 + P_2 \sin a_2 + \dots &= 0 \\ P_1 x_1 \sin a_1 + P_2 x_2 \sin a_2 + \dots &= 0 \\ P_1 y_1 \cos a_1 + P_2 y_2 \cos a_2 + \dots &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad 19$$

Przykłady 33—35.

33. Znaleźć wielkość i położenie wypadkowej układu sił wedle rys. 56 (por. przykład 20).

Jako bieżun momentu weźmiemy punkt początkowy układu A , gdyż mamy podane wprost odległości sił od tego punktu. Wielkość wypadkowej R wynosi:

$$R = 1600 + 1400 + 1800 + 1200 = 6000 \text{ kg}$$

$$x = \frac{P_1 p_1 + P_2 p_2 + \dots}{R} =$$

$$= \frac{1600 \cdot 0,9 + 1400 \cdot 2,5 + 1800 \cdot 3,3 + 1200 \cdot 4,6}{6000} = 2,69 \text{ m}$$

Ten sam wynik otrzymamy, biorąc momenty poszczególnych sił względem punktu leżącego na jednej z nich np. względem P_1 . Wtedy otrzymamy:

$$x' = \frac{P_1 \cdot 0 + P_2 (p_2 - p_1) + P_3 (p_3 - p_1) + P_4 (p_4 - p_1)}{R} =$$

$$= \frac{1400 \cdot 1,6 + 1800 \cdot 2,4 + 1200 \cdot 5,7}{6000} = 1,79 \text{ m.}$$

Odległość wypadkowej od punktu A wynosi:

$$x = 1,79 + 0,9 = 2,69 \text{ m, zatem jak wyżej.}$$

W zadaniu 20 znaleźliśmy wykreślnie wypadkową o tej samej wielkości i tem samym położeniu. Różnica między odległością 1,80 m, a 1,79 m jest bardzo mała i nie ma znaczenia.

34. Dane są trzy siły równoległe $P_1 = 400 \text{ kg}$, $P_2 = 800 \text{ kg}$, $P_3 = 700 \text{ kg}$. Należy znaleźć ich wypadkową R i jej położenie oraz obliczyć dwie siły równoległe O_1 i O_2 , przechodzące przez punkty M i N , a równoważące je. (Por. zad. 25 i rys. 61).

Dla znalezienia wypadkowej obliczymy moment względem jednej z sił np. P_3 ; otrzymamy wtedy:

$$P_1 (60 + 80) + P_2 \cdot 80 - Rr = 0$$

gdzie $R = P_1 + P_2 + P_3 = 400 + 800 + 700 = 1900 \text{ kg}$. Zatem:

$$r = \frac{1}{1900} (400 \cdot 140 + 800 \cdot 80) = 62 \text{ cm.}$$

Jeżeli siły O_1 i O_2 mają być w równowadze z siłą R (czyli z siłami P_1, P_2, P_3), to moment ich względem dowolnego punktu musi być równy i wprost przeciwny momentowi siły R . Obierzmy punkt ten na kierunku (nieznanej jeszcze) siły O_2 , to otrzymamy:

$$O_1 (20 + 60 + 80 + 70) - R (62 + 70) = 0$$

$$\text{a stąd: } O_1 = \frac{R \cdot (62 + 70)}{20 + 60 + 80 + 70} = \frac{1900 \cdot 132}{230} = 1090 \text{ kg}$$

zaś $O_2 = R - O_1 = 1900 - 1090 = 810 \text{ kg}$, zatem wartości te same, co znalezione wykreślnie w przykładzie 25.

Jeżeli siły P_1, P_2, P_3 działają na belkę podpartą siłami O_1 i O_2 , to te ostatnie nazywamy oddziaływaniami belki (porównaj § 3 i 23).

35. Znaleźć wypadkową układu sił przedstawionego na rys. 62 i 63 sposobem rachunkowym, jeśli:

$$P_1 = 680 \text{ kg, } P_2 = 600 \text{ kg, } P_3 = 400 \text{ kg, } P_4 = 500 \text{ kg,}$$

$$a_1 = 20^\circ, \quad a_2 = 42^\circ, \quad a_3 = 47^\circ, \quad a_4 = 17^\circ$$

$$x_1 = 1,10 \text{ m, } x_2 = 2,00 \text{ m, } x_3 = 4,30 \text{ m, } x_4 = 5,00 \text{ m,}$$

$$y_1 = 1,80 \text{ m, } y_2 = 4,20 \text{ m, } y_3 = 5,20 \text{ m, } y_4 = 2,60 \text{ m,}$$

(Porównaj przykład 26).

Jako biegun momentu przyjmijmy początek układu A . Otrzymamy wtedy:

$$R_x = P_1 \cos \alpha_1 + \dots = -680 \cos 20^\circ - 600 \cos 42^\circ + 400 \cos 47^\circ + 500 \cos 17^\circ = -680 \cdot 0,940 - 600 \cdot 0,743 + 400 \cdot 0,682 + 500 \cdot 0,956 = -639 - 446 + 273 + 478 = -334 \text{ kg.}$$

Znak $-$ oznacza, że siła R_x skierowana jest w lewo.

$$R_y = P_1 \sin \alpha_1 + \dots = -680 \sin 20^\circ + 600 \sin 42^\circ + 400 \sin 57^\circ - 500 \sin 17^\circ = -680 \cdot 0,342 + 600 \cdot 0,669 + 400 \cdot 0,731 + 500 \cdot 0,292 = -233 + 401 + 292 - 146 = +314 \text{ kg.}$$

Znak $+$ oznacza, że siła R_y skierowana jest ku górze.

Odstęp siły R_y od punktu A wynosi:

$$x = \frac{P_1 x_1 \sin \alpha_1 + \dots}{P_1 \sin \alpha_1 + \dots} = \frac{(P_1 \sin \alpha_1) x_1 + \dots}{R_y} = \frac{+233 \cdot 1,1 - 401 \cdot 2,0 - 292 \cdot 4,3 + 146 \cdot 5,0}{-314} = +3,35 \text{ m}$$

$$y = \frac{P_1 y_1 \cos \alpha_1 + \dots}{P_1 \cos \alpha_1 + \dots} = \frac{(P_1 \cos \alpha_1) y_1 + \dots}{R_x} = \frac{-639 \cdot 1,8 - 446 \cdot 4,2 + 273 \cdot 5,2 + 478 \cdot 2,6}{334} = +1,08 \text{ m.}$$

Przez punkt określony spólrzędnymi $x = +3,35 \text{ m}$, $y = +1,08 \text{ m}$ przechodzi zatem wypadkowa. Wielkość jej wynosi:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{334^2 + 314^2} = 445 \text{ kg.}$$

Kierunek jej określić możemy zapomocą kąta α , jaki R tworzy z osią X . Wynosi on:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{R_y}{R_x} = -\frac{314}{334} = -0,943$$

skąd:

$$\alpha = -43^\circ 20', \text{ względnie } \alpha' = 90^\circ + 43^\circ 20' = 133^\circ 20'.$$

D. Środek ciężkości figur płaskich.

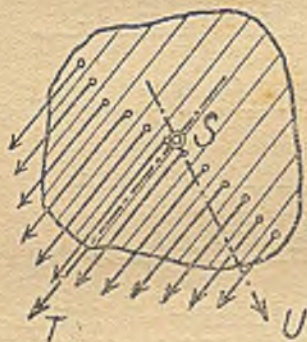
§ 21. Środek ciężkości.

Weźmy pod uwagę jakąś powierzchnię o jakimkolwiek dowolnym kształcie, wyciętą np. z blachy, i podzielmy ją na wąskie równoległe paski w dowolnym kierunku (rys. 83). Każdy z tych pasków posiada pewien ciężar, a zatem posiada

pewną siłę proporcjonalną do swojej powierzchni. Wypadkową ST tych wszystkich sił nazywamy osią ciężkości.

Jeśli ciężary pasków zaczepimy lub jeśli wogóle podział ich przeprowadzimy w innym kierunku, otrzymamy w podobny sposób inną oś ciężkości np. SU , przecinającą się z poprzednią w p. S . Można udowodnić, że przez ten sam punkt S przechodzą wszystkie osie ciężkości danej figury; nazywamy go środkiem ciężkości.

Z powyższego wynika ogólny sposób znalezienia środka ciężkości. Dany przekrój dzieli się na dowolne części, najczęściej paski, których środki ciężkości są znane albo łatwodażą się wyznaczyć, zaczepia się w nich siły proporcjo-



Rys. 83.

nalne do powierzchni pasków i znajduje wypadkową tych sił. Oznaczając przez $F_1, F_2 \dots$ powierzchnie poszczególnych pasków, przez F powierzchnię całego przekroju, przez $e_1, e_2 \dots$ odległości ich środków ciężkości od dowolnej podstawy, otrzymamy (wedle wzoru 12) na odległość e środka ciężkości całego przekroju od tej samej podstawy wzór:

$$e = \frac{F_1 e_1 + F_2 e_2}{F} \dots 20$$

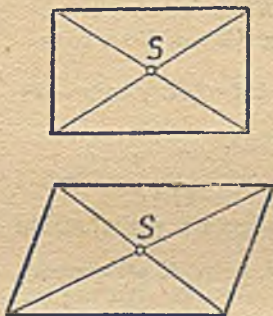
Potem w tych samych punktach zaczepia się te same siły, ale w jakimś innym kierunku czyli prosto obraca się daną figurę i znów szuka wypadkowej. W przecięciu obu wypadkowych leży środek ciężkości przekroju. Bardzo wąskie paski uważać można za linje proste, których środek ciężkości leży oczywiście w środku ich długości.

Zamiast rachować można też postąpić tak: Wycina się figurę o danym kształcie z materiału jednolitego np. z grubego kartonu i zawieszają w dowolnym punkcie, uważając, aby figura mogła swobodnie obrócić się około punktu zawieszenia. Na pionowej, przechodzącej przez punkt zawieszenia, leży środek ciężkości. Zaznaczyć ją można przy pomocy nitki z ciężarkiem, przyłożonej do punktu zawieszenia. Jest to jedna oś ciężkości. Następnie zawieszają figurę w innym punkcie, również dowolnie przyjętym i postępuje się tak samo. Na przecięciu obu osi ciężkości leży środek ciężkości.

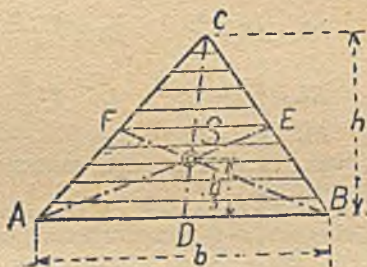
§ 22. Środki ciężkości pól niektórych figur płaskich.

1. Prostokąt (rys.84). Podzieliwszy prostokąt na paski o równej szerokości, otrzymujemy równą powierzchnię każdego z nich; wypadkowa zatem leżeć będzie w środku geometrycznym S prostokąta. Podobnie otrzymamy środek ciężkości równoległoboku (rys. 85).

2. Trójkąt. Podzielmy trójkąt ABC (rys. 86) na wąskie paski równoległe do jednego z boków, np. do AB . Środek ciężkości każdego z nich leży w środku długości, więc środek ciężkości całego trójkąta



Rys. 84 i 85.

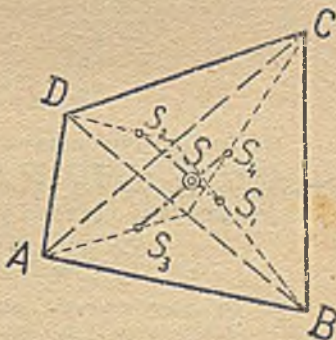


Rys. 86.

leżeć musi na linii CD łączącej środek boku AB z p. C , a tem samym i wszystkie środki pasków. Linia CD jest zatem osią ciężkości. W ten sam sposób, dzieląc bok BC i łącząc p. E z A otrzymamy drugą oś ciężkości. Na ich przecięciu leży p. S .

Punkt przecięcia linii CD i AE (a więc i BF) dzieli te linie w stosunku 2:1 (np. $CS:DS=2:1$ i t. d.); zatem linia pozioma MN przechodząca przez środek ciężkości oddalona jest od podstawy o trzecią część odpowiedniej wysokości.

3. Figura symetryczna. Oś symetrii jest tu zawsze osią ciężkości, gdyż po obu jej stronach powierzchnia przekroju rozłożona jest zupełnie tak samo. Jeżeli są dwie osi symetrii (np. rys 84), to środki powierzchni leżą w punkcie ich przecięcia; jeżeli tylko jedna, to trzeba znaleźć drugą oś ciężkości w jeden ze sposobów podanych w § 21.



Rys. 87.

4. Czworobok nieregularny (rys. 87) dzielimy na dwa trójkąty ABC i ACD o środkach ciężkości S_1 i S_2 , a potem na trójkąty ABD i BCD o środkach ciężkości S_3 i S_4 . Środek ciężkości czworoboku leży na przecięciu linii S_1S_3 i S_2S_4 .

j 5. Trapez (rys. 88). Podobnie jak w trójkącie, tak i w trapezie jedną z osi ciężkości jest linia EF , łącząca środek boku CD ze środkiem podstawy AB . Dla znalezienia drugiej osi ciężkości, możemy

Bryła: Podręcznik statyki budowli.

podzielić trapez na równoległobok $ADCI$ o środku ciężkości S_1 i trójkąt BCI o środku ciężkości S_2 . Prosta S_1S_2 będzie drugą osią ciężkości trapezu, która, przedłużona, przecina oba boki równoległe w G i H . Poprowadźmy wreszcie przez S_1 i S_2 proste FK i $L\bar{L}$ równoległe do AD , to z podobieństwa trójkątów KGS_1 i $\bar{L}GS_2$ wynika:

$$KS_1 : \bar{L}S_2 = \frac{h}{2} : \frac{h}{3} = 3 : 2$$

$$KS_1 : \bar{L}S_2 = KG : \bar{L}G = 3 : 2, \text{ a stąd}$$

$$\bar{L}G = \frac{2}{3} KG, \text{ więc}$$

$$K\bar{L} = \frac{1}{3} KG \text{ i } \bar{L}G = 2 K\bar{L}.$$

Jeśli boki równoległe razem wynoszą $AB = a$, $CD = b$, to

$$IK = AK = \frac{b}{2} \quad I\bar{L} = \frac{a-b}{3}, \text{ więc } \bar{L}B = 2 I\bar{L} = \frac{2}{3}(a-b)$$

$$K\bar{L} = \frac{b}{2} + \frac{a-b}{3} \quad \bar{L}G = 2 \left(\frac{b}{2} + \frac{a-b}{3} \right) = b + \frac{2}{3}(a-b)$$

$$BG = \bar{L}G - \bar{L}B = \left[b + \frac{2}{3}(a-b) \right] - \frac{2}{3}(a-b) = b,$$

Punkt G można więc znaleźć odcinając na przedłużeniu boku AB długość b .

W pełni podobnie da się udowodnić, że p. H otrzymamy, odcinając długość a na przedłużeniu boku CD . Wynika stąd reguła:

Dla znalezienia środka ciężkości trapezu należy poprowadzić a) prostą EF łączącą środki boków równoległych trapezu, b) prostą GH , którą otrzymamy odcinając na przedłużeniu boku górnego bok dolny, a na przedłużeniu dolnego górny — i łącząc otrzymane w ten sposób punkty G i H . Środek ciężkości leży na przecięciu linii EF i GH .

Rachunkowo określa się położenie ciężkości trapezu (por. rys. 89), z wzorów:

$$e = \frac{h}{3} \frac{2a+b}{a+b} \quad e_1 = h - e = \frac{h}{3} \frac{a+2b}{a+b}$$

Przykłady 36—41.

36. Znaleźć rachunkowo środek ciężkości teownika NP 8.

a) Dzieląc przekrój na dwa prostokąty (por. rys. 90), otrzymamy ich powierzchnie: $F_1 = 9.53 = 447 \text{ mm}^2$, $F_2 = 80.9 = 720 \text{ mm}^2$; a więc odległość „ e ” środków ciężkości przekroju od podstawy ze wzoru 20:

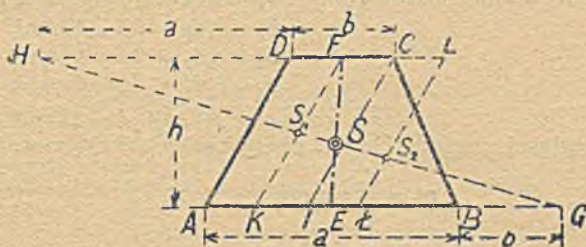
$$e_1 = \frac{F_1 e + F_2 e_2}{F_1 + F_2} = \frac{477 \cdot 35,5 + 720 \cdot 4,5}{477 + 720} = 16,9 \text{ mm.}$$

b) Tę samą wartość otrzymamy ze wzoru 7. Wypadkowa dwu sił równoległych o tym samym toku dzieli mianowicie odstęp między nimi w odwrotnym stosunku do ich wielkości. Odległość środków ciężkości obu prostokątów wynosi: $m = m_1 + m_2 = 31 \text{ mm}$; siły zaś zaczepiające w nich są równe powierzchniom prostokątów. Zatem $m_1 : m_2 = F_2 : F_1$, czyli $(m_1 + m_2) : m_2 = (F_2 + F_1) : F_1$, a stąd:

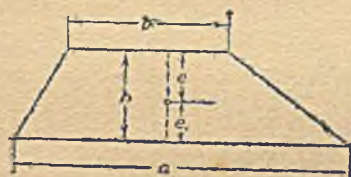
$$m_2 = \frac{(m_1 + m_2) F_1}{F_1 + F_2} = \frac{31 \cdot 477}{477 + 720} = 12,4 \text{ mm, a stąd } e_1 = m_2 + 4,5 = 12,4 + 4,5 = 16,9 \text{ m}$$

czyli ta sama wartość, co wyżej obliczona.

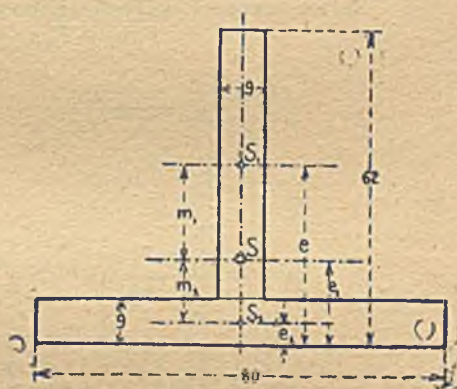
37. Znaleźć środek ciężkości przekroju podanego na rys. 91 ($b_1 = 10 \text{ cm}$, $b_2 = 3 \text{ cm}$, $b_3 = 7 \text{ cm}$, $d_1 = 4 \text{ cm}$, $d_2 = 6 \text{ cm}$, $d_3 = 2 \text{ cm}$).



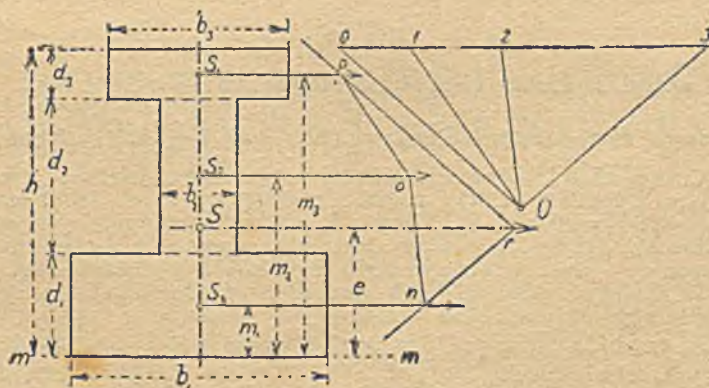
Rys. 88.



Rys. 89.



Rys. 90.



Rys. 91.

Powierzchnie poszczególnych prostokątów wynoszą:

$$F_1 = b_1 d_1 = 10,4 = 40 \text{ cm}^2$$

$$F_2 = b_2 d_2 = 3,6 = 18 \text{ cm}^2$$

$$F_3 = b_3 d_3 = 7,2 = 14 \text{ cm}^2$$

$$\text{Pow. całego przekroju } F = 72 \text{ cm}^2$$

Odległości poszczególnych prostokątów od osi mm :

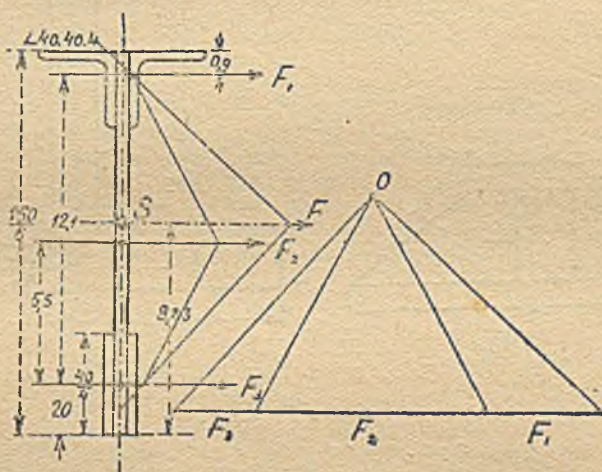
$$m_1 = \frac{d_1}{2} = 2 \text{ cm}$$

$$m_2 = d_1 + \frac{d_2}{2} = 7 \text{ cm}$$

$$m_3 = d_1 + d_2 + \frac{d_3}{2} = 11 \text{ cm.}$$

Zatem moment wszystkich powierzchni względem osi mm :

$$F_1 m_1 + F_2 m_2 + F_3 m_3 = Fc$$



Rys. 92.

a stąd odległość środka ciężkości S od osi mm :

$$c = \frac{1}{F} (F_1 m_1 + F_2 m_2 + F_3 m_3) = \frac{1}{72} (40 \cdot 2 + 18 \cdot 7 + 14 \cdot 11) = 5 \text{ cm}$$

Chcąc znaleźć środek ciężkości wykreślić, dzielimy przekrój w danym wypadku na trzy części i zaczepiamy w ich środkach siły o wielkości $F_1 = 40 \text{ cm}^2$, $F_2 = 18 \text{ cm}^2$, $F_3 = 14 \text{ cm}^2$. Następnie wykreślamy wielobok sił 01230, i wielobok sznurowy $nopr$; na przecięciu boków skrajnych nr i pr (i na osi symetrii) leży środek ciężkości ciała.

38. Należy znaleźć środek ciężkości przekroju jak na rys. 92 uwzględniając tablice kształtowników.

Powierzchnia 2 kątowników 30 30,4 wynosi $F_1 = 2 \cdot 2,25 = 4,5 \text{ cm}^2$

Powierzchnie blachy $F_2 = 15 \cdot 0,6 = 9,0 \text{ cm}^2$

Powierzchnie płaskowników 40,4 $F_3 = 2 \cdot 4,0 \cdot 0,4 = 3,2 \text{ cm}^2$

Całkowita powierzchnia $F = \frac{\quad}{\quad} = 16,7 \text{ cm}^2$

Biorąc moment względem osi przechodzącej przez środek ciężkości płaskowników otrzymamy:

$$m = \frac{4,5 \cdot 12,1 + 9 \cdot 5,5}{16,7} = 6,23 \text{ m.}$$

Środek ciężkości oddalony jest zatem od dolnej krawędzi o długość $6,23 + 2,0 = 8,23$ cm.

Tę samą wartość otrzymaliśmy wykreślnie.

39. Znaleźć środek ciężkości przekroju podanego na rys. 93.

a) Powierzchnie poszczególnych pasków wynoszą:

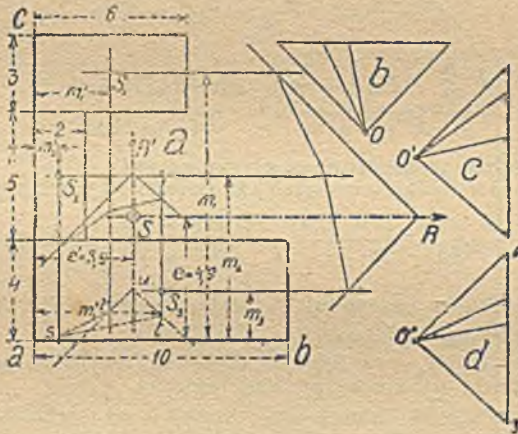
$$F_1 = 3 \cdot 6 = 18 \text{ m}^2 \quad F_2 = 5 \cdot 2 = 10 \text{ cm}^2 \quad F_3 = 4 \cdot 10 = 40 \text{ cm}^2$$

Odległości ich środków ciężkości od dowolnie wybranej prostej, np. od podstawy ab :

$$m_1 = 4 + 5 + 1,5 = 10,5 \text{ cm} \quad m_2 = 4 + 2,5 = 6,5 \text{ cm} \quad m_3 = 2 \text{ cm}$$

Odległość środka ciężkości od podstawy (porównaj wzór 20):

$$e = \frac{1}{F} (F_1 m_1 + F_2 m_2 + F_3 m_3) = \frac{18 \cdot 10,5 + 10 \cdot 6,5 + 40 \cdot 3}{18 + 10 + 40} = \frac{334}{68} = 4,9 \text{ cm.}$$



Rys. 93.

Dla znalezienia drugiej osi ciężkości zaczepiamy siły proporcjonalne do powierzchni poszczególnych pasków w innym dowolnie wybranym kierunku. W danym wypadku najlepiej użyć równoległego do ac . Otrzymamy wtedy odległości środków ciężkości pasków od ac :

$$m_1' = 3 \text{ cm} \quad m_2' = 1 \text{ cm} \quad m_3' = 5 \text{ cm,}$$

a stąd:

$$e' = \frac{1}{F} (F_1 m_1' + F_2 m_2' + F_3 m_3') = \frac{18 \cdot 3 + 10 \cdot 1 + 40 \cdot 5}{68} = \frac{264}{68} = 3,9 \text{ cm.}$$

b) Wykreślnie znajdziemy środek ciężkości zapomocą wieloboku sznrowego. W tym celu zaczepiamy w środkach ciężkości S_1, S_2, S_3 poszczególnych prostokątów siły poziome proporcjonalne do ich powierzchni F_1, F_2, F_3 (rys. 92b), kreślimy wielobok sił i, dla przyjętego bieguna O , wielobok sznrowy, z którego otrzymamy jedną oś ciężkości SR . Następnie te same siły zaczepiamy w innym kierunku, np. pionowo.

wym. Ponieważ jednak siły następować będą teraz w porządku F_2, F_1, F_8 , przeto w tym też porządku kreślimy drugi wielobok sił z biegunem R' (rys. 92c) i znajdujemy drugą oś ciężkości SO' . Na przecięciu linii SR i SR' leży srodek ciężkości całego przekroju S , zgodnie z poprzednim rachunkowym wynikiem.

Moglibyśmy jednak znaleźć pionową oś ciężkości SR' , nie zmieniając wcale porządku sił. Wykreślimy mianowicie wielobok sił pionowych F_1, F_2, F_8 (rys. 92d), nie zmieniając ich porządku i wykreślimy dla bieguna O'' wielobok sznurowy. Pierwszy bok tegoż doprowadzamy do przecięcia z siłą F_1 w punkcie r , stąd kreślimy bok rs równoległy do $O''1$ itd. Wypadkową, przechodzącą przez punkt przecięcia boków skrajnych ru i lu jest znów ta sama oś ciężkości pionowa SR' .

40. Znaleźć srodek ciężkości przekroju dwuteownika osłabionego dwoma nitami. ($\perp NP 28a$; nity $\phi 20$ mm).

Niech F oznacza znaną powierzchnię dźwigara (rys. 94), zaś F_n powierzchnię obu dziur na nity ($F_n = 2 dg$), to biorąc moment względem osi mm , otrzymamy:

$$(F - F_n)x = F \frac{h}{2} - F_n(h - \frac{g}{2})$$

a stąd:

$$x = \frac{F \frac{h}{2} - F_n(h - \frac{g}{2})}{F - F_n} = \frac{Fh - F_n(2h - g)}{2(F - F_n)}$$

W przykładzie szczegółowym otrzymamy:

$F = 78,85 \text{ cm}^2$ (porównaj tablice kształtowników): $F_n = 2 \cdot 2,0 \cdot 1,7 = 6,8 \text{ cm}^2$

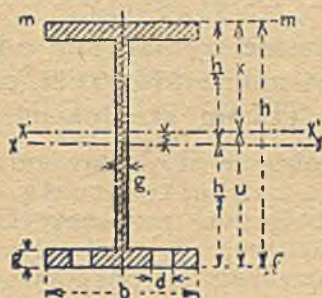
$$x = \frac{78,85 \cdot 14 - 6,8 \cdot (28 - 0,85)}{78,85 - 6,8} = \frac{1103,9 - 184,6}{78,85 - 6,8} = 12,76 \text{ cm.}$$

Srodek ciężkości przesunął się zatem o odległość $S = \frac{h}{2} - x = 14,0 - 12,76 = 1,24 \text{ cm}$ od pierwotnego położenia.

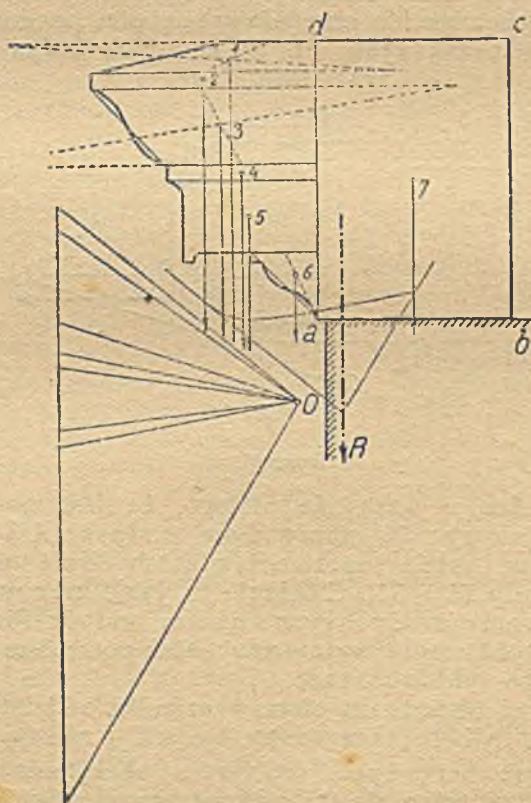
41. Należy zbadać, czy srodek ciężkości gzymsu, podanego na rys. 95 jest podparty na murze poniżej leżącym.

W tym celu trzeba zbadać, czy pionowa oś ciężkości przechodzi przez podstawę. Dzielimy więc przekrój kamienia na paski, przy czem dla większej wygody za prostokąta podpartego bezpośrednio $abcd$ tworzymy osobną powierzchnię. Pozostałe paski o kształtach prostokątnych, trapezowych i trójkątnych otrzymaliśmy, wyrównując łuki w linie proste i opuszczając zupełnie małe występy, prawie nie wpływające na położenie środka ciężkości. Powierzchnie pasków wynoszą: $F_1 = 183 \text{ cm}^2$, $F_2 = 132 \text{ cm}^2$, $F_3 = 548 \text{ cm}^2$, $F_4 = 87 \text{ cm}^2$, $F_5 = 364 \text{ cm}^2$, $F_6 = 91 \text{ cm}^2$, $F_7 = 2090 \text{ cm}^2$. Środki ciężkości trapezów F_1 i F_3 znaleźliśmy wedle § 22-5, srodek trójkąta F_6 wedle § 22-3. Wreszcie zapomożą wieloboku sił z biegunem O wyznaczyliśmy pionową oś ciężkości R , przy czem zmieniliśmy porządek sił wedle kolejnego następstwa ich kierunków ($F_2, F_3, F_1, F_4 \dots$) podobnie, jak w przykładzie 39.

Z wykresu okazało się, że pionowa oś ciężkości przecina jeszcze podstawę, że zatem srodek ciężkości jej podparty, a gzyms przy danem obciążeniu nie spadnie. Jednakowoż wypadkowa R przechodzi bardzo blisko krawędzi zewnętrznej i niewielkie obciążenie części wystającej na zewnątrz przypadkowym ciężarem mogłoby spowodować przesunięcie wypadkowej poza krawędź, a tem samem obrót i spadnięcie gzymsu. Dla uzyskania pewności należałoby gzyms w części cd obciążyć, a tem samem uzyskać przesunięcie wypadkowej R na prawo.



Rys. 94.



Rys. 95.

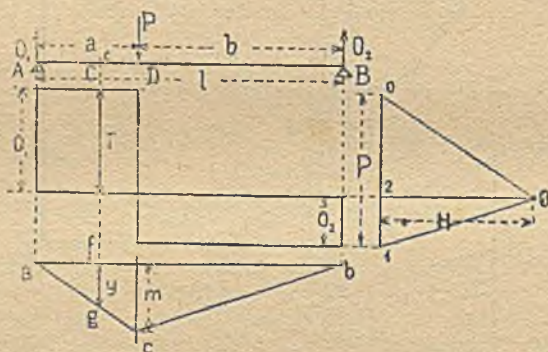
E. Belki najprostsze.

§ 23. Wykreślne wyznaczenie oddziaływań, sił poprzecznych i momentów belki prostej obciążonej ciężarami skupionymi.

Przystąpimy obecnie do omawiania sił, działających w płaszczyźnie na t. zw. belkę prostą.

Belką czyli dźwigarem nazywamy konstrukcyjną część budowli służącą do tego, by jakieś siły, ciężary, działające na nią, P_1, P_2, \dots , przenieść na podpory A i B . Taką belką jest np. belka stropowa, która przenosi na mur ciężar stropu, oraz ciężary, jakie na niej stoją (i swój własny ciężar), — więzár dachowy, przynoszący na mury ciężar pokrycia, śniegu i wiatru, — most i t. d.

Jeśli by na belkę działały wyłącznie obciążenia jako siły zewnętrzne, to musiałaby się ona posunąć w kierunku wypadkowej tych sił. Jednakowoż belka pozostaje



Rys. 96.

w równowadze, a pozostaje dlatego, że jest podparta na podporach (na rys. 96 mamy dwie podpory A i B), gdzie ciśnienie na mur i gdzie zupełnie tak samo ciśnienie mur na nią (por. przykłady 25 i 34). Ciśnienie to, jakie mur wywiera na belkę, nazywamy oddziaływaniem podpór (lub odporem). Dla obliczenia wymiarów belki potrzebne jest wyznaczenie tego oddziaływania.

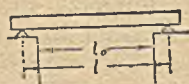
Jeśli przy obciążeniu pionowym belki, oddziaływania są też pionowe, to belkę nazywamy belką prostą.

Ponieważ belka pod wpływem obciążenia pozostaje w równowadze tylko dzięki oddziaływaniom, które równoważą działanie obciążenia, przeto zadanie: „znaleźć oddziaływanie“ znaczy: „znaleźć siły, powstające pod wpływem

obciążenia w punktach podparcia belki i równoważące to obciążenie* (porównaj przykłady 25 i 34).

Obliczając jakąkolwiek belkę, musimy przedewszystkiem znać jej punkty podparcia. Rozróżnia się bowiem t. zw. rozpiętość w świetle l_0 , tj. odstęp między murami, przyczółkami i. t. p. (rys. 96 a), od rozpiętości teoretycznej, czyli rachunkowej l , którą wprowadzamy w obliczenie. Jeżeli belka spoczywa na specjalnych podporach (np. belka drewniana na ławie drewnianej, dźwigar żelazny na łożysku, lub na podciągu żelaznym), to za rozpiętość belki przyjmuje się odległość od środka jednej podpory do środka drugiej.

Jeżeli jednak belki leżą bezpośrednio na murze lub na ławie podporowych (dźwigary żelazne) to dla każdego takiego bezpośredniego podparcia należy wedle przepisów polskiego Ministerstwa Robót Publiczn. zwiększyć rozpiętość w świetle o 2,5%. Jeżeli zatem podparcie bezpośrednie jest obustronne, np. jeżeli belka żelazna obu swoimi końcami spoczywa na ciosach lub na murze, to rozpiętość teoretyczną l należy przyjąć równą



Rys. 96 a.

$$l = 1,05 l_0 \quad 21$$

gdzie l_0 jest rozpiętością w świetle.

Weźmy najpierw pod uwagę belkę prostą, obciążoną tylko jednym ciężarem P . Postępując wedle § 13, przyjmujemy dla siły $P=01$ biegun O i kreślimy doń promienie $O1$ i $O0$, oraz równoległe do nich promienie ac i cb wieloboku sznurowego. Jeśli oddziaływania O_1 i O_2 mają równoważyć się z siłą P , to wielobok ten musi się zamknąć, a nastąpi to wtedy, gdy połączymy jego punkty skrajne a i b ; dlatego też tę prostą nazywamy linią zamykającą lub krótko zamykającą. Łączy ona oba oddziaływania, t. j. siły O_1 i O_2 , a więc równoległy do niej promień ciągu sił łączyć musi biegun O z punktem 2 dzielącym oba oddziaływania. Wykreśliwszy ten promień $O2$, otrzymujemy tem samem wielkość oddziaływań: $O_1 = 20$ i $O_2 = 12$, które równoważą siłę P . Zamyka się bowiem wtedy ciąg sił (gdyż suma sił 20 i 12 równa się sile $P=01$) oraz ciąg sznurowy.

Dla późniejszego obliczenia przekroju belki potrzebna jest także znajomość momentu statycznego sił zewnętrznych w każdym punkcie belki. W tym celu posłużą nam zasady poznane w § 17; belka AB jest bowiem obciążona wyłącznie ciężarami pionowymi. Dla znalezienia zatem momentu statycznego w dowolnym punkcie belki np. C , prowadzimy w tym punkcie linię pionową aż do przecięcia z bokami wieloboku sznurowego w punktach f i g , a odcinek $fg = y$

pomnożony przez odległość biegunową H daje moment statyczny w punkcie C :

$$M = fg \cdot H = yH \dots \dots \dots 22$$

Zamiast mnożyć odcinek $fg = y$ przez odległość biegunową H możemy przy odpowiednim uwzględnieniu skali sił i skali długości odczytać na nim moment wprost w kgm wedle § 18. Wtedy wszystkie odcinki pionowe powierzchni abc przedstawiać będą bezpośrednio momenty w odnośnych punktach belki. Powierzchnia ta określa zatem wprost rozkład momentów wzdłuż belki przy danym obciążeniu i dlatego nazywa się powierzchnią momentów. Największy moment występuje w punkcie działania ciężaru i wynosi $M_n = mH$, a przekrój belki w tym punkcie nazywamy przekrojem niebezpiecznym, gdyż tu zachodzi największe niebezpieczeństwo złamania belki.

Moment działający na belkę nazywamy często także momentem zginającym, gdyż stara się on wygiąć belkę i to tem więcej, im jest większy.

Podobnie postępuje się dla obciążenia belki kilku ciężarami skupionymi (rys. 97). Znajdujemy przedewszystkiem wielobok sznunowy $abcdef$, prowadzimy zamykającą af i z bieguna O kreślimy równoległy doń promień Om , który odetnie oba oddziaływania $O_1 = mO$ i $O_2 = 4m$. Odcinki pionowe powierzchni $abcdef$, t. zw. powierzchni momentów, zamkniętej wielobokiem sznurowym, odczytane w odpowiedniej skali, przedstawiają momenty zginające w poszczególnych punktach belki.

Dla obliczenia belki potrzebne jest wprowadzenie jeszcze jednego pojęcia. Znajdźmy mianowicie dla dowolnego punktu C wypadkową T wszystkich sił działających po jednej np. lewej stronie przekroju. Jeśli na belkę poziomą działają wyłącznie siły pionowe, to wypadkowa ta będzie t. zw. siłą poprzeczną.

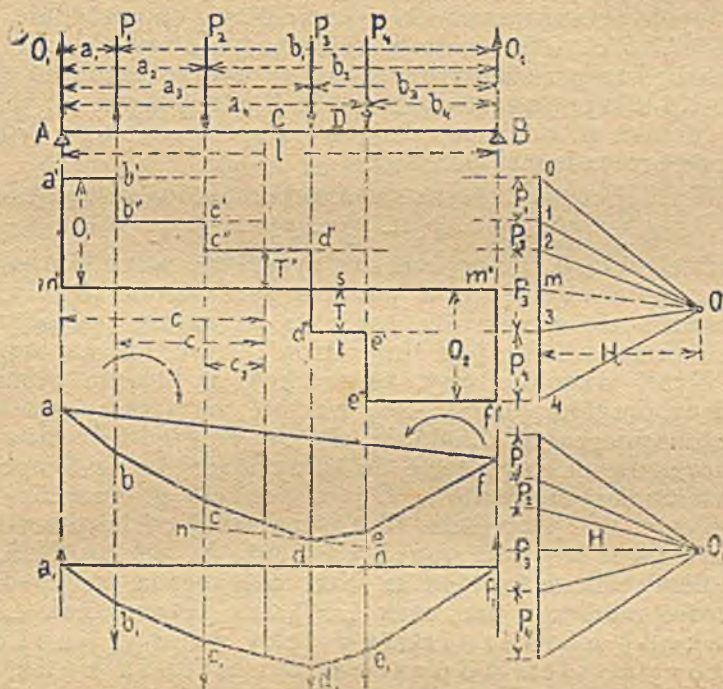
Jeśli p. C leży między punktem zaczepienia sił P_2 i P_3 , to po lewej jego stronie działają siły O_1 , P_1 i P_2 , a więc wypadkowa T tych sił równa ich sumie będzie siłą poprzeczną. Ale siły O_1 , P_1 , i P_2 działające po lewej stronie p. C , są w równowadze z siłami P_3 , P_4 i O_2 po prawej stronie, więc i ich wypadkowa jest równa tej samej sile poprzecznej T , tylko z przeciwnym znakiem. Wynika stąd, — że jeśli chodzi o bezwzględną wielkość siły T , — to obojętną jest rzeczą czy obliczając ją, uwzględnimy siły po lewej stronie przekroju, czy po prawej. Najczęściej uwzględniamy lewą i znak po tej stronie jest miarodajny dla siły poprzecznej.

Pomiędzy dwiema sąsiednimi siłami skupionymi niema na belce żadnej siły; dla wszystkich przeto punktów na tej przestrzeni wartość siły poprzecznej pozostaje ta sama, równa sumie sił po jednej (lewej) stronie przekroju badanego C . Np. dla wszystkich punktów pomiędzy P_2 a P_3 :

$$T'' = O_1 - P_1 - P_2 \dots \dots \dots 23$$

W wieloboku sił otrzymamy tę wartość:

$$T'' = m0 - 01 - 12 = m2.$$



Ry. 97.

Odetnijmy tę wielkość $T'' = m2$ pod przekrojem badanym C i poprowadźmy przez jej końce proste poziome $m'm''$ i $c'd'$ na długości pomiędzy siłami P_2 a P_3 , to każdy pionowy odcinek poprowadzony między P_2 a P_3 przedstawiać będzie wielkość siły poprzecznej w danym miejscu belki. Podobnie możemy uczynić i w innych miejscach, a wtedy otrzymalibyśmy wykres rozkładu sił poprzecznych na całej belce.

Wykres ten wykonujemy jednak zwykle inaczej. Poprowadźmy mianowicie z bieżuna O promienie $O2$ i Om

równoległe do boków cd i af wieloboku sznurowego przeciętych przekrojem CC' , to odcinek m_2 na wieloboku sił przedstawi nam siłę poprzeczną w danym punkcie. (Jest to sposób znalezienia wykreślonego siły poprzecznej, używany bardzo często zwłaszcza przy obciążeniach rozłożonych, o czem mówić będziemy poniżej). Prowadząc z m i 2 na długości między P_2 a P_3 linie poziome, otrzymamy znowu wykres ten sam, co poprzednio, wskazującą wielkość siły poprzecznej w każdym punkcie na długości między P_2 a P_3 . Znajdźmy tak samo siłę poprzeczną T dla innych przekrojów belki i wykreślmy odpowiednie poziome $a'b'b''c'...e''f'$, to linia schodkowa otrzymana w ten sposób będzie przedstawiać rozkład sił poprzecznych na całej belce. Np siła poprzeczna w punkcie D przedstawia się w postaci odcinka st , odciętego linią sił poprzecznych na pionowej przeprowadzonej przez D .

W miejscu, w którym suma odjemników w wyrazie

$$T = O_1 - P_1 - P_2 - P_3 - \dots$$

jest mniejsza od 0, siła poprzeczna przyjmuje wartość ujemną. Na rys. 97 następuje to w punkcie zaczepienia siły P_2 , co uwidacznia się w rysunku przez to, że wykres sił poprzecznych przesuwa się pod linię $m'm''$, (Por. np. rzędną st).

Wyżej wspomnieliśmy, że przekrój, w którym moment zginający przybiera największą wartość, nazywamy przekrojem niebezpiecznym. Znajduje się on tam, gdzie ośrodek nn przeprowadzona równoległe do zamykającej af jest styczna do wieloboku momentów, t. j. w punkcie d . Promień O_2 równoległy do promienia linii sznurowej cd bezpośrednio na lewo od d leży tuż ponad punktem m , zaś promień O_3 równoległy do de tuż pod m . Siła poprzeczna na lewo od przekroju niebezpiecz. ma znak „+”, na prawo znak „-”. Przekrój niebezpieczny leży więc w punkcie, w którym siła poprzeczna zmienia znak, na rys. 97 w punkcie działania siły P_3 .

Niekiedy wygodnie jest mieć wykres momentów taki, aby linia zamykająca af była pozioma. Nie mając oddziaływań, a więc promienia Om wieloboku sznurowego, nie możemy tego uzyskać, postępujemy przeto tak: Wykreślamy w zwykły sposób wielobok sił z biegunem O i wielobok sznurowy $abcdef$, a prowadząc promień $Om // af$ znajdujemy oddziaływanie mO i $4m$. Następnie kreślimy drugi wielobok sił, przyjmując jednak biegun O_1 na poziomej przechodzącej przez znany już punkt m . Wielobok sznurowy $a'b'c'd'e'f'$ wykreślony dla tego bieguna O_1 ma zamykającą af poziomą, gdyż równoległą do poziomej linii O_1m .

Jeżeli nie chcemy powtarzać wykresu sił dwukrotnie, możemy na tym samym wieloboku sił z punktu m wyprowadzić linię poziomą i na niej umieścić biegun O_1 , a promienie sznurowe przechodzące przezeń dadzą nam wykres momentów o zamykającej poziomej.

§ 24. Rachunkowe wyznaczenie sił poprzecznych i momentów dla układu ciężarów skupionych.

Pierwszem zadaniem przy obliczeniu jakiegokolwiek belki, a więc i tutaj, jest znalezienie oddziaływań. Jak wiemy, oba oddziaływania muszą być w równowadze z siłami zewnętrznymi, w danym więc wypadku wyznaczenie ich nastąpi wedle § 19.

Jeśli ma nastąpić równowaga, to moment wszystkich sił działających (t. j. obciążeń i oddziaływań) względem któregoś punktu na danej płaszczyźnie musi się równać zeru. Ustawmy równanie momentów względem B , to:

$$O_1 l - P_1 b_1 - P_2 b_2 - \dots = 0.$$

a stąd oddziaływanie:

$$O_1 = \frac{1}{l} (P_1 b_1 + P_2 b_2 + \dots) \quad \dots \quad 24$$

Drugie oddziaływanie B najłatwiej znaleźć na podstawie zasady, że dla równowagi suma wszystkich sił (obciążeń i oddziaływań) musi być równa zeru, t. j. musi być:

$$O_1 + O_2 - P_1 - P_2 - \dots = 0 \quad \dots \quad 25$$

a stąd: $O_2 = P_1 + P_2 + \dots - O_1 \quad \dots \quad 26$

Wielkość oddziaływania O_2 znaleźć można także niezależnie od oddziaływania O_1 z równania momentów odniesionego do punktu A . Wtedy będziemy mieli:

$$P_1 a_1 + P_2 a_2 + \dots - O_2 l = 0$$

$$O_2 = \frac{P_1 a_1 + P_2 a_2 + \dots}{l} \quad \dots \quad 24a$$

Jeżeli w ten sposób obliczymy O_2 (z wz. 24a), to możemy skontrolować dobroć obliczenia na mocy wzoru 25. Musi się spełnić mianowicie równanie:

$$P_1 + P_2 + \dots = O_1 + O_2$$

czyli:

$$\begin{aligned} P_1 + P_2 + \dots &= \frac{1}{l} (P_1 b_1 + P_2 b_2 + \dots + P_1 a_1 + P_2 a_2 + \dots) = \\ &= \frac{1}{l} [P_1 (a_1 + b_1) + P_2 (a_2 + b_2) + \dots] \end{aligned}$$

ale $a_1 + b_1 = a_2 + b_2 = \dots = l$

a stąd:

$$P_1 + P_2 + \dots = \frac{1}{l}(P_1 l + P_2 l + \dots) = \frac{1}{l}(P_1 + P_2 \dots) = P_1 + P_2 \dots$$

Podobną kontrolę należy wykonywać o ile możliwości jak najczęściej przy wszystkich obliczeniach statycznych.

Siłę poprzeczną T w dowolnym punkcie C znajdziemy, obliczając sumę sił działających po lewej stronie danego punktu C ; wtedy:

$$T'' = O_1 - P_1 - P_2 \dots \dots \dots 27$$

Moment zginający zaś obliczymy, biorąc sumę momentów wszystkich sił działających po lewej stronie przekroju ze względu na dany punkt C ; wtedy:

$$M' = O_1 c - P_1 c_1 - P_2 c_2 \dots \dots \dots 28$$

Jeśli na belkę działa tylko jeden ciężar (rys. 96), wtedy otrzymamy wzory powyższe w następującej formie:

$$O_1 = P \frac{b}{l} \qquad O_2 = P \frac{a}{l} \dots \dots \dots 29$$

Siła poprzeczna między lewą podporą, a punktem D :

$$T = O_1 \dots \dots \dots 30$$

Siła poprzeczna między punktem D , a podporą prawą:

$$T = O_1 - P = P \frac{b}{l} - P = \frac{P}{l}(b - l) = -P \frac{a}{l} = -O_2 \dots 30a$$

Moment w punkcie działania ciężaru:

$$M = O_1 a = \frac{ab}{l} P \dots \dots \dots 31$$

Jeśli na belkę działa jedna siła w środku belki, to otrzymamy (rys. 97):

Oddziaływanie $O_1 = O_2 = \frac{P}{2} \dots \dots \dots 32$

Siła poprzeczna między A a C :

$$T = O_1 = \frac{P}{2} \dots \dots \dots 33$$

Siła poprzeczna między C a B : $T = \frac{P}{2} - P \dots 33a$

Moment w środku belki: $M = O_1 \frac{l}{2} - \frac{Pl}{4} \dots \dots 34$

Dla dwu sił równych i umieszczonych na belce symetrycznie, por. przykład 43 i wzory 35, 36 i 36a, tamże wyprowadzone.

Przykłady 42-44.

42. Obliczyć oddziaływanie siły poprzecznej i momenty belki wolno podpartej o długości $l=5$ m, obciążonej ciężarem $P=2$ t stojącym w środku belki:

$$O_1 = \frac{1}{2} P = 1 t$$

$$T = 1 t \text{ wzgl. } T' = - 1 t$$

$$M = \frac{1}{4} Pl = \frac{1}{4} 2,0 \cdot 5,0 = 2,5 tm = 250000 \text{ kgcm.}$$

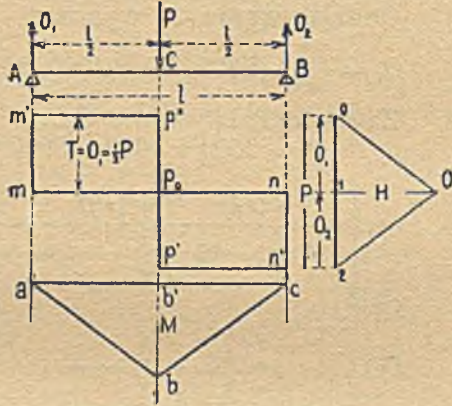
Wykreślić znaleźli-śmy wartości te same.

43. Znaleźć największy moment zgięcia poprzecznej mostowej obciążonej kołami wozu stojących na niej (por. rys. 99). $P = 1000$ kg; odstęp kół $s = 1,80$ m. Oddziaływanie $O_1 = O_2 = P = 1000$ kg.

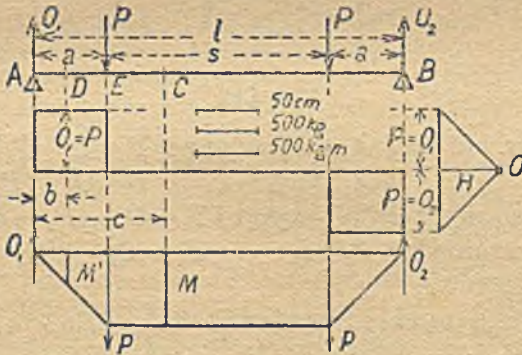
Moment w punkcie C w odległości c od podpory lewej:

$$M = O_1 c - P(c - a) = P c - P(c - a) = Pa \dots \dots \dots 35$$

Moment M jest między obu siłami (t. j. na długości s) niezależny od odległości c , a więc stały i wynosi $M = Pa$



Rys. 98.



Rys. 99.

Dla punktu D między A a E otrzymalibyśmy moment $M' = O_1 b = Pb$, wprost proporcjonalny do odległości b .

W danym wypadku otrzymamy:

$$M = Pa = 1000 \cdot C,60 = 600 \text{ kgcm.}$$

Siła poprzeczna między A i E wynosi: $T = O_1 = 36$
 Pomiędzy siłami P siła poprzeczna równa się zero, gdyż
 $T = O_1 - P = P - P = 0 \dots \dots \dots 36a$

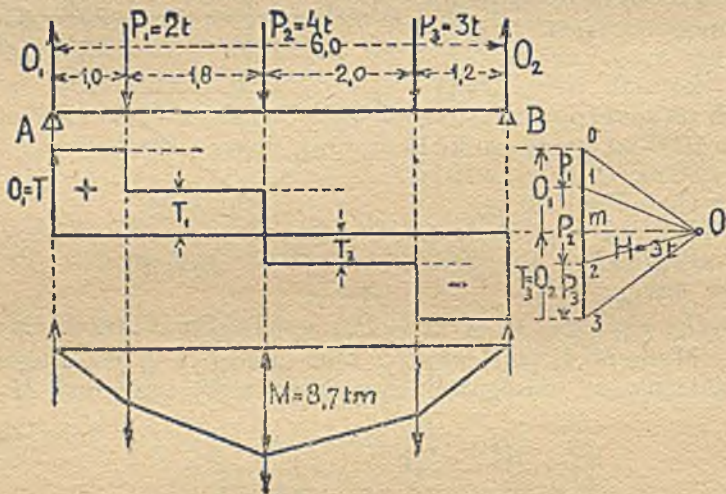
44. Dźwigar o rozpiętości 6,00 m przenosi obciążenie wedle rys. 100. Znaleźć jego momenty i siły poprzeczne.

Oddziaływanie O_1 wynosi:

$$O_1 = \frac{1}{6,0} (2000 \cdot 5,0 + 4000 \cdot 3,2 + 3000 \cdot 1,2) = 4400 \text{ kg}$$

Zatem oddziaływanie O_2 :

$$O_2 = 2000 + 4000 + 3000 - 4400 = 4600 \text{ kg}$$



Rys. 100.

Siła poprzecz. między A a P_1 wynosi $T = O_1 = 4400 \text{ kg}$

" " " " P_1 a P_2 " " $T = O_1 - P_1 = 2400 \text{ kg}$

Siła poprzecz. między P_2 a P_3 wynosi $T_2 = O_1 - P_1 - P_2 = 1600 \text{ kg}$

Siła poprzecz. między P_3 a B $T_2 = O_1 - P_1 - P_2 - P_3 = -4600 \text{ kg}$

Największy moment występuje tam, gdzie siła poprzeczna zmienia znak, t. j. pod ciężarem P_2 ; otrzymamy tam:

$$M = O_1 \cdot 2,8 - P_1 \cdot 2,8 = 8720 \text{ kgm} = 872000 \text{ kgcm.}$$

Chcąc znaleźć najw. moment wykreślnie, kreslimy wielobok sił, przyczem przyjęliśmy odległość biegunową $H = 6 \text{ ton}$, oraz wielobok momentów. Otrzymamy z niego $M = 8,7 \text{ cm} = 87000 \text{ kgcm}$, co prawie zupełnie zgadza się z wartością obliczoną.

§ 25. Obciążenie jednostajne zupełne.

Często mamy do czynienia z obciążeniem innego rodzaju, niż ciężary skupione, o których dotychczas mówiliśmy. Weźmy np. pod uwagę belki stropowe, które dźwigają ciężar podłogi na całej swej długości, lub dach, który obciążony jest na całej lub na części powierzchni warstwą śniegu. Tu obciążenie jest rozłożone na całej belce albo na jej części. Jeśli ten ciężar rozłożony jest równo (np. równo gruba warstwa śniegu), to obciążenie nazywamy jednostajnym lub równomiernym; jeśli zaś nadto rozciąga się na całą długość belki, to nazywamy je jednostajnym zupełnym lub jednostajnym całkowitem. Wielkość obciążenia, jaka przypada na jednostkę długości nazywamy obciążeniem jednostkowym, jednostkę długości zaś bardzo często jednostką bieżącą, np. 1 m bieżący, co zwykle pisze się 1 mb, 1 cmb i t. d., dlatego też jednostką obciążenia jednostkowego jest 1 kg na 1 mb, co pisze się 1 kg/mb, 1 t/mb, 1 kg/cmb i t. d. Jeśli np. na długości 1 m złożone jest 150 kg, to napiszemy: ciężar jednostkowy $g = 150$ kg/mb.

W rzeczywistości mamy do czynienia z ciężarem jednostajnie rozłożonym (biorąc rzecz praktycznie) najczęściej przy obliczaniu ciężaru własnego stropów, dachów, mostów itp. konstrukcji. O ile chodzi o obciążenie użytkowe (zmienne), to ciężar rozłożony jednostajnie, spotykamy stosunkowo rzadko; np. sprzęty w pokoju, ludzie przechodzący mostem, nie są to obciążenia rozłożone jednostajnie. Jednakowoż nie mogąc przewidzieć, gdzie i jaki ciężar stanie, oraz dla uproszczenia rachunku przyjmujemy obciążenie użytkowe najczęściej jako rozłożone jednostajnie na jednostce powierzchni w wielkościach określonych przez odpowiednie przepisy, a zależnych od przeznaczenia i rodzaju ułożenia, od rodzaju obciążenia i t. d. Np. dla mieszkań zwykłych przyjmuje się u nas obciążenie użytkowe 200 kg/m², dla małych domków mieszkalnych 150 kg/m², dla fabryk co najmniej 500 kg/m²; ewentualne wstrząśnienia maszyn uwzględnia się, mnożąc ciężar ich przez współczynnik t. zw. dynamiczny, wynoszący od 1,5 w górę, zależnie od rodzaju maszyn.

Dla obliczenia oddziaływań, sił poprzecznych T i momentów M przyjmujemy, że takie obciążenie ciągłe składa się z szeregu sił skupionych, działających jedna tuż obok drugiej. Niech obciążenie jednostkowe wynosi g kg/mb, to jego wypadkowa na długości a wynosi ga i zaczepia w połowie długości a (rys. 101); obciążenie więc na długości całej belki l równe jest zatem:

$$G = gl \dots \dots \dots 37$$

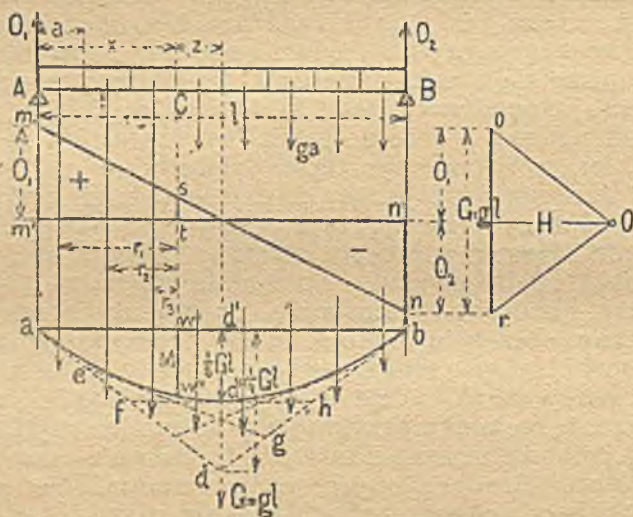
Obciążenie to rozkłada się równo na obie podpory, a zatem oba oddziaływania są równe i wynoszą:

$$O_1 = O_2 = \frac{1}{2} G = \frac{1}{2} gl \quad 38$$

Siła poprzeczna w dowolnym punkcie C równa się sumie sił zewnętrznych po lewej stronie przekroju (z uwzględnieniem znaków) t. j. oddziaływaniu O_1 (działającemu do góry) pomniejszonemu o obciążenie na części belki od podpory A do punktu C , więc:

$$T_m = O_1 - gx = \frac{gl}{2} - gx = g\left(\frac{l}{2} - x\right) = gz \quad . . 39$$

gdzie z równe jest oddaleniu punktu C od środka belki.



Rys. 101.

Wynika stąd, że siła poprzeczna w dowolnym punkcie belki dla obciążenia całkowitego jednostajnego równa jest obciążeniu jednostkowemu pomnożonemu przez odległość tego punktu od środka belki. Na podporze więc (t. j. właściwie niezmiernie blisko od podpory) siła poprzeczna $T = \frac{gl}{2} = O_1$;

nato miast w środku belki, gdzie $z=0$, siła poprzeczna $T=0$; wreszcie na podporze $B: T = -\frac{gl}{2} = -O_2$ gdyż z mierzyć musimy w kierunku przeciwnym niż poprzednio, tj. ujemnym.

Wykreślnie przedstawić możemy rozkład sił poprzecznych odcinając na podporze A siłę $O_1 = \frac{gl}{2}$ w górę od przyjętej osi poziomej $m'm'$, na podporze B tę samą siłę $-\frac{gl}{2}$ pod osią i łącząc otrzymane w ten sposób punkty m i n linią prostą. Rzędne pionowe między osią a linią mn przedstawiają wielkość siły poprzecznej w każdym punkcie. (Np. st jest siłą poprzeczną w punkcie C ; w środku rzędna jest równa zeru, gdyż $T=0$).

Dla obliczenia momentu zgięcia M w danym punkcie, robimy to samo przyjęcie. Wtedy moment równa się momentowi oddziaływania zmniejszonemu o moment obciążenia na długości x . Długość x podzielić możemy na pewną ilość (np. 3) części, a obciążenia tych części uważać za ciężary skupione g_1, g_2, \dots . Moment tych sił względem punktu C będzie wynosił: $g_1 r_1 + g_2 r_2, \dots$. Zamiast brać moment szeregu sił, możemy jednak wyznaczyć ich wypadkową i obliczyć jej moment względem C . Ponieważ siły g_1, g_2, \dots są równe, przeto ich wypadkowa leży w środku długości x , a wielkość jej równa się sumie składowych obciążeń, czyli całemu obciążeniu na długości x , tj. gx . Moment tej wypadkowej względem punktu C wynosi więc $gx \cdot \frac{x}{2} = g \frac{x^2}{2}$. Moment zginający w punkcie C równa się zatem:

$$M = O_1 x - g \frac{x^2}{2} = g \frac{l}{2} x - g \frac{x^2}{2} - \frac{g}{2} x(l-x) \quad . \quad . \quad 40$$

Największy moment obliczony wedle tego wzoru przypada w środku belki. Otrzymujemy tam mianowicie:

$$x = \frac{l}{2}, \text{ a wtedy: } M = \frac{1}{2} g \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{gl^2}{8} \quad . \quad . \quad . \quad 41$$

Nazwijmy całe obciążenie belki G , to $G = gl$; możemy więc napisać:

$$M = \frac{gl^2}{8} = gl \frac{l}{8} = \frac{Gl}{8} \quad . \quad . \quad . \quad 42$$

Dla obliczania dźwigarów stropowych i t. p. wygodnie jest wyznaczyć obciążenie G i oddziaływania O_1 i O_2 w kilogramach, zaś momenty M w kilogramcentymetrach. W tym celu najlepiej jest obliczać:

a) obciążenie całkowite $G = gl$ kg, mnożąc g wyrażone w kg/mb przez długość l wyrażoną w metrach,

b) oddziaływanie $O_1 = O_2 = \frac{G}{2}$ kg,

c) największy moment ze wzoru $M = \frac{1}{8} Gl$, wyrażając G jak poprzednio w kg, natomiast l w centymetrach.

Dla wykresnego znalezienia linii momentów mogliśmy podobnie jak przy obliczeniu analitycznym przyjąć cały szereg sił skupionych, zastępujących obciążenie jednostajnie rozłożone i wykreślić dla nich wielobok sił i wielobok sznurowy, któryby tem samem odpowiadał linii momentów. Skrajne promienie sznurowe będą wtedy równoległe do skrajnych promieni wieloboku sznurowego ($Oo // ad$, $On // bd$).

Tę żmudną pracę możemy jednak ominąć uwzględniając wzór 40. Obliczmy mianowicie dla poszczególnych punktów belki wartości momentów wedle tego wzoru i odetnijmy pionowo od linii ab w przyjętej skali momentów, a przekonamy się, że końce ich leżą na paraboli, której największa

rzędna (w środku) wynosi $\frac{gl^2}{8} = \frac{Gl}{8}$, a której równanie podane jest we wzorze 40. Parabola ta jest więc zupełnie zgodna z wielobokiem sznurowym*), jakibyśmy uzyskali wedle sposobu wyżej podanego; styczne podporowe będą więc równoległe do odpowiednich promieni wieloboku sił. Najłatwiej wykreślić ją w następujący sposób:

Z punktów a i b leżących na dowolnej poziomej prowadzimy równoległe do Oo i On aż do przecięcia się w punkcie d . Podzielmy długości ab i bd , na zupełnie dowolną, ale tę samą ilość części (np. 4) i połączmy kolejno punkty podziału np. e z g , f z h , a następnie wrysujemy w wielobok w ten sposób powstały linię krzywą styczną do boków ad , eg , fh ..., to ta linja krzywa będzie parabolą, a rzędne jej np. $w'w''$ będą odpowiadały momentom w poszczególnych punktach.

W samym środku otrzymamy rzędną $\frac{gl^2}{8}$.

Z własności paraboli wynika, że długość $d'd$ równa jest dwukrotnej długości $d'd''$. Parabole momentów wykreślić można zatem nawet bez uprzedniego rysowania wieloboku sił: wystarczy odciąć w środku belki długość $d'd = 2 \times \frac{1}{8} gl^2 = \frac{1}{4} gl^2$ w odpowiedniej podziałce i narysować parabolę, zastosowawszy wyżej opisany sposób kreślenia.

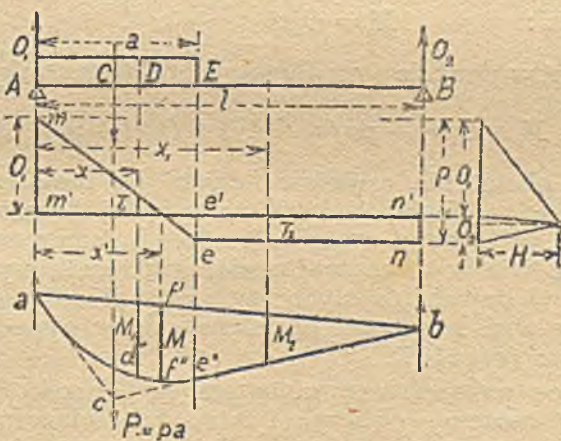
Dla obciążenia ciężarem skupionym G w środku belki otrzymujemy wedle wzoru 34 największy moment $M = \frac{Gl}{4}$.

*) Wielobok sznurowy jest tutaj właściwie krzywą sznurową.

Jeśli zatem całe obciążenie jednostajnie obciążonej belki $G = gl$ zaczepimy w jej środku jako ciężar skupiony, to uzyskany moment będzie dwa razy większy niż dla ciężaru rozłożonego; w wykresie (rys. 101) otrzymalibyśmy moment równy $d'd$, zaś wykres momentów adb . Zatem chcąc wyznaczyć linię momentów dla obciążenia jednostajnie rozłożonego, możemy wykreślić linię momentów dla ciężaru skupionego o równej wielkości $G = gl$ i wkreślić w nią parabolę styczną, która będzie linią momentów ciężaru jednostajnie rozłożonego.

§ 26. Obciążenie jednostajne częściowe.

Przy obciążeniu, nie rozmieszczonem na całej belce, czyli t. zw. obciążeniu częściowem postępujemy podobnie, jak przy całkowitem. Obciążenie na długości a wynoszące pa (rys 102), zastępujemy ciężarem skupionym o tej samej wielkości $P = ap^*$ i wykreślamy linię momentów acb . Linja ta ważna jest jednak tylko na długości cb . Na długości obciążenia ac zastępujemy ją parabolą wykreśloną (jak w poprzednim paragrafie), a otrzymana w ten sposób powierzchnia $ad''f''e''b$ będzie powierzchnią momentów.



Rys. 102.

Rachunkowo otrzymamy wielkość oddziaływania, biorąc moment oddziaływania O_1 i ciężaru $P = 1$ ze względu na punkt B :

*) Literami P i p oznaczać będziemy wogóle ciężar ruchomy (zmienny i użyteczny) w odróżnieniu od ciężaru stałego (własnego), który najczęściej oznacza się literami G i g .

$$O_1 l - pa \left(l - \frac{a}{2} \right) = 0$$

a stąd:
$$O_1 = \frac{pa}{l} \left(l - \frac{a}{2} \right) = \frac{pa}{2l} (2l - a) \quad . . . \quad 43$$

Zatem wartość taka sama, jak gdyby ciężar $P = ap$ był skupiony w odległości $\frac{a}{2}$ od lewej podpory O_1 . Na drugie oddziaływanie mamy wzór:

$$O_2 = P - O_1 = \frac{pa}{2l} \quad . . . \quad 43a$$

Przy kreśleniu linii sił poprzecznych musimy pamiętać o tem, że na części nieobciążonej BE siła poprzeczna nie zmienia się; natomiast na części obciążonej zmienia się, podobnie jak w § 25, t. j. wedle linii prostej. Wykres T otrzymamy zatem, odcinając na podporach oddziaływania (równe sile poprzecznej na podporze), na lewej $O_1 = m'm$, na prawej $O_2 = nn'$, prowadząc z n prostą poziomą ne aż do punktu e i łącząc punkt e z m .

Moment zginający w dowolnym punkcie D między A a E wynosi:

$$M_1 = O_1 x - \frac{px^2}{2} \quad . . . \quad 44$$

zaś moment w punkcie poza długością obciążoną (między E a B)

$$M_2 = O_1 x_1 - pa \left(x_1 - \frac{a}{2} \right) = O_2 (l - x_1) \quad . . . \quad 44a$$

Jeśli obciążenie częściowe działa na inną część belki (rys. 108), to najlepiej jest wyznaczyć największy moment wykreślić. W środku części obciążonej zaczepiamy ciężar skupiony o wielkości równej obciążeniu i kreślimy wielobok sznurowy w liniach prostych; tylko na długości obciążenia wkreślamy weń parabolę, podobnie jak w wypadku wyżej omawianym (rys. 102).

Miejsce największego momentu (t. j. przekroju niebezpiecznego) możemy obliczyć i tutaj. Jak wiadomo z § 23, występuje on w miejscu, gdzie siła poprzeczna równa jest zero; obliczając więc moment w tem miejscu, otrzymamy jego największą wartość.

Weźmy np. pod uwagę obciążenie, podane na rys. 102, gdzie $P = ap$. Jeżeli odległość przekroju niebezpiecznego od lewej podpory wynosi m , to całe obciążenie na długości m musi być równe oddziaływaniu (gdyż obciążenie to odjęte od oddziaływania daje na wynik zero).

Otrzymamy więc $pm = O_1$, a stąd uwzględnivszy, że $P = ap$,

$$m = \frac{O_1}{p} = \frac{O_1 a}{P} \dots \dots \dots 45$$

czyli wprowadzając wartość za O_1 z wzoru 43

$$m = \frac{pa(2l - a)}{2l} \cdot \frac{1}{p} = \frac{a(2l - a)}{2l} \dots \dots \dots 45a$$

Moment zginający w tym punkcie, a więc największy moment działający na belkę, wynosi (uwzględnivjąc, że $O_1 = pm$)

$$\text{najw. } M = O_1 m - pm \frac{m}{2} = O_1 m - O_1 \frac{m}{2} = O_1 \cdot \frac{m}{2} \dots \dots 46$$

$$\text{czyli: najw. } M = \frac{pa(2l - a)}{2} \cdot \frac{a(2l - a)}{2 \cdot 2l} = \frac{pa^2(2l - a)}{8l} \quad 46a$$

Obliczając najw. M dla różnych wartości „ a ” przekonamy się, że bezwzględnie największy moment otrzymamy dla całkowitego obciążenia belki, t. j., gdy $l = a$. Jeżeli zatem jest możliwe, że obciążenie działać będzie na całą belkę, to dla obliczenia należy zastosować wzór: $M = \frac{1}{8} pl^2$.

Wypadek taki zachodzi np. przy obliczaniu belek stropowych. Działa na nie ciężar własny stropu z (nadsypką i podłogą) oraz ciężar ruchomy p , który składa się z ciężaru sprzętów i ciężaru ludzi. Ciężar ten z reguły rozkłada się nierównomiernie, chcąc jednak belkę wykonać tak silnie, aby była wytrzymała na każdy rozkład tego obciążenia ruchomego, rozmieszczamy je na całej długości i obliczamy najw. moment ze wzoru:

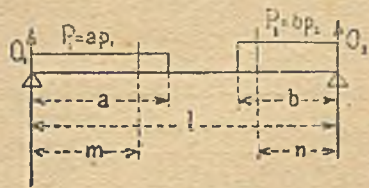
$$\text{najw. } M = \frac{1}{8} (g + p) l^2 = \frac{1}{8} z l^2 = \frac{1}{8} (G + P) l = \frac{1}{8} Zl \dots \dots 47$$

gdzie z (wzgl. Z) jest obciążeniem całkowitem czyli zupełnem.

Dla obciążenia, jak rys. 103, może przekrój niebezpieczny przypaść na długość a , jeżeli obciążenie $P_1 = p_1 a$ jest większe od oddziaływania, albo w przeciwnym wypadku na długość b . W pierwszym razie otrzymamy

odległość $m = \frac{O_1 a}{P_1}$ tak samo, jak

przy obciążeniu podanem na rys. 102; w drugim natomiast zamiast szukać odległości punktu niebezpiecznego od podstawy lewej, obliczymy ją od podpory prawej i otrzymamy w ten sam sposób:



Rys. 103.

$$n = \frac{O_2}{p_2} = \frac{O_2 b}{P_2} \dots \dots \dots 45b$$

Jeżeli obciążenie odsunięte jest obustronnie od podpór, wyznacza się miejsce najw. momentu podobnie (porównaj przykład 49).

Podobnie możemy postępować, jeśli oprócz obciążeń rozłożonych działają na belkę ciężary skupione; wtedy jednak prędzej prowadzi do celu metoda wykreślna (por. przykłady).

Przykłady 45—51.

45. Należy obliczyć oddziaływania i największy moment zginający dźwigara żelaznego stropowego „a” (por. rys. 109), jeśli ciężar własny wynosi $g = 380 \text{ kg/m}^2$, ciężar ruchomy $p = 250 \text{ kg/m}^2$, zaś odstęp dźwigarów „a” od siebie $n = 1,25 \text{ m}$.

Dźwigar a przenosi ciężar tak wielki, jaki wypada na pole zakreskowane pionowo, czyli t. zw. pole obciążenia. Powierzchnia jego wynosi w metrach kwadratowych:

$$1,05 ln = 1,05 \cdot 4,00 \times 1,25 = 5,25 \text{ m}^2.$$

Całkowite obciążenie na 1 m^2 :

$$z = g + p = 380 + 250 = 630 \text{ kg/m}^2.$$

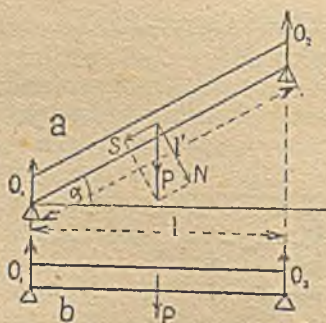
Całkowite obciążenie przypadające na dźwigar wynosi w kg:

$$Z = 1,05 lnz = 5,25 \cdot 630 = 3310 \text{ kg}.$$

Zatem największy moment zginający w kgcm:

$$M = \frac{1}{8} Zl = \frac{1}{8} 3310 \cdot 420 = 173780 \text{ kgcm}.$$

46. Jaki moment zginający przenosi się na dźwigar policzkowy schodów, jeśli długość jego ukośna wynosi l' , długość pozioma l , zaś obciążenie jednostajnie rozłożone $P \text{ kg}$ (rys. 104).



Rys. 104 a i b.

Jeśli α jest kątem nachylenia belki do poziomu, to rozłożywszy siłę P na prostopadłą i równoległą do belki, otrzymamy pierwszą z nich $N = P \cos \alpha$. Działa ona prostopadle na dźwigar o długości $l' = \frac{l}{\cos \alpha}$, zatem wywołuje moment zginający o wielkości

$$M = \frac{1}{8} N l' = \frac{1}{8} Z \cos \alpha \frac{l}{\cos \alpha} = \frac{1}{8} Z l,$$

więc tak wielki, jak gdyby dla dźwigara poziomego o długości l obciążonego ciężarem Z (porównaj rys. 104b).

Składowa równoległa do policzka S wywołuje w nim siłę osiową, zwykle tak małą, że ją pomijamy w obliczeniach.

47. Krokiew dachowa o długości ukośnej $l = 3,35$ m, a poziomej $l_1 = 3,00$ m, obciążona jest na całej długości swej ciężarem pionowym, wynoszącym $G = 430$ kg, oraz parciem wiatru prostopadłym do połaci dachu, o wielkości $W = 240$ kg. Należy znaleźć całkowity moment zginający (rys. 105).

Ciężar pionowy i parcie wiatru rozkładają się jednostajnie na całej długości. Otrzymamy zatem z wzoru 42:

$$M_1 = \frac{1}{8} G l_1 = \frac{1}{8} 430 \cdot 3,00 = 16130 \text{ kgcm}$$

gdzie l_1 jest długością poziomą tj. rzutem poziomym krokwi, gdyż ciężar G jest pionowy (por. przykład 46). Dla parcia wiatru musimy w rachunku

uwzględnić długość belki ukośną (gdyż wiatr działa prostopadle do połaci); otrzymamy zatem:

$$M_2 = \frac{1}{8} W l = \frac{1}{8} 240 \cdot 3,35 = 10050 \text{ kgcm.}$$

Oba największe momenty przypadają na środek belki; zatem najw. moment sumaryczny wynosi:

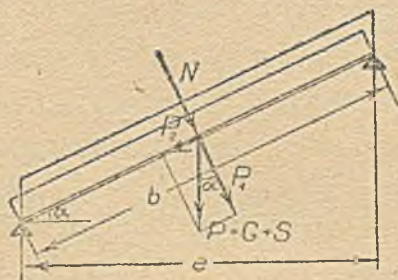
$$M = M_1 + M_2 = 16130 + 10050 = 26180 \text{ kgcm.}$$

48. Jaki największy moment przenosi się na belkę żelazną, która ma podtrzymać ścianę o grubości 0,30 cm, 7,70 m wysoką, z otworami wedle rys. 106, jeżeli w punkcie a belka podparta jest na skrajnym filarze budynku (por. uw. str. 90).

Jeżeliby w murze nie było żadnych otworów, to na belkę przenosiłby się ciężar muru leżącego przed belką, a ograniczonego liniami pionowymi przechodzącymi przez pod-

pory*). Jednakowoż z części muru leżącego nad otworami przenosi się połowa na filar lewy, połowa na prawy. W danym wypadku więc ciężar części muru ponad otworami (niezakreskowanej) przenosi się na filar prawy i na belkę wcale nie oddziałują, reszta zaś, t. j. ciężar części zakreskowanej, na filar lewy — i ten obciąża belkę.

*) Dla ścian wyższych przyjąć można, że na dźwigar przenosi się obciążenie tylko części muru ograniczonej liniami wychodzącymi z obu podpór dźwigara ku sobie pod kątem 60° (por. str. 89 i 90).



Rys. 105.



Rys. 106.

Całkowity ciężar, przenoszący się na belkę znajdziemy więc, obliczając ciężar muru *abef* na długości $(3,00 \times \frac{1}{2} 1,20) = 3,60$ m, a następnie odejmując ciężar odpowiedniej części otworów, t. j. dwu połówek drzwi:

$$P = \left(3,60 \cdot 7,70 - 2 \cdot \frac{1,20}{2} \cdot 2,60 \right) 0,30 \cdot 1600 = 13284 \approx 13300 \text{ kg.}$$

Oddziaływanie wynosi wtedy (wedle wzoru 43):

$$O_1 = \frac{13300 \cdot (4,20 - 1,50)}{4,20} = 8550 \text{ kg.}$$

Przekrój niebezpieczny oddalony jest od podpory o odległość:

$$m = \frac{O_1 a}{P} = \frac{8550 \cdot 3,00}{13300} = 1,93 \text{ m}$$

Największy moment wynosi zaś:

$$M = \frac{O_1 m}{2} = \frac{8550 \cdot 1,93}{2} = 82507,5 \approx 825100 \text{ kgcm.}$$

49. Znaleźć największy moment zginający, przenoszący się na belkę, podtrzymującą ścianę z cegły pustej 0,15 m grubą, 4 m wysoką z otworami, jak na rys. 107.

Na belkę przenosi się ciężar muru od osi do osi drzwi o wielkości: $P = [(0,70 + 2,60 + 0,70) 4,00 - 2 \cdot 0,70 \cdot 2,60] \cdot 0,15 \cdot 1300 = 2410 \text{ kg.}$

Oddziaływanie wynosi:

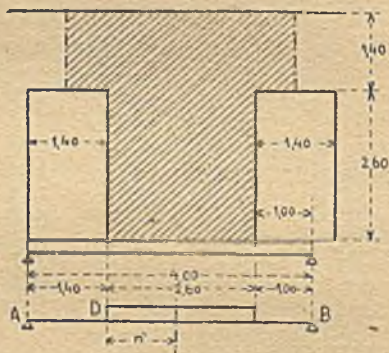
$$O_1 = 2410 \frac{(\frac{1}{2} 2,60 + 1,00)}{5,00} = \frac{2410 \cdot 2,30}{5,00} = 1109 \approx 1110 \text{ kg.}$$

Długość m' obliczona z wzoru 43 przedstawiać tu będzie odległość przekroju niebezpiecznego od punktu D;

$$\text{wynosi ona: } m' = \frac{O_1 a}{P_1} = \frac{1110 \cdot 2,60}{2410} = 1,20 \text{ m}$$

Momentu zginającego nie możemy oczywiście obliczać bezpośrednio z wzoru 46, ale sposobem ogólnym:

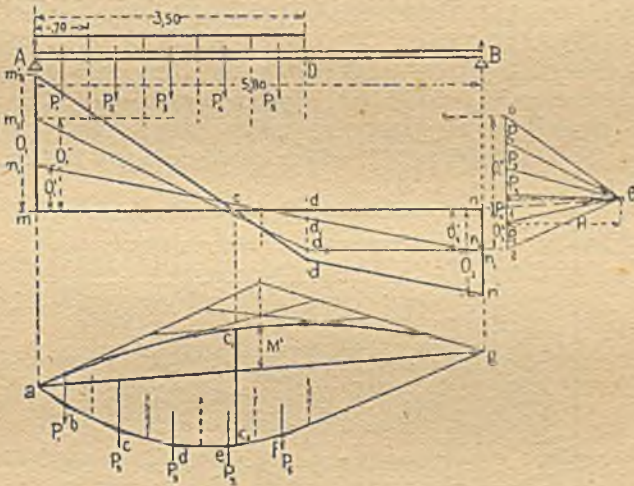
$$\begin{aligned} \text{najw. } M &= O_1 (140 + m') - \frac{O_1 m'}{2} = O_1 \left(140 + m' - \frac{m'}{2} \right) = \\ &= O_1 \left(140 + \frac{m'}{2} \right) = 1110 (140 + 60) = 222000 \text{ kgcm.} \end{aligned}$$



Rys. 107.

50. Na belkę o długości 5,80 m działa obciążenie całkowite o wielkości $g = 200 \text{ kg/mb}$, oraz obciążenie częściowe $p = 500 \text{ kg/mb}$ na długości 3,50 m (rys. 108). Należy znaleźć największy moment wykreślić.

Aby znaleźć wykreślić linię momentów dla obciążenia częściowego, dzielimy ją na pewną ilość np. 5 części, z których każda, obejmująca obciążenie na długości $\frac{3,50}{5} = 0,70 \text{ m}$, przedstawia ciężar $P = 0,70 \cdot 500 = 350 \text{ kg}$. Odcinamy kolejno pięć sił $P_1 \dots P_5$ w wieloboku sił w skali $1 \text{ cm} = 1000 \text{ kg}$, i obierając biegun w odległości $H = 1,5 \text{ cm} = 1500 \text{ kg} = 1,5 \text{ t}$, kreślimy wielobok momentów $abcdefg$. W wielobok ten



Rys. 108.

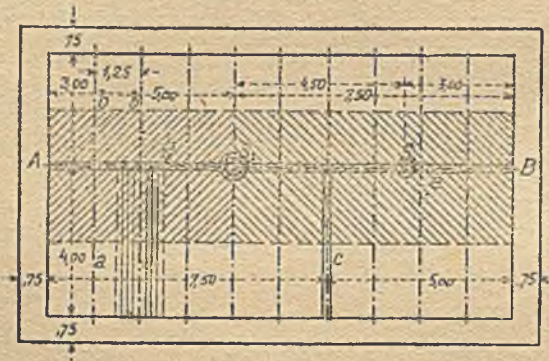
musimy jednak wykreślić parabolę na długości obciążenia t j. na długości 3,50 m, przyczem w skali długości $1 \text{ cm} = 1 \text{ m}$. Rzędne paraboli tej przedstawiają momenty w poszczególnych punktach, przyczem 1 cm przedstawia $1,5 \cdot 1 = 1,5 \text{ tm}$. W tej samej skali wykreślić należy linię momentów dla obciążenia całkowitego; największy moment wskutek niego wynosi $M = \frac{1}{8} g l^2 = \frac{1}{8} \cdot 200 \cdot 5,80^2 = 841 \text{ kgm}$; rzędna paraboli w środku belki wynosić zatem powinna $841 \text{ kgm} = 0,56 \text{ cm}$, a parabolę wykreślimy wedle § 25.

Położenie największego momentu znajdziemy albo wprost z wykresu, albo za pośrednictwem linii sił poprzecznych. W tym celu na pionowych przechodzących przez podpory odcinamy długości równe oddziaływaniom dla obciążenia

całkowitego $O'_1 = mm_1 = nn_1 = \frac{1}{3} 200 \cdot 5,80 = 580$ kg i łączymy linią prostą wedle § 25, następnie długości $mm_2 = O_2''$ i $nn_2 = O_2'$ równe oddziaływaniom dla obciążenia częściowego znalezionym z wieloboku sił ($O'_1 = 01$ i $O'_2 = 12$) i prowadzimy linie m_2d_2 i d_2n_2 wedle § 26. Aby znaleźć linię sił poprzecznych dla obciążenia sumarycznego, odcinamy na podporze lewej długość m , m' równą sumie oddziaływań lewych $mm' = mm_1 + mm_2 = O_1' + O_1'' = O_1$, na podporze prawej długość $nn' = O_2' + O_2'' = O_2$, w punkcie D długość $dd' = dd_1 + dd_2$ i łączymy linią łamaną $m'd'n'$, która jest linią sił poprzecznych. Przybiera ona wartość równą zeru w punkcie c , w którym to punkcie otrzymujemy też największy moment. Odpowiednia długość rzędnej wieloboków momentów wynosi $c_1c_2 = 1,51$ cm, a ponieważ w skali momentów 1 cm = 1,5 tm, przeto najw. $M = 1,51 \cdot 1,5 = 2,27$ tm

51. Obliczyć strop betonowy między dźwigarami żelaznymi, na rzucie poziomym, podanym na rys. 109.

Na podciągu e spoczywa słup pierwszego piętra S_1 o ciężarze $S_1 = 10000$ kg. Dźwigar c i podciągi d oraz e , oparte



Rys. 109.

na murach i na słupie parterowym S_2 , dźwigają prócz tego ściankę gipsową 3,50 m wysoką o ciężarze 100 kg/m². Ciężar własny stropu wynosi 300 kg/m², ciężar ruchomy 250 kg/m².

Dźwigary a .

Całkowite obciążenie wynosi:

$$Z_a = lnz = 4,00 \times 1,25 \times 550 = 2750 \text{ kg.}$$

$$M_a = \frac{1}{8} Z_a l \cdot 1,05 = \frac{1}{8} \cdot 2750 \times 400 \times 1,05 = 144400 \text{ kgcm}$$

Dźwigary b .

$$Z_b = lnz = 3,00 \times 1,25 \times 550 = 2060 \text{ kg.}$$

$$M_b = \frac{1}{8} Z_b l \cdot 1,05 = \frac{1}{8} \cdot 2060 \times 300 \times 1,05 = 77700 \text{ kgcm.}$$

Dźwigar c.

Prócz ciężaru stropu o wielkości powyżej obliczonej Z_a przenosi się na ten dźwigar ciężar ścianki gipsowej o wielkości $G = 3,50 \times 400 \times 100 = 1400$ kg, wywołując moment $M_g = = \frac{1}{8} Gl \cdot 1,05 = \frac{1}{8} 1400 \times 400 \times \times 1,05 = 73500$ kgcm.

$$Z = Z_a + G = 2750 + 1400 = = 4150 \text{ kg.}$$

$$M = M_a + M_g = 144400 + + 73500 = 217900 \text{ kgcm.}$$

Podciąg $d = AS_2$.

Ponieważ dźwigary leżą dość gęsto, przeto zamiast obliczać momenty jak dla ciężarów skupionych, możemy liczyć je jak dla ciężaru jednostajnie rozłożonego. Otrzymamy wtedy przy szerokości pola obciążenia $\frac{4,00 + 3,00}{2} = 3,50$ m, a długości

$l = 5,00$ m obciążenie:

$$Z'_a = 3,50 \times 5,00 \times 550 = = 9265 \approx 9270 \text{ kg.}$$

Rys. 110 i 111

Prócz tego na dźwigar ten przenosi się ciężar ścianki gipsowej o wielkości

$$G_a = 3,50 \times 5,00 \times 100 = 1750 \text{ kg.}$$

Całkowity ciężar wynosi zatem:

$$Z_a = Z'_a + G_a = 9270 + 1750 = 11020 \text{ kg.}$$

A stąd $M_a = \frac{1}{8} 11020 \times 500 = 688750 \approx 688800$ kgcm.

Podciąg $e = S_2B$. (Por. rys. 110 i 111).

Podciąg ten przenosi: 1) jednostajnie rozłożony ciężar stropu, 2) jednostajnie rozłożony ciężar ścianki gipsowej, 3) połowę ciężaru ścianki spoczywającej na dźwigarze c, oraz 4) ciężar słupa S. Momenty obliczamy metodą rachunkowo-wykreślną.

1) Ciężar jednostajnie rozłożony stropu wynosi:

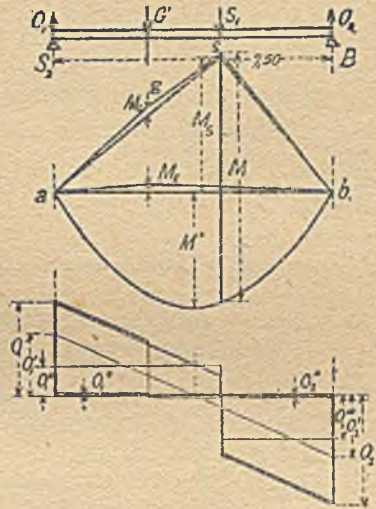
$$Z'_e = 3,50 \times 7,50 \times 5,50 = 13897 \approx 13900 \text{ kg.}$$

2) Ciężar ścianki:

$$Z''_e = 3,50 \times 7,50 \times 100 = 2625 \approx 2630 \text{ kg.}$$

Oddziaływanie $O'_1 = O'_2 = \frac{1}{2} (13900 + 2630) = 8265$ kg.

$$M = \frac{1}{8} (13900 + 2630) 750 = 1549700 \text{ kgcm} = 15,50 \text{ tm.}$$



3) Ciężar skupiony, przenoszący się przez dźwigar c z powodu obciążenia ścianką, ma wartość:

$$G' = \frac{1}{2} G = 700 \text{ kg.}$$

Oddziaływanie powstające na słupie S_2 wynosi:

$$O''_1 = \frac{5,00}{7,50} \times 700 = 466 \approx 470 \text{ kg} \quad O''_2 = 700 - 470 = 230 \text{ kg}$$

Zatem moment zginający w punkcie C :

$$M_c = 470 \times 250 = 117500 \text{ kgcm} = 1,18 \text{ tm.}$$

4) Oddziaływanie na słupie S_2 z powodu obciążenia słupem S_1 wynosi:

$$O_1''' = \frac{3,00}{7,30} \times 10000 = 4000 \text{ kg} \quad O_2''' = 10000 - 4000 = 6000 \text{ kg.}$$

A stąd moment zginający w punkcie S_1 :

$$M_s = 4000 \times 450 = 1800000 \text{ kgcm} = 18 \text{ tm.}$$

Momenty te możemy wykreślić w dowolnej skali momentów; wtedy otrzymamy dla obciążeń 1 i 2 parabolę, dla obciążeń 3 i 4 zaś trójkąty o wierzchołkach w C względnie w S_2 . W rys. 110 przyjęliśmy podziałkę $1 \text{ mm} = 100000 \text{ kgcm} = 1 \text{ tm.}$ Od linii ab odcieśliśmy ku górze trójkąt o rzędnej najwyższej $M_c = 18 \text{ tm} = 18 \text{ mm}$, oraz drugi o rzędnej $M_c = 1,8 \text{ mm} = 1,8 \text{ tm}$, a następnie odnieśliśmy rzędne trójkąta drugiego na obwodzie pierwszego trójkąta, otrzymując kształt momentów trapezowy $agsb$ o największej rzędnej w pionowej punktu S_1 . Poniżej linii ab wykreśliśmy parabolę momentów dla ciężaru jednostajnie rozłożonego o największej rzędnej $15,5 \text{ t} = 15,5 \text{ mm}$, a łącząc ją z poprzednio otrzymaną powierzchnią $agsb$ otrzymamy wykres sumarycznych momentów.

Dla znalezienia największego momentu wykreśliśmy linję sił poprzecznych, odcinając na podporach oddziaływania i kreśląc linję, podobnie jak w przykładzie 50, otrzymaliśmy skok w punktach, w których działają ciężary skupione G' i S_2 . Punkt zerowy linji tej przypada na punkt S_2 , tu więc występuje największy moment, którego wielkość znajdziemy, biorąc sumę momentów wszystkich sił po prawej stronie przekroju (gdyż po tej stronie występuje mniejsza ilość sił, a tem samem otrzymujemy prostszy rachunek). Stąd największy moment:

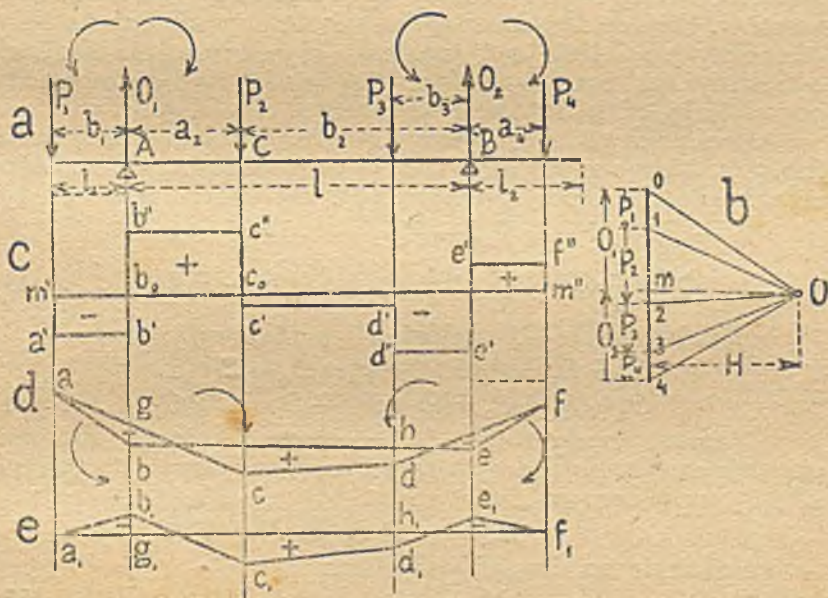
$$M = (O_2 + O_2' + O_2''') \cdot 3,00 - (3,5 \cdot 550 + 3,5 \cdot 100) \cdot 3,0 \cdot 1,5 = \\ = (8265 + 230 + 6000) \cdot 3,0 - 10240 = 33250 \text{ kgm} = 33,25 \text{ tm.}$$

Tę samą ilość otrzymaliśmy też z wykresu.

§ 27. Belka wystająca czyli przewieszona.

Jeżeli belka wystaje poza punkty podparcia, to nazywamy ją belką wystającą, przewieszoną lub wspornikową*) (por. rys. 112). Użyć jej możemy np. wtedy, gdy dźwigar stropowy ma zarazem podeprzeć balkon lub wykusz.

Obliczenie belki wystającej przeprowadza się na zupełnie tej samej zasadzie, co belki omawianej w poprzednich ustępach. Kreślimy wielobok sił 012340 i wielobok sznurowy (rys. 112d), prowadząc promień tegoż w następującym porządku: do siły P_1 , bok $ba \parallel 0O$, między P_1 a P_2 bok $ac \parallel 1O$..., wreszcie bok $fe \parallel 4O$. Boki ab i fe przedłużamy aż do przecięcia się z kierunkami oddziaływań w punktach b i e , które,



Rys. 112.

połączone ze sobą, dają zamykającą fg . Promień Om wieloboku sił równoległy do gf daje wielkość oddziaływań $O_1 = mO$ i $O_2 = 4m$.

Linję sił poprzecznych wykreślimy od osi $m'm''$. Między siłą P_1 a oddziaływaniem O_1 , siła poprzeczna $T = P_1$ działa w dół (jak siła P_1), jest ujemna; wielkość jej na rysunku więc przedstawia rzędna $m'a'$. Między O_1 a P_2 siła poprzeczna

*) Wystające części nazywamy wspornikami.

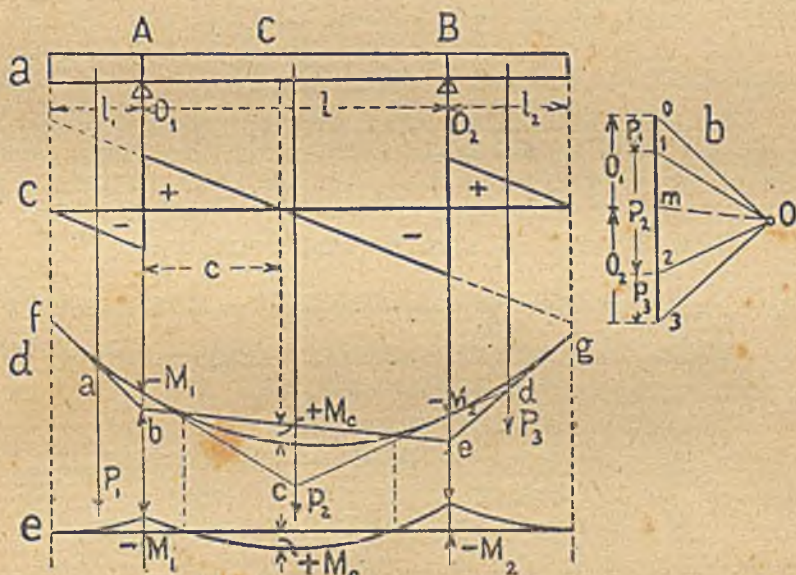
środkowej rzędne dodatnie, w skrajnych — ujemne. Prowadząc wreszcie w wieloboku sił promień $Om \parallel be$, otrzymamy oddziaływanie $O_1 = m0$ i $O_2 = 30$, a tem samym możemy wykreślić linię sił poprzecznych podobnie, jak dla ciężarów skupionych (por. też §§ 25 i 26). Największe momenty wystąpią oczywiście tam, gdzie siła poprzeczna $T = 0$.

Rachunkowo otrzymamy oddziaływanie O_1 , ustawiając równanie momentów względem podpory B. Wtedy :

$$-gl_1(1/2 l_1 + l) + O_1 l - 1/2 gl^2 + 1/2 gl_2^2 = 0$$

a stąd $O_1 = gl_1 \left(\frac{1}{2} \frac{l_1}{l} + 1 \right) + 1/2 gl - 1/2 g \frac{l_2^2}{l} \dots \dots \dots 51$

$$O_2 = g(l_1 + l + l_2) - O_1 \dots \dots \dots 51a$$



Rys 113.

Najw. moment w środkowej części belki wynosi zatem:

$$M_c = 1/2 g (l_1 + c)^2 - O_1 c \dots \dots \dots 53$$

Momenty podporowe wynoszą:

$$M_1 = -1/2 gl_1^2 \quad M_2 = -1/2 gl_2^2 \dots \dots \dots 54$$

Na tej zasadzie znajdziemy momenty dla ciężarów kombinowanych (skupionych i rozłożonych).

Jeżeli część belki wystająca jest długa i silnie obciążona, zaś pozostała część belki wcale nie, lub też bardzo mało, to zdarzyć się może, że na podporze przeciwległej wypadnie

oddziaływanie ujemne. Oznacza to, że belka w tem miejscu ma tendencję podniesienia się, i że trzeba ją tam silnie obciążyć lub zakotwić (por. przykład 53).

Moment dodatni belki wystającej jest tem mniejszy, im większe obciążenie jest na wsporniku. Jeżeli belka dźwiga zatem obciążenie stałe oraz obciążenie ruchome, to dla obliczenia najw. momentu dodatniego (pomiędzy podporami) należy obciążenie ruchome umieścić najniekorzystniej, a więc wspornika nie obciążać. Dla obliczenia najw. momentu podporowego (ujemnego) należy natomiast obciążenie ruchome umieścić i na wsporniku; wielkość obciążenia pomiędzy punktami podporowymi nie wpływa na wielkość momentu podporowego. (Porównaj przykład 54).

Przykłady 52—54.

52. Obliczyć oddziaływania, siły poprzeczne i największe momenty belki wystającej o wymiarach i obciążeniu wskazanych na rys. 112, przyjmując, że w podziałce sił 1 cm = kg, zaś w podziałce długości 1 cm = m.

Oddziaływanie O_1 wynosi (wedle wzoru 48):

$$O_1 = \frac{1}{4,50} (2,000 \cdot 5,50 + 4000 \cdot 3,0 + 2500 \cdot 1,0 - 1500 \cdot 1,0) = 5333 \text{ kg}$$

Wedle wzoru 49: $O_2 = \Sigma P = O_1 - 2000 + 4000 + 2500 + 1500 - 5333 = 10000 - 5333 = 4667 \text{ kg}$.

Moment na podporze A wynosi:

$$M_1 = -P_1 b_1 = -2000 \cdot 100 = -200000 \text{ kgcm.}$$

moment na podporze B:

$$M_2 = -P_4 b_4 = 1500 \cdot 1,00 = -150000 \text{ kgcm}$$

najw. moment dodatni w punkcie C:

$$Mc = -P_1(b_1 + a_2) + O_1 a_2 = 2000(100 + 150) - 5333 \cdot 150 = 500000 + 800000 = +300000 \text{ kgcm.}$$

53. Należy znaleźć największy moment działający na belkę jednostronnie wystającą, obciążoną ciężarem jednostajnie rozłożonym $p = 200 \text{ kg/m}$ na całej długości oraz ciężarem skupionym $P = 1000 \text{ kg}$ na wystającym końcu belki (rys. 114):

Obciążenie na części belki AC wynosi:

$$P_1 = 2,0 \cdot 200 = 400 \text{ kg}$$

Obciążenie na części belki AB: $P_2 = 4,0 \cdot 200 = 800 \text{ kg}$

Moment względem punktu B:

$$-P \cdot (l_1 + l) - P_1 \left(\frac{l_1}{2} + l \right) + O_1 l - P_2 \frac{l_1}{2} = 0,$$

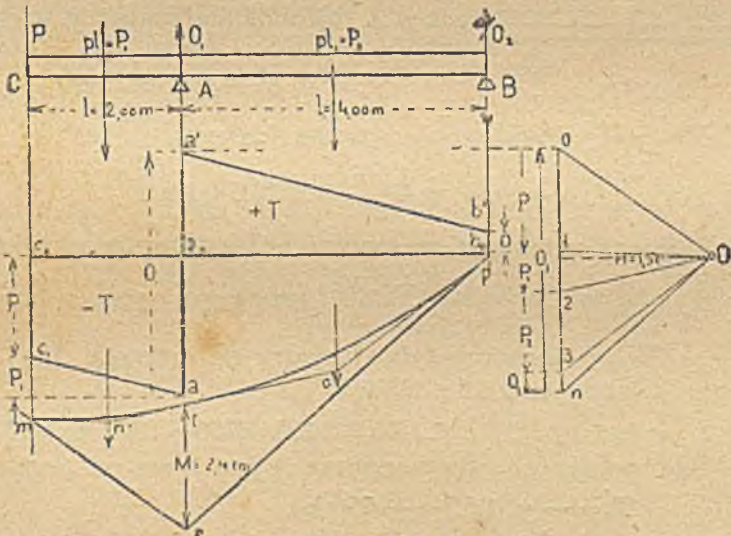
$$\begin{aligned} \text{a stąd} \quad O_1 &= \frac{1}{l} \left(P_1(l_1 + l) + P_1 \left(\frac{l_1}{2} + l \right) + P_2 \frac{l_1}{2} \right) = \\ &= \frac{1}{4,0} [1000 \cdot 6,0 + 400 \cdot 5,0 + 800 \cdot 2] = 2400 \text{ kg.} \end{aligned}$$

$$O_2 = \Sigma P - O_1 = 1000 + 400 + 800 - 2400 = 2200 - 2400 = -200 \text{ kg.}$$

Znak „-“ oznacza oddziaływanie ujemne. Ciężar P jest mianowicie tak wielki, że belka ma tendencję podniesienia się na podporze B ; trzeba ją więc tu przytrzymać. Linja sił poprzecznych, wykreślona dla tych wartości, wskazuje punkt zerowy tylko na podporze A ; tu więc występuje największy moment. Wynosi on:

$$M = - \left(P l_1 + P_1 \frac{l_1}{2} \right) = - l_1 \left(P + \frac{1}{2} P_1 \right)$$

$$\text{więc: } M = - (1000 + \frac{1}{2} 400) \cdot 2,0 = -2400 \text{ kgm} = -240000 \text{ kgcm}$$

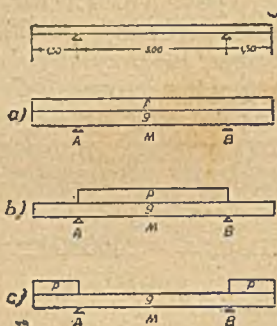


Rys. 114.

Obliczając belkę wykreślić, rysujemy wielobok sił $0123O$, przyjmawszy odległość biegunową $H=1,5$ t, następnie prowadzimy promienie wieloboku sznurowego $mr \parallel 0O$, $mn \parallel 1O$... Zamykając łączyć musi punkty przecięcia promieni skrajnych z kierunkami oddziaływań, t. j. r i p . Nie otrzymaliśmy zatem nigdzie momentu ujemnego, zaś oddziaływania mają wartość $O_1 = 0n$ i $O_2 = n3$, z których ostatnie, skierowane ku górze, daje wartość ujemną o wielkości $O_2 = -200$ kg. Największy moment występuje na podporze A i wynosi $M = rt \cdot H = 1,6 \text{ m} \cdot 1,5 \text{ t} = 2,4 \text{ tm} = 240000 \text{ kgcm}$.

54. Obliczyć oddziaływania, siły poprzeczne i momenty zgięcia belki wystającej, obciążonej ciężarem stałym $g = 500 \text{ kg/m}$ i ruchomym $p = 500 \text{ kg/m}$. Ciężar ruchomy należy przyjąć: a) rozłożony na całej długości belki, b) pomiędzy podporami, c) na wspornikach (porównaj rys. 115).

a) Ciężar rozłożony na całej długości belki.



Rys. 115.

Oddziaływanie O_A równa się oddziaływaniu O_B z powodu symetrii.

$$O_A = \frac{1}{2} (g + p) (3,00 + 5,00) = 3600 \text{ kg} = O_B$$

Siła poprzeczna na podporze A (właściwie tuż obok podpory) w części wystającej belki jest więc

$$T_a' = -(g + p) 1,50 = -1350 \text{ kg},$$

zaś w A, tuż obok pod podpory, w części środkowej jest:

$$T_a'' = \frac{1}{2} (g + p) 5,00 = 2250 \text{ kg}$$

Moment zginający na podporze A:

$$M_a = -(g + p) \frac{1,50^2}{2} = 1012,5 \text{ kgcm.}$$

Moment zginający w środku belki, tj. w przekroju M:

$$M_m = 3600 \cdot 2,50 - 3600 \frac{1,50 + 2,50}{2} = 3600 (2,50 - 2,00) = 1800 \text{ kgm.}$$

b) Ciężar ruchomy tylko między podporami.

Oddziaływanie na podporze A:

$$O_A = (g + p) 2,50 + g \cdot 1,50 = 2250 + 750 = 3000 \text{ kg} = O_B$$

Siła poprzeczna na podporze A (na lewo od podpory):

$$T_a' = -g \cdot 1,50 = -750 \text{ kg},$$

zaś na prawo od podpory:

$$T_a'' = (g + p) \cdot 2,50 = 2250 \text{ kg.}$$

Moment zginający na podporze A:

$$M_a = -g \frac{1,50^2}{2} = -562,5 \text{ kgm}$$

Moment zginający w środku belki:

$$M_m = 3000 \cdot 2,50 - (g + p) \frac{2,50^2}{2} - g \cdot 1,50 \left(2,50 + \frac{1,50}{2} \right) = 7500 - 2812,5 - 2437,5 = 2250 \text{ kgm}$$

c) Ciężar ruchomy tylko na wspornikach:

Oddziaływanie na podporze A:

$$O_A = (g + p) 1,50 + g \cdot 2,50 = 1350 + 1250 = 2600 \text{ kg.}$$

Siła poprzeczna na podporze A na lewo od podpory jest więc:

$$T'_a = -(g + p) \cdot 1,50 = -1330 \text{ kg}$$

na prawo od podpory: $T''_a = g \cdot 2,50 = 1250 \text{ kg.}$

Moment zginający na podporze A:

$$M_a = -(g + p) \frac{1,50^2}{2} = 1012,5 \text{ kgm.}$$

Moment zginający w środku belki:

$$M_m = 2600 \cdot 2,50 - (g + p) 1,50 \left(\frac{1,50}{2} + 2,50 \right) - g \cdot \frac{2,50^2}{2} = 6500 - 4387,5 - 1562,5 = 550 \text{ kgm.}$$

Widzimy zatem, że najw. moment na podporze otrzymujemy dla obciążenia wspornika, — obciążenie przęśła jest obojętne; — zaś najw. moment w środku belki dla obciążenia przęśła przy wspornikach nieobciążonych.

§ 28. Belka jednym końcem utwierdzona (wspornik).

Prócz belek podpartych spotykamy w budownictwie bardzo często belki wmurowane jednym końcem w ścianę czyli wsporniki, np. belki podtrzymujące galerje, balkony (rys. 116). Każdy ciężar, umieszczony na takiej belce (i sam ciężar własny belki) stara się obrócić belkę około punktu A w kierunku strzałki (por. rys. 117); w równowadze utrzymuje się belka tylko dzięki ciężarowi muru, jaki spoczywa na jej wmurowanym końcu.



Rys. 116.

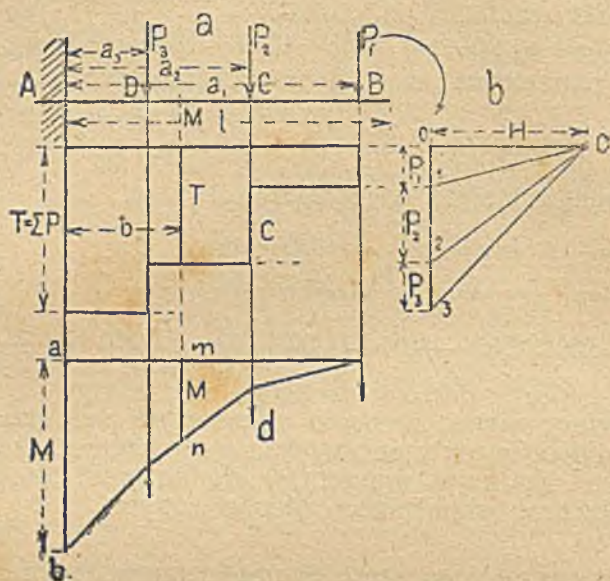
Siły poprzeczne i momenty oblicza się podobnie jak dla wypadków poprzednich. Dla sił P_1 , P_2 , P_3 kreślimy wielobok sił i wielobok sznurowy, a promienie tego ostatniego dają wielkość momentu w dowolnym punkcie. Np. długość mn odczytana w skali momentów daje wielkość momentu zginającego w punkcie M ; zaś długość ab wielkość momentu na podporze. Jak widzimy, największy jest tu moment podporowy.

Rachunkowo otrzymamy moment w punkcie M :

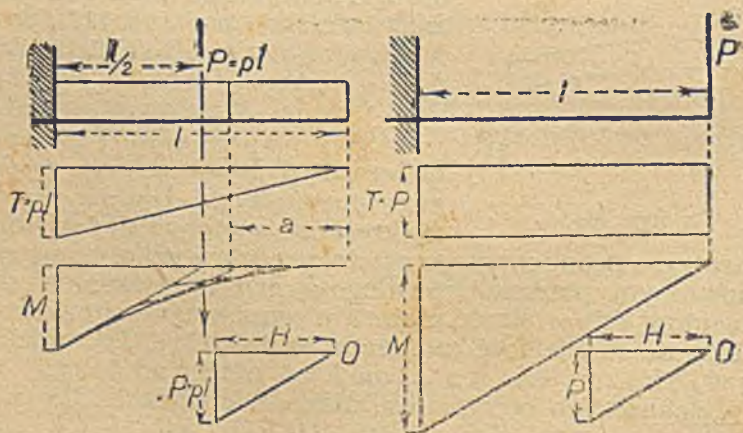
$$M = -P(a_1 - b) - P_2(a_2 - b) \dots \dots \dots 55$$

na podporze:

$$\text{najw. } M = -P_1 a_1 - P_2 a_2 - P_3 a_3 \dots \dots \dots 56$$



Rys. 117.



Rys. 118.

Siła poprzeczna w każdym punkcie równa jest sumie wszystkich sił po jednej (tu prawej) stronie przekroju, więc na długości BC :

$$T = -P_1 \dots \dots \dots 57$$

na długości CD :

$$T = -(P_1 + P_2) \dots \dots \dots 57a$$

i t. d. Stąd wykreślnie otrzymujemy linię schodkową (rys. 117c). Siła poprzeczna ma znak ujemny, gdyż wszelkie siły działają w dół.

Dla jednego ciężaru P umieszczonego na końcu wspornika otrzymujemy najw. moment (na podporze):

$$\text{najw. } M = Pl \dots \dots \dots 58$$

$$T = P \dots \dots \dots 59$$

Wielobok momentów jest tu trójkątem o najw. rzędnej w miejscu wmurowania (por. rys. 118a), wielobok sił poprzecznych prostokątem o (stałej) wysokości $T = P$.

Dla ciężaru jednostajnie rozłożonego (rys. 118b) znajdujemy moment zginający w punkcie M , skupiając obciążenie na długości a w środku i biorąc jego moment względem odpowiedniego punktu:

$$M = -pa \frac{a}{2} = -p \frac{a^2}{2} \dots \dots \dots 60$$

Na podporze moment wynosi:

$$\text{najw. } M = -pl \frac{l}{2} = -\frac{pl^2}{2} \dots \dots \dots 61$$

Jeśli całkowite obciążenie pl nazwiemy P , to wzór ten otrzymamy w postaci:

$$\text{najw. } M = -\frac{Pl}{2} \dots \dots \dots 62$$

Przykłady 55—57.

55. Ciężar $P = 900$ kg umieszczony jest na końcu wspornika o długości $l = 1,20$ m (por. rys. 74). Jakie momenty i siły poprzeczne działają na wspornik (por. przykład 28).

Największy moment występuje w miejscu wmurowania i wynosi $M = Pl = -900 \cdot 1,20 = 108000$ kgcm. Wykreślnie otrzymaliśmy wynik ten sam.

Siła poprzeczna w każdym punkcie belki $T = P = 900$ kg.

56. Ciężar 750 kg/mb rozłożony jest jednostajnie na całej długości wspornika o dług. $1,20$ m (rys. 75). Znaleźć momenty i siły poprzeczne (por. przykład 29)

$$\text{Najw. } M = -p \frac{l^2}{2} = -750 \cdot \frac{1,20^2}{2} = 540 \text{ kgm} = 54000 \text{ kgcm}$$

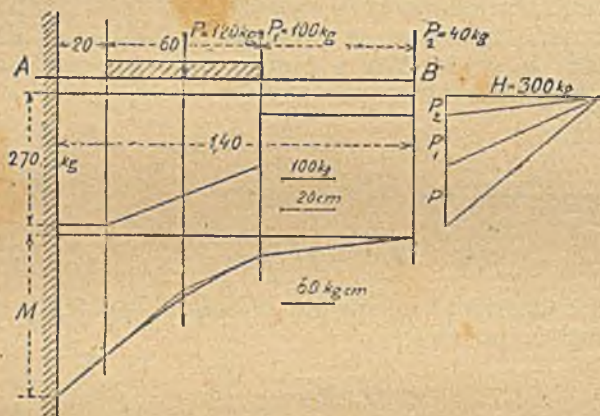
Również ze wzoru 59 otrzymamy:

$$P = pl = 750 \times 1,20 = 900 \text{ kg,}$$

$$\text{najw. } M = -\frac{Pl}{2} = -\frac{1}{2} 900 \cdot 1,20 = 5400 \text{ kgcm}$$

Jeżeli zatem ciężar ($P = 900 \text{ kg}$) rozłożony jest na całej długości wspornika, to najw. moment jest dwukrotnie mniejszy, niż dla tegoż ciężaru, ale skupionego i umieszczonego na końcu belki.

57. Wyznaczyć linje momentów i sił poprzecznych wspornika, obciążonego ciężarem jednostajnie rozłożonym $p = 200 \text{ kg/mb}$ na długości 60 cm , oraz ciężarami skupionymi $P_1 = 100 \text{ kg}$ i $P_2 = 40 \text{ kg}$ (por. rys. 119).



Rys. 119.

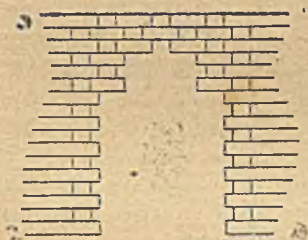
Ciężar jednostajnie rozłożony ma wielkość łączną $P = 200 \cdot 0,6 = 120 \text{ kg}$. Dla tego ciężaru oraz dla obu ciężarów skupionych wykreślamy wedle § 28 wielobok momentów, w który następnie wkreśliliśmy na przestrzeni ciężaru rozłożonego (t. j. 60 cm) parabolę. Największy moment wynosi: $M = -\left[P \cdot \left(0,20 + \frac{0,60}{2} \right) + P_1 \cdot 90 + P_2 \cdot 1,40 \right] = -\left[120 \cdot 0,50 + 100 \cdot 0,90 + 40 \cdot 1,40 \right] = -206 \text{ kgm} = -20600 \text{ kgcm}$. Tę samą wartość otrzymaliśmy z wykresu.

Linia sił poprzecznych, podana na rys. 119, nie wymaga bliższych wyjaśnień. Najw. siła poprzeczna $T = P + P_1 + P_2 = 120 + 100 + 40 = 260 \text{ kg}$.

§ 29. Obciążenie niejednostajne.

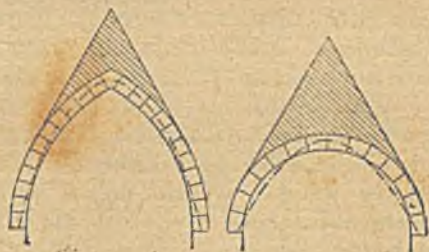
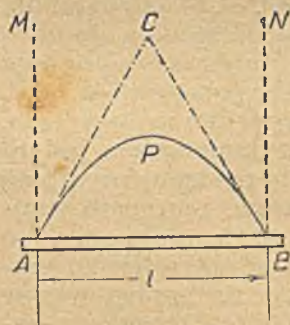
Właściwie rzadko tylko zdarzają się belki obciążone jednostajnie. Np. belki stropowe obciążone są w rzeczywistości sprzętami, względnie ludźmi, zupełnie nieregularnie. Mimo jednak, obliczając tak te belki, jak i wiele innych, przyjmujemy, że obciążone są one ciężarem zupełnie jednostajnym; ułatwia to bowiem obliczenie, a nadto zapewnia bezpieczeństwo wobec tego, że nie można przewidzieć, gdzie i jak ciężkie przedmioty będą umieszczone, a zupełnie to samo dotyczy i innych dźwigarów.

Zdarzają się jednakowoż wypadki, w którychz góry przyjąć winniśmy obciążenie niejednostajne. Ma to miejsce np.



Rys. 120.

przy obliczaniu belek i podciągów, podtrzymujących wysokie ściany, przy obliczaniu belek, dźwigających stropy o nieregularnym kształcie itd. W pierwszym wypadku z powodu następującego: Mur, dzięki wiązaniu cegieł i dzięki zaprawie w razie zawalenia się podciągu nie załamałby się wedle pionowych prostych AM i BN wychodzących z podpór, ale utworzyłoby się niejako sklepienie o kształcie zbliżonym do paraboli APB podtrzymujące wyższe części muru. (Por. rys. 120 i 120 a). Zamiast tej paraboli przy-



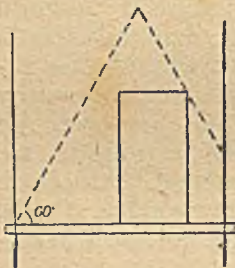
Rys. 120 a, b, c.

muje się często dla wygody obliczenia i dla zabezpieczenia pewności konstrukcji trójkąt ACB^*). Tak też poleca obliczać takie podciągi polskie Ministerstwo Robót Publicznych i

*) To samo dotyczy też sklepień, porównaj rys. 120 b, c).

przyjmować pochylenie prostych ograniczających pod kątem 60°). W razie gdy w ścianie znajdują się otwory (okna, drzwi itp.) należy proste ograniczające przesunąć tak, aby nie przecinały otworu (porównaj rys. 121).

Weźmy pod uwagę belkę obciążoną ciężarem rozłożonym niejednostajnie np. wedle rys. 122. W celu wyznaczenia linii momentów dzielimy powierzchnię obciążenia na poszczególne części o kształcie możliwie prostym, w danym wypadku na trapezy i trójkąty, i obliczamy ich ciężary. Np. ciężar na długości AC wynosi $P_1 = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)a$ i zaczepia w środku ciężkości trapezu $ACC'A'$, które łatwo możemy określić wedle § 22. 5. Podobnie znajdziemy ciężary $P_2 = \frac{1}{2}(p_2 + p_3)b$, $P_3 = \frac{1}{2}(p_3 + p_4)c$, oraz $P_4 = \frac{1}{2}p_4d$. Ostatni ciężar zaczepia w środku ciężkości trójkąta EBB' , więc w odległości $\frac{2}{3}d$ od podpory B . Kreślimy teraz wielobok sił 12340 i wielobok sznurowy, prowadząc promienie tegoż równoległe do promieni wieloboku sił, a więc $ap \parallel 0O$, $pr \parallel 1O$..., a wreszcie zamykając ab . W długościach odpowiadających poszczególnym częściom obciążenia ac , cd ... wkreślamy linie krzywe, styczne do wieloboku w punktach a , c , d ..., które dają właściwy kształt linii momentów. Krzywe te dla obciążenia trójkątowego i trapezowego są parabolami sześciennymi.



Rys. 121.

Linie sił poprzecznych wykreślamy od osi $a'b'$, odcinając w m' rzędną $a'a''$, w c' rzędną $c'c''$ i t. d. Linia sił poprzecznych jest krzywą, przechodzącą przez punkty a'' , c'' , d'' , e'' , b'' i to parabolą drugiego stopnia dla obciążenia stopniowego lub trapezowego**).

Największy moment występuje w miejscu, gdzie linia sił poprzecznych przecina oś, t. j., gdzie ma rzędną równą zero, w danym wypadku w punkcie m .

Znalezienie największego momentu rachunkiem jest tu zazwyczaj dość uciążliwe, dlatego z reguły postępujemy drogą wykreslną, albo przynajmniej miejsce najw. momentu znajdujemy drogą wykreslną, a wielkość tegoż obliczamy, co zresztą najczęściej wykonuje się też dla kontroli rachunku wykreslnego. Można też podzielić obciążenie na bardzo wąskie paski i w poszczególnych punktach obliczać momenty ra-

*) Wedle przepisów M. R. P. grubość filara narożnego, podtrzymującego podciąg tak obliczony powinna być conajmniej równa $\frac{1}{2}l$, w przeciwnym razie podciąg należy obliczać na cały ciężar ściany, ograniczonej liniami pionowymi.

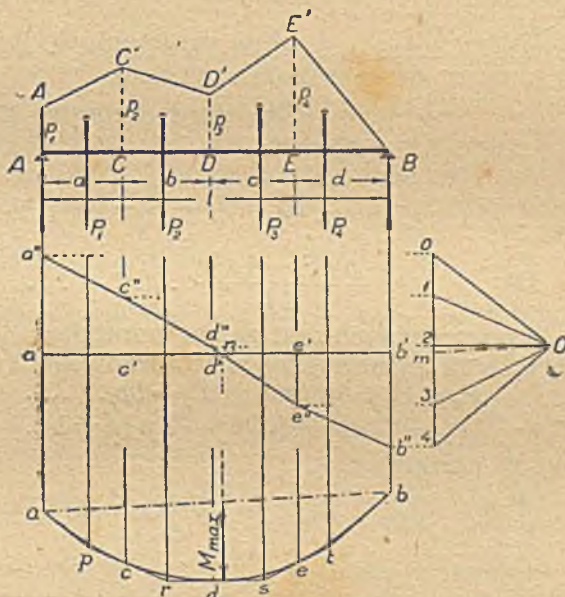
**) O ileby na pewnej części belki było obciążenie jednostajne, to na tej części linia sił poprzecznych będzie prosta.

chunkowo. Największy z momentów tak obliczonych nie będzie wprawdzie z reguły momentem bezwzględnie największym, ale różnica wielka nie będzie.

W wypadkach prostszych droga rachunkowa prowadzi prędzej do celu. Np. dla obciążenia por. rys. 123 w kształcie trójkąta równoramiennego, (a więc symetrycznie rozmieszczonego), najw. moment występuje w środku belki. Wtedy otrzymamy mianowicie:

$$P_1 = P_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{l}{2} \cdot p = \frac{1}{4} pl \dots \dots \dots 63$$

Oddziaływania: $O_1 = O_2 = P_1 = \frac{1}{4} pl \dots \dots \dots 63a$



Rys. 122.

Najw. moment (w środku belki):

$$\text{najw. } M = O_1 \frac{l}{2} - P_1 \frac{l}{6} = \frac{1}{4} pl \left(\frac{l}{2} - \frac{l}{6} \right) = \frac{1}{12} pl^2 \dots \dots 64$$

Jeżeli całkowite obciążenie belki wynosi $P = \frac{1}{2} pl$ to

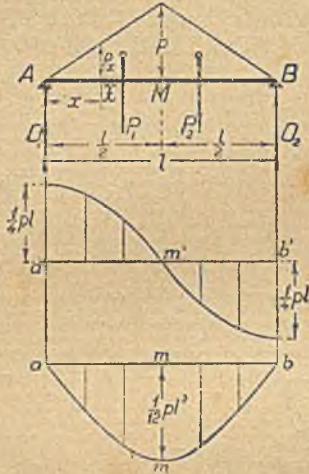
$$\text{najw. } M = \frac{1}{6} Pl \dots \dots \dots 65$$

względnie $\text{najw. } M = \frac{1}{3} P_1 l \dots \dots \dots 65a$

Siła poprzeczna w środku belki: $T = 0 \dots \dots 66$

W dowolnym punkcie X otrzymujemy rzędną obciążenia

$$p_x = \frac{px}{\frac{1}{2}l} = \frac{2px}{l}, \text{ a więc obciążenie na długości } x:$$



Rys. 123.

$$P_x = \frac{1}{2}x \cdot \frac{2px}{l} = \frac{px^2}{l} \dots 67$$

a stąd moment w punkcie x:

$$M_x = O_1x - \frac{px^2}{l} \cdot \frac{x}{3} = \frac{pl}{4}x - \frac{1}{3}p \frac{x^3}{l} = \frac{px(3l^2 - 4x^2)}{12l}$$

Linia momentów jest zatem parabolą sześcienną.

Siła poprzeczna w punkcie x wynosi:

$$T_x = O_1 - \frac{px^2}{l} = \frac{1}{4}pl - \frac{px^2}{l} = \frac{p(l^2 - 4x^2)}{4l} \dots 68$$

Linia sił poprzecznych jest zatem parabolą.

Dla obciążenia symetrycznego trapezowego (rys. 124) otrzymamy: $P_1 = P_3 = \frac{1}{2}ap$ $P_2 = bp$ 69

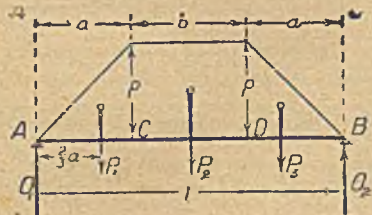
$$O_1 = O_2 = P_1 + \frac{1}{2}P_2 = \frac{1}{2}ap + \frac{1}{2}bp = \frac{1}{2}p(a+b) \dots 70$$

Moment w punkcie c:

$$M_c = O_1a - \frac{P_1a}{3} = \frac{1}{2}p(a+b)a - \frac{1}{2}ap \cdot \frac{a}{3} = \frac{1}{6}a(2a+3b)p \quad 71$$

Najw. moment w środku belki:

$$\begin{aligned} \text{najw. } M &= O_1 \frac{l}{2} - P_1 \left(\frac{a}{3} + \frac{b}{2} \right) - \\ &- \frac{1}{2}P_2 \frac{b}{2} = \frac{1}{2}p(a+b) \frac{l}{2} - \\ &- \frac{1}{2}ap \left(\frac{a}{3} + \frac{b}{2} \right) - \frac{1}{2}bp \frac{b}{2} \end{aligned}$$



Rys. 124.

$$\text{najw. } M = \frac{a}{3}(a + \frac{3}{2}b)p \dots 71a$$

Siła poprzeczna w punkcie C wynosi:

$$T_c = O_1 - P_1 = (P_1 - \frac{1}{2}P_2) - P_1 = \frac{1}{2}P_2 = \frac{1}{2}bp \dots 72$$

Analogicznie w punkcie D :

$$T_a = -\frac{1}{2} bp \dots \dots \dots 72a$$

Między punktami C i D linia sił poprzecznych jest prostą; natomiast na długościach AC i DB jest parabolą drugiego stopnia; linia momentów między C i D parabolą drugiego stopnia, na długościach AC i DB parabolą sześcienną.

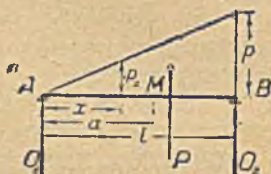
Dla obciążenia trójkątowego wedle rys. 125 otrzymujemy:

$$P = \frac{1}{2} pl$$

$$O_1 = \frac{1}{3} P = \frac{1}{6} pl \quad O_2 = \frac{2}{3} P = \frac{1}{3} pl \quad . \quad 73$$

Moment w dowolnym punkcie x wynosi:

$$M = \frac{Px}{3l^2}(l^2 - x^2) = \frac{1}{6} \frac{px}{l}(l^2 - x^2) \quad 74$$



Rys 125.

Linia momentów jest więc parabolą sześcienną

Miejsce najw. momentu możemy znaleźć z warunku, że siła poprzeczna w tym miejscu musi być równa zero.

Otrzymamy wtedy: $T = O_1 - Pa$, gdzie $Pa = p \frac{a^2}{2}$

Podstawiając wartości za O_1 i Pa i przyrównując T do zera, otrzymamy: $\frac{1}{6} pl^2 - \frac{1}{2} pa^2 = 0$

a stąd
$$a = \frac{l}{\sqrt{3}} = 0,5774 l$$

Zaś najw. moment:

$$\begin{aligned} \text{najw. } M &= \frac{1}{6} \frac{pa}{l}(l^2 - a^2) = \frac{1}{6} \frac{p}{l} \cdot \frac{l}{\sqrt{3}} \left(l^2 - \frac{l^2}{3} \right) = \\ &= 0,064 pl^2 - 0,128 Pl \quad \dots \dots \dots 75 \end{aligned}$$

Dla wspornika obciążonego wedle trójkąta o największej rzędnej w punkcie A (por. rys. 126) otrzymamy najw. moment w miejscu wmurowania A .

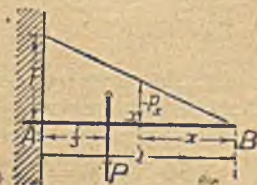
Mamy tu:

$$P = \frac{1}{2} pl = \text{najw } T \quad \dots \dots \dots 76$$

$$\text{najw. } M = P \frac{l}{3} = \frac{1}{2} pl \cdot \frac{l}{3} = \frac{1}{6} pl^2 \quad 77$$

W dowolnym punkcie X oddalonym o długość x od końca wspornika mamy:

$$p_x = p \frac{x}{l} \quad \dots \dots \dots 78$$



Rys. 126.

$$T_x = 1/2 p_x x = 1/2 p \frac{x^2}{l} \dots \dots \dots 79$$

$$M_x = 1/6 p_x x^2 = 1/6 \frac{p x^3}{l} = 1/3 \frac{P x^2}{l^2} \dots \dots \dots 80$$

Przykłady 58—63.

58 Obliczyć największy moment zginający belki podtrzymującej ścianę z cegły zwykłej o grubości 0,42 m, (porównaj rys. 127).

Jeżeli rozpiętość w świetle wynosi $l^0 = 3,60$ m, to teoretyczny odstęp punktów podparcia belki wynosi: $l = 1,05 l_0 = = 1,05 \cdot 3,60 = 3,78$ kg.

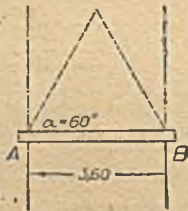
Całkowity ciężar muru działający na belkę:

$$P = 3,78 \cdot \frac{3,28}{2} \cdot 0,42 \cdot 1600 = 4240 \text{ kg.}$$

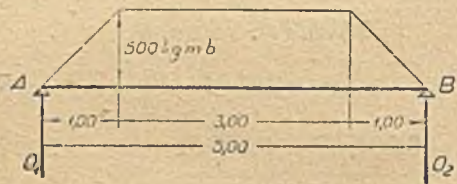
$$\text{Oddziaływania } O_1 = O_2 = \frac{P}{2} = 2120 \text{ kg.}$$

Największy moment zginający w środku rozpiętości belki:

$$M = \frac{P l_1}{12} = \frac{4240 \cdot 3,78}{12} = 1336 \text{ kgm.}$$



Rys. 127.



Rys. 128

59. Na belkę o długości 5,00 m działa obciążenie wedle rys. 128. Znaleźć największy moment zginający drogą rachunkową.

$$P_1 = 1/2 \cdot 1000 \times 500 = 250 \text{ kg} \quad P_2 = 1,50 \times 500 = 750 \text{ kg}$$

$$O_1 = O_2 = P_1 + P_2 = 250 + 750 = 1000 \text{ kg.}$$

Największy moment zginający w środku rozpiętości belki:

$$M = O_1 \frac{l}{2} - p_1 \left(\frac{b}{2} + \frac{a}{3} \right) - p_2 \frac{b}{4} = 1000 \cdot 2,50 - 250 \left(1,50 + \right. \\ \left. + \frac{1,00}{3} \right) - 750 \frac{1,50}{2} = 2500 - 458 - 562 = 1480 \text{ kgm.}$$

60. Pał AB podparty górą na belce mostowej B , zaś dołem na podwalinie A , podtrzymuje zastawkę AB (Por. rys. 129). Jak wielki moment przenosi się na pał, jeżeli woda sięga do poziomu B . Odstęp sąsiednich pali od siebie wynosi $b = 1,50$ m.

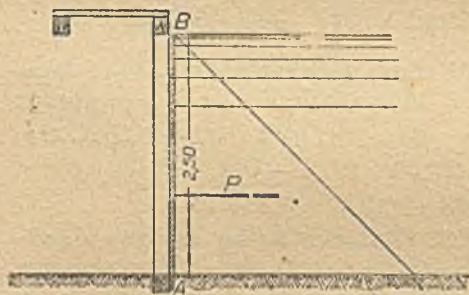
Parcie wody P działające w dolnej jednej trzeciej wysokości ma wielkość:

$$P = \frac{h^2}{2} g_w b = \frac{2,50^2}{2} 1000 \cdot 1,50 = 4,69 \text{ t.}$$

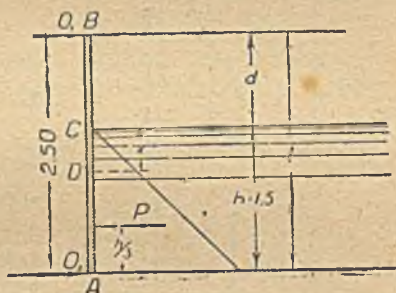
Oddziaływanie (względnie ciśnienie na belkę mostową), przeniesione przez pał w punkcie B wynosi wedle wzoru 73:

$$O_1 = \frac{P}{3} = 1,57 \text{ t,}$$

zaś poziome ciśnienie pała (oddziaływanie podwaliny) w punkcie A : $O_2 = \frac{2}{3} P = 3,13 \text{ t.}$



Rys. 129.



Rys. 130.

Największy moment występuje w odległości $a = 0,5774 h = 0,5774 \times 2,50 = 1,44$ m, od punktu B , a więc w wysokości $2,50 - 1,44 = 1,06$ m od dna i wynosi wedle wzoru 75.

$$\text{najw. } M = 0,128 Pl = 0,128 \cdot 4,69 \cdot 2,50 = 1503 \text{ kgm}$$

61. Pał AB o długości $l = 2,50$ m podparty górą na belce mostowej B , zaś dołem na podwalinie A , podtrzymuje zastawkę. Obliczyć, jak wielki moment przenosi się na pał, jeżeli woda sięga do poziomu $h = 1,50$ m. (Por. rys. 130).

Wypadkowa parcia wody P działa w dolnej jednej trzeciej trójkąta parcia wody i wynosi:

$$P = \frac{1}{2} h^2 b g_w = 1,69 \text{ t.}$$

Ciśnienie w p. B znajdziemy z równania:

$$O_1 l = P \frac{h}{3}. \text{ skąd: } O_1 = P \frac{h}{3l} = 0,34 \text{ t}$$

Ciśnienie pala (oddziaływanie podwaliny) w punkcie A będzie: $O_2 = P - O_1 = 1,69 - 0,34 = 1,35$ t.

Moment w przekroju D , odległym o $(x+d)$ od podpory B wynosi: $M_x = O_1(x+d) - \frac{1}{2}x^2bg_w \frac{x}{3} = \frac{1}{6}bg_w [3(x+d)h^2 - x^2]$

Miejsce działania najw. momentu otrzymamy na zasadzie, że siła poprzeczna w tym przekroju jest zerem.

$$T = O_1 - P_x \quad \text{gdzie } P_x = g_w b \frac{x^2}{2}$$

Podstawiając wartość za O_1 i P_x i przyrównując ostatecznie T (siłę poprzeczną) do zera, otrzymamy:

$$T = O_1 - P_x = 0$$

$$\frac{1}{6} \frac{h^3}{l} bg_w - \frac{1}{2} x^2 bg_w = 0$$

$$\text{skąd } x = \sqrt{\frac{h^3}{3l}} = 0,67 \text{ m}$$

Wstawiając wartość za x w równanie na M_x , otrzymamy najw. moment:

$$\begin{aligned} M_{max} &= O_1(x+d) - \frac{1}{6}bg_w x^3 = \\ &= 0,34(0,67+1,00) - \frac{1}{6}1,50 \cdot 1,00 \cdot 0,67^3 = \\ &= 0,568 - 0,075 = 0,483 \text{ tm.} \end{aligned}$$

62. Obliczyć belkę żelazną dźwigającą ścianę o grubości 0,30 m, wysoką 7,70 m, z otworami jak przykład 48, jednakowoż na zasadzie trójkątego rozkładu ciśnienia muru. (por. rys. 131).

Obciążenie belki przyjmujemy odpowiednio do przepisów Ministerstwa Robót Publicznych wedle figury ograniczonej od dołu prostą poziomą przechodzącą przez punkty podparcia A i B , z boku rzędnymi wychodzącymi z punktów

A i B , jako też prostymi nachylenymi pod kątem 60° do poziomemu, przechodzącymi przez naroża górnego otworu.

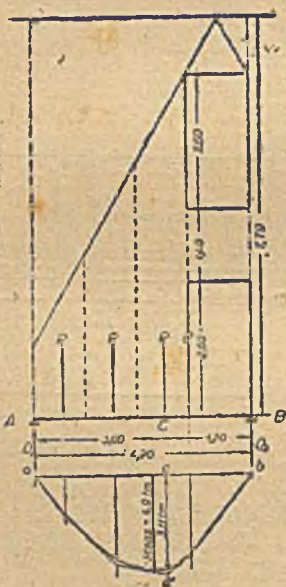
Ciężary poszczególnych pasków wynoszą wtedy:

$$P_1 = 1600 \cdot 0,30 \cdot 4,45 \cdot 0,50 = 1170 \text{ kg}$$

$$P_2 = 1600 \cdot 0,30 \cdot 7,95 \cdot 0,50 = 1910 \text{ kg}$$

$$P_3 = 1600 \cdot 0,30 \cdot 11,45 \cdot 0,50 = 2750 \text{ kg}$$

$$P_4 = 1600 \cdot 0,30 (1,20 \cdot 1,05 \cdot 0,50 + 1,20 \cdot 1,40) = 1100 \text{ kg.}$$



Rys. 131.

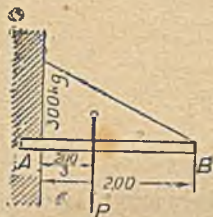
$$\text{Oddziaływanie: } O_1 = \frac{1}{4,20} (1170 \cdot 4,64 + 1910 \cdot 2,66 + \\ + 2750 \cdot 1,68 + 1100 \cdot 1,20) = \frac{16460}{4,20} = 3680 \text{ kg.}$$

$$\text{Momenty: } M_1 = O_1 (4,20 - 3,64) = 2060 \text{ kg}$$

$$M_2 = O_1 \cdot 1,54 - P_1 \cdot 0,98 = 5670 - 1150 = 4520 \text{ kgm}$$

$$M_3 = O_1 \cdot 2,52 - P_1 \cdot 1,96 - P_2 \cdot 0,98 = \\ = 9280 - 2300 - 1870 = 5110 \text{ kgm.}$$

$$M_4 = O_1 \cdot 3,00 - P_1 \cdot 2,44 - P_2 \cdot 1,46 - \\ - P_3 \cdot 0,48 = 11040 - 2860 - 2790 - 1320 = \\ = 4070 \text{ kgm}$$



Rys. 132.

Moment największy wypada, jak wiadać z rysunków, w pobliżu p. 3. Różni się on jednak co do wielkości bardzo mało od M_3 , tak, że przyjęc możemy i dla obliczenia, że najw. $M = M_3 = 5110 \text{ kgm}$.

W rzeczywistości najw. moment znajdziemy wkreślając krzywą styczną do wieloboku sznurowego. Otrzymamy wtedy dokładnie najw. $M = 4900 \text{ kgm}$

63. Obliczyć najw. moment belki wspornikowej, obciążonej wedle rys. 132.

$$M = 300 \cdot \frac{2,00}{2} \cdot \frac{1}{3} 2,00 = 200 \text{ kgm.}$$

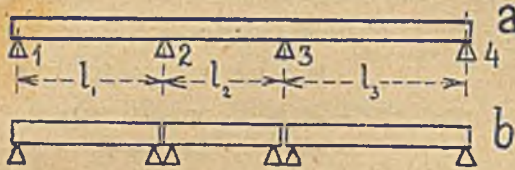
Najw. siła poprzeczna:

$$T = 300 \cdot \frac{2,00}{2} = 300 \text{ kg.}$$

§ 30. Belka ciągła.

Jeżeli belka spoczywa na większej ilości podpór, niż dwie, nazywamy ją belką ciągłą (rys. 133 a). Dokładne obliczenie jej jest znacznie trudniejsze, niż belek prostych; trzeba bowiem zbadać najpierw ugięcie belki (por. § 43), a powtóre oddziaływania, siły poprzeczne i momenty zależą w znacznym stopniu od wysokości podpór. Jeśli np. podpora środkowa leży niżej od skrajnych, to dźwiga mniej, tj. oddziaływanie jej jest mniejsze, niż gdyby leżała w równej wysokości z niemi; zmieniają się też siły poprzeczne i momenty. A że, nawet zbudowawszy podpory w równej wysokości, nigdy nie możemy być pewni, czy która z nich się nie

obniżyć*), przeto stosunkowo rzadko używamy belek ciągłych i raczej stosujemy na ich miejscu odpowiednią ilość belek wolno podpartych. Tak np. zamiast belki ciągłej, podanej na rys. 133a użyjemy raczej trzech belek według rys. 133b, o (prawie) tych samych rozpiętościach l_1, l_2, l_3^{**} .



Rys. 133 a i b.

Poniżej (str. 99) podajemy tabliczkę oddziaływań, najw. sił poprzecznych i najw. momentów dla belek ciągłych o równych przęsłach $l_1 = l_2 = l_3$, o podporach, leżących w równej wysokości, obciążonych ciężarem jednostajnym zupełnym.

Przykłady 64 i 65.

64. Podciąg żelazny AB , podtrzymujący strop sklepiony między dźwigarami, wspiera się na murach i na słupie S . Należy znaleźć największy moment nań działający dla $z = 600 \text{ kg/m}^2$ (rys. 134 i 135).

Wedle tablicy na str. 99 największy moment dla belki ciągłej dwuprzęsłowej wynosi $M = -\frac{1}{8} z l^2$. W danym wypadku $z = 2 \cdot \frac{4,0}{2} \cdot 600 = 2400 \text{ kg/mb}$, zatem $M = -\frac{1}{8} 2400 \cdot 7,5^2 = -1687,5 \text{ kgm}$ i na ten też moment należy belkę obliczyć.

Jeżelibyśmy użyli dwu belek, podpartych jedna w A i S , druga w S i B , to najw. moment wynosiłby też $M = \frac{1}{8} z l^2$, co znaczy, że dla zwykle używanych w budownictwie łądowem, musielibyśmy dać te same wymiary dla belki ciągłej, co dla dwu belek wolno podpartych. Ponieważ zaś obliczenie belki ciągłej nie jest nigdy zbyt pewne z powodów, podanych w § 30, przeto zastosujemy tu dwie belki wolno podparte.

65. Obliczyć największy moment zgięcia podciagu AB , w razie, gdyby spoczywał na czterech podporach, t. j. na murach AB , oraz na dwu słupach S_1 i S_2 (rys. 136).

*) Np. może mur w jednym miejscu osiąść więcej, niż w drugim

**) Natomiast często używamy belek ciągłych w konstrukcjach żelbetowych (żelazno-betonowych).

Ilość przęseł	Oddziaływania	Największe siły poprzeczne	Momenty podporowe*)	Największe momenty dodatnie
2	$O_1 = O_3 = \frac{3}{8} \text{ z l} =$ $= 0,375 \text{ z l}$ $O_2 = \frac{5}{4} \text{ z l} = 1,25 \text{ z l}$	$T_1 = T_3 = O_1 =$ $= \frac{3}{8} \text{ z l} = 0,375 \text{ z l}$ $T_2 = \frac{1}{2} O_2 = \frac{5}{8} \text{ z l}$ $= 0,625 \text{ z l}$	$M_1 = M_2 = 0$ $M_2 = -\frac{1}{8} \text{ z l}^2 =$ $= -0,125 \text{ z l}^2$	najw. $+M = 0,07 \text{ z l}^2$
3	$O_1 = O_4 = 0,4 \text{ z l}$ $O_2 = O_3 = 1,1 \text{ z l}$	$T_1 = T_4 = O_1 = 0,4 \text{ z l}$ $-T_2 = +T_3 = 0,6 \text{ z l}$ $+T_2 = -T_3 = 0,5 \text{ z l}$	$M_1 = M_4 = 0$ $M_2 = M_3 = -0,1 \text{ z l}^2$	w przęsłach skrajnych najw. $+M =$ $= 0,08 \text{ z l}^2$ w przęśle środkowym najw. $+M =$ $= 0,025 \text{ z l}^2$

*) Zarazem największe momenty ujemne.

81

81a

§ 30. Belka ciągła.

Mamy tu do czynienia z belką trójprzęsłową o równych przęsłach. Momenty podporowe są ujemne i wynoszą według wzoru 81 a.

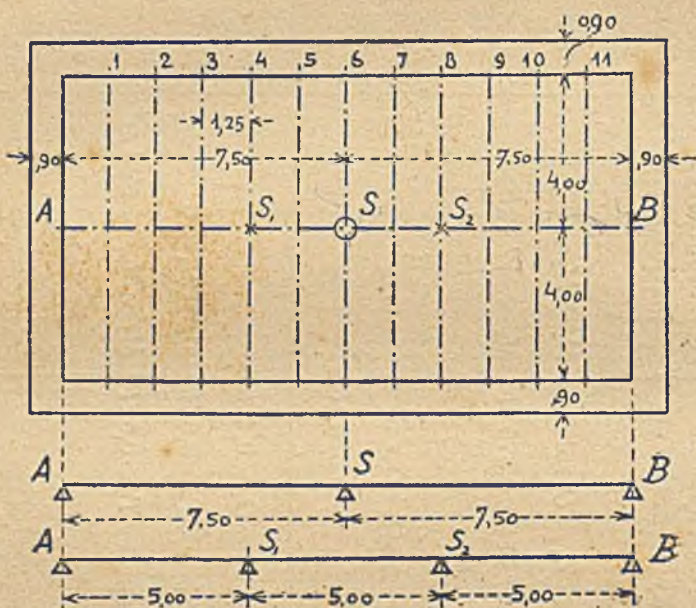
$$M_1 = M_2 = -\frac{1}{10} z l^2 = -\frac{1}{10} 2400 \cdot 5,0^2 = -6000 \text{ kgm.}$$

Moment dodatni w przęśle skrajnym:

$$M = +0,08 z l^2 = +0,08 \cdot 2400 \cdot 5,0^2 = -4800 \text{ kgm.}$$

Moment dodatni w przęśle środkowym:

$$M = +0,025 z l^2 = +0,025 \cdot 2400 \cdot 5,0^2 = +1500 \text{ kgm.}$$



Rys. 134, 135 i 136.

II. Wytrzymałość materiałów.

A. Wstęp.

§ 31. Pojęcia ogólne.

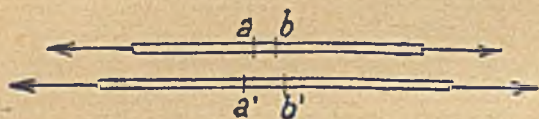
Weźmy pod uwagę pręt zrobiony z jakiegoś sprężystego materiału (np. laskę gumową lub sprężynę stalową). Jeśli wywrzemy nań nacisk z pewną siłą, to zmieni on swój kształt; jeśli jednakowoż rękę usuniemy, powróci do swego pierwotnego kształtu prawie zupełnie dokładnie. Podobną własność, choć w mniej widoczny sposób, posiadają i inne ciała: metale, drzewo i t. d., a nazywamy ją sprężystością. Im dokładniej ciało przybierze ten swój pierwotny kształt, tem jest bardziej sprężyste; jednak ciał zupełnie sprężystych, któreby w zupełności powracały do pierwotnej postaci niema wcale; i tę zmianę kształtu pod wpływem sił, czyli t. zw. odkształcenie, nieraz nawet niedostrzegalne dla oka ludzkiego, zauważymy, jeśli będziemy je badać zapomocą specjalnych przyrządów, pozwalających na skontrolowanie bardzo nieznacznych zmian.

Po usunięciu siły zewnętrznej część odkształcenia, t. zw. odkształcenie sprężyste, znika, część przeciw pozostaje. Odkształcenie pozostające nazywamy stałem lub niesprężystem.

Wielka część materiałów, używanych w budownictwie, ma także własność następującą: Jeśli ciało z nich zrobione pod wpływem pewnej siły odkształci się (np. wydłuży się lub skróci) o pewną długość, to pod wpływem siły 2, 3... razy większej odkształcenie to (t. j. wydłużenie lub skrócenie) będzie 2, 3... razy większe, czyli będzie wprost proporcjonalne do siły. Dzieje się to jednak tylko do pewnej granicy, którą nazywamy granicą proporcjonalności. Jeśli siła wzrastać będzie poza tą granicą, to już nawet stosunkowo małe zwiększenie siły powoduje stosunkowo wielkie odkształcenie, t. j. ciało wydłuży się o wiele pręcej niż

z początku. Chwilę, w której występuje takie szybkie wydłużanie, nazywamy granicą ciastowatości lub płynności. Jeśli siła działająca na ciało, będzie wzrastać jeszcze bardziej, to ostatecznie zwycięży ona spójność ciała, a ciało przerwie się, zgniecie czy złamie. Tę największą spójność, jaką ciało objawia w chwili zniszczenia, nazywamy wytrzymałością K . Jest ona oczywiście różna dla różnych nych materiałów.

Wytrzymałość zależy jednak nie tylko od materiału, ale i od sposobu, w jakie siły działają na ciało. Zajść tu

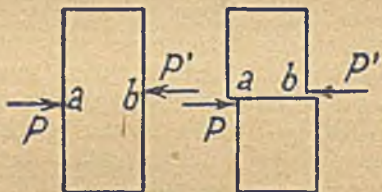


Rys. 137 i 138.

mogą następujące rodzaje wytrzymałości:

1. Wytrzymałość na rozciąganie (ciągnienie). Siła działa w osi ciała i stara się je wydłużyć, a ostatecznie przerwać. Jeśli np. dwóch ludzi ciągnie sznur w przeciwnych kierunkach, to sznur ten rozciąga się; sąsiednie (bardzo blisko obok siebie leżące) przekroje a i b starają się rozsuwać, oddalając się coraz bardziej od siebie (por. rys. 137 i 138); ostatecznie sznur przerwie się, gdy jego wytrzymałość zostanie przewyciężona. Na rozciąganie są narażone np. podwieszka (słup wiszący) wiązania wiszącego, kotew żelazna i t. d. (por. przykład 15 i 16).

2. Wytrzymałość na ściskanie (ciśnienie). Siła działa w osi ciała, starając się sąsiednie przekroje zbliżyć do siebie i zgnieść. Np. słup ceglany, który będziemy obciążać coraz to większym ciężarem. (Na ściskanie narażone są wszystkie słupy i filary w budynkach, fundamentach i t. d. (por. rys. 6 i przykłady od 1 do 7 i nast.).



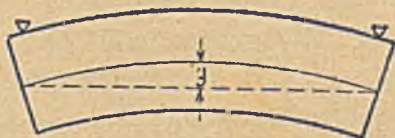
Rys. 139 i 140.

3. Wytrzymałość na ścinanie. Siła stara tu się ściąć sąsiednie przekroje, t. j. przesunąć je równoległe do siebie. Siła P działa w kierunku przeciwnym sile P_1 (rys. 139) i stara się ściąć ciało w płaszczyźnie ab (rys. 140), przesuując górną jego część po dolnej. Na ścinanie narażone są np. nity w konstrukcjach żelaznych, czopy połączeń drewnianych i t. d.

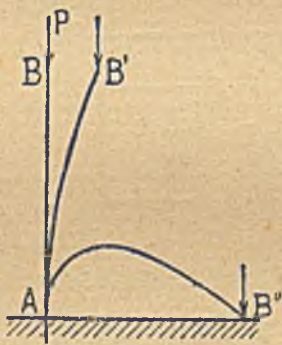
4. Wytrzymałość na zginanie. Siła działa tu prostopadłe do osi belki w jej płaszczyźnie, starając się ją wygiąć i ostatecznie złamać. W takiej belce włókna

górne skracają się, włókna dolne wydłużają się (rys. 141) albo przeciwnie (rys. 116). Na zginanie działają np. belki stropowe, płatwie i krokwie dachowe i t. d.

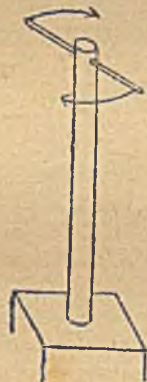
5. Wytrzymałość na wyboczenie. Zachodzi tu wypadek taki: Siła ściskająca (cisnąca) działa podobnie, jak w wypadku drugim, w osi pręta, który ma jednakowoż stosunkowo znaczną długość. Ciało zostałoby zgniecione tylko przy małej długości (czy wysokości) ciała i wtedy zaszedłby wypadek wytrzymałości na ściskanie, o jakiej mówiliśmy w przykładzie 2. Przy wysokości większej ciało pod wpływem wzrastającej siły wyboczy się (rys. 142) i ostatecznie złamie. Na wyboczenie narażone są słupy żelazne czy drewniane, jarzma mostów drewnianych i t. d.



Rys. 141.



Rys. 142.



Rys. 143.

6. Wytrzymałość na skręcenie. Para sił stara się przekroje sąsiednie obrócić względem siebie około osi pręta (rys. 143). Ten rodzaj naprężenia spotykamy bardzo rzadko w konstrukcjach inżynierskich, częściej o wiele w budowie maszyn; nie będziemy go przeto szerzej omawiali.

Zdarza się nieraz, że belka pracuje równocześnie na ściskanie i zginanie (np. drabina ukośnie postawiona, na której stanął człowiek, por. przykład 43), zginanie i ściskanie (np. sworzni w konstrukcjach żelaznych i t. p); wtedy mamy do czynienia z t. zw. wytrzymałością złożoną.

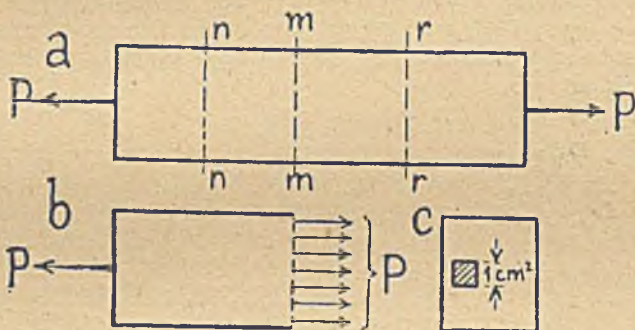
Nauka o wytrzymałości ma za zadanie sprawdzić, czy naprężenia (t. j. siły, jakie występują wewnątrz ciała pod

wpływem sił zewnętrznych) nie przekraczają dozwolonej wartości. Jaka jest ta dozwolona wartość, od czego zależy i t. d., będziemy mówić w § 33.

B. Wytrzymałość na rozciąganie (ciągnienie) i ściskanie (ciśnienie).

§ 32 Wytrzymałość na rozciąganie (ciągnienie) i ściskanie (ciśnienie).

Weźmy pod uwagę pręt o długości 1 cm i stałej powierzchni rzekroju F cm², na który działają na obu końcach dwie siły P kg równe i wprost przeciwnie skierowane (por. rys. 137, 138 i 144). Jeżeli siły te działają w środku cięż-



Rys. 144.

kości przekroju, to w każdym przekroju ciała np. mm powstaną siły wewnętrzne (rys. 144); które na całej jego powierzchni będą równe. Jeżeli powierzchnia przekroju wynosi więc F cm², to na 1 cm² przypadnie siła

$$\sigma = \frac{P}{F} \text{ kg/cm}^2 \dots \dots \dots 82$$

Taką siłą działającą na jednostkę przekroju nazywamy naprężeniem lub natężeniem, a mierzymy je ilością kilogramów, przypadającą na 1 cm², czyli ilością kilogramów na centymetr kwadratowy, co pisze się zwykle kg/cm².

Jeżeli ciało ma stały przekrój, to te same naprężenia działają w każdym przekroju, np. nn , rr i t. d. Przy rozciąganiu lub ściskaniu są one wszędzie prostopadłe, czyli „normalne” do przekroju nazywamy je naprężeniami lub „natężeniami normalnymi”.

Naprężenia te starają się zmienić odległość sąsiednich przekrojów, a to: jeżeli ciało narażone jest na rozciąganie,

starają się je rozsunąć; jeżeli na ściskanie, starają się je do siebie zbliżyć. Najczęściej rozciąganie oznaczamy znakiem „+”, ściskanie znakiem „-”. Np. $\sigma = \frac{P}{F}$ oznaczałoby, że siła P wywołuje w przekroju ściskanie.

Ostatecznie pręt rozciągany przerwie się. Jeżeli przerwanie nastąpi przy sile P_r , to największe naprężenie jednostkowe, jakie wystąpiło w chwili przerywania wynosi:

$$K_r = \frac{P_r}{F} \text{ kg/cm}^2. \quad 83$$

Naprężenie K_r nazywamy współczynnikiem wytrzymałości na rozerwanie.

Analogicznie, gdy ciało zostanie zgniecione pod wpływem siły P_c , to występujące w chwili zgniecenia naprężenie:

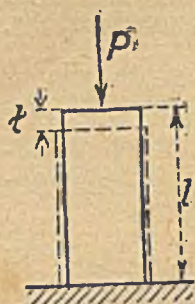
$$K_c = \frac{P_c}{F} \text{ kg/cm}^2 \quad 84$$

nazywamy współczynnikiem wytrzymałości na ściskanie*).

Współczynniki wytrzymałości najważniejszych materiałów zestawione są w następującej tabelcy:

	Współczynnik wytrzymałości na	
	rozciąganie	ściskanie
Beton	20	150
Cegła wypalona	15	100
Drzewo bukowe \perp do włókien	1000	400
„ „ \parallel „ „	70	120
„ dębowe \perp „ „	960	400
„ „ \parallel „ „	50	120
„ szpilkowe \perp „ „	750	300
„ „ \parallel „ „	50	40
Granit	40	1200
Mur na cemencie	—	90
„ „ wapień	—	50
Piaskowiec	10	300
Wapień	40	600
Żelazo zlewne	4500	4500
Żeliwo	1400	7000

*) Na ściskanie bada się próbki materiałów budowlanych w kształcie kostek o boku 7 cm, przyczem wedle przepisów M. K. P. należy zrobić co najmniej 5 prób i wziąć z nich średnią. Wytrzymałość, jaką ciało okazuje przy badaniu kostek, nazywamy wytrzymałością kostkową.



Rys. 145.

Materiały jednostajne, np. żelazo, zwłaszcza żeliwo, posiadają wytrzymałość jednakową bez względu na kierunek, w którym ją badamy. Natomiast np. drzewo (i inne materiały o niejednostajnej budowie) ma inny współczynnik wytrzymałości w kierunku włókien, a inny w kierunku prostopadłym do włókien.

Wydłużenie (wzgl. skrócenie) pręta w kierunku jego osi pod wpływem siły P (rys. 144), będzie tem większe, im większa jest siła P , natomiast tem mniejsze im przekrój ciała jest większy. Jeżeli np. pręt o długości 1 cm i przekroju 1 cm² przedłuży się pod wpływem siły 1 kg o długość a , to pręt o długości l , a przekroju F przedłuży się pod wpływem siły P o długość Δl , gdzie:

$$\Delta l = \frac{aPl}{F} = a\sigma l \quad 85$$

Długość a nazywamy współczynnikiem wydłużenia; zależy on jest tylko od materiału ciała.

Jeśli pręt o długości l przedłużył się o długość Δl , to każdy centymetr jego długości przedłużył się o wielkość $\lambda = \frac{\Delta l}{l}$, zwaną wydłużeniem jednostkowym.

Zamiast używać wielkości a , która jest zwykle bardzo mała, a więc niewygodna w rachunku, używamy często jej odwrotności E , t. zw. współczynnika sprężystości:

$$E = \frac{1}{a} \quad 86$$

Wtedy wydłużenie:

$$\Delta l = \frac{Pl}{EF} = \frac{\sigma l}{E} \quad 87$$

zaś wydłużenie jednostkowe:

$$\lambda = \frac{P}{EF} = \frac{\sigma}{E} \quad 88$$

Współczynniki wydłużenia, a tem samem i współczynniki sprężystości są również dla ciał jednolitych jednakowe, dla niejednolitych różne dla różnych kierunków (por. w tablicach: tablica I).

Przykłady 66—71.

66. Jak wielkie naprężenie na ściskanie powstaje w słupie drewnianym o wymiarach 24×18 cm pod wpływem obciążenia $P = 3500$ kg?

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{P}{bh} = \frac{35000}{18 \cdot 24} = 81 \text{ kg/cm}^2$$

67. Jak wielkie naprężenie na ściskanie powstaje w okrągłym pustym słupie żeliwnym, którego średnica zewnętrzna wynosi $D = 140$ mm, wewnętrzna $d = 100$ mm (rys. 146), pod wpływem siły $P = 6980$ kg



Rys. 145.

$$F = \frac{D^2\pi}{4} - \frac{d^2\pi}{4} = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) =$$

$$= \frac{\pi}{4} (14^2 - 10^2) = 76 \text{ cm}^2$$

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{6980}{76} = 92 \text{ kg/cm}^2.$$

68. Płaskownik żelazny o przekroju 70×25 mm, a długości 3,60 m przedłużył się pod wpływem siły ciągnącej 18 ton o 1,8 mm. Obliczyć naprężenie σ i współczynnik sprężystości E materiału płaskownika.

Powierzchnia płaskownika $F = 7,0 \times 2,5 = 17,5 \text{ cm}^2$, a stąd

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{18000}{17,5} = 1028,6 \text{ kg/cm}^2 \text{ (okrągło } \sigma = 1030 \text{ kg/cm}^2).$$

Wydłużenie $\Delta l = 1,8 \text{ mm} = 0,18 \text{ cm}$, zatem z wzoru :

$$E = \frac{Pl}{F \cdot \Delta l} = \sigma \frac{l}{\Delta l} = 1030 \frac{350}{0,18} = 2,000.000 \text{ kg/cm}^2$$

Wydłużenie jednostkowe wynosi :

$$\lambda = \frac{\Delta l}{l} = \frac{0,18}{350} = 0,00052$$

Zaś współczynnik wydłużenia α :

$$\alpha = \frac{1}{E} = \frac{1}{2,000000} = 0,0000005.$$

Rachunek takimi liczbami jak α jest ogromnie niewygodny i dlatego częściej spotykamy się ze współczynnikiem sprężystości E .

69. Jak wielkie rozciąganie występuje w ścięgnię z żelaza spawanego, jeżeli długość pręta l wynosi 8 m, zaś wydłużenie $\Delta l = 4$ mm?

Z wzorów 85 i 86 otrzymujemy :

$$\sigma = \frac{\Delta l}{l} E = \frac{0,4}{8000} 2,000000 = 1000 \text{ kg/cm}^2.$$

70. Jak wielka jest siła rozciągająca w zadaniu 28, jeśli ścięgno ma przekrój $15 \times 80 \text{ mm}$.

$$P = F\sigma = 1,5 \cdot 8,0 \cdot 1000 = 12000 \text{ kg}.$$

71. Pręt okrągły o długości 7,5 m, a średnicy 4 cm z żelaza zlewne ($E = 2150000 \text{ kg/cm}^2$) rozciągany jest z siłą 8000 kg; obliczyć jego wydłużenie.

Wedle wzoru 65 wydłużenie Δl wynosi:

$$\Delta l = \frac{Pl}{EE} = \frac{8000 \cdot 750}{2150000 \cdot \frac{1}{4} \cdot 4^2 \cdot 3,14} = 0,23 \text{ cm}.$$

§ 33. Spółczynnik bezpieczeństwa i naprężenia dopuszczalne.

Przy projektowaniu konstrukcji inżynierskich trzeba zwykle odpowiedzieć na pytanie, jak wielką siłę zdoła unieść pewien pręt. Możemy obliczyć ją z równania 84; wynosi ona mianowicie:

$$P = F\sigma \text{ kg} \dots\dots\dots 89$$

Chodzi jednak o to, jak wielkie może być naprężenie σ . Otóż dla obliczenia przekrojów nie można brać pod uwagę największego możliwego naprężenia, jakie w materiale może wystąpić, t. zw. współczynnika wytrzymałości K (por. § 31). Wtedy bowiem najmniejsze zwiększenie obciążenia, mała niejednostajność materiału, dalej powolne niszczenie materiału wskutek wpływów atmosferycznych (gnicie drzewa, rdzewienie żelaza), wreszcie jakikolwiek wpływ uboczny, musiałyby spowodować przekroczenie wytrzymałości, a tem samem zawalenie konstrukcji. Dlatego też przy obliczeniach budowli staramy się o większe „bezpieczeństwo“, większą „pewność“; obliczamy mianowicie przekroje w ten sposób, aby naprężenia wyniosły tylko pewną np. 3-cią, 4-tą, wogóle jedną n -tą) część współczynnika wytrzymałości —, a naprężenie w ten sposób przyjęte nazywamy naprężeniem bezpiecznym, dopuszczalnym lub dozwolonem k . Stosunek zaś współczynnika wytrzymałości K do naprężenia dopuszczalnego k , nazywamy współczynnikiem pewności lub bezpieczeństwa, krótko pewnością.

Wynosi ona:
$$n = \frac{K}{k} \dots\dots\dots 90$$

Spółczynnik bezpieczeństwa bierzemy tem większy, im mniej jednostajny jest materiał (gdyż wtedy tem łatwiej znajdzie się jakieś słabsze miejsce materiału, któreby mogło spowodować zniszczenie konstrukcji), im dłużej konstrukcja ma stać (gdyż wtedy tem dłużej narażona jest na wpływy ciężarów i atmosfery), im mniej dokładnie możemy siły obliczyć i im większym ulega wstrząśnieniom, które zawsze bardzo zgubnie oddziałują na materiał (np. dla żelaza użytego do budowy mostów kolejowych, ulegających znacznym wstrząśnieniom przy przyjeździe pociągów musimy przyjąć o wiele większy współczynnik pewności, niż np. dla dachów).

Zazwyczaj przyjmujemy nast. współczynniki pewności.

	Budowle stałe	Budowle tymczasowe
Drzewo na rozciąganie }	7	6
na ściskanie }	5	4
Mur, cegła, kamień	20	—
Beton	5	—
Żelazo zlewne	4	3—4
Żeliwo	7	—

Naprężenia dopuszczalne zestawione są w tablicach.

Tabliczka naprężeń dopuszczalnych, podana jest osobno.

Dla siły działającej P wynosi więc t. zw. przekrój potrzebny:

$$F_0 = \frac{nP}{K} = \frac{P}{k} \text{ kg/cm}^2 \quad 91$$

W konstrukcji nie możemy przyjąć jednak zwykle przekroju zupełnie dokładnie o tej samej wielkości F_0 , ale musimy zastosować nieco większy F , zwany przekrojem przyjętym. Musi być on tak dobrany, aby powierzchnia jego w miejscu najbardziej osłabionem, po odtrąceniu wszystkich osłabień (dziury na nity i na śruby, zacięcia belek drewnianych i t. d.), czyli t. zw. przekrój użyteczny F_u był większy od przekroju potrzebnego F_0 .

Najczęściej wyraża się w obliczeniu siłę działającą w kg (rzadziej w t.); powierzchnię w cm^2 , a naprężenie (tem samem i naprężenie dopuszczalne w kg/cm^2).

Przykłady 72—88.

72. Kostka z piaskowca o długości boku 20 cm została zgnieciona pod ciężarem 120 ton. Jak wielki jest współczynnik wytrzymałości K ?

Wedle wzoru $62 K = \frac{P}{F}$, gdzie $P = 120 \text{ t} = 120000 \text{ kg}$, zaś

F jest powierzchnią, na którą rozkłada się ciśnienie, w danym wypadku powierzchnią podstawy $20 \times 20 = 400 \text{ cm}^2$. Zatem:

$$K = \frac{120000}{400} = 300 \text{ kg/cm}^2.$$

Jeślibyśmy kamienia o tej wytrzymałości mieli użyć do konstrukcji budowlanej, to uwzględniając pewność $n = 20$ (por. str. 109), moglibyśmy na kostkę o wymiarach $20 \times 20 = 400 \text{ cm}^2$ dopuścić co najwyżej naprężenie (dopuszczalne)

$k = \frac{300}{20} = 15 \text{ kg/cm}^2$, a zatem największe obciążenie:

$$P = Fk = 400 \cdot 15 = 6000 \text{ kg} = 6 \text{ ton}.$$

73. Jak wielka jest wytrzymałość na rozciąganie pręta z żelaza zlewne, jeżeli przy wymiarach $40 \times 10 \text{ mm}$ przerwie się przy obciążeniu 17000 kg:

$$K = \frac{P}{F} = \frac{17000}{1,0 \cdot 4,0} = 4250 \text{ kg/cm}^2.$$

74. Krótki zastrzał drewniany o przekroju 15/15 cm przenosi siłę 20000 kg. Obliczyć, czy naprężenia w zastrzale nie przekraczają granicy dozwolonej dla budowli tymczasowych $k_c = 90 \text{ kg/cm}^2$.

$$\sigma = \frac{20000}{225} = 89 \text{ kg/cm}^2, \text{ zatem mniej, niż } 90 \text{ kg/cm}^2.$$

Zastrzał ma zatem wymiary dostateczne.

75. Obliczyć, jak wielką siłę ciągnącą przeniesie dźwigar dwuteowy INP.8 przy naprężeniu dopuszczalnym $k_r = 1200 \text{ kg/cm}^2$.

Powierzchnia przekroju $F = 9,07 \text{ cm}^2$; zatem:

$$P = Fk_r = 9,07 \times 1200 = 10884 \text{ kg} = \text{pr. } 11 \text{ ton}.$$

76. Obliczyć, jak wielkie ściskanie przeniesie niski słup żeliwny o przekroju kołowym, którego średnica zewnętrzna wynosi $D = 120 \text{ mm}$, zaś grubość 15 mm.

Powierzchnia koła o średnicy $D = 12 \text{ cm}$ wynosi $F_1 = 113,1 \text{ cm}^2$, zaś powierzchnia koła o średnicy $D - d = 12 - 2 \times 15 = 9 \text{ cm}$. $F_2 = 63,6 \text{ cm}^2$. Zatem powierzchnia prze-

kroju słupa wynosi $F = F_1 - F_2 = 113,1 - 63,6 = 49,6 \text{ cm}^2$. Przyjmując naprężenie dopuszczalne $k_c = 500 \text{ kg/cm}^2$, otrzymamy:

$$P = Fk_c = 49,5 \times 500 = 24750 \text{ kg.}$$

77. Okrągły pręt żelazny ma jako kotew przenieść ciągnienie wynoszące 12,51 t. Jak wielka musi być średnica d ,

jeżeli $k_r = 1200 \text{ kg/cm}^2$ $P = Fk_r = \frac{d^2\pi}{4} k_r$, a stąd:

$$d = \sqrt{\frac{4P}{k_r \pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 12500}{1200 \times 3,14}} \approx 4 \text{ cm} = 40 \text{ mm.}$$

78. Okrągły słup marmurowy przenieść ma ciężar 40 ton, przy naprężeniu dopuszczalnym 20 kg/cm^2 . Jaką średnicę musi otrzymać?

Ze wzoru 93 otrzymujemy: $F = \frac{40000}{40} = 2000 \text{ cm}^2 =$

$= \frac{d^2\pi}{4}$ a stąd: $d = \sqrt{\frac{4 \cdot 2000}{\pi}} = 50,5 \text{ cm}$, a zamiast czego przyj-

miemy okrągło $d = 50 \text{ cm}$, co wobec bardzo małej różnicy jest dopuszczalne.

79. Słup żelazny spoczywa na płycie żelaznej, przenoszącej ciśnienie na cios. Należy obliczyć wielkość płyty, jeżeli siła przenosząca się na słup wynosi $P = 80,850 \text{ kg}$, zaś naprężenie dopuszczalne na cios $k_c = 35 \text{ kg/cm}^2$ (rys. 147).

Otrzymamy wtedy powierzchnię płyty:

$$F = \frac{80850}{35} = 2310 \text{ cm}^2,$$

zatem jeden jej bok $a = \sqrt{2310} = 48,1 \text{ cm}$, zamiast czego przyjmiemy $a = 50 \text{ cm}$.

80. Znaleźć wymiary ciosu podporowego w zadaniu 79 jeśli spoczywa on na fundamencie betonowym (rys. 147).

Przyjmując cios o wymiarach $80 \times 80 \times 60 \text{ cm}$, otrzymamy jego ciężar $C = 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,6 \cdot 2700 = 780 \text{ kg}$.

Zatem ciśnienie na fundament betonowy:

$$\sigma = \frac{80850 + 780}{80 \cdot 80} = 12,8 \text{ kg/cm}^2, \text{ co jest ilością, dopuszczalną.}$$

81. Obliczyć wielkość ciosu podporowego dźwigara żelaznego INP 25, jeżeli oddziaływanie wynosi 3030 kg. Jakie



Rys. 147.

ciśnienie wywiera dźwigar na cios, jeśli spoczywa na nim na długości 24 cm?

Cios spoczywa za murze, którego wytrzymałość na ciśnienie wynosi 5 kg/cm^2 . Potrzebna powierzchnia ciosu wynosi zatem:

$$F_p = \frac{3030}{5} = 660 \text{ cm}^2.$$

Przyjmujemy zatem cios o wymiarach podstawy $20 \times 30 = 600 \text{ cm}^2$. Powierzchnia jest nieco mniejsza, niż powierzchnia potrzebna F ; jednak tak nieznacznie, że śmiało możemy ją pozostawić.

Szerokość stopki dźwigara wynosi $b = 11 \text{ cm}$; zatem dźwigar spoczywa na podstawie $F_0 = 11,1 \cdot 25 = 277,5 \text{ cm}$. Ciśnienie na cios wynosi zatem $\sigma_c = \frac{3030}{277,5} = 10,9 \text{ kg/cm}^2$.

82. Obliczyć wymiary łożyska (płyty żelaznej i ciosu podporowego) dachu żelaznego, jeśli oddziaływanie wynosi $P = 11220 \text{ kg}$.

Przyjmując naprężenie dopuszczalne na cios 20 kg/cm^2 , otrzymamy powierzchnię płyty żelaznej:

$$F = \frac{P}{k_c} = \frac{11220}{20} = 561 \text{ cm}^2.$$

Przyjąć możemy więc płytę $200 \cdot 280 \text{ mm}$; zamiast czego przyjmujemy ze względów konstrukcyjnych $200 \cdot 300 \text{ mm}$. Ciśnienie na cios wynosi wtedy:

$$\sigma_c = \frac{11220}{20 \cdot 30} = 18,7 \text{ kg/cm}^2.$$

Jeśli cios spoczywa na murze wykonanym na zaprawie cementowej (przy $k = 8 \text{ kg/cm}^2$), to powierzchnia ciosu powinna wynosić:

$$F_1 = \frac{11220}{8} = 1403 \text{ cm}^2.$$

Przyjmujemy cios o podstawie $40 \cdot 40 \text{ cm}$, wysokości 30 cm .

83. Obliczyć szerokość łożyska żeliwnego blachownicy, której oddziaływanie wynosi $O = 28800 \text{ kg}$, jeżeli długość jego przyjęto $l = 55 \text{ cm}$, zaś naprężenie dopuszczalne na cios wynosi $k_c = 15 \text{ kg/cm}^2$ (rys. 148).

Powierzchnia płyty wynosi $F_p = bl = \frac{k}{k_c}$, a stąd:

$$b = \frac{O}{lk_c} = \frac{28800}{55 \cdot 15} = 35 \text{ cm}.$$

84. Znaleźć obciążenie gruntu w przykładach 79 i 80, jeśli fundament betonowy ma kształt podany na rys. 147.

Objętość ściętego ostrosłupa o podstawie kwadratowej wynosi: $O = \frac{h}{3} [a^2 + b^2 + \sqrt{a^2 + b^2}]$

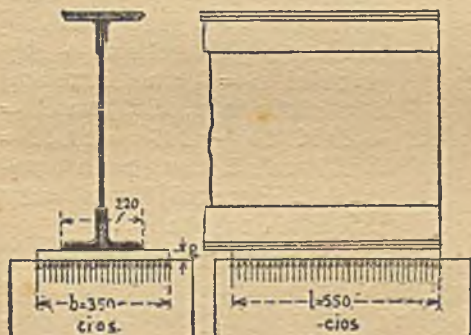
Zatem ciężar fundamentu betonowego:

$$G_1 = \frac{2,5}{3} [1,8^2 + 1,2^2 + \sqrt{1,8^2 + 1,2^2}] 2200 = 12540 \text{ kg}$$

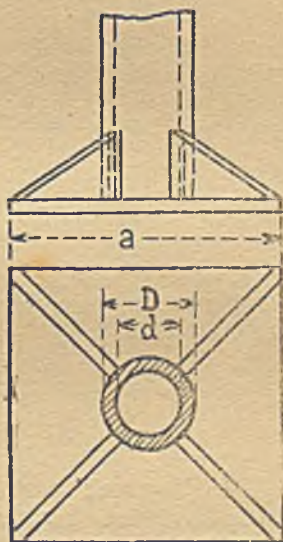
Zaś obciążenie gruntu: $\sigma_g = \frac{80850 + 780 + 12540}{180 \cdot 180} = 2,9 \text{ kg/cm}^2$.

85. Słup okrągły pusty żeliwny o średnicy wewnętrznej 12 cm obciążony jest ciężarem 50 ton. Należy obliczyć wymiary płyty podstawowej o kształcie kwadratowym, jeżeli ciśnienie dopuszczalne na mur (na cemencie) wynosi 10 kg/cm^2 (rys. 149).

Płyta podstawowa musi otrzymać wymiary takie, aby ciśnienie, rozkładające się przez nią jednostajnie,



Rys. 148.



Rys. 149.

nie, było równe naprężeniu dopuszczalnemu na mur. Zatem $P = 10 a^2$, gdzie a jest bokiem płyty podstawowej.

$$\text{Stąd: } a = \sqrt{\frac{P}{10}} = \sqrt{\frac{50000}{10}} = 70,7 \text{ cm.}$$

86. Obliczyć płytę podstawową dla tego samego wypadku, jeżeli w niej ma pozostać otwór o średnicy równej wewnętrznej średnicy słupa ($d = 12 \text{ cm}$).

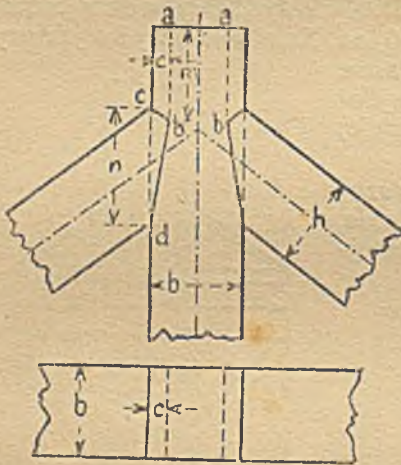
Płyta podstawowa będzie miała wtedy powierzchnię:

$$a^2 - \frac{d^2 \pi}{4} = a^2 - \frac{12^2 \pi}{4} = a^2 - 113,1$$

zatem siła $P = 10 (a^2 - 113,1) = 50000$ kg

$$a = \sqrt{\frac{50000}{10} + 113,1} = \sqrt{5113,1} = 71,5 \text{ cm.}$$

87. Na słup wiszący wiązania przedstawionego na rys. 41, przenosi się siła 6600 kg. (Porównaj przykład 16). Obliczyć, czy wystarczy przekrój słupa 20×20 cm, jeżeli naprężenie dopuszczalne drzewa na rozciąganie wynosi 110 kg/cm^2 (rys. 150).



Rys. 150.

Wedle równ. 91 wynosi przekrój potrzebny:

$$F_0 = \frac{6600}{110} = 60 \text{ cm}^2.$$

Słup ma przekrój 20×20 cm, tj. $F = 400 \text{ cm}^2$; jednakowoż zacięty jest na zastrzały, a więc jego przekrój osłabia się zacięciami o głębokości $c = 4$ cm. Przekrój użyteczny wynosi zatem $F_u = 20 \times (20 - 2 \cdot 4) = 20 \cdot 12 = 240 \text{ cm}^2$, t. j. więcej niż potrzeba. Przekrój wystarczy zatem najzupełniej.

Moglibyśmy nawet przyjąć przekrój mniejszy. Jeżeli miałby być też kwadratowy o boku b , a zacięcia miałyby wynosić $\frac{1}{5} b$, to otrzymalibyśmy przekrój użyteczny

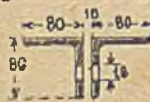
$$F_u = b \left(b - 2 \frac{b}{5} = \frac{3}{5} b \right) b^2 = 60 \text{ cm}^2, \text{ a stąd } b = \sqrt{\frac{5 \cdot 60}{3}} = \sqrt{100} = 10 \text{ cm.}$$

Przekrój użyteczny wynosi wtedy rzeczywiście $(10 \cdot 10 - 2 \cdot 2) = 60 \text{ cm}^2$. Przekroju tego nie użylibyśmy jednak, gdyż ze względów praktycznych jest za mały.

88. Pas dolny więzara dachowego żelaznego przenosi ciągnięcie o wielkości 25000 kg. Należy znaleźć jego przekrój z uwzględnieniem przymocowania nitami o średnicy 10 mm (porównaj rys. 151).

Przekrój potrzebny wynosi $F_0 = \frac{25000}{1200} = 20,9 \text{ cm}^2$. Przy-
 jąwszy 2 kątowniki 80.80.8, otrzymamy z uwzględnieniem
 nitów:

powierzchnię przekroju	$2 \times 12,27 = 24,54 \text{ cm}^2$
„ nitów	$2 \cdot 0,8 \cdot 1,8 = 2,88 \text{ „}$
„ użyteczną	$F_u = 21,66 \text{ cm}^2$



Rys. 151.

Przekrój kątowników bezpośrednio mniejszych nie wy-
 starczyłby; zastosujemy więc 2 kątowniki 80.80.8.

C. Wytrzymałość na ścinanie.

§ 34. Wytrzymałość na ścinanie.

Naprężenia ścinające występują wtedy, gdy siły działa-
 jące w przekroju *ab* starają się przesunąć go poprzecznie
 względem sąsiedniego przekroju (patrz rys. 139 i 140), jedna-
 kowoż nie zmieniając ich odległości. W obliczeniu przyjmu-
 jemy, że (jak przy rozciąganiu i ściskaniu) w każdym punkcie
 przekroju *ab* powstają te same naprężenia; otrzymamy wtedy
 wzory podobne do wzorów na ściskanie i rozciąganie. Jeśli
 największą siłą, jaką przekrój *ab* o powierzchni $F \text{ cm}^2$ zdoła
 przenieść na ścinanie, jest P , to 1 cm^2 tego przekroju przenosi

$$K_t = \frac{P}{F} \text{ kg/cm}^2 \quad \dots \quad 92$$

Siłę tę, wypadającą na 1 cm^2 , nazywamy współczyn-
 nikiem wytrzymałości na ścinanie.

Ze wzoru 91 otrzymamy największą siłę ścinającą, jaką
 przenosi przekrój:

$$P = FK_t \quad \dots \quad 93$$

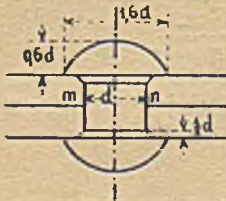
W chwili, w której siła dosięgnie wartości, podanej w tym
 wzorze, materiał zostanie ścięty. Współczynnik wytrzymałości
 na ściskanie K_t jest mniejszy od współczynnika wytrzymałości
 na ściskanie (por. § 33) i wynosi około $\frac{1}{5} K_c$, a to samo do-
 tyczy oczywiście naprężenia dopuszczalnego na
 ścinanie. Zwykle wynosi ono dla metali ok $\frac{1}{5}$, dla drzewa
 $\frac{1}{10}$ wytrzymałości na ścinanie.

Największa siła dopuszczalna wynosi:

$$P = Fk_t \quad \dots \quad 93a$$

§ 35. Połączenia nitowane.

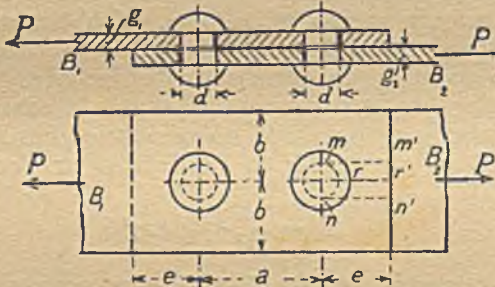
Do łączenia blach i kształtowników żelaznych używamy nitów. Składają się one ze sworznia, z główki, gotowej przed użyciem nitu, oraz z nakówki, powstającej, po umieszczeniu nitu w otworze, przez nakucie nitarką. Główka i nakówka mają najczęściej kształt sferoidalny; czasem używa się jednak nitów wpuszczonych. Zasadnicze wymiary wskazane są na rys. 152. Nit wykonywujemy w temperaturze t. zw. jasno czerwonego żaru; ochładzając się, ściągają się on i przyciska silnie blachy. Dla większej pewności nie uwzględniamy jednak w obliczeniu tego nacisku i powstającego wskutek niego tarcia, ale liczymy nity na ścinanie. Nit



Rys. 152.

może bowiem zostać ścięty w płaszczyźnie mn, a wtedy połączenie zostanie zniszczone.

Jeśli blachy B_1 i B_2 (rys. 153 i 154) są rozciągane z siłą P , to siłę tę przenieść, muszą łączące ją nity. Niech średnica



Rys. 153 i 154.

nit wynosi d (więc przekrój $F = \frac{d^2\pi}{4}$), a naprężenie dopuszczalne na ścinanie k_t , to jeden nit przenieść może siłę

$$P \leq Fk_t = \frac{d^2\pi}{4} k_t = 0,78 d^2 k_t \quad \dots \quad 94$$

Jeśli nitów jest większa ilość (np. n), to przenoszą one siłę

$$P = n \frac{d^2\pi}{4} k_t = 0,78 nd^2 k_t \quad \dots \quad 95$$

Na prężenie dopuszczalne k_t wynosi tu 900 kg/cm^2 , wyjątkowo 1000 kg/cm^2 , zatem na nit o średnicy $d = 16 \text{ mm}$ dopuścić można siłę $P = 1800 \text{ kg}$, wyjątkowo 2000 kg . (Por. tablicę nitów.)

Dla $k_t = 900 \text{ kg/cm}^2$ otrzymujemy:

$$P = 706 d^2 \dots \dots \dots 94a$$

$$\text{oraz } P = 706 nd^2 \dots \dots \dots 95a$$

Nit może jednak ulec zniszczeniu i w inny sposób. Ponieważ w blachach istnieją siły, skierowane, jak wskazują strzałki na figurze, przeto sworznie nitów wywierają ciśnienie na ściankę dziury w miejscach, zaznaczonych grubszymi linjami. Ciśnienie to również nie powinno przekroczyć granicy dopuszczalnej na ciśnienie, którą tutaj można przyjąć do 1800 kg/cm^2 ; o ileby ciśnienie to doszło do zbyt wielkiej wysokości, nit (dwucięty) uległby zniszczeniu wedle rys. 154a. Ciśnienie to rozkłada się właściwie na powierzchnię $d\pi g_1$, jednakowoż nierównomiernie. Dlatego też przyjmujemy, że rozdziela się ono jednostajnie na rzut ścianki, t. j. tak, jak gdyby nit miał przekrój kwadratowy (rys. 159).

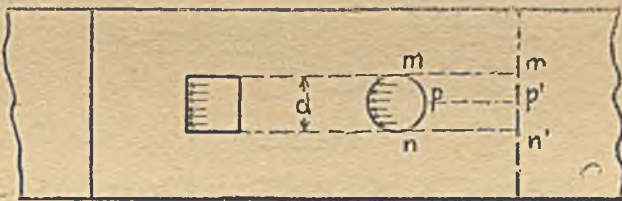


Rys. 154a.

Otrzymamy wtedy:

$$P \leq dg_1 k_t \dots \dots \dots 96$$

Oczywiście ściskanie będzie większe dla cieńszej blachy i dlatego tylko cieńszą we wzorze powyższym uwzględniamy ($g_1 < g_2$).



Rys. 155.

Dla n nitów otrzymamy, przyjmując (w przybliżeniu), że siła rozkłada się na nie jednostajnie:

$$P \leq ndg_1 k_a \dots \dots \dots 97$$

Dla $k_a = 1800 \text{ kg/cm}^2$ otrzymamy:

$$P = 1800 dg_1 \dots \dots \dots 98$$

względnie:

$$P = 1800 ndg_1 \dots \dots \dots 98a$$

Np. nit o średnicy 15 mm przy grubości blachy $g_1 = 10 \text{ mm}$, a naprężeniu dopuszczalnym $k_a = 1800 \text{ kg/cm}^2$ przeniesie siłę $P = 1,6 \times 1,0 \times 1800 = 2880 \text{ kg}$.

Również obliczyć można długość blachy przed nitami e . Blacha pod wpływem siły może się bowiem wyrwać na długości e wzdłuż linii mm' i nn' , a zatem na podwójnej powierzchni g, e . Grubości g_2 jako większej nie uwzględniamy. Musi zatem spełnić się równanie:

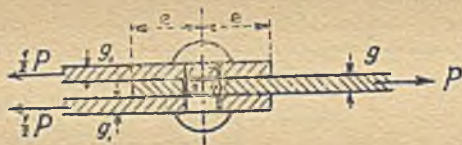
$$P \leq 2g_1 e k_t \quad 99$$

z którego można znaleźć e . Zwykle jednak nie obliczamy odległości e , choćby z uwagi na to, że blacha raczej przerwie się w linii środkowej między mm' i nn' , t. j. w linii pp' . Również nie obliczamy a , ale ze względów praktycznych przyjmujemy średnio:

$$\left. \begin{array}{l} a = 3d \text{ (conajmniej } a = 2,5d) \\ b = 1,5d \text{ (" } b = 1,25d) \\ c = 2d \text{ (" } e = 1,5d) \end{array} \right\} . . . 100$$

przyczem do wartości minimalnych, podanych w nawiasie, staramy się nie schodzić, chyba przy zupełnym braku miejsca.

O wiele częściej jednak używamy t. zw. nitowania podwójnego, t. j. takiego, przy którym dla zniszczenia połączenia nitu musiałyby zostać ścięte w dwu płaszczyznach



Rys. 156.

i dlatego nazywają się dwuciętymi (rys. 156). Wtedy każdy z przekrojów 12 i 34 nitu przenosi połowę siły działającej, t. j. $\frac{1}{2} P$; zatem cała siła przenoszona przez przezeń wynosi:

$$P \leq 2 \frac{d^2 \pi}{4} k_t = 1,57 d^2 k_t \quad 101$$

względnie dla n nitów:

$$P \leq 2 n \frac{d^2 \pi}{4} k_t = 1,57 n d^2 k_t \quad 102$$

Przy obliczaniu ciśnienia na ściankę dziury musimy uwzględnić osobno ciśnienie wywierane przez nit łącznie na dwie powierzchnie, zaznaczone linią grubą po prawej stronie nitu, osobno na powierzchnię, zaznaczoną po stronie

lewej, t. j. na powierzchni $2dg_1$, ewentualnie na dg . Ponieważ zwykle $2g_1$ jest równe lub większe niż g , przeto wystarczy liczyć wedle wzoru:

$$P \leq dgk_a \dots \dots \dots 103$$

względnie dla n nitów $P \leq n\dot{a}gk_a \dots \dots \dots 103a$

Dla $k_t = 900 \text{ kg/cm}^2$, oraz $k_a = 1800 \text{ kg/cm}^2$ otrzymujemy na ścinanie

$$P = 1413 nd^2 \dots \dots \dots 104$$

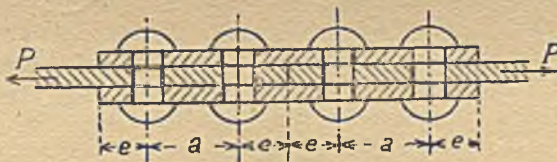
na ciśnienie na ściankę dziury (jak 98a)

$$P = 1800 ndg \dots \dots \dots 105$$

Często nawet dla blach pojedynczych stosujemy nity dwucięte, co da się uzyskać przez użycie obustronnych przykładek (rys. 157). Grubość tychże daje się nieco większą, niż $\frac{g}{2}$, tak, że prawie zawsze do obliczenia można użyć wzoru 103. Odległości a , e i b pozostają jak we wz. 100.

Przy obliczaniu przekroju prętów ciągnionych musimy uwzględnić t. zw. przekrój użyteczny F_u mniejszy od przekroju normalnego F o powierzchnię nitów F_n (por. przykł. 87).

Jeżeliby szeroki płaskownik lub wysoki kształtownik potrzeba było przytwierdzić znaczniejszą ilością nitów, to F_n mogłoby wypaść bardzo wielkie, a więc F_u stosunkowo



Rys. 157.

małe. Możemy jednak tego uniknąć, rozmieszczając nity tak, aby w pierwszym przekroju był jeden (lub dwa) nit, a w następnych rzędach zwiększając ich ilość. Każdy następujący rząd nie może jednak mieć więcej, niż dwa razy tyle nitów, co poprzedni. Wtedy przekrojem niebezpiecznym jest przekrój przez pierwszy nit. Na rys. 162 widzimy rozkład nitów taki, że każdy płaskownik przytwierdzony jest $1 + 2 + 3 = 6$ nitami, która to ilość wypadła z obliczenia (por. przykł. 91). Nie można jednak zwiększać nitów w następujący sposób: $1 + 3 + 5$, lub $1 + 2 + 6$, gdyż $3 > 2 \times 1$, $6 > 2 \times 2$.

§ 36. Obliczenie śrub.

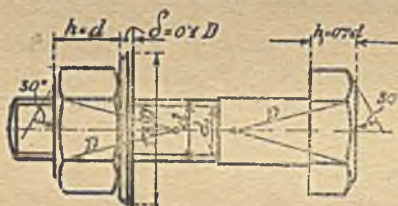
Do połączeń konstrukcji drewnianych, a niekiedy i żelaznych*) używamy śrub. Składają się one ze sworznia z naciętymi gwintami czyli skrętami, głowy śruby zwykle sześciobocznej i również sześciobocznego naśrubka. Najczęściej używane śruby o gwintach systemu Whitforda (por. tablicę śrub) oznacza się wedle średnicy sworznia, podanej w calach angielskich.

Śruba może przenieść siłę odpowiadającą wewnętrznej średnicy gwintu, t. zw. średnicy rdzenia d_1 (rys. 158) i uwzględniając tę średnicę d_1 oblicza się śruby zupełnie tak samo, jak nity. Siła przeniesiona przez jedną śrubę na ścięcie wynosi zatem:

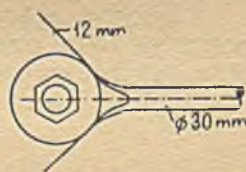
$$P = \frac{d_1^2 \pi}{4} k_t \dots \dots \dots 106$$

gdzie k_t jest naprężeniem dopuszczalnym śruby na ścinanie. Ewentualnie n śrub przeniesie:

$$P = n \frac{d_1^2 \pi}{4} k_t \dots \dots \dots 107$$



Rys. 158.



Rys. 159.

Podobnie otrzymamy na ciśnienie na ściankę dziury:

$$P = d_1 g k_d \dots \dots \dots 108$$

$$\text{względnie } P = n d_1 g k_d \dots \dots \dots 109$$

Wedle przepisów polskiego Ministerstwa Robót Publicznych przyjmować należy dla śrub: $k_t = 700 \text{ kg/cm}^2$, zaś $k_d = 1400 \text{ kg/cm}^2$.

Wtedy otrzymamy wzory powyższe w postaci:

$$\text{na ścinanie } P = 550 d_1^2 \dots \dots \dots 110$$

$$\text{na ciśnienie na ściankę dziury } P = 1400 d_1 g \dots \dots \dots 111$$

Śruby mogą działać jednak także na osiowe ciągnięcie; wtedy dla siły osiowej P musi spełniać się równanie.

*) Do połączeń żelaznych używa się ich zwłaszcza wtedy, gdy mają przenieść zarazem ciągnięcie lub też, gdy z powodu braku dostępu nie można w danym miejscu wykonać nitu.

$$P = \frac{d_1^2 \pi}{4} k_r \dots \dots \dots 112$$

(gdzie k_r jest naprężeniem dopuszczalnym na ciągnięcie), a wtedy najmniejsze możliwe d_1 :

$$d_1 = 1,13 \sqrt{\frac{P}{k_r}} \dots \dots \dots 113$$

Dla śrub przyjmujemy zwykle naprężenie dopuszczalne na rozciąganie tylko $k_r = 800 \text{ kg/cm}^2$ ze względu na to, że już przy naciąganiu naśrubka powstają w śrubie pewne naprężenia skręcające.

Przykłady 89—95.

89. Obliczyć na ścinanie i na ciśnienie na ściankę dziury trzpień okrągły z żelaza zlewne, jeżeli służy do utwierdzenia ścięgna, przenoszącego 2960 kg. Naprężenie dopuszczalne na ścinanie wynosi $k_t = 800 \text{ kg/cm}^2$; naprężenie dopuszczalne na ciśnienie na ściankę dziury $k_d = 1400 \text{ kg/cm}^2$. Grubość blachy 12 mm (fig. 159).

Przekrój trzpienia otrzymamy ze wzoru 93a $P = Fk_t$, gdzie F jest przekrojem trzpienia:

$$F = \frac{P}{k_t} = \frac{2960}{800} = 3,7 \text{ cm}^2.$$

Dla $d = 2,2 \text{ cm}$ wynosi powierzchnia $F = 3,80 \text{ cm}^2$; na ścinanie wystarczyłby zatem ten przekrój. Ponieważ jednak trzpień narażony jest na zginanie wskutek mimośrodkowego działania siły, przeto zastosujemy $d = 30 \text{ mm}$.

Ciśnienie na ściankę dziury wynosi wtedy:

$$P = g d \sigma_d$$

$$\sigma_d = \frac{P}{g d} = \frac{2960}{1,2 \times 3,0} = 823 \text{ kg/cm}^2.$$

Zatem znacznie poniżej naprężenia dopuszczalnego.

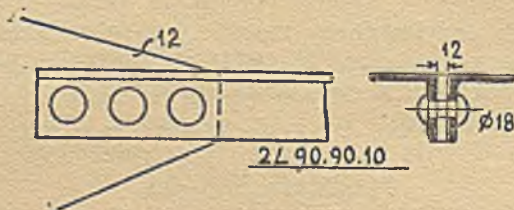
90. Przekrój pręta, przenoszącego siłę $P = 11,67 \text{ ton}$ składa się z dwu kątowników 90.90.10, leżących obustronnie na blasze węzłowej. Należy obliczyć ilość nitów, potrzebną, by go przytwierdzić do blachy węzłowej, jeżeli średnica ich $d = 18 \text{ mm}$ (rys. 160 i 161.)

Wszystkie nity są dwucięte, gdyż kątowniki obejmują blachę węzłową. Jeden nit przenosi tedy na ścinanie siłę

$$P' = 2 \frac{d^2 \pi}{4} k_t = 2 \frac{1,8^2 \cdot 3,14}{4} \cdot 900 = 4560 \text{ kg}.$$

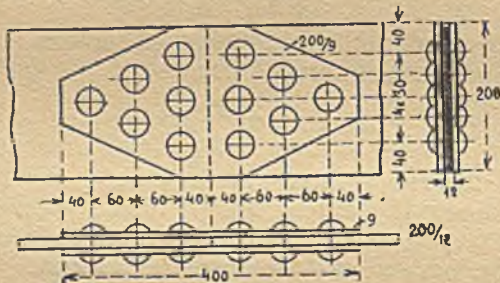
Na ciśnienie przenieść może jeden nit siłę $P'' = d g k_a = = 1,8 \cdot 1,2 \cdot 1800 = 3880$ kg, gdzie za g przyjęliśmy grubość blachy węzłowej $g = 12$ mm. Musimy liczyć zatem na ciśnienie na ściankę dziury.

Trzy nity przenoszą siłę $3P'' = 3 \cdot 3880 = 11640$ kg; tej więc ilości nitów potrzeba dla przymocowania. (Te same wartości otrzymamy z tablicy nitów.)



Rys. 160 i 161.

91. Płaskownik żelazny 200.12 przenosi siłę osiową $P = 23,0$ ton; należy obliczyć, jakiej ilości nitów ($d = 18$ mm) wymaga styk, kryty obustronnymi przykładkami 200.9 (rys. 162).



Rys. 162.

Ze względu na ścinanie przenosi jeden nit siłę $P' = 4560$ kg (por. tablicę nitów); zatem potrzebna ilość nitów

$$n' = \frac{P}{P'} = \frac{23000}{4560} = 5 \text{ nitów.}$$

Ze względu na ściskanie przenosi jeden nit siłę $P'' = = 3880$ kg, zatem potrzebna ilość nitów:

$$n'' = \frac{P}{P''} = \frac{23000}{3880} = 5,9 = 6 \text{ nitów.}$$

Przyjmijmy oczywiście ilość większą, t. j. 6 nitów.

Przekrojem niebezpiecznym jest przekrój przez pierwszy nit, a przekrój użyteczny płaskownika wynosi $20,0 \cdot 1,2 - 1,8 \times \times 1,2 = 21,84$ cm².

92. Dźwigar *INP 20* należy przytwierdzić do dźwigara *INP 24* za pomocą nitów i kątowników $80 \times 80 \times 8$. Oddziaływanie dźwigara *INP 20* wynosi $P = 5000$ kg. Należy obliczyć ilość nitów o średnicy $d = 18$ mm (rys. 163).

a) Nity, łączące dźwigar *INP 20* z kątownikiem $80 \times 80 \times 8$.

Na ścinanie przenosi jeden nit (dwucięty) siłę 4560 kg (por. tablicę nitów); przeto potrzebna ilość nitów:

$$n = \frac{5000}{4560} = 1,1 \text{ (tj. 2 nity).}$$

Na ciśnienie na ściankę dziury dla grubości ścianki dźwigara $g = 8$ mm przeniesie jeden nit 2590 kg; zatem:

$$n = \frac{5000}{2590} = 2 \text{ nity.}$$

Przyjmujemy 2 nity $d = 18$ mm.

b) Nity, łączące kątownik $80 \times 80 \times 8$ z dźwigarem *NP 24*.

Na ścinanie przenosi jeden nit (raz cięty) siłę 2280 kg; zatem potrzebna ilość nitów wynosi:

$$n = \frac{5000}{2280} = 2,2 \text{ t. j. 3.}$$

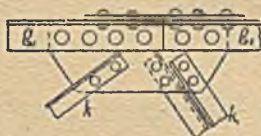
Przyjmujemy oczywiście 4 nity.

Na ciśnienie na ściankę dziury dla grubości ramienia kątownika 8 mm, otrzymamy j. w.

$$n = \frac{5000}{2590} = \text{pr. 2.}$$

Zatem pozostawimy 4 nity $n = 18$ mm.

93. Obliczyć ilość nitów, potrzebnych do utwierdzenia pasu górnego dachu żelaznego, jeżeli siły wewnętrzne wynoszą: $g_1 = 9580$ kg, $g_2 = 22000$ kg, $k_1 = 3600$ kg, $k_2 = 4500$ kg; zaś przekroje: g_1 i $g_2 = 80 \times 80 \times 10$; $k_1 = k_2 = 50 \times 50 \times 5$. Blacha węzłowa ma grubość 10 mm. Wszystkie kątowniki zetknięte w węzle. Nity g_1 i g_2 mają średnicę $d' = 18$ mm; k_1 i k_2 średnicę 14 mm (rys 164).



Rys. 164.

Pręt $g_1 = 9580$ kg.

Na ścinanie otrzymujemy dla $d = 18$ mm.

$$n_1 = \frac{9580}{4560} = 2,1, \text{ przyjmujemy 3 nity}$$



Rys. 163.

Na ciśnienie na ściankę dziury:

$$n_2 = \frac{9580}{3240} = 3,1, \text{ prz. 4 nity.}$$

Przyjmujemy 4 nity.

Pręt $g_2 = 19330$ kg. Na ścinanie:

$$n_1 = \frac{22000}{4560} = 5 \text{ nitów.}$$

Na ciśnienie na ściankę dziury:

$$n_2 = \frac{22000}{3240} = 7 \text{ nitów.}$$

Zwykle staramy się tak znacznej ilości nitów nie stawiać w jednym rzędzie; dlatego też umieszczamy na kątownikach przykładkę, która część siły przenosi. Niech jej grubość wynosi 10 mm, to przytwierdzając ją 4 nitami (raz ciętymi) do obu kątowników, otrzymujemy siłę przez nie przeniesioną:

$$\text{na ściskanie } P' = 4 \times 3240 = 12960 \text{ kg;}$$

$$\text{na ścinanie } P'' = 4 \times 2280 = 9120 \text{ kg.}$$

Uwzględniając siłę P'' jako mniejszą, otrzymujemy konieczną ilość nitów dla przytwierdzenia pręta g_1 (na ciśnienie)

$$n' = \frac{9580 - 9120}{3240} = 0,13,$$

(zamiast czego przyjmujemy 2 nity).

Dla przytwierdzenia pręta g_2 otrzymujemy konieczną ilość nitów:

$$n'' = \frac{22000 - 8120}{3240} \approx 4 \text{ nity.}$$

Pręt $k_1 = 3600$ kg. Na ścinanie dla $d = 14$ mm:

$$n_1 = \frac{3600}{2700} = 1,3, \text{ prz. 2 nity.}$$

Na ściskanie na ściankę dziury:

$$n_2 = \frac{3600}{2520} = 1,43, \text{ prz. 2 nity.}$$

Pręt $k_2 = 4550$ kg. Na ścinanie dla $d = 14$ mm.

$$n_1 = \frac{4500}{1830} = 3,3, \text{ prz. 4 nity.}$$

Na ściskanie na ściankę dziury:

$$n_2 = \frac{4500}{1260} = 3,6, \text{ prz. 4 nity.}$$

94. Obliczyć ilość nitów, potrzebną do utwierdzenia pasa górnego dachu żelaznego, jeżeli siły wewnętrzne wynoszą: $g_1 = 9580$ kg, $g_2 = 22000$ kg, a kątowniki 80.80.10 przeprowadzamy bez zetknięcia (rys. 165).



Rys. 165.

Jeżeli kątowniki pasu nie są zetknięte, to nie byłoby potrzeba żadnych nitów, gdyby obustronnie działały równe siły (np. $g_1 = g_2 = 9580$ kg); potrzeba natomiast przenieść nitami tę część siły, która nie jest zrównoważona siłą, działającą w tym samym kierunku po drugiej stronie węzła. Tutaj obustronnie równoważą się siły równe mniejszej z sił g_1 i g_2 , t. j. 9580 kg; natomiast nie pozostaje zrównoważona siła $22000 - 9580 = 12420$ kg. Na tę więc siłę trzeba przytwierdzić pręt. Jeżeli przyjmiemy nity $d = 18$ mm, to wedle tablicy niesie jeden taki nit dwucięty na ścinanie 4560 kg, na ciśnienie na ściankę dziury przy blasze węzłowej 10 mm 3240 kg. Uwzględniając mniejszą z tych sił, otrzymamy potrzebną ilość nitów $n = 4$, gdyż $P = 4 \times 3240 = 12960$ kg. Dla $n = 3$ otrzymalibyśmy $P = 3 \cdot 3200 = 9600$ kg, co nie wystarcza.

Porównując z zad. 93 widzimy, jaką oszczędność możemy uzyskać przez przeprowadzenie kątowników wskrós bez zetknięcia.

95. Należy obliczyć połączenie belek wiązającego (rys. 42), którego siły wewnętrzne wyznaczono w przykładzie 16, jeżeli przekrój słupa wiszącego i zastrzałów wynosi 20×20 cm, zaś przekrój belki poziomej 24×20 cm (por. też przykł. 87).

a) Połączenie słupa wiszącego z zastrzałami (rys. 150).

Ciągnięcie $P = 6600$ kg w słupie wiszącym przenosi się na zastrzały w ten sposób, że każdy zacios przenosi połowę tej siły. Zacios zostałby zniszczony, gdyby wystająca część słupa została ścięta wzdłuż linii ab (na długości m , zaś szerokości $b = 20$ cm) po obu stronach. Otrzymamy stąd równanie:

$$P = 2 mbk_t \dots \dots \dots 114$$

a więc, przyjmując $k_t = 15$ kg/cm² (dla drzewa miękkiego),

$$m = \frac{P}{2 bk_t} = \frac{6600}{2 \cdot 20 \cdot 15} = 11,0 \text{ cm,}$$

zamiast czego przyjęliśmy 20 cm.

Zniszczenie połączenia mogłoby nastąpić także w ten sposób, że siła $\frac{1}{2} P$ ścięłaby zastrzał wzdłuż linii cd o długości n , zatem na powierzchni bn .

Wtedy $\frac{1}{2} P = bn\sigma_t \dots \dots \dots 115$

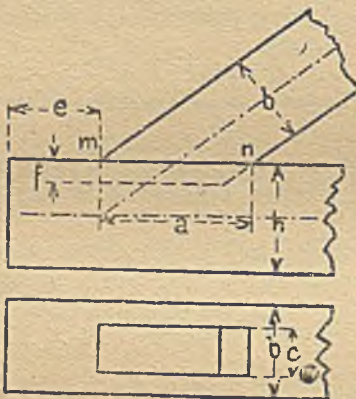
a uwzględnivszy, że $n = \frac{h}{\cos \alpha} = \frac{b}{\cos \alpha}$

$$\frac{1}{2} P = \frac{b^2}{\cos \alpha} \sigma_t \quad \dots \dots \dots 115a$$

a stąd: $\sigma_t = \frac{P \cos \alpha}{2 b^2} = \frac{6600 \cdot 0,8}{2 \cdot 20^2}$, zatem mniej, niż wynosi naprężenie dopuszczalne $k_t = 15 \text{ kg/cm}^2$.

b) Połączenie zastrzałów z belką poziomą (rys. 166).

Wykonano je na czop, którego długość a zależna jest od przekroju i nachylenia zastrzału i wynosi $a = \frac{b}{\sin \alpha}$, zaś szerokość obliczymy na ścięciu w następujący sposób:



Rys. 166.

Składowa pozioma siła w zastrzale, wynosząca H , stara się czop ściąć wzdłuż płaszczyzny mn . Jeżeli więc połączenie ma być wytrzymałe, to musi się spełnić równanie:

$$H = ack_t = \frac{bc}{\sin \alpha} k_t \quad \dots 116$$

czyli:

$$c = \frac{H \sin \alpha}{bk_t} = \frac{4400 \cdot 0,6}{20 \cdot 15} = 8,3 \text{ cm.}$$

Należy obliczyć także długość e belki poziomej przed zastrzałem. Połączenie uległoby zniszczeniu, jeżeliby ta wystająca część została przez czop wysunięta, t. j. ścięta wzdłuż dwu płaszczyzn pionowych o wysokości f , i jednej poziomej o szerokości, równej szerokości czopu c , t. j. wzdłuż sumarycznej powierzchni: $2fe + ce = (2f + c)e$. Naprężenia ścinające wzdłuż tej powierzchni muszą więc być mniejsze od dopuszczalnego, czyli:

$$H = (2f + c) ek_t \quad \dots \dots \dots 117$$

a stąd:

$$e = \frac{H}{(2f + c)k_t} = \frac{4400}{(2 \cdot 5 + 13) 15} = 12,7, \text{ przyjmiemy } 20 \text{ cm.}$$

(W wykonaniu dalibyśmy prawdopodobnie nie czop, ale zacios na całą szerokość belki.)

c) Połączenie słupa wiszącego z belką poziomą (rys. 167).

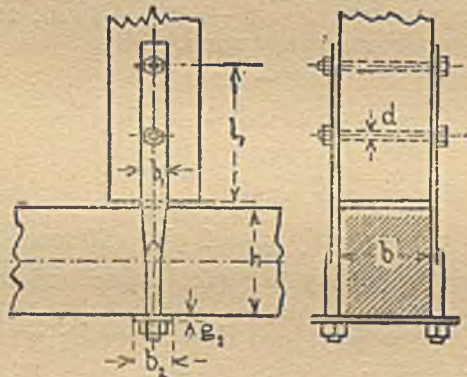
Wytrzymałość tego połączenia zależy od wytrzymałości śrub poziomych o średnicy d_1 , pionowych o średnicy d_2 i przykładek.

Śruby d_1 obliczymy na ścinanie i ciśnienie na ściankę dziury. Przenoszą one siłę $P = 6600$ kg. Na ścinanie otrzymamy wedle wzoru 110 dla dwu śrub dwuciętych:

$$P = 2 \cdot 2 \cdot 550 d_1^2 = 2200 d_1^2$$

$$\text{a stąd: } d = \sqrt{\frac{P}{2200}} = \sqrt{\frac{6600}{2200}} = 1,72 \text{ cm,}$$

zamiast czego przyjmiemy śrubę o średnicy $\frac{7}{8}'' = 18,6$ mm o przekroju rdzenia $2,72$ cm².



Rys. 167.

Ciśnienie na ściankę dziury (więc na drzewo) nie powinno przekraczać naprężenia $k_d = 120$ kg/cm². Otrzymamy więc dla dwu otworów:

$$P = 2 dbk_d 118$$

a stąd:

$$d = \frac{P}{2bk_d} = \frac{6600}{2 \cdot 20 \cdot 120} = 1,38 \text{ cm.}$$

Zatrzymamy więc śrubę poprzednio obraną.

Tę samą siłę P przenoszą na słup dwie przykładki u góry płaskie, u dołu przechodzące w śruby o średnicy d_2 . Jeżeli grubością górnej części przykładki jest $g = 1$ cm, to jej szerokość użyteczna wynosi $(b_1 - d)$, zatem:

$$P = 2 (b_1 - d) g k_r 119$$

a stąd:

$$b_1 = \frac{P}{2 g k_r} + d = \frac{6600}{2 \cdot 1 \cdot 1200} + 1,86 = 2,75 + 1,86 = 4,61 \text{ cm,}$$

zamiast czego przyjmujemy 5 cm.

Średnicę d_2 śruby, w którą u dołu przechodzi przykładka, obliczymy na rozciąganie. Jedna śruba ma przenieść siłę $\frac{1}{2} P = 3300$ kg, a więc otrzymamy potrzebną średnicę z wzoru:

$$\frac{d^2 \pi}{4} k_r = \frac{1}{2} P \quad d = \sqrt{\frac{2 P}{k_r \pi}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6600}{1200 \cdot \pi}} = 1,4 \text{ cm,}$$

przyjmiemy $\frac{3}{4}$ ".

Podkładkę przyjmiemy o szerokości $b_2 = 8$ cm, więc o szerokości użytecznej $b' = 8 - 3,2 = 4,8$ cm, zaś grubość jej g_2 obliczymy na ścinanie z wzoru:

$$P = 2 b_1 g_2 k_t 120$$

(gdzie k_t dla żelaza wynosi 800 kg/cm^2):

$$g_2 = \frac{6600}{2 \cdot 6 \cdot 80} = 0,69 \text{ cm,}$$

zamiast czego przyjmiemy $g_2 = 1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$.

Połączenie mogłoby wreszcie ulec zniszczeniu, gdyby obie poziome śruby wysunęły część dolną słupa wiszącego o długości l_1 , t. j. ścięły jego dolny koniec wzdłuż dwu powierzchni bl_1 , zatem:

$$P = 2 b l_1 k_t 121$$

a stąd:

$$l_1 = \frac{P}{2 b k_t} = \frac{6600}{2 \cdot 20 \cdot 15} = 11,0 \text{ cm.}$$

W rzeczywistości jednakowoż ten dolny koniec słupa nie zostanie ścięty wzdłuż takich dwu płaszczyzn, ale wyrwany w samym środku, należy więc obliczać długość l_1 z wzoru:

$$P = b l_1 k_t 122$$

czyli:

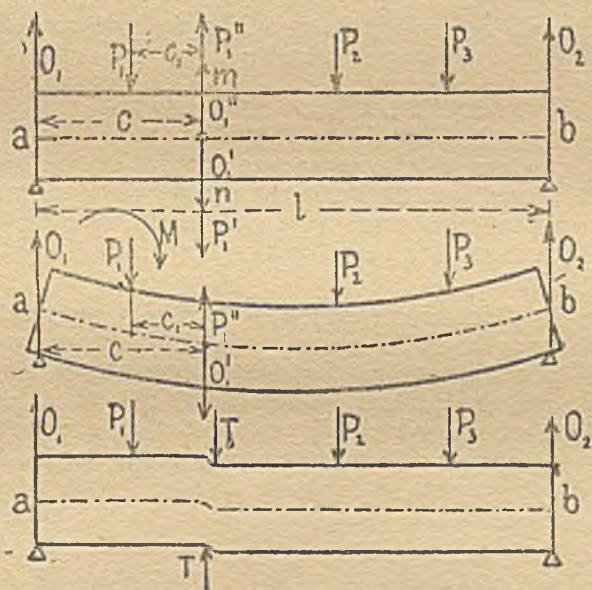
$$l_1 = \frac{P}{b k_t} = \frac{6600}{20 \cdot 15} = 22 \text{ cm.}$$

Tę też długość należy zastosować w wykonaniu.

D. Wytrzymałość na zginanie.

§ 37. Obliczenie belek zginanych.

Weźmy pod uwagę belkę pracującą na zginanie pod wpływem sił P_1, P_2, P_3, \dots i zbadajmy, jaki stan rzeczy zachodzi w dowolnym przekroju mn (rys. 168). Po lewej stronie tego przekroju działają dwie siły: oddziaływanie O_1 i siła P_1 . W równowadze belki nic się jednak nie zmieni, jeśli w przekroju mn umieścimy cztery równoważące się siły, a to: dwie siły pionowe, ale wprost przeciwnie sobie skierowane O_1' i O_1'' , oraz dwie również pionowe i również przeciwne sobie siły P_1' i P_1'' ; bowiem wypadkowa tych sił



Rys. 168, 169 i 170.

równa się zeru*). Otrzymane w ten sposób siły ($O_1, P_1, O_1', O_1'', P_1', P_1''$) możemy w dowolnym porządku złożyć ze sobą. Siły O_1 i O_1' , oraz P_1 i P_1'' dadzą dwa momenty statyczne, których suma wyniesie:

$$M = O_1 c - P_1 c_1 \dots \dots \dots 123$$

zatem moment o wielkości znalezionej już poprzednio (wz. 27).

*) Można by tak samo wziąć siły działające po prawej stronie, P_2, P_3 i O_2 , gdyż ich wypadkowa równa jest co do wielkości i położenia wypadkowej sił O_1 i P_1 .

Ten moment zginający M stara się wygiąć przekrój mn w kierunku wskazówki na zegarze; ma zatem znak dodatni (porównaj §§ 14 i 23). Przekrój ten obróci się ostatecznie o pewien kąt, zajmując położenie mn (fig. 171), pozostanie przecież płaski i po obrocie. Podobnie obróca się i inne przekroje, jednakowoż o inny kąt, skutkiem czego górne włókna skrócą się, dolne natomiast wydłużą; w środku belki pozostanie jednak jedna warstwa ab (rys 169), która długości nie zmieni. Warstwę tę nazywamy warstwą obojętną, a linię przecięcia jej st z pewnym przekrojem, np. z przekrojem mn lub pr (rys. 171), osią obojętną. Przekroje mn , które przedtem były pionowe, zajmą teraz położenie $m'n'$ i $p'r'$, pozostając jednak prostopadłymi do osi.

Dotychczas nie mówiliśmy nic o wpływie sił O_1'' i P_1' , które działają w badanym przekroju mn . Dadzą one siłę wypadkową, która wynosi:

$$T = O_1'' - P_1' = O_1 - P \dots \dots \dots 124$$

Siła ta jest zatem siłą poprzeczną, znalezioną już poprzednio w § 23 (por. wz. 23 i 27). Stara się ona przesunąć przekrój mn pionowo względem przekroju, leżącego bardzo blisko obok niego, tak, by belka przybrała kształt, wskazany na rys. 163.

Wskutek działania momentu M i siły poprzecznej T powstają wewnątrz belki naprężenia, t. j. siły wewnętrzne. Naprężenia, powstałe wskutek działania momentu, nazywamy zginającymi, gnącymi, normalnymi (t. j. prostopadłymi do przekroju, gdyż taki mają kierunek); naprężenia wskutek siły poprzecznej naprężeniami ścinającymi. Te ostatnie są jednak zwykle w belkach drewnianych i żelaznych litych znacznie mniejsze od normalnych, to też tutaj zajmować się nimi nie będziemy. Natomiast ważne są dla obliczenia belek naprężenia zginające; aby je obliczyć, trzeba przedewszystkiem znaleźć momenty belki w każdym jej punkcie.

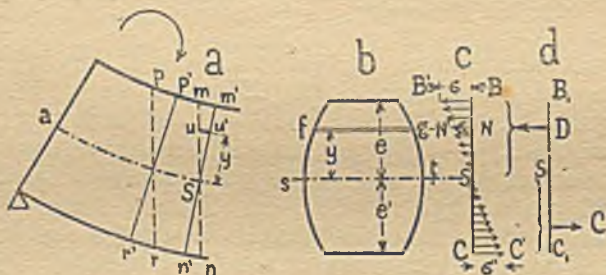
Rys. 71 przedstawia płaszczyzny mn i pr , narysowane w większej podziałce, przed i po ugięciu. Widać na niej, że odkształcenia (przedłużenia, względnie skrócenia) poszczególnych włókien nn' , mm' i t. d. mają się do siebie jak odległości ich od osi obojętnej st , przechodzącej przez punkt S , t. j., że $nn':mm' = y:e$. Wiemy jednak, że (aż do granicy proporcjonalności) naprężenia są wprost proporcjonalne do odkształceń. Stąd wynika, że włókna najbardziej od osi oddalone będą naprężone najbardziej, zaś w samej osi będzie naprężenie równe zeru. Oznaczając naprężenie w odległości y

od osi obojętnej przez σ_y naprężenie w warstwie skrajnej górnej przez σ , w warstwie dolnej przez σ' , otrzymamy na mocy podobieństwa trójkątów $\triangle ANN' \sim \triangle ABB' \sim \triangle ACC'$ (rys. 171c):

$$\text{oraz: } \left. \begin{array}{l} \sigma : \sigma_y = e : y \\ \sigma' : \sigma_y = e' : y \end{array} \right\} \dots \dots \dots 125$$

a stąd: $\sigma_y = \sigma \frac{y}{e}$, względnie $\sigma_y = \sigma' \frac{y}{e'}$ 125a

Zatem w każdym włóknie oddalonym o y od osi obojętnej panuje naprężenie σ_y , stałe na całej szerokości paska f_y . Jeżeli powierzchnia takiego paska w odległości y od osi obojętnej (rys. 171b) wynosi f_y , to suma naprężeń wszystkich jego włókien równa jest naprężeniu σ_y , pomnożonemu przez powierzchnię paska, t. j. $f\sigma_y$. Ale $\sigma_y = \frac{\sigma}{e} y$, a więc $f\sigma_y = \frac{\sigma}{e} f y$, względnie $f\sigma_y = \frac{\sigma'}{e'} f y$.



Rys. 171.

A zatem suma wszystkich naprężeń ściskających w całej ściskanej części belki (rys. 176c i d):

$$D = \left(\frac{\sigma}{e} f_1 y_1 + \frac{\sigma}{e} f_2 y_2 + \dots \right) = \frac{\sigma}{e} (f_1 y_1 + f_2 y_2 + \dots) = \frac{\sigma}{e} \sum_0^e f y \quad 126$$

zaś suma naprężeń rozciągających:

$$C = \left(\frac{\sigma'}{e'} f'_1 y'_1 + \frac{\sigma'}{e'} f'_2 y'_2 + \dots \right) = \frac{\sigma'}{e'} (f'_1 y'_1 + f'_2 y'_2 + \dots) = \frac{\sigma'}{e'} \sum_0^{e'} f' y' \quad 126a$$

Jeśli ma być równowaga w przekroju, t. j. jeśli nie ma nastąpić dalszy ruch obrotowy ani też postępowy, to muszą się spełnić warunki tej równowagi, a więc (prócz innych)

suma składowych poziomych musi być równa zero, więc $C = D = 0$. Podstawiając wartości, otrzymamy:

$$\frac{\sigma}{e} \sum_0^e fy - \frac{\sigma'}{e'} \sum_0^{e'} f'y' = 0$$

ponieważ zaś z rys. 154c wynika, że $\frac{\sigma}{e} = \frac{\sigma'}{e'}$, przeto:

$$\frac{\sigma}{e} \left(\sum_0^e fy - \sum_0^{e'} f'y' \right) = 0 \quad \dots \dots \dots 127$$

Jeśli iloczyn równać ma się zero, to jeden z mnożników musi być zerem; ponieważ zaś $\frac{\sigma}{e}$ zerem nie jest, przeto równanie spełni się tylko, jeżeli wyraz w nawiasie równa się zero t. j., jeżeli:

$$\sum_0^e fy - \sum_0^{e'} f'y' = 0 \quad \dots \dots \dots 128$$

fy jest momentem statycznym paska o powierzchni f względem osi obojętnej; zatem $\sum fy$ jest sumą momentów stat. wszystkich pasków po jednej, $-\sum f'y'$ pasków po drugiej stronie osi, zaś $\sum fy - \sum f'y'$ jest momentem statycznym wszystkich pasków przekroju, t. j. całego przekroju ze względu na oś. Wedle 128 ma on być równy zero. Jednak linja, względem której suma momentów statycznych pewnego przekroju = 0, przechodzi (wedle § 21) przez środek ciężkości tego przekroju, a zatem:

Oś obojętna przechodzi przez środek ciężkości przekroju.

Jeśli jednak ma nastąpić równowaga, to i moment statyczny wszystkich sił działających musi równać się zero. Na dany przekrój mn działa: 1. moment M sił zewnętrznych ze względu na punkt S (o wielkości w danym przykładzie $M = O_1c - P_1c_1$), oraz 2. suma momentów naprężeń również ze względu na punkt S . Siła wewnętrzna, odpowiadająca paskowi f , odległemu od osi obojętnej o y wynosi $f\sigma_y$, a jej moment względem S jest $f\sigma_y y = f \frac{\sigma}{e} y^2$. Dla wszystkich pasków powyżej osi obojętnej otrzymamy zatem:

$$\frac{\sigma}{e} f_1 y_1^2 + \frac{\sigma}{e} f_2 y_2^2 + \dots = \frac{\sigma}{e} (f_1 y_1^2 + f_2 y_2^2 + \dots) = \frac{\sigma}{e} \sum fy^2, \text{ a po-}$$

dobnie poniżej osi: $\frac{\sigma'}{e} \sum f'y'^2$. Wiemy wreszcie, że $\frac{\sigma}{e} = \frac{\sigma'}{e'}$ a stąd dla równości momentów:

$$M = \frac{\sigma}{e} (\Sigma f y^2 + \Sigma f' y'^2) = \frac{\sigma}{e} \Sigma f y^2 \dots 129$$

Wyraz $\Sigma f y^2$ składa się z bardzo wielu dodajników, z których każdy równy jest iloczynowi niezmiernie wąskiego paska, na jakie dzielimy przekrój, przez kwadrat jego odległości od osi obojętnej. Nazywamy go momentem bezwładności I . Ponieważ mamy w nim powierzchnię f (cm²) mnożoną przez kwadrat długości y^2 (znów cm²), przeto jednostką momentu bezwładności będą cm⁴, t. j. centymetry do potęgi czwartej. $\Sigma f y^2$ jest więc momentem bezwładności całego przekroju względem osi obojętnej. Otrzymujemy zatem:

$$M = \frac{\sigma}{e} I = \frac{\sigma_y}{y} I \dots 130$$

Największe naprężenie będzie we włóknie najbardziej oddalonem od osi obojętnej, a zatem we włóknie skrajnem (jednem lub obu). Z równania 130 otrzymamy jego wartość:

$$\text{najw. } \sigma = \frac{Me}{I} \dots 131$$

$$M = \text{najw. } \sigma \frac{I}{e} \dots 132$$

Dla danego przekroju mn zmienny jest moment zależnie od obciążenia, natomiast I i e są stałe. Nazwijmy $\frac{I}{e} = W$, to

$$\sigma = \frac{M}{W} \dots 133$$

$$M = \sigma W \dots 134$$

Wielkość W nazywamy momentem wytrzymałości lub momentem oporu lub też wskaźnikiem przekroju; mierzymy go w cm³.

Podobnie otrzymamy dla włókna oddalonego o e' :

$$\sigma' = \frac{Me'}{I} = \frac{M}{W'} \left(\text{gdzie } \frac{I}{e'} = W' \right) \dots 133a$$

$$M = \sigma' W' \dots 134a$$

Najczęściej używamy przekrojów symetrycznych względem osi poziomej; dla nich oś obojętna (oś ciężkości) jest zarazem osią symetrii. Wtedy $e = e'$, $W = W'$.

Jeżeli moment ma znak dodatni, to w części górnej belki występuje ściskanie, oznaczane znakiem „—”, zaś w części dolnej wyciąganie, oznaczane znakiem „+”. Np. „— σ ” oznacza „ściskanie o wielkości σ ”.

Największe naprężenia powstają zawsze we włóknach najbardziej oddalonych od osi obojętnej; inne włókna przenoszą siły o wiele mniejsze, niż wynosi ich wytrzymałość (względnie naprężenie dopuszczalne); nie są więc należycie wykorzystane. Staramy się dlatego zwykle o to, aby największą część materiału belki rozmieścić możliwie daleko od osi, co widać np. w belkach żelaznych **I**, **C** i t. d.

W belce narażonej na zginanie przybierają momenty zginające w poszczególnych miejscach różne wartości. Najpraktyczniej byłoby więc zastosować belkę o przekroju zmiennym, silniejszym tam, gdzie działają momenty większe, zaś słabszym, gdzie występują mniejsze. Jednakowoż belek takich używamy tylko w większych konstrukcjach; w mniejszych używa się zwykle belek drewnianych lub dźwigarów żelaznych o przekroju stałym na całej długości, a tem samem o stałym momencie wytrzymałości W i momencie bezwładności I . Wtedy wedle wzoru 130 $\sigma = \frac{M}{W}$ największe naprężenie wystąpi w przekroju, w którym moment jest największy; przekrój ten nazywamy dlatego przekrojem niebezpiecznym.

Ze względu na konieczną w budowlach inżynierskich pewność obliczamy wymiary belek tak, aby największe naprężenie (we włóknach skrajnych przekroju niebezpiecznego) było conajwyżej równe naprężeniu dopuszczalnemu. Dla najw. M musi być więc $\sigma = k_g$, a równanie 133 przybierze wtedy postać:

$$k_g \geq \frac{\text{najw. } M}{W} \dots \dots \dots 135$$

Zwykle dany jest najw. M , oraz naprężenie dopuszczalne, którego nie można przekroczyć; natomiast w tablicach szukamy belki mającej moment wytrzymałości W równy obliczonemu lub większy; wtedy używamy wzoru:

$$W = \frac{\text{najw. } M}{k_g} \dots \dots \dots 136$$

§ 38. Rachunkowe wyznaczenie momentu bezwładności prostokąta.

Podzielmy prostokąt o wysokości h , a podstawie b (rys. 172) na wąskie paski poziome o grubości g ; powierzchnia każdego paska niech wynosi f , zaś odstęp od osi xx niech będzie y . Momentem bezwładności jednego paska jest $I_1 = fy = (bg)y^2$. Dla górnej połowy prostokąta mamy zatem $\frac{1}{2}Ix = bg(y_1^2 + y_2^2 + \dots)$, czyli

$$Ix = 2b(y_1^2g + y_2^2g + \dots) \dots 137$$

ale $y_2 = y_1 + g$, $y_3 = y_2 + g \dots$, a zatem:

$$y_2^2 = y_1^2 + 3y_1g + g^2$$

$$y_3^2 = y_2^2 + 3y_2g + g^2$$

Wartości g są jednak bardzo małe, a tem mniejsze są wartości g^2 i g^3 ; możemy je więc śmiało opuścić. Otrzymamy wtedy:

$$y_2^2 = y_1^2 + 3y_1g, \text{ więc } y_1^2g = \frac{y_2^2 - y_1^2}{3}$$

i podobnie

$$y_2^2g = \frac{y_3^2 - y_2^2}{3} \dots$$

Podstawiając wartości we wzór 137 otrzymujemy:

$$Ix = \frac{2}{3} b (y_2^2 - y_1^2 + y_3^2 - y_2^2 + y_4^2 - y_3^2 + \dots + y_n^2 - y_{n-1}^2), \text{ a upraszczając}$$

$$Ix = \frac{2}{3} b (y_n^2 - y_1^2) \dots 138$$

Ponieważ y_1 jest bardzo małe wobec y_n , więc tembardziej y_1^2 wobec y_n^2 ; możemy więc je opuścić; z drugiej strony y_n jest prawie równe $\frac{h}{2}$. Podstawmy więc te wartości, a otrzymamy:

$$Ix = \frac{2}{3} b \left(\frac{h}{2}\right)^2 = \frac{1}{12} bh^3 \dots 139$$

Uproszczenie, jakie w toku rachunku czyniliśmy, są tem bardziej dopuszczalne, im na węższe paski podzieliśmy przekrój. Przy przyjęciu pasków niezmiernie wązkie błęd powstały znikną zupełnie.

Dla osi yy otrzymamy w ten sam sposób:

$$Iy = \frac{1}{12} hb^3 \dots 140$$

Jeśli $h > b$, to I_x jest największym, I_y najmniejszym ze wszystkich momentów bezwładności, odniesionych do środka ciężkości.

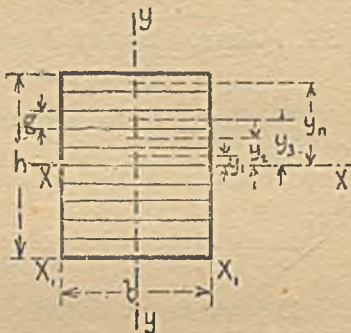
Moment wytrzymałości względem osi xx wynosi zatem:

$$W_x = \frac{Ix}{c} = \frac{1}{12} bh^3 \cdot \frac{2}{h} = \frac{1}{6} bh^2 \dots 141$$

zaś dla osi yy :

$$W_y = \frac{Iy}{e'} = \frac{1}{12} hb^3 \cdot \frac{2}{b} = \frac{1}{6} hb^2 \dots 142$$

Jeśli $h > b$, to W_x jest znów największym, W_y najmniejszym momentem wytrzymałości danego przekroju.



Rys. 172.

Dla przekroju kwadratowego o bokach a $h = b = a$, zatem

$$I_x = I_y = \frac{1}{12} a^4 \quad 143$$

$$W_x = W_y = \frac{a^3}{6} \quad 144$$

§ 39. Moment bezwładności ze względu na oś równoległą do pewnej osi ciężkości.

Niech I_0 będzie momentem bezwładności danego przekroju ze względu na oś ciężkości $x-x$, zaś I_1 szukanym przez nas momentem bezwładności ze względu na oś x_1-x_1 , oddaloną o c od osi $x-x$.

Moment bezwładności I_0 wynosi (rys. 173).

$$I_0 = \sum f y^2.$$

Zaś moment bezwładności I_0 względem osi $x_1 x_1$:

$$I_1 = \sum f (y+c)^2 = \sum f y^2 + \sum 2c f y + \sum f c^2 = I_0 + 2c \sum f y + c^2 \sum f$$

Wyraz $2c \sum f y$ jest równy zeru, gdyż $\sum f y$ jest momentem statycznym przekroju ze względu na oś ciężkości (por.

§ 21); wyraz $\sum f$ jest sumą powierzchni wszystkich pasków, a więc powierzchni całego przekroju F , a zatem:

$$I_1 = I_0 + Fc^2 \quad 145$$

T. j.: Moment bezwładności danego przekroju ze względu na oś odległą o długość c od środka ciężkości równa się momentowi bezwładności przekroju ze względu na oś ciężkości,

równoległą do danej osi, więcej iloczynowi powierzchni F przez kwadrat odległości obu osi.

Wiemy, że dla prostokąta o wysokości h , a podstawie b moment bezwładności I względem osi ciężkości xx wynosi

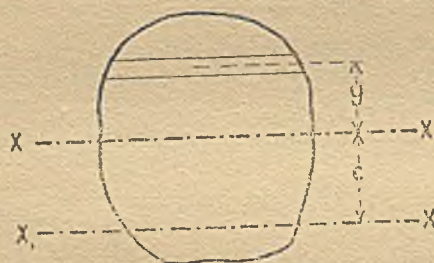
$$I = \frac{1}{12} b h^3. \text{ Jeśli chcemy znaleźć } I, \text{ względem podstawy, to}$$

odległość osi ciężkości xx od nowej osi $x_1 x_1$ (rys. 172) wynosi $\frac{1}{2} h$, a więc:

$$I_x = I_0 + Fc^2 = \frac{1}{12} b h^3 + b h \cdot \frac{b^2}{4} = \frac{1}{3} b h^3 \quad 146$$

Podobnie moment bezwładności względem pionowego boku prostokąta:

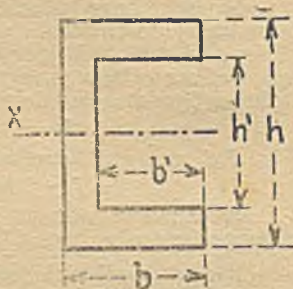
$$I_y = \frac{1}{3} b h^3 \quad 147$$



Rys 173.

Znając moment bezwładności prostokąta, oraz na podstawie wzoru 145, wyznaczyć możemy momenty bezwładności figur bardziej skomplikowanych, składających się z prostokątów, albo też figur, które w przybliżeniu możemy zamienić na prostokąty. Dla każdego prostokąta składowego znajdujemy moment bezwładności osobno, a następnie sumujemy je lub odejmujemy. Np. przekrój Γ (por. rys. 174) uważać możemy za prostokąt o wymiarach b, h , od którego trzeba odjąć prostokąt mniejszy o wymiarach b', h' . Wtedy:

$$I_x = \frac{1}{12}(bh^3 - b'h'^3) \dots 148$$



zaś $W_x = \frac{2I_x}{h} \dots 148a$

Rys. 174.

W podobny sposób wyznaczamy momenty bezwładności przekrojów o kształcie np. T lub I . Przekroje takie spotykamy najczęściej w kształtownikach żelaznych, jednakowoż z zaokrągleniami, a także pochyleńściami ścianek. Obliczając moment bezwładności, zamieniamy przekrój dany zwykle na przekrój złożony z prostokątów wyrównujących go co do powierzchni. Por. przykłady 96 i 102.

Zwykle jednakowoż zbyteczne jest wykonywanie tych działań, gdyż momenty bezwładności i momenty wytrzymałości najczęściej używanych przekrojów zostawione są w tablicach. Por. tablice kształtowników na końcu książki.

Przykłady 96—113.

96. Obliczyć moment bezwładności blachownicy o przekroju, podanym na rys. 175, uwzględniając przytem zaniejszenie momentu bezwł. wskutek dziur na nity 20 mm. Blachownica ma ściankę o wysokości $H=100$ cm, a grubości 1 cm, kątowniki 90.90.10 i nakładki 240.11.

Wedle rys. 158: $H=100$ cm, $h_1=98$ cm, $h_2=82$ cm, $g=1,1$ cm, $d=2$ cm, $c=3,5$ cm, $c_1=8$ cm, $c_2=1$ cm.

Moment bezwładności obliczymy, odejmując od momentu bezwładności prostokąta o podstawie B , a wysokości $(H+2g)$ momenty bezwładności prostokątów nie wchodzących w skład przekroju belki.

Otrzymamy wtedy:

$$I = \frac{1}{12} [(B - 2d)(H + 2g)^3 - 2cH^3 - 2(c_1 - d)h_1^3 - 2c_2h_2^3], \text{ czyli:}$$

$$I = \frac{1}{12} [(24 - 2 \cdot 2)(100 + 2 \cdot 1,1)^3 - 2 \cdot 3,5 \cdot 100^3 - 2(8 - 2)98^3 - 2 \cdot 1 \cdot 82^3] = 498,299 \text{ cm}^4, \text{ okrągło } I = 408,300 \text{ cm}^4.$$

97. Znaleźć moment bezwładności przekroju, złożonego z blachy 160.8 i dwu kątowników 50.50.5 (rys. 176).

Moment bezwładności blachy wynosi:

$$I_b = \frac{1}{12} 0,8 \cdot 16^3 = 273,0 \text{ cm}^4.$$

Moment bezwładności jednego kątownika względem osi ciężkości równoległej do ramienia wynosi (według tablic) $I_0 = 11,2 \text{ cm}^4$; ponieważ zaś środek ciężkości jednego kątownika odległy jest od poziomej osi ciężkości xx całego przekroju o 6,59 cm, zaś jego przekrój wynosi $F = 4,79 \text{ cm}^2$, przeto jego moment bezwładności wzgl. osi xx ma wartość:

$$I_k = 11,2 + 4,79 \cdot 6,59^2 = 219,2 \text{ cm}^4.$$

Zaś moment bezwładności całego przekroju.

$$I = I_b + 2 I_k = 273,0 + 2 \cdot 219,2 = 711,4 \text{ cm}^4.$$

98. Znaleźć moment bezwładności i moment wytrzymałości przekroju podanego na rys. 91 (por. przykład 37).

Środek ciężkości przekroju leży w odległości 5 cm od osi mm (por. przykład 37). Zatem moment bezwładności:

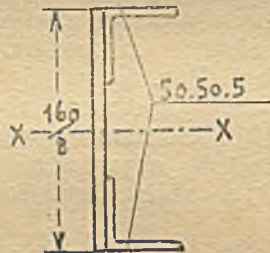
$$I = \frac{1}{8} (10 \cdot 5^3 - 2 \cdot 3,5 \cdot 1^3 + 7 \cdot 7^3 - 2 \cdot 2 \cdot 5^3) = \frac{1}{8} 3144 = 1048 \text{ cm}^4.$$

Zaś moment wytrzymałości:

$$W = \frac{I}{e} = \frac{1048}{7} = 149,7 \text{ cm}^3.$$



Rys. 175.



Rys. 176.

99. Znaleźć moment bezwładności i moment wytrzymałości przekroju jak w zadaniu 38 (rys. 92).

Przy pomocy tablic otrzymamy:

$$I_x = 2 \left(1,86 + 2,25 \cdot 5,87^2 \right) + 2 \left(\frac{0,4 \cdot 4^3}{12} + 4,0 \cdot 0,4 \cdot 6,23^2 \right) + \left(\frac{0,6 \cdot 15^3}{12} + 15 \cdot 0,6 \cdot 0,73^2 \right) = 158,7 + 134,9 + 173,6 = 467,1 \text{ cm}^4.$$

Obliczając moment wytrzymałości W , uwzględnić musimy odległość krawędzi dolnej, gdyż jest ona bardziej oddalona od osi ciężkości. Otrzymamy wtedy: $W = \frac{467,1}{8,23} = 56,7 \text{ cm}^3$.

100. Dźwigar INP 26 przykryty jest w miejscu styku przykładkami wedle rys. 177. Należy znaleźć ich moment wytrzymałości z uwzględnieniem 4 dziur na nity 16 mm.

Moment bezwładności przykładek pionowych wynosi:

$$I_1 = 2 \cdot \frac{1}{12} \cdot 1,0 \cdot 20^3 = 1333 \text{ cm}^4.$$

Moment bezwładności przykładek poziomych:

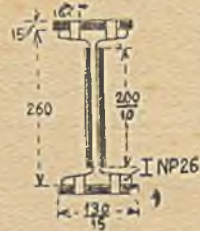
$$I_2 = \frac{1}{12} (13 - 1 \cdot 1,6) (29^3 - 26^3) = 5554 \text{ cm}^4.$$

Całkowity moment bezwładności:

$$I = 1333 + 5554 = 6887 \text{ cm}^4.$$

Zatem moment wytrzymałości:

$$W = \frac{6887}{14,5} = 475 \text{ cm}^3.$$



Rys. 177.

101. Jak należy rozstawić dwa ceowniki NP 24, jeżeli ich momenty bezwładności ze względu na obie osi mają być równe (rys.178).

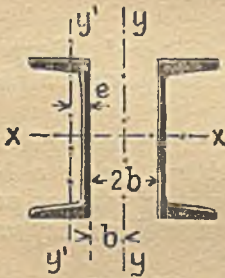
Jeżeli moment bezwładności jednego kształtownika względem osi ax wynosi I_x , względem osi yy I_y , zaś względem osi $y'y'$ przechodzącej przez środek ciężkości jednego kształtownika $I_{y'}$, to:

$$2I_{y'} = 2I_x = 2[I_{y'} + F(e + b)^2], \text{ a stąd:}$$

$$b = \sqrt{\left(\frac{I_x - I_{y'}}{F}\right)} - e$$

a zatem wedle tablic:

$$b = \sqrt{\frac{4056 - 282}{46,5}} - 2,38 = 6,35 \text{ cm.}$$



Rys. 178.

bezwładności dziur na nity względem ich środka ciężkości, to otrzymamy, biorąc moment dźwigara nieosłabionego względem osi x_1x_1 :

$$I_1 = I + Fs^2$$

Odejmując od tej wartości moment bezwładności dziur na nity względem tej samej osi x_1x_1 :

$$\left\{ I_n + F_n \left(u - \frac{g}{2} \right)^2 \right\}$$

$$\text{dostaniemy: } I_1 = I + Fs^2 - \left[I_n + F_n \left(u - \frac{g}{2} \right)^2 \right]$$

Dla INP 28a otrzymamy $I_n = \frac{1}{12} 2,0 \cdot 1,7^3 = 0,7 \text{ cm}^4$, co jest wartością tak małą, że w ogólnym wzorze możemy ją zupełnie pominąć;

otrzymamy wtedy: $I_1 = I + Fs^2 - F_n \left(u - \frac{g}{2} \right)^2$

Dla INP 28a (porównaj przykład 40):

$$I_1 = 10274 + 78,85 \cdot 1,24^2 - 6,8 (15,24 - 0,63)^2 = 10274 + 121 - 1410 = 8985 \text{ cm}^4.$$

103. O ile zmieni się moment wytrzymałości dźwigara I *NP 28 a*, osłabionego na jednej stopce dwoma nitami o średnicy 20 mm (Por przykłady 40 i 102.)

Moment wytrzymałości dźwigara nieosłabionego wynosi:

$$W = 733,9 \text{ cm}^3.$$

Moment bezwładności I_1 dźwigara osłabionego obliczyliśmy w przykładzie 99, otrzymując wartość $I_1 = 8985 \text{ cm}^4$.

Zatem moment wytrzymałości:

$$W_1 = \frac{I_1}{n} = \frac{8985}{15,24} = 589,0 \text{ cm}^3.$$

Wartość momentu wytrzymałości zmniejsza się więc o $W - W_1 = 733,9 - 589,0 = 144,9 \text{ cm}^3$.

104. Znaleźć dźwigar **I** potrzebny dla obciążenia, jak na rys. 100 (przykład 44).

Największy moment zginający wynosi tutaj $M = 872000 \text{ kgcm}$. Zatem potrzebny moment wytrzymałości:

$$W = \frac{M}{k_k} = \frac{872000}{1200} = 727 \text{ cm}^3.$$

Użyjemy zatem dźwigara *NP 32* ($W = 783 \text{ cm}^3$). Bezpośrednio mniejszy dźwigar *NP 30* ma moment wytrzymałości $W = 653 \text{ cm}^3$.

105. Belki drewniane śpichrza leżą w odstępach $a = 0,70 \text{ m}$ od środka do środka na murach odległych od siebie o $l = 4,38 \text{ m}$. Należy znaleźć ich przekrój, jeśli ciężar własny powały wynosi 120 kg/m^2 , zaś ciężar zboża na niej spoczywającego warstwą $1,00 \text{ m}$ grubą — 800 kg/m^3 .

Otrzymamy tu obciążenie jednej belki w kg/mb :

$$z = (120 + 800 \cdot 1,0) \cdot 0,7 = 644 \text{ kg/mb}.$$

Rozpiętość teoretyczną l belek przyjmować należy w wielkości $1,05$ odstępów murów w świetle, zatem

$$l = 1,05 \cdot 4,38 = 4,60 \text{ m},$$

na całej belce spoczywa zatem:

$$Z = 644 \cdot 4,60 = 2960 \text{ kg},$$

a zatem moment zginający wynosi:

$$M = \frac{1}{8} Zl = \frac{1}{8} 2960 \cdot 4,60 = 170200 \text{ kgcm.}^*)$$

Przyjmując naprężenie dopuszczalne 100 kg/cm^2 , otrzymamy potrzebny moment wytr. $W_p = \frac{170200}{100} = 1702 \text{ cm}^3$; zastosujemy więc belkę o przekroju $24/21 \text{ cm}$ ($W = 2016 \text{ cm}^3$).

*) Często liczymy moment wedle wzoru $M = \frac{1}{8} \cdot 1,05 \cdot g l^2$, otrzymując przez to nieco mniejszą wartość M .

105. Jak wielki ciężar jednostajnie rozłożony uniesie belka drewniana o wymiarach 22/10, jeśli służy jako wspornik o długości $l = 200$ cm ($k_g = 100$ kg/cm²).

Moment zginający belki wspornikowej jednostajnie obciążonej wynosi:

$$M = \frac{Pl}{2}, \text{ czyli } P = \frac{2M}{l} = pl.$$

Zaś moment wytrzymałości stoi z momentem zgięcia w związku:

$$M = Wk_g.$$

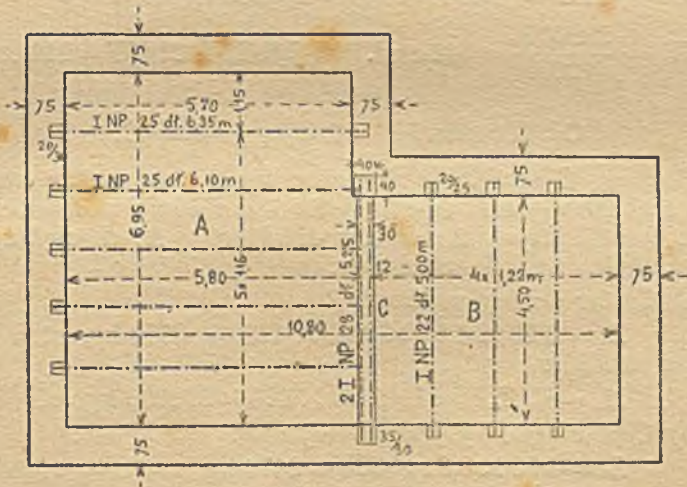
Otrzymamy zatem dla $W = \frac{bh^2}{6} = \frac{1}{6} 16 \cdot 22^2 = 1290$ cm².

$$P = \frac{2Wk_g}{l} = \frac{2 \cdot 1290 \cdot 100}{200} = 1290 \text{ kg},$$

czyli ciężar jednostajnie rozłożony o wielkości:

$$p = \frac{P}{l} = \frac{1290}{2,00} = 645 \text{ kg/mb.}$$

104. Obliczyć dźwigary A, B i C stropu betonowego między dźwigarami żelaznymi (rys. 179). Ciężar własny stropu



Rys. 179.

$g = 400$ kg/m². Ciężar ruchomy $p = 500$ kg/m². Podciąg C dźwiga nadto ścianę pierwszego piętra o grubości 0,30 m, wysokości 3,80 m z cegły dziurawki ($g = 1300$ kg/m³).

Obliczenie dźwigarów A.

Odległość murów w świetle $l = 5,80$ m.

Odstęp dźwigarów $a = 1,16$ m

Teoretyczna rozpiętość dźwigarów $L = 1,025 l = 5,95$ m.

Ciążar całkowity: $Z = 5,95 \times 1,16 \times 900 = 6212$ kg.

Moment zgięcia: $M = \frac{1}{8} ZL = 462020$ kgcm.

Potrzebny moment wytrzymałości:

$$W = \frac{462020}{1200} = 385 \text{ cm}^3.$$

Przyjmujemy INP 25 ($W = 397 \text{ cm}^3$); wtedy największe naprężenie $\sigma = \frac{462020}{397} = 1164 \text{ kg/cm}^2$.

Obliczenie dźwigarów B.

Odległość murów w świetle $l = 4,50$ m.

Odstęp dźwigarów $a = 1,22$ m.

Teoretyczna rozpiętość dźwigarów $L = 1,05 l = 4,70$ m.

$Z = 4,50 \times 122 \times 900 = 4940$ kg

$M = \frac{1}{8} ZL = \frac{1}{8} 4940 \times 470 = 290300$ kgcm

$W = \frac{290300}{1200} = 242 \text{ cm}^3$. Przyjęto INP 21 ($W = 244 \text{ cm}^3$).

Obliczenie dźwigarów C.

Podciąg C przenosi: a) ciężar ściany; b) ciężar stropu, przenoszącego się nad bezpośrednio z połowy pola obciążenia B; c) oddziaływania trzech dźwigarów A; d) ciężar własny podciagu, narazie nieznan.

a) Ciężar ściany wynosi:

$Z_a = 3,80 \times 4,50 \times 0,30 \times 1300 = 6670$ kg, stąd moment w środku:

$$M_a = \frac{1}{8} Z_a L = \frac{1}{8} 6670 \times 470 = 392000 \text{ kgcm.}$$

b) Ciężar połowy pola B wynosi:

$$Z_b = 4,50 \times 0,61 \times 900 = 2470 \text{ kg,}$$

$$M_b = \frac{1}{8} 2470 \times 470 = 145200 \text{ kgcm.}$$

c) Oddziaływania dźwigarów A wynoszą:

$$O_a = \frac{6060}{2} = 3030 \text{ kg}$$

a stąd oddziaływanie podciągu :

$$O_1 = \frac{1}{4,70} \left[3030 (3,1,16 + 0,10) + 3030 (2,1,16 + 1,10) + 3030 (1,16 + 0,10) \right] = \frac{3030}{4,70} (3,58 + 2,42 + 1,26) = 3030 \frac{7,26}{4,70} = 4680 \text{ kg.}$$

$$O_2 = 3 \cdot 3030 - 4680 = 4410 \text{ kg.}$$

Momenty zginające wynoszą zatem :

pod pierwszym ciężarem :

$$M_c = 4410 \times 1,26 = 552800 \text{ kgcm.}$$

pod środkowym ciężarem :

$$M_c'' = 4410 \times 242 - 3030 \times 116 = 715740 \text{ kgcm.}$$

Ponieważ punkt m , w którym wspiera się dźwigar A środkowy na podciągu C , jest oddalony od środka belki tylko o 7 cm, co wobec długości $L = 4,70$ m jest wielkością bardzo nieznaczną, a moment belki wolno podparte w środku belki mało co się zmienia, przeto możemy M_a , M_b i M_c'' wprost dodać i w ten sposób otrzymać największy moment z bardzo małym błędem, Otrzymamy wtedy :

$$M = M_a + M_b + M_c'' = 1252940 \text{ kgcm}$$

$$W = \frac{1208840}{1200} = 1044 \text{ cm}^3.$$

Przyjmujemy 2 INP 28 ($W = 2,543 = 1084 \text{ cm}^3$); ważą one $2,48 = 96 \text{ kg/mb}$, zatem na długości 4,70 m wypada $4,70 \cdot 96 = 450 \text{ kg}$, do czego dodając 40 kg na usztywnienia, otrzymamy ciężar własny 490 kg.

Moment z powodu ciężaru własnego wynosi :

$$M_w = \frac{1}{8} 490 \cdot 4,70 = 28800 \text{ kgcm.}$$

Zatem moment całkowity: $M + M_w = 128174 \text{ kgcm}$, co

wymaga $W = \frac{1281740}{1200} = 1068 \text{ cm}^3$.

Zatrzymamy zatem dwa dźwigary INP 28.

Obliczenie ciosów oporowych :

Dźwigary A.

Oddziaływania: $O_A = \frac{Z}{2} = 3030 \text{ kg}$, zatem potrzebna

powierzchnia $F = \frac{O_A}{k} = \frac{3030}{7} = 433 \text{ cm}^2$.

Przyjmujemy cios o wymiarach podstawy 20×25 cm, którego $F_p = 500$ cm².

Dźwigary B.

$$O_B = \frac{Z}{2} = \frac{4940}{2} = 2470 \text{ kg}$$

$$F_p = \frac{O_B}{k} = \frac{2470}{7} = 353 \text{ cm}^2.$$

Przyjmujemy również cios 20×25 cm ($F = 500$ cm²).

Podciąg C.

$$O_c = \frac{Z_a}{2} + \frac{Z_b}{2} + O_1 = 3335 + 1235 + 4680 = 9250 \text{ kg}$$

Z powodu ciężaru własnego dźwigara $\frac{245 \text{ „}}{9495 \text{ kg}}$

Oddziaływanie dźwigara A, który spoczywa na tym samym ciosie $O_A = 3030$ kg. Zatem całkowita siła, przeniesiona na cios podporowy, wynosi: $R = 9495 + 3030 = 12525$ kg.

Ponieważ otrzymalibyśmy cios zbyt wielki, przeto narożnik murujemy na cemencie, wtedy

$$k = 10 \text{ kg/cm}^2, \text{ zatem } F_p = \frac{12525}{10} = 1252,5 \text{ cm}^2.$$

Przyjęto 40×40 cm ($F = 1600$ cm²).

Na drugim łożysku wynosi oddziaływanie z uwzględnieniem ciężaru własnego dźwigara:

$$O_c = 3335 + 1235 + 4410 + 245 = 9225,5 \text{ kg.}$$

Murując również na cemencie, otrzymamy:

$$F_p = \frac{9225}{10} = 922,5 \text{ cm}^2.$$

Przyjęto 35×30 cm ($F = 1050$ cm²).

Długości rzeczywiste dźwigarów różnią się od teoretycznych o długość podparcia na ciosie; wynoszą one:

Dźwigary	A	INP 25,	$l = 6,10$ m,	ilość 4
"	A ₁	INP 25,	$l = 6,30$ m,	" 1
"	B	INP 21,	$l = 5,00$ m,	" 3
"	C	INP 28,	$l = 5,25$ m,	" 2

108. Należy obliczyć belkę żelazną dźwigającą ścianę grubości 0,30 m, wysoką 6,00 m z otworami jak na rys. 180, jeżeli jeden z filarów podtrzymujących jest narożny.

Obciążenie P_1 na przestrzeni $a = 2,20$ m składa się z ciężaru muru od podpory lewej aż do osi okien z pominięciem otworów. Ciężar ten wynosi:

$$P_1 = \left[(2,20 + 0,60) 6,0 - 2 \cdot \frac{1,20}{2} \cdot 2,40 \right] 0,30 \cdot 1600 = 7520 \text{ kg.}$$

Podobnie znaleziony ciężar P_2 wynosi:

$$P_2 = \left[(0,60 + 1,60) 6,0 - 2 \cdot \frac{1,20}{2} \cdot 2,40 \right] 0,30 \cdot 1600 = 5570 \text{ kg.}$$

Ciężary te rozkładają się jednostajnie na przestrzeni $a = 2,20$ m, względnie $b = 1,60$ m.

Oddziaływanie O_1 wynosi więc:

$$O_1 = \frac{P_1 (l - \frac{1}{2} a) + P_2 \cdot \frac{1}{2} b}{1} = \frac{7520 \cdot (5,00 - 1,10) + 5570 \cdot 0,80}{5,00} =$$

$$= \frac{29328 + 4456}{5,00} = 6757 \text{ kg.}$$

Ciężar $P_1 = 7520$ kg jest większy od oddziaływania $O_1 = 6757$ kg, wobec czego, w myśl § 26, przekrój niebezpieczny leży na przestrzeni AC, a odległość jego od podpory A wynosi (wedle wzoru 45):

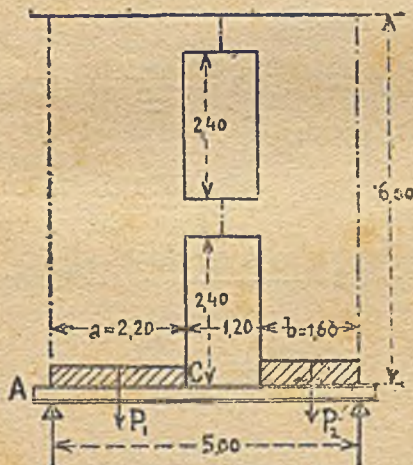
$$m = \frac{O_1 a}{P_1} = \frac{6757 \cdot 2,20}{7526} = 1,98 \text{ m.}$$

Moment zginający w tym punkcie wynosi:

$$M = \frac{O_1 m}{2} = \frac{6757 \cdot 1,98}{2} = 669000 \text{ kgcm.}$$

Zatem potrzebny moment wytrzymałości:

$$W = \frac{669000}{1200} = 558 \text{ cm}^3.$$



Rys. 180

Moglibyśmy użyć więc dźwigara NP 29 o momencie wytrzymałości $W = 596 \text{ cm}^3$; lepiej będzie jednakowoż ze względu na podparcie ściany zastosować dwa dźwigary NP 22 ($W = 2 \cdot 278 = 556 \text{ cm}^3$).

109. Należy obliczyć belkę żelazną, dźwigającą ścianę o grubości 0,30 m, wysokości 7,00 m, z otworami, jak na rys. 181, jeżeli oba filary podtrzymujące są środkowe.

W tym wypadku przenosi się na belkę obciążenie części muru ograniczonej prostą poziomą AB , rzędniami, wychodzącymi z punktów A i B , jakoteż prostymi nachylenymi pod kątem 60° do poziomu, przechodzącymi przez naroża otworu.

Obliczenie statyczne dźwigarów należałoby przeprowadzić z uwagi na ciężar ciągły, jednak celem uproszczenia sposobu obliczania będziemy dzielili ciężar ciągły na paski, których ciężary zaczepiają w środku ciężkości odnośnych pasków.

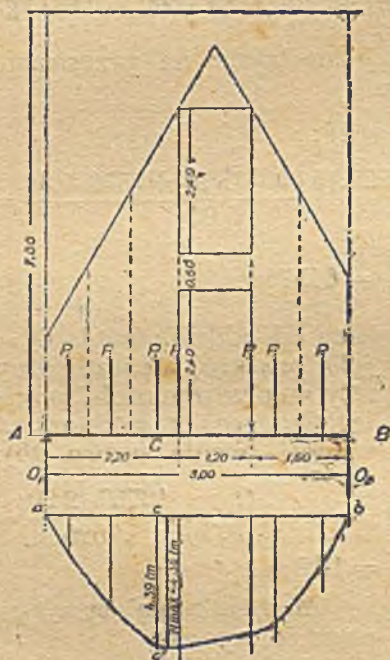
Ciężary pasków będą zatem:

$$P_1 = 0,3 \cdot 0,7 \frac{1,65 + 2,85}{2} 1600 = 756 \text{ kg.}$$

$$P_2 = 0,3 \cdot 0,7 \frac{2,85 + 4,05}{2} 1600 = 1160 \text{ kg.}$$

$$P_3 = 0,3 \cdot 0,8 \frac{4,05 + 5,40}{2} 1600 = 1625 \text{ kg.}$$

$$P_4 = P_5 = 0,3 \frac{0,60 \cdot 1,20 \cdot 1600}{2} + 0,3 \frac{1,20 \cdot 1,05 \cdot 1600}{4} = 325 \text{ kg.}$$



Rys. 181.

$$P_6 = 0,3 \cdot 0,8 \frac{5,40 + 4,00}{2} 1600 = 1805 \text{ kg.}$$

$$P_7 = 0,3 \cdot 0,8 \frac{4,00 + 2,60}{2} 1600 = 1268 \text{ kg.}$$

Oddziaływanie O_1 wynosi więc:

$$O_1 = \frac{P_1(l - 0,38) + P_2(l - 1,07) + P_3(l - 1,84) + P_4(l - 2,20)}{5,00} +$$

$$\begin{aligned}
 &+ \frac{P_5(l-3,40) + P_6 \cdot 1,22 + P_7 \cdot 0,36}{5,00} = \frac{756 \cdot 4,62 + 1160 \cdot 3,93}{5,00} + \\
 &+ \frac{1625 \cdot 3,16 + 325 \cdot 2,80 + 325 \cdot 1,60 + 1805 \cdot 1,22 + 1268 \cdot 0,43}{5,00} = \\
 &= \frac{3493 + 4559 + 5135 + 910 + 520 + 2202 + 546}{5,00} = \frac{17365}{5,00} = 3473 \text{ kg.}
 \end{aligned}$$

$$O_2 = 3791 \text{ kg.}$$

Chodzi teraz o znalezienie przekroju najniebezpieczniejszego, a więc przekroju, w którym moment statyczny jest największy. Uskuteczmy to drogą analityczną, badając przekrój po przekroju w miejscach działania ciężarów.

$$M_1 = 1,32 \text{ tm}$$

$$M_2 = 3,04 \text{ tm}$$

$$M_3 = 4,39 \text{ tm}$$

$$M_4 = 4,37 \text{ tm}$$

$$M_5 = 3,90 \text{ tm}$$

$$M_6 = 3,62 \text{ tm}$$

$$M_7 = 1,63 \text{ tm}$$

zatem najw. $M = M_3 = 4,39 \text{ tm}$.

$$\text{Potrzebny moment wytrzymałości } W = \frac{439000}{1200} = 366 \text{ cm}^3.$$

Moglibyśmy użyć więc dźwigara *NP 25* o momencie wytrzymałości $W = 397 \text{ cm}^3$; lepiej jednakowoż będzie ze względu na podparcie ściany zastosować dwa dźwigary *NP 19* ($W = 2 \cdot 186 = 372 \text{ cm}^3$).

110. Obliczyć konstrukcję żelazną balkonu. Obciążenie podłogi (stałe i ruchome) wynosi 600 kg/m^2 ; balustradę stanowi mur o grubości $0,25 \text{ m}$, wysokości $0,80 \text{ m}$ (rys. 182).

a) Obliczenie dźwigara *CD*. Jest on obciążony podłogą z szerokości $\frac{1,30}{2} \text{ m}$ oraz murem.

$$P = 3,0 \left(\frac{1}{2} 1,30 \cdot 600 + 0,8 \cdot 0,25 \cdot 1600 \right) = 2130 \text{ kg.}$$

$$M = \frac{1}{8} Pl = \frac{1}{8} 2130 \cdot 300 = 79875 = \text{ok. } 79900 \text{ kgcm.}$$

$$\text{Potrzebny moment wytrzymałości } W = \frac{79900}{1200} = 66,6 \text{ cm}^3.$$

Przyjęto zatem 2 dźwigary *NP 10* ($W = 2 \cdot 34,2 = 68,4 \text{ cm}^3$).

b) Obliczenie dźwigarów AC i BD . Przenosi się na nie w p. C (względnie D) oddziaływanie dźwigara CD ; oraz na całej długości AC (względnie BD) ciężar muru.

$$P_1 = \frac{1}{2} 2130 = 1065 \text{ około } 1070 \text{ kg.}$$

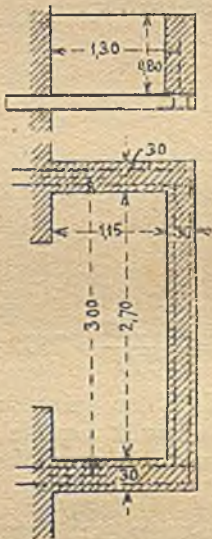
$$M_1 = 1070 \cdot 130 = 139100 \text{ kgcm.}$$

$$P_2 = 1,30 \cdot 0,8 \cdot 0,25 \cdot 1600 = \text{około } 420 \text{ kg.}$$

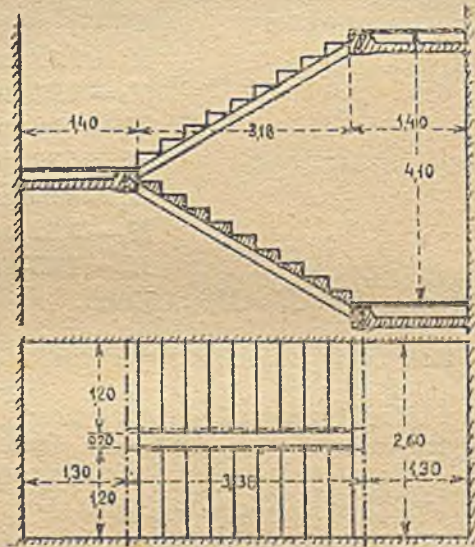
$$M_2 = 420 \cdot \frac{130}{2} = 27300 \text{ kgcm.}$$

Zatem moment całkowity:

$$M = M_1 + M_2 = 139100 + 27300 = 166400 \text{ kgcm.}$$



Rys. 182.



Rys. 183.

Potrzebny moment wytrzymałości $W = \frac{166400}{1200} = 138,7 \text{ cm}^3$.

Przyjmujemy 2 dźwigary $INP 14$ ($W = 2 \cdot 81,9 = 163,8 \text{ cm}^3$).

111. Należy obliczyć konstrukcję schodów żelaznych o wymiarach podanych na rys. 183.

Obliczenie statyczne schodów redukuje się do obliczenia wymiarów dźwigarów: policzkowego AB i podestowego CD . Jeśli długość (w rzucie) pierwszego wynosi l , zaś drugiego l' , szerokość ramienia b , podestu b' , zaś obciążenie (stałe i ruchome) z , względnie z' kg/m^2 rzutu poziomego, to obciążeniem policzka jest $Z = \frac{1}{2} blz$, zaś największym momentem $M = \frac{1}{8} Zl =$

= $\frac{1}{16} bz l^2$. Na dźwigar podestowy (spocznikowy) działają natomiast: a) oddziaływania dźwigarów policzkowych o wielkości $\frac{1}{2} Z$ w odległości b od podpór, b) ciężar jednostajnie rozłożony, przenoszący się z połowy podestu o wielkości $Z' = \frac{1}{2} b'lz'$; moment zginający wynosi więc:

$$M_1 = \frac{1}{2} Zb + \frac{1}{8} Z'l' = \frac{1}{2} Zb + \frac{1}{16} b'lz'^2.$$

a) Obliczenie dźwigar policzkowego ($z = 650 \text{ kg/m}^2$):

$$l = 3,18 + 0,10 + 0,10 = 3,38 \text{ m}, \quad b = 1,20 \text{ m}, \quad \text{zatem}$$

$$Z = 0,60 \cdot 3,38 \cdot 650 = 1396 \text{ kg}, \quad \text{przyjm. } 1400 \text{ kg}$$

$$M = \frac{1}{8} 1400 \cdot 3,38 = 62650 \text{ kgcm.}$$

$$W_p = \frac{M}{k_g} = \frac{62650}{1200} = 52,4 \text{ cm}^3.$$

Przyjmijemy INP 12 o momencie wytrzymałości $W = 54,7 \text{ cm}^3$.

b) Obliczenie dźwigar spocznikowego (z powodu ciężkiej konstrukcji podestu $z' = 700 \text{ kg/m}^2$).

$$\frac{1}{2} Z = \frac{1}{2} 1400 = 700 \text{ kg} \quad Z' = \frac{1}{2} \cdot 1,40 \cdot 2,60 \cdot 700 = 2550 \text{ kg.}$$

$$M = 700 \cdot 1,20 + \frac{1}{8} 2550 \cdot 2,60 = 84000 + 82880 = 166880 \text{ kgcm.}$$

$$W_p = 139,0 \text{ cm}^3$$

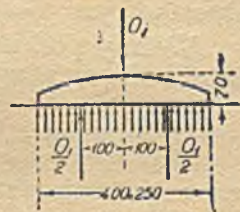
Przyjęto INP 17 ($W = 137,0 \text{ cm}^3$).

Jeżeli spocznik wykonano jako sklepienie, to dźwigar spocznikowy narażony jest na parcie poziome tego sklepienia i obliczać go należy na wytrzymałość złożoną.

112. Obliczyć wymiary łożyska dachowego (rys. 184) dla oddziaływania $O_1 = 11700 \text{ kg}$.

Przyjmijemy wymiary płyty żelaznej $40 \cdot 25 = 1000 \text{ cm}^2$. Wtedy ciśnienie na cios, na którym spoczywa płyta, wynosi

$$\sigma = \frac{11700}{40 \cdot 25} = 11,7 \text{ kg/cm}^2.$$



Rys. 184.

Dla obliczenia łożyska przyjmijemy, że oddziaływanie więzara O_1 przenosi się na łożysko w jednym punkcie, więc w środku łożyska. U dołu łożyska ciśnienie na cios prze-

*) Właściwie oddziaływania $\frac{1}{2} Z$ działają zwykle nie w odległości b od podpór, ale w odległości nieco mniejszej, z uwagi na to, że dźwigary policzkowe są nieco wsunięte pod stopnie; różnica jest jednak bardzo mała.

nosić się będzie jednostajnie, uważać więc możemy połowę łożyska za wspornik, na który działa od dołu ku górze obciążenie jednostajne o wielkości $11,7 \text{ kg/cm}^2$ o łącznej wielkości (dla połowy łożyska) $\frac{1}{2} O_1$. Wtedy moment działający na łożysko wyniesie: $M = 5850 \cdot 10 = 58500 \text{ kgcm}$.

Jeżeli łożysko w środku ma grubość $60 \text{ mm} = 6 \text{ cm}$, to moment wytrzymałości wynosi: $W = \frac{1}{6} 25 \cdot 7^2 = 204 \text{ cm}^3$, a

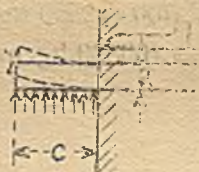
zatem najw. naprężenie $\sigma = \frac{58500}{204} = 287 \text{ kg/cm}^2$.

Przyjmując wymiary ciosu $50 \cdot 40 = 2000 \text{ cm}^2$, otrzymamy

najw. ciśnienie na mur $\sigma = \frac{11700}{2000} = 5,9 \text{ kg/cm}^2$.

113. Obliczyć grubość płyty żeliwnej, tworzącej łożysko blachownicy, obliczone w przykładzie 80.

Płyta żeliwna ma za cel rozłożenie ciśnienia na większą powierzchnię ciosu. Na mocy jednak prawa działania i przeciwdziałania sił równoważących się (§ 3) cios ciśnię na płytę z tą samą siłą, z jaką płyta na cios, t. j. w danym przykładzie przenosi się na nią ciśnienie $p = 15 \text{ kg/cm}^2$ *). Ciśnienie to stara się wygiąć tę część płyty, która wystaje poza szerokość podstawy belki, t. j. na szerokość



Rys. 185.

kości $c = \frac{b-a}{2} = \frac{35-22}{2} = 6,5 \text{ cm}$; część ta

działa więc jako wspornik jednostajnie obciążony ciężarem jednostkowym $p = 15 \text{ kg/cm}^2$ (rys. 185).

Weźmy pod uwagę 1 cm długości płyty prostopadle do rysunku. Moment zginający na pasku o tej szerokości wynosi:

$$M = \frac{pc^2}{2} = \frac{15 \cdot 6,5^2}{2} = 317 \text{ kgcm},$$

a zatem potrzebny moment wytrzymałości dla $k_c = 300 \text{ kg/cm}^2$:

$$W_p = \frac{317}{300} = 1,06 \text{ cm}^3.$$

Przekrój badanego paska jest prostokątem o szerokości 1 cm, a wysokości równej grubości płyty g , zatem jego moment wytrzymałości wynosi $W = \frac{1}{8} 1 \cdot g^3$; ponieważ zaś $W = W_p$, przeto $\frac{1}{8} 1 \cdot g^3 = 1,06 \text{ cm}^3$ czyli:

$$g = \sqrt[3]{6 \cdot 1,06} = 2,52, \text{ t. j. ok. } 2,6 \text{ cm}.$$

*) Por. rys. 148, gdzie ciśnienie zaznaczone jest strzałkami.

§ 40. Elipsa bezwładności.

Jeżeli F jest powierzchnią, zaś I momentem bezwładności prostokąta (rys. 186) ze względu na oś ciężkości XX , to możemy znaleźć taką długość i_x , ażeby spełniło się równanie:

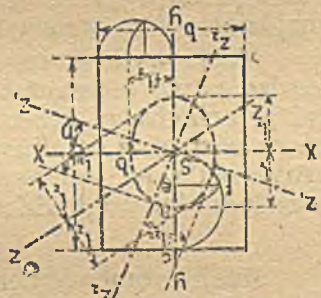
$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{F}} \dots \dots \dots 149$$

Podobnie możemy znaleźć i dla innych osi ciężkości, naprzykład dla osi ZZ , moment bezwładności I_z , oraz długość

$$i_z = \sqrt{\frac{I_z}{F}}.$$

Poprowadźmy przez punkt S szereg osi Z w róż-

nych położeniach Z_1, Z_2, \dots i dla każdego z nich wykreślmy równoległą w odległości i_{z_1}, i_{z_2}, \dots , to przekonamy się, że wszystkie one będą stycznymi do elipsy, którą nazywamy **środkową elipsą bezwładności**. Długości i_x, i_z , odpowiadające poszczególnym osiom XX, ZZ, \dots nazywamy **promieniami bezwładności**.



Rys. 186.

Taką elipsę bezwładności wyznaczyć możemy nietylko dla prostokąta, ale dla każdego przekroju. Dla przekrojów symetrycznych osi główne tej elipsy leżą zawsze na osiach symetrii, a półosi elipsy Sa , względnie Sb , są równe promieniom bezwładności względem osi XX , względnie YY . Osi elipsy środkowej nazywamy **osiąmi głównymi bezwładności**; jeżeli bowiem będziemy badali momenty bezwładności względem osi $XX, YY, ZZ, Z_1, Z_1, \dots$ to okaże się, że największym będzie moment względem jednej osi głównej (w danym przypadku względem XX), najmniejszym moment bezwładności względem drugiej osi głównej; zaś wszystkie inne momenty bezwładności przybiorą wartości pośrednie. Obliczywszy zatem promienie bezwładności główne, możemy na nich wykreślić elipsę, która będzie **elipsą bezwładności**.

Dla prostokąta otrzymamy:

$$i_x^2 = \frac{I_x}{F} = \left(\frac{bh^3}{12} \cdot \frac{1}{bh} \right) = \frac{h^2}{12} \dots \dots \dots 149a$$

a stąd:

$$i_x = \frac{h}{\sqrt{12}} = \frac{h\sqrt{3}}{6} = 0,289 h \dots \dots \dots 149b$$

bezwładności jednej z tych części względem wspólnego środka ciężkości. Jeżeli bowiem powierzchnia tak samo rozmieszczona wzrasta w tym samym stopniu, co moment bezwładności,

to otrzymamy:
$$i = \sqrt{\frac{nI}{nF}} = \sqrt{\frac{I}{F}} \dots \dots \dots 151$$

(Porównaj przykład 116.)

Przykłady 114—116.

114. Obliczyć osi główne bezwładności dźwigara NP 28 (rys. 187) Ze względu na oś poziomą otrzymujemy:

$$I_x = 1/12 [12 \cdot 28^3 - (12 - 1,1) (28 - 3,4)^3] = 8430 \text{ cm}^4$$

Ze względu na oś pionową

$$I_y = 1/12 [2 \cdot 1,7 \cdot 12^3 + (28 - 3,4) 1,1^3] = 486 \text{ cm}^4$$

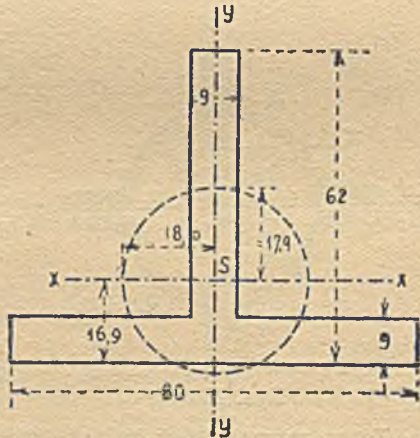
Powierzchnia przekroju $F = 2 \cdot 12 \cdot 1,7 + (28 - 3,4) 1,1 = 67,9 \text{ cm}^2$.

A stąd połowy osi głównych elipsy bezwładności:

$$i_x = \sqrt{\frac{8430}{67,9}} = 11,1 \text{ cm} \qquad i_y = \sqrt{\frac{486}{67,9}} = 2,7 \text{ cm.}$$



Rys. 187.



Rys. 188.

115. Znaleźć rachunkowo główne momenty bezwładności I_x i I_y , oraz osi elipsy środkowej teownika NP.8

Dzieląc przekrój na dwa prostokąty (por. rys. 188), otrzymamy odległość środka ciężkości przekroju od podstawy e ze wzoru:

$$e = \frac{9 \cdot 53 \cdot 35,5 + 80 \cdot 9 \cdot 4,5}{9 \cdot 53 + 80 \cdot 9} = 16,9 \text{ mm (porównaj przykład 36).}$$

Moment bezwładności względem podstawy wynosi $I_m = I_x + Fe^2$,
 a stąd: $I_x = I_m - Fe^2$, gdzie $e_1 = c - 9 = 16,9 - 9 = 7,9$ mm.

$$I_m = \frac{1}{8} (9,53^3 + 80,9^3) = 463072 \text{ mm}^4.$$

$$Fe_1^2 = (9,53 + 80,9) 7,9^2 = 74705 \text{ mm}^4.$$

zatem: $I_x = 463072 - 74705 = 388367 \text{ mm}^4 = 38,84 \text{ cm}^4$.

Ze względu na oś yy znajdziemy zatem:

$$I_y = \frac{1}{12} (9,80^3 + 53,9^3) = 387219 \text{ mm}^4 = 38,72 \text{ cm}^4.$$

Z powodu symetrii jedną osią główną jest yy , druga jest do niej prostopadła i przechodzi przez środek ciężkości. Wartość połówek osi głównych elipsy środkowej znajdziemy ze wzorów:

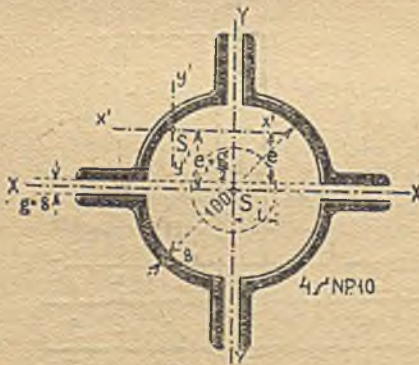
$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{F}}$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{F}}$$

$$\text{zatem: } i_x = \sqrt{\frac{38,84}{11,97}} = 1,80 \text{ cm}$$

$$i_y = \sqrt{\frac{38,72}{11,97}} = 1,79 \text{ cm.}$$

Promienie główne elipsy bezwładności są tu prawie równe, elipsa zbliża się zatem do koła.



Rys. 189.

116. Obliczyć promień bezwładności przekroju słupa złożonego z 4 ćwierćkołowników NP10 o grubości ścian 8 mm (rys. 189).

Zastosujemy tu wzór 151.

Powierzchnia jednego kształtownika $F = 12,0 \text{ cm}^2$.

Moment bezwładności jednego kształtownika względem osi ciężkości $x'x'$:

$$I_0 = 82,7 \text{ cm}^4.$$

Odległość środka ciężkości kształtownika od osi xx całego przekroju:

$$e = 3,47 + 0,4 = 3,87 \text{ cm.}$$

Zatem moment bezwładności kształtownika względem osi xx :

$$I_x = I_0 + Fe^2 = 82,7 + 12,0 \cdot 2,87^2 = 261,4 \text{ cm}^4;$$

a stąd promień bezwładności:

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{F}} = \sqrt{\frac{261,4}{12}} = 4,67 \text{ cm.}$$

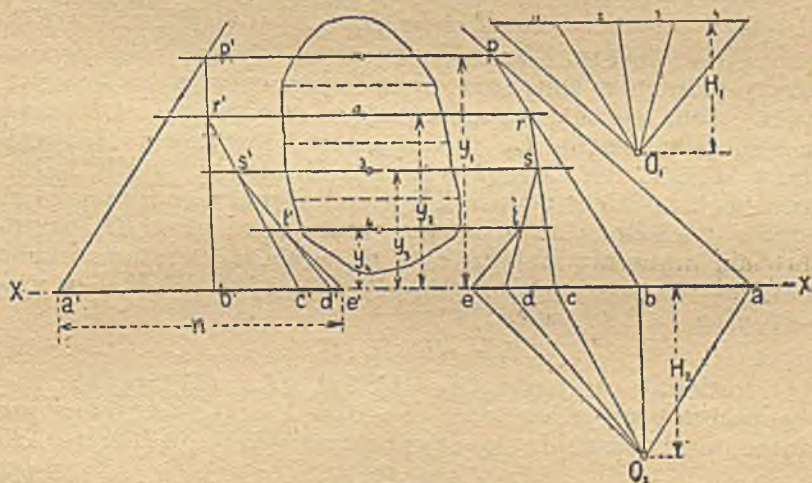
Ponieważ kształtowniki są tak samo rozmieszczone względem obu osi, przeto $i_y = i_x$.

Elipsa bezwładności jest tu więc kołem bezwładności.

§ 41. Wykreślne wyznaczenie momentu bezwładności.

1. Metoda Culmanna.

Dla przekroju nieregularnego najłatwiej jest znaleźć moment bezwładności wykreślnie, przyczem tok postępowania jest analogiczny do wykreślnego wyznaczenia momentu statycznego układu sił równoległych (§ 17). Dzielimy dany przekrój (rys. 190) na szereg bardzo wąskich pasków równoległych do danej osi bezwładności i wyznaczamy następnie ich wielkość i środki ciężkości. Paski powinny być tak wąskie, aby z wystarczającą dokładnością można było uważać je za prostokąty, trapezy lub trójkąty. Wtedy położenie osi ciężkości znaleźć można wedle § 22. Szerokie prostokąty należy podzielić na parę węższych. Jeśli odstępów środków cięż-



Bys. 190.

kości pasków od osi będą y_1, y_2, y_3, \dots , a ich powierzchnie F_1, F_2, F_3, \dots , to moment bezwładności pierwszego paska będzie:

$$I_1 = F_1 \cdot y_1^2 = (F_1, y_1) \cdot y_1 \cdot \dots \cdot 152$$

Iloczyn $m_1 = F_1 y_1$ przedstawia moment statyczny paska pierwszego względem osi. Jeśli będziemy uważać ten moment statyczny za siłę, to iloczyn $m_1 y_1 = (F_1 y_1) y_1 = F_1 y_1^2$ przedstawiać będzie zarazem moment statyczny siły $m_1 = F_1 y_1$ względem osi XX ; jest on jednak równy momentowi bezwładności I_1 paska względem tejże osi, gdyż:

$$m_1 y_1 = F_1 y_1 y_1 = F_1 y_1^2 = I_1.$$

Podobne wyniki otrzymamy i dla następnych pasków będzie więc:

$$I_2 = F_2 y_2^2 = m_2 y_2^2$$

$$I_3 = F_3 y_3^2 = m_3 y_3^2 \dots$$

Dla całego przekroju zaś (t. j. dla wszystkich pasków):

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \dots = m_1 y_1^2 + m_2 y_2^2 + m_3 y_3^2 + \dots$$

Zacznijmy w środkach ciężkości poszczególnych pasków siły proporcjonalne do ich powierzchni, a równoległe do XX (por. §. 17) i wykreślmy dla nich wielobok sznurowy $prst$, to wedle § 18 odcinki $ab \dots$ pomnożone przez odległość biegunową H_1 przedstawiają momenty statyczne poszczególnych pasków względem XX :

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= ab \cdot H_1 \\ m_2 &= bc \cdot H_1 \dots \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 153$$

Zaś moment statyczny całego przekroju wynosi:

$$M = m_1 + m_2 + \dots = ab \cdot H_1 + bc \cdot H_1 + \dots = ae \cdot H_1 \dots \dots 153a$$

Te momenty uważamy teraz za siły i z kolei wyznaczamy momenty statyczne momentów statycznych m_1, m_2, \dots w ten sam sposób; wynoszą one: $m_1 y_1, m_2 y_2 \dots$. Obieramy w tym celu biegun O_2 w odległości biegunowej H_2 i kreślimy dlań t. zw. „drugi wielobok sznurowy“ $p'r's't'$. Długości $a'b' \dots$, odcięte od osi XX przedłużeniami odpowiednich boków wieloboku sznurowego, pomnożone przez H_2 przedstawiają momenty statyczne sił $m_1 = (ab \cdot H_1) \dots$, a tem samem momenty bezwładności pasków $F_1, F_2 \dots$, gdyż $a'b' \cdot H_2 = m_1 y_1 = (F_1 y_1) y_1 = F_1 y_1^2$, więc:

$$I_1 = a'b' \cdot H_1 \cdot H_2 \dots \dots \dots 154$$

Podobnie otrzymamy $I_2 = b'c' \cdot H_1 \cdot H_2 \dots$, zaś długość $a'e' = n$ pomnożona przez obie długości biegunowe równa jest momentowi bezwładności całego przekroju względem osi XX :

$$I = n \cdot H_1 \cdot H_2 \dots \dots \dots 155$$

Ponieważ moment bezwładności wyraża się w jednostkach długości do czwartej potęgi, przeto jedna z wielkości $n H_1 H_2$ (z reguły n) musi być wyrażona w jednostkach powierzchni (cm^2), zaś dwie drugie ($H_1 \cdot H_2$) w jednostkach długości.

2. Metoda Mohra.

Dla powierzchni $F_1, F_2 \dots$ uważanych za siły, kreślimy tylko jeden wielobok sznurowy $prst$, tak samo jak przy metodzie Culmanna; wtedy

$$m_1 = F_1 y_1 = ab \cdot H_1$$

zatem

$$I_1 = F_1 y_1^2 = ab \cdot H_1 y_1 = ab \cdot y_1 \cdot H_1.$$

Ale powierzchnia trójkąta $\triangle abp$ równa jest $\frac{1}{2} \cdot ab \cdot y_1$, a więc $ab \cdot y_1$ jest podwójną powierzchnią $\triangle abp$; stąd:

$$I_1 = 2 \times (\text{pow. } \triangle abp) \times H_1 \dots \dots \dots 156$$

To samo ważne jest oczywiście dla wszystkich pasków; więc moment bezwładności całego przekroju wynosi:

$$I = 2 H_1 \cdot \text{pow. } (aep) \dots \dots \dots 157$$

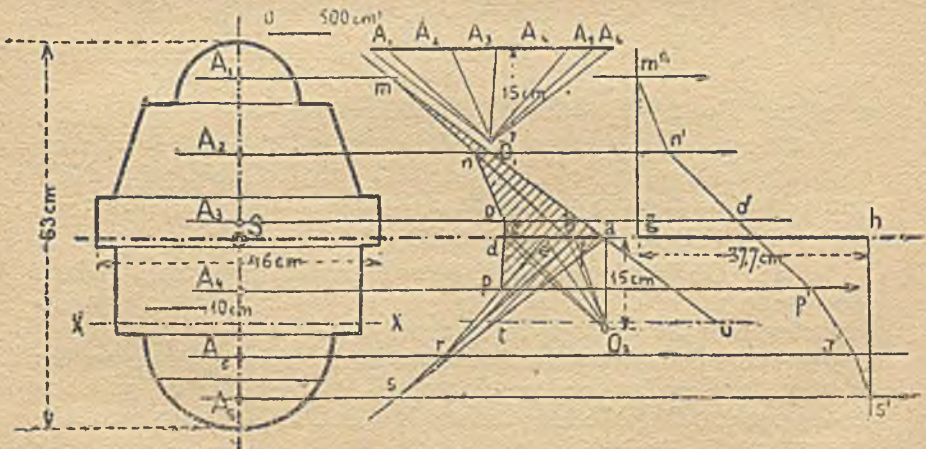
Moment bezwładności równa się zatem powierzchni ograniczonej osią, wielobokiem sznurowym i przedłużeniami boków skrajnych pomnożonej przez podwójną odległość biegunową.

Przykłady 117–118.

117. Znaleźć wykreślić moment bezwładności przekroju filara, podanego na rys. 191 ze względu na poziomą oś ciężkości.

Przedewszystkiem musimy znaleźć środek ciężkości przekroju. W tym celu dzielimy przekrój na szereg pasków poziomych, z których A_1 i A_4 są prostokątami, A_2 i A_5 trapezami (A_5 w przybliżeniu), zaś A_3 i A_6 odcinkami koła, których środek ciężkości znaleźć można albo z tablic, albo, w przybliżeniu, zamieniając je na trapezy. Rachunkowo wyznaczone powierzchnie tych pasków wynoszą:

$$\begin{array}{lll} F_1 = 157 \text{ cm}^2 & F_3 = 525 \text{ cm}^2 & F_5 = 368 \text{ cm}^2 \\ F_2 = 600 \text{ cm}^2 & F_4 = 198 \text{ cm}^2 & F_6 = 155 \text{ cm}^2 \end{array}$$



Rys. 191.

Powierzchnie te odnieśliśmy następnie w przyjętej skali powierzchni w wieloboku sił o wierzchołku O_1 , przyjąwszy odległość biegunową $H_1 = 15$ cm. Równoległe do boków tego wieloboku wykreśliśmy następnie wielobok sznurowy $mnoprsa$, którego skrajne boki ma i sa przedłużone do a wyznaczają poziomą oś ciężkości Sh .

Promienie tego wieloboku sznurowego (pierwszego) przedłużamy teraz do osi Sh , mianowicie mn do b , no do c , rp do e , sr do f i otrzymujemy w ten sposób odcinki ab , bc , cd , de , ef , fa . Przyjmując drugi biegun O_2 w odległości H_2 równej też 15 cm, kreślimy znów równoległe do promieni O_2a , O_2b ... drugi wielobok sznurowy $m'n'o'p'r's'$, którego skrajne boki $m'g$ i $s'h$ przedłużamy aż do poziomej osi ciężkości Sh , otrzymując ostatecznie odcinek $n = gh = 37,7$ cm.

Wedle Culmanna otrzymamy zatem:

$$I_0 = n \cdot H_1 \cdot H_2 = 37,7 \cdot 15 \cdot 15 = 8482,5 \text{ ok. } 8480 \text{ cm}^4.$$

Znajdziemy teraz moment bezwład. wedle Mohra. W tym celu należy pomnożyć powierzchnię $F = mnoprsa$ przez podwójną odległość biegunową H_1 . Powierzchnię tę można znaleźć, obliczając kolejno powierzchnie trójkątów mba , ncb itd.

Otrzymamy wtedy:

Trójkąt: Wysokość h : Podstawa b : Podwójna powierzchnia bh :

mba	26,0 cm	6,0 cm	156 cm ²
ncb	13,9 "	9,0 "	125 "
doc	1,9 "	1,0 "	2 "
pde	8,5 "	6,5 "	56 "
ref	19,2 "	5,0 "	96 "
sfa	26,0 "	4,8 "	125 "
			$2 F = 560 \text{ cm}^2$

a zatem $I_0'' = 2 FH_1 = 560 \cdot 15 = 8400 \text{ cm}^4$.

Otrzymaliśmy zatem wynik różny o 80 cm⁴ od wyniku metody Culmanna, co jest błędem bardzo małym*). Najprawdopodobniejszą wartością I będzie wartość średnia:

$$I = \frac{1}{2} (I_0 + I_0'') = \frac{1}{2} (8480 + 8400) = 8440 \text{ cm}^4.$$

118. Obliczyć moment bezwładności przekroju filara podanego na rys. 191, ze względu na oś xx równoległą do osi ciężkości Sh , uwzględniając przykład 117.

Wedle Mohra moment bezwładności I_x względem osi xx równy jest podwójnej powierzchni $F' = mnoprstu$, pomnożonej przez odległość biegunową H_1 . Podwójna powierzchnia

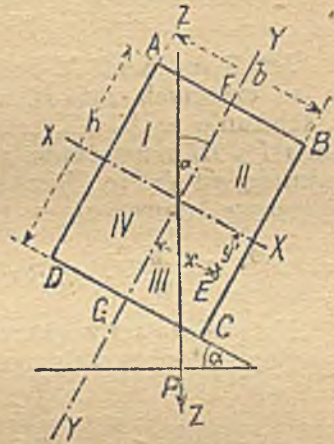
*) Błąd dopuszczalny wynosi 3%.

$F = mnoprsta$ wynosi 560 cm^2 (por. zadanie 117); podwójna powierzchnia trójkąta atu $F'' = 35,8 \cdot 13,6 = 488 \text{ cm}^2$, zatem $F' = F + F'' = A + A' = 560 + 488 = 1048 \text{ cm}^2$, a stąd:

$$I_x = 1048 \cdot 15 = 15720 \text{ cm}^4.$$

§ 42. Naprężenia w belkach, gdy siły nie działają w płaszczyźnie osi głównych.

Dotychczas przyjmowaliśmy, że w płaszczyźnie, w której działają ciężary, leży jedna z osi głównych przekroju, t. j., że np. w rys. 172 lub 186 siły działają w linii yy . Często jednakowoż obciążenie działa w płaszczyźnie zamykającej z temi osiami pewien kąt. Weźmy np. pod uwagę drewniane płatywie dachowe (rys. 192). Zwykle ustawia się je w płaszczyźnie dachu, natomiast ciężar P pokrycia i śniegu działa pionowo, t. j. w linii ZZ , zawierającej z osią główną YY kąt np. α , (zaś z osią XX kąt $90 - \alpha$). Ciężar ten wywołuje w danym przekroju belki moment zgięcia M . Rozłóżmy ten moment na dwa momenty składowe, działające w płaszczyznach osi głównych XX i YY , to wynoszą one:



Rys. 192.

$M_x = M \cos \alpha$ (w płaszczyźnie prostopadłej do XX).

$M_y = M \sin \alpha$ (w płaszczyźnie prostopadłej do YY).

Każdy z tych momentów wywołuje odpowiednie naprężenia zginające. W dowolnym punkcie przekroju E powstaje naprężenie:

$$\left. \begin{array}{l} \text{wskutek } M_x \quad \sigma_1 = \frac{M \cos \alpha \cdot y'}{J_x} = \frac{M_x y'}{J_x} \\ \text{wskutek } M_y \quad \sigma_2 = \frac{M \sin \alpha \cdot x'}{J_y} = \frac{M_y x'}{J_y} \end{array} \right\} \dots \dots 158$$

Ponieważ zaś oba momenty, a zatem i oba naprężenia występują równocześnie, przeto naprężenie w punkcie E równa się sumie naprężeń $\sigma_1 + \sigma_2$:

$$\sigma = \frac{M_x y'}{J_x} + \frac{M_y x'}{J_y} \dots \dots 159$$

Głównie chodzi nam oczywiście o naprężenia największe. Występują one we włóknach skrajnych, t. j. w punktach *A* i *C*.

Otrzymamy tam:

$$\left. \begin{array}{l} \text{dla } M_x \quad \text{najw. } \sigma_1 = \frac{M_x \cdot \frac{1}{2} h}{J_x} = \frac{M_x}{W_x} \\ \text{dla } M_y \quad \text{najw. } \sigma_2 = \frac{M_y \cdot \frac{1}{2} h}{J_y} = \frac{M_y}{W_y} \end{array} \right\} \dots \dots \dots 160$$

Sumaryczne naprężenia w *A* i *C* wynoszą więc:

$$\text{najw. } \sigma = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \dots \dots \dots 161$$

Jeżeli moment *M* jest dodatni, to *M_x* wywołuje ściskanie w częściach *I* i *II*, rozciąganie w *III* i *IV*; natomiast *M_y* ściskanie w *I* i *IV*, rozciąganie w *II* i *III*; zatem w częściach *I* i *III* naprężenia sumują się ze sobą, zaś w *II* i *IV* odejmują od siebie. Bez względu zatem biorąc, otrzymamy największe naprężenia w punktach *A* i *C*; w *A* najw. (+σ) =

$$= + \left(\frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \right), \text{ w } B \text{ najw. } (-\sigma) = - \left(\frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \right).$$

Naturalnie największe naprężenie nie może przekroczyć naprężenia dopuszczalnego, więc:

$$\sigma = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq k_g \dots \dots \dots 162$$

Belkę o potrzebnych wymiarach znajduje się tu zapomocą prób. W tym celu przyjmuje się przekrój na oko i wyznacza naprężenie z wzoru $\sigma = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y}$.

Jeżeli obliczone w ten sposób naprężenie jest większe od dopuszczalnego *k_g*, to przyjęliśmy belkę za słabą, jeżeli jest mniejsze, to może za silną. Wtedy bierze się dźwigar silniejszy (względnie słabszy) i ponawia obliczenie, aż naprężenie σ możliwie zbliży się do naprężenia dop. *k_g*, pozostając przecież mniejsze od niego.

Przykłady 119—120.

119. Płatew dachu żelaznego umieszczona jest prostopadle do połaci dachowej, nachylonej w spadku 1:3 do poziomu. Odstęp więzarów wynosi 3,20 m, odległość płatwi w rzucie poziomym 2,60 m, obciążenie 130 kg/m² rzutu poziomego. Z powodu położenia między wysokimi sąsiednimi budynkami wiatru nie potrzeba uwzględniać.

Obciążenie płatwi wynosi:

$$Z = 3,2 \cdot 2,6 \cdot 130 = 1080 \text{ kg.}$$

Ciężar Z rozkłada się na Z' działający prostopadle i Z'' działający równoległe do połaci. Przy nachyleniu 1:3, t. j. $\alpha = 18^\circ 26'$ otrzymamy:

$$Z' = Z \cos \alpha = 1080 \cos 18^\circ 26' = 1025 \text{ kg}$$

$$Z'' = Z \sin \alpha = 1080 \sin 18^\circ 26' = 341 \text{ kg}$$

a stąd:

$$M_x = \frac{1}{8} Z' l = \frac{1}{8} 1025 \cdot 320 = 41000 \text{ kgcm}$$

$$M_y = \frac{1}{8} Z'' l = \frac{1}{8} 341 \cdot 320 = 13640 \text{ kgcm}$$

Przyjmijmy $INP. 18$ ($W_x = 161 \text{ cm}^3$, $W_y = 19,8 \text{ cm}^3$), wtedy:

$$\sigma = \frac{41000}{161} + \frac{13640}{19,8} = 255 + 689 = 944 \text{ kg/cm}^2.$$

Naprężenia są bardzo małe, przyjmijmy zatem przekrój mniejszy, np. $INP. 17$ ($W_x = 137 \text{ cm}^3$, $W_y = 17,1 \text{ cm}^3$). Wtedy:

$$\sigma = \frac{41000}{137} + \frac{13640}{17,1} = 300 + 795 = 1095 \text{ kg/cm}^2.$$

120. Obliczyć dla zadania 119 płatew drewnianą.

Przyjmując przekrój 14/16 cm, otrzymamy naprężenie:

$$\sigma = \frac{41000}{597,3} + \frac{13640}{523} = 68,7 + 2,61 = 71,3 \text{ kg/cm}^2,$$

zatem mniejsze od dopuszczalnego. Przekroju mniejszego nie dajemy, gdyż otrzymalibyśmy naprężenia zbyt wielkie.

§ 43. Ugięcie belki.

Wyżej (§ 30) zaznaczyliśmy, że każda belka narażona na działanie momentu zginającego ugina się. Włókna rozciągane bowiem wydłużają się, ściskane skracają, a belka przyjmuje wskutek tego kształt krzywy (rys. 141 i 116). Ugięcie to będzie oczywiście tem większe, im większa jest długość belki l i im większe obciążenie p , natomiast tem mniejsze, im belka jest silniejsza, t. j. im ma większy moment bezwładności I . Wreszcie ugięcie będzie większe, gdy materiał bardziej się wydłuża, t. j. gdy ma większy współczynnik wydłużenia czyli mniejszy współczynnik sprężystości E . Największe ugięcie nazywamy strzałką ugięcia belki. Znając wielkość i rodzaj obciążenia belki, możemy wyznaczyć jej ugięcie; nie podajemy tu jednak samego obliczenia, ale tylko wzory na największe ugięcia dla najczęściej przychodzących rodzajów obciążenia.

Przepisy budowlane podają zwykle granicę wielkości strzałki ugięcia. Wedle przepisów polskich nie powinna ona przekraczać:

$$\text{dla belek żelaznych} \dots \dots \dots f \leq \frac{1}{500} l$$

$$\text{„ „ drewnianych pojedynczych} \dots \dots \dots f \leq \frac{1}{400} l$$

$$\text{„ „ „ złożonych} \dots \dots \dots f \leq \frac{1}{300} l$$

gdzie l jest rozpiętością belki.

W normalnych wypadkach strzałka ugięcia pozostaje poniżej tej granicy; jednakowoż przy belkach długich, a stosunkowo słabo obciążonych należy wzór ten uwzględnić, a dźwigar obliczać na zginanie i ugięcie:

Strzałka ugięcia wynosi:

1. Dla belki wolno podpartej, obciążonej ciężarem całkowitym jednostajnie rozłożonym:	$f = \frac{5 pl^4}{384 EI} = \frac{5 Pl^3}{384 EI}$
2. Dla belki wolno podpartej, obciążonej ciężarem rozłożonym wedle trójkąta symetrycznego o największej rzędnej w środku (fig. 123):	$f = \frac{Pl^3}{60 EI}$
3. Dla belki wolno podpartej, obciążonej ciężarem rozłożonym wedle trójkąta o największej rzędnej na podporze (fig. 125):	$f = 0,013 \frac{Pl^3}{EI}$
4. Dla belki wolno podpartej obciążonej ciężarem skupionym umieszczonym w środku rozpiętości:	$f = \frac{Pl^3}{48 EI}$
5. Dla belki jednym końcem wmurowanej, obciążonej ciężarem całkowitym, jednostajnie rozłożonym:	$f = \frac{pl^4}{8 EI} = \frac{Pl^3}{8 EI}$
6. Dla belki jednym końcem wmurowanej, obciążonej ciężarem skupionym P na końcu (t. j. w odległości l od miejsca wmurowania):	$f = \frac{Pl^3}{3 EI}$
7. Dla belki jednym końcem wmurowanej, obciążonej ciężarem rozłożonym wedle trójkąta o najw. rzędnej w miejscu wmurowania (fig. 126):	$f = \frac{Pl^3}{15 EI}$

Dla wypadków 1, 2, 4 największe ugięcie występuje w środku rozpiętości belki; dla wypadku 3 w odległości $x = 0,481 l$ tej od podpory, na której rzędna obciążenia jest największa; dla wypadków 5, 6, 7 na końcu wystającym belki (wspornika).

Przykłady 121—122.

121. Obliczyć wymiary belki żelaznej wolno podpartej o długości $l = 8,00$ m, obciążonej ciężarem jednostajnie rozłożonym $g = 200$ kg/mb, jeżeli ugięcie nie może być większe niż $\frac{1}{500}$ długości.

Na zginanie otrzymamy:

$$G = 200 \cdot 8,0 = 1600 \text{ kg.}$$

$$M = \frac{1}{8} Gl = \frac{1}{8} \cdot 1600 \cdot 8,00 = 1600 \text{ kgm}$$

$$W_p = \frac{160000}{1200} = 133,3 \text{ cm}^3$$

Moglibyśmy zatem użyć na zginanie dźwigara NP.17 ($W = 137,0 \text{ cm}^3$).

Obliczmy jednak strzałkę ugięcia:

$$f = \frac{5}{384} \frac{gl^3}{EI} = \frac{5}{384} \frac{Gl^3}{EI} = \frac{5}{384} \frac{1600 \cdot 800^3}{2150000 \cdot 1166} = 4,26 \text{ cm.}$$

Strzałka ugięcia jest większa od dopuszczalnej, która wynosi:

$$f' = \frac{1}{500} l = \frac{1}{500} 800 = 1,6 \text{ cm.}$$

Ze względu na ugięcie musimy zastosować dźwigar NP 23 o momencie bezwładności:

$$I = 3607 \text{ cm}^4.$$

Ugięcie będzie:

$$f = \frac{5}{384} \frac{Gl^3}{EI} = \frac{5}{384} \frac{1600 \cdot 300^3}{2150000 \cdot 3607} = 1,38 \text{ cm.}$$

122. Jak wielkie będzie ugięcie dźwigara NP 23 w przykładzie poprzednim, jeżeli ciężar $G = 1600$ kg będzie działał jako skupiony w środku belki?

Wedle wzoru 134 otrzymamy wtedy:

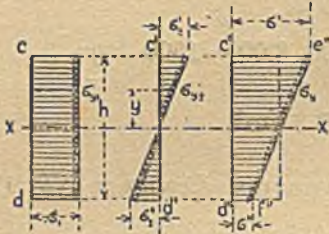
$$f = \frac{Gl^3}{48 EI} = \frac{1600 \cdot 800^3}{48 \cdot 2150000 \cdot 3607} = 2,2 \text{ cm.}$$

Widzimy więc, że w tym wypadku ugięcie będzie znacznie większe i przekroczyłoby granicę dopuszczalną.

E. Wytrzymałość złożona.

§ 44. Wytrzymałość złożona na zginanie i rozciąganie (ciągnięcie) lub ściskanie (ciśnienie).

Jeżeli na belkę zginaną w sposób wyżej omawiany działa siła osiowa (wywierająca ściskanie lub rozciąganie), to w każdym miejscu belki wystąpią naprężenia zginające, oraz naprężenia ściskające, względnie rozciągające. Dla otrzymania najw. naprężeń, trzeba jedno do drugich dodać.



Rys. 193, 194 i 195.

Z § 32 wiemy, że naprężenia z powodu siły osiowej rozkładają się jednostajnie na cały przekrój o wysokości h (rys. 193) i wynoszą

$$\sigma = \pm \frac{P}{F}, \text{ gdzie znak } + \text{ oznacza}$$

rozciąganie, znak $-$ ściskanie. Ponieważ zaś na całej długości belki działa ta sama siła P , przeto naprężenie σ_1 jest stałe w każdym jej punkcie.

Naprężenia zginające w dowolnym punkcie belki oddalonym o y od środka ciężkości przekroju wynoszą $\sigma_y = \pm \frac{M}{I} y$ (§ 37); zatem naprężenie sumaryczne w dowolnym punkcie:

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_y = \frac{P}{F} + \frac{My}{I} \dots \dots \dots 163$$

W pewnym punkcie przekroju belki naprężenia σ_1 (ściskanie lub rozciąganie) rozkładają się w postaci prostokąta (por. rys. 193), natomiast naprężenie zginające wedle rys. 194. Jeżeli mamy siłę P rozciągającą, to σ_1 jest rozciąganiem (+). Jeżeli więc z naprężeń zginających górne są rozciągające, zaś dolne ściskające, to u góry naprężenia się sumują, u dołu odejmują. Odcinając na $c''d''$ (rys. 195) u góry $c''e'' = \sigma_1 + \sigma'_2$, zaś u dołu $d''f'' = \sigma_1 + \sigma''_2$ (w kierunku przeciwnym) otrzymamy wykres naprężeń sumarycznych, przedstawiający się w postaci trapezu. Z wykresu tego widać, że najw. naprężenia powstaną tam, gdzie naprężenia ciągnące sumują się z najw. naprężeniami ciągnącymi z powodu zginania (rys. 195) w warstwie skrajnej, gdzie:

$$\sigma_2 = \frac{Me}{I} = \frac{M}{W}$$

Największe naprężenia w przekroju wynoszą zatem:

$$\sigma = \frac{P}{F} + \frac{Me}{I} = \frac{P}{F} + \frac{M}{W} \dots \dots \dots 164$$

i będą oczywiście największe w warstwie skrajnej tego przekroju, w którym jest największy moment M . Najmniejsze naprężenie powstaje w warstwie skrajnej dolnej, gdzie $\sigma'' = -\frac{P}{F} - \frac{M}{W}$. W danym przykładzie jest ono również rozcią-

ganiem, jak i w warstwie dolnej. Jeżeli jednak $\frac{M}{W}$ będzie większe niż $\frac{P}{F}$, to w warstwie dolnej wystąpi ściskanie o wielkości $\sigma = -\left(\frac{P}{F} - \frac{M}{W}\right)$; zatem wykres naprężeń przedstawi się wedle rys 204. Mamy wtedy w jednym punkcie naprężenie równe zeru, więc oś obojętną w przekroju.

Jeżeliby wreszcie największe naprężenie cisnące $\frac{M}{W} = \frac{P}{F}$, to w przekroju wystąpią wyłącznie naprężenia rozciągające o największej wartości $\sigma = \frac{P}{F} + \frac{M}{W} = \frac{2P}{F}$ w warstwie skrajnej górnej, natomiast w warstwie dolnej $\sigma = 0$. Naprężenia warstwy środkowej, t. j. w odległości $e = \frac{h}{2}$ od górnej i od dolnej

warstwy wynoszą $\sigma = \frac{P}{F} + 0 = \frac{P}{F}$; są zatem dla belki o przekroju symetrycznym równe naprężeniu z powodu siły osiowej. W przekrojach niesymetrycznych nastąpi to w warstwie przechodzącej przez środek ciężkości przekroju (por. § 37).

Dla belki o przekroju prostokąta mamy;

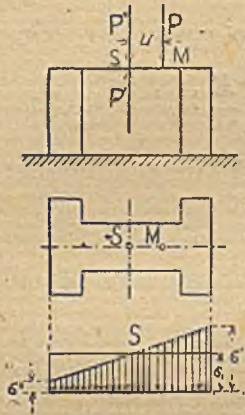
$$I = bh^3, \quad W = \frac{bh^2}{6}, \quad \text{a stąd: } \sigma = \frac{P}{bh} \pm \frac{6M}{bh^2} = \frac{1}{bh} \left(P \pm \frac{6M}{h} \right) \dots \dots \dots 165$$

Mając obliczyć belkę narażoną na zginanie i ściskanie (ew. rozciąganie), obliczamy zwykle najpierw przekrój na zginanie; zamiast obliczonego bierzemy jednak większy i dla tego przyjętego kontrolujemy, czy naprężenia obliczone wedle wzoru $\sigma = \frac{P}{F} + \frac{M}{W}$ są mniejsze od naprężenia dopuszczalnego,

t. j. czy $k \geq \frac{P}{F} + \frac{M}{W}$.

§ 45. Ściskanie (ciśnienie) i rozciąganie (ciągnięcie) mimośrodowe.

Zupełnie tak samo rozdzielają się naprężenia, gdy na przekrój działa siła P ściskająca, lub rozciągająca, ale mimośrodkowa, t. j. nie zaczepiająca w środku przekroju. Zachodzi tu identycznie ten sam wypadek (rys. 196).



Rys. 196.

Niech np. środek ciężkości przekroju będzie w S ; natomiast punkt zaczepienia siły P w M . W punkcie S możemy zaczepić dwie siły równe i wprost przeciwnie sobie, a znoszące się $P' - P'' = 0$; stan równowagi nie ulegnie więc zmianie. Ugrupujmy teraz siły inaczej, podobnie jak to czyniliśmy w § 37. Na przekrój będą działać wtedy:

1. siła osiowa P'' ;
2. para sił PP' , której moment wynosi $P \cdot u$.

Siła P'' wywoła naprężenia ściskające o wielkości $\sigma_1 = \frac{P''}{F} = \frac{P}{F}$; natomiast para sił naprężenia zginające o naj-

większej wartości $\sigma_2 = \frac{M}{W} = \frac{Pu}{W}$.

Największe naprężenia sumaryczne wynoszą więc;

$$\sigma' = \frac{P}{F} \pm \frac{M}{W} = \frac{P}{F} \pm \frac{Pu}{W} \quad \dots \quad 166$$

Podobnie, jak w § 44, możemy dojść tu do różnych wykresów naprężeń (por. rys. 201—204) zależnie od wielkości siły P i odległości jej u od środka przekroju.

Przedewszystkiem ciekawy jest stan przejściowy (rys. 203), gdy w przekroju panują wyłącznie naprężenia jednego znaku, ale gdy we włóknie skrajnym panuje naprężenie równe zero. Wtedy oś obojętna dotyka przekroju czyli jest doń styczną, ale nie przecina go w żadnym punkcie.

Przykłady do § 123—125.

123. Listwy żelazne (szyny kopalniane) podtrzymują świetlnię ze szkła drutowego. Długość ich 2,36 m, nachylenie do poziomu $21^{\circ} 50'$, odstęp 55 cm. Por. rys. 197. Należy obliczyć ich wymiary, przyjmując ciężar śniegu 60 kg/m^2 połaci dachu, zaś z wiatru uwzględniając tylko składową pionową 20 kg/m^2 .

Na 1 m^2 połaci dachu przypada:

Ciężar własny pokrycia: szkło drutowe

7 mm grube 20 kg/m^2 połaci

listwy żelazne (przyjęto) 10 " "

Ciężar zmienny: śnieg 60 " "

wiatr 20 " "

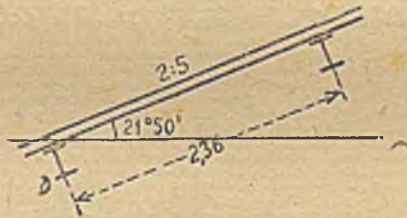
Razem na 1 m^2 powierzchni dachu $g = 110 \text{ kg/m}^2$.

Ciężar ten rozkłada się na dwie składowe: g_1 prostopadłą do połaci i g_2 równoległą do niej, przyczem:

$$g_1 = 110 \cos 21^{\circ} 50' = 110 \cdot 0,928 = 103 \text{ kg/m}^2$$

$$g_2 = 110 \sin 21^{\circ} 50' = 110 \cdot 0,371 = 42 \text{ kg/m}^2$$

Zatem ciężar całkowity, przypadający na jedną szynę:



Rys. 197.

$$G_1 = 2,36 \cdot 0,55 \cdot 103 = 134 \text{ kg}$$

$$G_2 = 2,36 \cdot 0,55 \cdot 42 = 54 \text{ kg}$$

Ciężar G_1 wygina listwę i wywołuje najwyższy moment:

$$M = \frac{1}{8} G_1 l = \frac{1}{8} 134 \times 2,36 = 3953 \text{ kgcm.}$$

Ciężar G_2 działa jako siła osiowa ciągnąca; przyjmując szynę kopalnianą $50/3,8$ o powierzchni $4,85 \text{ cm}^2$, a momencie wytrzymałości $W = 5,8 \text{ cm}^3$, otrzymamy największe naprężenie (rozciąganie):

$$\sigma = \frac{M}{W} + \frac{G_2}{F} = \frac{3953}{5,8} + \frac{54}{4,85} = 682 + 12 = 694 \text{ kg/cm}^2.$$

124. Krokwie $10/10$ dachu wieżowego, obciążone ciężarem pionowym pokrycia 80 kg/m^2 powierzchni dachu i parciem wiatru 130 kg/m^2 powierzchni prostopadłym do niej, leżą w odstępie 70 cm . Należy znaleźć najw. naprężenie (por. rys. 198).



Rys. 198.

Obciążenie pionowe wynosi:

$$G = 0,70 \cdot 4,65 \cdot 80 = \text{ok. } 260 \text{ kg.}$$

Składowa G' prostopadła do kierunku krokwi:

$$G' = 260 \cdot \cos 75 = 260 \cdot 0,259 = \text{ok. } 62 \text{ kg.}$$

Składowa G'' równoległa do tegoż kierunku:

$$G'' = 260 \cdot \sin 75^\circ = \text{ok. } 250 \text{ kg}$$

Parcie wiatru:

$$W = 0,7 \cdot 4,65 \cdot 130 = \text{ok. } 430 \text{ kg.}$$

Ciężary G' i W wywołują moment zginający krokiew o wielkości:

$$M = \frac{(G' + W)l}{8} = \frac{(62 + 430)465}{8} = \text{ok. } 28700 \text{ kgcm.}$$

Składowa G'' wywołuje ciśnienie osiowe.

Dla przekroju $10/12$ mamy: $F = 10 \cdot 16 = 160 \text{ cm}^2$, zaś $W = \frac{1}{6} 10 \cdot 16^2 = 426 \text{ cm}^2$. Zatem najw. naprężenie:

$$\text{na rozciąganie: } \sigma = \frac{G''}{F} + \frac{M}{W} = \frac{250}{160} + \frac{28700}{426} = +69 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{na ściskanie: } \sigma = \frac{G''}{F} - \frac{M}{W} = \frac{250}{160} - \frac{28700}{426} = -65,8 \text{ kg/cm}^2$$

125. Na pręt o przekroju kwadratowym, którego bok wynosi b , działa siła P a) osiowo, b) w odległości $\frac{1}{4} b$ od osi, c) w krawędzi, d) w odległości b od osi (rys. 199). Należy znaleźć w każdym wypadku największe naprężenie.

$$\text{a) } \sigma_a = \frac{P}{b^2}$$

b) Dodajmy w punkcie środkowym przekroju dwie siły P' i P'' równe i wprost przeciwnie skierowane, co nie naruszy istniejącego stanu i złożmy siłę P' z siłą P ; otrzymamy wtedy siłę osiową $P'' = P$ i moment o wielkości

$$M = P \frac{b}{4}$$

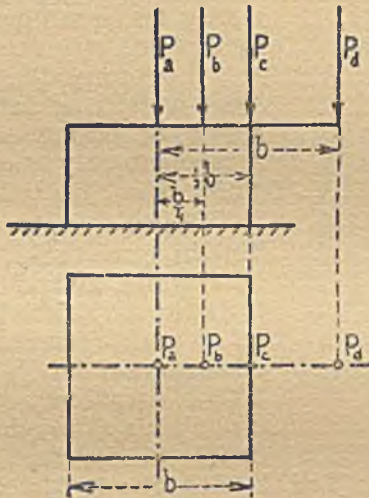
Z wzoru 164 otrzymamy wtedy :

$$\sigma_b = \frac{P}{F} + \frac{M}{W} = \frac{P}{b^2} + \frac{Pb}{4} \cdot \frac{6}{b^3} = \frac{5}{2} \frac{P}{b^2}$$

c) analogicznie do b) otrzymamy tu :

$$\sigma_c = \frac{P}{F} + \frac{M}{W} = \frac{P}{b^2} + \frac{Pb}{2} \cdot \frac{6}{b^3} = 4 \frac{P}{b^2}$$

d)
$$\sigma_d = \frac{P}{F} + \frac{M}{W} = \frac{P}{b^2} + Pb \cdot \frac{6}{b^3} = 7 \frac{P}{b^2}$$



Rys. 199.

Widzimy stąd, jak szybko rosną naprężenia, jeśli siła odsuwa się od osi: w położeniu c) otrzymujemy największe naprężenie 4 razy większe, w położeniu d) 7 razy większe.

§ 46. Rdzeń (jądro) przekroju.

Weźmy pod uwagę przekrój poprzeczny belki zginanej o kształcie prostokątnym, dla którego $F = bh$, zaś $W = \frac{1}{6} bh^2$ (rys. 200). Jeśli mają w nim panować naprężenia wyłącznie o jednym znaku, to w myśl ostatniego zdania poprzedniego paragrafu oś obojętna nie może przecinać przekroju, ale może być co najwyżej doń styczna, a więc albo 1) leżeć w jednej krawędzi (np. ab), albo 2) przechodzić przez jedno z naroży, nie przecinając zupełnie jego boków (np. w linii mn).

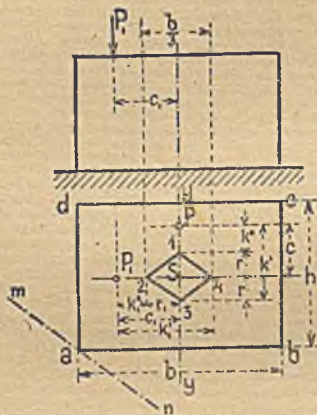
Jeśli zachodzi wypadek pierwszy, t. j. jeśli oś obojętna spada z krawędzią np. ab , to naprężenia tej krawędzi równają się zeru, czyli:

$$\sigma = \frac{P}{F} - \frac{M}{W} = \frac{P}{bh} - \frac{6Pr}{bh^2} = 0$$

a stąd

$$r = \frac{1}{6} h \dots \dots \dots 167$$

Odcinając na osi yy odległość $S_1 = r = \frac{1}{6} h$, otrzymamy punkt, w którym musi działać siła, aby oś obojętna leżała w ab . Dla osi obojętnej w cd otrzymamy tak samo punkt 3 jako punkt zaczepienia siły P .



Rys. 200.

Podobnie dla osi obojętnej, leżącej w linii ad lub bc otrzymamy $r_1 = \frac{1}{6} b$; odpowiednie zaś punkty zaczepienia siły P leżeć będą w odległości $S_4 = S_2 = \frac{1}{6} b$ od środka.

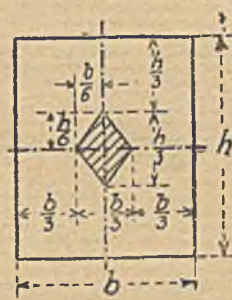
Łącząc punkty 1, 2, 3, 4 ze sobą liniami prostymi, otrzymamy powierzchnię, zwaną rdzeniem lub jądrem przekroju $abcd$. Punkty na obwodzie nazywamy punktami rdzennymi lub jędrnymi, a linie 1234 ograniczające rdzeń linią ordzenną (ojędrną) lub krótko ordzenną (ojędrną). Rdzeń ma własność następującą:

Jeśli siła zaczepia w którymkolwiek punkcie obwodu rdzenia, to odpowiednia oś obojętna jest styczną do przekroju. Jeśli więc w przekroju mają wystąpić wyłącznie naprężenia o jednym znaku, np. wyłącznie ściskanie, to punkt zaczepienia siły P działającej na przekrój musi leżeć w obrębie jądra. Ważne jest to np. przy murach budowlanych na zaprawie wapiennej, której wytrzymałość na rozciąganie jest bardzo mała. Np. wedle przepisów Ministerstwa Robót Publicznych wolno przyjmować dla zaprawy cementowej rozciąganie do 3 kg/cm^2 , dla zaprawy cementowo-wapiennej do $1,5 \text{ kg/cm}^2$, dla zaprawy wapiennej natomiast nie można dopuszczać rozciągania. Staramy się więc uniknąć tu rozciągania w przekroju, a więc mur zbudować tak, aby siła cisnąca zaczepiała wewnątrz rdzenia.

Z rys. 200a widać, że dla prostokąta rdzeń mieści się w środkowej z trzech części, na które podzieliliśmy bok ab prostokąta.

Aby więc w przekroju, na który działa siła cisnąca, nie występowało rozciąganie, musi siła zaczepiać wewnątrz tak zw. środkowej (czyli średniej) trzeciej części przekroju.

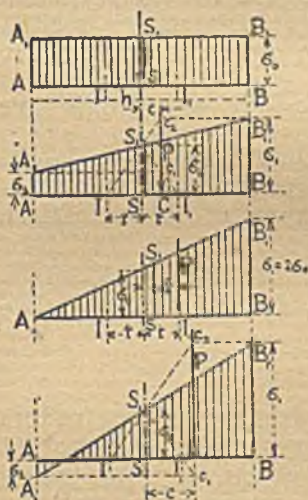
Wykresy naprężeń przy przesunięciu punktu zaczepienia siły P przedstawiają się zatem następująco dla pełnego przekroju prostokątnego:



Rys. 200 a.

a) Dla siły P , zaczepiającej w środku przekroju S , mamy na całej szerokości przekroju naprężenia o tej samej wielkości $\sigma = \frac{P}{F}$. Niech w przyjętej przez nas podziałce naprężeń długości $AA_1 = \sigma_0 = \frac{P}{F}$ kg/cm², to prostokąt AA_1BB_1 przed-

stawia rozkład naprężeń w omawianym wypadku (rys. 201).



Rys. 201, 202, 203 i 204.

zaś c odległością punktu zaczepienia siły P od środka. Dla wykreślnego znalezienia rozkładu naprężeń w tym wypadku postępujemy przeto w następujący sposób: Odcinamy

w środku $SS_1 = \sigma_0 = \frac{P}{bh}$; łączymy S_1 z punktami rdzennymi

I i I_1 oddalonymi od S o odległości $SI = \frac{1}{3} AS_1 = \frac{1}{6} AB$, przedłużamy S_1I_1 i S_1I do przecięcia się z kierunkiem siły P w C_1 .

b) Jeśli siła P zaczepia w dowolnym punkcie osi głównej między środkiem S , a punktem rdzennym I lub I_1 , to największe naprężenia wynoszą: najw. $\sigma = \sigma_1 \frac{P}{bh} + \frac{6Pc}{h^2} =$

$$= \frac{P}{bh} \left(1 + \frac{6c}{h} \right) = \sigma_0 \left(1 + \frac{6c}{h} \right) \quad . \quad 168$$

$$\text{najmn. } \sigma = \sigma_2 = \frac{P}{bh} \left(1 - \frac{6c}{h} \right) = \sigma_0 \left(1 - \frac{6c}{h} \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 168a$$

gdzie $\sigma_0 = \frac{P}{bh}$ jest naprężeniem powstającym, gdy siła P działa w środku ciężkości przekroju (por. wyp. a),

względnie C_2 i wykreślamy C_1A_1 i C_2B_1 równoległe do AB
 Z podobieństwa trójkątów $\triangle CC_2I \sim SS_1I$ oraz $\triangle CC_1I \sim SS_1I_1$

otrzymamy: $cc_2:\sigma_0 = \left(\frac{h}{6} + c\right) : \frac{h}{6}$, a stąd $cc_2 = \frac{P}{bh} \left(\frac{h}{6} + c\right) \cdot \frac{6}{h} =$

$= \frac{P}{bh} \left(1 + \frac{6c}{h}\right) = \text{najw. } \sigma = \sigma_1$, oraz $cc_1:\sigma_0 = \left(\frac{h}{6} - c\right) : \frac{h}{6}$, a stąd

$cc_1 = \frac{P}{bh} \left(\frac{h}{6} - c\right) \cdot \frac{6}{h} = \frac{P}{bh} \left(1 - \frac{6c}{h}\right) = \text{najmn. } \sigma_2$.

c) Siła P zaczepia w punkcie rdzennym (np. w punkcie 1).
 Wtedy $c = \frac{1}{6}h$, więc rys 203):

$$\left. \begin{aligned} \text{najw. } \sigma &= \frac{P}{bh} + \frac{1}{6}bP \cdot \frac{6}{bh} = \frac{2P}{bh} = \sigma_1 \\ \text{najmn. } \sigma &= \frac{P}{bh} - \frac{1}{6}bP \cdot \frac{6}{bh} = 0 \end{aligned} \right\} \dots 169$$

Znaczy to, że naprężenie skrajne jest w tym wypadku
 dwukrotnie większe, niż gdyby siła P działała w środku
 ciężkości przekroju. W środku S w tym wypadku otrzymamy
 też naprężenie $\sigma_0 = \frac{P}{F}$. Innymi słowy: jeśli naprężenie we
 włóknach ma być równe naprężeniu dopuszczalnemu, to siła
 działająca na przekrój w punkcie rdzennym musi być dwu-
 krotnie mniejsza, niżby mogła być ta sama siła działająca
 w środku.

Wykreślnie otrzymamy więc rozkład naprężeń, odno-
 sząc w B długość $BB_1 = 2\sigma_0$ i łącząc B_1 z A . W środku będzie
 wtedy: $SS_1 = \frac{1}{2}BB_1 = \sigma_0 = \frac{P}{F}$.

d) Jeśli siła wyjdzie poza punkt rdzenny, to konstrukcja
 pozostanie taka sama, jak w b (por. rys. 204); jednakowoż
 będziemy mieć naprężenia o obu znakach, t. j. po jednej
 stronie przekroju ściskanie, po drugiej rozciąganie; oś obo-
 jętna przecina przekrój w O . Rozkład naprężeń będzie jednak
 inny, jeśli materiał nie jest wytrzymały na rozciąganie (np.
 mur na zaprawie wapiennej). Przypadek ten omówimy niżej
 (§ 60).

Podstawmy wedle rys. 200 $k' = c + i = c + \frac{h}{6}$

$k'' = c - i = c - \frac{h}{6}$, to:

$$\left. \begin{aligned} \text{najw. } +\sigma &= \frac{P}{bh} \left(1 + \frac{6c}{h}\right) = \frac{P}{bh} \left(1 + \frac{c}{i}\right) = \frac{P}{bh} \frac{i+c}{i} = \frac{P k'}{bh i} = \sigma_0 \frac{k'}{i} \\ \text{najw. } -\sigma &= \frac{P}{bh} \left(1 - \frac{6c}{h}\right) = \frac{P}{bh} \left(1 - \frac{c}{i}\right) = \frac{P}{bh} \frac{i-c}{i} = -\frac{P k''}{bh i} = -\sigma_0 \frac{k''}{i} \end{aligned} \right\} 170$$

O ile naprężenie σ_0 ($=$ najw. $-\sigma$) przekroczy granicę podaną na str. 170 (dla zaprawy cementowej 3 kg/cm^2 , dla zaprawy cementowo-wapiennej $1,5 \text{ kg/cm}^2$), to należy przyjąć, że w tem miejscu szew pęknął i liczyć, jak dla muru niewytrzymałego na rozciąganie (por. § 60).

§ 47. Wyznaczenie osi obojętnej.

Jeżeli punkt zaczepienia siły nie leży w osi głównej, to oś obojętna nie będzie równoległa do osi symetrii, a położenie jej znaleźć możemy przy pomocy elipsy środkowej. W tym celu łączymy punkt zaczepienia siły P ze środkiem przekroju S , a w punkcie przecięcia U linii SP z elipsą prowadzimy styczną UU' do niej. Oś obojętna XX będzie równoległa do tej stycznej (rys. 205).

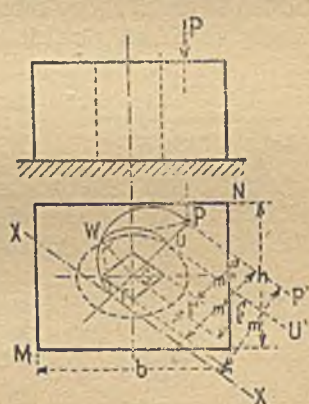
Da się udowodnić, że odstęp środka S od punktu styczności elipsy środkowej SU jest średnią geometrycznie proporcjonalną między odległością p . S w punktach zaczepienia siły, a odległością osi obojętnej, mierzoną na prostej SP , tj. że:

$$SU^2 = SP \cdot ST$$

czyli: $ST = \frac{SU^2}{SP} \dots \dots 171$

Długość ST możemy wyznaczyć też wykreślnie. W tym celu prowadzimy w S prostopadłą do PT i odcinamy na niej $SW = SU$ (najlepiej prowadząc z S łuk o promieniu $r = SU$); wreszcie w W prowadzimy WT prostopadłe do PW , która to prostopadła odcina na linii PS punkt T , przez który przechodzi oś obojętna.

Jeśli punktem zaczepienia siły jest punkt leżący wewnątrz elipsy środkowej, np. p. T , to znowu ważne jest równanie $SU^2 = SP \cdot ST$, a więc oś obojętna będzie przechodzić przez punkt P i będzie równoległa do stycznej w U , t. j. do UU' . Osią obojętną będzie więc linia PP' .



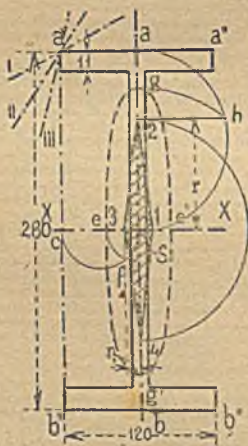
Rys. 205

Największe naprężenia panować będą oczywiście we włóknach najbardziej oddalonych od osi obojętnej, t. j. w punktach M i N . Jeżeli naprężenie w środku przekroju, t. j. w S , jest $\sigma_0 = \frac{P}{F}$, to najw. naprężenia w punkcie M względnie N wynoszą:

$$\text{najw. } \sigma = \frac{P}{F} \frac{m'}{r'} = \sigma_0 \frac{m'}{r'} \quad \text{wzgl. najmn. } \sigma = \frac{P}{F} \frac{m''}{r'} = \sigma_0 \frac{m''}{r'} \quad 172$$

§ 48. Wyznaczenie rdzenia (jądra) przekroju.

Znając elipsę środkową możemy bardzo łatwo znaleźć rdzeń przekroju. Wiemy bowiem, że jeśli środek ciśnienia leży na linii jędrnej, to linja obojętna musi być styczną do przekroju, w którym panuje wyłącznie ściskanie (lub rozciąganie). Dla wyszukania więc rdzenia przyjmujemy parę położenia osi obojętnej stycznej do przekroju i dla tych położenia wyznaczamy odpowiednie punkty zaczepienia siły, które będą zarazem punktami ordzennej.



Rys. 206.

obwód jądra, jeśli bowiem oś obracająca się około punktu np. a' przyjmuje kolejno położenia I, II, III , to odpowiednie tym linjom punkty zaczepienia siły leżą na prostej 14.

Przy przekrojach zawilszych pamiętać należy przede wszystkim o tem, że linji prostej przekroju odpowiada naroże ordzennej, zaś narożu przekroju linja prosta rdzenia.

Również zważać trzeba, że punkt rdzenny odpowiadający pewnej osi obojętnej leży po przeciwnej stronie środka ciężkości S .

Dla przekrojów symetrycznych wygodniej jest niekiedy znajdować położenie punktów rdzennych rachunkowo. Otrzymujemy wtedy (por. np. rys. 206):

$$1S : fS = fS : cS \quad \text{czyli } r : i - i : e$$

a stąd:
$$r = \frac{i^2}{e} \dots \dots \dots 173$$

Pomnóżmy licznik i mianownik przez F , a otrzymamy

$$r = \frac{i^2 F}{eF}. \text{ Wedle wzoru 146 jednak } i^2 F = I, \text{ a dalej } \frac{I}{e} = W',$$

a stąd:
$$r = \frac{W'}{F} \dots \dots \dots 174$$

Przykłady 126—129.

126. Znaleźć rdzeń przekroju dźwigara $NP.28$ (rys. 206).

Z tablic znajdujemy półosi elipsy bezwładności o wielkości $i = 11,14 \text{ cm} = gS$, $i_1 = 2,53 \text{ cm} = eS$. Zakreślmy na długości aS półkoło, a następnie z punktu S łuk koła promieniem $i = Sg = Sh$ i poprowadźmy prostą $h2$ prostopadłą do aS , to odcinek $2S$ będzie odległością jedną, jednakowoż po drugiej stronie punktu S . Jeśli zatoczmy więc łuk promieniem $S2 = S4$, to otrzymamy punkt 4, będący punktem rdzennym odpowiednim osi $a'a''$. Z powodu symetrii punkt 2 będzie punktem rdzennym odpowiednim osi $b'b''$. Dla osi $a'b'$ znajdujemy w ten sam sposób punkt 1, dla osi $a''b''$ punkt 3.

Między położeniami osi $a'b'$ i $a'a''$ oś musiałaby się obracać około punktu a' , punkt rdzenny posunąłby się zatem na prostej 14, a podobny wynik otrzymamy i dla innych położen. Jeśli przeto połączymy z sobą punkty 1234 liniami prostymi, to otrzymamy rdzeń przekroju dźwigara

Rachunkowo otrzymamy:

$$r_1 = S2 = S4 = \frac{i^2}{Sa} = \frac{i^2}{e} = \frac{11,14^2}{14} = 8,87 \text{ cm}$$

$$r_2 = S3 = S1 = \frac{i_1^2}{Sc} = \frac{i_1^2}{e} = \frac{2,53^2}{6} = 1,07 \text{ cm}$$

Na rys. 206 i na rys. następnym linjami kreskowanymi wykonana jest elipsa bezwładności. Rdzeń przekroju, ma powierzchnię zakreskowaną.

127. Znaleść rdzeń przekroju teownika $NP.8$ (por. przykład 115).

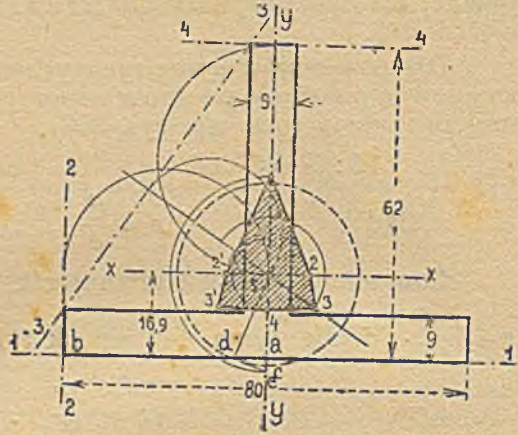
Ponieważ elipsa bezwładności jest prawie kołem, przeto wszystkie jej osi sprzężone będą prawie ściśle prostopadłe do siebie (rys. 207).

Położenie punktu jędrnego odpowiedniego podstawie 1—1, którą przecina elipsa bezwładności, znajdziemy w sposób następujący: Prowadzimy w a prostą $ab \perp sa$ (jest nią oś 11), zataczamy

II. E. Wytrzymałość złożona.

łuk bc promieniem $sc = sd$ (jest nim tutaj promień koła bezwładności), a z punktu d przecięcia prostej ll i łuku cd kreślimy $de \perp sd$; — punkci 1 leżący po przeciwnej stronie punktu s w tej samej odległości będzie punktem jędrnym odpowiednim osi ll . Punkty jędrne 2, 3 i 4 odpowiadające kolejnym położeniom osi 22, 33 i 44 znajdziemy w sposób taki sam jak w zadaniu poprzednim.

Jeśliśmy mieli do czynienia z elipsą bezwładności, to dla każdego położenia osi trzeba wyznaczyć odpowiednią oś sprzężoną i na niej wykonać omawianą konstrukcję dla znalezienia punktu jędrnego.



Rys. 207.

128. Znaleźć rachunkiem promień rdzenny przekroju ośmiobocznego pustego i wykreślić rdzeń, jeśli promień koła opisanego zewnętrznego wynosi $D = 2,00$ m, promień koła opisanego wewnętrznego $d = 1,50$ m (rys. 208).



Rys. 208.



Rys. 209.

Dla osi poziomej otrzymujemy z tablic:

$$I = 0,0547 (2,00^4 - 1,50^4) = 0,54905 \text{ m}^4 = 54905000 \text{ cm}^4$$

$$F = \frac{\pi}{4} (2,00^2 - 1,50^2) = 1,375 \text{ m}^2 = 13750 \text{ cm}^2$$

$$W = \frac{I}{e} = \frac{2I}{D} = \frac{0,54905}{1,00} = 0,54905 \text{ m}^3 = 549050 \text{ cm}^3$$

$$r = \frac{W}{F} = \frac{549050}{13750} = \text{ok. } 40 \text{ cm.}$$

129. Znaleźć drogą rachunkową promień rdzenny przekroju kołowego wydrążonego, jeśli średnica zewnętrzna $D = 2,00$ m, średnica wewnętrzna $d = 1,50$ m (rys. 209).

Wedle tablic promień koła bezwładności wynosi tutaj:

$$i = 1/4 \sqrt{D^2 + d^2} \quad e = \frac{D}{2}, \text{ zatem:}$$

$$a = \frac{i^2}{e} = \frac{1}{16} (D^2 + d^2) \cdot \frac{2}{D} = \frac{1}{8} \left(D + \frac{d^2}{D} \right)$$

Widzimy stąd, że rdzeń jest tem większy, im mniejsza jest grubość pierścienia $g = 1/2 (D - d)$.

Do tej samej wartości dojdziemy z wzoru:

$$r = \frac{W}{F} = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{D^4 - d^4}{D} \cdot \frac{4}{\pi (D^2 - a^2)} = \frac{D^2 + d^2}{8D} = \frac{1}{8} \left(D + \frac{d^2}{D} \right)$$

$$\text{U nas: } r = \frac{1}{8} \left(2,00 + \frac{1,50^2}{2,00} \right) = 0,391 \text{ m} = 39,1 \text{ cm}$$

Rdzeń jest kołem o promieniu r .

F. Wytrzymałość na wyboczenie.

§ 49. Wytrzymałość na wyboczenie.

Weźmy pod uwagę wysmukły pręt np. żelazny AB i obciążmy go siłą osiową P . Pod jej wpływem pręt zwolna zacznie się wyginać, przybierając kształt AB' (rys. 142). Jeśli siłę P będziemy zwiększać, to i wygięcie będzie wzrastało, aż ostatecznie, gdy siła osiągnie pewną wielkość, pręt wygnie się do położenia AB'' i ostatecznie złamie. Mówimy, że pręt się wyboczył. Zniszczenie jego nie nastąpi więc przez zgniecenie, mimo, że mamy do czynienia z siłą ściskającą, ale przez złamanie, spowodowane wygięciem się pręta w bok, czyli wyboczenie, a wytrzymałość, jaką pręt wykazuje w chwili wyboczenia nazywamy wytrzymałością na wyboczenie.

Jasna rzecz, że pręt wyboczy się tem prędzej, im jest dłuższy, im większa jest siła P , im ma większy współczynnik sprężystości, wreszcie im ma mniejszy przekrój (t. j. mniejszy moment bezwładności). Bardzo znaczny wpływ na wytrzymałość prętów na wyboczenie ma także sposób utwierdzenia końców pręta. Np. pał, wbity silnie w ziemię albo podparty zastrzałami tak, że wygiąć się może tylko wedle rys. 211, udźwignie znacznie więcej, nie wybacząc się, niż pał, oparty tylko na belce na czop, a zatem mogący się wygiąć wedle rys. 210.

Wzór, wyprowadzony przez Eulera teoretycznie przy uwzględnieniu wszystkich wyżej wspomnianych okoliczności, podaje, że największą siłą, jaką udźwignie pręt o długości l_0 i momencie bezwładności I jest:

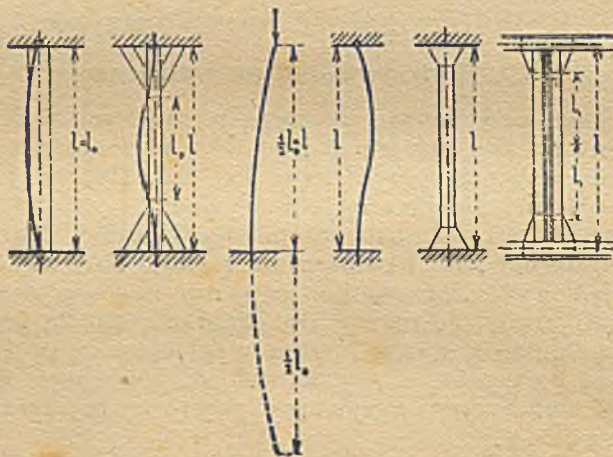
$$P = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2} \approx \frac{10 EI}{l_0^2} \dots \dots \dots 175$$

Siłę P nazywamy siłą wybaczającą.

Jest to t. zw. wzór Eulera na wyboczenie. Jeżeli chcemy uwzględnić, że dla n -tej pewności siła działająca może być tylko $\frac{1}{n}$ -tą częścią siły wybaczającej, to otrzymamy wzór:

$$P \leq \frac{10 EI}{nl_0^2} \dots \dots \dots 176$$

(n przyjmujemy zwykle dla drzewa $n = 10$, dla żelaza zlewnego i spawanego $n = 4$ do 5 , dla żeliwa $n = 6$ do 8 .)



Rys. 210—215.

Wzór ten ważny jest jednak jedynie wtedy, gdy oba końce słupa są tylko przytrzymane, t. j. dadzą się wolno obracać około punktów końcowych, np. jeśli słup drewniany połączony jest z podwaliną i oczepem na czop (rys. 210). Słup AB o jednym końcu utwierdzonym, drugim wolnym (jak np. słup telegraficzny) wygnie się tak, jak wygiąłby się słup BC o obu końcach BC przytrzymanych, a długości

$l_0 = 2l$ (rys. 212). Aby zatem użyć wzoru 176, należy podstawić za l wartość $l_0 = 2l$. Wzór przybierze wtedy postać:

$$P = \frac{10 EI}{nl_0^2} = \frac{10 EI}{4 nl^2} = 2,5 \frac{EI}{nl^2} \dots \dots \dots 177$$

Długość tę l_0 , którą we wzór Eulera 175, względnie 176, należy wstawić zamiast długości rzeczywistej pręta l , nazywamy długością wolną.

Słup o jednym końcu utwierdzonym, a drugim przytrzymanym (rys. 213), obliczać należy dla długości wolnej $l_0 = 0,707 l$, t. j. dla

$$P \leq \frac{20 EI}{nl^2} \dots \dots \dots 178$$

Dla obu końców utwierdzonych (rys. 211) otrzymamy $l_0 = \frac{1}{2} l$, więc: $P \leq \frac{40 EI}{nl^2} \dots \dots \dots 179$

Za utwierdzone uważać można koniec słupa tylko wtedy, gdy styczna linii ugięcia w miejscu wmurowania nie zmieni się podczas wyboczenia, więc, gdy słup (drewniany) jest albo silnie wbity albo podparty zastrzałami czy przyporami, albo (żelazny) przynitowany bardzo mocno na blachach węzłowych. Dla dachów żelaznych, gdzie pręty są przynitowane do blach nieznaczną ilością nitów (rys. 215), przyjmujemy dla pewności:

$$l_0 = 0,8 l \text{ do } l \dots \dots \dots 180$$

Zazwyczaj jednak i w w tych wypadkach przyjmujemy mniejsze l_0 , tj. $l_0 = 0,8 l$. Wedle przepisów M. R. P. należy też przyjmować dla wolno stojących słupów o wszechstronnem utwierdzeniu:

$$l_0 = 0,8 l \dots \dots \dots 181$$

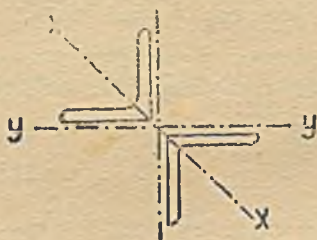
zaś dla słupów żeliwnych:

$$l_0 = l \dots \dots \dots 182$$

Tę samą wartość należy przyjmować też dla słupów z żelaza zlewne go i spawanego, o ile utwierdzenie końcowe nie jest bardzo silne, względnie, o ile mają one na końcach przeguby.

We wzorach powyższych należy uwzględniać moment bezwładności I najmniejszy z momentów bezwładności dla tych kierunków, dla których pręt może się wyboczyć. Czasem zdarza się, że wyboczenie nie może nastąpić w kierunku, dla którego moment bezwładności I jest najmniejszy. Np.

na rys. 216 pręt, złożony z dwu kątowników, przynitowanych do blachy węzłowej, nie może wyboczyć się pełną swoją długością dla osi xx , dla której moment bezwładności I jest najmniejszy, gdyż wtedy musiałyby skrócić się jego końce, przynitowane do blach węzłowych, co jest niemożliwe, o ile blachy są silne, a pręt niedługi. Należy zatem uważać pręt za utwierdzony w tym kierunku i liczyć go na wyboczenie dla kierunku yy równoległego do ramion kątowników.



Rys. 216.

Wogóle jednak, jeżeli pręt ma różną długość wolną i różny moment bezwładności w obu kierunkach, należy obliczać go dla obu tych kierunków. Zdarza się to najczęściej w ściskanych prętach belek kratowych (por. str. 187), gdzie często

usztynienie w płaszczyźnie belki (przy pomocy blach węzłowych) jest większe niż w płaszczyźnie prostopadłej do belki i tak: dla prętów skrzyżowanych w połowie długości dla wyboczenia w płaszczyźnie kraty należy przyjmować $l_0 = 0,5l$, zaś dla wyboczenia w płaszczyźnie prostopadłej do kraty $l_0 = 0,67l$. Jeżeli pas ściskany jest usztyniony poprzecznie w każdym węźle (np. w dachu przy pomocy płatwi), to w płaszczyźnie kraty przyjmuje się $l_0 = 0,8l$ (wzór 181), zaś w płaszczyźnie prostopadłej do kraty $l_0 = l$.

Wzór Eulera daje wartości zgodne z rzeczywistością tylko dla prętów bardzo smukłych, t. j. bardzo wysokich przy małym momencie bezwładności. Doświadczenia czynione przez Tetmajera doprowadziły go ostatecznie do ustalenia wzorów na wyboczenie innych niż eulerowskie.

Powierzchnia F_p na wyboczenie dla siły P jest mianowicie większa, aniżeli powierzchnia $F_0 = \frac{P}{k_c}$, potrzebna tylko na ściskanie dla tej samej siły. Możemy więc ogólnie napisać, że

$$F_p = \frac{F_0}{\beta} = \frac{P}{k_c \beta} \quad k_c = \frac{P}{F_0 \beta} \quad \dots \quad 183$$

Jeżeli $k_c = \frac{P}{F_0}$ jest naprężeniem dopuszczalnym na ściskanie, to analogicznie możemy nazwać $k_w = \frac{P}{F_p}$ naprężeniem dopuszczalnym na wyboczenie. Wtedy otrzymamy:

$$k_w = \frac{P}{F_p \beta} = \frac{k_w}{\beta} \dots \dots \dots 184$$

a stąd: $k_w = \beta k_c \dots \dots \dots 185$

Spółczynnik β jest mniejszy od jednostki ($\beta < 1$); nazywamy go dlatego współczynnikiem zmniejszającym.

Tetmajer (a po nim Jasiński) na mocy szeregu doświadczeń doszedł do wyniku, że współczynnik zmniejszający β jest zależny od materiału, od długości wolnej i od najmniejszego promienia bezwładności przekroju. Mianowicie dla poszczególnych wartości $\frac{l_0}{i}$ otrzymał wartości na β , podane u nas w tablicach.

Chcąc obliczyć zatem przekrój na wyboczenie, musimy znać $\frac{l_0}{i}$. Długość wolną l_0 można zgóry podać, znając rodzaj konstrukcji, wedle wskazówek podanych wyżej; natomiast promień bezwładności i jest nieznaną, gdyż nie znamy jeszcze przekroju obliczonego. Wiemy tylko, że za i przyjąć należy najmniejszy promień bezwładności, możliwy ze względu na kierunki, w jakich może nastąpić wyboczenie.

Postępujemy więc w sposób następujący: obliczamy powierzchnię potrzebną na ściskanie $F_0 = \frac{P}{k_c}$, przyjmujemy przekrój F_u o powierzchni większej np. około $1\frac{1}{2}$ —2 razy i dla tego przyjętego przekroju obliczamy promień bezwładności i , stosunek $\frac{l_0}{i}$, oraz współczynnik β i kontrolujemy, czy

naprężenie $\sigma = \frac{P}{F_u \beta}$ jest równe naprężeniu dopuszczalnemu k_c (lub czy przynajmniej bardzo zbliża się do niego). Jeśli σ jest większe od k_c , to musimy przyjąć przekrój F_u większy i cały rachunek powtórzyć. Jeśli zaś σ jest znacznie mniejsze od k_c , to z uwagi na konieczną zwykle oszczędność konstrukcji przyjmujemy przekrój F_u mniejszy, tak jednak, aby jeszcze pozostać w granicach naprężenia dopuszczalnego.

Obecnie używa się coraz częściej wzorów Tetmajera lub Jasińskiego w miejsce dawniejszego wzoru Eulera.

Ponieważ niektóre władze wymagają wykazu największych naprężeń, które nie mogą przekroczyć naprężenia dopuszczalnego, przeto poszczególni konstruktorowie wprowadzili następujący sposób wyznaczania najw. naprężeń przy wyboczeniu. Jeżeli F_0 jest przekrojem na ściskanie, obliczo-

nym dla pewnego k_c (np. $k_c = 1000 \text{ kg/cm}^2$), to $F_p = \frac{F_0}{\beta}$ jest przekrojem, przy którym naprężenie na wyboczenie jest też równe $k_w = k_c$. Jeżeli zatem zastosujemy w konstrukcji przekrój użyteczny F_u , to naprężenie w nim będzie wynosiło

$$\sigma_w = \frac{F_p}{F_u} k_w.$$

Przy obliczaniu na wyboczenie konstrukcji żelaznych, których przekroje łączy się na nity, oblicza się promień bezwładności i bez odtrącenia powierzchni nitów; natomiast przy obliczeniu przekroju użytecznego F_u odejmuje się powierzchnię nitów.

Jeśli przekrój jest złożony z paru kształtowników (por. przykłady 135 i nast.), to należy połączyć je ze sobą na całej długości pręta; chodzi bowiem o to, by poszczególne części nie wyboczyły się z osobna, przyczem wedle przepisów M. R. P. pewność przeciw wyboczeniu każdej części z osobna między łącznikami powinna być co najmniej dwukrotnie większa od pewności na wyboczenie całego słupa na całkowitej długości. Odstęp łączników l_1 zależy więc od przekroju (od promienia bezwładności) pojedynczego kształtownika; zwykle dla mniejszych słupów przyjmuje się jednak, nie licząc, $l_1 = 30-50 \text{ cm}$.

Jeżeli słup jest ściskany mimoosiowo, (względnie narażony prócz obciążenia osiowego i na moment zginający), należy wyznaczyć naprężenia, wywołane obciążeniem i momentem zginającym.

Spółczynniki zmniejszające ustawione zostały na podstawie doświadczeń dla słupów żelaznych, drewnianych i żelbetonowych (żelazno-betonowych). Natomiast dla filarów mурowych i betonowych, gdzie wpływ smukłości słupa jest również bardzo znaczny, uwzględnia się wedle przepisów M. R. P. wpływ siły (osiowej) przez zmniejszenie naprężenia dopuszczalnego.

Dla smukłych słupów z kamienia naturalnego, dla których stosunek wysokości do najmniejszego wymiaru poprzecznego wynosi więcej niż 10, należy przyjmować mianowicie pewność 25-krotną, podczas gdy dla słupów niższych zadowolnić się można pewnością 15-krotną. Odpowiednio do tego zmniejszają się też naprężenia dopuszczalne (porównaj tablice).

Dla słupów i murów z cegły, oraz z betonu uzależnione jest naprężenie dopuszczalne od smukłości jeszcze ściślej (por. tablice). Np. dla murów z cegły maszynowej na zaprawie cementowej przy stosunku najmn. boku do wysokości

Przyjmując naprężenie dopuszczalne dla drzewa twardego $k_c = 80 \text{ kg/cm}^2$, otrzymamy z wzoru 183:

$$\text{najw. dop. } P = k\beta_c F_p = 80 \cdot 0,78 \cdot (24 \cdot 18) = 26900 \text{ kg.}$$

Widzimy stąd, że słup ten sam, liczony wedle Tetmajera, dopuszcza tylko mniejsze obciążenie.

133. Jaką siłę ściskającą przenieść może dźwigar I NP 30 o długości 6,00 m obustronnie utwierdzony?

Z tablic $i = 2,55 \text{ cm}$.

$$\frac{l_0}{i} = \frac{1/2 \cdot 600}{2,55} = 117,5 \quad \beta = 0,40$$

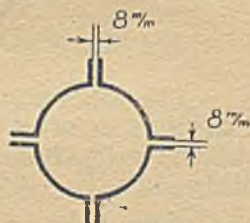
$$\text{najw. dop. } P = k\beta_c F = 1200 \cdot 0,4 \cdot 69 = 33100 \text{ kg.}$$



Rys. 217



Rys. 218.



Rys. 219.

134. Obliczyć przekrój słupa żeliwnego, obciążonego osiowo siłą 13,5 t, o długości wolnej 3,00 m (naprężenie dopuszczalne na ściskanie $k_c = 500 \text{ kg/cm}^2$) (por. rys. 217).

$$F_u = \frac{13500}{500} = 27,0 \text{ cm}^2$$

Przyjmując przekrój kołowy pusty o zewnętrznej średnicy $D = 18 \text{ cm}$, wewnętrznej $d = 15 \text{ cm}$, otrzymujemy

$$F_u = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4} (18^2 - 15^2) = 77,7 \text{ cm}^2.$$

Promień bezwładności $i = \frac{1}{4} \sqrt{18^2 + 15^2} = 5,86 \text{ cm}$

$$\frac{l_0}{i} = \frac{300}{5,86} = 51 \quad \beta = 0,38 \quad F_p = \frac{27,0}{0,38} = 71,0 \text{ cm}^2.$$

Zatem przekrój obrany wystarczy.

135. Obliczyć przekrój słupa składającego się z czterech kątowników w kwadrat dla obciążenia 67500 kg, a długości wolnej 4,50 m (rys. 218).

$$F_u = \frac{67500}{1200} = 56 \text{ cm}^2.$$

Przyjmujemy 4 kątowniki 100.100.12 o powierzchni użytecznej (po odtrąceniu dziur na nity) $F_u = 90,9 - 15,4 = 75,5 \text{ cm}^2$.

Moment bezwładności kątowników wynosi:

$$I = 4(204,6 + 22,72 \cdot 13,1^2) = 16414 \text{ cm}^4$$

$$i = \sqrt{\frac{16414}{90,9}} = 13,45 \text{ cm} \quad \frac{l_0}{i} = \frac{450}{13,45} = 33,4 \quad \beta = 0,76$$

$F_p = \frac{F_0}{\beta} = \frac{56}{0,76} = 73,8 \text{ cm}^2$, więc mniej niż F_u . Przekrój przyjęty zatem wystarczy.

136. Obliczyć wymiary słupa żelaznego, przenoszącego ciężar osiowy $P = 24000 \text{ kg}$, jeśli długość wolna wynosi $3,90 \text{ m}$. Słup należy wytworzyć z ćwierćkołowników rozsuniętych o grubość blach węzłowych $g = 8 \text{ mm}$ (por. rys. 219).

Przekrój potrzebny na ściskanie: $F_0 = \frac{24000}{1200} = 20,0 \text{ cm}^2$.

Ze względu na wyboczenie przyjmiemy jednak przekrój większy, złożony z 4 ćwierćkołowników $NP 10$ o grubości ścian 8 mm , którego powierzchnia użyteczna wynosi: $F_u = 4 \cdot 12,0 - 4 \cdot 0,8 \cdot 1,2 \cdot 2 = 40,32 \text{ cm}^2$, zaś moment bezwładności:

$$I = 4 \left[I_x + F \left(e_1 + \frac{g}{2} \right)^2 \right] = [82,7 + 12(3,47 + 0,4)^2] = 1049,7 \text{ cm}^4$$

(porównaj przykład 103), zaś promień bezwładności $i =$

$$= \sqrt{\frac{I}{F}} = \sqrt{\frac{1049,7}{48}} = 4,67 \text{ cm}.$$

Wedle Te majera-Jasińskiego dla $\frac{l_0}{i} = \frac{390}{4,67} = 83,5$ otrzymujemy współczynnik zmniejszający $\beta = 0,56$. Wtedy przekrój, potrzebny na wyboczenie $F_p = \frac{F_0}{\beta} = \frac{20,0}{0,56} = 35,7 \text{ cm}^2$. Przyjęty przekrój wystarczy przeto w zupełności.

137. Jaką siłę osiową przeniosą słupy betonowe kwadratowe o przekroju $30/30 \text{ cm}$, o wysokościach $h = 3,00 \text{ m}$ i $h = 200 \text{ m}$, gdy wytrzymałość betonu wynosi 150 kg/cm^2 ?

W słupach i filarach największe naprężenie dopuszczalne zależne jest od stosunków najmniejszej grubości do wysokości.

Dla słupa o wysokości $3,00 \text{ m}$ wypada $\frac{g}{h} = \frac{0,30}{3,00} = 0,10$, zatem współczynnik zmniejszający na ściskanie $\varphi = 0,05$.

Najw. siła osiowa, jaka może być przeniesiona przez słup:

$$P = \varphi k_c F = 0,05 \cdot 150 \cdot 30 \cdot 30 = 6750 \text{ kg.}$$

Dla słupa o wysokości 2,00 m wypada $\frac{g}{h} = \frac{0,30}{2,00} = 0,15$ zatem współczynnik zmniejszający na ściskanie $\varphi = 0,067$.

Najw. siła osiowa, jaka może być przeniesiona przez ten słup:

$$P = \varphi k_c F = 0,067 \cdot 150 \cdot 30 \cdot 30 = 9045 \text{ kg.}$$

138. Jaką siłę osiową przeniesie słup z cegły maszynowej na zaprawie cementowej o przekroju $30/30$ cm, a wysokościach $h = 3,00$ m i $h = 2,00$ m.

Dla słupa o wysokości $h = 3,00$ m $\frac{g}{h} = \frac{0,30}{3,00} = 0,10$, zatem najw. naprężenie dopuszczalne na ciśnienie $k_c = 5 \text{ kg/cm}^2$.

Najw. siła osiowa, jaka może być przeniesiona przez słup:

$$P = Fk_c = 30 \cdot 30 \cdot 5 = 4500 \text{ kg.}$$

Dla słupa o wysokości 2,00 m $\frac{g}{h} = \frac{0,30}{2,00} = 0,15$ wynosi:

$$k_c = 6 \text{ kg/cm}^2.$$

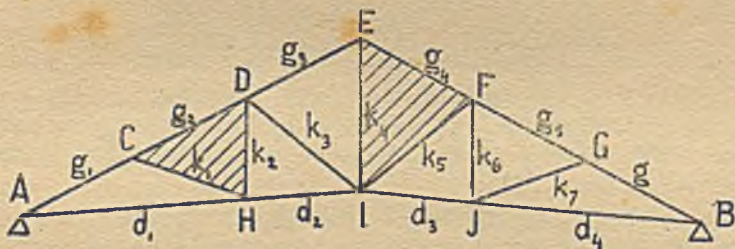
Najw. siła mogąca być przeniesiona przez słup:

$$P = Fk_c = 30 \cdot 30 \cdot 6 = 5400 \text{ kg.}$$

III. Belki kratowe i więzary dachowe.

§ 50. Ogólne uwagi o belkach kratowych.

Niekiedy, zwłaszcza przy większych rozpiętościach, nie budujemy belek jednolitych, ale składamy je z poszczególnych części, z t. zw. prętów, połączonych z sobą w trójkąty, tworząc w ten sposób t. zw. belkę kratową. Należą tu np. dachy żelazne czy drewniane, większe mosty żelazne i t. d. Części takich belek, ograniczające ich zarys, a oznaczone na rys. 220 literami $g_1, g_2, \dots, d_1, d_2, \dots$, nazywamy pasami; przy czem g_1-g_6 jest pasem górnym, zaś d_1-d_4 dolnym.



Rys. 220.

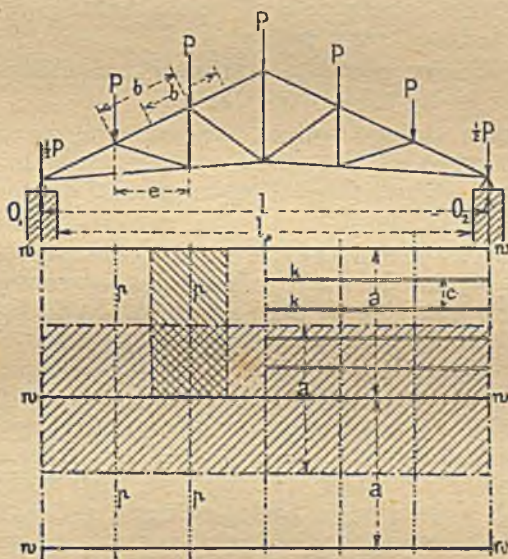
Pręty, któremi są pasy połączone, np. k_1, k_2, \dots , nazywamy krzyżulcami; krzyżulce pionowe słupami (np. k_2), ukośne przekątniami (np. k_3), pręty ściskane zastrzałami, rozciągane ścięgnami. Poszczególne pręty łączą się z sobą w t. zw. węzłach, z których C, D, E są węzłami górnymi, zaś H, I, J — dolnymi.

Tworząc belkę kratową, przyjmuje się zwykle układ z trzech prętów, złączonych w trójkąt, do którego przyłącza się wciąż po dwa pręty. Za taki trójkąt zasadniczy można

Odstęp więzarów przyjmujemy zwykle dla dachów żelaznych 3,5—6 m, dla drewnianych 3,5—5 m.

2. Na pasie górnym więzarów opierają się belki poziome drewniane lub żelazne, t. zw. płatwie czyli leżnie zwykle w węzłach. Wedle ich odstępu rozmieszczamy węzły górne więzara.

3. Na płatwiach umieszcza się w odstępie około 1,00 m drewniane belki, leżące w płaszczyźnie dachu, t. zw. krokwie, równoległe od pasa górnego więzarów. Dla krycia szkłem umieszcza się na płatwiach szyny lub szczeble w odstępie 0,5—0,8 m; dla krycia betonem używamy też krokwi żelaznych w odstępie 1,0—1,5 m.



Rys. 221.

4. Na krokwiach umieszcza się pokrycie dachu, które obliczeniu nie podlega (pomijając krycie blachą falistą).

5. Węzary łączą się z sobą zapomocą tężników (wiatrownic) połączonych i pionowych, których też zwykle nie oblicza się.

Przy projektowaniu dachów należy przedewszystkiem przyjąć ogólny ustrój, odstęp i kształt więzarów, a dopiero potem przystąpić do obliczenia obciążeń, krokwi, następnie płatwi i wreszcie więzarów.

§ 52. Obciążenie dachów.

Na więzary dachowe przenosi się całe obciążenie dachów przez płatwie i krokwie. Działa bowiem na nie przede wszystkim ciężar stały dachu, t. j. pokrycia i konstrukcji dachowej, prócz tego zaś i obciążenie chwilowe t. zw. zmienne, z powodu śniegu, jaki osiąść może na dachu i z powodu parcia wiatru. Aby więzary obliczyć, trzeba znać przede wszystkim obciążenie.

1. Ciężar stały. Należy tu ciężar pokrycia, ciężar płatwi i tężników, oraz ciężar własny więzarów. Ciężary pokrycia zależą od rodzaju tegoż, a zestawione są w tablicach w kilogramach na 1 m^2 połaci dachu. Aby obliczyć więc obciążenie jednego węzła należy znaleźć, z jak wielkiej powierzchni przenosi się nań obciążenie i powierzchnię tę pomnożyć przez ciężar jednostkowy pokrycia.

Ciężar własny płatwi i tężników połaciowych wynosi zwykle około 10 kg/m^2 połaci dachu.

Do ciężaru stałego należy wreszcie ciężar własny więzarów, który wynosi dla dachów żelaznych lekkich 10 do 20 kg/m^2 , dla ciężkich $20\text{--}30 \text{ kg/m}^2$ rzutu, dla dachów drewnianych 20 kg/m^2 połaci.

2. Obciążenie śniegiem. Zwykle przyjmujemy, że śnieg osadza się na dachach jednostajną warstwą o grubości 50 do 65 cm; ciężar jej wynosi zatem 60 do 80 kg/m^2 rzutu. Na dachach bardziej stromych śnieg jednak nie może się utrzymać. Rozporządzenie M. R. P. (§ 6. Przepisów obliczeń statycznych w budownictwie lądowym) poleca przyjmować ciężar śniegu w województwach: pomorskiem, poznańskim, warszawskim, łódzkim, kieleckim, lubelskim, krakowskim i śląskim $s = 80 \text{ kg/m}^2$ rzutu; w województwach: nowogrodzkim, wileńskim, białostockim, poleskim, wołyńskim, lwowskim, tarnopolskim i stanisławowskim $s = 80 \text{ kg/m}^2$ rzutu; w okolicach górskich ponad 400 m wysokości nad poziom morza $s = 80 + 0,12 (h - 40)$ kg/m^2 rzutu, gdzie h jest wysokością danej miejscowości nad poziom morza. Np dla miejscowości, położonej na wysokości 650 m, należy przyjąć $s = 80 + 0,12 \cdot 250 = 80 + 30 = 110 \text{ kg/m}^2$ rzutu.

Przepisy M. R. P. powiadają dalej:

§ 6. 2. Dla pochyleń dachów większych niż 35° należy wielkość obciążenia śniegiem, obliczoną wedle powyższego, zredukować, mnożąc ją przez współczynnik α , który wynosi:

$$\begin{array}{ll} \text{dla } 30^\circ & \alpha = 1,0; \\ \text{dla } 40^\circ & \alpha = 0,5; \\ \text{dla } 45^\circ & \alpha = 0 \end{array}$$

Wartości pośrednie należy interpolować linjowo. Dla pochylenia ponad 45° obciążenie śniegiem można nie uwzględniać.

(Punkt ten dotyczy np. świetlni dachowych i t. p.)

3. Przy obliczeniu należy uwzględnić możliwość tworzenia się worków śnieżnych we wgłębionych częściach dachu.

4. Należy uwzględnić możliwość całkowitego lub jednostronnego obciążenia śniegiem.

c) Parcie wiatru uwzględnia się, biorąc tylko składową n tegoż, prostopadłą do powierzchni chłoni dachu. Dawniej przyjmowano ją zwykle w wielkości:

$$n = w_0 \sin (\alpha + 10) \dots \dots \dots 188$$

przyczem przyjmowano kierunek parcia pod $\approx 10^\circ$ do poziomu; obecnie wedle rozporządzenia Ministerstwa Robót Publicznych przyjmować należy parcie wiatru poziome, a tem samem składową \perp do powierzchni dachu oblicza się wedle wzoru:

$$n = w_0 \sin \alpha \dots \dots \dots 189$$

We wzorach powyższych α jest kątem pochylenia dachu.

Wielkości w_0 poleca przyjmować M. R. P. wedle następującej tablicy:

w miejscach zastłoniętych 50 kg/m²
odstłoniętych

do 15 m wysokości . . . 100 kg/m²

miejscach odstłoniętych

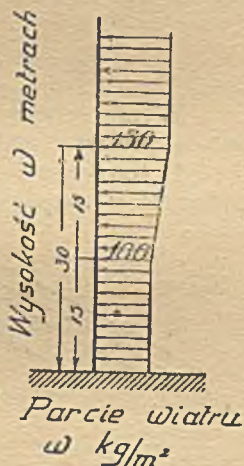
ponad 30 m wysokości . 130 kg/m².

Dla wysokości między 15 m a 30 m należy interpolować wedle linii prostej.

Np. dla wysokości 20 m przyjętą należy 110 kg/m². Jeżeli dach znajduje się w granicach między 15 a 30 m, wystarczy dla całej jego wysokości przyjmować wielkość parcia stałą, równą maksymalnej, aby nie utrudniać rachunku. Jeżeli np. rzut dachu mieści się między 21 m a 25 m, wystarczy dla wszystkich węzłów tegoż przyjmować parcie, odpowiadające wysokości 25 m (tj. 120 kg/m²).

Dla budynków, narażonych na szczególnie silne wiatry (wybrzeże morskie, góry itd.), należy powyższe wartości zwiększyć o 50%.

Wiatr działa zawsze tylko z jednej strony, może to nastąpić jednak tak z prawej, jak i z lewej. Przy obliczeniu trzeba



Rys. 222

uwzględnić oba wypadki, gdyż powodują one w prętach dachowych różne siły nawet w dachach o kształcie symetrycznym.

Dla pochylenia dachu $\alpha < 10-11^\circ$ ($\operatorname{tg} \alpha < \frac{1}{5}$) można uwzględnić tylko składową pionową parcia wiatru i włączyć ją do obciążeń pionowych. O ile takie dachy mogą być obciążone przez ludzi (terasy i t. d.), należy przyjąć obciążenie 250 kg/m^2 .

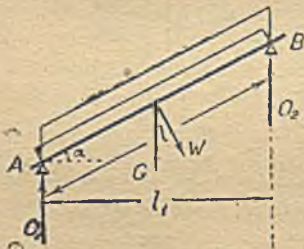
d) Ciężar człowieka (skupiony) $P = 80 \text{ kg}$ przyjmuje się przy obliczeniu krokwi, niekiedy i płatwi. Nieraz bierzemy dla uproszczenia $P = 100 \text{ kg}$, uwzględniając tem samem ciężary, jakieby człowiek mógł z sobą wziąć. Przepisy M. R. P. powiadają w § 5.5:

Obliczenie pokrycia dachu w miejscach, na których może stanąć człowiek, należy przeprowadzić: a) na ciężar śniegu i wiatru, b) na ciężar skupiony człowieka z narzędziami (100 kg), i uwzględnić niekorzystniejsze z obu obciążeń.

§ 53. Obliczenie dachów żelaznych.

Wyżej powiedzieliśmy, że oblicza się najpierw krokwie, potem płatwie, a dopiero na końcu więzary.

1) Krokwie liczymy jako belki w dwu punktach wolno podparte o rozpiętości b równej odległości płatwi. Jeśli odległość krokwi od siebie wynosi c (zwykle około 1 m), to całkowite obciążenie pionowe jednostajnie rozłożone wynosi:



Rys. 223.

$$G = gbc \text{ kg} \dots 190$$

(jeśli g dane jest w kg na 1 m^2 powierzchni dachu). Śnieg mamy zwykle dany w kg na 1 m^2 rzutu poziomego; wtedy na jedną krokiew przypada:

$$S = sec \text{ kg} \dots 191$$

gdzie e jest poziomym rzutem długości b . Całkowite obciążenie pionowe (rys. 223)

$$P = G + S \dots 192$$

rozkładamy na składową P_1 prostopadłą i P_2 , równoległą do połąci dachu. Otrzymamy wtedy:

$$P_1 = P \cos \alpha \quad P_2 = P \sin \alpha \dots 193$$

gdzie α jest kątem nachylenia krokwi do poziomu.

Prócz tego działa jeszcze na krokiew parcie wiatru prostopadle do połąci. Wielkość jego wynosi:

$$N = nbc \dots 193$$

Całkowite obciążenie prostopadłe do połąci dachu wynosi zatem $P_1 + N$; wywołuje ono moment zgięcia:

$$M = \frac{P_1 + N}{8} b \quad 194$$

Wedle przepisów M. R. P. należy nadto zbadać, czy skupiony ciężar człowieka ($P' = 100$ kg) nie wywoła większych naprężeń w krokwi niż obciążenie śniegiem i wiatrem. Rozkładając ten ciężar na równoległy i prostopadły do płaszczyzny dachu, otrzymamy najw. moment od ciężaru własnego i od ciężaru człowieka:

$$M' = \frac{G \cos \alpha \cdot b}{8} + \frac{P' \cos \alpha \cdot b}{4} = \frac{(G + 2P')b \cos \alpha}{8} \quad . . 195$$

Z wartości M i M' (wzór 194 i 195) należy wziąć wartość większą i obliczyć naprężenie wedle wzoru $\sigma = \frac{M}{W}$.

Siła P_2 działa w osi krokwi i wywołuje ściskanie osiowe $\sigma_2 = \frac{P_2}{F}$. Całkowite naprężenie wynosi zatem:

$$\sigma = \frac{P_2}{F} + \frac{M}{W} \quad 196$$

Zwykle wyraz $\frac{P_2}{F}$ jest tak mały, że go się nie uwzględnia dla normalnych pochyleń. Przy dachach bardzo bardzo stromych należy jednak liczyć wedle wzoru 196.

Na krokwie przyjmujemy zwykle belki drewniane, najczęściej o wymiarach $\frac{13}{10}$, $\frac{15}{9}$, $\frac{16}{13}$, $\frac{18}{16}$ cm.

Przy kryciu szkłem, używamy zwykle szyn kopalnianych lub specjalnych szczebli, które oblicza się zupełnie tak samo.

2 Płatwie ustawia się albo (najczęściej) pochyło, t. j. prostopadłe do połąci dachu, albo, o wiele rzadziej, pionowo, co ma miejsce przy dachach płaskich; umieszcza się je w węzłach (górnym), wyjątkowo także i między węzłami.

Na płatwie przenosi się: a) ciężar pionowy pokrycia z pola o długości a (równej odstępowi więzarów), a szerokości b (równej odległości węzłów górnych; wynosi on:

$$G_1 = abg \text{ kg} \quad 197$$

b) ciężar własny płatwi, którego nie znamy z góry, ale przyjmujemy w wielkości około 10 kg/m^2 .

$$\text{więc } G_2 = 10 ab \text{ kg} \dots \dots \dots 198$$

c) ciężar śniegu S wynoszący: $S = aes$ kg.

Całkowity ciężar pionowy wynosi zatem:

$$P = G_1 + G_2 + S \dots \dots \dots 199$$

a stąd moment zgięcia:

$$M_1 = \frac{1}{8} Pa \dots \dots \dots 200$$

Wreszcie płatwie przejmują parcie wiatru, prostopadłe do połaci $N = abn$ kg, a zatem moment w płaszczyźnie również prostopadłej do połaci:

$$M_2 = \frac{1}{8} Na \dots \dots \dots 201$$

Moment M_1 rozkłada się na M_1' prostopadły do połaci dachu i M_1'' równoległy do niej. Wtedy największe naprężenie płatwi wynosi dla płatwi umieszczonych prostopadłe do połaci:

$$\sigma = \frac{M_1 \cos \alpha + M_2}{W'} + \frac{M_1 \sin \alpha}{W''} \dots \dots \dots 202$$

dla płatwi, umieszczonych pionowo:

$$\sigma = \frac{M_1 + M_2 \cos \alpha}{W'} + \frac{M_2 \sin \alpha}{W''} \dots \dots \dots 203$$

3. Oddziaływania płatwi są zarazem obciążeniami węzłów więzara czyli t. zw. ciężarami węzłowymi. Należy dodać jednak do nich ciężar własny więzara G_3 z pola ae :

$$G_3 = aeg_w \text{ kg} \dots \dots \dots 204$$

gdzie g_w jest ciężarem własnym dźwigara w kg na 1 m² rzutu poziomego. Por. tabl. VIII.

Całkowity ciężar węzłowy pionowy wynosi zatem:

$$P = G_1 + G_2 + G_3 + S \dots \dots \dots 205$$

zaś ciężar wiatru j. w.:

$$N = abn \text{ kg} \dots \dots \dots 206$$

Na węzły podporowe, t. j. leżące bezpośrednio nad podporą, przenosi się obciążenie prawie dwukrotnie mniejsze, o ile niema wystającego okapu. Czasem jednak węzeł podporowy niema płatwi, a krokiew spoczywa wprost na ławie, leżącej na murze (t. zw. murłacie). Wtedy węzeł skrajny nie jest wcale obciążony.

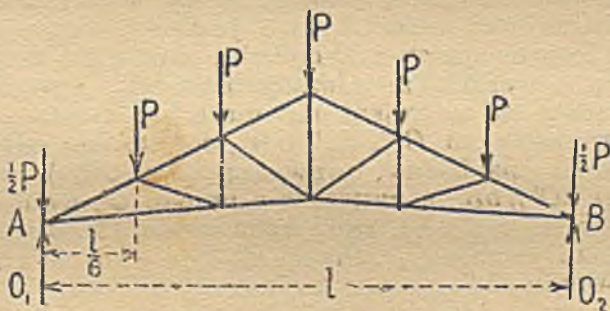
Ciężary węzłowe zaokrąglamy zwykle w górę na setki lub przynajmniej dziesiątki kg, z uwagi na to, że zupełnie dokładnie obciążeń i tak obliczyć nie można.

§ 54. Wyznaczenie oddziaływań.

Przed przystąpieniem do obliczenia sił działających w prętach więzarów dachowych należy wyznaczyć oddziaływanie, czyli odpory, zwykle osobno dla obciążenia pionowego, osobno dla naporu wiatru.

Wyznacza się je dla ciężarów pionowych na zasadzie, omówionej w § 23. Mamy tu (rys. 224) do czynienia z szeregiem ciężarów pionowych rozłożonych dla więzara symetrycznego symetrycznie względem osi. Oba oddziaływania będą zatem pionowe, równe sobie, a zarazem równe połowie obciążenia jednego więzara. Np. dla obciążenia zaznaczonego na rys. 226 $R = 5P + 2 \frac{P}{2} = 6P$, a stąd oddziaływanie $O_1 = O_2 = \frac{1}{2} 6P = 3P$. Jeśli obciążenia są rozmieszczone niesymetrycznie, to należy wyznaczyć oddziaływania wedle § 23.

Dla parcia wiatru musimy uwzględnić, że każdy (większy) dach żelazny posiada dwa różne łożyska, jedno



Rys. 224

stałe, drugie ruchome, pozwalające na małe przesunięcie belki w razie zmiany jej długości pod wpływem zmiany ciepłoty*). Przy obliczeniu belki przyjmujemy, że na łożysku ruchomem tarcia niema wcale; jeśliby zatem wystąpiła tu jakakolwiek siła pozioma, to belka przesunęłaby się po płycie. Na łożysku ruchomem oddziaływanie musi być więc pionowe. Kierunek drugiego oddziaływania (na łożysku stałym) wypadnie z warunków równowagi. Belka jest statycznie wyznaczalna tylko wtedy, jeśli ma jedno łożysko stałe, drugie ruchome.

Weźmy pod uwagę więzar (rys. 226 a), na który działa parcie wiatru z lewej strony, t. j. od strony łożyska rucho-

*) Ruch umożliwiony jest w ten sposób, że na jednym łożysku belki nie łączymy wcale z płytą podstawową, albo też (dla większych dachów) umieszczamy ją na wałkach.

mego. Oddziaływanie z pow. wiatru O_1 musi być zatem pionowe. Wypadkowa W parcia wiatru działa w środku połąci. Jeśli zachodzi nierównomierny rozkład parcia (np. dach załamany), to jego wypadkową znajdziemy w sposób znany z § 12. Ta wypadkowa musi zrównoważyć się z obu oddziaływaniami, musi więc przecinać się z nimi w jednym punkcie. Przedłużmy kierunek (pionowy) oddziaływania O_1 aż do przecięcia z W , to prosta, łącząca punkt przecięcia K z podporą B , da kierunek oddziaływania O_2 .

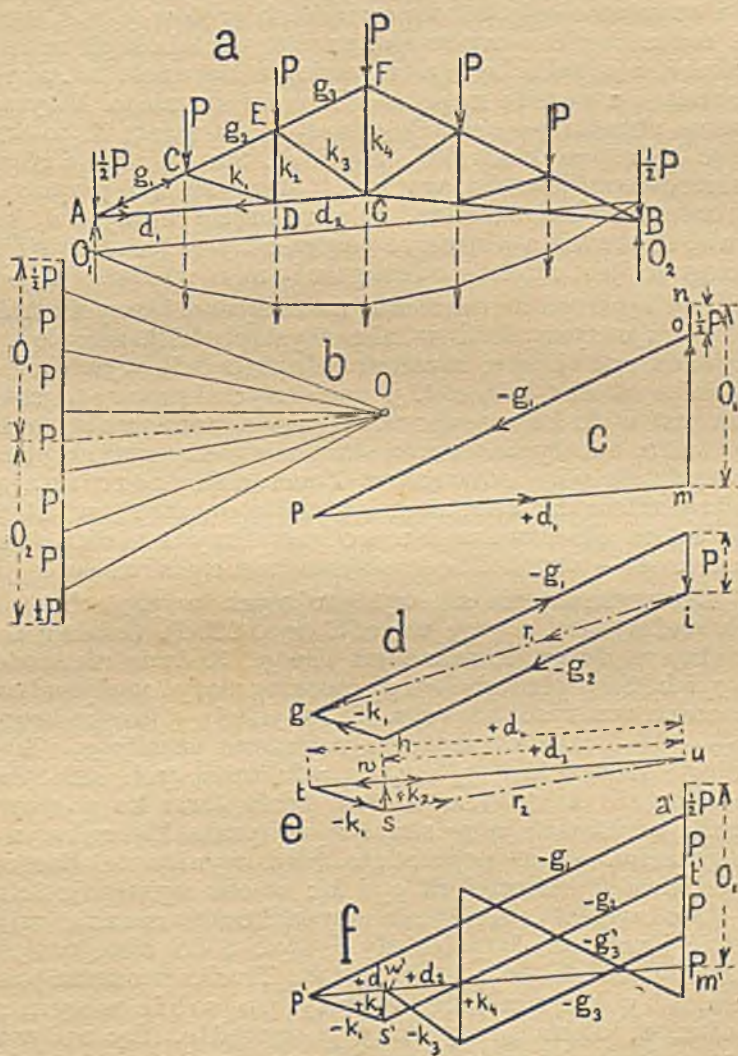
Zupełnie tak samo możemy znaleźć oddziaływanie, jeśli wiatr działa ze strony prawej (rys. 226 c). Jeśli dach jest zupełnie symetryczny, to i położenie wypadkowej W_p będzie symetrycznie takie same. Przedłużamy ją więc do przecięcia się z pionową przez podporę A , t. j. do punktu L , a prosta LB da kierunek oddziaływania O_1'' .

Czasem jednak punkt L wypada tak daleko, że konstrukcji tej użyć nie można. Wtedy postąpimy inaczej. Zauważmy mianowicie, że jeśli siły W_p , O_1' i O_2' mają być w równowadze, to musi zamknąć się na nich wielobok sznurowy. Jednakowoż znamy tylko jeden punkt siły O_2' , tj. p. B . Poprowadźmy z B dowolną prostą Ba aż do przecięcia się z kierunkiem oddziaływania O_1' i również dowolną prostą ab , to trójkąt abB może być uważany za wielobok sznurowy sił O_1'' , O_2'' i W_p , do którego odpowiedni wielobok sił znajdziemy, prowadząc (rys. 226 c) promienie $1O' // ab$ i $2O' // bB$, a następnie z punktu O' , uważanego za biegun, prostą $O'3 // Ba$, która na pionowej 13 odetnie wielkość oddziaływania O_1'' . Prosta 23 daje wielkość i kierunek oddziaływanianu O_2'' .

§ 55. Wykreślne wyznaczenie sił wewnętrznych belki kratowej.

Siły wewnętrzne w prętach więzarów kratowych wyznacza się na podstawie praw, podanych w § 9. Rozkładaliśmy tam siły (zewnątrzne) na składowe, działające w pewnych określonych kierunkach. Zupełnie to samo zadanie spotykamy i tutaj: kierunki sił składowych określone są kierunkami prętów. Wiemy jednakowoż, że daną siłę można rozłożyć w sposób jednoznaczny tylko na dwie składowe, t. j. w danym punkcie możemy mieć tylko dwa pręty o nieznannej sile. Dachy kratowe są przecież najczęściej tak zbudowane, że tylko w dwu węzłach (czasem tylko w jednym węźle) schodzą się po dwa pręty; w pozostałych węzłach jest ich więcej.

Weźmy pod uwagę wieżar (rys. 225a) obciążony tylko ciężarami pionowymi. Tu tylko w punktach *A* i *B* schodzą



Rys. 225.

się po dwa pręty d_1 i g_1 , działa na nie zaś oddziaływanie O_1 (o wielkości mn) w górę i siła $\frac{P}{2}$ (równa no) w dół, dając

wypadkową również pionową o kierunku siły większej, t. j. *mo*. Siła ta rozkłada się na dwie siły wewnętrzne, w prętach g_1 i d_1 , a wielkość ich znajdziemy, prowadząc z *m* i *o* proste *mp* i *op* równoległe do odpowiednich prętów g_1 i d_1 . Ponieważ ma zastąpić równowagę, przeto wielobok sił musi się zamknąć, a strzałki będą miały ten sam kierunek, tak, abyśmy wychodząc z punktu *m* powrócili znów do niego. Wrysujemy te same strzałki na prętach g_1 i d_1 obok węzła *A*, to wskaźwać będą one kierunki sił g_1 i d_1 . Siła w pręcie górnym g_1 skierowana jest do węzła, „stara się go przycisnąć“, jest zatem ściskaniem. Siła w pręcie dolnym d_1 przeciwnie, skierowana jest na zewnątrz od węzła, stara się pręt wyciągnąć, jest zatem rozciąganiem o wielkości $d_1 = pm$.

Dla lepszego zrozumienia możemy sobie wyobrazić, że pręt jest sprężyną. Jeśli w nim wystąpi ściskanie, to sprężyna ta skróci się, zarazem jednak będzie wywierała ciśnienie na oba końce, t. j. na węzły; siła pręta skierowana jest więc ku węzłom. W razie rozciągania pręt się wydłuży, sprężyna jednak stara się węzły przyciągnąć do siebie, działa więc od węzłów. Znacząc siłę rozciągającą, musimy zatem dać obustronnie strzałki od węzłów; strzałki będą zatem skierowane ku sobie. Przy ściskaniu — przeciwnie — strzałki będą skierowane od siebie.

Dla wyznaczenia sił, występujących w prętach następnym weźmy pod uwagę węzeł *C* (rys. 225 d). Działają tutaj: 1. ciężar węzłowy, 2. znana już siła g_1 , 3. dwie niewiadome siły g_2 i k_1 . Siły wiadome *P* i g_1 możemy złożyć w wypadkową, oznaczoną w rysunku (rys. 225 d) linią „kreska-kropka“ — — — —, a ta wypadkowa rozłożona na siły g_2 i k_1 równoległe do prętów g_2 i k_1 da wielkości tych sił. Siła g_1 jest w pręcie ściskaniem, zatem działa teraz ku węzłowi *C* i trzeba wrysować ją ze strzałką w tymże kierunku, a zatem przeciwnie niż poprzednio. Stąd wynika też kierunek wypadkowej i kierunki sił g_2 i k_1 ; w obu występuje ściskanie („do węzła“). Kreślenie wypadkowej można zresztą opuścić i wrysować tylko siły *P* i g_1 , a do nich następnie g_2 i k_2 równoległe do prętów g_2 i k_2 . Trzeba pamiętać jednak o tem, aby siły następowały po sobie w tym porządku, w jakim spotykamy je w węźle, idąc np. w kierunku wskazówki na zegarze. Np. poczynając od znanej siły g_1 , mamy w węźle *C* kolejno siły P_1 , g_2 i k_1 ; w tym samym porządku widzimy je też w wykresie.

Zamiast jednak kreślić osobno plan sił dla węzła *C*, *D* i t. d., możemy umieścić go na tej samej figurze, co dla punktu podporowego (rys. *f*), prowadząc $p's'//gh$, oraz $s't'//hi$.

Siły $p's'$ i $s'l'$ są identyczne bowiem z siłami gh i hi , a więc k_1 i g_2 . Podobnie postępujemy dalej, biorąc węzeł D (znane d_1 i k_1 , niewiadome d_2 i k_2), następnie węzły E i F ; rozkładając kolejno siły zwykle na wspólnym wykresie. Wykres ten podający odrazu wielkość i znak każdej z sił, nazywamy planem sił.

Plan sił ma nast. ogromne zalety: siły przedstawione są w nim w sposób jasny i przejrzysty; każdą kreśli się tylko raz; wreszcie znane siły są już wrysowane we właściwym porządku (t. j. po kolei, idąc za wskazówką na zegarze), więc przy rozpatrywaniu każdego węzła chodzi tylko o dobre włożenie sił nieznanych.

Ostatecznie dojdziemy do węzłów środkowych F i G . Jeśli kształt dachu i obciążenie jego jest symetryczne, to siły w prętach lewej połowy więzara będą równe odpowiednim siłom prawej jego połowy; wystarczy wyznaczyć więc plan sił tylko dla jednej połowy. Strzałek zwykle nie kreśli się, uzyskawszy pewną wprawę w odczytywaniu sił; wystarczy oznaczyć siły znakami $+$ i $-$ w planie sił.

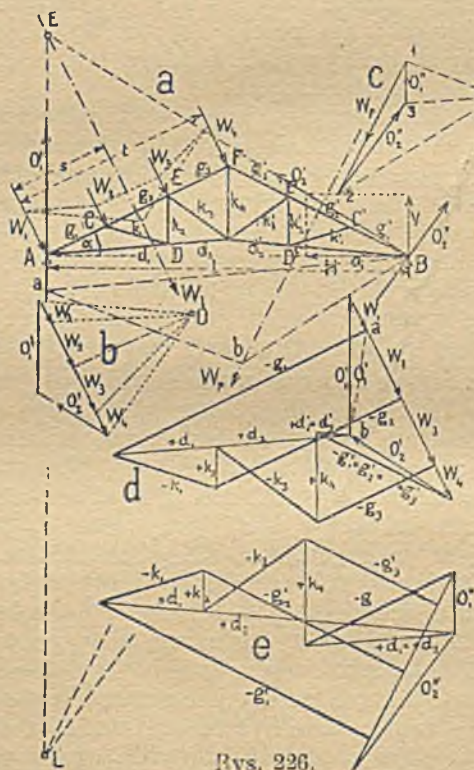
Tę metodę wyznaczania sił nazywamy metodą wielobokową (czasem metodą Cremony lub Maxwella).

Dla parcia wiatru wyznaczamy siły wewnętrzne w ten sam sposób, co dla obciążenia pionowego (rys. 226 d). W punkcie A działają tu dwie siły: parcie wiatru W_1 i oddziaływanie O_1 ; wypadkową ich jest ab . Prowadząc zatem z punktu a równoległą do AC , zaś z b równoległą do AD , otrzymamy wielkości sił g_1 i d_1 , przyczem d_1 jako działająca od węzła jest rozciąganiem, zaś g_2 skierowana do węzła ściskaniem. W ten sam sposób postępujemy dalej; ponieważ jednak obciążenie nie jest symetryczne ze względu na środek więzara, przeto wyznaczyć musimy siły we wszystkich prętach. W przedostatnim węźle znajdziemy tylko jedną niewiadomą, w ostatnim, znalazłszy już poprzednio siły g_1' i d_1' , spostrzegamy, że muszą one być równowadze z oddziaływaniem O_2 . Daje to nam możliwość kontroli, czy w wykreślaniu planu sił nie popełniliśmy błędu, gdyż we wszystkich (więc i w ostatnich) węzłach plan sił musi się zamknąć.

Z planu sił dla belki o pasach prostych i schodzących się w węźle podporowym, jak na rys. 226 d, wynika, że dla wiatru z lewej strony siły wewnętrzne w prętach k'_1, k'_2, k'_3 są równe zeru. Do tego samego wyniku dojdziemy, wychodząc z łożyska B . Oddziaływanie O_2 rozkłada się tu na siły d'_1 i g'_1 ; w punkcie C' nie działa żadna siła zewnętrzna, zatem siła $BC' = g'_1$ musi przenieść się w całości na $C'E'$, zaś na $C'E'$, zaś przekątnia pozostaje bez naprężenia. To samo

powtarza się w D' i E' , o ile oba pasy górny i dolny są proste i schodzą się w węzle podporowym.

Błędy rysunku sprowadzają zawsze pewną niedokładność w planie sił; aby je o ile możności zmniejszyć, postępujemy następującą drogą. Wychodząc od łożyska lewego, wyznaczamy siły wewnętrzne w pewnej ilości prętów (mniej więcej w połowie więzara, np. do prętów g'_3 i k'_3 w rys. 226); następnie przerywamy wykres i wychodząc od łożyska pra-



Rys. 226.

wego, kreślimy siły od końca, aż obie części wykresu zetkną się. Jeżeli tu spostrzeżemy różnicę stosunkową nieznaczną, wystarczy poprawić nieco siłę, na którą uzyskaliśmy wartości niezgodne z sobą, oraz parę najbliższych sił, tak, aby plan sił zamknął się zupełnie.

Dla wiatru działającego ze strony prawej należy wykreślić osobny plan sił na tej samej zasadzie, co poprzedni (rys. 226 e).

§ 56. Wyznaczenie oddziaływań metodą rachunkową.

Dla obciążenia pionowego wyznaczamy oddziaływania w sposób znany już z § 23 i 54.

Oddziaływania dla wiatru znajdziemy w następujący sposób (rys. 226a):

Wiemy, że jedno oddziaływanie (łożyska ruchomego) jest pionowe; całą zatem składową poziomą wiatru przejmuje oddziaływanie O . Jeśli dach przebiega w linii prostej swym pasem górnym, to dla nachylenia połaci dachu pod kątem α składowa pozioma wiatru, a tem samem i składowa pozioma oddziaływania O_2 , wynosi $H = W \sin \alpha$.

Oddziaływanie pionowe wyznaczamy na podstawie równania momentów. Niech wypadkowa wiatru zaczepia w odległości s od łożyska A , to przyjmując biegun w A , otrzymamy równanie:

$$W \cdot s - V_b \cdot l = 0$$

gdzie V_b jest składową pionową oddziaływania O_2 . Składowa pozioma oddziaływania O_2 nie daje żadnego momentu, gdyż kierunek jej przechodzi przez punkt A .

Z równania tego otrzymamy:

$$V_b = \frac{Ws}{l} \dots \dots \dots 207$$

Jeśli wypadkowa parcia wiatru zaczepia w środku długości AC , to $s = \frac{AF}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{l}{2 \cos \alpha}$

$$V_b = \frac{Wl}{4 l \cos \alpha} = \frac{W}{4 \cos \alpha} \dots \dots \dots 208$$

Oddziaływanie O_1 znajdziemy z warunku na równowagę składowych pionowych. Składowa pionowa wiatru wynosi $W_v = W \cos \alpha$, więc: $W \cos \alpha - O_1 - V_b = 0$,

a stąd:

$$O_1 = W \cos \alpha - V_b = W \cos \alpha - \frac{W}{4 \cos \alpha} = \frac{W}{4} \cos \alpha \left(4 - \frac{1}{\cos^2 \alpha} \right)$$

$$O_2 = \frac{W}{4} \cos \alpha (3 - \operatorname{tg}^2 \alpha) \dots \dots \dots 209$$

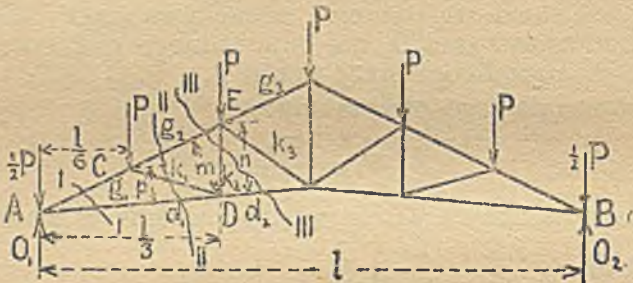
W ten sam sposób otrzymamy dla wiatru działającego ze strony prawej:

$$H = W \sin \alpha \quad O_1 = \frac{W}{4 \cos \alpha} \quad V_b = \frac{W}{4} \cos \alpha (3 - \operatorname{tg}^2 \alpha) \quad . \quad 210$$

§ 57. Rachunkowe wyznaczenie sił wewnętrznych belki kratowej.

Rachunkowe wyznaczenie sił wewnętrznych belki kratowej polega również na zasadzie: jeżeli parę sił jest z sobą w równowadze, to moment ich względem dowolnie obranego punktu, t. zw. bieguna, musi równać się zeru. Jeśli z tych sił są trzy niewiadome, to biegun możemy przyjąć w punkcie przecięcia dwu z nich, a wtedy moment tych dwu sił jest równy zeru; mamy więc w równaniu tylko jedną siłę niewiadomą, która zatem łatwo da się obliczyć.

Dla wyznaczenia sił w przęcie np. g_2 (rys. 227), przeźnijmy więzar wedle linii III—III i zbadajmy jego odcinę lewą część. Jeśli ma się ona trzymać w równowadze, to wszystkie siły, działające na nią, muszą być też w równowadze. Siłami temi są nietylko siły zewnętrzne O_1 i siły P , działające na odcinę część belki, ale także siły w podtrzymujących ją prętach, któreśmy przecięli, g_2 , k_2 , d_2 , tj. te siły,



Rys. 227.

których znalezienie jest właśnie naszym zadaniem. Chcąc znaleźć siłę np. g_2 , uwzględnijmy, że te wszystkie siły muszą dać moment równy zeru ze względu na jakikolwiek punkt, a więc i ze względu na punkt D przecięcia się sił k_2 i d_2 . Ponieważ nie znamy dotąd znaku siły g_2 , więc przyjmujemy na razie znak + (t. j. rozciąganie); otrzymamy wtedy:

$$O_1 \cdot \frac{l}{3} - P \cdot \frac{l}{6} + g_2 m = M + g_2 m = 0 \quad \dots \quad 211$$

jeśli M oznacza moment sił zewnętrznych, działających na odcinę część belki (O_1 i P_1) względem punktu D :

$$M = O_1 \frac{l}{3} - P \frac{l}{6} = \frac{l}{6} (2 O_1 - P) = \frac{l}{6} (5P - P) = \frac{2}{3} Pl$$

$$\text{Stąd otrzymamy: } g_2 = -\frac{M}{m} = -\frac{2}{3} \frac{Pl}{m} \quad \dots \quad 211a$$

Ponieważ otrzymaliśmy na g_2 znak —, a przyjęliśmy poprzednio +, więc przyjęcie nasze było fałszywe. W g_2 panuje zatem ściskanie.

Podobnie dla znalezienia siły d_2 bierzemy moment wzgl. p. E ; przyjmując dla tej siły znów znak +, otrzymamy:

$$M - d_2 n = \frac{2}{3} Pl - d_2 n = 0 \quad \dots \quad 212$$

$$d_2 = + \frac{2}{3} \frac{Pl}{n} \quad \dots \quad 212a$$

w k_2 panuje zatem rozciąganie.

Dla k_2 bierzemy moment względem p. przecięcia sił d_2 i g_2 , tj. względem A ; otrzymamy więc:

$$P \frac{l}{6} - k_2 \frac{l}{3} = 0 \quad \dots \quad 212b$$

$$k_2 = - \frac{1}{3} P \quad \dots \quad 212c$$

(więc ściskanie). Podobnie prowadząc przekroje I, II..., znajdujemy siły w innych prętach, o ile to jest potrzebne. Zwykle jednak rachunkowo wyznacza się tylko jedną siłę, albo dla

kontroli czy wykres nie jest błędny, albo, jeżeli metodą podaną w § 55 nie można znaleźć wszystkich sił (por. przykład 143).

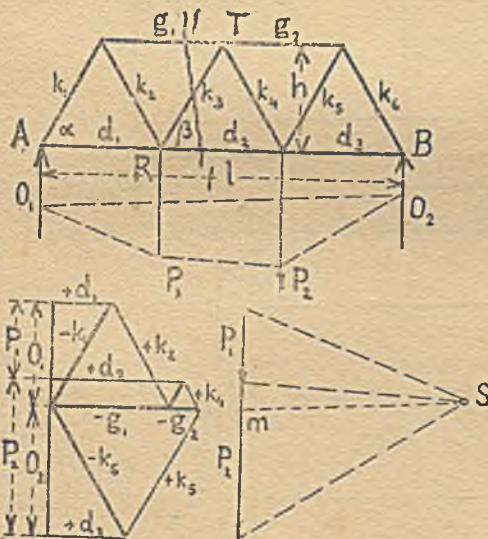
Natomiast przy obliczeniu belek, których oba pasy są do siebie równoległe (t. zw. belek równoległych), metoda rachunkowa prowadzi do celu bardzo szybko. Weźmy np. pod uwagę belkę przedstawioną na rys. 228. Otrzymamy tu, prowadząc przekrój I-I i biorąc moment względem p. T : $M_T - d_2 h = 0$,

Rys. 228.

$$\text{stąd: } d_2 = + \frac{M_T}{h} \quad 213$$

biorąc moment względem punktu R .

$$M_R + g_1 h = 0, \quad \text{stąd } g_1 = - \frac{M_R}{h} \quad \dots \quad 213a$$



Widzimy stąd, że w belce o pasach równoległych siły wewnętrzne w pasach są wprost proporcjonalne do momentów sił wewnętrznych.

Dla znalezienia siły k_3 nie możemy zastosować prawa o momentach, gdyż oba prostopadłe przecięte pręty g_1 i d_2 są równoległe. Biorąc sumę rzutów pionowych sił działających na odciętą część belki, otrzymamy natomiast:

$$O_1 - P_1 + k_3 \sin \beta = 0 = T + k_3 \sin \beta$$

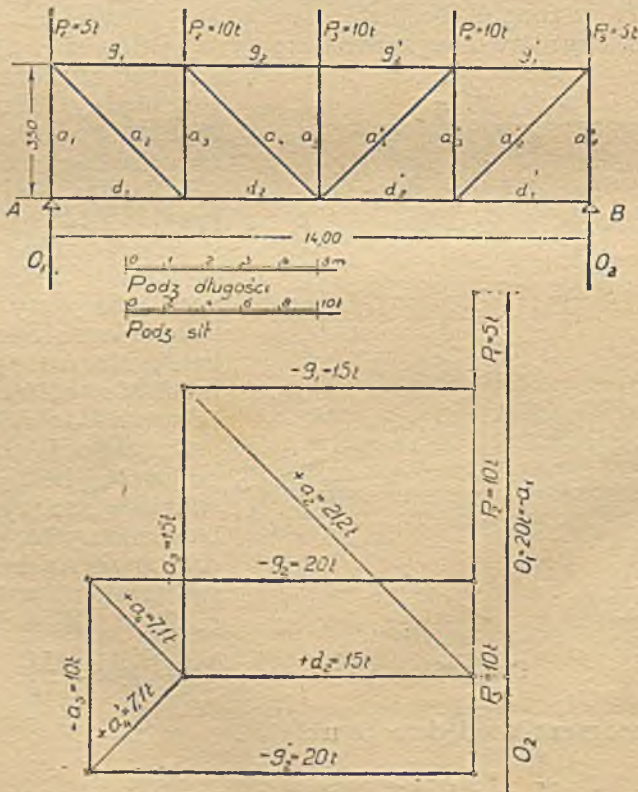
gdzie $T = O_1 - P_1$ jest siłą poprzeczną w danym przekroju.

Zatem: $k_3 = -T \operatorname{cosec} \beta \dots\dots\dots 213b$

Dla prętów pionowych czyli t. zw. słupów ($\beta = 0$), por. rys. 229, otrzymujemy:

$$k = T, \text{ względnie: } k = -T. \dots\dots\dots 213c$$

Siła wewnętrzna w słupach równa jest zatem odpowiedniej sile poprzecznej.



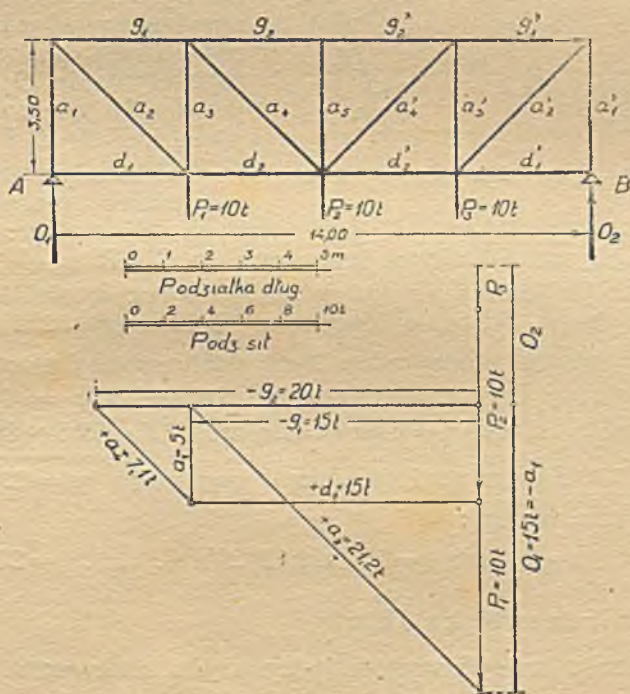
Rys. 229.

Przykłady 139—143.

139. Wyznaczyć siły wewnętrzne w belce równoległej wedle rys. 229, obciążonej w węzłach górnych. (Belkę równoległą, którą słupy dzielą na poszczególne prostokąty, nazywamy belką o kracie prostokątnej.)

Wyznaczamy oddziaływanie, a następnie kreślimy plan sił wedle rys. 229.

Pręty ściskane oznaczono w planie sił liniami grubymi, rozciągane — cienkimi.

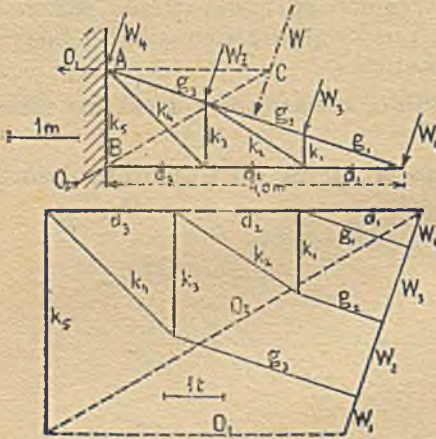


Rys. 230.

140. Wyznaczyć siły wewnętrzne w belce tej samej, co w przykładzie 139, ale obciążonej w węzłach dolnych.

Rozwiązanie podane jest na rys. 230; siła $d_2 = g_1$.

141. Wyznaczyć siły wewnętrzne więzara dachowego wspornikowego wedle rys. 231.



Rys. 231.

Najwygodniej rozpocząć wyznaczanie sił od węzła, w którym schodzą się pręty g_1 i k_1 , których siły wewnętrzne znajdziemy, rozkładając na odp. składowe siłę W_1 . Podobnie znajdziemy kolejno siły w innych prętach, dochodząc ostatecznie do węzłów A i B. Oddziaływanie O_1 w kotwie poziomej znajdziemy z warunków równowagi dla węzła A; oddziaływanie O_2 równe jest co do wielkości wypadkowej sił d_3 i k_3 .

Oddziaływanie można znaleźć wprost, rozkładając wypadkową sił zewnętrznych W na siły: O_1 poziomą i O_1 przechodzącą przez punkty C i B.

142. Obliczenie dachu żelaznego o rozpiętości 18,00 m. Pokrycie papą. Odstęp więzarów $a = 5,40$ m (rys. 232).

Obciążenia pionowe na 1 m² dachu pochyłego:

Ciężar pokrycia, deskowania i krokwi $g_1 = 40$ kg/m²

Ciężar śniegu $s_1 = s \cos a = 80 \cos 11^\circ 20' = 78,5 \approx 80$ „

Razem na 1 m² dachu pochyłego $g = 120$ kg/m²

Parcie wiatru:

$$n = 100 \sin a = 100 \sin 11^\circ 20' \dots = 20 \text{ kg/m}^2.$$

Obliczenie krokwi:

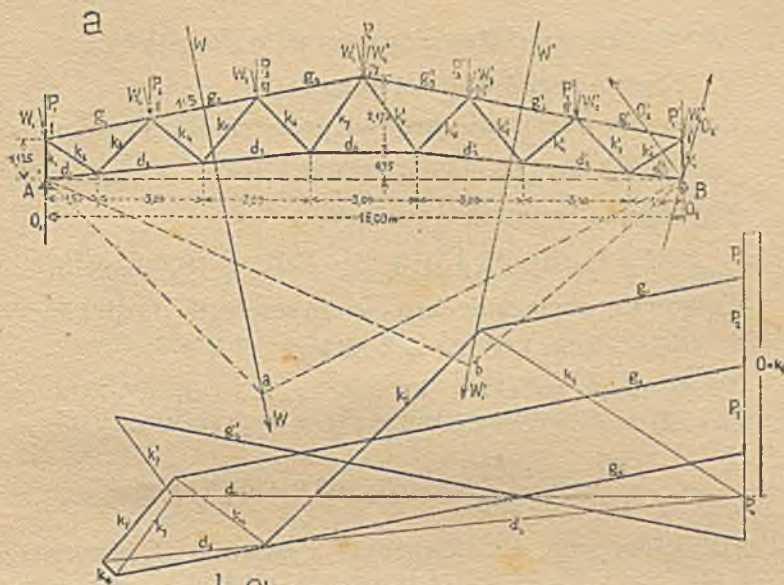
Odstęp krokwi wynosi (przy pięciu krokwiach pomiędzy więzarami) $c = \frac{5,40}{5} = 1,08$ m.

Składowa obciążenia prostopadła do połaci:

$$g_1 = g \cos a = 120 \cos 11^\circ 20' = 117,6 \approx 120 \text{ kg/m}^2.$$

Składowa równoległa po połaci:

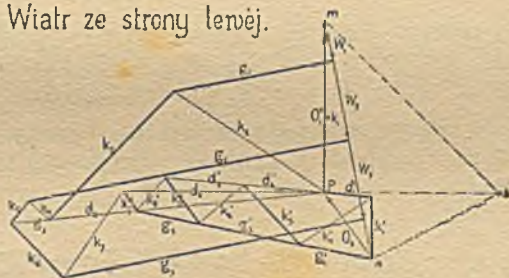
$$g^2 = g \sin a = 120 \sin 11^\circ 20' = \approx 24 \text{ kg/m}^2.$$



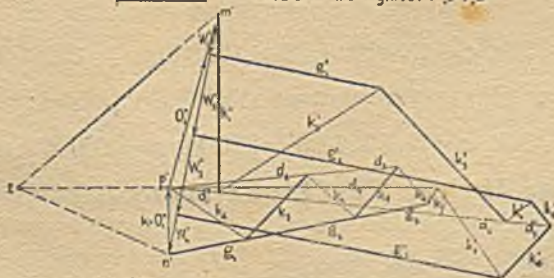
b. Obciążenie pionowe.

0 1 2 3 4 5 cm

c. Wiatr ze strony lewej.



0 500 1000 cm Podziałka dla rysunków c' i d'



d. Wiatr ze strony prawej.

Rys. 232.

Summaryczne obciążenie prostopadłe do połaci:

$$g_1 + n = 120 + 20 = 140 \text{ kg m}^2.$$

Całkowite obciążenie krokwi prostopadłe do połaci:

$$G = 3,06 \cdot 1,08 \cdot 140 = 462,6 \approx 470 \text{ kg.}$$

Największy moment zginający:

$$M = \frac{1}{8} G l = \frac{1}{8} 470 \cdot 3,06 = 17977 \approx 18000 \text{ kgcm.}$$

Całkowite obciążenie krokwi równoległe do połaci:

$$G_2 = 3,06 \cdot 1,08 \cdot 24 = \approx 80 \text{ kg.}$$

Przyjmując przekrój krokwi $13 \times 10 \text{ cm}$ ($F = 130 \text{ cm}^2$, $W = 282 \text{ cm}^3$), otrzymamy największe naprężenie:

$$\sigma = \frac{80}{130} + \frac{18000}{282} = 0,6 + 63,9 = 64,5 \text{ kg/cm}^2.$$

(Widzimy stąd, że naprężenie z powodu G_2 jest stosunkowo tak małe, że możemy je śmiało opuścić w obliczeniu.)

Obliczenie płatwi:

Na płatew działają ciężary równe podwójnym oddziaływaniom krokwi: $P_1 = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 470 = 470 \text{ kgp}$ prostopadłe do połaci dachu, oraz $P_2 = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 80 = 80 \text{ kg}$ równoległe do połaci.

Największy moment w środku równy jest momentowi w punkcie podparcia krokwi drugiej z rzędu od więzara i wynosi:

$$M_1 = O_1 \frac{a}{2} - P_1 \cdot \frac{2}{3} c - P_1 \cdot \frac{1}{2} c = 2 P_1 \cdot \frac{2}{3} c - P_1 \cdot \frac{1}{3} c - P_1 \cdot \frac{1}{2} c = 3 P_1 c$$

Zatem moment w płaszczyźnie prostopadłej do połaci wynosi:

$$M_1 = 3 P_1 c = 3 \cdot 470 \cdot 1,08 = 1523 \text{ kgm} = 152300 \text{ kgcm.}$$

Moment w płaszczyźnie równoległej do połaci:

$$M_2 = 3 P_2 c = 3 \cdot 80 \cdot 1,08 = 269 \text{ kgm} = 26900 \text{ kgcm.}$$

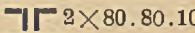
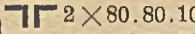
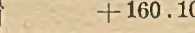
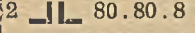
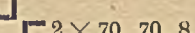
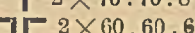
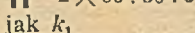

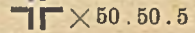
Przyjmując dźwigar NP 24, otrzymamy największe naprężenie:

$$\sigma = \frac{M_1}{W_1} + \frac{M_2}{W_2} = \frac{152300}{354} + \frac{26900}{41,7} = 430 + 645 = 1075 \text{ kg/cm}^2.$$

	Pręt	Siły wewnętrzne wskutek			Największe siły wewnętrzne
		obciążenia pionowego	wiatru z lewej	wiatru z prawej	
Pas górny	g_1	- 7,62 t	- 0,66 t	- 0,32 t	- 8,28 t
	g_2	- 16,45	- 1,32	- 0,76	- 17,77
	g_3	- 18,08	- 1,24	- 1,07	- 19,32
	g'_3	- 18,08	- 1,24	- 1,34	- 19,42
	g'_2	- 16,45	- 1,32	- 1,30	- 17,84
	g'_1	- 7,62	- 0,66	- 0,71	- 8,33
Pas dolny	d_1	0	0,00	0,00	0,00
	d_2	+ 13,60	+ 1,12	+ 0,56	+ 14,72
	d_3	+ 18,24	+ 1,28	+ 0,94	+ 19,52
	d_4	+ 16,22	+ 0,81	+ 1,09	+ 17,31
	d'_3	+ 18,24	+ 0,65	+ 1,55	+ 19,79
	d'_2	+ 13,60	+ 0,33	+ 1,33	+ 14,93
	d'_1	0	- 0,20	+ 0,20	- 0,20
Krzyżulce	k_1	- 7,50	- 0,70	- 0,27	- 8,20
	k_2	+ 8,82	+ 0,73	+ 0,37	+ 9,55
	k_3	- 8,64	- 0,72	- 0,36	- 9,36
	k_4	+ 3,20	+ 0,11	+ 0,26	+ 3,46
	k_5	- 3,22	- 0,12	- 0,27	- 3,49
	k_6	- 0,67	- 0,31	+ 0,20	- 0,98
	k_7	+ 2,85	+ 0,43	- 0,07	+ 3,28
	k'_7	+ 2,85	- 0,08	+ 0,57	+ 3,42
	k'_6	- 0,67	+ 0,18	- 0,29	- 0,96
	k'_5	- 3,22	- 0,23	- 0,13	- 3,45
	k'_4	+ 3,20	+ 0,24	+ 0,12	+ 3,44
	k'_3	- 8,64	- 0,33	- 0,74	- 9,38
	k'_2	+ 8,82	+ 0,34	+ 0,77	+ 9,59
k'_1	- 7,50	- 0,24	- 0,72	- 8,22	

W kolumnie ostatniej podane są największe siły, występujące w prętach więzara kratowego. Znaleźliśmy je, sumując siły z powodu obciążenia pionowego z większą z sił wskutek wiatru.

Obliczenie przekrojów wykonać najlepiej wedle następującej tabeli:

Pręt	Najw. siła	F_0	Przekrój	F	N	F_u	l	l_0	i	$\frac{l_0}{i}$	β	$\frac{F_0}{\beta}$ F_p
	tonn	cm ²		cm ²	cm ²	cm ²	mm	cm	cm			cm ²
g_1	- 8,33	7,0	 $2 \times 80.80.10$	30,2	3,6	26,6	3059	245	2,4	102	0,51	13,8
g_2	- 17,84	14,9	 $2 \times 80.80.10$	46,2	7,2	39,0	"	"	2,4	102	0,51	29,2
g_3	- 19,42	16,2	 $2 \times 80.80.10$ $+ 160.10$	"	"	"	"	"	"	"	"	31,8
d_1	- 0,20	0,2	 $2 \text{ I } 80.80.8$	24,5	2,9	21,6	3059					
d_2	+ 14,93	12,5		"	"	"	"					
d_3	+ 19,79	16,5		"	"	"	"					
d_4	+ 17,31	14,4		"	"	"	"					
k_1	- 8,22	6,9	 $2 \times 70.70.8$	21,3	2,6	18,7	1125	90	3,7	24	0,74	9,3
k_2	+ 9,59	8,0	 $2 \times 60.60.6$	13,8	1,9	11,9	1789					
k_3	- 9,38	7,8	jak k_1	21,3	2,6	18,7	2175	180	3,7	48	0,67	11,7
k_4	+ 3,46	2,9	 $2 \times 40.40.4$	6,1	1,0	5,1	1968					
k_5	- 3,49	2,9	 $2 \times 50.50.5$	9,6	1,2	8,4	2401	195	2,4	81	0,58	5,0
k_6	- 0,98	0,9	 $2 \times 40.40.4$	6,1	1,2	4,19	2175	180	2,0	91	0,55	1,7
k_7	+ 3,42	2,9	" " \times " " " "	"	"	"	2520					

Jak widzimy, przyjęto nieraz przekroje znacznie większe niż tego wymagają siły w nich działające. Czyni to się zwłaszcza w krzyżulcach, gdzie często wypadają siły bardzo małe, dlatego, aby zastosować przekrój złożony z dwu kątowników, a więc dający się przymocować osiowo, na co należy zwracać baczną uwagę. Przekroje złożone z jednego kątownika muszą być przymocowane mimoosiowo, co wywołuje w nich znaczne naprężenia drugorzędne.

Obliczenie nitów przeprowadza się na zasadach podanych w § 35; każdy pręt przytwierdzić należy ilością nitów potrzebną do przeniesienia jego siły wewnętrznej. Jeżeli jednak są pręty przechodzące w linii prostej, których przekroje (np. kątowniki) pozostają te same i są przeprowadzone wskroś, tj. niezetknięte w węzle, to nity do ich utwierdzenia w takim węzle oblicza się tylko na różnicę sił działających, gdyż część sił równoważąca się obustronnie nie potrzebuje wzajemnego połączenia. Np. pręty pasu górnego g_1 , g_2 i g_3 mają kątowniki $80.80.10$, które oczywiście wykonamy na całą długość $g_1 + g_2 + g_3$ z jednej sztuki. Wtedy ilość

nitów w węźle II obliczamy na siłę: $17840 - 8330 = 9510$ kg. Używając nitów dwuciętych $d = 18$ mm, otrzymamy siłę, jaką przenieść może jeden nit na ścinanie $P = 4580$ kg, na ciśnienie $P = 3890$. Potrzeba zatem 3 nitów, które mogą bezpiecznie przenieść 13740 kg na ścinanie, zaś 11670 kg na ciśnienie dla 12 mm blach węzłowych; miarodajna jest siła mniejsza.

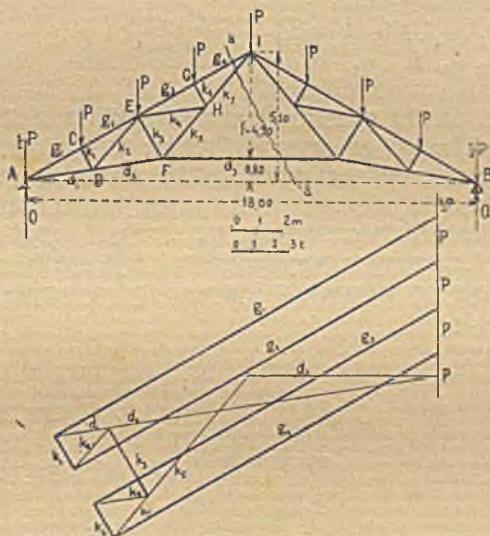
Obliczenie nitów najlepiej jest przeprowadzić wedle następującej tabeli:

Pręt	Największa siła do przeniesienia (kg)	Średnica nitów (mm)	Ilość nitów		Siła przeniesiona przez nity	
			raz ciętych	dwuciętych	na ścinanie (kg)	na ciśnienie (kg)
g_1	8,330	18		3	13,740	11,670
g_2	9,510*)	"		3	13,740	11,670
g_3	19,420	"		5	22,900	19,450
d_1	200	18		3	13,740	11,670
d_2	14,730*)	"		4	18,320	13,560
d_3	19,790	"		6	27,480	23,340
d_4	17,310	"		5	22,900	19,450
k_1	8,220	16	5		9,050	11,500
k_2	9,590	"		3	10,860	10,380
k_3	9,380	"		3	10,860	10,380
k_4	3,460	12		3	6,120	5,190
k_5	3,490	"		3	6,120	5,820
k_6	980	"	3		3,060	2,580
k_7	3,420	"	4		4,080	3,440

*) Obliczone na różnicę sił: ($g_2 - g_1$), względnie ($d_2 - d_1$).

143. Na wieżar przedstawiony na rys. 233 (t. zw. wieżar podwójny systemu Polonceau) działa obciążenie pionowe symetryczne $P = 2,4$ t w każdym węźle. Należy wyznaczyć siły wewnętrzne.

Znajdujemy kolejno siły g_1, d_1 (z węzła A), g_2, k_1 (z węzła C), k_2, d_2 (z węzła D). W następnych węzłach E i F mamy jednak po trzy niewiadome, wobec czego tego samego sposobu użyć tu nie możemy; postaramy się zatem wyznaczyć jedną z sił zaczepiających w węźle E, np. siłę k_1 w inny sposób. W tym celu prowadzimy przekrój a—a; dla równowagi musi być a) suma momentów sił zewnętrznych, działających na odciętą lewą



Rys. 233.

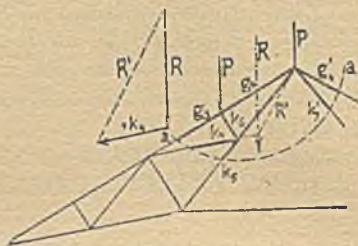
część belki (t. j. oddziaływania O_1 i siły $\frac{P}{2}$ (w węźle A), i sił P (w węzłach C, E, G), oraz b) suma momentów sił wewnętrznych w prętach przeciętych (tj. d_3, k_7, g_4) równa zero ze względu na dowolny punkt. Za punkt taki przyjmijmy wierzchołek I, gdyż przecinają się z nim dwa pręty przecięte g_4 i k_7 . Moment sił zewnętrznych wynosi: $O_1 \cdot 9,00 - 4P \cdot 4,50 = 4P \cdot 4,50 - 18P = 43,2$ tm; a stąd (przyjmując w d_3 siłę ciągnącą), otrzymujemy:

$$43,2 - d_3 f = 0,$$

$$\text{czyli: } d_3 = + \frac{43,2 \text{ tm}}{4,30 \text{ m}} = + 10,05 \text{ t.}$$

Odcinając siłę $d_3 = 10,05$ t w planie sił, poczynając od końca siły d_2 , uzyskaliśmy w punkcie F tylko dwie niewiadome, które łatwo możemy wykreślnie wyznaczyć. Dalszy tok roboty postępuje normalnie.

Możemy też postąpić inaczej, wyznaczając siłę k_4 . W tym celu prowadzimy przekrój aa , jak na rys. 234, odcinając węzły około wierzchołka. Wtedy w równowadze muszą być obie siły zewnętrzne P o wypadkowej $R=2P$ i siły w przeciętych prętach $g_3, k_4, k_5, k_7', g_4'$. Ale wypadkowa R' sił g_3, k_5, k_7', g_4' musi przechodzić przez wierzchołek,



Rys. 433.

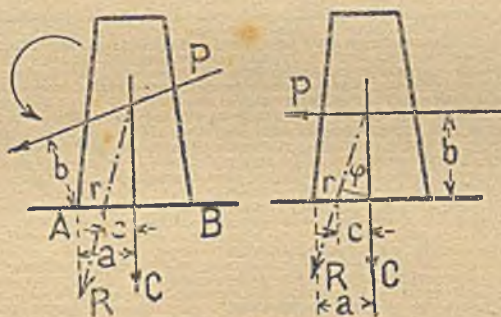
gdyż przez ten punkt przechodzą wszystkie te siły. Wypadkowa ta jednak musi zrównoważyć się z pozostałymi siłami, tj. R i k_4 , musi więc przechodzić także przez punkt przecięcia tych dwu sił. Łącząc oba określone w ten sposób punkty, otrzymamy kierunek siły R' . Rozkładając teraz siłę $R=2P$ na składowe w kierunku R' i k_4 , otrzymamy wielkość tej ostatniej. Znając zaś ją, możemy kolejno wyznaczać inne siły w prętach więzara. wedle rys 234.

IV. Mury i sklepienia.

A. Mury wolno stojące.

§ 58. Stateczność (stałość) ciał.

Jeżeli na ciało stojące na podstawie AB działa siła pozioma lub ukośna P , to stara się ona obrócić to ciało około punktu A (rys. 235 i 236). Ciało pozostanie jednak w równowadze tak długo, jak długo moment obrotu siły P względem punktu A , t. j. $P \cdot b$ będzie mniejszy niż moment statyczny ciężaru ciała C względem tegoż punktu, wynoszący $C \cdot a$, t. j.



Rys. 235 i 236.

dopóki suma momentów $Ca - Pb$ ma znak momentu Ca . Opór ten, jaki ciało stawia obrotowi nazywamy statecznością czyli stałością ciała. Moment $M_s = Ca$ nazywamy momentem stateczności czyli stałości, moment $M_w = Pb$ momentem wywrotu.

Jeżeli siły C i P złożymy w wypadkową, to moment jej

$$Rr = Ca - Pb \dots\dots\dots 214$$

ma znak momentu Ca dopóty, dopóki kierunek jej przecina podstawę AB .

Chwila, gdy

$$Ca - Pb = 0 \dots\dots\dots 215$$

t. j. gdy zachodzi równość momentów, jest graniczna; wtedy wypadkowa przechodzi bowiem przez punkt A (gdyż mo-

Największa dopuszczalna siła pozioma wynosi wtedy:

$$P = \frac{Ca}{nb} \dots \dots \dots 218$$

Kąt nachylenia wypadkowej do pionu:

$$\operatorname{tg}(CR) = \frac{P}{C} \dots \dots \dots 219$$

Zatem długość $c = b \operatorname{tg}(CR) = b \frac{P}{C} = b \frac{a}{bn} = \frac{a}{n}$.

Jeżeli wypadkowa ma zaczepiać wewnątrz rdzenia, to

$$c < \frac{a}{3} = \frac{a}{n} \dots \dots \dots 220$$

Pewność będzie w tym wypadku co najmniej trzykrotna.

Jeżeli chcemy mieć pewność dwukrotną, to długość

$c = \frac{1}{2} a$. Jeżeli wystarczy pewność 1,5 krotna, to $c = \frac{1}{1,5} a =$

$= \frac{2}{3} a$, co znaczy, że wtedy wypadkowa może wychylić się

z rdzenia, ale nie powinna zbliżyć się bardziej do krawędzi obrotu A , niż na odległość $\frac{1}{6}$ podstawy. Jest to minimalna pewność, poniżej której schodzić w żadnym razie nie wolno. Lepiej jest, aby pewność była większa i dlatego przepisy Ministerstwa Robót Publicznych pozwalają, aby linja ciśnienia zbliżyła się do krawędzi A na odległość $\frac{1}{5}$ podstawy.

Wtedy otrzymamy:

$$c < \frac{3}{5} a = \frac{a}{n}$$

Spółczynnik pewności będzie tu zatem $\frac{5}{2}$, zatem więcej niż $\frac{1}{5}$. Schodzić poniżej tej wartości nie poleca się.

Jeżeliby chodziło o znalezienie punktu r , w którym wypadkowa R przecina podstawę, to należy uwzględnić, że względem tego punktu, jako leżącego na wypadkowej, siła C musi dać ten sam moment co siła P .

Otrzymamy więc:

$$Ca = Pb$$

$$c = \frac{Pb}{C} = \frac{M_w}{C} \dots \dots \dots 221$$

czyli

Przykłady 144—146

144. Na słup ceglany o przekroju 150 . 90 cm, 6 m wysoki działa w wysokości 3,1 m parcie poziome sklepienia o wielkości $H = 0,8$ t. Jaką pewność posiada słup ten przeciw wywrotowi, jeśli obciążenie pionowe stropu przypadającego nań wynosi 3000 kg?

Ciężar własny słupa $0,9 \cdot 1,5 \cdot 6 \cdot 0,1600 = 12,96 = \text{ok. } 13,0$ t

Ciężar stropów 3,0 t

Całkowity ciężar pionowy $C = 16,0$ t

Moment stałości względem krawędzi podstawy, około której mógłby nastąpić obrót wynosi:

$$M_s = 16,0 \cdot 0,45 = \text{ok. } 7,2 \text{ tm}$$

Moment wywrotu:

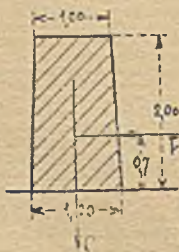
$$M_w = Hh = 0,8 \cdot 3,1 = \text{ok. } 2,5 \text{ tm.}$$

Zatem pewność przeciw obrotowi:

$$n = \frac{M_s}{M_w} = \frac{7,2}{2,5} = \approx 2,9$$

145. Podać na podstawie przykładu 6, czy komin obliczony w nim jest stały?

Komin jest stały, gdyż wypadkowa R przecina podstawę AA' .



Rys. 239.

146. Mur oporowy o przekroju podanym na rys. 239 powstrzymuje swym ciężarem (poziome) parcie ziemi P . Należy obliczyć największą możliwą wartość P , jeżeli pewność przeciw wywrotowi na wynosić $n = 1,5$.

Ciężar muru obliczony na 1 m długości muru wynosi:

$$C = \frac{1,00 + 1,20}{2} \cdot 2,0 \cdot 1,0 \cdot 1600 = 3520 \text{ kg.}$$

Wedle równania 217a wynosi więc największa dopuszczalna siła P :

$$P = \frac{C a}{1,5 \cdot b} = \frac{3520 \cdot 0,60}{1,5 \cdot 0,7} = 2010 \text{ kg.}$$

Np. dla poruszenia bloku żelaznego o ciężarze $C = 1000$ kg po żelazie potrzeba siły poziomej $P = Cf = 1000 \cdot 0,13 = 130$ kg; gdy ten jest już w ruchu wystarczy siła $P = 1000 \cdot 0,10 = 100$ kg; gdy powierzchnie zetknięcia są smarowane oliwą, wystarczy w czasie ruchu $P = 1000 \cdot 0,08 = 80$ kg; dla poruszenia tego samego bloku po dębiny potrzeba siły $P = 1000 \cdot 0,60 = 600$ kg, zaś potem, gdy już ruch się rozpoczął $P = 1000 \cdot 0,40 = 400$ kg. Jeśli blok jest dwa razy cięższy, potrzeba i siły P dwa razy większej.

Jeśli ciężar ciała C złożony z siłą potrzebną do przesunięcia $P = fC$, to kąt φ zawarty między wypadkową tych sił R , a kierunkiem prostopadłym do podstawy, nazywamy kątem tarcia. Ma on tę własność, że stosunek

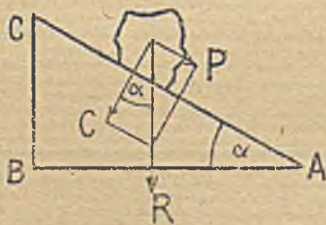
$$\frac{P}{C} = \operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} (CR) \quad (\text{por. rys. 236}):$$

ponieważ jednak $\frac{C}{P} = f$, przeto

$$\operatorname{tg} \varphi = f, \quad \dots \dots \dots 223$$

Dopóki wypadkowa R zawiera z pionową kąt, mniejszy od kąta tarcia, dopóty ciało pozostaje w spoczynku, gdyż siła pozioma P nie przewyżczyła jeszcze tarcia.

Dla materiałów sypkich, np. piasku, ziemi, można kąt tarcia znaleźć w sposób następujący: Weźmy pod uwagę ziarnko tego materiału o ciężarze R , spoczywające na płaszczyźnie nachylonej pod kątem α do poziomu (rys. 240). Rozkłada się on na składowe: prostopadłą do



Rys. 240.

AC o wielkości $C = R \cos \alpha$ i równoległą do AC $P = R \sin \alpha = C \operatorname{tg} \alpha$. Składowa C przyciska ciało do AC, składowa P stara się je przesunąć w dół. Działaniu jej sprzeciwia się jednak tarcie, równe iloczynowi siły prostopadłej do AC i współczynnika tarcia $T = Cf =$

$= C \operatorname{tg} \varphi$. Ruch nastąpić może dopiero wtedy, gdy siła P wzrośnie do wartości większej niż T . Dla granicznego kąta mamy:

$$P = Cf = C \operatorname{tg} \varphi \quad \dots \dots \dots 224$$

ale $P = C \operatorname{tg} \alpha$, a stąd:

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \alpha \quad \dots \dots \dots 225$$

Ruch nastąpi zatem, gdy nachylenie płaszczyzny AC będzie choćby tylko minimalnie większe niż wynosi kąt tarcia

(t. j. jeśli φ będzie większy od φ). Kąt tarcia materiałów sypkich znajdziemy więc, zesypując je w stożek. Kąt, pod którym ułożą się ziarna materiału, będzie kątem tarcia, zwanym tu też kątem zesypu.

Luźna ziemia, piasek, żwir utrzymują się w równowadze w pewnym nachyleniu dzięki tarcia, jakie występuje między cząsteczkami tych materiałów, a kąt, przy jakim ziemia jeszcze utrzyma się w równowadze, jest, w myśl wywodów powyższych, kątem tarcia. Cząstki sypane luźno przy nachyleniu większem poczną się staczać.

Uwaga. Gdy ciało posuwające się jest kołem, walcem kołowym itp., wtedy nie posuwa się ono, ale obraca. Na powierzchni zetknięcia występuje wtedy tarcie t. zw. potoczyste, znacznie mniejsze od posuwistego. Nie mówimy tu jednak o niem, ma bowiem w konstrukcjach inżynierskich stosunkowo małe znaczenie.

Przykłady 147—149.

147. Obliczyć, jak wielka może być siła pozioma H w zadaniu 146, jeśli mur nie ma ulec przesunięciu wzdłuż płaszczyzny podstawy. Współczynnik tarcia między ziemią a murem wynosi $f = 0,65$.

Tarcie na podstawie wynosi:

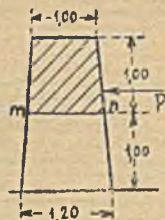
$$T = Cf = 3520 \cdot 0,65 = 2288 \text{ kg.}$$

Siła H musi być zatem ze względu na tarcie mniejsza od 2288 kg; z uwagi jednak na stałość (na obrót) możemy ją dopuścić conajmniej w wielkości obliczonej w przykładzie 146, t. j. $H = 2010 \text{ kg}$,

148. Obliczyć, jak wielka może być siła pozioma P_1 , działająca na górną połowę muru obliczonego w przykład. 146 i 147, jeśli niema nastąpić przesunięcie części górnej muru po dolnej. Współczynnik tarcia między murem a świeżą zaprawą przyjąć należy $f_1 = 0,7$ (rys. 241).

Ciężar górnej części muru wynosi:

$$C_1 = \frac{1,00 + 1,10}{2} \cdot 1,0 \cdot 1600 = 1680 \text{ kg.}$$



Rys. 241.

Tarcie wzdłuż krawędzi mn wystąpić może w największej wartości:

$$T = C_1 f_1 = 1686 \cdot 0,7 = 1176 \text{ kg.}$$

Tej więc wartości nie może przekroczyć wielkość parcia poziomego na górną połowę muru.

149. Jak wielka może być składowa pozioma oddziaływania na łożysku ruchomem przesuwowem dachu żelaznego?

Teoretycznie przyjmujemy w obliczeniach, że na łożysku ruchomem tarcia niema zupełnie. W rzeczywistości występuje ono w wielkości różnej, zależnej od ustroju łożyska.

Jeżeli współczynnik tarcia spoczynkowego (t. j. w chwili, gdy ruch się rozpoczyna) wynosi f , to najw. siła pozioma, jaką przenieść może łożysko (t. j. przy której ruch nie nastąpi), wynosić może $H = Of$, jeżeli O jest oddziaływaniem pionowem.

Dla łożysk z żelaza zlewnego spoczywających na płycie z tego samego materiału $f = 0,13$ dla łożysk niesmarowanych zatem $H = 0,13 O$, np. dla $O = 1000$ kg $H = 130$ kg. Dla łożysk smarowanych $f = 0,11$ ($H = 0,11 O$ względnie 110 kg).

§ 60. Mury wolno stojące.

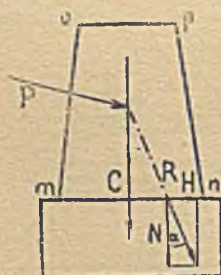
Wyżej (§ 58) udowodniliśmy, że ciało, a więc mur, ściana i t. d., narażone na siły ukośne (względnie poziome), nie obróci się około krawędzi, dopóki wypadkowa R z siły P i ciężaru C nie przejdzie poza tę krawędź, t. j. póki nie wydzie z przekroju. Nie jest to jednak warunek wystarczający.

Weźmy pod uwagę ścianę murowaną mnp stojącą na fundamencie (rys. 242), a pozostającą pod działaniem siły ukośnej P , która wraz z ciężarem C muru mnp daje wypadkową R . Siłę R możemy w przekroju mn rozłożyć na dwie składowe, pionową N , przyciskającą mur do podstawy i poziomą H , starającą się mur wzdłuż podstawy przesunąć. Działaniu temu sprzeciwia się jednak tarcie powstające w płaszczyźnie mn , a wynoszące Nf (§ 59), gdzie f jest współczynnikiem tarcia między murem, a zaprawą. Jeśli zatem mur ma posiadać stałość przeciw przesunięciu, to siła przesuwająca H musi być mniejsza od tarcia $H < Nf$, a więc $H < Ntg\varphi$,

skąd $\frac{H}{N} < tg\varphi$. Ponieważ zaś $\frac{H}{N} = tg\alpha$, gdzie α jest kątem zawartym między wypadkową R , a pionową, przeto:

$$tg\alpha < tg\varphi \dots \dots \dots 226$$

t. j. kąt α musi być mniejszy od kąta tarcia.



Rys. 242.

Warunek ten musi być spełniony wszędzie, gdzie tylko przesunięcie mogłoby nastąpić, t. j. w każdej stosudze.

Siła działająca na dowolny przekrój muru wywołuje w nim na całej jego powierzchni naprężenia. Wiemy jednak, że dla każdej konstrukcji budowlanej, a więc i dla muru musi być spełniony warunek, aby największe naprężenia, jakie w niej występują, pozostawały poniżej granicy dopuszczalnej (poniżej naprężenia dopuszczalnego). Jest to drugi warunek, jaki musi być spełniony przy obliczaniu murów.

Aby konstrukcja była jednak bardzo wytrzymała, żąda często jeszcze jednego warunku. Jak wyżej (§ 46) wspomnieliśmy, wytrzymałość zaprawy na rozciąganie jest bardzo mała; staramy się więc zwykle unikać zupełnie rozciągania w przekroju, a więc mur zbudować tak, aby siła cisnąca zaczepiała wewnątrz rdzenia, t. j. w środkowej trzeciej części przekroju. Jeśli ten warunek się spełnia, to największe naprężenie obliczymy wedle wzoru 168, a wykreślnie znajdziemy wedle rys. 202. Jeśli jednak wypadkowa wyjdzie z rdzenia, względnie, jeżeli naprężenie na rozciąganie przekroczy granice podane w § 46, to największe naprężenie obliczymy na innej zasadzie.

Zaprawa jest niewytrzymała na rozciąganie, szew muru pęknie więc, jeśli ono miało wystąpić, względnie naprężenie na rozciąganie przekroczy granice dopuszczalne. Ta część muru, na której pęknięcie wystąpi, przestanie zupełnie działać, możemy więc zupełnie wykluczyć ją z rachunku, czyli przyjąć, że mur istnieje tylko na tej części, na której wystąpią ciśnienia i to od największej wartości σ_1 aż do zera. Wtedy wypadkowa sił działających (wedle § 46), zaczepia w punkcie rdzennym przekroju działającego.



Rys. 242.

Naprężenia rozłożą się zatem tylko na długości GB takiej, by punkt zaczepienia siły R leżał w jej punkcie rdzennym (por. § 46); jeśli zatem odległość siły R od krawędzi B wynosi e , to $GB = 3e$. Jeśli szerokość muru (prostopadle do rysunku) wynosi b , to w środku długości GB naprężenie ma

wartość $\sigma_0 = \frac{P}{3be}$. Największe naprężenie, występujące

w punkcie B wynosi $\sigma_1 = \frac{2P}{3be}$ i musi być mniejsze od naprężenia dopuszczalnego, tj. $\sigma_1 < k$. W punkcie G naprężenie $\sigma_2 = 0$.

Aby zatem mur był w równowadze, wymagane są za-
zwyczaj następujące warunki:

1. Wypadkowa R musi w każdym razie mieścić się w przekroju i to z zachowaniem odpowiedniego stopnia pewności na przewrócenie (zwykle pewności $n = 1,5 - 2$). Jeżeli przytem chodzi o uniknięcie naprężeń rozciągających, to nie powinna wyjść z rdzenia przekroju. Jeżeli pewne naprężenia rozciągające są dopuszczalne (por. przepisy M. R. P.), to w każdym razie linja ciśnienia nie powinna zbliżyć się do krawędzi więcej niż na $\frac{1}{5}$ (względnie $\frac{1}{6}$) podstawy (por. 216).

2. Największe naprężenia muszą być mniejsze od dopuszczalnych.

3. Kąt α między wypadkową R , a prostopadłą do przekroju powinien być mniejszy od kąta tarcia φ .

Jeśli na mur działają prócz sił pionowych także poziome lub ukośne, to nie wystarczy obliczyć naprężenia u podstawy, ale należy zbadać stałość budowli w paru przekrojach. W tym celu dzieli się mur na kilka części i dla każdej z nich znajduje się położenie odpowiedniej wypadkowej i największe naprężenie. Punkty przecięcia poszczególnych wypadkowych z odpowiednimi przekrojami nazywamy środkami ciśnienia, zaś linję łączącą środki ciśnienia poszczególnych przekrojów linją ciśnienia lub linją naporową.

Jeśli siła R działa ukośnie do przekroju, to dla wyznaczenia naprężeń ściskających należy znaleźć składową prostopadłą do przekroju P i wartość tejże uwzględnić w obliczeniu (por. przykład 150).

Przykład 150.

150. Należy zbadać stateczność (stałość) filara mostowego, przedstawionego na rys. 244, na który działają obustronnie sklepienia, wywierające na 1 m szerokości parcie $P_1 = 15$ t, $P_2 = 20$ t, pod $\sphericalangle 45^\circ$. Ciężar właściwy materiału filara 2200 kg/cm³.

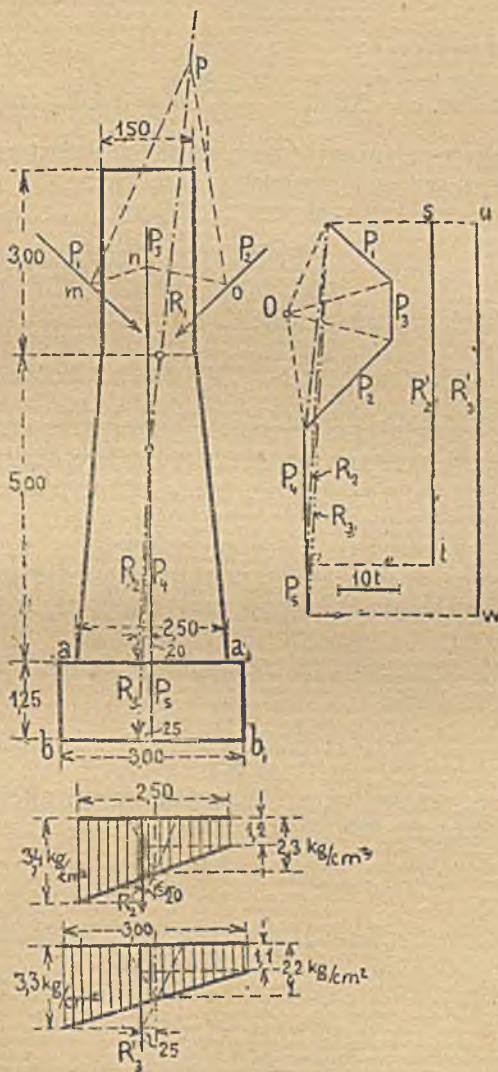
Składamy przedewszystkiem ciężary P_1 , P_2 i P_3 (ciężar najwyższej części filara), gdzie $P_3 = 3,00 \cdot 1,50 \cdot 1,00 \cdot 2,2 = 9,9$ t, zapomocą wieloboku sił o biegunie O i wieloboku sznurowego mnp , otrzymując wypadkową R_1 .

Wypadkową R_1 składamy z ciężarem środkowym części

$$\text{filara} \quad P_4 = \frac{1,50 + 2,50}{2} \cdot 1,00 \cdot 5,00 \cdot 2,2 = 22 \text{ t}$$

zapomocą trójkąta sił (§ 6), otrzymując wypadkową R_2 .

Wreszcie składamy R_2 z ciężarem fundamentu $P_5 = 3,00 \times 1,25 \times 1,00 \times 2,2 = 8,3$ t, przyczem ostateczna wypadkowa przecina się z kierunkiem siły P_5 w tym samym punkcie.



Rys. 244 i 245.

Naprężenia w filarze zbadamy w warstwie aa_1 , gdzie wypadkowa (= linja ciśnienia) R_2 najbardziej oddala się od osi.

Siłą prostopadłą do przekroju jest tu składowa pionowa siły R_2 , tj. $R'_2 = st = 56$ t. Wtedy naprężenie w środku przekroju:

$$\sigma_0 = \frac{56000}{100 \times 250} = 2,3 \text{ kg/cm}^2,$$

zaś najw. naprężenie:

$$\text{najw. } \sigma = 2,3 \left(1 + \frac{6 \times 20}{250}\right) = 3,4 \text{ kg/cm}^2.$$

Największe ciśnienie na grunt w warstwie bb_1 otrzymamy z tegoż wzoru. Pionową składową siły działającej na jest $R'_3 = uw = 64$ t (z wykresu). Wtedy:

$$\sigma_0 = \frac{64000}{100 \times 300} = 2,2 \text{ kg/cm}^2,$$

zaś najw. ciśnienie na grunt:

$$\text{najw. } \sigma = 2,2 \left(1 + \frac{6 \times 25}{300}\right) = 3,3 \text{ kg/cm}^2.$$

Te same wartości otrzymaliśmy z wykresu (rys. 244 i 245).

151. Jak wielkie naprężenia otrzymamy dla materiału niewytrzymałego na rozciąganie, jeżeli a) wypadkowa zaczepia w środku przekroju, b) w odległości $c = \frac{1}{3}h$ od krawędzi (w punkcie rdzennym), c) w odległości $c = \frac{1}{5}h$ od krawędzi (największe dozwolone wychylenie wedle przepisów budowy mostów M. R. P.), d) w odległości $\frac{1}{6}h$ od krawędzi. (Por. § 46).

a) Jeżeli wypadkowa zaczepia w środku przekroju, to naprężenia wyniosą:

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{P}{bh} = \sigma_0$$

b) Jeżeli wypadkowa zaczepia w punkcie rdzennym, otrzymamy największe naprężenie:

$$\sigma = \frac{2P}{F} = \frac{2P}{bh} = 2\sigma_0$$

c) Jeżeli wypadkowa zaczepia w odległości $c = \frac{1}{5}h$ od krawędzi, wynosi największe naprężenie:

$$\sigma = \frac{2P}{b \cdot 3c} = \frac{2P}{3b \cdot 0,2h} = \frac{10P}{3bh} = \frac{10}{3}\sigma_0 = \text{ok. } 3,33\sigma_0$$

d) Jeżeli wypadkowa zaczepia w odległości $c = \frac{1}{6}h$ od krawędzi, największe naprężenie wyniesie:

$$\sigma = \frac{2P}{b \cdot 3c} = \frac{2P}{3b \cdot \frac{1}{6}h} = 4\sigma_0$$

muru z cegły zwykłej wynosi 1650 kg/cm^3 , z klinkierów i zendrówek 1900 kg/cm^3 .

Ciśnienie jednostkowe z powodu ciężaru własnego wynosi:

$$\sigma_0 = \frac{\Sigma C}{F} \dots \dots \dots 230$$

Parcie wiatru przyjąć należy poziome o wielkości $w = 130 \text{ kg/m}^2$ płaszczyny prostopadłej do kierunku wiatru. Komin jest jednak okrągły lub wieloboczny, więc wiatr częściowo ześlizguje się po ścianach, a tem samem i siła jego zmniejsza się. Jeśli powierzchnia rzutu poziomego najwyższego piętra jest $F = \frac{1}{2}(D_0 + D_1)h_1 = D_s h_1 = MNOP$ (rys. 246), to parcie wiatru na nią wynosi nie $Fw = D_s h_1 w$, ale

$$W_1 = \mu Fw = \mu D_s h_1 w \dots \dots \dots 231$$

gdzie μ jest współczynnikiem uwzględniającym wpływ ześlizgiwania się wiatru, który wedle przepisów M. R. P. przyjmować należy dla kominów okrągłych $\mu = 0,75$, zaś dla ośmiobocznych $\mu = 0,89$. W tym więc stosunku zmniejsza się parcie wiatru. Dla kominów czworobocznych nie uwzględnia się tego ześlizgiwania (przyjmując $\mu = 1$).

Wypadkowa naporu wiatru W_1 zaczepia w środku ciężkości powierzchni $MNOP$, na którą wiatr działa, a która jest trapezem; położenie jej względem podstawy bębna znajdziemy zatem dla pręta najwyższego ze wzoru:

$$s_1 = \frac{h_1}{3} \cdot \frac{2D_0 + D_1}{D_0 + D_1} \dots \dots \dots 232$$

Moment naporu wiatru na część górną komina ponad podstawą danego pierścienia wynosi zatem:

$$M_1^w = W_1 s_1 = \frac{1}{2} \mu (D_0 + D_1) b_1 w \frac{h_1}{3} \cdot \frac{2D_0 + D_1}{D_0 + D_1} = \frac{1}{6} \mu w h_1^2 (2D_0 + D_1) \dots \dots \dots 232a$$

Jeżeli moment wytrzymałości przekroju OP wynosi W , to naprężenie wskutek ciśnienia wiatru:

$$\sigma_w = \pm \frac{M_1^w}{W} \dots \dots \dots 233$$


Jeżeli momenty obliczone są w kgm , zaś moment wytrzymałości w m^3 , a chcemy mieć naprężenie wyrażone w kg/cm^2 , to wzór ten brzmić będzie:

$$\sigma_w = \pm \frac{M_1}{10000 W} \dots \dots \dots 233a$$

Zatem sumaryczne najw naprężenie:

$$\begin{aligned} \text{najw. } \sigma &= \sigma_0 + \sigma_w \\ \text{najmn. } \sigma &= \sigma_0 - \sigma_w \end{aligned} \dots \dots \dots 233b$$

Poniżej podajemy momenty bezwładności i momenty wytrzymałości przekrojów najczęściej używanych w budowie kominów:

Przekrój	Moment bezwładności	Moment wytrzymałości względem osi	
		przekątnej	równoległej do boków
Koło	$0,0491 D^4 = \frac{\pi D^4}{64}$	$0,0982 D^3$	$0,0982 D^3$
Ośmiobok	$0,0547 D^4$	$0,101 D^3$	$0,1095 D^3$
Kwadrat	$0,0833 D^4 = \frac{D^4}{12}$	$0,118 D^3$	$0,167 D^3 = \frac{1}{6} D^3$
Koło z otworem kołowym 	$0,0491 (D^4 - d^4)$	$0,0982 \left(D^3 - \frac{d^4}{D} \right)$	$0,0982 \left(D^3 - \frac{d^4}{D} \right)$
Ośmiobok z otworem ośmiobocznym	$0,0547 (D^4 - d^4)$	$0,101 \left(D^3 - \frac{d^4}{D} \right)$	$0,1095 \left(D^3 - \frac{d^4}{D} \right)$
Ośmiobok z otworem kołowym	$0,0547 D^4 - 0,0491 d^4$	$0,101 D^3 - 0,091 \frac{d^4}{D}$	$0,1095 D^3 - 0,0982 \frac{d^4}{D}$
Kwadrat z otworem kwadratowym	$0,0833 (D^4 - d^4) = \frac{D^4 - d^4}{12}$	$0,118 \left(D^3 - \frac{d^4}{D} \right)$	$0,167 \left(D^3 - \frac{d^4}{D} \right) = \frac{1}{6} \left(D^3 - \frac{d^4}{D} \right)$
Kwadrat z otworem ośmiobocznym	$0,0833 D^4 - 0,0547 d^4$	$0,118 D^3 - 0,0774 \frac{d^4}{D}$	$0,167 D^3 - 0,1095 \frac{d^4}{D}$
Kwadrat z otworem kołowym	$0,0833 D^4 - 0,0491 d^4$	$0,118 D^3 - 0,0694 \frac{d^4}{D}$	$0,167 D^3 - 0,0982 \frac{d^4}{D}$

We wzorach powyższych D , względnie d , oznaczają średnicę koła wpisanego w odp. figurę (więc w kwadracie, bok kwadratu). Średnica koła opisanego, a tem samem długość przekątnej, wynosi w ośmioboku $D_1 = 1,0824 D$, zaś w kwadracie $1,4142 D$.

Zupełnie tak samo postępujemy i dla następujących pierścieni. Musimy tu uwzględnić parcie wiatru działające

Przykłady 152 i 153.

152. Obliczenie statyczne komina fabrycznego o wymiarach podanych na rys. 247. Komin wykonany z cegły promieniówki na zaprawie półcementowej (ciężar własny 1800 kg/m^3), podnóże z cegieł zwykłych (ciężar własny 1650 kg/m^3), fundament z betonu (ciężar własny 2200 kg/m^3).

Napór wiatru na trzon wynosi:

$$P_1 = 0,75 \cdot 130 \cdot \frac{1,10 + 2,40}{2} \cdot 24,0 = 4095 \text{ kg} \approx 4100 \text{ kg}.$$

Napór wiatru na podnóże (przekrój ośmioboczny):

$$P_2 = 0,89 \cdot 130 \cdot 2,72 \cdot 6,00 = 1890 \text{ kg} \approx 1900 \text{ kg}.$$

Obliczać należy naprężenia w wysokości każdej odsadzki komina, więc w przekrojach I, II, III... W tym celu należy znaleźć ciężar każdego pierścienia i napór wiatru na jego powierzchnię. Obliczenie najlepiej przeprowadzić wedle następującego schematu:

Przekrój poziomy	Grubość ścian	Powierzchnie średniego przekroju *	Wysokość h	Objętość $O = a \cdot h$	Ciężar gatunkowy	Ciężar $C = Og$	Ciężar wszystkich pierścieni górnych ΣC	Powierzchnia podstawy F	Cisnienie jednostkowe σ_0
	cm	m ²	m	m ³	kg/m ³	kg	kg	m ²	kg/cm ²
Trzon									
I	20	0,66	5	3,30	1800	5910	5940	0,73	0,8
II	25	0,99	5	4,95	—	8910	14850	1,09	1,4
III	31	1,41	5	7,15	—	12870	27730	1,56	1,8
IV	36	1,91	5	9,55	—	17190	44920	2,06	2,2
V	42	2,47	4	9,88	—	17780	62700	2,61	2,4
Podnóże									
VI	—	4,31	6	25,86	1650	42670	105370	4,47	2,4

Następnie musimy uwzględnić naprężenia powstające wskutek parcia wiatru na komin. Moment wypadkowej par-

*) Dla trzona wedle wzoru $(D_s^2 - d_s^2) \frac{\pi}{4}$, dla podnóża wedle wzoru $0,828 D^2 - d^2 \frac{\pi}{4}$.

cia wiatru na poszczególne części komina mierzone od szczytu do odp. odsadzek znajdziemy ze wzoru 232a w wielkości (w kilogrammetrach):

$$M_n^w = 0,75 \cdot 130 \cdot \frac{h_n^2}{6} (2D_0 + D_n) = 16,25 h_n^2 (2D_0 + D_n)$$

Moment wytrzymałości odp. przekroju (I, II...) wynosi:

$$W = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{D^4 - d^4}{D}$$

a stąd naprężenia wskutek ciśnienia wiatru:

$$\sigma_w = \pm \frac{M_n^w}{W} \quad (\text{por. wzór 233})$$

względnie:

$$\sigma_w = \pm \frac{M_n^w}{10000 W} \quad (\text{por. wzór 233a})$$

Zatem sumaryczne najw. naprężenie:

$$\text{najw. } \sigma = \sigma_0 + \sigma_w$$

$$\text{najmn. } \sigma = \sigma_0 - \sigma_w$$

Najlepiej użyć następującego schematu:

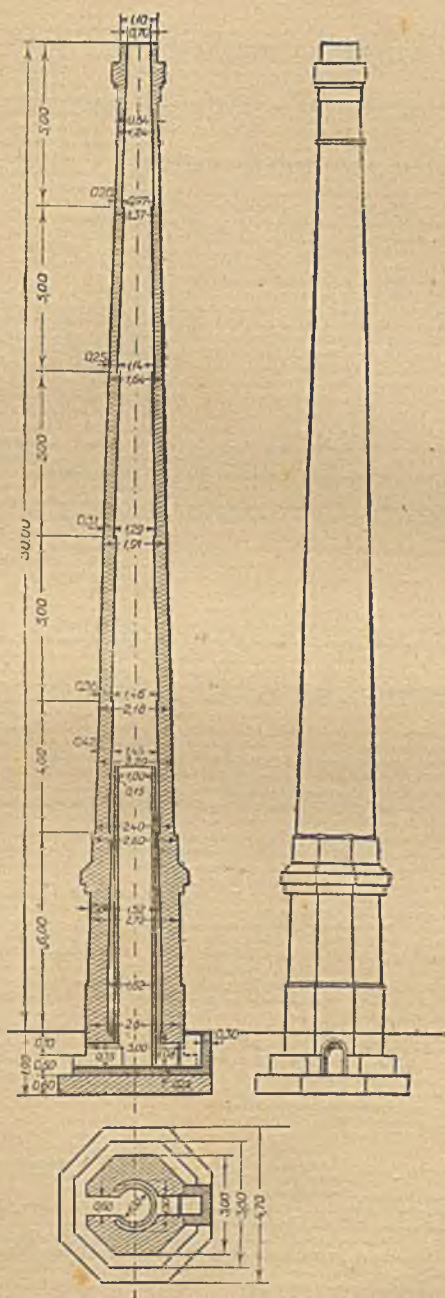
Przekrój	Moment parcia wiatru $M_n^w = 16,25 h_n^2 (2D_0 + D_n)$	Moment wytrzymałości $W = \frac{\pi}{32} \frac{D^4 - d^4}{D}$	Naprężenia od wiatru $\sigma_w = \frac{M_n^w}{10000 W}$	Skrajne naprężenia	
				największe $\sigma = \sigma_0 + \sigma_w$	najmniejsze $\sigma = \sigma_0 - \sigma_w$
	kgm	m ³	kg/cm ²	kg/cm ²	kg/cm ²
Trzon					
I	1452	0,192	0,8	1,6	0
II	6240	0,338	1,9	3,3	- 0,5
III	15027	0,552	2,7	4,5	- 0,9
VI	28470	0,828	3,4	5,4	- 1,2
V	43000	1,130	3,8	6,2	- 1,4

Dla podnóża otrzymujemy:

Moment wiatru względem podstawy podnóża:

$$M_p^w = M_c^w + P_1 h + P \frac{h}{2} = 43060 + 4100 \cdot 6 + 1900 \cdot 3 = 43060 +$$

$$+ 24600 + 5700 = 73360 \text{ kgm}$$



Rys. 247.

Moment wytrzymałości przekroju:

$$W_p = 0,101 D^3 = 0,091 \frac{d^4}{D} = 2,06 \text{ m}^3$$

Najw. naprężenie wskutek wiatru:

$$\sigma_w = \frac{M_p^w}{W_p} = \frac{73360}{2,06 \cdot 10000} = 3,6 \text{ kg/cm}^2$$

Najw. naprężenie sumaryczne:

$$\begin{aligned} \text{najw. } \sigma &= 2,4 + 3,6 = 6,0 \text{ kg/cm}^2 \\ \text{najmn. } \sigma &= 2,4 - 3,6 = -1,2 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

Obliczenie fundamentu:

Ciężar słupa i podnoża = 105370 kg

Ciężar murów fundamentowych (z cegły
zwykłej): $[0,828(3,00^2 \cdot 0,70 + 3,80^2 \cdot 0,60) - 1,50^2 \cdot$
 $\cdot \frac{\pi}{4} \cdot 1,08] \cdot 1600$ = 17100 kg

Ciężar ścianki: $(1,30^3 - 1,00^3) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 8,00 \cdot 1600 = 6660 \text{ kg}$

Ciężar ławy betonowej $0,828 \cdot 4,70^2 \cdot 0,60 \cdot 2200 = 24130 \text{ kg}$

Razem $G = 154260 \text{ kg}$

Powierzchnia podstawy:

$$F = 0,828 \cdot 4,70^2 = 18,29 \text{ m}^2$$

Naprężenie od ciężaru własnego:

$$\sigma_0 = \frac{154260}{182900} = 0,8 \text{ kg/cm}^2$$

Moment wiatru względem podstawy fundamentu:

$$M_p^w = M_p^v + (P_1 + P) \cdot 1,90 = 73360 + (4100 + 1900) \cdot 1,9 = 84760 \text{ kgm}$$

Moment wytrzymałości podstawy fundamentu:

$$W = 0,101 \cdot 4,70^3 = 10,48 \text{ m}^3$$

Naprężenie wskutek wiatru:

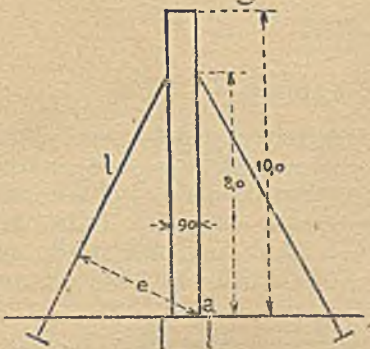
$$\sigma_w = \frac{84760}{10,48 \cdot 10000} = 0,8 \text{ kg/cm}^2$$

Najw. ciśnienie na grunt:

$$\sigma = \sigma_0 + \sigma_w = 0,8 + 0,8 = 1,6 \text{ kg/cm}^2$$

Najmn. ciśnienie na grunt:

$$\sigma = \sigma_0 - \sigma_w = 0,8 - 0,8 = 0.$$



Rys. 248.

Wyniki rachunku stwierdzają, że w konstrukcji kominowej na przecięcia w żadnym punkcie nie przekraczają naprężeń dopuszczalnych; ciśnienia na grunt zamykają się również w granicach dopuszczalnych.

153. Komin żelazny okrągły o wysokości $h = 10$ m, a średnicy $d = 90$ cm ustalony jest ze względu na parcie wiatru czterema linami żelaznymi wedle rys. 248.

Należy obliczyć ich przekrój. (Przykład ten należy zasadniczo do § 60; podajemy go jednak w tym miejscu obok obliczenia kominów murowanych dla uwidocznienia różnicy).

Parcie wiatru na komin wynosi wedle § 60:

$$W = dh \cdot \mu w = 0,9 \cdot 10 \cdot 0,75 \cdot 130 = 880 \text{ kg}$$

zaczepia zaś w wysokości $\frac{h}{2}$ od podstawy, wywołuje więc względem punktu a moment o wielkości:

$$M = W \frac{h}{2} = 880 \cdot \frac{10}{2} = 4400 \text{ kgm.}$$

Jeżeli wiatr działa od strony lewej, to stara się wywrócić komin w kierunku wskazówki na zegarze, czemu przeszkadza lina l ; inne liny natomiast wyginają się, a tem samem przestają działać*). Jeśli więc nastąpić ma równowaga, to siła P liny l dać musi ten sam moment, co M , zatem

$$W \frac{h}{2} = Pe = M \quad \dots \quad 236$$

$$\text{a stąd:} \quad P = \frac{Wh}{2e} = \frac{M}{e} \quad \dots \quad 236 \text{ a}$$

$$\text{Jeżeli } e = 4,50 \text{ m, to } P = \frac{880}{4,50} = 196 \text{ kg} \approx 200 \text{ kg}$$

Przyjmując $k_r = 1200 \text{ kg/cm}^2$, otrzymamy przekrój potrzebny $F_p = 0,27 \text{ cm}^2$, zamiast czego przyjmiemy 10 mm ($F_a = 0,8 \text{ cm}^2$). Linę trzeba zakotwić.

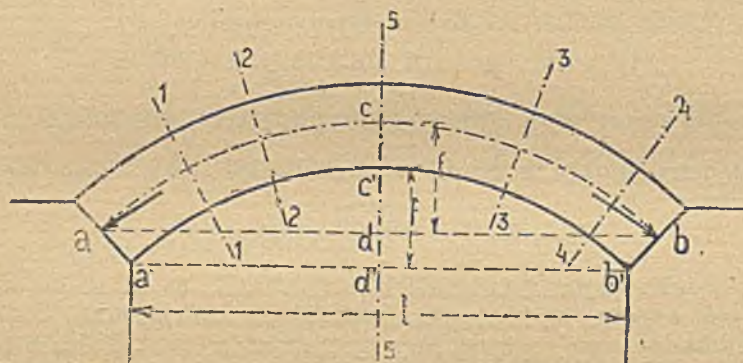
*) Ciężar własny takiego kominu jest stosunkowo tak mały, że w obliczeniu wcale go się nie uwzględnia.

B. Sklepienia.

§. 62. Pojęcia ogólne

Łuki i sklepienia kamienne, ceglane czy betonowe, cisną na podpory nie pionowo, ale ukośnie, starając się je rozprzeć, oddalić od siebie (rys. 249). Wynika stąd, że nawet dla obciążenia wyłącznie pionowego (np. tylko dla własnego ciężaru), oddziaływania (odpory) ich są ukośne. Dlatego też obliczanie ich musi odbywać się inaczej niż belek prostych, o których dotychczas mówiliśmy.

Jeżeli połączymy środki ciężkości poszczególnych przekrojów 1—1, 2—2, 3—3..., to linja krzywa *abc* otrzymana w ten sposób, nazywa się osią łuku.



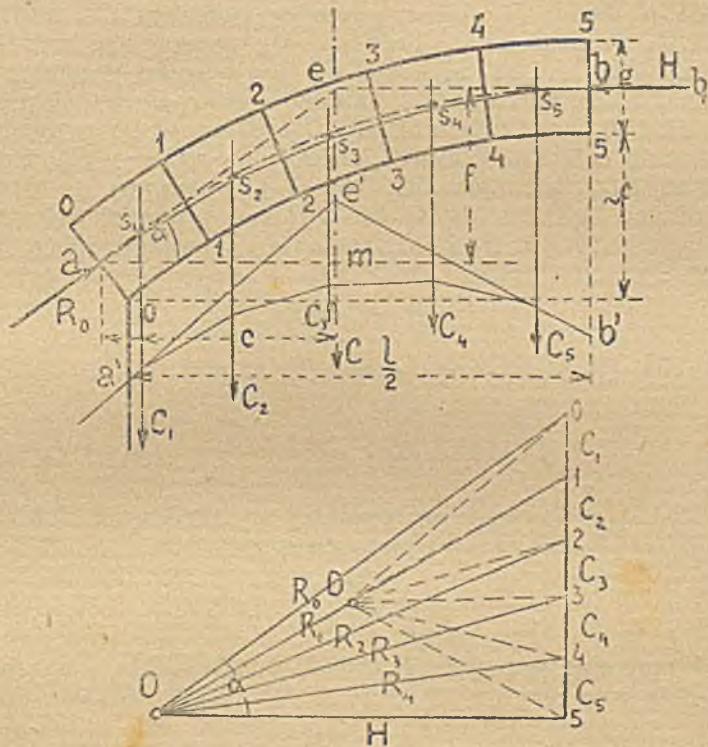
Rys. 249.

Odstęp podpór, mierzony poziomo $l = a'b'$, nazywamy rozpiętością w świetle, odstęp podpór teoretycznych *ab* rozpiętością teoretyczną, zaś wysokość klucza nad podporami $f = cd \approx c'd'$, strzałką łuku. Zwykle przy mniejszych łukach w rachunku uwzględniamy rozpiętość w świetle *l*.

Materiał sklepień jest ten sam, co murów; to więc, co mówiliśmy o zachowaniu się murów pod działaniem sił (§§ 46 i 60), dotyczy i sklepień. Można by je nazwać prosto murami „o krzywej osi”. Ze względu jednak na zupełnie inny sposób podparcia, należy inaczej przystąpić do wyznaczenia sił zewnętrznych (oddziaływań), a tem samem i linii ciśnienia.

§. 63. Wyznaczenie linii ciśnienia dla obciążenia symetrycznego.

Weźmy pod uwagę sklepienie nieobciążone, t. j. takie, na które działa tylko ciężar własny — por. rys. 249 i 250. Obie jego połówki ab i bc wspierają się wzajemnie na sobie i tem samem cisną na siebie w kluczu, t. j. w punkcie b . Ciśnienie to mierzone w kluczu nazywamy rozporem poziomym lub parciem poziomem i oznaczamy zwykle literą H .



Rys. 250.

Jeżelibyśmy przecięli sklepienie płaszczyzną pionową 5—5 (rys. 250), przechodzącą przez klucz b , i usunęli np. prawą część jego bc , to pozostająca lewa część upadłaby. Podeprzyjmy ją więc np. poziomą belką drewnianą bb_1 . W belce tej powstanie oczywiście siła, równa ciśnieniu, jakie wywiera usunięta połówka sklepienia, więc równa parciu poziomemu H .

Jeżeli chcemy zbadać siły, jakie działają na pozostałą część sklepienia ab , to musimy z siłą H złożyć wszystkie ciężary działające na tę część, t. j. ciężar własny sklepienia. W tym celu dzielimy łuk na poszczególne części (kłańce) i zaczepiamy ich ciężary w odpowiednich środkach ciężkości. Wypadkową C tych ciężarów C_1, \dots, C_n znaleźliśmy za pomocą wieloboku sznurowego $a'b'e'$, przyczem biegun O , przyjęliśmy po lewej stronie sił, wskutek czego wielobok sznurowy jest wypukły ku górze.

Na połówkę sklepienia ab działają więc następujące siły: rozpór poziomy H , ciężar pionowy (własny) C i oddziaływanie R_0 w punkcie a . Trzy te siły muszą być w równowadze, więc muszą przeciąć się w jednym punkcie, t. j. w punkcie e . Stąd możemy znaleźć wielkość dwu sił nieznanych R_0 i H , oraz kierunek siły R_0 . Długość Oe przedstawia nam sumę ciężarów pionowych $C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$. Poprowadźmy $0O_2 \parallel ae$, oraz $5O_2 \parallel be$ (t. j. poziomo), to długość $0O_2$, równa będzie oddziaływaniu R_0 na oporze a , zaś długość $5O_2$ rozporowi poziomemu H . Z trójkąta $05O_2$ znajdziemy:

$$H = C \cot \alpha$$

Ale $\triangle 05O_2 \cong ema$, więc $\cot \alpha = \frac{c}{f}$, a stąd:

$$H = C \frac{c}{f} \quad \dots \quad 237$$

Możemy przyjąć z najzupełniej wystarczającą dokładnością, że $c = \frac{1}{4}l$, a wtedy otrzymamy:

$$H = \frac{Cl}{4f} \quad \dots \quad 238$$

Nazywając przez Z ciężar całego sklepienia, otrzymamy $Z = 2C$, a więc:

$$H = \frac{Zl}{8f} \quad \dots \quad 238a$$

Jeśli zaś z oznacza ciężar na 1 mb, wtedy $Z = zl$, a stąd:

$$H = \frac{zl^2}{8f} \quad \dots \quad 238b$$

Z wzoru 238 wynika, że dla tej samej rozpiętości l parcie H jest tem większe, im sklepienie jest bardziej płaskie, t. j. im mniejsza jest strzałka f .

Zamiast znajdować wielkość i kąt nachylenia do poziomu oddziaływania R_0 , możemy określić je dokładnie, obliczywszy obie jego składowe: poziomą H_1 i pionową V (por. § 10 i nast.). Z trójkąta $05O_2$ otrzymamy wtedy:

$$V = 05 = C = \frac{1}{2} Z \dots \dots \dots 239$$

Czyli: Składowa pionowa oddziaływania sklepienia obciążonego jednostajnie równa się połowie obciążenia.

Dla H_1 otrzymamy:

$$H_1 = O_55 = H \dots \dots \dots 239 a$$

Czyli: Składowa pozioma oddziaływania równa się naporowi poziomemu H .

Oddziaływanie R_0 znajdziemy z tego wzoru:

$$R_0 = \sqrt{H^2 + V^2} = \sqrt{H^2 + \frac{1}{4} Z^2} \dots \dots 239 b$$

Podobnie jak przy badaniu murów (§ 60), tak i tutaj nie wystarczy zwykle znać siłę H , działającą na przekrój w kluczu, oraz siłę R_0 działającą u podstawy, ale trzeba znaleźć położenie wypadkowej w paru przekrojach. W tym celu weźmy pod uwagę przekrój 4—4 i zbadajmy, jakie siły nań działają z prawej strony. Siłami temi są: parcie poziome H , działające w b , oraz pionowy ciężar klina C_5 . Siłą działającą na 4—4 jest zatem wypadkowa tych sił R_4 , której kierunek znajdziemy z trójkąta sił $45O_2$. Punkt przecięcia zaś siły R_4 z przekrojem 4—4 jest środkiem ciśnienia (§ 60).

Składając w dalszym ciągu siłę R_4 z ciężarem C_4 otrzymamy środek ciśnienia przekroju 3—3, następnie 2—2 i t. d., aż ostatecznie dojdziemy do siły R_1 , która złożona z ciężarem C_1 musi dać siłę równą, a wprost przeciwną oddziaływaniu R_0 . Linja łącząca środki ciśnienia poszczególnych przekrojów nazywa się linią ciśnienia (por. § 60).

Zwykle wyznacza się ją wykreślnie w sposób następujący:

Wykreślamy dla ciężarów $C_1 \dots C_5$ wielobok sił 05 i przyjmując dowolnie biegun O_1 , wielobok sznurowy $a'b'e'$. Wypadkowa przechodzi przez punkt e' . Następnie przez środek b przekroju 5—5 w kluczu, prowadzimy poziomą (określającą położenie parcia poz. w kluczu) do punktu e przecięcia z pionową przez e' , który łączymy ze środkiem podpory a . Proste 00_2 i 50_2 równoległe do be i ae określają położenie nowego bieguna O_2 wieloboku sił $C_1 \dots C_5$. Wychodząc teraz

z punktu a lub też z b wykreślamy wielobok sznurowy $as_1s_2s_3s_4s_5b$, który jest szukaną linią ciśnienia.

Jak z konstrukcji wynika, linja ciśnienia jest wielobokiem sznurowym wykreślonym dla ciężaru sklepienia przy odległości biegunowej, równej parciu poziomemu H .

Kreśląc linię ciśnienia przyjęliśmy, że przechodzi ona przez środek sklepienia w kluczu b i przez punkt a , t. j. przez środek sklepienia w węzłowie. Przyjęcie to nie jest w zupełności słuszne; dokładne wyznaczenie jednak linii ciśnienia jest dosyć żmudne i dlatego używamy zwykle tego sposobu przybliżonego, dającego zresztą wyniki niekorzystniejsze, a zatem pewniejsze.

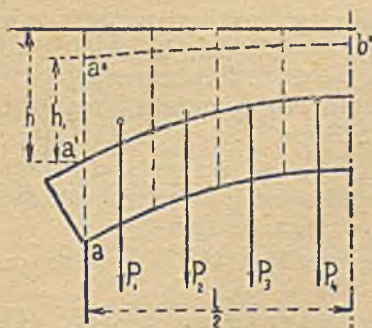
W ten sam sposób kreślimy linię ciśnienia dla sklepienia obciążonego symetrycznie na obu połówkach ab i bc . Ciężar stały składa się zwykle z ciężaru własnego sklepienia, ciężaru nadmurowania, względnie nadsypki, oraz ciężarów leżących na niej.

Jeśli spoczywająca na sklepieniu nadsypka ma ten sam ciężar gatunkowy co sklepienie, to ciężary poszczególnych pasków są wprost proporcjonalne do powierzchni odpowiednich pasków. Częściej jednakowoż nadsypka jest lżejsza od kamienia. Wtedy dla dalszego wykresu sił najprościej jest przyjąć w miejsce jej pasków paski kamienne o tym samym ciężarze (więc o mniejszej wysokości). Niech np. ciężar gatunkowy nadsypki wynosi $1,8 \text{ t/m}^3$, a ciężar muru $2,2 \text{ t/m}^3$, to zamiast paska nadsypki o wysokości h przyjmujemy pasek muru o wysokości $h_1 = h \frac{1,8}{2,2}$. Postępując tak ze wszystkimi paskami otrzymamy zmienioną, czyli jak mówimy „sprowadzoną“ linię obciążenia $a''b''$.

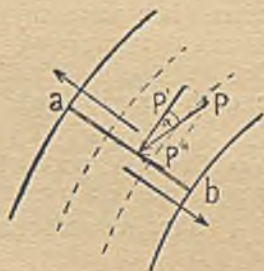
Podobnie postępujemy z obciążeniem ruchomem, więc np. tłumem ludzi, wozami, lokomotywami i t. d. Zamieniamy je też na warstwę muru o wysokości y . Jeśli obciążenie ruchome na 1 m^2 wynosi $p \text{ kg/m}^2$, to to samo obciążenie na 1 m^2 ma dać warstwa kamienna o ciężarze gatunkowym g . Mamy więc: $p = yg$, a stąd:

$$g = \frac{p}{g} \dots \dots \dots 240$$

Wyznaczając linię ciśnienia dla sklepienia obciążonego, przedłużamy pionowe linje podziału nadmurowania przez sklepienie (rys. 251), przez co odpada podział na klince, zastosowany przez nas w pierwszym przykładzie (rys. 250). Również zwykle nie wciągamy w obliczenie całego klinca



Rys. 251.



Rys. 252.

najniższego, ale tylko uwzględniamy go po linię pionową aa' , przechodzącą przez pionową ścianę przyczółka.

Znaleziona w ten sposób linia ciśnienia musi spełnić pewne warunki, jeśli sklepienie ma odpowiadać warunkom dobrej konstrukcji. Łącząc to, co powiedziano powyżej, z prawami, wyprowadzonymi na stałość murów, otrzymujemy następujące reguły:

1. Jeżeli w sklepieniu nie ma wystąpić rozciąganie, to w żadnym punkcie linia ciśnienia nie może wyjść poza jądro, t. j. poza środkową trzecią część przekroju dla prawie wyłącznie używanych sklepień o poprzecznym prostokątnym przekroju*). W sklepieniach betonowych dopuszczalne jest małe rozciąganie (por. tablice naprężeń dopuszczalnych); tu więc linia ciśnienia może wyjść nieco z rdzenia; trzeba jednak skontrolować, czy największe rozciąganie mieści się w granicach dopuszczalnych.

2. Niech P będzie siłą, działającą na przekrój ab (rys. 252), to rozkłada się ona na dwie siły: P' prostopadłą do ab (t. zw. siłę podłużną) i P'' leżącą w płaszczyźnie ab (t. zw. siłę poprzeczną). Siła P'' stara się kłnąć jeden po drugim przesuwać w płaszczyźnie ab , czemu sprzeciwia się tarcie wywołane siłą P' o wielkości $T = P'f = P'tg\varphi$ (por. § 59). Jeśli dla pewności pominiemy wytrzymałość zaprawy, to przesunięcie nie nastąpi, dopóki tarcie T będzie większe od siły poprzecznej $P'' = P'tga$. Zatem musi być $P'tg\varphi > P'tga$, czyli $\varphi > a$.

Wynika stąd, że linia ciśnienia nie powinna odchyłać się od prostopadłej do szwu więcej niż wynosi kąt tarcia, jeśli kłńce nie mają przesuwać się po sobie.

*) Środkowa część przekroju sklepienia, obejmująca jądro, odznaczona jest na rysunkach 251 i 252 liniami kreskowanymi.

Jako współczynnik tarcia między kamieniem a kamieniem (bez zaprawy) przyjmujemy $f=0,58$ (czyli $\varphi=30^\circ$), dla kamieni z zaprawą starą $f=0,7$ ($\varphi=35^\circ$). Dla zaprawy świeżej jest tarcie bardzo małe tak, że średnio należy przy obliczeniu przyjmować $f=0,4$ ($\varphi=22^\circ$).

3. Największe naprężenie w przekroju nie powinno przekraczać współczynnika wytrzymałości, względnie naprężenia dopuszczalnego

Skrajne naprężenia wynoszą wedle § 46:

$$\sigma_1 = \frac{P}{bh} \left(1 + \frac{6c}{h}\right) = \sigma_0 \left(1 + \frac{6c}{h}\right) \dots 241$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{bh} \left(1 - \frac{6c}{h}\right) = \sigma_0 \left(1 - \frac{6c}{h}\right) \dots 241a$$

Jeśli siłę P obliczymy na 1 m szerokości sklepienia, to $b=1$ m = 100 cm. Wyrażając P w kg, zaś h i c w cm, otrzymamy:

$$\sigma_1 = \frac{P}{100 bh} \left(1 + \frac{6c}{h}\right) \dots 242$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{100 bh} \left(1 - \frac{6c}{h}\right) \dots 242a$$

Jeśli linja ciśnienia przechodzi przez oś przekroju, t. j. jeśli $c=0$, otrzymamy:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{P}{bh} = \sigma_0 \dots 243$$

t. j. naprężenie rozdziela się jednostajnie na cały przekrój.

Jeśli linja ciśnienia przechodzi przez rdzeń, otrzymamy:

$$\sigma_1 = \frac{2P}{bh} \quad \sigma_2 = 0 \dots 244$$

Jeśliby, co być nie powinno, linja ciśnienia wyszła z rdzenia, to inusimy uwzględnić, że mur nie przenosi rozciągania i obliczać naprężenie wedle § 60, z wzoru:

$$\sigma_1 = \frac{2P}{3be} \quad \sigma_2 = 0 \dots 245$$

Obciążenie symetryczne zupełne wywołuje największe parcie poziome H . Ponieważ zaś składowa pozioma oddziaływania $H_1 = H$, przeto przyczółki będą narażone na największą siłę poziomą przy obciążeniu całkowitem i tak się je oblicza. Dla ciężaru rozłożonego na całym sklepieniu jed-

nostajnie $H = \frac{Zl}{8f} = \frac{Zl^2}{8f}$ (por. wzór 238 a i b).

Przykład 154.

154. Chodnik o długości $l = 2,60$ m, a szerokości $b = 1,40$ m wykonano na sklepieniu betonowym o strzałce $f = 15$ cm, wspierającym się z jednej strony na dźwigarze żelaznym, zaś z drugiej na murze. Obliczyć wymiary tego dźwigara, jeśli ciężar stały i ruchomy chodnika wynosi $z = 700$ kg/m² (rys. 253).

Na dźwigar przenosi się ciężar pionowy $Z = \frac{1}{8} 1,40 \times \times 2,60 \times 700 = 1275$ kg. Stąd moment w płaszczyźnie pionowej:

$$M_v = \frac{1}{8} 1275 \cdot 2,60 = 41440 \text{ kgcm.}$$

Parcie poziome ma 1 mb wynosi:

$$H' = \frac{zb^2}{8f} = \frac{700 \cdot 1,40^2}{8 \cdot 0,15} = 1143 \text{ kg.}$$

Zaś na całą długość dźwigara: $H = 1143 \cdot 2,60 = 2972$ kg, a stąd moment poziomo zginający:

$$M_h = \frac{1}{8} Hl = \frac{1}{8} 2972 \cdot 2,60 = 96590 \text{ kgcm.}$$

Musieliśmy zatem zastosować dźwigar INP 18 B, gdzie $W_x = 390$ cm², $W_y = 119$ cm³

$$\sigma = \frac{41440}{390} + \frac{96590}{119} = 918 \text{ kg/cm}^2.$$

Zastosujemy jednak dla zmniejszenia parcia poziomego dwie kotwy z żelaza okrągłego w odstępnie $\frac{2,60}{3} = 0,87$ m.

Na dźwigar przenosi się wtedy parcie tylko z długości $l' = 0,87$ m, o wielkości

$$H'' = 1143 \cdot 0,87 = \frac{1}{3} H = \frac{2972}{3} = 991 \text{ kg. Wtedy } M_h = \frac{1}{8} 991 \times \times 87 = 10780 \text{ kgcm.}$$

Użyjemy więc dźwigara INP 16, dla którego

$$\sigma = \frac{41440}{117} + \frac{10780}{14,8} = 1082 \text{ kg/cm}^2.$$

Widać tu ogromną oszczędność materiału, gdyż INP 18 B waży 47,0 kg/mb, zaś INP 16 tylko 17,9 kg/mb.

Kotwy muszą otrzymać przekrój

$$F = \frac{H''}{k} = \frac{991}{1000} = 0,9 \text{ cm}^2.$$

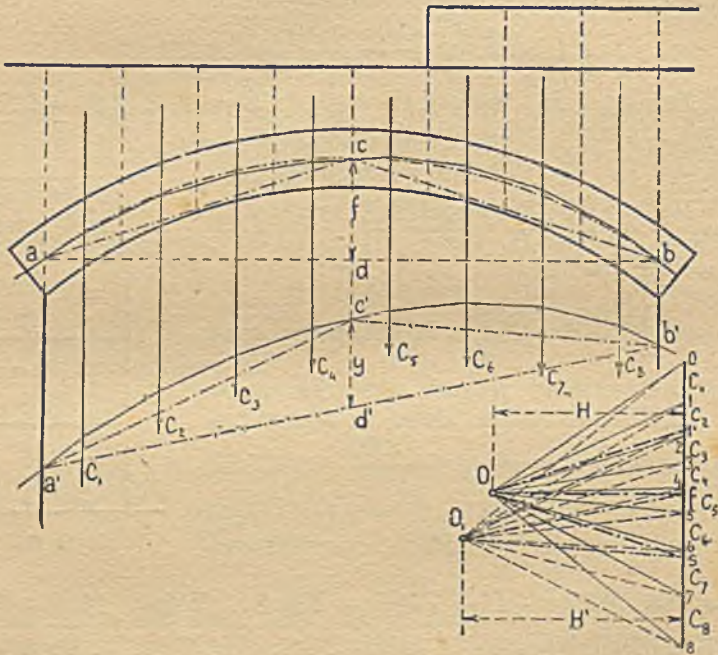
Przyjmijmy jednakowoż pręty okrągłe o średnicy $d = \frac{3''}{4}$.



Rys. 253.

§ 64. Sklepienie obciążone niesymetrycznie.

W sklepieniu otrzymuje się największe naprężenia przy obciążeniu niesymetrycznym. Spotkać się tu można z obciążeniem np. połowy sklepienia, my jednak rozpatrzmy wypadek ogólniejszy i zajmijmy się obciążeniem jednostajnie rozłożonym na pewnej części, np. na $\frac{3}{8}$ sklepienia (rys. 254).



Rys. 254.

Przy niesymetrycznym obciążeniu trzeba wykreślić całą linię ciśnienia. W tym celu kreślimy wielobok sił C_1, C i przyjmąwszy dowolnie biegun O_1 , rysujemy dlań pomocniczy wielobok sznurowy $a'c'b'$ z zamykającą $a'b'$ *) i prowadzimy równoległy do tejże promień O_1f w wieloboku sił. Wielobok ten nie odpowiada jednak warunkom, jakie ma spełnić linja

*) Punkty $a'b'c'$ leżą na pionowych punktów abc .

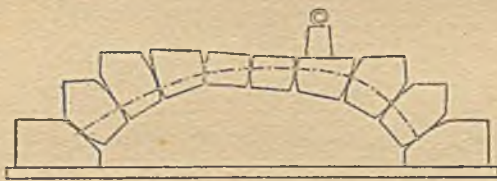
ciśnienia. Musi ona przejść bowiem przez punkty a , b i c ; promień $a'c'$ musi być zatem równoległy do ac , zaś $b'c'$ do bc . Poprowadźmy w wieloboku sił promień $O_1r//a'c'$ i $O_1s//b'c'$, to promienie te odpowiadają zamykającym $a'c'$ i $b'c'$. Prawdziwym kierunkiem tych zamykających jest przecież ac , wzgl. bc . Wykreślmy więc z r i s promienie $rO_2//ac$ i $sO_2//bc$, a dostaniemy punkt, który jest właściwym biegunem linii ciśnienia. Z punktu O_2 , jako z bieguna, kreślmy teraz promienie O_1 , O_2 i t. d., a wykreślony dla nich przez punkty abc wielobok sznurowy jest szukaną linią ciśnienia.

Zupełnie w ten sam sposób wyznaczamy linię ciśnienia, jeśli samo sklepienie jest niesymetryczne.

Grubość sklepienia w kluczu można przyjmować wedle wzoru:

$$g = 0,03 l + 0,3 \text{ (wartości w metrach)} \quad . . . \quad 246$$

Największy rozpór poziomy H otrzymujemy dla obciążenia całkowitego, najmniejszy dla — ciężaru wyłącznie własnego. Przy obliczaniu przyczółków musimy uwzględnić rozpór największy, ale często także i najmniejszy. Dlatego zwykle z uwagi na przyczółek kreśli się jedną linię ciśnienia dla sklepienia obciążonego całkowicie, drugą dla sklepienia nieobciążonego, a trzecią z uwagi na sklepienie, dla obciążenia rozłożonego na $\frac{1}{2}$ lub na $\frac{3}{8}$ sklepienia.



Rys. 255.

Jeżelibyśmy sklepienie zrobili z kłińców zaokrąglonych, to linja ciśnienia będzie przechodziła przez ich punkty zetknięcia (porównaj rys. 255). Jeżeli takie sklepienie obciążymy np. ciężarem skupionym, to punkty zetknięcia przesuną się, a więc linja ciśnienia zmieni swój kształt, podnosząc się w miejscu działania ciężaru.

Przykład 155.

155. Znaleźć linię ciśnienia sklepienia, przedstawionego na rys. 256, obciążonego na połowie długości ciężarem 600 kg/mb. Ciężar gatunkowy sklepienia 2400 kg/m³.

Grubość sklepienia wynosi 0,38 m, co odpowiada wartości, obliczonej z wzoru 246 :

$$g = 0,03 \times 2,5 + 0,3 = \infty 0,38 \text{ m.}$$

Dzielimy sklepienie na paski o szerokości 25 cm.

Ciężary poszczególnych pasków wynoszą :

$$P_1 = 0,25 \times 1,00 \times 2400 = 600 \text{ kg}$$

$$P_2 = 0,25 \times 0,86 \times 2400 = 510 \text{ kg}$$

$$P_3 = 0,25 \times 0,75 \times 2400 = 450 \text{ kg}$$

$$P_4 = 0,25 \times 0,69 \times 2400 = 420 \text{ kg}$$

$$P_5 = 0,25 \times 0,66 \times 2400 = 400 \text{ kg.}$$

Paski $P_6 - P_{10}$ są obciążone również ciężarem ruchomym 600 kg/mb, który zamieniamy na warstwę muru wedle wzoru 240 :

$$h = \frac{600}{2400} = 0,25 \text{ m.}$$

Zatem ciężary tych pasków :

$$P_6 = 0,25 \times 0,91 \times 2400 = 550 \text{ kg}$$

$$P_7 = 0,25 \times 0,94 \times 2400 = 570 \text{ kg}$$

$$P_8 = 0,25 \times 1,00 \times 2400 = 600 \text{ kg}$$

$$P_9 = 0,25 \times 1,11 \times 2400 = 670 \text{ kg}$$

$$P_{10} = 0,25 \times 1,25 \times 2400 = 750 \text{ kg.}$$

Ciężary $P_1 \dots P_{10}$ odcinamy w skali sił i dla dowolnego bieguna O_1 kreślimy wielobok sznurowy $a'c'b'$. Prowadząc linie $O_1r//a'c'$, $O_1s//c'b'$ i $O_1f//a'b'$, a następnie $rO_2//ac$, $O_2s//cb$ i $O_2f//ab$ znajdujemy wedle § 63 biegun O_2 i dla tegoż kreślimy linię ciśnienia, przechodzącą przez środki szwów w kluczu i na podporach acb . Linja ta odchyła się najbardziej od osi w przekroju I-I; tam więc otrzymamy największe naprężenie. Siłą działającą w tym przekroju jest $P//\sin$, przyczem $P = O_2o = 4400 \text{ kg}$. Naprężenie w środku przekroju I-I wynosi zatem na 1 cm szerokości sklepienia :

$$\sigma_c = \frac{4400}{100 \times 38} = \infty 1,2 \text{ kg/cm}^2.$$

§ 65. Stateczność (stałość) przyczółków i filarów murowanych.

Przyczółkiem nazywamy budowlę, na której wspiera się sklepienie lub jakakolwiek inna belka, np. mostowa.

Jeśli na takiej budowlu wspierają się sklepienia lub inne belki o bustronnie, nazywamy ją filarem.

Obliczenie przyczółków i filarów odbywa się na tej samej zasadzie, co obliczenie murów wolno stojących (§ 60) czy sklepień (§ 63 i 64). Aby uwzględnić najniekorzystniejsze obciążenie ze względu na przyczółek, należy zwykle obciążyć całe sklepienie, wspierające się na nim, i uzyskać w ten sposób największe parcie poziome H . Później, przy omawianiu murów oporowych, zastanowimy się jeszcze, jak wygląda rozkład sił w przyczółku, jeśli działa nań parcie ziemi (porównaj § 67).

Przy obliczaniu filara, na który cisną dwa sklepienia, należy jedno z nich (zwykle większe) obciążyć ciężarem ruchomy m na całej długości*), natomiast drugie sklepienie i sam filar pozostawić nieobciążone. Wtedy linja ciśnienia najbardziej odchyli się od osi, a tem samem przyjmie najniekorzystniejsze położenie ze względu na naprężenia w filarze. Jeśli na filarze wspierają się dwa równe i równo obciążone sklepienia, wtedy ukośne parcia (równe oddziaływaniom sklepień) dają wypadkową pionową, wpadającą w oś filara, a ciśnienie rozkłada się w filarze i fundamencie zupełnie jednostajnie (porównaj przykład 3).

Przykłady 156 – 157.

156. Wyznaczyć linję ciśnienia w przyczółku mostu drewnianego rozporowego o wymiarach i obciążeniu wedle rys. 257.

Oddziaływanie pionowe mostu P i ciężar górnej części przyczółka P_1 składamy zapomocą wieloboku sznurowego o biegunie O_1 , otrzymując wypadkową R_1 przecinającą warstwę II w a . Na część przyczółka II działają prócz R_1 jeszcze P_2 (ciężar własny tej części) i Z (ciśnienie zastrzału). Te trzy siły, złożone znów zapomocą wieloboku sznurowego o tymże wierzchołku O_1 , dają wypadkową R_2 , przecinającą warstwę $II-II$ w b . Wypadkową R_2 doprowadzamy do przecięcia się z siłą P_3 w n , wyprowadzając z n wypadkową R_3 , przechodzącą przez punkt c . Wreszcie wypadkową R_3 składamy z P_4

*) Samo sklepienie bada się jednak dla obciążenia na połowie lub na $\frac{2}{3}$ sklepienia (Por. § 64.)

przy pomocy wieloboku sznurowego o wierzchołku O_2 , otrzymując ostatecznie wypadkową wszystkich sił R_4 , która przecina podstawę w d , a więc wewnątrz rdzenia przekroju

157. Obliczyć wykreslinie stałość filara (rys. 258), na którym obustronnie wspierają się sklepienia. Lewe sklepienie obciążone jest ciężarem ruchomym 400 kg/m^2 .

Obliczenie przeprowadzamy na długości $1,00 \text{ m}$ prostopadle do rysunku.

Obie połówki sklepienia dzielimy każdą na trzy części, których ciężary wynoszą:

dla sklepienia lewego:	1,8 t;	2,4 t;	3,3 t.
" " "	prawego:	3,5 t;	4,0 t;
" filara		33,0 t;	8,0 t.

W zwykły sposób (§ 63) wyznaczamy linię ciśnienia dla obu sklepień i ich oddziaływania na filar R_1 i R_2 . Składając następnie wykreslinie siły R_1 , R i ciężar własny filara, otrzymujemy wypadkową ostateczną R , która przecina podstawę w punkcie m .

Składowa pionowa wypadkowej R wynosi 63 t : podstawa $3,00 \text{ m}$. Zatem naprężenie w środku podstawy (oznaczone na rys. 258 literą s_0)

$$\sigma = \frac{63,0}{3,0} = 21 \text{ t/m}^2 = 2,1 \text{ kg/cm}^2.$$

Największe ciśnienie na grunt powstaje w punkcie a i wynosi (z wykresu):

$$\sigma_a = s_a = 3,7 \text{ kg/cm}^2.$$

C. Budowle ziemne.

§ 66. Napór (parcie) wody.

Z fizyki wiadomo, że ciśnienie (czyli parcie, napór) wody na pewną powierzchnię równe jest ciężarowi słupa wody, którego podstawą jest dana powierzchnia, a wysokością pionową odległość jej środka ciężkości od powierzchni wody. Np. ciśnienie na poziomą powierzchnię $\rho = 0,5 \text{ m}^2$ w głębokości $h = 2,40 \text{ m}$ wynosi $P = \rho hg = 0,5 \cdot 2,40 \cdot 1000 = 1200 \text{ kg}$ (gdzie $g = 1000 \text{ kg/m}^3$ jest ciężarem gat. wody).

Weźmy pod uwagę płaszczyznę ab o długości $l \text{ m}$, a szerokości 1 m , prostopadle do rysunku, sięgającą od zwierciadła aż do głębokości h (rys. 259), to środek jej znajduje się w głębokości $\frac{h}{2} \text{ m}$ pod zwierciadłem wody, a wielkość ciśnienia wody wynosi:

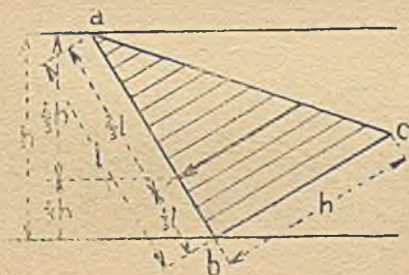
$$W = l \cdot 1 \frac{h}{2} 1000 \text{ kg} = \frac{lh}{2} 1000 \text{ kg} = \frac{lh}{2} \text{ ton} \dots 247$$

Jeśli w b przeprowadzimy ac prostopadłą do ab o długości h , to powierzchnia $\triangle abc$ wynosi $\frac{1}{2}lh$, zatem tyle, ile ciśnienie wody na ścianę ab w tonach. Poszczególne rzędne de trójkąta parcia (rys. 260) przedstawiają napór na cząstkę powierzchni w punkcie d , tj. w głębokości h' , zaś powierzchnia $defg$ napór na podwierzchnię de . Wypadkowa parcia zaś na całą ścianę zaczepia tam, gdzie wypadkowa wszystkich pasków h' , tj. przechodzi przez środek ciężkości $\triangle abc$, przecina więc podstawę $ab = l$ w odległości ukośnej $\frac{l}{3}$ od dolnego punktu b^*) i jest prostopadła do ściany ab .

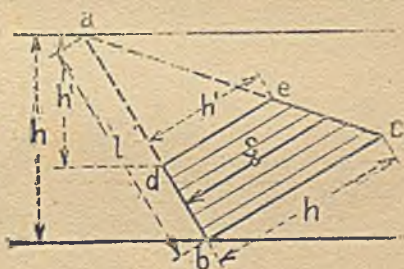
Dla ściany pionowej $l = h$, zatem napór wody wynosi:

$$W = \frac{h^2}{2} \text{ ton} \dots 248$$

zaś trójkąt parcia staje się równoramiennym prostokątnym.



Rys. 259.



Rys. 260.

Ponieważ napór wody na ścianę ab przedstawia się w postaci $\triangle abc$, zaś na część ściany ad w postaci $\triangle ade$, przeto parcie na dolną część db przedstawia trapez $dbce$ (rys. 260), a wypadkowa tego naporu przechodzi przez środek ciężkości trapezu t. i. przez S .

Jeśli mamy więc obliczyć napór wody na ścianę łamaną (rys. 242), to należy osobno obliczyć ciśnienie jej na część najwyższą (gdzie otrzymamy trójkąt naporu), osobno na części niższe (gdzie będą trapezy naporu). Dla ściany zakrzywionej najlepiej zastąpić krzywiznę poszczególnymi prosteami i obliczać parcie, jak na ścianę łamaną.

*) Więc w odległości $\frac{h}{3}$ od dna.

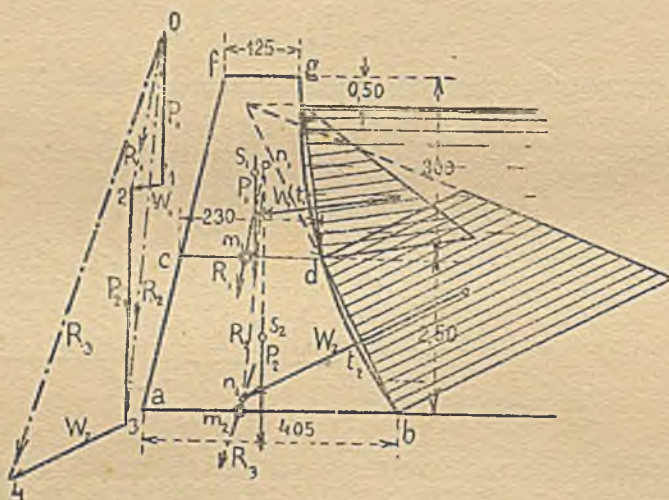
Przykłady 158–159.

158. Jak wielki napór wywiera na mur pionowy o wysokości $h = 3,5$ m woda sięgająca do korony muru. Należy je obliczyć: a) na wysokość 2,0 m poczynając od korony, b) na pozostałą dolną część muru.

a) Na górną część wynosi napór wody mierzony na 1 m długości muru:

$$W_1 = \frac{h_g^2}{2} \text{ ton} = \frac{2^2}{2} = 2 \text{ t} = 2000 \text{ kg}$$

b) Parcie na dolną część znajdziemy drogą pośrednią: obliczając napór na cały mur, a następnie odejmując odeń część przypadającą na część górną, obliczoną pod a).



Rys. 261.

Otrzymamy wtedy:

$$W_2 = \frac{1}{2} (h^2 - h_g^2) = \frac{1}{2} (3,5^2 - 2,0^2) = 4125 \text{ kg}$$

Parcie na cały mur wynosi:

$$W = W_1 + W_2 = \frac{1}{2} h^2 = 6125 \text{ kg.}$$

159. Zbadać, czy w murze przedstawionym na rys. 261 linia ciśnienia nie wychodzi z rdzenia. (Ciężar gatunkowy muru wynosi 2400 kg/m^3).

Obliczymy najpierw parcie na część górną muru ponad krawędzią cd , potem na część dolną, zastępując linię krzywą muru dwiema prostymi de i bd .

Ciężar górnej części muru $cdgf$ na 1 m długości muru wynosi:

$$P_1 = \frac{1}{2} (2,3 + 1,25) \cdot 3,0 \cdot 1,0 \cdot 2,4 = 12,8 \text{ t}$$

Ciężar dolnej części muru:

$$P_2 = \frac{1}{2} (4,05 + 2,30) \cdot 2,5 \cdot 1,0 \cdot 2,4 = 19,1 \text{ t}$$

Napór wody na część górną:

$$W_1 = \frac{1}{2} \cdot 2,51 \cdot 2,50 \cdot 1,0 \cdot 1,0 = 3,14 \text{ t}$$

Napór wody na część dolną:

$$W_2 = \frac{1}{2} (5,0 + 2,5) \cdot 2,82 \cdot 1,0 \cdot 1,0 = 10,60 \text{ t}$$

Ciężary P_1 i P_2 zaczepiają w środkach ciężkości odpowiednich części muru S_1 i S_2 ; W_1 i W_2 w punktach t_1 i t_2 odpowiednich środkom ciężkości trójkąta, względnie trapezu parcia. Składamy siłę P_1 z W_1 , otrzymując wypadkową R_1 ; przecina ona stosogę cd w punkcie m_1 , leżącym wewnątrz jądra. Następnie wypadkową R_1 przedłużamy aż do przecięcia się z siłą P_2 w punkcie n , z którego wychodzi wypadkowa R_2 sił R_1 i P_2 (czyli P_1 , W_1 i P_2); wreszcie w punkcie n_2 przecięcia sił R_2 i W_2 prowadzimy $R_2//04$, która jest wypadkową wszystkich sił P_1 , P_2 , W_2 i W_1 . Zaczepia ona również wewnątrz rdzenia (środkowej trzeciej części).

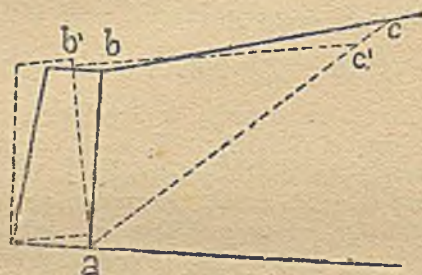
§ 67. Napór (parcie) ziemi.

W § 59 mówiliśmy, że między cząsteczkami piasku, ziemi i t. d. panuje tarcie, które sprawia, że materiały te sypane luźno, układają się w stoku, nachylonym do poziomu pod kątem zesypu (kątem tarcia) t. zw. stoku naturalnym.

Jeśli chcemy zastosować stoczystość*) większą, niż wynosi kąt tarcia, to ziemią podeprzeć musimy ścianą mурowaną t. zw. murem oporowym. Aby potrzebną grubość tegoż obliczyć, znaleźć trzeba przedewszystkiem ciśnienie, jakie ziemia na ten mur wywiera, t. zw. n a p ó r czyli p a r c i e z i e m i.

*) Stoczystością nazywamy stosunek wysokości skarpy do jej rzutu poziomego.

Do pewnego stopnia jest parcie ziemi swoim działaniem podobne do parcia wody. Pomiędzy cząstkami materiałów ziemnych występuje jednak tarcie, które sprawia, że ziemia luźno nasypana utrzymuje się już sama pod kątem zesypu do poziomu (gdy woda rozlewa się poziomo), że zatem mimo większego ciężaru gatunkowego ziemi napór jej jest zwykle mniejszy od parcia wody. Obliczeniem jego wielkości zajmiemy się obecnie. Z góry zaznaczymy tylko, że nie ma ono tej samej wartości dla wszystkich materiałów ziemnych, a nawet dla tego samego materiału zależy od stanu, w jakim ten materiał się znajduje (np. od wilgoci).



Rys. 262.

Weźmy pod uwagę mur oporowy (rys. 262). Jeśliby ściana AB poddała się, to trójkąt ziemi abc podtrzymywany nią usunąłby się po płaszczyznach ab i ac w położenie $ab'c'$ i tylko stok na prawo od ac pozostałby w równowadze. Ruchowi temu przeciwdziałałoby jednak tarcie między ziemią a murem na płaszczyźnie ab i tarcie między trójkątem usuwającym się abc , a ziemią pozostającą w równowadze w płaszczyźnie ac , t. zw. płaszczyźnie odłamu. Aby więc ruch był możliwy, musiałby ciężar klina abc pokonać oba te tarcia. Kierunek ciśnienia zatem, jakie klin wywiera na ab i ac , musi zawierać z prostopadłymi do tych powierzchni kąt zesypu (tarcia) (porównaj § 59); przyczem możemy przyjąć z wystarczającą dokładnością, że kąt tarcia między murem a ziemią (płaszczyzna ab) jest równy kątowi tarcia między ziemią, a ziemią (płaszczyzna ac .)

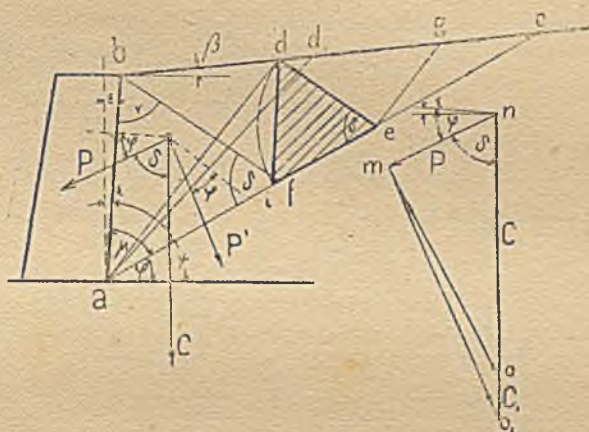
Obliczenie rachunkowe naporu ziemi jest dość żmudne, toteż zadowolimy się tylko podaniem wyników poniżej (porównaj § 79). Tutaj zaś rozważmy, jak można napór ten obliczyć wykreślić.

§ 68. Wyznaczenie płaszczyzny odłamu.

Niech na rys. 263 oznacza ac stok naturalny*), ad płaszczyzną odłamu, C ciężar ziemi abd , to napór ziemi P otrzymamy z trójkąta mno . Dla płaszczyzny odłamu ad_1 leżącej niezmiernie blisko płaszczyzny ad otrzymalibyśmy trójkąt sił mno_1 .

Nazywając C_1 ciężar części add_1 , uzyskamy proporcję:

$$\Delta abd : \Delta add_1 = C : C_1 = no : oo_1$$



Rys. 263.

Ale powierzchnie trójkątów o tej samej wysokości mają się do siebie, jak ich podstawy, więc:

$$\Delta mno : \Delta moo_1 = no : oo_1$$

a stąd:

$$\Delta abd : \Delta add_1 = \Delta mno : \Delta moo_1 \dots \dots 249$$

Wielobok sił możemy jednak wykreślić w dowolnej podziałce, a więc i w takiej, aby $mo = ad$; wtedy Δadd_1 i Δmoo_1 będą równe (w bardzo znacznym przybliżeniu), a więc z równania 249:

$$\Delta abd = \Delta mno$$

*) T. j.: stok, wedle którego utrzymałaby się w równowadze ziemia bez muru oporowego i t. p. sztucznego wzmocnienia.

§ 69. Wykreślne wyznaczenie naporu ziemi.

Odetnijmy od punktu e (rys. 263) długości $ei = ed$, to $\triangle ade$ i $\triangle ide$ mają się do siebie, jak ich podstawy, t. j.:

$$\triangle ade : \triangle ide = ae : ie = ae : de$$

Ale $\triangle ade \sim \triangle mno$, więc:

$$ae : de = no : mn = C : P,$$

a stąd $\triangle ade : \triangle ide = C : P$

Powierzchnia $\triangle ade$, jako równa powierzchni $\triangle abd$, pomnożona przez ciężar gatunkowy ziemi g , przedstawia całkowity ciężar ziemi (liczony na szerokość 1 m prostopadle do rysunku), która w razie naruszenia równowagi przesunie się, więc:

$$C = \triangle ade \cdot 1 \cdot g \quad . \quad . \quad 251$$

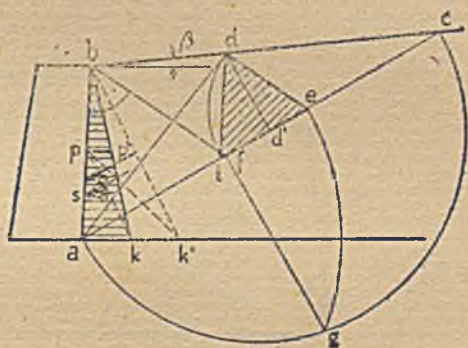
a stąd napór ziemi na ścianę ab :

$$P = \triangle ide \cdot 1 \cdot g \quad . \quad . \quad 252$$

Czyli: aby otrzymać całkowite parcie ziemi na mur ab na długości muru (prostopadle do rysunku) 1 m, należy pomnożyć $\triangle ide$ (przez 1 m, oraz) przez ciężar gatunkowy ziemi. Trójkąt ten nazywamy trójkątem parcia (naporu).

Trójkąt parcia nie daje nam wprost rozkładu naporu na ścianę ab , który przecież rozkłada się na całą jej wysokość. Musimy więc $\triangle ide$ zamienić na $\triangle abk$ o tej samej powierzchni, ale o jednym boku równym ab (rys. 264). Wykreślnie znajdziemy ten trójkąt abk , odmierzając $ak' = ie$ i prowadząc następnie poziomą pp' w odległości dd' od podstawy; wtedy $\triangle ak'p = \triangle ide$. Prowadząc teraz $pk // bk'$, otrzymamy ak jako podstawę trójkąta abk ($= \triangle ide$), którego rzędne poziome dają wprost rozkład parcia na ścianę ab . Np. rzędna pp' pomnożona przez ciężar gatunkowy ziemi, przedstawia wielkość naporu w punkcie p .

Podobnie, jak przy parciu wody (§ 66) otrzymamy napór ziemi na część ściany, np. bp , równy iloczynowi powierzchni

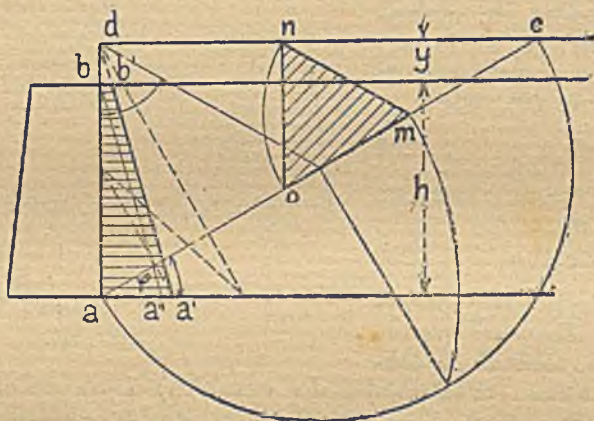


Rys. 264.

bpp' przez ciężar gatunkowy ziemi, zaś napór na pa równy powierzchni $app'k$ (pomnożony przez ciężar gatunkowy ziemi).

Dla znalezienia punktu zaczepienia wypadkowej prowadzimy przez środek ciężkości powierzchni naporu (trójkąta względnie trapezu) poziomą, a punkt, w którym ta pozioma przecina ścianę, będzie punktem zaczepienia wypadkowej. Np. środkiem ciężkości trapezu $app'k$ jest S , więc napór na część ściany ap zaczepia w punkcie s . Napór na całą ścianę ab zaczepia więc w $\frac{1}{3}$ wysokości ściany.

Dla innego kąta nachylenia ściany do pionu ε , dostaniemy inny trójkąt parcia. Jeśli zatem ściana tylna muru jest łamana, to dla każdego jej pochylenia musimy znaleźć parcie osobno (porównaj rys. 274).



Rys. 265.

Jeśli naziom*) jest obciążony ciężarem jednostajnie rozłożonym p kg/m², to napór na mur wzrasta. Dla znalezienia go, zamieniamy obciążenie na warstwę ziemi o grubości

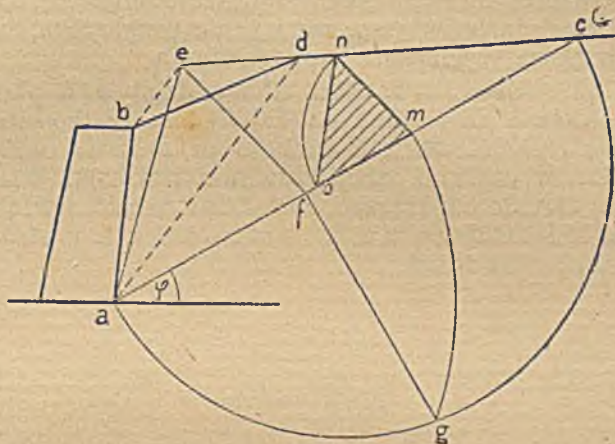
$y = \frac{p}{g}$, gdzie g jest ciężarem gatunkowym ziemi (porównaj

§ 63), i przeprowadzamy wyżej podaną konstrukcję dla ściany ad , t. j., jak gdyby naziomem była płaszczyzna dc . Z otrzymanego w ten sposób trójkąta ada' będzie trapez $abb'a'$ trapezem parcia na ścianę ab . Możemy też ten trapez

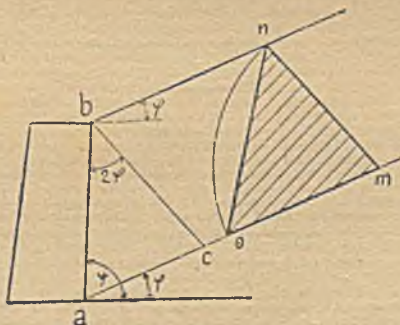
*) Naziomem nazywamy powierzchnię ziemi bc (rys. 265 i nast).

znaleść inaczej: Znajdujemy trójkąt parcia aba'' (rys. 265) na ścianę ab w zwykły sposób, zaś z punktu d prowadzimy $a'd//a''b$. Trapez $abb'a'$ będzie trapezem parcia.

Dla naziomu załamane (bdc rys. 266) zamieniamy trójkąt abd na inny acd , równy mu wielkością, o wierzchołku e , leżącym w przedłużeniu naziomu cd (prowadzimy $bc//ad$) i obliczamy napór w znany sposób na ścianę ab .



Rys. 266.



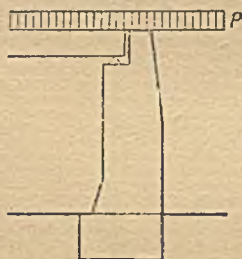
Rys. 267.

Dla naziomu nachylonego pod kątem tarcia do poziomemu, otrzymamy trójkąt parcia, rysując kierującą bc , oraz $mn//bc$, a następnie odcinając $mo = mn$. Trójkąt mno jest trójkątem parcia (rys. 267).

§ 70. Obliczanie przyczółków mostowych.

Przyczółki mostów i t. p. konstrukcji dźwigają z jednej strony właściwą konstrukcję (most żelazny, sklepienie i t. p.; z drugiej strony działa na nie napór ziemi. Konstrukcja właściwa może cisnąć na przyczółek pionowo (mosty żelazne, drewniane, czy żelbetowe. skonstruowane, jako belki proste), albo też ukośnie (sklepienia). Obliczać zawsze należy przyczółek na najniekorzystniejsze obciążenie, t. j. takie, które wywołuje największe obciążenie przyczółka, ewentualnie największe wychylenie linii ciśnienia.

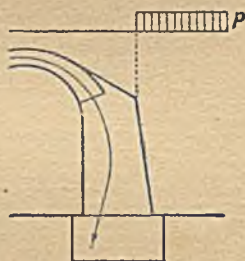
W pierwszym wypadku (dla oddziaływań pionowych) należy obliczać przyczółek na największe (całkowite) obciążenie konstrukcji ciężarem ruchomym, oraz na naziom poza przyczółkiem również obciążony por. rys. 268; wtedy uzyskuje się zwykle największe obciążenie, oraz największe wychylenie linii ciśnienia ku konstrukcji, t. j. stronę przeciwną naporowi ziemi.



Rys. 268.



Rys. 269.



Rys. 270.

Rzadko oblicza się taki przyczółek na wypadek, gdy konstrukcja nie jest jeszcze ustawiona na przyczółku, a przyczółek jest zasypywany ziemią.

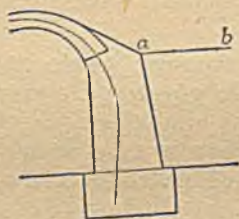
W wypadku drugim, t. j. przy badaniu przyczółków, na których wspiera się sklepienie, trzeba pamiętać, że dla uzyskania największego parcia ziemi należy naziom obciążyć, dla uzyskania najmniejszego parcia, należy go nie obciążać. Dlatego bada się zazwyczaj taki przyczółek:

a) Dla sklepienia obciążonego całkowicie, zaś dla przyczółka nieobciążonego; wtedy linja ciśnienia wychyla się możliwie najdalej od sklepienia por. rys. 269;

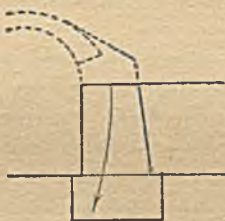
b) Dla sklepienia nieobciążonego, zaś dla przyczółka obciążonego (por. rys. 270); wtedy linja ciśnienia przysunie się możliwie blisko w stronę do sklepienia;

c) Jeżeli możliwe jest, że przyczółek w trakcie budowy może być zasypany ziemią, a sklepienie nie będzie jeszcze pokryte nadsypką, to należałoby też przeliczyć przyczółek dla ciężaru własnego samego sklepienia (bez uwzględnienia nadsypki. Przyczółek może wtedy być jednak zasypany tylko do swej wysokości, więc i parcie ziemi należałoby w takim razie obliczać tylko dla wysokości przyczółka, t. j. dla naziomu leżącego w wysokości (por. rys. 271). O ile naziom ten mógłby być obciążony, np. maszynami, materiałami i t. d., należy to uwzględnić wedle fig. 265;

d) Zdarzyć się wreszcie może, zresztą rzadko, że przyczółek będzie zasypany ziemią przed wzniesieniem sklepienia (por. rys. 272). W tym wypadku należałoby zbadać



Rys. 271.



Rys. 272.



Rys. 273.

na parcie ziemi sam przyczółek z naziomem obciążonym, jak w poprzednim wypadku, podobnie, jak bada się mury oporowe.

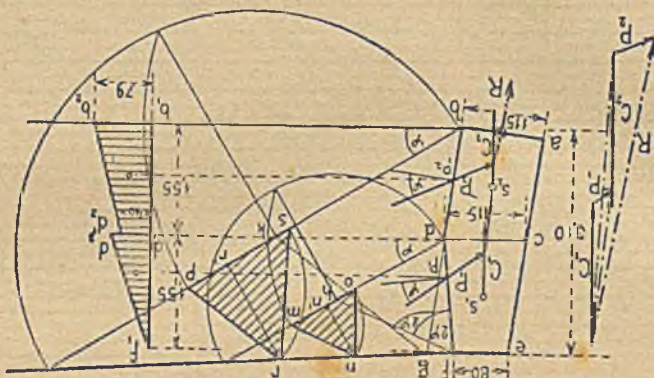
e) Jeżeli przeciwnie, sklepienie będzie wykonane przed zasypaniem przyczółka, to zachodzi czasem, przy nieszerokich przyczółkach, potrzeba obliczenia przyczółka tylko na parcie ciężaru własnego sklepienia bez uwzględnienia parcia ziemi (por. rys. 273).

Te ostatnie wypadki zdarzają się stosunkowo rzadko tak, że zwykle obliczamy sklepienia tylko na obciążenia a) b), rzadziej na c) i e).

Na rysunkach 269—273 podany jest również kierunek, w którym przebiega linja ciśnienia.

Przykłady 160—161.

160. Z badać stałość (stateczność) muru oporowego przedstawionego na rys. 274, jeżeli ciężar gatunkowy muru wynosi 2500 kg/m^3 , ciężar gat. ziemi 1800 kg/m^3 , zaś kąt $\varphi = 30^\circ$.



Rys. 274.

Ponieważ tylna ściana muru jest łamana, przeto musimy znaleźć osobno napór ziemi na część górną df , osobno na część dolną bd . Wedle § 67 wyznaczamy dla kierującej fh , nachylonej pod $\sphericalangle 2\varphi$ do ściany df trójkąt parcia mno , którego powierzchnia wynosi: $mno = \frac{1}{2} om \cdot nn' = \frac{1}{2} \cdot 1,01 \cdot 0,84 = 0,42 \text{ m}^2$. Dla znalezienia parcia na ścianę dolną bd przedłużamy ścianę bd aż do punktu g , z którego kreślimy kierującą gk , a odpowiedni trójkąt parcia prs przedstawia napór na bg . Powierzchnia $\triangle prs$ wynosi $\frac{1}{2} 1,62 \cdot 1,50 = 1,22 \text{ m}^2$. Aby wyznaczyć parcie na część dolną bd , musimy zamienić ten trójkąt na równy mu powierzchnią, ale o równej wysokości muru t. j. 3,10 m. Podstawa tego trójkąta musi wynosić zatem:

$$b = \frac{2 \cdot 1 \cdot 22}{3,10} = 0,79 \text{ cm} = b_1 h_2.$$

Zamiast odnosić trójkąt parcia bezpośrednio przy murze, odsunęliśmy go dla wyraźności rysunku. Na bd działa tylko część naporu poniżej poziomu d , t. j. trapez $b_1 b_2 d_1 d_2'$ o powierzchni:

$$b_1 b_2 d_1 d_2' = \frac{1}{2} (0,40 + 0,79) \cdot 1,55 = 0,92 \text{ m}^2.$$

Parcie ziemi wynosi zatem:

$$\text{na część muru górną } df: P_1 = 0,42 \cdot 1800 = 760 \text{ kg.}$$

$$\text{" " " " } bd: P_2 = 0,92 \cdot 1800 = 1460 \text{ kg.}$$

Ciężar własny muru:

$$\text{części górnej: } C_1 = \frac{0,80 \times 1,15}{2} \cdot 1,55 \cdot 2500 = 3800 \text{ kg.}$$

$$\text{części dolnej: } C_2 = \frac{1,15}{2} \cdot 1,55 \cdot 2500 = 4500 \text{ kg.}$$

Ciężary C_1 i C_2 zaczepiają w środkach ciężkości odpowiednich powierzchni; zaś ciężary P_1 i P_2 w punktach p_1 , wzgl. p_2 , leżących na tej samej wysokości, co środki ciężkości odpowiednich figur $f_1 d_1 d_2$, względnie $b_1 b_2 d_1 d_2$.

Złożywszy wykreślnie ciężary: P_1, P_2, C_1, C_2 , otrzymujemy linię ciśnienia R , która przecina podstawę muru w środku. Równowaga tegoż jest zapewniona.

161. Sklepienie o rozpiętości 4,00 m, a strzałce 0,85 m (rys. 275 na tablicy) obciążone jest jednostajnie ciężarem własnym i nadsypką. Należy obliczyć czy przyczółek, o wymiarach podanych na rysunku, posiada do stateczną wytrzymałość i czy ciśnienie na grunt nie przekracza granicy dozwolonej 3 kg/cm². Ciężar muru 2,2 t/m³, ziemi 1,6 t/m³, $\varphi = 30^\circ$.

Wytrzymałość samego sklepienia należy sprawdzić wedle § 63. Tu jednakowoż ograniczymy się tylko na znalezieniu parcia sklepienia na przyczółek R_2 .

W tym celu dzielimy (wedle § 63) sklepienie na 5 parców o szerokości po 0,40 m i znajdujemy ich ciężary*).

Wynoszą one:

$$P_1 = 1,2 \text{ t}, \quad P_2 = 1,3 \text{ t}, \quad P_3 = 1,4 \text{ t}, \quad P_4 = 1,6 \text{ t}, \quad P_5 = 1,8 \text{ t}.$$

Przyjmując biegun O_1 , wykreślamy wielobok sznurowy 123456 i znajdziemy wypadkową R_1 ciężarów $P_1 \dots P_5$. Wypadkowa ta pozostaje w równowadze z parciem poziomem H , oraz z oddziaływaniem na przyczółku R_2 . Jeżeli więc przez środek sklepienia w kluczu o , poprowadzimy poziomą oo_1 do przecięcia z wypadkową R_1 , to linja $o_1 o_2$, łącząca o_1 ze środkiem sklepienia na podporze o_2 , określa kierunek oddziaływania R_2 , którego wielkość znajdziemy w wieloboku sił $R_2 = mO$.

Na górną część przyczółka działają ciężary pionowe: $P_6 = 4,5$ t nadsypki na przestrzeni $auwz$ i $P_7 = 6,4$ t części przyczółka $bb_1 ua$, oraz parcie ukośne ziemi na część ab . Na

*) $w'w'_0$ jest sprowadzoną linią obciążenia.

część *au* działa tylko ciężar pionowy, gdyż kąt nachylenia tej części do poziomu jest mniejszy od kąta tarcia.

Dla oszczędności miejsca nie wykonywamy wykresu parcia na część muru *ab* lub *ac*, ale tylko na przedłużenie jej $a_1'a_0$ o wysokości 2,00 m. Znaleziony dla tej ściany trójkąt parcia zamieniamy $a''_1 a_0 a'$, zaś linię $a_0 a$, przedłużoną do *b'* względnie do *c'* określa wielkość parcia na część ściany *ab*

$$(Z_1 = \frac{0,8 + 1,5}{2} \cdot 1,65 \cdot 1,6 = 3,0 \text{ t}), \text{ wzgl. na } bc \ (Z_2 = \frac{1,5 + 2,0}{2} \times \\ \times 1,25 \cdot 1,6 = 3,5 \text{ t}).$$

Dla znalezienia położenia linii ciśnienia w szwie bb_1 składamy R_2 z P_0 , następnie P_7 z Z_1 , a wypadkową tych wszystkich sił R_3 (linja „kreska-kropka”) przecina szew bb_1 w punkcie *s*, (jeszcze wewnątrz rdzenia).

Następnie składamy siłę R_3 z P_8 , a ich wypadkową z Z_2 , otrzymując znów punkt linii ciśnienia s_2 dla wypadkowej $R_4 = p\bar{O}$.

Parcie ziemi na ścianę pionową fundamentu $c''d$ znajdujemy zapomocą zwykłej konstrukcji, otrzymując trójkąt parcia $mnt = c''dd'$. Linię $c''d$ przedłużamy do d_0 i prowadzimy $d_0 d'' // c''d'$. Wtedy trapezem parcia na $c''d$ będzie $c''d'dc''$, a wielkością tegoż $Z_3 = \frac{1}{2} (1,6 + 1,9) \cdot 1,00 \cdot 1,6 = 2,0 \text{ t}$.

Składamy teraz wypadkową R_4 z Z_3 , otrzymując wypadkową R_4^0 (wyciągniętą linią pełną), a tę wypadkową ostatecznie z ciężarem $P_9 = 4,8 \text{ t}$ fundamentu zapomocą wieloboku sił o biegunie *O'* i wieloboku sznurowego, którego linje *I, II, III* są wyciągnięte linjami kreskowanymi. Wypadkowa R_5 przecina podstawę w s_3 .

Naprężenia w szwie *cc* znaleźliśmy na rys. *c*. Siłą prostopadłą do przekroju będzie tu składowa pionowa siły R_4 , t. j. $R'_4 = rO = 26,2 \text{ t}$. Naprężenie w środku przekroju wynosi

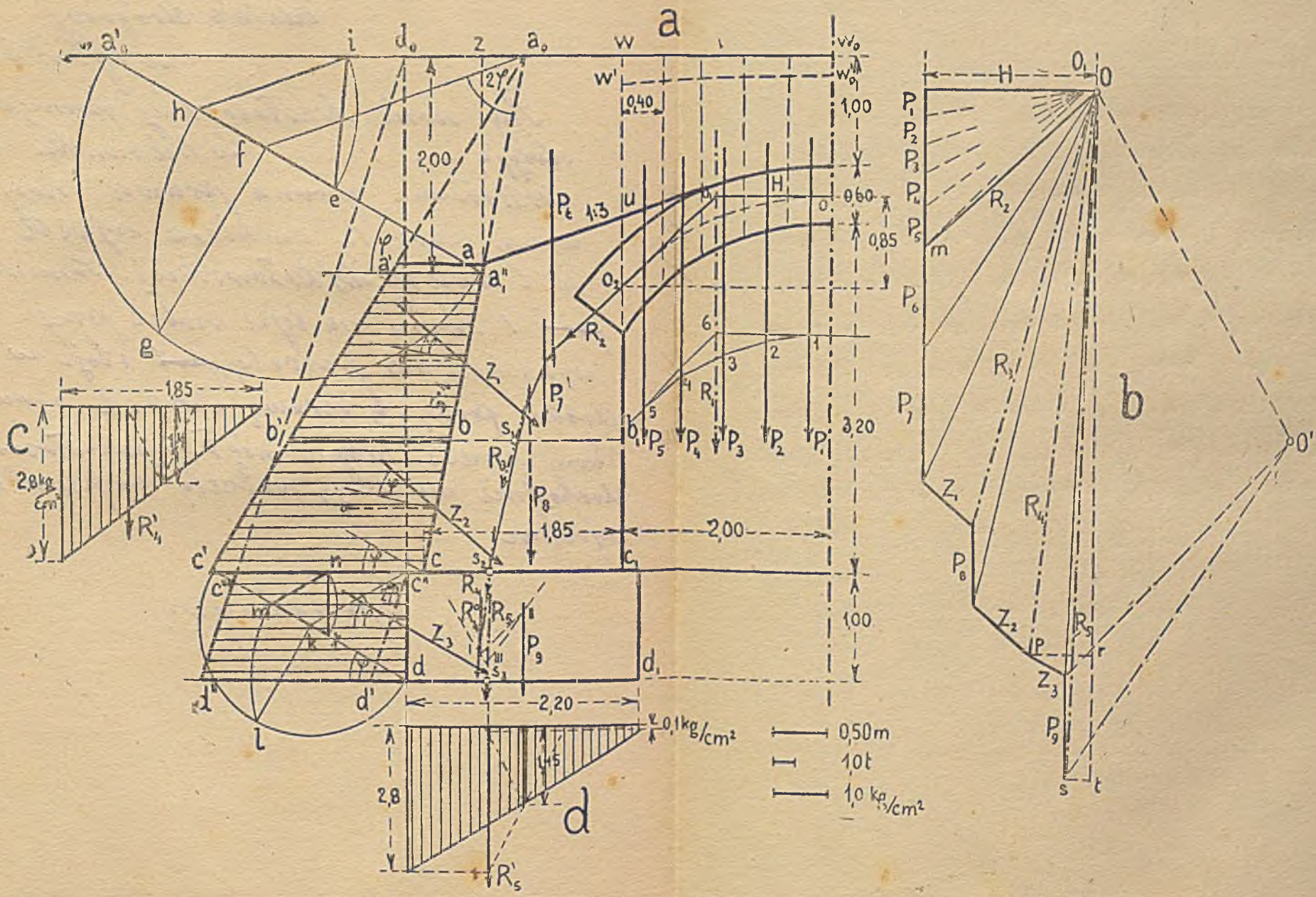
$$\sigma_c = \frac{26260}{100 \cdot 185} = 1,5 \text{ kg/cm}^2, \text{ zatem najw. } \sigma_c = 2,8 \text{ kg/cm}^2 \\ (\text{z wykresu}).$$

Ciśnienie na grunt wyznaczyliśmy na rys. *d*. Całkowita siła pionowa: $R'_5 = tO = 32,0 \text{ t}$, a więc ciśnienie w środku

$$\text{przekroju: } \sigma_a = \frac{32000}{100 \cdot 220} = 1,45 \text{ kg/m}^2, \text{ zaś najw. ciśnienie zna-}$$

lezione wykreślić najw. $\sigma_a = 2,8 \text{ kg/cm}^2$.

Napór ziemi na ścianę $c_1 d_1$ jest tak mały, że możemy je zupełnie pominąć.



Rys. 275.

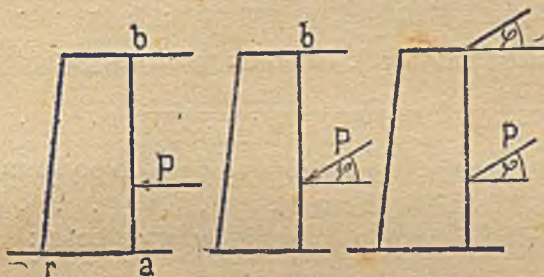
§ 71. Wzory rachunkowe na napór ziemi na ścianę pionową.

Wyżej (§ 67) wspomniałem, że wyprowadzenie wzorów rachunkowych na napór ziemi jest dość żmudne. Ograniczam się tu przeto do podania samych wzorów do poszczególnych wypadków (dla ściany pionowej).

1. Ściana pionowa gładka, naziem poziomy. Przy ścianie zupełnie gładkiej nie wystąpiłoby wcale tarcie, wskutek którego zmniejsza się napór ziemi. Napór działa wtedy prostopadłe do ściany, podobnie jak napór wody, więc przy ścianie pionowej poziomo (rys. 276). Jest to zatem wypadek najniekorzystniejszy, a uwzględniać możemy go wtedy, gdy tarcie jest rzeczywiście bardzo małe, np. gdy ziemia przesiąknięta jest wodą.

Wtedy całkowite parcie na ścianę o wysokości h :

$$P = \frac{1}{2} gh^2 tg^2 \left(45 - \frac{\varphi}{2} \right) 253$$



Rys. 276, 277 i 278.

2. Ściana pionowa, naziem poziomy (rys. 277). Dla kąta tarcia między ziemią a murem, oraz między ziemią a ziemią φ , otrzymujemy:

$$P = \frac{1}{2} gh^2 \frac{\cos \varphi}{(1 + \sqrt{2 \sin \varphi})^2} 254$$

Składowa pozioma parcia P :

$$l_h = P \cos \varphi = \frac{1}{2} gl^2 \frac{\cos^2 \varphi}{(1 + \sqrt{2 \sin \varphi})^2} 254a$$

Wartości otrzymane z wzorów 253 i 254 różnią się stosunkowo bardzo mało od siebie; obliczenie parcia ziemi zresztą nigdy nie może być zupełnie dokładne. Zgadzać się przeto z góry na błąd, leżący zresztą w granicach zupełnie dopuszczalnych, możemy parcie obliczać zawsze z wzoru przybliżonego $P = \frac{1}{2} gh^2 tg^2 \left(45 - \frac{\varphi}{2} \right)$, przyjmując jednak to parcie jako nachylone do ściany pod kątem tarcia.

3. Ściana pionowa, naziom nachylony do poziomu pod kątem tarcia φ (rys. 278).

$$P = \frac{gh^2}{2} \cos \varphi \dots\dots\dots 255$$

W innych wypadkach o wiele prędzej dojdziemy do celu drogą wykreślną.

Parcie dla przypadków 1—3 zaczepia w $\frac{1}{3}$ wysokości muru:

$$n = \frac{1}{3} h \dots\dots\dots 256$$

Gdzie n jest odległością od podstawy muru do punktu zaczepienia wypadkowej P .

4. Dla ciężaru ruchomego p spoczywającego na naziomie należy w wzorach 253—255 pozostawić wartość ph zamiast $\frac{1}{2} gh^2$. Otrzymamy wtedy:

dla ściany pionowej gładkiej, naziomu poziomego:

$$P = ph \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\varphi}{2} \right) \dots\dots\dots 257$$

dla ściany pionowej, naziomu poziomego:

$$P = ph \frac{\cos \varphi}{(1 + \sqrt{2 \sin \varphi})^2} \dots\dots\dots 258$$

dla ściany pionowej naziomu pochyłego do poziomu pod $\angle \varphi$:

$$P = ph \cos \varphi \dots\dots\dots 259$$

Parcie dla ciężaru p zaczepia w wysokości:

$$n = \frac{h}{2} \dots\dots\dots 260$$

Obliczając odrazu cały napór ziemi z uwzględnieniem obciążenia, otrzymamy następujące wzory:

Dla wypadku 1:

$$P = \frac{1}{2} \left(g + \frac{2p}{h} \right) h^2 \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\varphi}{2} \right) \dots\dots\dots 261$$

Dla wypadku 2:

$$P = \frac{1}{2} \left(g + \frac{2p}{h} \right) h^2 \frac{\cos \varphi}{(1 + \sqrt{2 \sin \varphi})^2} \dots\dots\dots 262$$

Dla wypadku 3:

$$P = \frac{1}{2} \left(g + \frac{2p}{h} \right) h^2 \cos \varphi \dots\dots\dots 263$$

Napór ten zaczepia w wysokości od podstawy:

$$n = \frac{h}{3} \frac{3p + hg}{2p + hg} \dots\dots\dots 264$$

Przykłady 162—165.

162. Obliczyć napór ziemi na mur o wysokości 2,50 m, jeżeli $g = 1800 \text{ kg/m}^3$, $\varphi = 30^\circ$.

Wedle wzoru 253:

$$P = \frac{1}{2} g h^2 t g^2 \left(45 - \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{1}{2} \cdot 1800 \cdot 2,5^2 \cdot 0,577^2 = 1850 \text{ kg.}$$

Natomiast wedle wzoru 254:

$$P = \frac{1}{2} g h^2 \frac{\cos \varphi}{(1 + \sqrt{2} \sin \varphi)^2} = \frac{1}{2} 1800 \cdot 2,5^2 \frac{0,866}{(1 + \sqrt{2} \cdot 0,5)^2} = 1670 \text{ kg.}$$

Różnica wynosi zatem około 10%, przyczem wzór 253 daje wyniki większe. Przyjmując zatem wielkość parcia wedle niego, uzyskujemy nieco większą pewność.

Parcie to zaczepia w wysokości $n = \frac{h}{3} = 0,87 \text{ m}$ od podstawy.

163. Obliczyć napór ziemi dla wypadku, jak w przykładzie 162, jeżeli jednak naziom' nachylony jest do poziomu pod $\angle \varphi = 30^\circ$.

$$P = \frac{g h^2}{2} \cos \varphi = \frac{1}{2} 1800 \cdot 2,6^2 \cdot 0,866 = 4870 \text{ kg.}$$

Jak widzimy, napór w tym wypadku jest o wiele większy. Ponieważ zaś naziom nie może być nachylony pod kątem większym, niż kąt tarcia, przeto dla terenu nieobciążonego jest to zarazem największe parcie, jakie może wogóle wystąpić.

164. Naziom, jak w przykładzie 162, obciążony jest ciężarem ruchomym $p = 300 \text{ kg/m}^2$. Obliczyć napór ziemi dla obciążenia ruchomego.

Wedle wzoru 256:

$$P_1 = p h t g^2 \left(45 - \frac{\varphi}{2} \right) = 300 \cdot 2,5 \cdot 0,577^2 = 250 \text{ kg.}$$

Wedle wzoru 257:

$$P_1 = p h \frac{\cos \varphi}{(1 + \sqrt{2} \sin \varphi)^2} = 300 \cdot 2,5 \frac{0,855}{(1 + \sqrt{2} \cdot 0,5)^2} = 225 \text{ kg.}$$

165. Obliczyć napór ziemi dla wypadku, jak 162, a naziomu obciążonego ciężarem ruchomym $p = 300 \text{ kg/m}^2$.

Wedle wzoru 255 i 258:

$$P = \left(\frac{g h^2}{2} + p h \right) \cos \varphi = \left(\frac{g h}{2} + p \right) h \cos \varphi = \left(\frac{1800}{2} \cdot 2,5 + 300 \right) \cdot$$

$2,5 \cdot 0,66 = 5500 \text{ kg.}$

Parcie to zaczepia w odległości od podstawy:

$$n = \frac{2,50 \cdot 3 \cdot 300 + 2,50 \cdot 1800}{3 \cdot 2 \cdot 300 + 2,50 \cdot 1800} = 0,88 \text{ m.}$$

§ 72 Mury oporowe.

Mury oporowe, mające za zadanie podtrzymać ziemię w stromem nachyleniu, pozostają pod działaniem jej naporu. Napór ten stara się: a) przesunąć górną część muru po dolnej (na zewnątrz) w tej stosudze, w której zostanie przewyciężone tarcie; b) przesunąć cały mur z fundamentem nazewnątrz, (o ile zostanie przewyciężone tarcie między murem a ziemią); c) obrócić mur około punktu r (rys. 276) nazewnątrz. Jeżeli mur ma wypełnić w zupełności swoje zadanie podtrzymania ziemi, to muszą spełnić się następujące warunki (porównaj §§ 63 i 65):

1. Linja ciśnienia (wypadkowa z ciężaru własnego, parcia ziemi i innych obciążeń) nie powinna wyjść ze środkowej trzeciej części przekroju, jeżeli nie chcemy dopuścić rozciągania; względnie nie powinna zbliżyć się do krawędzi bliżej niż na $\frac{1}{6}$ (względnie $\frac{1}{6}$) szerokości odpowiedniego szwu (porównaj str. 217). To samo dotyczy też podstawy, i jeżeli to jest tylko możliwe, powinniśmy się starać w podstawie zamknąć ją w środkowej trzeciej części; w przeciwnym bowiem razie część podstawy muru nie działa, a więc jest zbyteczna, a materiał jest na nią użyty nieproduktywnie.

2. Naprężenia nie powinny przekraczać granicy dopuszczalnej.

3. Linja ciśnienia nie powinna odchyłać się od prostopadłej do szwu, więcej niż na kąt tarcia φ .

Często w prostych wypadkach, największe naprężenie i największa odchyłka występuje u podstawy muru; wtedy wystarczy tylko tam zbadać stałość muru. Nieraz jednakowoż (np. przy przyczółkach przepustów sklepionych i t. d.) największa odchyłka linii ciśnienia od osi występuje w innej wysokości i dlatego najczęściej dzielimy mur na poszczególne części; dla każdej z nich wyznaczamy wypadkową sił działających na nią i jej ciężaru własnego (t. j. linję ciśnienia) i badamy naprężenia w paru przekrojach muru.

Grubość muru wzrasta zwykle ku dołowi odpowiednio do zwiększającego się ciężaru własnego i (głównie) parcia ziemi. Najczęściej grubość muru u góry wynosi 0,40—0,60 m, zaś zgrubienie wykonujemy w ten sposób, że pochylamy ku przodowi ścianę przednią cd , zaś tylną ab przeprowadzamy pionowo. Pochylenie ściany przedniej wynosi zwykle 5:1 lub 6:1 dla murów na zaprawie, zaś 3:1 lub 2:1 dla murów suchych (bez zaprawy). Mur ma wtedy kształt trapezowaty (rys. 279).

Często ścinamy też ścianę tylną muru wedle rys. 280. Mur o tym przekroju nazywamy murem trapezowym podciętym. Obliczenie następuje oczywiście wedle tych zasad. Również kształt wedle rys. 281, daje wielką oszczędność materiału.



Rys. 279—283.

Mur wedle rys. 282, używany jest rzadko, zaś wedle rys. 283 tylko wtedy, gdy chodzi o uzyskanie przedniej ściany pionowej; wymaga bowiem większej ilości materiału niż mur wedle rys. 279 lub 280.

§ 73. Fundamenty.

Każda budowla inżynierska przenosi ostatecznie siły na nią działające, na ziemię. Tę zaś część budowli, która bezpośrednio wspiera się na ziemi, nazywamy fundamentem danej budowli, gdyż na nim spoczywają wszystkie jej części.

Rodzaj i wielkość fundamentu, zależy w pierwszym rzędzie od jakości gruntu. Wedle przepisów Ministerstwa Robót Publicznych, należy z reguły zbadać rodzaj i wytrzymałość tegoż przez sondowanie lub próbne bicie pali; w razach ważniejszych zaś także przez odpowiednie próby obciążenie, aż do wartości spodziewanych ciśnień skrajnych w fundamencie; wogóle można zaś dopuścić najwyżej następujące obciążenie jednostkowe gruntu:

Nasypy — do $0,5 \text{ kg/m}^2$.

Warstwy ziemne osadowe o zmiennej grubości, miętki piasek bardzo wilgotny, lecz stały, zabezpieczony przeciw podmyciu — do $1,5 \text{ kg/m}^2$.

Gлина, ił, piasek ilasty niezbyt wilgotny — do $1,5 \text{ kg/m}^2$.

Ił zbity, suchy piasek ostry, zabezpieczony przeciw podmyciu — do 4 kg/m^2 .

Żwir zbity, gruby piasek zabezpieczony przeciw podmyciu — do 6 kg/m^2 .

Skała miękka. . . . do 5 kg/cm ²	} jednak nie wyżej niż do połowy wytrzymałości kosztowej odpow. materiału.
„ średnio-twarda do 10 „	
„ bardzo twarda do 30 „	

Warstwy znajdujące się w większej głębokości dźwigają w normalnych warunkach większy ciężar, niż warstwy takiego samego materiału, ale znajdujące się płycej; również dają one większą gwarancję, że pod obciążeniem nie poddadzą się w kierunku tak pionowym jak i bocznym. Dlatego też przy zakładaniu fundamentu w znacznej głębokości, można zwiększyć naprężenie dopuszczalne gruntu, o wielkość równą ciśnieniu warstw górnych na dno fundamentu.

Zadaniem fundamentu jest: przenieść ciężar budowli na grunt w ten sposób, aby ciśnienie jednostkowe na grunt nie przekroczyło granicy dopuszczalnej, oraz, aby to ciśnienie było rozłożone możliwie jednostajnie. Ziemia bowiem poddaje się pod ciśnieniem, a budowla wskutek tego osiada się. Jest to rzeczą normalną i naturalną i uniknąć tego nie można, chyba, gdy fundament opiera się na skale. Jeżeli ciśnienie będzie jednak rozłożone jednostajnie, np. jeżeli wszędzie wynosić będzie 2,5 kg/cm², to budowla osiadać się będzie również jednostajnie. Jeżeli jednak część budowli wywierać będzie na grunt ciśnienie np. 2,5 kg/cm², zaś inna część tej samej budowli na ten sam grunt 1,0 kg/cm², to w pierwszym miejscu grunt podda się więcej, w drugim mniej, a stąd wystąpią rysy i pęknięcia, które, jeżeli nawet nie zawsze są niebezpieczne, to zawsze są nieprzyjemne i niemiłe.

Zazwyczaj dla osiągnięcia pożądanego ciśnienia na grunt, rozszerzamy odpowiednio podstawę. Jeżeli więc np. w jednej i tej samej budowli mamy przenieść na grunt ciężar dwu słupów o wielkości $P_1 = 20$ ton, oraz $P_2 = 35$ ton, a naprężenie dopuszczalne na grunt wynosi 2,5 kg/cm², to odpowiednie wielkości fundamentów wynoszą:

$$f_1 = \frac{25000}{2,5} = 10000 \text{ cm}^2 \qquad f_2 = \frac{20000}{2,5} = 8000 \text{ cm}^2$$

Jeżelibyśmy zastosowali fundamenty o wielkościach np. $f_1 = 10000 \text{ cm}^2$, zaś $f_2 = 20000 \text{ cm}^2$, to ciśnienie na grunt dla pierwszego słupa wynosiłoby $\sigma'_g = \frac{25000}{10000} = 2,5 \text{ kg/cm}^2$, zaś dla drugiego $\sigma''_g = \frac{20000}{20000} = 1,0 \text{ kg/cm}^2$; w obu wypadkach ciśnienie byłoby mniejsze od dopuszczalnego; niemniej fundament nie byłby założony dobrze, gdyż słup pierwszy osiadłby więcej od drugiego.

W najgorszym położeniu będą budowle, które zakładać trzeba na gruncie niejednostajnym, np. z gniazdami mniej wytrzymałego materiału, gdzie projekt fundamentu należy wykonać ze szczególną troskliwością.

Przeważna część budowli lądowych (np. domy mieszkalne) oblicza się na ciężar własny konstrukcji, murów itd., oraz na ciężar użytkowy (zmienny). Ciężar własny przyjmuje się wedle rzeczywistej wagi materiałów i dlatego zgodny jest on dość ściśle z rzeczywistością. Natomiast ciężar użytkowy (zmienny, ruchomy) przyjmuje się prawie zawsze w pewnych okrągłych wielkościach, zwykle znacznie wyższych, niż wielkości rzeczywicie występujące. Jest to konieczne np. przy obliczeniu wytrzymałości belek stropowych i t. p. obciążeń, gdyż obciążenie takie w poszczególnych wypadkach, może wystąpić rzeczywiście. Jest jednak nieprawdopodobne, aby w budynku kilkupiętrowym obciążenie to wystąpiło równocześnie we wszystkich piętrach. Dlatego też przy obliczeniu fundamentów, gdy chodzi o uzyskanie możliwie jednostajnego ciśnienia na grunt przy obciążeniu możliwie zbliżonem do prawdy, polecają przepisy Ministerstwa Robót Publicznych zredukować obciążenie ruchome w sposób następujący: W najwyższym piętrze należy przyjąć pełną wartość najniekorzystniejszego obciążenia ruchomego, w następnych piętrach zaś obniżyć je kolejno o 10%, 20% i t. d. Redukcja taka dojść jednak może najwyżej do 60% całkowitego obciążenia pożytecznego, poczem stale należy tę wartość wciągać w rachunek. Jeżeli np. obciążenie ruchome wynosi $p = 200 \text{ kg/cm}^2$ (domy mieszkalne), to dla obliczenia fundamentów sześciopiętrowego domu należy przyjąć w najwyższym, tj. (szóstym) piętrze $p = 200 \text{ kg/cm}^2$, w następnym (piątym) $p = 180 \text{ kg/cm}^2$, w czwartym $p = 160 \text{ kg/cm}^2$, w trzecim $p = 140 \text{ kg/cm}^2$, w drugim $p = 120 \text{ kg/cm}^2$, (co czyni 60% całkowitego obciążenia $p = 200 \text{ kg/cm}^2$), w pierwszym piętrze i w parterze także po 120 kg/m^2 . Przez takie obliczenie uzyskujemy oszczędność w fundamencie i zbliżamy się do rzeczywistości, a przez to uzyskujemy także bardziej jednostajny rozkład ciśnienia na grunt przy faktycznym obciążeniu.

Potrzebna powierzchnia fundamentu wynosi:

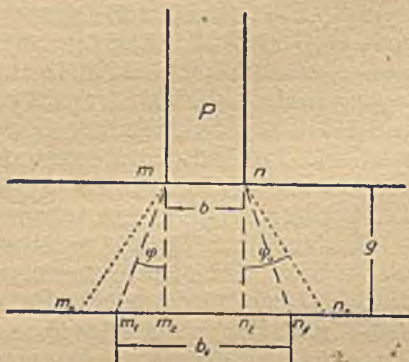
$$F = \frac{P}{k_g} \dots \dots \dots 265$$

gdzie P jest ciężarem słupa (i ciężarów przenoszących się weń), oraz ciężarem fundamentu, F zaś k_g naprężeniem dopuszczalnym na grunt. Dla danej powierzchni podstawy fundamentu otrzymamy więc ciśnienie na grunt o wielkości:

$$\sigma_g = \frac{P}{F} \leq k_g \quad 266$$

Potrzebną powierzchnię fundamentu F , uzyskuje się najczęściej przez założenie odpowiednich odsadek lub ławy murowanej lub betonowej, (czasem piaskowej). O innych sposobach fundowania, np. o palach, mówić tu nie będziemy.

Jeżeli na murze spoczywa filar, którego ab wynosi b (w płaszczyźnie rysunku), zaś w płaszczyźnie prostopadłej



Rys. 284.

do rysunku jest równa (lub prawie równa) grubości muru por. rys. 284, to wskutek połączenia poszczególnych warstw cegieł przez ich wiązanie i przy pomocy zaprawy ciśnienie filara P rozłoży się w głębokości g na większą szerokość $m_0 n_0$ pod kątem φ mniej więcej $\varphi_0 = 45^\circ$, jednakowoż ciśnienie w pobliżu m_0 lub n_0 będzie znacznie mniejsze niż bezpośrednio pod słupem w $m_2 n_2$. Dlatego też zazwyczaj przyjmujemy, że kąt φ , pod którym

ciśnienie się rozkłada, jest stosunkowo niewielki, a zato liczymy, że rozkład ciśnienia na długość $m_1 n_1 = b_1$ będzie jednostajny. Wtedy ciśnienie rozłoży się na szerokość:

$$b_1 = m_1 n_1 = b + 2 g \operatorname{tg} \varphi \quad 267$$

Wedle przepisów M. R. P. należy przyjąć:

dla muru na zaprawie wapiennej	$\operatorname{tg} \varphi = 1/4 = 0,25$ 268
dla betonu	$\operatorname{tg} \varphi = 1$	
dla muru na zaprawie cementowej przyjąć należy	$\operatorname{tg} \varphi = 1/3 = 0,5$	

Otrzymamy wtedy:

dla muru na zaprawie wapiennej	$b_1 = b + 0,5 g$ 269
dla muru na zaprawie cement.	$b_1 = b + g$	
dla betonu	$b_1 = b + g$	

Ciśnienie na grunt σ_g wynosić wtedy będzie:

$$\sigma_g = \frac{P}{b_1 c} \leq k_g \quad 270$$

gdzie c jest wymiarem muru (filara) prostopadłym do rysunku, zaś k_g ciśnieniem dopuszczalnym na grunt.

Zakładając fundament pod słupami odosobnionymi (rys. 285), musimy odsadzki dostosować do linii mm i nn , z zachowaniem odpowiednich kątów φ , (ewentualnie wykonać je stromiej). Rozszerzanie wykonuje się tu w dwu kierunkach: równoległym i prostopadłym do rysunku, najczęściej tak, aby poziome przekroje fundamentu były wszędzie kwadratami.

Wtedy ciśnienie rozłoży się na podstawę

$$F = b_1^2 \overline{(b + 2g \operatorname{tg} \varphi)^2} \dots \dots \dots 271$$

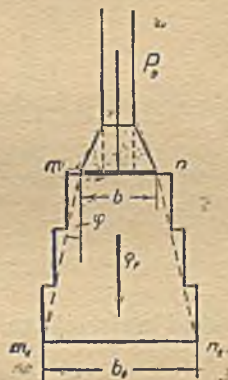
(gdzie g jest głębokością fundamentu) i wynosi:

$$\sigma_g = \frac{P}{F} = \frac{P_s + G_F}{F} \overline{\leq} k_g \dots \dots \dots 271a$$

gdzie P_s jest siłą przenoszącą się przez słup, zaś G_F ciężarem fundamentu.

Fundament niekoniecznie musi być kwadratowy; może być np. prostokątny, ośmioboczny, okrągły lub trapezowy.

W każdym razie jednak spełnić się musi warunek 271 a. Nadto należy pamiętać, aby oś słupa wpadała w środek ciężkości figury podstawy; wtedy tylko bowiem możemy liczyć na jednostajny rozkład ciśnienia na podstawę. Dla muru na zaprawie zwykłej dopuszczalną szerokość podstawy określa wzor 269; rośnie ona ze wzrastającą głębokością fundamentu stosunkowo wolno. Pamiętać też należy, że wraz z pogłębianiem fundamentu rośnie także i ciężar tegoż, co w konsekwencji wywiera znów wpływ na powiększenie podstawy i ilości materiału, a także rośnie i koszt wykopu. Dlatego też zazwyczaj — o ile ciężar przenoszony przez słup jest stosunkowo znaczny — lepiej jest założyć fundament płytszy, ale albo na zaprawie cementowej albo betonowej*) (por. rys. 286).



Rys. 285.

Przy fundamencie betonowym, gdzie występ l (por. rys. 286) jest stosunkowo znaczny, musimy obliczyć też, czy grubość płyty betonowej g wystarczy ze względu na zginanie betonu.

*) Jeżeli chodzi o jeszcze większe rozszerzenie, używamy fundamentów żelbetowych (żelazno-betonowych).

Jeżeli fundament ma odsadzkę tylko w jednym kierunku (w płaszczyźnie rysunku — rys. 286), to ciśnienie na grunt:

$$\sigma_g = \frac{P}{ab_1} \dots \dots \dots 272$$

O ile g jest bardzo małe w stosunku do l , to przyjąć można, że na złamanie narażona jest wystająca część fundamentu działająca jako o długości l , obciążony od dołu obciążeniem jednostkowym σ_g (por. też przykład 168); zatem moment zgięcia będzie na szerokość a

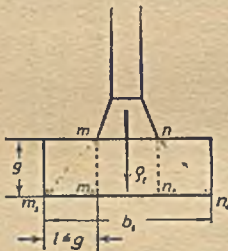
$$M = \frac{1}{2} \sigma_g a l^2 \dots \dots \dots 273$$

zaś na jednostkę szerokości

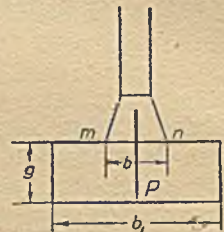
$$M' = \frac{1}{2} \sigma_g l^2 \dots \dots \dots 274$$

Moment wytrzymałości ławy betonowej wynosi zaś:

$$W = \frac{1}{6} a g^2, \text{ względnie } W' = \frac{1}{6} g^2 \dots 275$$



Rys. 286.



Rys. 287.

a stąd największe naprężenie zginające w betonie:

$$\sigma_b = \frac{M}{W} = \frac{M'}{W'} = \frac{3 \sigma_g l^2}{g^2} \dots \dots \dots 276$$

Największe dopuszczalne naprężenie betonu na zginanie przyjąć należy wedle Ministerstwa Robót Publicznych równe 0,015 wytrzymałości kostkowej betonu, najwyżej 3 kg/cm², o ile beton wykaże wytrzymałość kostkową 200 kg/cm².

Dla fundamentu kwadratowego (rys. 287) przyjmuje się zażwyczaj, że obciążenie podstawy z powierzchni mm_1l_1t przejąć winien przekrój betonu o szerokości $mt = b$.

Obciążenie wynosi wtedy:

$$G = \frac{b_1 + b}{2} l \sigma_g = \frac{b_1 + b}{2} \cdot \frac{b_1 - b}{2} \cdot \sigma_g = \frac{1}{4} (b_1^2 - b^2) \sigma_g \dots \dots 277$$

Działa ono w środku ciężkości trapezu mm_1l_1t , a więc w odległości r od płaszczyzny utwierdzenia mt , przyczem

$$r = \frac{l}{3} \frac{b + 2b_1}{b + b_1} \dots \dots \dots 278$$

Wtedy moment zgięcia

$$M = Gr \dots \dots \dots 279$$

względnie po podstawieniu:

$$M = \frac{1}{4} (b_1^2 - b^2) \sigma_g \cdot \frac{1}{3} \frac{b_1 - b}{2} \cdot \frac{b + 2b_1}{b + b_1} = \frac{1}{24} (b^3 - 3bb_1^2 + 2b_1^3) \sigma_g \dots 280$$

Odpowiedni moment wytrzymałości:

$$W = \frac{1}{6} b g^2 \dots \dots \dots 281$$

a stąd największe naprężenie w betonie:

$$\sigma_b = \frac{M}{W} \leq k_b \dots \dots \dots 281 b$$

Na ścinanie otrzymamy:

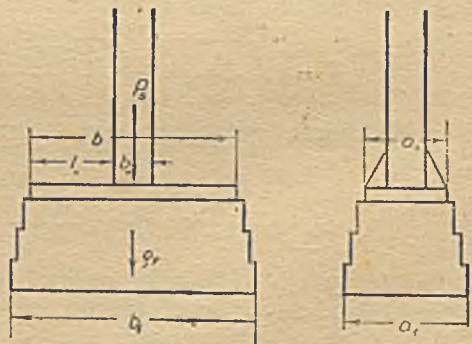
$$G = b_1 g \sigma_s, \text{ a stąd } \sigma_s = \frac{G}{b_1 g} \leq k_s \dots \dots \dots 282$$

Podobnie oblicza się fundamenty o zarysie prostokątnym.

Obliczenie wzorami 273—282 jest zbyt proste, jeżeli $g \geq l$, a wogóle jest ono zbyt niekorzystne, tak, że przyjmować można naprężenie dopuszczalne dla betonu $k_b = 4$, a nawet 5 kg/cm^2

Jeżeli na słup przenosi się bardzo znaczna siła osiowa, tak, że przy zwiększaniu podstawy fundamentu wedle wzoru

269, uzyskujemy wciąż zbyt wielkie ciśnienie na grunt, można pod słupem dać ruszt z dźwigarów żelaznych, którego zadaniem jest rozłożenie ciśnienia na większą powierzchnię fundamentu (por. rys. 288). Wymiary tych dźwigarów oblicza się ze względu na ciśnienie, jakie wywierają na fundament. Jeżeli siła osiowa w słupie jest P_s , zaś



Rys. 288.

ciśnienie, jakie ruszt wywiera na fundament, wynosi

$\sigma_f = \frac{P_s}{a_0 b}$, to moment zginający, przenoszący się na ruszt wynosi:

$$M = 1/2 a_0 l_0 \sigma_f \dots \dots \dots 283$$

gdzie σ_f musi być mniejsza od naprężenia dopuszczalnego na ciśnienie materiału fundamentu.

Jeżeli przyjmiemy n dźwigarów, to potrzebny moment wytrzymałości każdego z nich wynosi:

$$W = \frac{M}{n k_g} = \frac{M}{1200 n} \dots \dots \dots 284$$

We wszystkich tych wywodach przyjęto, że słup przenosi na fundament tylko siłę osiową. O ile oprócz niej przenosi się na podstawę moment zginający (lub — co na jedno wyjdzie — jeżeli siła cisnąca działa mimoosiowo), należy uwzględnić to w rozkładzie naprężeń na grunt wedle

$$\text{wzoru } \sigma_1 = \frac{2P}{3be}$$

Przykłady 166—169.

166. Słup żelazny przenosi ciśnienie osiowe $P_1 = 40$ t. Należy przenieść ciśnienie jego na grunt przy pomocy fundamentu z cegieł na zaprawie wapiennej. Jakie wymiary otrzyma fundament, jeżeli ciśnienie dopuszczalne na mur wynosi 7 kg/cm^2 , na grunt $1,5 \text{ kg/cm}^2$.

Przyjąwszy fundament w rzucie poziomym kwadratowy, obliczymy najmniejszy wymiar boku, a zarazem płyty podstawowej słupa, na dopuszczalne ciśnienie na mur z wzoru:

$$b = \sqrt{\frac{P_1}{k_m}} = \sqrt{\frac{40000}{7}} = 75 \text{ cm.}$$

Następnie przyjmujemy w przybliżeniu ciężar własny fundamentu:

$$G_f = \frac{b_1 + b_2}{2} g \gamma_m = \frac{0,75^2 + 1,80^2}{2} 2,00 \cdot 1,60 = 6,10 \text{ t}$$

i dodajemy do ciśnienia osiowego słupa $P_1 = 40$ t. Wtedy wymiar podstawy fundamentu, ze względu na dopuszczalne ciśnienie na grunt wynosi:

$$b + 1/2 g \geq b_1 = \sqrt{\frac{P_1 + G_f}{k_g}} = \sqrt{\frac{46100}{1,5}} = 1,75 \text{ m.}$$

Różnica między wymiarem podstawy przyjętym (1,80 m), a obliczonym (1,75 m) jest zupełnie nikła i dlatego obliczenia nie powtarzamy. O ileby odchyłka była znaczna, należałoby na podstawie wymiaru obliczonego przeliczyć ciężar fundamentu i obliczenie powtórzyć.

167. Obliczyć fundament słupa żelaznego, jeżeli fundament jest z cegieł na zaprawie cementowej, zaś ciśnienie dopuszczalne na mur wynosi 10 kg/cm^2 .

Wymiary płyty podstawowej słupa obliczamy na tej samej zasadzie, co w poprzednim przykładzie, uwzględniając tylko inne ciśnienie dopuszczalne na mur.

$$b = \sqrt{\frac{P_1}{k_m}} = \sqrt{\frac{40000}{10}} = \text{ok. } 65 \text{ cm.}$$

Przyjmując ciężar własny fundamentu

$$G_f = \frac{P_1 + P_2}{2} g \gamma_m = \frac{0,70^2 + 1,70^2}{2} 1,00 \cdot 1,70 = 3,00 \text{ t}$$

i dodając go do ciśnienia osiowego słupa $P_1 = 40 \text{ t}$, otrzymamy wymiar podstawy fundamentu ze względu na ciśnienie dopuszczalne na grunt:

$$b + g \cong b_1 = \sqrt{\frac{P + G_f}{k_g}} = \sqrt{\frac{43000}{1,5}} = 1,70 \text{ m.}$$

168. Obliczyć fundament betonowy słupa żelaznego dla tego samego założenia, co w przykładach 166 i 167. Naprężenie dopuszczalne betonu na zginanie wynosi 5 kg/cm^2 .

Grubość ławy fundamentowej z powodu użycia betonu zmniejszy się do wartości:

$$g = 0,50 \text{ m,}$$

natomiast stopa fundamentu pozostanie tak wielka, jak w poprzednich przykładach, więc o boku

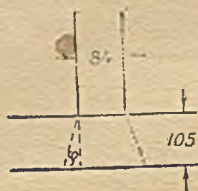
$$b_1 = b + 2g \cong 1,70 \text{ m}$$

$$\text{zaś } b = b_1 - 2g = 1,70 - 1,00 = 0,70 \text{ m.}$$

Ciśnienie na grunt będzie zatem:

$$\sigma_g = \frac{P_1 + G_p}{b_1^2} = \frac{40000 + 0,5 \cdot 1,70 \cdot 2000}{1,70^2} = 1,45 \text{ kg/cm}^2.$$

169. Na ławie fundamentowej muru o szerokości 0,84 m i głębokości 1,05 m, por. rys. 288 a, spoczywa kwadratowy filar przenoszący (wraz z ciężarem własnym) ciężar 26 t. Jakie największe ciśnienie jednostkowe wywiera fundament na grunt, jeżeli fundament jest z muru na zaprawie wapiennej.



Rys. 288 a

Siła przenosząca się na grunt, składa się z ciężaru 26 t i z ciężaru własnego fundamentu G_f , który wynosi:

$$G_f = \frac{f_1 + f_2}{2} g \gamma_m = \frac{0.84^2 + (0.84 + 2 \cdot \frac{1}{4} 1.05)^2}{2} \cdot 1.05 \cdot 160 = 2,167 \text{ t}$$

Zaś ciśnienie jednostkowe na grunt:

$$\sigma_g = \frac{P + G_f}{f_2} = \frac{26000 + 2160}{(84 + 2 \cdot \frac{1}{4} 105)^2} = 1,51 \text{ kg/cm}^2.$$

V. Zakończenie.

§ 74. Dokładność obliczeń statycznych.

Wszelkie obliczenia statyczne polegają na doświadczeniach, z których można wnioskować o własnościach materiałów, na wyprowadzonych na podstawie tych doświadczeń wzorach rachunkowych, oraz na przyjęciach, jakie czynimy co do obciążenia konstrukcji.

Wszystkie doświadczenia wskazują, że materiały, z jakimi mamy do czynienia, nie mają nigdy zupełnie tych samych własności. U niektórych (np. u metali) wahania co do wytrzymałości są stosunkowo małe, u drugich (np. u drzewa i kamieni) nieraz bardzo znaczne, a nadto zależą od wielu przypadkowych przyczyn. Również przyjęcia, jakie czynimy przy wyprowadzaniu wzorów statycznych, nie są nigdy zgodne z rzeczywistością, a tylko mniej czy więcej przybliżone. Wreszcie wyjątkowo tylko określić możemy na pewno, jakie ciężary działać będą na konstrukcję. Robimy więc co do obciążeń pewne przyjęcia, które mogą mniej więcej je zastąpić, a zwykle są od nich niekorzystniejsze. Np. nie wiemy nigdy, jakie obciążenia działa na belki stropowe, gdzie i jaki sprzęt stanie, gdzie i jak go przesuną, przeto przyjmujemy pewne obciążenie „ruchome” i rozdzielamy je równo na całą długość belki. Podobnie nie wiemy, jak wielki wiatr i śnieg działać będzie na dach. Podobnie wreszcie nie możemy być nigdy pewni kąta tarcia przy obliczeniu np. murów oporowych.

Przy wszelkich rachunkach statycznych musimy więc czynić pewne przyjęcia, niezupełnie odpowiadające rzeczywistości. Wskutek tego też obliczenie sił i naprężeń nie może być nigdy zupełnie dokładne, a zbyt duża drobiazgo-

wość obliczeń jest bezcelowa. Cel zaś i ważność konstrukcji mają określić stopień tej dokładności.

Dla uniknięcia wszelkiej przesady, w jednym czy drugim kierunku, podaję tu parę najogólniejszych wskazówek:

Obliczanie sił zewnętrznych (obciążeń) i wewnętrznych (w belkach kratowych) przeprowadza się zwykle z dokładnością na setki lub dziesiątki kilogramów.

Wymiary podaje się zwykle: długość belek w dziesiątkach cm; odstępy ich w cm; wysokości słupów w cm; wymiary przekrojów w cm; dla konstrukcyj żelaznych wszystkie wymiary w mm.

Momenty statyczne obliczamy zwykle z dokładnością na dziesiątki lub setki tonmetrów przy konstrukcjach większych.

Momenty bezwładności i wytrzymałości z dokładnością na cm^4 i cm^3 .

Naprężenia materiałów oblicza się: dla żelaza i drzewa w kg/cm^2 , dla murów i fundamentów w dziesiątkach kg/cm^2 .

Wskutek niepewności kąta tarcia najwygodniej obliczać napór ziemi wedle wzoru 253, a nie wedle 254.

Kiedy i gdzie od tych reguł należy, odstąpić odpowiedzieć może tylko praktyka.



VI. T A B L I C E.

TABLICA I.
Spółczynniki sprężystości E w kg/cm^2

M a t e r j a ł	E
Drzewo miękkie // do włókien	120000
„ „ „ // „ „	1000
„ dębowe // „ „	110000
„ „ „ // „ „	1300
Żeliwo (żelazo lane)	1,000000
Żelazo spawane	2,000000
„ zlewne	2,150000
Stal zlewna	2,200000

TABLICA II.
Ciężar własny najważniejszych materiałów

M a t e r j a ł	Ciężar w kg/m^3	M a t e r j a ł	Ciężar w kg/m^3
<i>a) Drzewo suche:</i>		<i>c) Kamień i mur ciosowy:</i>	
Drzewo brzozone	600	Bazalt	3000
„ bukowe	750	Granit	2800
„ dębowe	900	Marmur	2700
„ jodłowe	700	Piaskowiec ciężki	2700
„ lipowe	500	„ lekki	2400
„ s o s n o w e		Porfir	2800
i modrzewiowe	650	Sjenit	2800
Drzewo świerkowe	550	Wapień zwykły	2500
„ topolowe	400	„ porowaty	2000
<i>b) Kruszcze:</i>		<i>d) Mur ceglany:</i>	
Bronz	8600	Z cegieł zwykłych na zaprawie wapien.	1600
Cyna	7400	Z cegieł zwykłych na zaprawie cemen- towej	1700
Cynk walcowany	7200	Z cegieł próżnych	1300
Cynk lany	6900	Z cegieł dziurkowa- nych	1200
Glin (aluminium)	2600	Z zendrówek	1900
Miedź	8900	Z cegieł korkowych	600
Mosiądz	8600	Z cegieł piaskowych	2000
Nikiel	8800	Z klinkierów na ce- mencie	1900
Ołów	11400		
Platyna	20400		
Stal	7860		
Żelazo spawane	7800		
„ zlewne	7850		
Żeliwo	7300		

M a t e r j a ł	Ciężar w kg/m ³	M a t e r j a ł	Ciężar w kg/m ³
<i>e) Beton:</i>		Węgiel w brykietach	1000
Zwykły (żwirowy)	2200	„ drzewny w kawałkach	300
Lekki ceglany . . .	1800	Wosk	970
Żużlowy lekki . . .	1300	<i>h) Niektóre towary:</i>	
„ wielkopieczowy	2200	Buraki	650
Z wkładkami żelaznymi (żelbet) . .	2400	Cement w beczkach	1500
<i>f) Rozmaite materiały:</i>		Cukier	750
Asfalt lany	1200	Groch, soczewica . .	850
„ ubijany	1800	Gruszki	350
Gips lany	1100	Jabłka	300
Gruz ceglano - wapienny	1400	Jęczmień	640
Korkowe płyty	330	Kawa	600
Ksylolit	1400	Książki i papier (szafy z książkami)	800
Linoleum	1200	Lód w kawałkach . .	750
Szkoło dęte	2600	Mąka w workach . .	700
„ lane	2900	Owoce	350
Terazzo	2000	Owies	450
Zaprawa wapienna	1700	Papier	1100
„ cementowa	2100	Proso i gryka	850
„ wapienno - cementowa	1900	Pszenica	750
Zaprawa gipsowa	1100	Siano i słoma	100
Żużel koksowy	1000	Siano prasowane . .	280
<i>g) Paliwa:</i>		Słód	530
Antracyt	1700	Trawa, koniczyna . .	350
Drwa twarde	400	Sól w workach	1200
„ miękkie	350	Śliwki	350
Koks	500	Wełna	1300
Nafta (w beczkach)	110	Ziemniaki	700
Smoła	1100	Żyto	750
Torf	600	Zboże w workach o 15% mniej	
Węgiel brunatny	750	<i>i) Niektóre zwierzęta:</i>	
„ czarny w kawałkach	900	Koń sztuka	500
		Krowa	600
		Owca	80
		Wieprz	200
		Wół zwykły	650
		„ opasowy	900

j) Ciężar człowieka przyjmuje się 75 kg; w razie, gdy człowiek może np. na dachu znaleźć się z ciężarem (deską i t. p.), przyjmuje się ciężar jego jako skupiony o wielkości 100 kg.

TABLICA III.

Ciężar i kąt tarcia różnych gatunków ziemi.

M A T E R J A Ł	Ciężar gatunkowy kg/m ³	Kąt tarcia	tg φ	tg ² (45 - $\frac{\varphi}{2}$)
Ziemia roślinna sucha	1.400	35°	0,700	0,271
„ „ wilgotna	1.600	45°	1,000	0,172
„ „ nasycona wodą	1.800	30°	0,577	0,333
Glina sucha	1.600	40°	0,839	0,217
„ wilgotna	1.700	45°	1,000	0,172
„ nasycona wodą	2.000	20°	0,364	0,490
Piasek suchy	1.600	35°	0,700	0,271
„ wilgotny	1.800	40°	0,839	0,217
„ nasycony wodą	2.000	25°	0,466	0,406
Żwir rzeczny suchy	1.700	30°	0,577	0,333
Tłuczeń z kamienia ciężkiego	1.800	40°	0,839	0,217
„ „ lekkiego	1.600	40°	0,839	0,217

Nie znając dobrze materiału, najlepiej przyjąć ciężar gatunkowy 1800 kg/m³, zaś kąt tarcia $\varphi = 30^\circ$, (co też jest najwygodniejsze w wykreślonym rachunku).

TABLICA IV.
Kąt tarcia niektórych materiałów sypkich.

M A T E R J A Ł	Stopni
Cement	40 ^o
Groch	20 ^o
Owies	28 ^o
Słód	22 ^o
Sól	40 ^o
Węgiel, koks	45 ^o
Żyto, pszenica	25 ^o

TABLICA V.
Ciężar własny stropów.

R O D Z A J S T R O P U	kg/m ²
1. Strop drewniany belkowy z podłogą pojedynczą z desek 3,5 cm	70
2. Strop drewniany belkowy z podłogą podwójną bez podsypki i z sufitem	90
3. Strop drewniany belkowy z podsypką 10 cm, podłogą, trzciniowaniem i wyprawą	250
4. Strop sklepiony z cegieł zwykłych między dźwigarami z nadsypką 8 cm w kluczu	450
5. Strop ceglany płaski z cegieł porowatych między dźwigarami o grubości 1/2 cegły z wkładkami żelaznymi z nadsypką i podłogą	350
6. Strop ceglany płaski z cegieł pełnych między dźwigarami o grubości 1/2 cegły z wkładkami żelaznymi z nadsypką i podłogą	400
7. Strop sklepiony betonowy o grubości 8 cm w kluczu z nadsypką 6 cm nad kluczem	380
8. Strop sklepiony Moniera o grubości 5 cm w kluczu z nadsypką 5 cm nad kluczem	350
9. Strop płytowy Moniera o grubości 6 cm z nadsypką i wyprawą	420

W ciężar ten nie jest wliczony ciężar podciągów stropowych.
Ciężar własny schodów żelaznych lekkich przyjąć można 150 kg/m³, ciężar własny schodów kamiennych i sklepionych na dźwigarach żelaznych 500 kg/m³.

TABLICA VI.

Obciążenia zmienne (ruchome) stropów.

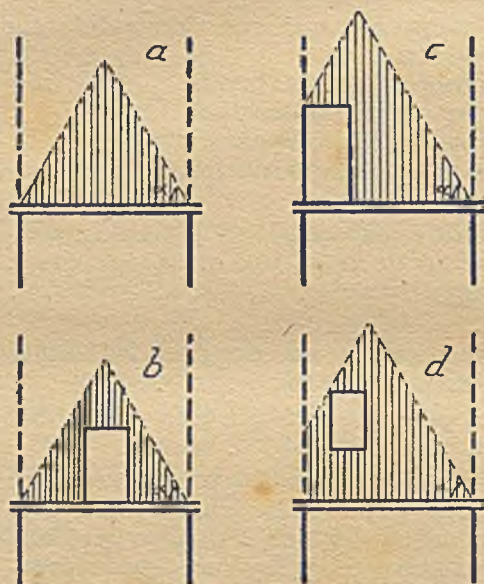
Mieszkanie zwykłe	200	kg/m ²
Małe domki mieszkalne	150	"
Strych zwykły	125	"
Sale szkolne	300	"
Teatry, kinoteatry, sale gimnastyczne . .	500	"
Lokale handlowe w parterze (sklepy) . .	500	"
" " na piętrach "	400	"
Lokale biurowe, restauracje i t. p. . . .	300	"
Budynki fabryczne, o ile nie przewiduje się większych obciążeń	500	"
Schody domów mieszkalnych	400	"
" gmachów publicznych 	500	"
" lokali handlowych 		
Stropy pod przejazdami, obciążone ciężkimi wozami	800	"
Dachy płaskie (najwyżej 1 : 20) łącznie z wia- trem i śniegiem, o ile mogą być obciążone przez ludzi (np. terasy)	250	"
Balkony	500	"
Ciśnienie poziome na poręcze balkonów w domach mieszkalnych	50	kg/mb.
Ciśnienie poziome na poręcze balkonów w teatrach i t. p.	80	kg/mb.
O ile w lokalach handlowych, biurowych i t. p. znajdują się lekkie ścianki działowe (drewniane, z cegieł lekkich i t. p.) o grubości najwyżej 7 cm, które mogą być następnie prze- stawiane, wystarczy je uwzględnić, przyjmując dodatkowe obciążenie	75	kg/m ²

Przy obliczaniu sal bibliotecznych, archiwów i t. p. przyjmować należy obciążenie 500 kg/m² szaf i półek.

Dla obliczenia słupów, podciągów i t. p. konstrukcji, na które przenosi się ciężar szeregu pięter, należy w najwyższym piętrze przyjąć pełną wartość najniekorzystniejszego obciążenia ruchomego, w następnych piętrach natomiast obniżać je kolejno o 10%, 20% i t. d. Redukcja taka dojść może jednak najwyżej do 60%, poczem stale należy tę wartość wciągać w rachunek. O ile do obciążenia zmiennego wliczono ciężar lekkich ścianek przedziałowych j. w., należy go przy tej redukcji wliczyć do ciężaru stałego. Redukcji tej przy obliczaniu magazynów uwzględniać nie należy.

Przy obliczaniu podciągów, na które przenosi się ciężar z powierzchni stropu większej niż 30 m^2 , można wielkość obciążenia ruchomego zmniejszyć o 10%

Przy obliczaniu podciągów, podtrzymujących mur, związany na całej wysokości ze ścianami głównymi, można przyjąć, że na belkę przenosi się obciążenie części muru, ograniczonej prostymi, wychodzące mi pod $\sphericalangle 60^\circ$ do poziomu ze skrajnych najniższych punktów muru, o ile proste te nie trafiają w murze w otwory. W tym ostatnim przypadku należy ograniczające proste podnieść tak, aby nie przecinały otworu.



Rys. 289 a, b, c, d.

Filary, podtrzymujące podciąg, muszą być jednak należycie chwycone kotwami i zabezpieczone od wyparcia. Grubość filara narożnego, podtrzymującego podciąg tak obliczony, mierzona w kierunku otworu powinna, być co najmniej równa połowie rozpiętości otworu w świetle; w przeciwnym razie podciąg należy obliczać na cały ciężar ściany, ograniczonej liniami pionowymi.

W obliczeniach przyjąć można, że ciśnienie słupów i t. p. ciężarów skupionych rozkłada się w murze na zaprawie wapiennej pod kątem 4 : 1, w murze na zaprawie cementowej pod kątem 2 : 1, zaś w betonie pod kątem 1 : 1.

TABLICA VII.

Ciężar własny pokrycia dachowego

włącznie z płatwiami w kg/m^2 powierzchni pochyłej, oraz najczęściej używane pochylenia teżej.

Rodzaj pokrycia	Ciężar w kg/m^2	Pochylenie		
		$\text{tg } \alpha$	α^0	
Pokrycie dachówką	cegłą zakładkową	65	1:1 — 1:1,5	45 — 33 $\frac{3}{8}$
	karpiówką	70		
	holenderską	80		
	rzymską	100		
	cementową zakładkową	75		
„ karpiówką podwójną	120	1:1,5—1:2,5	33 $\frac{3}{8}$ —21 $\frac{3}{4}$	
Pokrycie angielskie łupkiem na łątach	45	1:1,5—1:2,5	33 $\frac{3}{8}$ —21 $\frac{3}{4}$	
„ „ na deskowaniu	55			
„ „ niemieckie na łątach	65			
„ papą pojedynczą bez piasku	35	1:5 — 1:10	11 $\frac{1}{4}$ — 5 $\frac{2}{3}$	
„ warstwowcem (cementem drzewnym) z 8 cm warstwą żwiru	180	1:10 — 1:12,5	5 $\frac{3}{8}$ — 4 $\frac{1}{2}$	
„ blachą na deskowaniu	40	1:5 — 1:7,5	11 $\frac{1}{4}$ — 7 $\frac{1}{2}$	
„ falistą żelazną na kątownikach*)	25	1:1,5—1:3	33 $\frac{3}{8}$ —18 $\frac{1}{2}$	
„ „ „ cynkową*)	40	1:1 — 1:3	45 — 18 $\frac{1}{2}$	
„ szkłem na listwach żelaznych przy grubości szkła zwykł. 4 mm	22			
„ „ „ „ „ 5 mm	25			
„ „ „ „ „ 6 mm	28			
„ „ „ „ „ drutowego 5 mm	30			
„ „ „ „ „ 6 mm	33			
Przy zwiększeniu grubości szkła o 1 mm zwiększa się ciężar o	3			

TABLICA VIII.

Ciężar własny dachów.

Ciężar więzarów przyjmować należy odpowiednio do materiału i konstrukcji tychże. W normalnych wypadkach przyjmować można ciężar własny więzarów:

Przy dachach drewnianych	20 — 30- kg/m^2
„ „ „ o rozpiętościach większych (ponad 20 — 25 m).	30 — 45 „
Przy dachach żelaznych lekkich	15 — 20 „
„ „ „ ciężkich	20 — 30 „
„ „ „ łukowych do 40 m rozpiętości	15 — 25 „
Przy dachach żelaznych łukowych do 60 m rozpiętości	do 45 „
Przy kopułach żelaznych płaszczowych	15 — 25 „

*) Lepiej ciężar ten wziąć z tablic dla blach falistych, po obliczeniu potrzebnego numeru blachy.

TABLICA IX.

Obciążenie zmienne dachów
na 1 m² powierzchni dachu.

Pochylenie dachu	1:1	1:1,5	1:2	1:2,5	1:3	1:3,5	1:4	1:4,5	1:5
α	45°	33° 40'	26° 40'	21° 50'	18° 25'	16°	14°	12° 30'	11° 20'
Obć. śniegiem dla 60 kg/m ²	—	50	54	56	57	58	58	59	59
dla 80 kg/m ²	—	66	72	74	76	77	78	78	79
Obć. wiatrem $n = w_0 \sin \alpha$									
$n = 50 \sin \alpha$	35	28	22	19	16	14	12	11	9
$n = 70 \sin \alpha$	50	39	31	26	22	19	17	15	14
$n = 100 \sin \alpha$	71	55	45	37	31	28	24	22	19
$n = 110 \sin \alpha$	78	61	50	41	35	30	27	24	21
$n = 120 \sin \alpha$	85	67	54	45	38	33	29	26	23
$n = 130 \sin \alpha$	92	72	58	48	41	36	32	28	25

Parcie wiatru na kominy itp. budowlę okrągłe wynosi $w_1 = 0,85 w$.

Parcie wiatru na kominy itp. budowlę ośmioboczną wynosi $w_2 = 0,89 w$.

Wartość w_0 przyjmuje się:

$w_0 = 50 \text{ kg/m}^2$ dla miejsc zasłoniętych;

$w_0 = 100 \text{ kg/m}^2$ dla miejsc odsłoniętych poniżej 15 m wysokości;

$w_0 = 130 \text{ kg/m}^2$ dla miejsc odsłoniętych ponad 30 m wysokości.

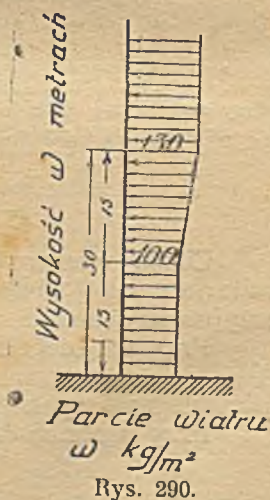
(Dla wysokości między 15 a 30 m należy interpolować linjowo, tj. przyjmować:

$w_0 = 110 \text{ kg/m}^2$ dla miejsc odsłoniętych w wysokości 20 m;

$w_0 = 120 \text{ kg/m}^2$ dla miejsc odsłoniętych w wysokości 25 m).

Dla hal otwartych należy przyjmować wiatr od wewnątrz o wielkości $w_0 = 70 \text{ kg/m}^2$.

W miejscach, narażonych na szczególnie wielkie wiatry (wybrzeże morskie, góry itd.), należy zwiększyć normy powyższe o 50%.



TABLICA X.

Naprężenia dopuszczalne w budownictwie lądowym.

A. Naprężenia dopuszczalne dla żelaza w kg/cm^2 .

R o d z a j ż e l a z a	Żelazo zlewne	Żelazo spawane	Żeliwo	Stal zlewna	Odlęwy stalowe
Rozciąganie	1200	1080	250	1400	—
Ściskanie	1200	1080	500*)	1400	1200
Zginanie	1200	1080	300	1400	1200
Ściskanie z wyjątkiem nitów i śrub	800	720	250	900	—
„ nitów	900	810	—	—	—
„ śrub	700	630	—	—	—
Ciśnienie na ściankę dziury w nitach	1800	1620	—	—	—
„ „ „ „ w śrubach	1400	1260	—	—	—

Przy bardzo dokładnem obliczeniu i uwzględnieniu wszystkich możliwych obciążeń można wszystkie normy dla żelaza zlewne podnieść o 200 kg/cm^2 , jednak naprężenie na ciśnienie na ściankę dziury w nitach i śrubach tylko o 100 kg/cm^2 .

B. Naprężenia dopuszczalne dla drzewa w kg/cm^2 .

Rodzaj budowli	Budowle stałe		Budowle tymczasowe		Budowle pod wodą		Budowle pod wodą i na powietrzu naprzemian	
	miękkie	twarde	miękkie	twarde	miękkie	twarde	miękkie	twarde
D r z e w o								
Rozciąganie	110	130	143	169	66	78	44	52
Zginanie	100	120	130	156	60	72	40	48
Ściskanie do włókien	70	80	91	104	42	48	28	32
Ściskanie ⊥ do włókien	15	35	19,5	46,5	9	21	6	14
Ścinanie do włókien	15	25	19,5	32,5	9	15	6	10
Ścinanie ⊥ do włókien	50	60	65	78	30	36	20	24
Ciśnienie na ściankę dziury**)	120	140	144	168	72	84	48	56

*) W słupach i dla łożysk 1000 kg/m^2 .

**) Jako maksymalne naprężenie obliczone z uwzględnieniem ugięcia śruby w zdeformowanym otworze.

C Naprężenie dopuszczalne dla kamienia naturalnego przyjęt należy odpowiednio do wytrzymałości kostkowej tegoż, a mianowicie uwzględnić następujące współczynniki bezpieczeństwa:

dla kamieni łóżyskowych	pewność 10-krotną
" " w filarach i sklepieniach " 15 "	
" " w słupach i smukłych filarach	25 "

Za smukłe filary uważa się takie, w których stosunek wysokości do najmniejszego wymiaru poprzecznego wynosi ponad 10.

O ile doświadczeń niema, przyjęt należy naprężenie dopuszczalne (w kg/cm^2) wedle następującej tablicy:

M a t e r j a ł	Ciosy podpo- rowe	Filary i sklepienia	Słupy i smukłe filary
Skąły wulkaniczne i plutoniczne (granit, bazalt, porfir, sjenit)	65	45	30
Wapienie, dolomity	30	25	15
Piaskowce	25	20	10

D. Naprężenia dopuszczalne dla murów w kg/cm².

M u r	n a z a p r a w i e		
	wapien- nej	cement- wapien.	cemen- towej
Z kamienia łomowego*)	5	8	12
„ warstwowego*)	6	10	14
„ ciosowego*)	—	—	do 40
Z cegły palonej	5	6	—
„ z pieców kręgowych	7	8	10
„ maszynowej	8	11	14
„ zendrówek	—	16	20
„ klinkierów	—	—	30
„ pustej	4	5	6

Naprężenia dopuszczalne na ciśnienie filarów wolno stojących w kg/cm².

	Przy stosunku najmniej- szego boku do wysokości $\frac{a}{h}$					
	0,5	0,3	0,25	0,2	0,15	0,1
Mur z cegły z pieców kręgowych na zaprawie wapienno-cementowej	8	6	5	4	—	—
Mur j. w. na zaprawie cementowej	10	7	6	5	4	—
Mur z cegły maszynowej na zaprawie wap. cementowej	11	8	7	6	5	4
Mur z cegły maszynowej na zaprawie cementowej	14	10	8	7	6	5
Mur z zendrówek na zaprawie cementowej	20	15	13	11	9	8
Mur z klinkierów na zaprawie cementowej	30	22	19	16	13	10

Dla pośrednich wartości interpolować linjowo.

*) Jednakowoż najwyżej $\frac{1}{15}$ wytrzymałości kostkowej kamienia.

E. Naprężenia dopuszczalne dla konstrukcji z betonu niezbrojonego wynoszą αK , gdzie K jest wytrzymałością kostkową betonu.

	α	Najwyżej w kg/cm^2
Ciśnienie	0,15	35
Ciśnienie przy zginaniu	0,20	42
Ciągnienie	0,015	2,5
Ścinanie	0,02	3,5

W słupach i filarach z betonu niezbrojonego naprężenie dopuszczalne wynosi:

$$\text{dla } \frac{g}{h} = 0,5 \quad 0,15 K$$

$$\text{„} = 0,25 \quad 0,10 K$$

$$\text{„} = 0,1 \quad 0,05 K$$

gdzie g jest najmniejszą grubością filara.

Dla wartości pośrednich interpolować linjowo.

O ile prób się nie wykonuje, przyjąć można:

dla 500 kg cementu na 1 m^3 betonu napr. dop. 32 kg/cm^2 , tj. $K = 213 \text{ kg/cm}^2$

„ 300 „ „ „ 1 „ „ „ 22 „ tj. $K = 147$ „

„ 100 „ „ „ 1 „ „ „ 12 „ tj. $K = 80$ „

F. Ciśnienie dopuszczalne na grunt:

Nasypy do $0,5 \text{ kg/cm}^2$

Warstwy ziemne osadowe o zmiennej grubości, piasek miękki, bardzo wilgotny, lecz stały, zabezpieczony przeciw podmyciu do $1,5 \text{ kg/cm}^2$

Glina, ił, piasek łąsty niezbyt wilgotny do $2,5 \text{ kg/cm}^2$

Ił zbitý, suchy piasek ostry, zabezpieczony przeciw podmyciu do 4 kg/cm^2

Żwir zbitý, gruby piasek zabezpieczony przeciw podmyciu do 6 kg/cm^2

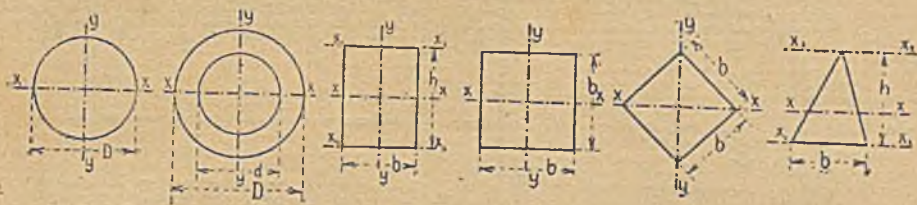
Skąła miękka do 5 kg/cm^2

„ średnio twarda do 10 kg/cm^2

„ twarda do 30 kg/cm^2

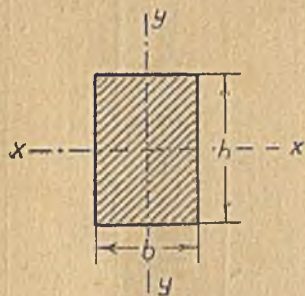
} jednak nie wyżej niż do $\frac{1}{2}$ wytrzymałości kostkowej odp. materiału.

TABLICA XI.
Momenty bezwładności przekrojów.



Promień	Powierzchnia	Moment bezwładności	Moment wytrzymałości	Promień bezwładności
Koło rys. 291	$\frac{\pi D^2}{4} \approx 0,7854 D^2$	$\frac{\pi D^4}{64} \approx 0,0491 D^4$ $\approx 0,05 D^4$	$\frac{\pi D^3}{32}$	$\frac{D}{4}$
Pierścień kołowy rys. 292	$\frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)$	$\frac{\pi}{64} (D^4 - d^4) \approx 0,547 (D^4 - d^4)$	$\frac{2I}{D} = \frac{\pi}{32} D^4 - d^4$	$\frac{1}{2} \sqrt{D^2 + d^2}$
Prostokąt rys. 293	bh	względem osi xx: $\frac{bh^3}{12}$	$\frac{bh^3}{6}$	$\frac{h}{6} \sqrt{3} = 0,289 h$
"		wzgl. osi x'x': $\frac{bh^3}{3}$		
Kwadrat rys. 294	b ²	względem osi xx: $\frac{b^4}{12}$	$\frac{b^3}{6}$	$\sqrt{3} \cdot 0,289 h$
Kwadrat rys. 295		wzgl. przekątnej: $\frac{b^4}{12}$	$\frac{\sqrt{2}}{12} b^3 =$ $\approx 0,118 h^3$	
Trójkąt rys. 296	$\frac{bh}{2}$	względem osi xx: $\frac{bh^3}{36}$	$\frac{bh^2}{24}$	$\frac{b\sqrt{2}}{5} = 0,236 h$
"		wzgl. osi x'x': $\frac{bh^3}{12}$		
"		wzgl. osi x ² x ² : $\frac{bh^3}{4}$		

TABLICA XII.
Momenty bezwładności i momenty
wytrzymałości belek prostokąt-
nych.



$$I_x = \frac{1}{2} bh^3 \quad W_x = \frac{1}{6} bh^2$$

$$I_y = \frac{1}{12} hb^3 \quad W_y = \frac{1}{6} hb^2$$

Rys. 297.

Wysokość	Szerokość	Powierzchnia	I_x	W_x	I_y	W_y
cm	cm	cm ²	cm ⁴	cm ³	cm ⁴	cm ³
8	8	64	341	85	341	85
10	8	80	666	133	426	107
10	10	100	833	166	833	165
12	10	120	1410	240	1000	200
12	12	144	1728	288	1728	288
13	8	104	1462	225	555	139
13	10	130	1830	282	1083	217
14	10	140	2287	326	1166	233
14	12	168	2744	329	2016	336
14	14	196	3201	457	3201	457
16	9	144	3072	384	972	216
16	12	192	4096	512	2304	383

16	13	208	4435	555	2929	450
16	14	223	4778	597	3658	522
16	16	256	5461	682	5461	683
18	10	180	4860	540	1500	300
18	14	262	6804	756	4166	595
18	16	288	7776	864	6144	768
18	18	324	8150	972	8750	972
20	14	280	9333	933	4573	654
20	16	320	10666	1066	6826	850
20	18	360	11000	1200	9720	1083
20	20	400	13333	1333	13333	1333
21	18	378	13892	1323	10205	1134
22	16	352	14197	1290	7509	939
22	18	396	15970	1452	10692	1188
22	20	440	17750	1613	14666	1466
22	22	484	19520	1774	19520	1774
24	18	392	20740	1728	11664	1296
24	20	480	23041	1920	600	1600
24	21	504	24 00	2020	18620	1762
24	24	576	27660	2300	27650	2300
26	20	520	29290	2250	17330	1733
26	24	584	35150	2700	29950	2495
26	26	676	38080	2930	38080	2930
29	26	754	52840	3640	42480	3270
32	29	928	79190	4950	65030	4483

TABLICA XIII.

Dwuteowniki (dźwigary **I**, przekr. norm. niemieckie, rys. 298).Pochyłość stopki $p = 14\%$, $r = d$, $r_1 = 0,6 d$.

Długości normalne 4 do 12 m; długości od 4 do 9 m co 20 cm i od 9 do 12 m co 25 cm; największa długość 14 m.

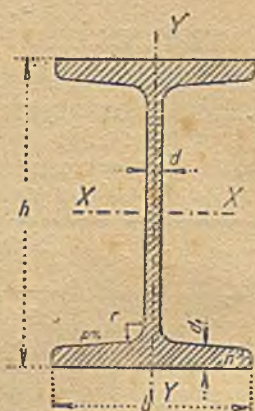
Numer przekroju	Wymiary w milimetrach				Prze-krój	Ciężar	Ze względu na oś XX			Ze względu na oś YY		
	h	b	d	d ₁			F	I _x	W _x	i	I _y	W _y
					cm ²	kg/m	cm ⁴					
8	80	42	3,9	5,9	7,58	5,95	77,8	19,5	3,21	6,29	3,00	0,91
9	90	46	4,2	6,3	8,99	7,07	117	26,0	3,61	8,78	3,82	0,99
10	100	50	4,5	6,8	10,6	8,32	171	34,2	4,02	12,2	4,88	1,07
11	110	54	4,8	7,2	12,3	9,66	230	43,5	4,32	16,2	6,00	1,15
12	120	58	5,1	7,7	14,2	11,15	328	54,7	4,81	21,5	7,41	1,23
13	130	62	5,4	8,1	16,1	12,64	436	67,1	5,20	27,5	8,87	1,31
14	140	66	5,7	8,6	18,2	14,37	573	81,9	5,61	35,2	10,7	1,39
15	150	70	6,0	9,0	20,4	16,01	735	98,0	6,00	43,9	12,5	1,47
16	160	74	6,3	9,5	22,8	17,90	935	117	6,40	54,7	14,8	1,54
17	170	78	6,6	9,9	25,2	19,78	1166	137	6,80	66,6	17,1	1,62
18	180	82	6,9	10,4	27,9	21,80	1446	161	7,20	81,3	19,8	1,71
19	190	86	7,2	10,8	30,5	24,02	1763	185	7,60	97,4	22,7	1,79
20	200	90	7,5	11,3	33,4	26,30	2142	214	8,01	117	26,0	1,87
21	210	94	7,8	11,7	36,3	28,57	2563	244	8,40	138	29,4	1,95
22	220	98	8,1	12,2	39,5	31,09	3060	278	8,80	162	33,1	2,02
23	230	103	8,4	12,6	42,6	33,52	3607	314	9,20	189	37,1	2,12
24	240	106	8,7	13,1	46,1	36,10	4246	354	9,60	221	41,7	2,19
25	250	110	9,0	13,6	49,7	39,01	4966	397	10,00	256	46,5	2,27
26	260	113	9,4	14,1	53,3	41,92	5744	442	10,38	288	51,0	2,32
27	270	116	9,7	14,7	57,1	44,90	6626	491	10,77	326	56,2	2,39
28	280	119	10,1	15,2	61,0	47,96	7587	542	11,15	364	61,2	2,44
29	290	122	10,4	15,7	64,8	50,95	8636	596	11,54	406	66,6	2,50
30	300	125	10,8	16,2	69,0	54,24	9800	693	11,90	451	72,2	2,56
32	320	131	11,5	17,3	77,7	61,07	12510	782	12,69	555	84,7	2,67
34	340	137	12,2	18,3	86,7	68,14	15695	923	13,45	674	98,4	2,79
36	360	143	13,0	19,5	97,0	76,22	19605	1089	14,22	818	114	2,91
38	380	149	13,7	20,5	107	84,00	24012	1264	14,98	975	131	2,99
40	400	155	14,4	21,6	118	92,63	29213	1461	15,73	1158	149	3,13
42,5	425	163	15,3	23,0	132	103,62	36973	1740	16,73	1437	176	3,29
45	450	170	16,2	24,3	147	115,40	45852	2037	17,66	1725	203	3,43
47,5	475	178	17,1	25,6	163	127,96	56481	2378	18,61	2088	235	3,58
50	500	185	18,0	27,0	179	141,30	68738	2750	19,59	2478	268	3,72
55	550	200	19,0	30,0	213	167,21	99184	3607	21,42	3488	349	4,02
60	600	215	21,6	32,4	254	199,40	138957	4622	23,40	4668	434	4,30

TABLICA XIV.

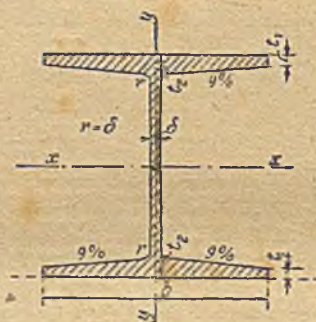
Dwuteowniki szerokostopowe Greya (kształtowniki B),
wyrabiane przez tow. niemiecko luksemburskie (Differdingen).
Rys. 299.

Pochyłość stopki $p = 9\%$, $r = d$, $r_1 = 0,6d$. Normalna długość 4 do 12 m,
największa 17 do 20 m. W zapisie 4 do 12 m co 50 w cm.

Numer przekroju	h	b	d	d ₁	F	g	Ze względu na oś XX			Ze względu na oś YY		
							l _x	W _x	i	l _y	W _y	i ₁
							cm ⁴	cm ³	cm	cm ⁴	cm ³	cm
14 B	140	140	7,4	13,9	39,8	31,2	1388	198	5,90	438	63	3,32
16 B	160	160	8,0	15,4	49,6	38,9	2278	285	6,78	705	88	3,77
18 B	180	180	8,5	16,7	59,9	47,0	3512	390	7,66	1073	119	4,23
20 B	200	200	8,5	18,1	70,4	55,3	5171	517	8,57	1568	157	4,72
22 B	220	220	9	19,5	82,6	64,8	7379	671	9,45	2216	201	5,18
24 B	240	240	10	20,8	96,8	76,0	10260	855	10,30	3043	254	5,61
25 B	250	250	10,5	21,7	105,1	82,5	12066	965	10,71	3575	286	5,83
26 B	260	260	11	22,9	115,6	90,7	14352	1104	11,14	4261	328	6,07
27 B	270	270	11,3	23,6	123,2	96,7	16529	1224	11,58	4920	365	6,32
28 B	280	280	11,5	24,4	131,8	103,4	19052	1361	12,02	5671	405	6,56
29 B	290	290	12	25,2	141,1	110,8	21866	1508	12,45	6417	443	6,74
30 B	300	300	12,5	26,3	152,1	119,4	25201	1680	12,85	7494	500	7,02
32 B	320	300	13	27,0	160,7	126,2	30119	1882	13,69	7867	524	7,08
34 B	340	300	13,4	27,5	167,4	131,4	35241	2073	14,51	8097	540	7,00
36 B	360	300	14,2	29,0	181,5	142,5	42479	2360	15,30	8793	586	6,96
38 B	380	300	14,8	29,8	191,2	150,1	49496	2605	16,07	9175	612	6,93
40 B	400	300	15,5	31,0	203,6	159,8	57834	2892	16,85	9721	648	6,91
42 ¹ / ₂ B	425	300	16	31,8	213,9	167,0	68249	3212	17,86	10078	672	6,86
45 B	450	300	17	33,0	229,3	180,0	80887	3595	18,78	10668	711	6,82
47 ¹ / ₂ B	475	300	17,6	34,0	242,0	190,0	94811	3992	19,79	11142	743	6,78
50 B	500	300	19,4	35,2	261,8	205,5	111283	4451	20,62	11718	781	6,69
55 B	550	300	20,6	37,0	288,0	226,1	145957	5308	22,51	12582	839	6,61
60 B	600	300	20,8	37,2	300,6	236,0	179303	5977	24,43	12672	845	6,49
65 B	650	300	21,1	37,5	314,5	246,9	217402	6690	26,29	12814	854	6,38
70 B	700	300	21,1	37,5	325,2	255,3	258106	7374	28,17	12818	854	6,28
75 B	750	300	21,1	37,5	335,7	263,4	302560	8068	30,02	12823	855	6,18
80 B	800	300	21,5	38,5	354,9	278,6	360486	9012	31,86	13269	885	6,11
85 B	850	300	21,5	38,5	365,6	287,0	414887	9762	33,68	13274	885	6,02
90 B	900	300	21,5	38,5	376,4	295,5	473964	10533	35,48	13279	885	5,94
95 B	950	300	21,9	39,5	396,2	311,0	550974	11600	37,29	13727	915	5,89
100 B	1000	300	21,9	39,5	407,2	319,7	621287	12425	39,06	13732	915	5,81



Rys. 298.



Rys. 299.




Rys. 300.

Podane rysunki należą do tablic XII, XIII, XIV, XV, XVI, XVII.

TABLICA XV.
Dwuteowniki (dźwigary I, profile norm. austriackie).

Numer przekroju	Wymiary w milimetrach						Nachylenie boków stopy p %	Przekrój F	Ciężar g	Moment bezwładno- ści I_x	Moment wyrzyna- łości W_x	Promień bezwładno- ści i_x	Moment bezwładno- ści I_y	Moment wyrzyna- łości W_y	Promień bezwładno- łości i_y
	h	b	d	d_1	r_1	r									
8	80	52	4,0	6,0	2,4	4,8	8,6	9,08	7,13	97,1	24,3	3,27	12,7	4,90	1,18
10	100	60	4,5	7,0	2,7	5,4	9,0	12,42	9,75	207,9	41,6	4,09	22,8	7,59	1,35
12	120	68	5,0	8,0	3,1	6,2	9,4	16,28	12,78	393,7	65,4	4,91	37,8	11,1	1,52
13	130	72	5,5	8,5	3,3	6,6	9,6	18,68	14,66	524,0	80,6	5,30	47,6	13,2	1,60
14	140	76	6,0	8,5	3,5	7,0	9,8	20,55	16,13	659,5	94,2	5,67	55,6	14,6	1,64
15	150	80	6,0	9,0	3,6	7,2	10,0	22,58	17,73	840,3	112,0	6,10	68,5	17,1	1,74
16	160	84	6,5	9,5	3,9	7,8	10,2	25,43	19,96	1068	133,5	6,48	83,6	19,9	1,81
18	180	90	7,0	11,0	4,2	8,4	10,6	31,21	24,50	1663	184,7	7,30	119,7	26,6	1,96
18 a	180	135	7,0	11,0	4,2	8,4	10,6	41,11	32,27	2364	262,6	7,58	380,7	56,4	3,04
20	200	96	8,0	12,0	4,8	9,6	11,0	37,58	29,50	2429	242,9	8,04	158,3	33,0	2,05
21	210	99	8,5	12,5	5,1	10,2	11,2	40,99	32,18	2899	276,1	8,41	180,8	36,5	2,10
22	220	102	9,0	13,0	5,4	10,8	11,4	44,55	34,79	3434	312,2	8,78	205,5	40,3	2,15
22 a	220	135	9,0	13,0	5,4	10,8	11,4	53,13	41,71	4346	395,1	9,04	457,8	67,8	2,94
23	230	105	9,0	14,0	5,5	11,0	11,6	48,17	37,81	4099	356,4	9,22	242,1	46,1	2,24
24	240	108	9,5	14,5	5,7	11,4	11,8	52,00	40,82	4785	398,8	9,59	272,9	50,5	2,29
24 a	240	135	9,5	14,5	5,7	11,4	11,8	59,83	46,97	5774	481,2	9,82	517,0	76,6	2,94
25	250	111	10,0	15,0	6,0	12,0	12,0	56,00	43,96	5556	444,5	9,96	306,1	55,2	2,34
26	260	114	10,5	15,5	6,3	12,6	12,2	60,15	47,22	6117	493,6	10,33	342,6	60,1	2,39
28	280	120	11,0	17,0	6,6	13,2	12,6	68,70	53,93	8527	609,1	11,14	439,0	73,2	2,53
28 a	280	150	11,0	17,0	6,6	13,2	12,6	78,90	61,94	10279	734,2	11,41	831,2	110,8	3,25
30	300	126	12,0	18,0	7,2	14,4	13,0	78,02	61,25	11002	733,5	11,88	537,2	85,3	2,62
32	320	132	13,0	19,0	7,8	15,6	13,4	87,96	69,05	13982	873,1	12,61	650,9	98,6	2,72
35	350	141	14,0	21,0	8,4	16,8	14,0	103,64	81,36	19693	1125,3	13,79	876,8	124,4	2,91
40	400	156	16,0	24,0	9,6	19,2	15,0	132,86	104,30	32709	1635,5	15,69	1354	173,6	3,19
45	450	171	18,0	27,0	10,8	22,6	16,0	165,67	130,05	51284	2279,3	17,59	2001	234,0	3,48
50	500	186	20,0	30,0	12,8	24,0	17,0	199,60	155,70	75912	3036,5	19,50	5248	349,2	4,03

TABLICA XVI.

Ceowniki (kształtowniki ) przekroje norm. niemieckie, Rys. 300).

Długości normalne 4—10 m, najw. 16 m.; w zapasie długości od 4—9 m w 20 cm i od 9—10 m co 25 cm.

$$r = d_1, r_1 = \frac{d_1}{2}, \text{pochylenie stopki } 8\% (1:12,5).$$

Numer przekroju	Wymiary w mm				F cm ³	g kg/m	Odstęp środkka ciężko- ści e mm	Ze względu na oś XX			Ze względu na oś YY		
	h	b	d	d ₁				I _x cm ⁴	W _x cm ³	i cm	I _y cm ⁴	W _y cm ³	i ₁ cm
3	30	33	5	7	5,44	4,27	13,1	6,39	4,26	1,08	5,33	2,68	0,99
4	40	35	5	7	6,21	4,87	13,3	14,1	7,05	1,50	6,68	3,08	1,04
5	50	38	5	7	7,12	5,59	13,7	26,4	10,6	1,92	9,12	3,75	1,13
6 ^{1/2}	65	42	5,5	7,5	9,03	7,09	14,2	57,5	17,7	2,52	14,1	5,07	1,25
8	80	45	6	8	11,0	8,64	14,5	106	26,5	3,10	19,4	6,36	1,33
10	100	50	6	8,5	13,5	10,6	15,5	206	41,3	3,91	29,3	8,49	1,47
12	120	55	7	9	17,0	13,35	16,0	364	60,7	4,62	43,2	11,1	1,59
14	140	60	7	10	20,4	16,01	17,5	605	86,4	5,45	62,7	14,8	1,75
16	160	65	7,5	10,5	24,0	18,84	18,4	925	116	6,21	85,3	18,8	1,88
18	180	70	8	11	28,0	21,98	19,2	1354	150	6,95	114	22,4	2,02
20	200	75	8,5	11,5	32,2	25,28	20,1	1911	191	7,70	148	27,0	2,14
22	220	80	9	12,5	37,4	29,36	21,4	2690	245	8,48	197	33,6	2,26
24	240	85	9,5	13	42,3	33,21	22,3	3598	300	9,22	248	39,6	2,42
26	260	90	10	14	48,3	37,92	23,6	4823	371	9,98	317	47,7	2,56
28	280	95	10	15	53,3	41,84	25,3	6276	448	10,85	399	57,2	2,74
30	300	100	10	16	58,8	46,16	27,0	8026	535	11,69	495	67,8	2,90

TABLICA XVII.

Ceowniki (kształtówki \sqcup , przekroje norm. austriackie, rys. 300).

Dla przekrojów normalnych jest $\left\{ \begin{array}{l} b = 0,25 h + 25 \text{ mm (zaokrąglone na } 5 \text{ mm)} \\ d = 0,025 h + 4 \text{ mm (zaokrąglone na } 0,5 \text{ mm)} \\ d_1 = 1,5 d \end{array} \right. \begin{array}{l} r_1 = 0,6 d, \\ r = 1,5 d, \\ p = (0,01h+7)\% \end{array}$

Numer przekroju	Wymiary w milimetrach						Nachylenie wewn. boków p %	Przekrój F cm ²	Ciężar g kg/m	Odstęp środka ciężkości e cm	Ze względu na oś XX			Ze względu na oś YY		
											moment		promień bezwładności i cm	moment		promień bezwładności i ₁ cm
	bezwładności J _x cm ⁴	wytrzymałości W _x cm ³	bezwładności J _y cm ⁴	wytrzymałości J _y : (b-e) cm ³												
	h	b	d	d ₁	r ₁	r										
6	60	40	5,5	8,0	3,3	8,0	7,6	9,01	7,07	1,44	48,0	16,0	2,31	13,0	5,1	1,20
8	80	45	6,0	9,0	3,6	9,0	7,8	12,06	9,47	1,54	116,1	29,0	3,10	21,9	7,4	1,35
10	100	50	6,5	9,5	3,9	9,5	8,0	15,03	11,80	1,62	227,1	45,4	3,89	33,3	9,8	1,49
12	120	55	7,0	10,5	4,2	10,5	8,2	18,81	14,77	1,74	409,7	98,3	4,67	50,1	13,3	1,63
13	130	60	7,0	10,5	4,2	10,5	8,3	20,56	16,14	1,87	533,4	82,1	5,09	65,3	15,8	1,78
14	140	60	7,5	11,0	4,5	11,0	8,4	23,40	17,58	1,82	662,2	94,6	5,44	69,9	16,7	1,77
16	160	65	8,0	12,0	4,8	12,0	8,6	26,90	21,12	1,95	1038	129,8	6,21	98,2	21,5	1,91
18	180	70	8,5	12,5	5,1	12,5	8,8	31,13	24,44	2,03	1514	168,2	6,97	180	26,1	2,04
20	200	75	9,0	13,5	5,4	13,5	9,0	36,35	28,54	2,16	2182	218,2	7,75	173	32,5	2,18
22	220	80	9,5	14,0	5,7	14,5	9,2	41,21	32,35	2,25	2979	270,9	8,50	221	38,4	2,32
24	240	85	10,0	15,0	6,0	15,0	9,4	47,15	37,01	2,38	4058	338,2	9,28	285	46,5	2,46
26	260	90	10,5	15,5	6,3	15,5	9,6	52,63	41,32	2,47	5294	407,2	10,03	352	53,8	2,59
28	280	95	11,0	16,5	6,6	16,5	9,8	59,30	46,55	2,60	6920	494,3	10,80	441	63,9	2,73
30	300	100	11,5	17,0	6,9	17,0	10,0	65,41	51,35	2,69	8727	581,8	11,55	533	72,8	2,85

TABLICA XVIII.

Kątowniki równoramienne (przekroje norm. niemieckie, rys. 301).

Długości normalne 4—12 m, najw. długość 16 m. — W zapasie długości co 20 cm między 4 a 9 m i co 25 cm między 9 a 16 m.

$$r_1 = 0,5 \text{ (najw. } d + \text{ najmn. } d), r = \frac{1}{2} r_1, b-v = \frac{1}{4} b + 0,36 d.$$

Numer przekroju	Wymiary w mm		F cm ²	g kg/m	b—v cm	I _{ab} cm ⁴	Z e w z g l ę d u n a o ś									Dwa znit. kątowniki			
	b	d					X ₁ X ₁			XX			YY			ze wzgl. na AB		ze wzgl. na X ₁ X ₁	
							I _{x₁}	W _{x₁}	i _{x₁}	I	W	i	I ₁	W ₁	i ₁	2 I _{ab} cm ⁴	I _{ab} cm	2 I _{xx} cm ⁴	I _{xx} cm
4 ^{1/2}	5	4,30	3,38	12,8	14,9	7,85	2,43	1,35	12,4	3,91	1,71	3,25	1,80	0,90	29,9	1,87	15,7	1,35	
	7	5,86	4,60	13,6	21,2	10,4	3,31	1,34	16,4	5,16	1,68	4,39	2,28	0,88	42,5	1,91	20,9	1,34	
	9	7,34	5,76	14,4	27,8	12,6	4,12	1,31	19,8	6,24	1,64	5,40	2,65	0,86	55,6	1,95	25,2	1,31	
5	5	4,80	3,77	14,0	20,4	11,0	3,05	1,53	17,1	4,91	1,91	4,59	2,32	0,98	40,9	2,07	22,1	1,53	
	7	6,56	5,15	14,9	29,0	14,5	4,15	1,50	23,1	6,53	1,88	6,02	2,85	0,96	58,1	2,11	29,0	1,50	
	9	8,24	6,47	15,6	38,0	17,9	5,19	1,44	28,1	7,94	1,85	7,67	3,47	0,97	76,0	2,14	35,8	1,44	
5 ^{1/2}	6	6,31	4,95	15,6	32,8	17,3	4,39	1,66	27,4	7,04	2,09	7,24	3,27	1,07	65,7	2,29	34,7	1,66	
	8	8,23	6,46	16,4	44,2	22,1	5,7	1,64	34,8	8,96	2,07	9,35	4,03	1,05	88,5	2,33	44,3	1,64	
	10	10,07	7,90	17,2	56,0	26,3	6,9	1,62	41,4	10,64	2,03	11,27	4,64	1,06	112,0	2,37	52,6	1,62	
6	6	6,91	5,42	16,9	42,5	22,7	5,3	1,82	36,1	8,51	2,29	9,43	3,95	1,18	85,1	2,48	45,5	1,82	
	8	9,03	7,09	17,7	57,5	29,2	6,9	1,80	46,1	10,9	2,27	12,1	4,85	1,17	115,1	2,53	58,5	1,80	
	10	11,07	8,69	18,5	72,8	34,8	8,4	1,77	55,1	13,0	2,24	14,6	5,58	1,20	145,6	2,56	69,8	1,77	
6 ^{1/2}	7	8,7	6,83	18,5	63	33,4	7,2	1,97	53,0	11,5	2,48	13,8	5,25	1,27	126	2,70	66,9	1,97	
	9	11,0	8,62	19,3	82	41,3	9,0	1,95	65,4	14,2	2,45	17,2	6,31	1,26	164	2,74	82,7	1,95	
	11	13,2	10,34	20,0	101	48,7	10,8	1,91	76,8	16,7	2,41	20,7	7,30	1,25	202	2,77	97,4	1,91	
7	7	9,4	7,38	19,7	79	42,3	8,4	2,12	67,1	13,6	2,68	17,6	6,29	1,36	158	2,90	84,6	2,12	
	9	11,9	9,34	20,5	102	52,5	10,6	2,11	83,1	16,8	2,65	22,0	7,57	1,37	205	2,94	105	2,11	
	11	14,3	11,23	21,3	126	62,0	12,7	2,08	97,6	19,7	2,61	26,0	8,65	1,35	256	2,99	124	2,08	

7 1/2	75	8	11,5	9,03	21,3	111	59,0	10,9	2,27	93,3	17,6	2,85	24,4	8,11	1,46	222	3,11	118	2,27
		10	14,1	11,07	22,1	140	71,0	13,4	2,26	113	21,3	2,82	29,8	9,54	1,48	280	3,15	143	2,26
		12	16,9	13,11	22,9	170	82,5	15,8	2,22	130	24,6	2,80	34,7	10,71	1,44	340	3,19	165	2,22
8	80	8	12,3	9,66	22,6	135	72,0	12,5	2,43	115	20,3	3,06	29,6	9,25	1,57	270	3,31	145	2,43
		10	15,1	11,86	23,4	170	87,5	15,4	2,40	139	24,5	3,03	35,9	10,8	1,54	340	3,35	175	2,40
		12	17,9	14,05	24,1	206	102	18,2	2,39	161	28,4	3,00	48,0	12,6	1,56	412	3,39	204	2,39
9	90	9	15,5	12,17	25,4	216	116	17,9	2,73	184	28,9	3,44	47,8	13,3	1,75	432	3,73	232	2,73
		11	18,7	14,68	26,2	266	138	21,5	2,71	218	34,3	3,41	57,1	15,4	1,75	532	3,77	275	2,71
		13	21,8	17,11	27,0	317	158	25,6	2,70	250	39,3	3,38	65,9	17,3	1,76	634	3,81	317	2,70
10	100	10	19,2	15,07	28,2	329	177	24,6	3,02	280	39,7	3,83	73,3	18,4	1,90	658	4,13	354	3,02
		12	22,7	17,82	29,0	398	207	29,1	3,00	328	46,3	3,80	86,2	21,0	1,90	796	4,17	414	3,00
		14	26,2	20,57	29,8	468	235	33,5	2,97	372	52,6	3,75	98,3	23,4	1,88	936	4,20	470	2,97
11	110	10	21,2	15,64	30,7	438	239	30,1	3,36	379	48,7	4,23	98,6	22,7	2,16	876	4,54	478	3,36
		12	25,1	19,70	31,5	529	280	35,7	3,34	444	57,1	4,21	116	26,1	2,15	1058	4,59	560	3,34
		14	29,0	22,75	32,1	621	319	40,9	3,32	505	64,8	4,17	133	29,2	2,14	1242	4,63	638	3,32
12	120	11	25,4	19,94	33,6	626	340	39,4	3,66	541	63,8	4,64	140	29,4	2,28	1252	4,97	680	3,66
		13	29,7	23,31	34,4	745	393	46,0	3,64	625	73,7	4,61	162	33,4	2,29	1490	5,01	787	3,64
		15	33,9	26,61	35,1	864	445	52,5	3,62	705	83,2	4,58	186	37,5	2,31	1728	5,05	891	3,62
13	130	12	30,0	23,55	36,4	869	472	50,5	3,97	750	81,6	5,00	194	37,8	2,54	1738	5,38	914	3,97
		14	34,7	27,24	37,2	1020	540	58,0	3,95	857	93,3	4,97	223	42,4	2,54	2040	5,41	1080	3,95
		16	39,3	30,85	38,0	1171	604	65,5	3,92	959	104	4,94	251	46,7	2,53	2342	5,46	1208	3,92
14	140	13	35,0	27,48	39,2	1175	638	63,5	4,27	1014	102	5,39	262	47,3	2,71	2350	5,81	1276	4,27
		15	40,0	31,40	40,0	1363	723	72,5	4,26	1148	116	5,36	298	52,6	2,75	2726	5,85	1446	4,26
		17	45,0	35,33	40,8	1554	805	81,0	4,23	1276	129	5,33	334	58,0	2,72	3108	5,88	1610	4,23
15	150	14	40,3	31,64	42	1556	845	78,5	4,58	1343	127	5,77	347	58,3	2,93	3112	6,22	1690	4,58
		16	45,7	35,87	43	1790	949	88,5	4,56	1507	142	5,74	391	64,4	2,92	3580	6,26	1898	4,56
		18	51,0	40,04	44	2039	1052	99,0	4,52	1665	157	5,71	438	71,1	2,93	4078	6,30	2104	4,52
16	160	15	46,1	36,19	45	2027	1099	95,5	4,89	1745	154	6,15	453	71,3	3,15	4154	6,64	2198	4,89
		17	51,8	40,66	46	2308	1225	107	4,86	1945	172	6,13	506	78,4	3,11	4616	6,68	2450	4,86
		19	57,5	45,14	46	2590	1348	118,5	4,84	2137	189	6,10	558	84,8	3,11	5180	6,71	2696	4,84

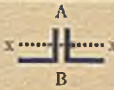
TABLI-
Kątowniki równoramienne (prze-
 $r = d, r_1 = 0,5 d,$

Numer przekroju	Wymiary w mm				Przekrój F	Ciężar g	Położenie osi głównych i środka ciężkości			Moment bezwładności ze względu na podstawę I _{ab}
	b	d	r ₁	r			w	e	v	
					cm ²	kg/m	cm			cm ⁴
45 × 45	45	5	6,0	3,0	4,29	3,37	3,18	1,82	3,21	15,0
	45	6	6,0	3,0	5,08	3,99	3,18	1,88	3,17	18,2
	45	7	6,0	3,0	5,85	4,59	3,18	1,92	3,14	21,4
50 × 50	50	5	6,0	3,0	4,79	3,76	3,54	1,99	3,59	20,6
	50	6	6,0	3,0	5,68	4,46	3,54	2,05	3,55	24,9
	50	7	6,0	3,0	6,55	5,14	3,54	2,11	3,51	29,2
55 × 55	55	6	7,0	3,5	6,29	4,94	3,89	2,26	3,93	32,9
	55	7	7,0	3,5	7,26	5,70	3,89	2,28	3,89	38,7
	55	8	7,0	3,5	8,21	6,44	3,89	2,33	3,85	44,5
60 × 60	60	6	7,5	3,7	6,90	5,42	4,24	2,39	4,31	42,6
	60	7	7,5	3,7	7,97	6,26	4,24	2,45	4,27	50,1
	60	8	7,5	3,7	9,02	7,08	4,24	2,50	4,23	57,6
	60	9	7,5	3,7	10,05	7,89	4,24	2,56	4,19	65,1
65 × 65	65	6	8,0	4,0	7,51	5,90	4,60	2,57	4,68	53,9
	65	7	8,0	4,0	8,68	6,81	4,60	2,62	4,65	63,3
	65	8	8,0	4,0	9,83	7,72	4,60	2,67	4,60	72,8
	65	9	8,0	4,0	10,96	8,60	4,60	2,73	4,57	82,4
	65	10	8,0	4,0	12,07	9,47	4,60	2,77	4,54	92,1
70 × 70	70	7	8,5	4,2	9,39	7,37	4,95	2,80	5,02	79,1
	70	8	8,5	4,2	10,64	8,35	4,95	2,84	4,99	90,9
	70	9	8,5	4,2	11,87	9,32	4,95	2,90	4,95	102,7
	70	10	8,5	4,2	13,08	10,27	4,95	2,97	4,90	114,6
75 × 75	75	8	10,0	5,0	11,47	9,00	5,30	3,01	5,37	110,9
	75	9	10,0	5,0	12,80	10,05	5,30	3,07	5,33	125,5

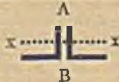
CA XIX.

kroje normalne austriackie, rys. 301).

$$p = 0\%.$$

Ze względu na oś X_1X_1			Ze względu na oś główną XX			Ze względu na oś główną YY			Dwa znitowane kątowniki 			
moment			moment			moment			ze względu na oś AB		ze względu na oś XX	
bezwładności I_{x_1}	wytrzymałość $I_{x_1} : v$	promień bezwładności i_{x_1}	bezwładności I_x	wytrzymałość $I_x : w$	promień bezwładności i_x	bezwładności I_y	wytrzymałość $I_y : e$	promień bezwładności i_y	moment	promień	moment	promień
bezwładności			bezwładności			bezwładności			bezwładności		bezwładności	
cm ⁴	cm ⁵	cm	cm ⁴	cm ⁵	cm	cm ⁴	cm ⁵	cm	2 I_{ab}	i_{ab}	2 I_{xx}	i_{xx}
7,86	2,45	1,35	12,5	3,94	1,71	3,19	1,75	0,86	30,0	1,87	15,7	1,35
9,17	2,89	1,34	14,6	4,59	1,69	3,75	1,99	0,86	36,3	1,89	19,3	1,34
10,54	3,36	1,34	16,5	5,20	1,98	4,56	2,38	0,88	42,7	1,91	21,1	1,34
11,2	3,11	1,53	17,5	4,95	1,91	4,84	2,43	1,01	41,1	2,07	22,3	1,53
12,9	3,64	1,51	20,5	5,78	1,90	5,41	2,64	0,98	49,8	2,09	25,9	1,51
14,7	4,20	1,50	23,2	6,56	1,88	6,14	2,91	0,97	58,5	2,11	29,4	1,50
17,4	4,43	1,66	27,6	7,09	2,09	7,21	3,19	1,07	65,8	2,29	34,8	1,66
19,9	5,11	1,65	31,4	8,07	2,08	8,31	3,64	1,07	77,3	2,31	39,7	1,65
22,1	5,75	1,64	35,0	9,00	2,07	9,27	3,98	1,05	89,0	2,33	44,3	1,64
22,9	5,31	1,82	36,3	8,56	2,29	9,54	3,99	1,18	85,2	2,48	45,8	1,82
26,2	6,14	1,81	41,4	9,77	2,28	11,0	4,49	1,17	100,1	2,51	52,4	1,81
29,3	6,93	1,80	46,3	10,9	2,27	12,3	4,93	1,17	115,1	2,53	58,6	1,80
32,2	7,69	1,79	50,9	12,0	2,25	13,6	5,29	1,16	130,3	2,55	64,4	1,79
29,0	6,20	1,97	46,6	10,1	2,49	11,4	4,44	1,23	107,8	2,68	58,0	1,97
33,6	7,23	1,97	53,3	11,6	2,48	13,9	5,31	1,27	127,7	2,70	67,2	1,97
37,3	8,11	1,95	59,7	13,0	2,46	14,9	5,58	1,23	145,7	2,72	74,6	1,95
41,6	9,10	1,95	65,7	14,3	2,45	17,5	6,41	1,26	164,8	2,74	83,2	1,95
45,7	10,07	1,95	71,5	15,5	2,43	19,9	7,18	1,28	184,1	2,76	91,4	1,95
42,3	8,42	2,12	67,3	13,6	2,68	17,3	6,18	1,36	158,2	2,90	84,6	2,12
47,9	9,60	2,12	75,5	15,2	2,66	20,3	7,12	1,38	181,7	2,92	95,8	2,12
52,8	10,7	2,11	83,3	16,8	2,65	22,3	7,69	1,37	205,4	2,94	105,6	2,11
56,9	11,6	2,09	90,7	18,3	2,63	23,1	7,78	1,38	229,2	2,96	113,8	2,09
58,9	11,0	2,27	93,3	17,6	2,85	24,5	8,14	1,46	221,8	3,11	117,8	2,27
65,2	12,0	2,26	103,2	19,5	2,84	27,2	8,86	1,46	250,9	3,13	130,4	2,26

Numer przekroju	Wymiary w mm				Przekrój F	Ciężar g	Położenie osi głównych i środka ciężkości			Moment bezwładności ze względu na podstawę lab
	b	d	r ₁	r			w	e	v	
75 × 75	75	10	10,0	5,0	14,11	11,08	5,30	3,13	5,29	140,1
	75	11	10,0	5,0	15,40	12,09	5,30	3,18	5,24	154,9
	75	12	10,0	5,0	16,77	13,09	5,30	3,24	5,21	169,9
80 × 80	80	8	10,0	5,0	12,27	9,63	5,66	3,18	5,75	134,6
	80	9	10,0	5,0	13,70	10,75	5,66	3,24	5,71	152,2
	80	10	10,0	5,0	15,11	11,86	5,66	3,31	5,66	169,9
	80	11	10,0	5,0	16,50	12,95	5,66	3,35	5,63	187,8
	80	12	10,0	5,0	17,87	14,03	5,66	3,41	5,59	205,9
90 × 90	90	9	11,5	5,5	15,52	12,18	6,36	3,59	6,46	215,9
	90	10	11,5	5,5	17,13	13,45	6,36	3,65	6,42	240,9
	90	11	11,5	5,5	18,72	14,70	6,36	3,70	6,38	266,1
	90	12	11,5	5,5	20,29	15,93	6,36	3,76	6,34	291,4
	90	13	11,5	5,5	21,84	17,14	6,36	3,80	6,31	316,9
100 × 100	100	10	12,0	6,0	19,16	15,04	7,07	3,99	7,18	327,0
	100	11	12,0	6,0	20,95	16,45	7,07	4,04	7,14	361,3
	100	12	12,0	6,0	22,72	17,84	7,07	4,10	7,10	395,8
	100	13	12,0	6,0	24,47	19,21	7,07	4,17	7,05	430,5
	100	14	12,0	6,0	26,40	20,72	7,07	4,20	7,03	465,3
120 × 120	120	11	13,0	6,5	25,37	19,92	8,49	4,74	8,64	626,3
	120	12	13,0	6,5	27,54	21,62	8,49	4,79	8,61	684,3
	120	13	13,0	6,5	29,69	23,31	8,49	4,86	8,56	744,7
	120	14	13,0	6,5	31,82	24,98	8,49	4,90	8,53	804,2
	120	15	13,0	6,5	33,93	26,64	8,49	4,96	8,49	864,0
140 × 140	140	13	14,5	7,2	34,93	27,39	9,90	5,57	10,06	1178
	140	14	14,5	7,2	37,46	29,41	9,90	5,61	10,03	1272
	140	15	14,5	7,2	39,97	31,38	9,90	5,66	10,00	1366
	140	16	14,5	7,2	42,46	33,33	9,90	5,73	9,95	1460
160 × 160	160	15	16,5	8,2	46,04	36,14	11,31	6,35	11,51	2030
	160	16	16,5	8,2	48,93	38,44	11,31	6,41	11,47	2170
	160	17	16,5	8,2	51,80	40,66	11,31	6,48	11,42	2310
	160	18	16,5	8,2	54,65	42,90	11,31	6,52	11,39	2451

Ze względu na oś X_1X_1			Ze względu na oś główną XX			Ze względu na oś główną YY			Dwa znitowane kątowniki			
moment		promień bezwładności i_x	moment		promień bezwładności i	moment		promień bezwładności i_y	ze względu na oś AB		ze względu na oś XX	
bezwładności I_x	wytrzymałości $I_x : v$		bezwładności I_x	wytrzymałości $I_x : w$		bezwładności I_y	wytrzymałości $I_y : e$		moment	promień	moment	promień
cm^4	cm^3	cm	cm^4	cm^3	cm	cm^4	cm^3	cm	cm^4	cm	cm^4	cm
71,8	13,6	2,26	112,5	21,2	2,82	31,1	9,94	1,48	280,3	3,15	143,6	2,26
76,9	14,7	2,23	121,7	22,9	2,81	32,1	10,1	1,44	309,8	3,17	153,8	2,23
82,5	15,8	2,22	130,3	24,6	2,80	34,7	10,7	1,44	339,8	3,19	165,0	2,22
72,5	12,6	2,43	114,6	20,2	3,06	30,4	9,56	1,57	269,2	3,31	145,0	2,48
80,4	14,1	2,42	129,9	22,4	3,04	33,9	10,5	1,57	304,5	3,33	160,8	2,42
87,2	15,4	2,40	138,6	24,5	3,03	35,8	10,8	1,54	339,9	3,35	174,4	2,40
95,1	16,9	2,40	149,9	26,5	3,01	40,3	12,0	1,56	375,5	3,37	190,2	2,40
102,1	18,3	2,39	160,7	28,4	3,00	43,5	12,7	1,56	411,7	3,39	204,2	2,39
115,8	17,9	2,73	183,8	28,9	3,44	47,8	13,3	1,75	431,7	3,73	231,6	2,73
126,9	19,8	2,72	201,2	31,6	3,43	52,6	14,4	1,75	481,8	3,75	253,8	2,72
137,6	20,6	2,71	218,1	34,3	3,41	57,1	15,4	1,75	532,2	3,77	275,2	2,71
147,8	23,3	2,70	234,3	36,8	3,40	61,3	16,3	1,74	582,9	3,79	295,6	2,70
158,9	25,2	2,70	250,0	39,3	3,38	67,8	17,8	1,76	633,9	3,81	318,8	2,70
174,6	24,3	3,02	280,3	39,0	3,83	68,9	17,3	1,90	654,1	4,13	349,2	3,02
189,9	26,6	3,01	304,3	43,0	3,81	75,5	18,7	1,90	722,7	4,15	379,8	3,01
204,7	28,8	3,00	327,6	46,3	3,80	81,8	19,9	1,90	791,6	4,17	409,4	3,00
217,6	30,9	2,98	350,1	49,5	3,78	85,1	20,0	1,87	860,9	4,19	435,2	2,98
232,4	33,1	2,97	371,8	52,6	3,75	93,0	22,2	1,88	930,6	4,20	464,8	2,97
339,9	39,3	3,66	547,1	64,4	4,64	132,7	28,0	2,28	1253	4,97	679,8	3,66
367,8	42,7	3,65	589,7	69,5	4,63	145,9	30,5	2,30	1369	4,99	735,6	3,65
393,4	46,0	3,64	631,3	74,4	4,61	155,5	32,0	2,29	1489	5,01	786,8	3,64
421,1	49,4	3,64	671,6	79,1	4,59	170,6	34,8	2,32	1608	5,03	842,2	3,64
446,0	52,5	3,62	710,8	83,7	4,58	181,2	36,5	2,31	1728	5,05	892,0	3,62
636	63,2	4,27	1015	102,6	5,39	256	46,0	2,71	2356	5,81	1271	4,27
681	67,9	4,26	1083	109,4	5,38	280	49,9	2,74	2544	5,83	1363	4,26
726	72,6	4,26	1149	116,1	5,36	303	53,5	2,75	2732	5,85	1453	4,26
764	76,8	4,24	1214	122,6	5,35	314	54,8	2,72	2921	5,87	1528	4,24
1102	95,7	4,89	1747	154,3	6,15	457	72,0	3,15	4060	6,64	2203	4,89
1166	101,6	4,88	1848	163,4	6,14	484	75,5	3,15	4340	6,66	2332	4,88
1224	107,2	4,86	1947	172,2	6,13	501	77,3	3,11	4621	6,68	2448	4,86
1291	113,3	4,86	2044	180,7	6,12	538	82,5	3,14	4903	6,77	2582	4,86

TABLICA XX.

Kątowniki nierównoramienne (przekroje norm. niemieckie, rys. 302).

Długości normalne 4 do 12 m, najw. długość 16 m. — W zapasie długości do 14 m co 25 cm.

$$r = 0,5 \text{ (najw. } d + \text{ najmn. } d), r_1 = \frac{1}{2} r.$$

Numer przekroju	Wymiary w mm			F cm ²	g kg/m	Odstęp środka ciężkości		Polo- żenie osi YY tg α	Ze względu na oś							
	b	b _i	d			e	e _i		X ₁ X ₁		Y ₁ Y ₁		XX		YY	
									l'	i'	l' ₁	i' ₁	I _x	i _x	l _y	i _y
S t o s u n e k r a m i o n 2 : 3																
4/6	40	60	5	4,79	3,76	19,5	9,7	0,432	17,3	1,90	6,20	1,14	19,8	2,03	3,66	0,88
			7	6,55	5,14	20,4	10,5	0,428	22,8	1,87	7,99	1,11	26,3	2,00	4,63	0,84
5/7½	50	75	7	8,33	6,54	24,7	12,4	0,430	46,3	2,37	16,4	1,41	53,1	2,53	9,58	1,08
			9	10,5	8,24	25,6	13,2	0,427	57,2	2,33	20,1	1,41	65,4	2,50	11,9	1,06
6½ 10	65	100	9	14,2	11,15	33,1	15,9	0,410	140	3,14	46,6	1,81	160	3,36	26,8	1,37
			14	17,1	13,42	34,0	16,7	0,407	167	3,12	55,3	1,80	189	3,32	32,9	1,37
8,12	80	120	10	19,1	14,99	39,2	19,5	0,435	276	3,80	97,9	2,26	317	4,07	56,8	1,72
			12	22,7	17,82	40,0	20,2	0,430	323	3,78	115	2,25	370	4,03	67,5	1,72

10/15	100	150	12	28,7	22,53	43,9	24,2	0,436	649	4,75	232	2,84	747	5,10	134	2,15
			14	33,2	26,06	49,7	25,0	0,434	744	4,73	263	2,82	854	5,07	153	2,15

S t o s u n e k r a m i o n 1 : 2

3/6	30	60	5	4,29	3,37	21,5	6,8	0,254	15,6	1,91	2,61	0,78	16,5	1,96	1,71	0,63
			7	5,85	5,59	22,4	7,6	0,248	20,6	1,88	3,42	0,76	21,8	1,93	2,28	0,62
4/8	40	80	6	6,89	5,41	28,5	8,8	0,257	44,9	2,55	7,66	1,05	47,6	2,63	4,99	0,85
			8	9,01	7,07	29,4	9,6	0,252	57,5	2,53	9,62	1,04	60,8	2,60	6,41	0,84
5/10	50	100	8	11,5	9,03	35,9	11,2	0,267	116	3,18	19,6	1,31	123	3,27	12,8	1,04
			10	14,1	11,07	36,7	12,0	0,266	141	3,16	23,5	1,29	150	3,27	14,6	1,02
6 1/2 13	65	130	10	18,6	14,6	46,5	14,5	0,257	320	4,15	54,4	1,71	339	4,27	35,4	1,35
			12	22,1	17,35	47,5	15,3	0,255	374	4,11	62,8	1,69	395	4,23	41,3	1,37
8/16	80	160	12	27,5	21,59	57,2	17,7	0,269	719	5,11	122	2,11	762	5,26	79,4	1,70
			14	31,8	24,96	58,1	18,5	0,268	822	5,08	139	2,09	875	5,25	86,0	1,64
10/20	100	200	14	40,3	31,64	71,2	21,8	0,261	1654	6,40	282	2,65	1754	6,60	182	2,13
			16	45,7	35,87	72,0	22,6	0,259	1863	6,38	315	2,63	1973	6,57	205	2,12

TABLI-
Kątowniki nierównoramienne (prze-
r = d,

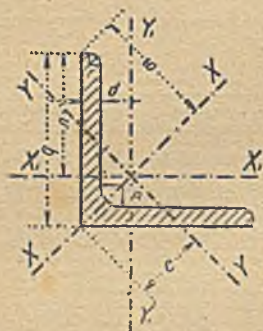
Numer przekroju	Wymiary w mm					Powierzchnia przekroja F'	Ciężar jednostkowy g	Odstęp środka ciężkości w cm		Położenie osi głównej Y-Y	Odstępy od osi głównych w cm			
	b	b ₁	d	r	r ₁	cm ²	kg/m	e	e ₁	tg α	w	s		
50×75	50	75	7	7,5	3,7	8,32	6,53	2,47	1,24	0,430	5,11	3,76	2,62	2,12
	50	75	8	7,5	3,7	9,42	7,39	2,52	1,29	0,428	5,08	3,78	2,60	2,18
60×90	60	90	8	9,0	4,5	11,45	9,00	2,96	1,50	0,431	6,14	4,51	3,13	2,55
	60	90	9	9,0	4,5	12,78	10,03	3,00	1,52	0,430	6,11	4,53	3,12	2,58
	60	90	10	9,0	4,5	14,09	11,06	3,04	1,55	0,428	6,09	4,54	3,12	2,62
70×105	70	105	9	10,0	5,0	15,05	11,81	3,44	1,71	0,436	7,16	5,27	3,66	2,94
	70	105	10	10,0	5,0	16,61	13,04	3,48	1,75	0,433	7,14	5,28	3,66	2,99
	70	105	11	10,0	5,0	18,15	14,25	3,59	1,79	0,430	7,12	5,29	3,65	3,04
80×120	80	120	10	11,0	5,5	19,13	15,02	3,92	1,95	0,435	8,19	6,01	4,24	3,35
	80	120	11	11,0	5,5	20,92	16,42	3,96	1,99	0,432	8,17	6,02	4,23	3,40
	80	120	12	11,0	5,5	22,69	17,81	4,00	2,02	0,430	8,15	6,03	4,21	3,44
90×135	90	135	11	12,0	6,0	23,70	18,60	4,40	2,18	0,435	9,21	6,76	4,77	3,75
	90	135	12	12,0	6,0	25,72	20,19	4,44	2,22	0,433	9,20	6,77	4,77	3,80
	90	135	13	12,0	6,0	27,72	21,76	4,48	2,26	0,431	9,18	6,78	4,76	3,85
100×150	100	150	12	13,0	6,5	28,72	22,56	4,89	2,42	0,436	10,22	7,51	5,26	4,18
	100	150	13	13,0	6,5	30,99	24,33	4,93	2,46	0,435	10,21	7,53	5,27	4,22
	100	150	14	13,0	6,5	33,22	26,08	4,97	2,50	0,434	10,20	7,55	5,27	4,27
110×165	110	165	13	14,0	7,0	34,27	26,90	5,38	2,66	0,437	11,25	8,26	5,81	4,59
	110	165	14	14,0	7,0	36,75	28,85	5,41	2,69	0,435	11,24	8,28	5,82	4,63
	110	165	15	14,0	7,0	39,21	30,79	5,45	2,73	0,433	11,23	8,29	5,82	4,68
60×80	60	80	7	8,0	4,0	9,38	7,36	2,51	1,53	0,545	5,55	4,34	2,92	2,55
	60	80	8	8,0	4,0	10,63	8,34	2,55	1,56	0,544	5,54	4,36	2,93	2,59
	60	80	9	8,0	4,0	11,86	9,31	2,59	1,60	0,542	5,52	4,38	2,93	2,64
80×100	80	100	9	10,0	5,0	13,87	10,88	3,03	2,04	0,626	6,99	5,72	3,69	3,34
	80	100	8	10,0	5,0	15,50	12,17	3,07	2,08	0,621	6,98	5,73	3,69	3,39
	80	100	10	10,0	5,0	17,11	13,43	3,11	2,12	0,622	6,97	5,74	3,69	3,44
	80	100	11	10,0	5,0	18,70	14,68	3,15	2,16	0,620	6,96	5,75	3,70	3,49
90×120	90	120	10	11,0	5,5	20,13	15,80	3,75	2,27	0,547	8,32	6,52	4,40	3,79
	90	120	11	11,0	5,5	22,02	17,29	3,79	2,31	0,545	8,31	6,53	4,40	3,84
	90	120	12	11,0	5,5	23,89	18,75	3,83	2,35	0,543	8,30	6,54	4,40	3,89
90×130	90	130	11	12,0	6,0	23,15	18,17	4,20	2,22	0,469	8,91	6,68	4,64	3,79
	90	130	12	12,0	6,0	25,11	19,71	4,24	2,26	0,467	8,89	6,69	4,64	3,84
	90	130	13	12,0	6,0	27,07	21,25	4,27	2,29	0,464	8,88	6,70	4,65	3,88
100×120	100	120	12	12,0	6,0	23,15	18,17	3,63	2,64	0,679	8,41	7,14	4,43	4,22
	100	120	13	12,0	6,0	25,11	19,71	3,67	2,68	0,677	8,40	7,15	4,44	4,28
	100	120	14	12,0	6,0	27,07	21,25	3,71	2,72	0,676	8,39	7,15	4,45	4,33
100×140	100	140	12	13,0	6,5	27,54	21,62	4,47	2,50	0,496	9,65	7,34	5,07	4,22
	100	140	13	13,0	6,5	29,69	23,31	4,51	2,54	0,495	9,63	7,36	5,07	4,25
	100	140	14	13,0	6,5	31,82	24,98	4,55	2,57	0,494	9,61	7,37	5,07	4,28

CA XXI.

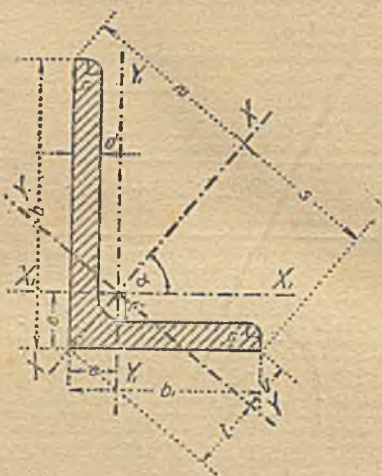
kroje austriackie, rys. 302).

$$r_1 = \frac{1}{2} d.$$

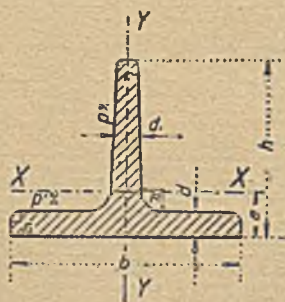
Moment bezwładności w cm ⁴ ze względu na krawędź zewnętrzną		Ze względu na oś							
		X ₁ X ₁		Y ₁ Y ₁		XX		YY	
krótkiego ramienia	długiego ramienia	I'	i'	I ₁ '	i ₁ '	I	i	I ₁	i ₁
I ⁰	I ₀ '	cm ⁴	cm	cm ⁴	cm	cm ⁴	cm	cm ⁴	cm
97,4	29,3	46,6	2,37	16,5	1,41	53,4	2,53	9,7	1,08
111,7	33,9	51,9	2,35	18,2	1,39	59,5	2,51	10,6	1,06
192,0	57,6	91,7	2,83	31,9	1,67	105,3	3,03	18,3	1,28
216,7	65,4	101,7	2,82	35,7	1,68	116,7	3,02	20,7	1,27
241,4	73,4	111,2	2,81	39,5	1,67	127,5	3,01	23,2	1,27
343,1	102,9	165,0	3,32	58,9	1,98	189,9	3,55	34,0	1,50
382,3	115,2	181,1	3,31	64,3	1,97	208,0	3,54	37,4	1,50
421,6	127,7	196,7	3,29	69,5	1,96	225,6	3,53	40,6	1,50
569,5	170,6	275,5	3,80	97,9	2,26	317,0	4,07	56,8	1,72
627,6	188,9	299,8	3,79	106,1	2,25	344,2	4,05	61,7	1,72
686,4	207,4	323,4	3,78	114,8	2,25	368,0	4,03	57,5	1,72
892,2	267,2	433,4	4,28	154,6	2,55	498,4	4,58	89,6	1,94
975,3	293,1	468,4	4,26	166,3	2,54	538,0	4,57	96,7	1,94
1058,5	319,3	502,2	4,25	177,6	2,53	576,2	4,56	103,5	1,93
1335,7	399,9	648,5	4,75	231,5	2,84	747,0	5,10	134,0	2,16
1449,6	435,3	696,5	4,74	247,8	2,83	801,0	5,08	143,4	2,15
1563,7	471,1	743,2	4,73	263,5	2,82	854,0	5,07	153,0	2,15
1926,3	576,3	934,5	5,22	333,7	3,12	1076,3	5,60	191,9	2,37
2077,8	623,5	1002,1	5,22	357,4	3,12	1152,4	5,60	207,1	2,37
2229,7	671,1	1065,2	5,21	379,0	3,11	1223,8	5,59	220,3	2,37
118,0	50,1	58,9	2,51	28,2	1,73	71,9	2,77	15,2	1,27
135,3	57,7	66,2	2,50	31,9	1,73	80,8	2,76	17,3	1,27
152,8	65,4	73,2	2,48	35,0	1,72	89,2	2,74	19,1	1,27
262,8	134,9	135,5	3,13	77,2	2,36	172,9	3,53	39,7	1,69
296,6	152,8	150,6	3,12	85,6	2,35	192,0	3,52	44,2	1,69
330,7	170,6	165,2	3,11	93,9	2,34	210,4	3,51	48,6	1,68
364,7	188,7	179,2	3,10	101,4	2,33	227,9	3,49	52,7	1,68
569,9	241,9	286,9	3,78	138,2	2,62	350,4	4,17	74,7	1,93
628,5	267,0	312,3	3,77	149,9	2,61	380,9	4,16	81,3	1,92
687,3	293,1	336,8	3,75	161,2	2,60	410,4	4,14	87,6	1,91
796,7	267,0	388,3	4,10	152,9	2,57	454,6	4,43	86,6	1,92
871,0	292,8	419,5	4,09	164,5	2,56	491,0	4,42	93,5	1,93
945,5	319,0	452,0	4,09	177,2	2,56	527,4	4,41	101,8	1,94
627,1	364,4	322,0	3,73	203,0	2,96	423,6	4,28	101,4	2,09
685,9	399,2	347,7	3,72	218,9	2,95	456,8	4,27	109,8	2,09
744,9	434,3	372,4	3,71	234,0	2,94	488,8	4,25	117,6	2,08
1085,9	399,2	535,7	4,41	227,1	2,87	636,2	4,81	126,6	2,14
1178,7	434,5	574,8	4,40	243,0	2,86	681,2	4,79	136,0	2,14
1271,8	470,2	613,1	4,39	260,2	2,86	727,1	4,78	146,3	2,14



Rys. 301.



Rys. 302.



Rys. 303.

Podane rysunki należą do tablic XVII, XVIII, XIX, XX, XXI, XXII i XXIII.

TABLICA XXII.

Teowniki (kształtowniki T, przek. norm. niemieckie, rys. 303).

Długości normalne 3 do 12 m; najw. długości 16 m;
w zapasie długości do 12 m co 25 cm.I. Przekroje normalne $h = \frac{b}{2}$, $R = d = d_1$, $r_2 = \frac{R}{2}$, $r_1 = \frac{R}{4}$ $p = 4\%$, $p' = 2\%$.II. Przekroje wysokościenne $h = b$, $R = d$ $d_1, r_2 = \frac{R}{2}$, $r_1 = \frac{R}{4}$ $p = 2\%$, $p' = 2\%$.

Numer przekroju	Wymiary w mm			Przekrój F cm ²	Ciężar g kg/m	Odstęp środka ciężkości e cm	Ze względu na oś XX			Ze względu na oś YY		
	b	h	d=d ₁				I cm ⁴	W cm ³	i cm	I _y cm ⁴	W _y cm ³	i _y cm
I. Przekroje normalne												
6/3	60	30	5,5	4,64	3,64	0,67	2,58	1,11	0,75	8,62	2,87	1,36
7/3½	70	35	6	5,94	4,66	0,77	4,49	1,65	0,87	15,1	4,32	1,59
8/4	80	40	7	7,91	6,21	0,88	7,81	2,50	0,99	28,5	7,13	1,90
9/4½	90	45	8	10,2	8,01	1,00	12,7	3,63	1,24	46,1	10,2	4,52
10/5	100	50	8,5	12,0	9,42	1,09	18,7	4,78	1,56	67,7	13,5	5,64
12/6	120	60	10	17,0	13,35	1,30	38,0	8,09	2,24	137	22,8	8,06
14/7	140	70	11,5	22,8	17,90	1,51	68,9	12,6	3,02	258	36,9	11,3
16/8	160	80	13	29,5	23,16	1,72	117	18,6	3,97	422	62,8	14,3
18/9	180	90	14,5	37,0	29,05	1,93	185	26,1	5,00	670	74,4	18,1
20/10	200	100	16	45,4	35,64	2,14	277	35,3	6,10	1000	100	22,0
II. Przekroje wysokościenne												
2/2	20	20	3	1,12	0,88	0,58	0,38	0,27	0,34	0,20	0,20	0,18
2½/2½	25	25	3,5	1,64	1,29	0,73	0,87	0,49	0,53	0,34	0,34	0,26
3/3	30	30	4	2,26	1,77	0,85	1,72	0,80	0,76	0,87	0,58	0,38
3½/3½	35	35	4,5	2,97	2,33	0,99	3,10	1,23	1,04	1,57	0,90	0,53
4/4	40	40	5	3,77	2,96	1,12	5,28	1,84	1,40	2,58	1,29	0,68
4½/4½	40	45	5,5	4,67	3,67	1,26	8,13	2,51	1,78	4,01	1,78	0,86
5/5	50	50	6	5,66	4,44	1,39	12,1	3,36	2,14	6,32	2,42	1,07
6/6	60	60	7	7,94	6,23	1,66	23,8	5,48	3,00	12,2	4,07	1,54
7/7	75	70	8	10,6	8,32	1,94	44,5	8,79	4,20	22,1	6,32	2,08
8/8	80	80	9	13,6	10,68	2,22	73,3	12,8	5,42	37,0	9,25	2,72
9/9	90	90	10	17,1	13,42	2,48	119	18,2	6,96	58,5	13,0	3,42
10/10	100	100	11	20,9	16,41	2,74	179	24,6	8,57	88,3	17,7	4,23
12/12	120	120	13	29,6	23,24	3,28	366	42,0	12,36	178	29,7	6,01
14/14	100	140	15	39,9	31,32	3,80	660	64,7	16,54	330	74,2	8,27

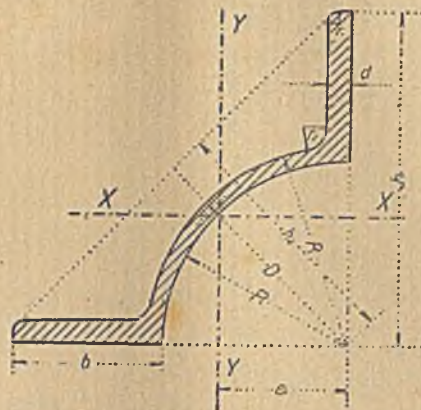
TABLICA XXIII.

Teowniki (przekroje norm. austriackie, rys. 303).

Dla przekrojów normalnych jest $r_1 = 0,25 d$, $r_2 = 0,5 d$, $R = d$, $p = 4\%$, $p' = 0\%$;
dla przekrojów wysokościennych $p = p' = 2\%$.

Numer przekroju	Wymiary w milimetrach							Prze- krój F	Ciężar g	Odstęp środk ciężkości e	Ze względu na oś XX			Ze względu na oś YY		
	b	h	d ₁	d	Promienie zaokrągleń						Moment		Promień bezwład- ności i	Moment		Promień bezwład- ności i ₁
					r ₁	r ₂	R				bezwład- ności J _x	wytrzym. J _x : (h-e)		bezwład- ności J _y	wytrzym. J _y : $\frac{b}{2}$	
	cm	kg/m	cm	cm ⁴	cm ³	cm	cm ⁴				cm ³	cm				
1. Przekroje normalne																
4/3	40	30	5.5	5.5	1.5	3.0	5.5	3.56	2.79	7.98	2.31	1.05	0.81	2.82	1.41	0.89
6/3	60	30	5.5	5.5	1.5	3.0	5.5	4.65	3.65	6.75	2.57	1.10	0.74	9.41	3.14	1.42
7/35	70	35	6.0	6.0	1.5	3.0	6.0	5.94	4.66	7.68	4.48	1.64	0.87	16.3	4.66	1.66
8/4	80	40	7.0	7.0	2.0	3.5	7.0	7.91	6.21	8.85	7.78	2.50	0.99	28.4	7.10	1.89
6/4.5	60	45	7.5	7.5	2.0	4.0	7.5	7.32	5.74	11.6	10.8	3.22	1.21	12.9	4.31	1.33
8/6	80	60	10.0	10.0	2.5	5.0	10.0	13.0	10.21	15.5	34.0	7.64	1.62	40.9	10.2	1.77
13/6.5	130	65	10.5	10.5	2.5	5.0	10.5	19.3	15.18	14.0	50.4	9.89	1.62	182.4	28.1	3.07
10/7.5	100	75	12.0	12.0	3.0	6.0	12.0	19.5	15.35	19.1	80.0	14.3	2.02	95.7	19.1	2.21
12/9	120	90	14.5	14.5	3.5	7.0	14.5	28.3	22.25	23.0	167	24.9	2.43	200	33.3	2.66
16/12	160	120	19.0	19.0	5.0	9.5	19.0	49.6	38.90	30.5	519	58.0	3.24	621	77.6	3.54
2 Przekroje wysokościenne																
3/3	30	30	4.0	4.0	1.0	2.0	4.0	2.26	1.77	8.53	1.72	0.80	0.87	0.87	0.58	0.62
3.5/3.5	35	35	4.5	4.5	1.0	2.0	4.5	2.97	2.33	9.88	3.08	1.23	1.02	1.55	0.89	0.72
4/4	40	40	5.0	5.0	1.0	2.5	5.0	3.77	2.96	11.2	5.13	1.78	1.17	2.57	1.28	0.82
4.5/4.5	45	45	5.5	5.5	1.5	3.0	5.5	4.67	3.67	12.6	8.05	2.48	1.32	4.02	1.79	0.98
5/5	50	50	6.0	6.0	1.5	3.0	6.0	5.67	4.45	13.9	12.1	3.35	1.46	6.01	2.40	1.03
6/6	60	60	7.0	7.0	2.0	3.5	7.0	7.94	6.24	16.6	24.4	5.63	1.75	12.1	4.04	1.23
7/7	70	70	8.0	8.0	2.0	4.0	8.0	10.60	8.32	19.3	44.1	8.76	2.05	22.0	6.27	1.44
8/8	80	80	9.0	9.0	2.0	4.5	9.0	13.60	10.71	22.6	74.6	12.9	2.34	36.9	9.21	1.64

TABLICA XXIV.



Ćwierćkołowniki
(przekroje norm. austriackie
rys. 304).

Nr profilu	Wymiary w milimetrach										Powierzchnia przekroju F	Ciężar jednostkowy g _s	Odstęp środka ciężkości		Moment bezwładności ze względu na oś		Dwa przekroje znitowane ze względu na XX		Cztery kształtowniki						
	Średnica średnia		zewn.		wewn.		żebra		Wy-sokość	Za-okrąglenie			e ₁	e ₂	AB I ₁	XX lub YY I _x =I _y	dla osi AB			dla osi CC'					
	D	R	R'	b	d	d ₁	h ₁	h ₂									r ₁	r ₂	I	I/h ₁	a	I'	I'/h ₂	a'	
	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm			cm	cm	cm ⁴	cm ⁴	cm ⁴	cm ³	cm	cm ⁴	cm ³	cm			
10	100	52	48	39	6	4	87	64,5	3	6	7,34	5,76	3,44	5,26	143,2	56,5	112,9	21,5	2,74	572,7	65,8	4,42	572,7	88,8	4,42
15	150	78	72	46	8	6	118	87,0	5	9	13,47	10,57	4,93	6,87	511,4	184,0	367,9	53,6	3,70	2046	173,4	6,09	2046	235,1	6,09
20	200	104	96	53	10	8	149	109,9	6	11	21,57	16,93	6,46	8,45	1359	459,8	919,7	108,9	4,62	5434	364,7	7,94	5434	494,3	7,94
25	250	130	120	60	12	10	180	132,9	7	13	31,64	24,84	8,00	10,01	2993	971,0	1942	194,1	5,54	11973	665,2	9,73	11973	901,1	9,73
30	300	156	144	67	14	12	211	155,8	8	15	43,67	34,28	9,54	11,56	5803	1825	3650	315,1	0,46	23213	1100	11,5	23213	1490	11,5

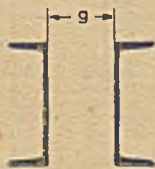
TABLICA XXV..

Ćwierćkołowniki (przekroje norm. niemieckie, rys. 304).
 Długości normalne 4 do 8 m, największa długość 12 m.
 $r_1 = 0,03 D$, $r_2 = 0,06 D$.

Numer profilu	Wymiary w mm				Dla 4 ćwierćkołowników, więc pełnej rury				
	D średnica rury	b	d ₁	d	F cm ²	g kg/m	I cm ⁴	W _x = W _y cm ³	W ₂ cm ³
5	100	35	4	6	29,8	23,39	576	66,2	89,3
			8	8	48,0	37,68	906	102	135
7½	150	40	6	8	54,9	43,10	2368	175	237
			10	10	80,2	62,96	2982	248	331
10	200	45	8	10	88,1	96,16	5511	370	501
			12	12	120	94,20	7478	495	663
2½	250	50	10	12	129	101,27	12161	676	917
			14	14	169	132,67	15788	867	1165
15	300	35	12	14	179	140,52	23637	1120	1515
			18	17	249	195,47	32738	1530	2051

TABLICA XXVI.

Rozstawienie dwu ceowników g dla $I_x = I_y$



Rys. 305.

NP	Profile austriackie	Profile niemieckie	NP	Profile austriackie	Profile niemieckie
6	10	—	18	90	95
6½	—	16	20	103	108
8	25	28	22	115	120
10	38	42	24	128	134
12	50	55	26	140	146
13	55	—	28	155	160
14	65	68	30	165	172
16	78	82			

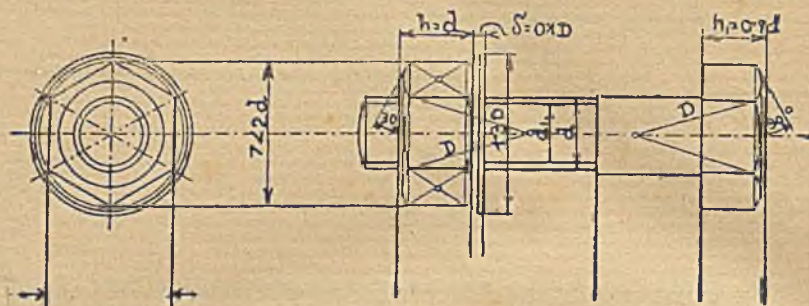
TABLICA XXVII.
Słupy żeliwne.



Rys. 306.

Średnica zew. nrz. zna D	Grubość ścianki g	Powierzch. F przekroju	Ciężar	Moment bezwładności J	Moment wy- trzymałości W	Promień bezwładności i	Średnica zew. nrz. zna D	Grubość ścianki g	Powierzch. F przekroju	Ciężar	Moment bezwładności J	Moment wy- trzymałości W	Promień bezwładności i
mm	mm	cm ²	kg/m	cm ⁴	cm ³	cm	mm	mm	cm ²	kg m	cm ⁴	cm ³	cm
100	12	33,2	24,1	327	65,4	3,14	200	15	87,2	63,2	3754	375	6,56
	15	40,1	29,0	373	74,6	3,05		20	113	82,0	4637	464	6,40
	18	46,4	33,6	409	81,7	2,97		25	137	99,7	5369	537	6,25
							30	160	116,2	5968	597	6,10	
110	12	37,0	26,8	450	81,9	3,48	225	20	129	93,4	6831	607	7,28
	15	44,8	32,5	518	94,1	3,40		25	157	113,9	7977	709	7,13
	18	52,0	37,7	572	104	3,32		30	184	133,3	8942	795	6,96
120	12	40,7	29,5	601	100	3,84	250	20	145	104,8	9530	770	8,15
	15	49,5	35,9	696	116	3,75		25	177	128,1	11320	906	8,00
	18	57,7	41,8	774	129	3,66		30	207	150,4	12780	1022	7,86
							35	236	171,4	14020	1122	7,71	
130	15	54,2	39,3	911	140	4,10	275	25	196	142,4	15490	1127	8,89
	18	63,3	45,9	1019	157	4,01		30	231	167,4	17590	1279	8,72
	20	69,1	50,1	1080	166	3,95		35	264	191,3	19400	1411	8,67
140	15	58,9	42,7	1167	167	4,45	300	25	216	156,6	20590	1372	9,76
	18	69,0	50,0	1311	187	4,36		30	254	184,5	23480	1565	9,61
	20	75,4	54,7	1395	199	4,30		35	291	211,3	26020	1735	9,44
150	15	63,6	46,1	1467	196	4,80	350	30	302	218,7	38940	2225	11,36
	18	74,7	54,1	1656	221	4,71		35	346	251,1	43490	2485	11,21
	20	81,7	59,2	1767	230	4,65		40	390	282,5	47580	2719	11,05
175	15	75,4	54,7	2434	278	5,68	400	30	349	252,8	60070	3003	13,11
	20	97,4	70,6	2973	340	5,52		35	401	290,9	67450	3378	12,97
	25	118	85,4	3405	388	5,38		40	452	328,0	74190	3710	12,81
D	g	F		J	W	i	D	g	F		J	W	i

TABLICA XXVIII.
Tablica śrub.



Rys. 307.

Zewnętrzna średnica śruby "d"		Sworzeń		Wysokość muty	Wysokość głowy	Rozwartość kłucza	Wytrzymałość na rozciąganie		Średnica muty
		Średnica d ₁	Przekrój F ₁				kr = 600	kr = 800	
cale ang.	mm	mm	cm ²	mm	mm	mm	t	t	cale ang.
1/4	6,35	4,72	0,175	6	4	13	0,105	0,140	1/4
5/16	7,94	6,13	0,295	8	6	16	0,177	0,236	5/16
3/8	9,52	7,49	0,441	10	7	19	0,265	0,353	3/8
7/16	11,11	8,79	0,607	11	8	21	0,364	0,486	7/16
1/2	12,70	9,99	0,784	13	9	23	0,470	0,627	1/2
5/8	15,87	12,92	1,311	16	11	27	0,787	1,049	5/8
3/4	19,05	15,80	1,961	19	13	33	1,177	1,569	3/4
7/8	22,22	18,61	2,720	22	15	36	1,632	2,176	7/8
1	25,40	21,33	3,573	25	18	40	2,144	2,858	1
1 1/8	28,57	23,93	4,498	29	20	45	2,699	3,598	1 1/8
1 1/4	31,75	27,10	5,768	32	22	50	3,461	4,614	1 1/4
1 3/8	34,92	29,50	6,835	35	24	54	4,101	5,468	1 3/8
1 1/2	38,10	32,68	8,388	38	27	58	5,033	6,710	1 1/2
1 5/8	41,27	34,77	9,495	41	29	63	5,697	7,596	1 5/8
1 3/4	44,45	37,94	11,31	44	32	67	6,70	9,05	1 3/4
1 7/8	47,62	40,40	12,82	48	34	72	7,69	10,26	1 7/8
2	50,80	43,57	14,91	51	36	76	8,95	11,93	2
2 1/4	57,15	49,02	18,87	57	40	85	11,32	15,10	2 1/4
2 1/2	63,50	55,37	24,08	64	45	94	14,45	19,26	2 1/2
2 3/4	69,85	60,55	28,80	70	49	103	17,28	23,04	2 3/4
3	76,20	66,90	35,15	76	53	112	21,09	28,12	3
3 1/4	82,55	72,57	41,36	83	58	121	24,82	33,09	3 1/4
3 1/2	88,90	78,92	48,92	89	62	130	29,35	39,14	3 1/2
3 3/4	95,25	84,40	55,95	95	67	138	33,57	44,76	3 3/4
4	101,60	90,75	64,68	102	71	147	38,81	51,74	4

TABLICA XXIX.
Tablica nitów.

Średnica d	Pow. orzeźbiona cm ²	Wytrzymałość nitu na ścinanie przy naprężeniu dop.						Grubość O ścianki mm	Wytrzymałość nitu na ciśnienie na ściankę dziury przy napr. dop.				
		kg/cm ²							kg cm ²				
		600	700	800	900	1000	1100		1200	1400	1600	1800	2000
10	0,785	0,41	0,55	0,63	0,71	0,78	0,86	6	0,72	0,84	0,96	1,08	1,20
								7	0,84	0,98	1,12	1,28	1,44
								8	0,96	1,12	1,28	1,44	1,60
								9	1,08	1,26	1,44	1,62	1,80
								10	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00
12	1,031	0,68	0,79	0,90	1,02	1,13	1,24	6	0,86	1,01	1,15	1,30	1,44
								7	1,01	1,18	1,34	1,51	1,68
								8	1,15	1,34	1,54	1,73	1,92
								9	1,30	1,51	1,73	1,94	2,15
								10	1,44	1,68	1,92	2,16	2,40
13	1,327	0,80	0,93	1,06	1,19	1,33	1,46	7	1,09	1,27	1,46	1,64	1,82
								8	1,25	1,46	1,66	1,87	2,08
								9	1,40	1,64	1,87	2,10	2,34
								10	1,56	1,82	2,08	2,34	2,60
								12	1,87	2,18	2,50	2,81	3,12
14	1,539	0,92	1,08	1,23	1,38	1,54	1,69	7	1,18	1,37	1,57	1,76	1,96
								8	1,34	1,57	1,79	2,02	2,24
								9	1,51	1,76	2,02	2,27	2,52
								10	1,68	1,96	2,24	2,52	2,80
								12	2,02	2,35	2,69	3,02	3,36
16	2,011	1,21	1,41	1,61	1,81	2,01	2,21	8	1,54	1,79	2,05	2,30	2,56
								9	1,73	2,02	2,30	2,59	2,88
								10	1,92	2,24	2,56	2,88	3,20
								12	2,30	2,69	3,07	3,46	3,84
								14	2,69	3,14	3,58	4,03	4,48
18	2,545	1,53	1,78	2,04	2,29	2,54	2,79	8	1,73	2,02	2,30	2,59	2,88
								9	1,94	2,29	2,59	2,92	3,24
								10	2,16	2,52	2,88	3,24	3,60
								12	2,59	3,02	3,45	3,89	4,32
								14	3,02	3,53	4,03	4,54	5,04
20	3,142	1,88	2,20	2,51	2,83	3,14	2,45	9	2,16	2,52	2,88	3,24	3,60
								10	2,40	2,80	3,20	3,60	4,00
								12	2,88	3,36	3,84	4,32	4,80
								14	3,36	3,92	4,48	5,04	5,60
								16	3,84	4,48	5,12	5,76	6,40
22	3,801	2,28	2,66	3,04	3,42	3,80	4,18	10	2,64	3,08	3,52	3,96	4,40
								12	3,17	3,70	4,22	4,75	5,28
								14	3,70	4,31	4,93	5,54	6,16
								16	4,22	4,93	5,63	6,34	7,04
								18	4,75	5,54	6,34	7,13	7,92
23	4,155	2,49	2,91	3,32	3,74	4,15	4,56	12	3,31	3,86	4,42	4,97	5,52
								14	3,86	4,51	5,15	5,80	6,44
								16	4,41	5,15	5,89	6,62	7,36
								18	4,97	5,80	6,62	7,45	8,28
								20	5,52	6,44	7,36	8,28	9,20

TABLICA XXX.
 Spółczynniki zmniejszające na wyboczenie
 wedle przepisów Ministerstwa Robót Publicznych..

$\frac{l_w}{i}$	Żelazo zlewne	Żelazo spawane	Żeliwo	Drzewo
5	0,88	0,94	0,90	—
10	0,85	0,93	0,83	0,98
15	0,83	0,90	0,76	0,94
20	0,81	0,88	0,70	0,91
25	0,79	0,85	0,63	0,87
30	0,77	0,83	0,58	0,84
35	0,75	0,80	0,53	0,80
40	0,73	0,78	0,48	0,77
45	0,72	0,76	0,43	0,74
50	0,70	0,73	0,39	0,70
55	0,68	0,71	0,34	0,66
60	0,66	0,69	0,33	0,63
65	0,64	0,66	0,27	0,60
70	0,62	0,64	0,24	0,56
75	0,60	0,62	0,22	0,53
80	0,58	0,59	0,19	0,49
85	0,56	0,57	0,17	0,46
90	0,54	0,54	0,15	0,42
95	0,52	0,52	0,14	0,39
100	0,50	0,50	0,12	0,35
105	0,48	0,47	0,11	0,32
110	0,46	0,45	0,10	0,29
115	0,42	0,43	—	0,27
120	0,39	0,39	—	0,25
125	0,36	0,36	—	0,22
130	0,33	0,33	—	0,21
135	0,31	0,31	—	0,19
140	0,29	0,29	—	0,18
145	0,27	0,27	—	0,17
150	0,25	0,25	—	0,16
160	0,22	0,22	—	0,14
170	0,19	0,19	—	0,12
180	0,17	0,17	—	0,11
190	0,15	0,16	—	0,10
200	0,14	0,14	—	0,09



BG Politechniki Śląskiej
nr irw.: 102 - 134725



Dyr.1 134725