ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1972

Seria: Automatyka z. 21

Jerzy Skorwider

Instytut Automatyki Przemysłowej i Pomiarów

ZASTOSOWANIE LOGIKI TRÓJWARTOŚCIOWEJ DO REALIZACJI WYBRANYCH UKŁADÓW PRZEŁĄCZAJĄCYCH

Streszczenie. W artykule przedstawione zostały podstawowe funkcje logiczne logiki trójkowej, ich zapis w postaciach dysjunkcyjnej i koniunkcyjnej oraz sposób ich minimalizacji. Pokazano sposoby realizacji logiki trójkowej na elementach trójwartościowych oraz na elementach dwuwartościowych. Przeprowadzono porównanie rozwiązania pewnego zadania na drodze logiki trójkowej opartej na elementach dwustanowych, z rozwiązaniem tego samego zadania na drodze logiki dwójkowej.

1. Określenia ogólne

W technice istnieje szereg przypadków, w których należy podejmować decyzję trójwartościową. Przykładem może tu być np. obrót w prawo, obrót w lewo lub postój jakiejś maszyny. Istnieją więc przesłanki ku temu, aby próbować zastosować w układach przełączających elementy trójwartościowe.

Logika trójwartościowa jest szczególnym przypadkiem logiki k-wartościowej. Argumenty trójwartościowych funkcji logicznych oraz same funkcje przybierać mogą trzy różne wartości oznaczane jako: 0, 1 lub 2.

Wprowadźmy oznaczenia:

x – argument k-wartościowy, który może przyjmować k różnych wartości oznaczonych kolejnymi liczbami naturalnymi 0, 1, 2, ..., k-1.

n – liczba argumentów.

$\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ – zbiór n argumentów k-wartościowych.

Liczba różnych możliwych zbiorów $\{x\}$ wynosi k^n, a liczba różnych możliwych k-wartościowych funkcji logicznych na tych zbiorach wynosi k^{k^n}.

Tak więc dla dwuwartościowej funkcji dwóch argumentów (k = 2, n = 2), liczba możliwych funkcji wynosi 16, a dla trójwartościowej funkcji dwóch argumentów liczba ta wynosi 19683.

Dla logiki trójkowej jest więc rzeczą niemożliwą sklasyfikowanie wszystkich funkcji dwóch argumentów w ten sposób, jak miało to miejsce dla logiki dwójkowej. Funkcje logiczne k-wartościowe można analogicznie, jak dla logiki dwójkowej, podzielić na kombinacyjne i sekwencyjne. W niniejszym artykule rozpatrywane będą jedynie funkcje kombinacyjne.

Do ważniejszych funkcji logiki k-wartościowej zaliczamy:

a) funkcje stałe, których liczba wynosi k:

$$S_1 = 0, \quad S_2 = 1, \ \ldots\ldots \ S_k = k-1$$

b) funkcje jednej zmiennej:

- charakterystyczne

$$\varphi_i(x) = \begin{cases} k-1, & \text{dla} \quad i = x \\ 0, & \text{dla} \quad i \neq x \end{cases}$$

- negacji $\bar{x} = k-1-x$
- cyklu $\tilde{x} = x+1(\mathrm{mod.}k)$

c) funkcje dwóch zmiennych:

- dysjunkcji $f_1(x_1,x_2) = \max(x_1,x_2)$
- koniunkcji $f_2(x_1,x_2) = \min(x_1,x_2)$
- Vebba $f_3(x_1,x_2) = \max(x_1,x_2) + 1(\mathrm{mod.}k)$
- dodawania modulo k $f_4(x_1,x_2) = x_1 \oplus x_2(\mathrm{mod.}k)$
- mnożenie modulo k $f_5(x_1,x_2) = x_1 \otimes x_2(\mathrm{mod.}k)$

2. Podstawowe funkcje logiki trójkowej

Celem lepszej ilustracji funkcji trójwartościowych przedstawiane będą ich odpowiedniki w logice dwuwartościowej:

a) funkcje stałe

w logice trójkowej $S_1 = 0, \quad S_2 = 1, \quad S_3 = 2,$

w logice dwójkowej $S_1 = 0, \quad S_2 = 1;$

b) funkcje jednej zmiennej

a)

x	φ_0	φ_1	φ_2	$\bar{x}$	$\tilde{x}$
0	2	0	0	2	1
1	0	2	0	1	2
2	0	0	2	0	0

b)

x	φ_0	φ_1	$\bar{x}$	$\tilde{x}$
0	1	0	1	1
1	0	1	0	0

Rys. 1. Funkcje jednej zmiennej x
a) dla logiki trójkowej, b) dla logiki dwójkowej

Tabela z rys. 1a dotyczy funkcji trójkowych, natomiast tabela z rys. 1b dotyczy funkcji dwójkowych.

c) funkcje dwóch zmiennych

a)

x_1 x_2	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
0 0	0	0	1	0	0
0 1	1	0	2	1	0
0 2	2	0	0	2	0
1 0	1	0	2	1	0
1 1	1	1	2	2	1
1 2	2	1	0	0	2
2 0	2	0	0	2	0
2 1	2	1	0	0	2
2 2	2	2	0	1	1

b)

x_1 x_2	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
0 0	0	0	1	0	0
0 1	1	0	0	1	0
1 1	1	1	0	0	1
1 0	1	0	0	1	0

Rys. 2. Funkcje dwóch zmiennych
a) dla logiki trójkowej, b) dla logiki dwójkowej

Tabela z rys. 2a dotyczy wybranych funkcji trójkowych, natomiast tabela z rys. 2b dotyczy funkcji dwójkowych.

Wartym do odnotowania jest fakt, że odpowiednikiem funkcji Vebba, w logice dwójkowej jest funkcja realizująca operację NOR.

W poniższym zestawieniu podana została symbolika stosowana w logice trójkowej dla ww. funkcji.

Funkcje charakterystyczne

$$\varphi_i(x) = \begin{cases} 2, & \text{dla} \quad x = i \\ 0, & \text{dla} \quad x \neq i \end{cases}$$

Funkcja negacji	$\bar{x} = 2 - x$
" cyklu	$\tilde{x} = x \oplus 1$
" koniunkcji	$f_1(x_1,x_2) = \max(x_1,x_2) = x_1 + x_2$
" dysjunkcji	$f_2(x_1,x_2) = \min(x_1,x_2) = x_1 . x_2$
" Webba	$f_3(x_1,x_2) = \max(x_1,x_2) \oplus 1 = \overline{\max(x_1,x_2)} = x_1 \circ x_2$
" dodawania modulo 3	$f_4(x_1,x_2) = x_1 \oplus x_2$
" mnożenia modulo 3	$f_5(x_1,x_2) = x_1 \otimes x_2$

Dla logiki trójkowej prawdziwe są prawa de Morgana:

$$\overline{x_1 + x_2} = \bar{x}_1 . \bar{x}_2$$

oraz

$$\overline{x_1 . x_2} = \bar{x}_1 + \bar{x}_2$$

Pomiędzy funkcjami trójkowymi zachodzą następujące relacje:

$\bar{\bar{x}} = x,$	$x . x = x,$	$x \oplus 0 = x$
$x . 0 = 0,$	$x + x = x,$	$x . 2 = x$
$\tilde{\tilde{\tilde{x}}} = x,$	$x + 2 = 2,$	$x \otimes 0 = 0$
$x + 0 = x,$	$x \otimes 1 = x$	

3. Postać koniunkcyjna i dysjunkcyjna zapisu funkcji trójkowej

Rozpatrzymy teraz analityczny zapis trójkowej funkcji logicznej. Koniunkcję i dysjunkcję o postaciach:

$$\left.\begin{aligned} F_j &= \varphi_{a1}(x_1) . \varphi_{a2}(x_2) . \ldots\ldots . \varphi_{an}(x_n) \\ \Phi_j &= \overline{\varphi_{a1}(x_1)} + \overline{\varphi_{a2}(x_2)} + \ldots\ldots + \overline{\varphi_{an}(x_n)} \end{aligned}\right\} \quad \text{gdzie: } a_i = 0,1,2$$

nazywać będziemy charakterystyczną koniunkcję i charakterystyczną dysjunkcję. Obie te postacie mają swe odpowiedniki w logice dwójkowej w wyrażeniach będących składnikami jedności i czynnikami zer. Liczba wszystkich możliwych charakterystycznych dysjunkcji i koniunkcji wynosi 3^n. W logice dwójkowej liczba ta wynosiła 2^n, co odpowiadało ilościom kratek w tabeli Karnaugha. Każda funkcja trójkowa może być przedstawiona w trójwartościowej zupełnej normalnej postaci dysjunkcyjnej (TZNPD):

$$f(x_1, x_2, \dots x_n) = \sum_{j=0}^{3^n-1} \left[F_j \cdot f(a_1, a_2, \dots a_n)\right]$$

lub w trójwartościowej zupełnej normalnej postaci koniunkcyjnej (TZNPK):

$$f(x_1, x_2, \dots x_n) = \prod_{j=0}^{3^n-1} \left[\Phi_j + f\ (a_1, a_2, \dots a_n)\right]$$

Odpowiednikiem takiego zapisu w logice dwójkowej jest zapis w postaci dwuwartościowej zupełnej normalnej postaci dysjunkcyjnej lub koniunkcyjnej.

Przykład 1:

Zapisać w TZNPD i TZNPK funkcję logiczną trójkową daną następującą tabelą (rys. 3):

x_1	0	0	0	1	1	1	2	2	2
x_2	0	1	2	0	1	2	0	1	2
f	2	0	0	0	1	0	0	0	2

Rys. 3. Tabela do przykładu 1

Zapis w TZNPD:

$$f(x_1, x_2) = \varphi_0(x_1) \cdot \varphi_0(x_2) \cdot 2 + \varphi_1(x_1) \cdot \varphi_1(x_2) \cdot 1 + \varphi_2(x_1)\ \varphi_2(x_2) \cdot 2 =$$

$$= \varphi_0(x_1)\ \varphi_0(x_2) + \varphi_1(x_1) \cdot \varphi_1(x_2) \cdot 1 + \varphi_2(x_1) \cdot \varphi_2(x_2)$$

Zapis w TZNPK:

$$f(x_1, x_2) = (\overline{\varphi_0(x_1)} + \overline{\varphi_1(x_2)}) \cdot (\overline{\varphi_0(x_1)} + \overline{\varphi_0(x_2)}) \cdot (\overline{\varphi_1(x_1)} + \overline{\varphi_0(x_2)}) \cdot$$

$$\cdot (\overline{\varphi_1(x_1)} + \overline{\varphi_1(x_2)} + 1) \cdot (\overline{\varphi_1(x_1)} + \overline{\varphi_2(x_2)}) \cdot (\overline{\varphi_2(x_1)} + \overline{\varphi_0(x_2)}) \cdot (\overline{\varphi_2(x_1)} + \overline{\varphi_1(x_2)})$$

4. Systemy funkcjonalnie pełne

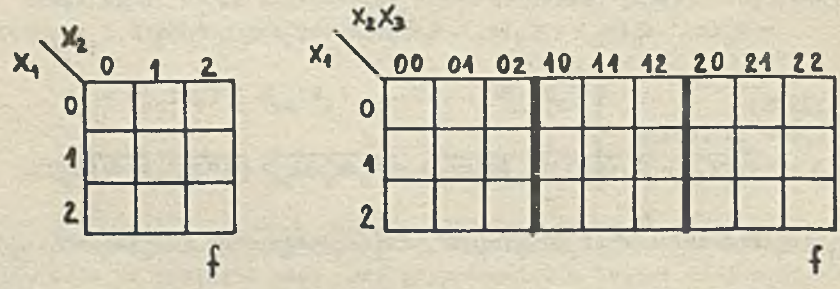
Ważnym zagadnieniem jest dobór odpowiedniego systemu funkcjonalnie pełnego funkcji logicznych. Problem ten nabiera szczególnej wagi w momencie realizacji technicznej odpowiednich modułów logicznych. Rys. 4 przedstawia zestawienie ważniejszych systemów funkcjonalnie pełnych dla logiki trójkowej.

Nazwa systemu \ Funkcje trójkowe	S_i	φ_i	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	$\bar{x}$	$\tilde{x}$
—	x	x	x	x				x	
—	x	x	x					x	
—	x	x		x				x	
Rossera i Turquetta	x	x	x	x					
Posta	x		x						x
Vebba	x				x				
modułowy	x					x	x		

Rys. 4. Zestawienie ważniejszych systemów funkcjonalnie pełnych

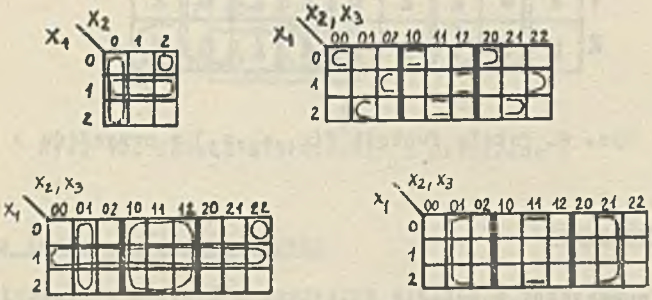
5. Minimalizacja trójkowych funkcji logicznych

Analogicznie jak dla funkcji dwójkowych, również przy syntezie trójkowych funkcji logicznych pojawia się problem minimalizacji tych funkcji. Zaproponowana metoda minimalizacji jest pewną modyfikacją metody tablic Karnaugha w zastosowaniu do logiki trójkowej. Rys. 5 ilustruje proponowany opis tabel dla funkcji dwóch i trzech zmiennych.



Rys. 5. Opis zmodyfikowanych tabel Karnaugha dla funkcji dwóch i trzech zmiennych

Zasady doboru grup w tabelach przedstawiono na rys. 6. Ilość stanów sąsiadujących objętych grupą winna wynosić 3^n, gdzie $n = 0, 1, 2, \ldots$



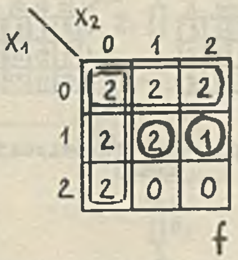
Rys. 6. Zasady doboru grup

Metoda ta może znaleźć jedynie praktyczne zastosowanie dla funkcji niewielu zmiennych ze względu na szybko rosnące rozmiary tabel ze wzrostem liczby argumentów funkcji. Wydaje się, że stosowanie tej metody ma sens dla funkcji co najwyżej czterech argumentów.

Przykład 2:

Zapisać w minimalnej postaci dysjunkcyjnej funkcję $f(x_1,x_2)$ daną tabelą na rys. 7.

$$f = \varphi_0(x_1)+\varphi_0(x_2)+\varphi_1(x_1)\varphi_1(x_2)+\varphi_1(x_1)\varphi_2(x_2).1$$



Rys. 7. Tabela dla funkcji $f(x_1,x_2)$ z przykładu 2

Przykład 3:

Zapisać w minimalnej postaci koniunkcyjnej funkcję $f(x_1,x_2,x_3)$ daną tabelką na rys. 8.

$$f = \overline{\varphi_0(x_1)} \cdot \overline{\varphi_1(x_3)} \cdot (\overline{\varphi_2(x_1)} + \overline{\varphi_2(x_3)} + 1)$$

$x_1 \backslash x_2x_3$	00	01	02	10	11	12	20	21	22
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	2	0	2	2	0	2	2	0	2
2	2	0	1	2	0	1	2	0	1

f

Rys. 8. Tabela funkcji $f(x_1,x_2,x_3)$ z przykładu 3

6. Zapis numeryczny

Pozycja numeryczna w zapisie dziesiętnym logicznych funkcji trójkowych określona jest równaniem:

$$N = \sum_{i=0}^{n-1} (a_i 3^i),$$

przy czym: $a_i = 0, 1, 2.$

n - ilość argumentów funkcji

N - pozycja numeryczna

Tabele z rys. 9 ilustrują przyporządkowanie odpowiednich pozycji numerycznych, kratkom w tabeli dla funkcji jednej, dwóch i trzech zmiennych.

x	0	1	2
	0	1	2

N

$x_1 \backslash x_2$	0	1	2
0	0	1	2
1	3	4	5
2	6	7	8

N

$x_1 \backslash x_2,x_3$	00	01	02	10	11	12	20	21	22
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	9	10	11	12	13	14	15	16	17
2	18	19	20	21	22	23	24	25	26

N

Rys. 9. Pozycje numeryczne wpisane w odpowiadające im kratki tabeli trójkowej

Przykład 4:

Zapisać w postaci numerycznej funkcję logiczną $f(x_1,x_2)$ daną tabelą na rys. 10.

$$f = \begin{cases} \sum_2(0,1,2,4) + \sum_1(5) + \sum_{1,2} \Phi \\ \prod_0(7,8) \cdot \prod_1(5) \cdot \prod_{0,1} \Phi \end{cases}$$

Indeksy 0,1,2 przy znaku $\sum$ oraz $\prod$ informują o wartości funkcji na pozycjach numerycznych objętych danym znakiem.

x_1 \ x_2	0	1	2
0	2	2	2
1	ϕ	2	1
2	ϕ	0	0

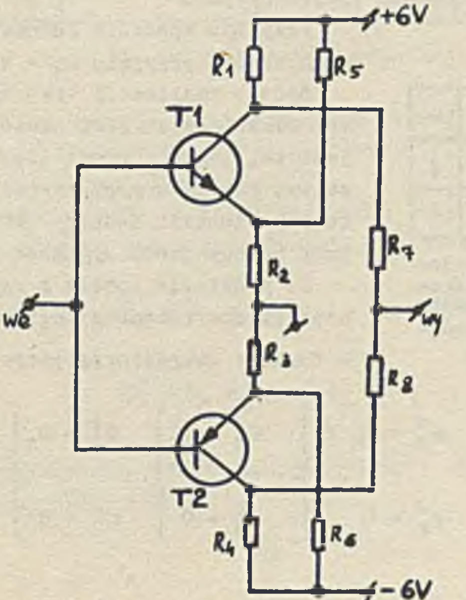
f

Rys. 10. Tabela dla funkcji z przykładu 4

7. Realizacja logiki trójwartościowej

Techniczną realizację logiki trójwartościowej można uzyskać dwoma sposobami: poprzez budowę elementów logicznych trójstanowych lub poprzez wykorzystanie elementów dwustanowych.

Pierwszy z nich polega na przyjęciu trzech poziomów napięć dla elementów elektronicznych lub trzech poziomów ciśnienia dla elementów pneumatycznych, które oznacza się symbolami logicznymi 0,1,2. Przykładem trójkowych elementów elektronicznych mogą być elementy opracowane w USA [2]. Zbudowano elementy realizujące następujące operacje logiczne: negację, cykl, funkcje charakterystyczne, sumowanie wg modulo 3 oraz przerzutnik trójwartościowy. Dla tych elementów przyjęto jako "0" napięcie U = +2V, jako "1" – U = 0V i jako "2" – U = –2V. Budowę elementu realizującego negację pokazuje rys. 11.



Rys. 11. Trójwartościowy element negacji

Przy podaniu na wejście napięcia 0V (jedynki logicznej "1") oba tranzystory T1 i T2 nieprzewodzą, a na wyjściu pojawia się 0V ("1") dzięki istniejącej w układzie symetrii. Podanie napięcia +2V ("0") na wejście powoduje przejście tranzystora T1 w stan przewodzenia, którego kolektor ma wówczas potencjał bliski zeru. Natomiast tranzystor T2 nie przewodzi. Na wyjściu układu pojawi się więc teraz napięcie ujemne, którego wartość określona będzie parametrami układu. Zasilanie i oporniki są tak dobrane, że napięcie wyjściowe wynosi -2V ("2"). Przyłożenie napięcia -2V ("2") na wejście wytwarza w układzie sytuację przeciwną do poprzedniej, a więc w efekcie +2V ("0") na wyjściu. Pneumatyczne elementy trójpołożeniowe zostały w Polsce opracowane w Katedrze Technologii Budowy Maszyn Politechniki Warszawskiej [4]. Dla tych elementów przyjęto następujące wartości nadciśnień: "0" - p_n = 0 KG/cm^2, "1" - p_n = 2 ÷ 2,5 KG/cm^2 i "2" - p_n = 4 ÷ 6 KG/cm^2. W systemie tym zbudowano trzy elementy: element dysjunkcji, element koniunkcji oraz uniwersalny element trójstanowy, który w zależności od połączeń realizować może funkcje charakterystyczne, powtórzenie, negację lub cykl.

Łącząc natomiast szeregowo element dysjunkcji z elementem realizującym funkcję cyklu uzyskujemy funktor Vebba. Widać więc, że w systemie tym można uzyskiwać wszystkie systemy funkcjonalnie pełne podane w rozdz. 4, za wyjątkiem systemu modułowego (vide rys. 4).

Drugi sposób realizacji logiki trójkowej polega na zakodowaniu sygnału trójwartościowego x przy pomocy dwóch sygnałów dwuwartościowych x_1 i x_2 tak jak ilustruje to tabela z rys. 12 i wykorzystaniu elementów dwustanowych do budowy elementów trójstanowych.

Przy tym sposobie kodowania, jako stan niewykorzystany, przyjęto $x_1 = x_2 = 1$.

x	0	1	2	—
x_1	0	0	1	1
x_2	0	1	0	1

Rys. 12. Sposób kodowania sygnału trójkowego x za pomocą dwóch sygnałów dwójkowych x_1 i x_2

Sposób realizacji wykorzystywanych tu elementów dwustanowych jest nieistotny. Ważne jedynie jest to, jakie funkcje logiczne tworzą te elementy. Tabela z rys. 13 podaje zestawienie trójkowych funkcji jednej zmiennej zakodowanych przy pomocy dwóch sygnałów dwójkowych.

Na podstawie tabeli z rys.13 napisać można następujące równania logiczne dla ww. funkcji:

- funkcje charakterystyczne

$$\left.\begin{array}{l}\varphi_0^1 = \bar{x}_1\,\bar{x}_2\\[2ex] \varphi_0^2 = 0\end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l}\varphi_1^1 = x_2\\[2ex] \varphi_1^2 = 0\end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l}\varphi_2^1 = x_1\\[2ex] \varphi_2^2 = 0\end{array}\right\}$$

– negacja

$$\left.\begin{aligned} x^1 &= \bar{x}_1\,\bar{x}_2 \\ x^2 &= x_2 \end{aligned}\right]$$

– cykl:

$$\left.\begin{aligned} x^3 &= x_2 \\ x^4 &= \bar{x}_1\,\bar{x}_2 \end{aligned}\right]$$

Schematy logiczne wynikają bezpośrednio z wypisanych wyżej równań.

x	x_1	x_2	φ_0		φ_1		φ_2		$\bar{x}$		$\tilde{x}$	
			φ_0^1	φ_0^2	φ_1^1	φ_1^2	φ_2^1	φ_2^2	x^1	x^2	x^3	x^4
0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0
2	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
–	1	1	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–

Rys. 13. Funkcje jednej zmiennej

Podobną tabelę dla funkcji dwóch zmiennych przedstawia rys. 14. Przez V_1 i V_2 oznaczono tu sygnały trójkowe, a przez x_1, x_2 oraz x_3, x_4 sygnały dwójkowe odpowiadające odpowiednio V_1 i V_2.

Z tabeli tej przechodzimy do tabel Karnaugha (dla dysjunkcji rys.15)na podstawie których napisać można już równania logiczne ww. funkcji.

$$\left.\begin{aligned} f_1^1 &= x_1 + x_3 \\ f_1^2 &= \bar{x}_1\,x_4 + x_2\,\bar{x}_3 \end{aligned}\right]$$

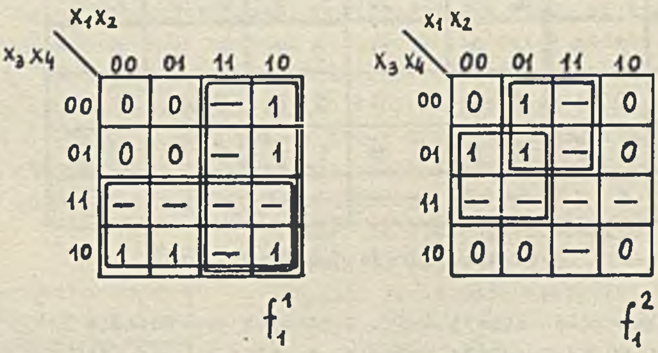
Postępując w analogiczny sposób dla pozostałych funkcji z rys. 14 otrzymamy następujące równania:

– koniunkcja:

$$\left.\begin{aligned} f_2^1 &= x_1\,x_3 \\ f_2^2 &= x_4(x_1 + x_2) + x_2\,x_3 \end{aligned}\right]$$

$V_1 V_2$	V_1	V_2	$f_1 = V_1 + V_2$	$f_2 = V_1 \cdot V_2$	$f_3 = V_1 \odot V_2$	$f_4 = V_1 \oplus V_2$	$f_5 = V_1 \circledast V_2$
	$x_1\ x_2$	$x_3\ x_4$	$f_1^1\ f_1^2$	$f_2^1\ f_2^2$	$f_3^1\ f_3^2$	$f_4^1\ f_4^2$	$f_5^1\ f_5^2$
0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 1	0 0	0 0
0 1	0 0	0 1	0 1	0 0	1 0	0 1	0 0
0 2	0 0	1 0	1 0	0 0	0 0	1 0	0 0
1 0	0 1	0 0	0 1	0 0	1 0	0 1	0 0
1 1	0 1	0 1	0 1	0 1	1 0	1 0	0 1
1 2	0 1	1 0	1 0	0 1	0 0	0 0	1 0
2 0	1 0	0 0	1 0	0 0	0 0	1 0	0 0
2 1	1 0	0 1	1 0	0 1	0 0	0 0	1 0
2 2	1 0	1 0	1 0	1 0	0 0	0 1	0 1
0 –	0 0	1 1	Stany niewykorzystane				
1 –	0 1	1 1					
2 –	1 0	1 1					
– 0	1 1	0 0					
– 1	1 1	0 1					
– 2	1 1	1 0					
– –	1 1	1 1					

Rys. 14. Funkcje dwóch zmiennych



Rys. 15. Tabele Karnaugha dla trójkowej sumy logicznej

– funkcja Webba

$$f_3^1 = x_2\,\bar{x}_3 + \bar{x}_1\,x_4$$
$$f_3^2 = \bar{x}_1\,\bar{x}_2\,\bar{x}_3\,\bar{x}_4$$

– dodawanie modulo 3:

$$f_4^1 = x_1\,\bar{x}_3\,\bar{x}_4 + \bar{x}_1\,\bar{x}_2\,x_3 + x_2\,x_4$$
$$f_4^2 = \bar{x}_1\,\bar{x}_2\,x_4 + x_2\,\bar{x}_3\,\bar{x}_4 + x_1\,x_3$$

– mnożenie modulo 3:

$$\left.\begin{aligned} f_5^1 &= x_1\, x_4 + x_2\, x_3 \\ f_5^2 &= x_1\, x_3 + x_2\, x_4 \end{aligned}\right\}$$

Realizacja powyższych funkcji logicznych wynika bezpośrednio z podanych równań i jest zależna od zastosowanych do niej elementów dwójkowych.

8. Przykład

Dwa stanowiska robocze są wietrzone wentylacją wywiewną. Stopień zapylenia każdego ze stanowisk mierzony jest czujnikiem zapylenia, który daje na swym wyjściu "2", o ile stopień zapylenia jest duży, "1" o ile stopień zapylenia jest średni i "0", o ile stanowisko robocze nie jest zapylone.

Każde stanowisko posiada własny czujnik zapylenia. Zaprojektować układ sterowania silnikiem wentylatora pracujący wg następującego programu:

a) w przypadku gdy stopień zapylenia co najmniej jednego stanowiska jest duży, wentylator pracuje na wysokich obrotach "2".
b) w przypadku gdy stopień zapylenia obu stanowisk jest średni, wentylator pracuje na obrotach zmniejszonych o połowę w stosunku do przypadku a) "1".
c) w pozostałych przypadkach wentylator nie pracuje "0", gdyż wystarcza wywietrzanie naturalne.

Przez V_1 i V_2 oznaczamy wyjścia czujników zapylenia, natomiast przez f wyjście układu, czyli sterowanie silnikiem wentylatora. Funkcję $f(V_1, V_2)$ zapisujemy w postaci tabeli trójkowej (rys. 16).

$V_1 \backslash V_2$	0	1	2
0	0	0	2
1	0	1	2
2	2	2	2

f

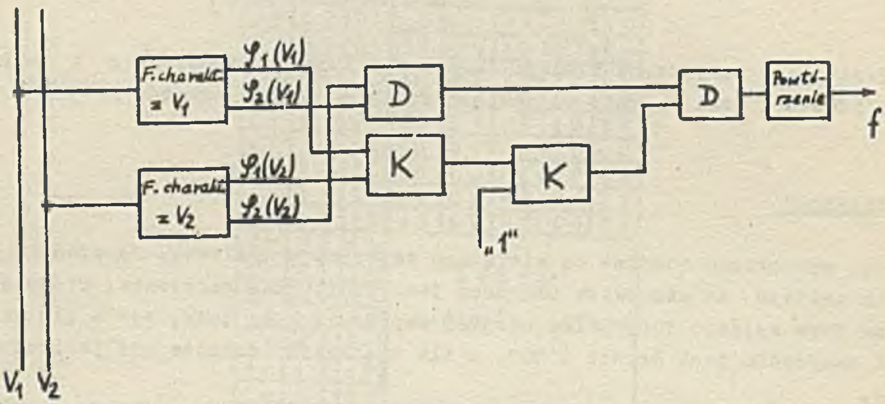
Rys. 16. Tabela dla funkcji $f(V_1, V_2)$

Prostszym będzie trójkowy zapis naszej funkcji w postaci dysjunkcyjnej:

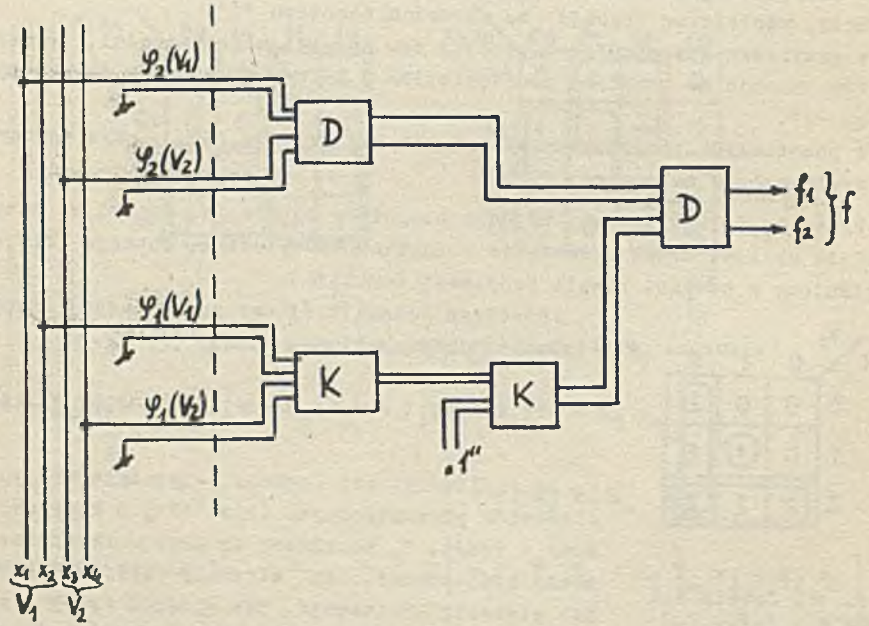
$$f = \varphi_2(V_1) + \varphi_2(V_2) + \varphi_1(V_1) \cdot \varphi_1(V_2) \cdot 1$$

Do realizacji tej funkcji w systemie trójkowych elementów pneumatycznych (rys. 17), o których była mowa w rozdz. 7, potrzebne są trzy uniwersalne elementy trójstanowe, dwa elementy dysjunkcji oraz dwa elementy koniunkcji. Dwa spośród wyżej wymienionych trzech uniwersalnych elementów trójstanowych połączyć należy na realizację funkcji charakterystycznych z V_1 i V_2, a trzeci na powtórzenie, ponieważ element dysjunkcji jest biernym.

Rys. 18 przedstawia realizację tej samej trójkowej funkcji logicznej $f(V_1, V_2)$, przy wykorzystaniu elementów dwójkowych.

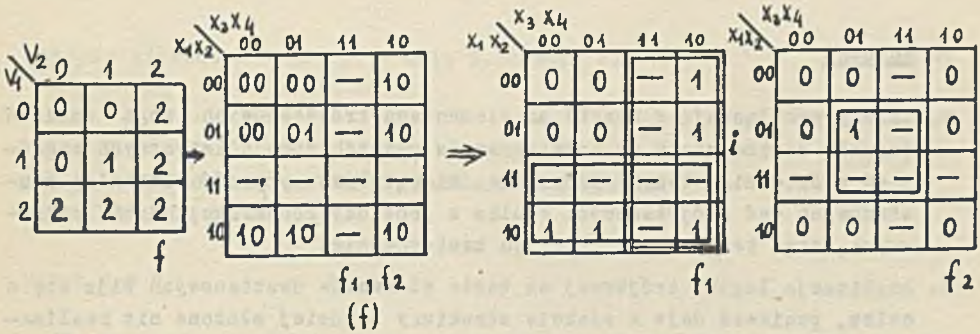


Rys. 17. Trójkowa realizacja funkcji $f(V_1,V_2)$



Rys. 18. Realizacja funkcji $f(V_1,V_2)$ z zastosowaniem elementów dwójkowych

Gdybyśmy do realizacji tej funkcji użyli elementów NOR, to liczba ich wyniosłaby 36, ponieważ do zrealizowania sumy logicznej potrzeba 8 elementów NOR, a iloczynu logicznego 10 NOR-ów. Ten sam przykład można również rozwiązać na drodze logiki dwójkowej. Kolejne fazy przejścia z tabeli trójkowej do dwójkowych tabel Karnaugha ilustruje rys. 19.



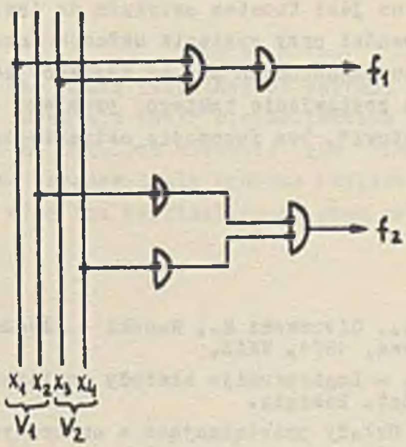
Rys. 19. Przejście z tabeli trójkowej do dwójkowych tabel Karnaugha

Równania logiczne wzięte z tabel Karnaugha mają postać:

$$f_1 = x_1 + x_3$$

$$f_2 = x_2 \cdot x_4$$

Realizacja tych równań (rys. 20) wymaga jak widać użycia tylko 5 elementów NOR.



Rys. 20. Realizacja równań f_1 i f_2 na elementach NOR

Konfrontując schematy logiczne z rys. 18 i 20 widać, że o wiele prostsze rozwiązanie uzyskuje się na drodze logiki dwójkowej niż na drodze logiki trójkowej opartej na elementach dwustanowych. Zysk w ilości elementów jest w tym przypadku przeszło siedmiokrotny.

9. Wnioski

1. Układy przełączające oparte na elementach trójstanowych mogą znaleźć jedynie zastosowanie do rozwiązywania pewnych specjalistycznych zagadnień z dziedziny teorii automatów. Niewątpliwa wyższość elementów dwustanowych nad trójstanowymi wynika z prostoty konstrukcji tych pierwszych, stąd też tak szerokie ich zastosowanie.
2. Realizacja logiki trójkowej na bazie elementów dwustanowych mija się z celem, ponieważ daje w efekcie struktury bardziej złożone niż realizacja tego samego zadania na drodze logiki dwójkowej.
3. W logice trójkowej opartej na bazie elementów dwustanowych zakłada się z góry otrzymanie o jednowyjściowym obiekcie trzech tylko informacji, gdy tymczasem "ciągnąc" i tak dwie linie sygnałowe można uzyskać o nim cztery informacje.
4. Realizacja logiki trójkowej ma sens jedynie na elementach trójstanowych, przy jednej linii przesyłowej dla jednego sygnału trójkowego. W tym wypadku powstaje problem doboru systemu funkcjonalnie pełnego. Warto się zastanowić, czy systemem tym może być system oparty na funkcji Vebba, będący odpowiednikiem dwójkowego systemu opartego na NOR-ach.
5. Realizacja logiki trójkowej za pomocą pneumatycznych elementów dwójkowych MERALOG, co jest tematem artykułu dr inż. W. Szenajcha w PAK nr 5/1970 [5] prowadzi przy syntezie układów przełączających do rozwiązań całkowicie nieuzasadnionych ani ze względów technicznych, ani ekonomicznych. Samo postawienie takiego problemu jest zagadnieniem typu "sztuka dla sztuki", bez rokowania osiągnięcia uzasadnionych korzyści praktycznych.

LITERATURA

1. Kaczanowski St., Olszewski M., Wański - Płynowe elementy i układy logiczne. Warszawa, 1971, WKiŁ.
2. Pospiełow D.A. - Logiczeskije mietody analiza i sintieza schiem. Moskwa, 1964, Izdat. Energia.
3. Siwiński J. - Układy przełączające w automatyce. Warszawa, 1968, WNT.
4. Szejnach W. - Realizacja trójwartościowej logiki środkami pneumatyki. PAK, 1968, nr 11.

5. Szenajch W. - Wykorzystanie pneumatycznych elementów logicznych systemu MERALOG do realizacji trójwartościowej logiki. PAK, 1970, nr 5.

Rękopis złożono w Redakcji w dniu 9.IX.1971 r.

ПРИМЕНЕНИЕ ТРОИЧНОЙ ЛОГИКИ К РЕАЛИЗАЦИИ ИЗОБРАННЫХ ПЕРЕКЛЮЧАЮЩИХ СИСТЕМ

Р е з ю м е

В статье представлено фундаментальные логические функции троичной логики, их запись в дизъюнкционной и конъюнкционной формах и способ их минимализации. Показано способы реализации троичной логики при помощи двухположительных и трехположительных элементов. Зделано сравнение решения какой-то задачи путём троичной логики базующей на двухположительных элементах с решением этой самой задачи путём двоичной логики.

THE APPLICATION OF TERNARY LOGIC TO REALISATION OF CHOSEN LOGICAL FUNCTIONS

S u m m a r y

The article presents the basis functions of ternary logic, their disjunctive and conjunctive forms and their minimalisation methods. The realisations of ternary logic on 3-values elements and binary elements has been shown. An example of ternary logic problem realised on binary elements has been compared with the realisation of same problem by means of binary logic.