EXTRAIT DU BULLETIN DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE
CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES. SÉRIE *A*: SCIENCES MATHÉMATIQUES
JUILLET 1917

Über die Abhängigkeit der elektrischen Leitungsfähigkeit von Metalldrähten von ihrem Querschnitte, von der Temperatur und dem Druck

von

R. Negrusz

CRACOVIE
IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ
1917

L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE A ÉTÉ FONDÉE EN 1878 PAR

S. M. L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.

PROTECTEUR DE L'ACADÉMIE:

S. A. I. ET R. CHARLES ÉTIENNE, ARCHIDUC D'AUTRICHE.

VICE-PROTECTEUR:

Vacat.

PRÉSIDENT: S. E. M. LE COMTE STANISLAS TARNOWSKI.

SECRÉTAIRE GÉNÉRAL: M. BOLESLAS ULANOWSKI.

EXTRAIT DES STATUTS DE L'ACADÉMIE:

(§ 2). L'Académie est placée sous l'auguste patronage de Sa Majesté Impériale Royale Apostolique. Le Protecteur et le Vice-Protecteur sont nommés par S. M. l'Empereur.

(§ 4). L'Académie est divisée en trois classes:

a) Classe de Philologie,

b) Classe d'Histoire et de Philosophie,

c) Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles.

(§ 12). La langue officielle de l'Académie est la langue polonaise.

Depuis 1885, l'Académie publie le «Bulletin International» qui paraît tous les mois, sauf en août et septembre. Le Bulletin publié par les Classes de Philologie, d'Histoire et de Philosophie réunies, est consacré aux travaux de ces Classes. Le Bulletin publié par la Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles paraît en deux séries. La première est consacrée aux travaux sur les Mathématiques, l'Astronomie, la Physique, la Chimie, la Minéralogie, la Géologie etc. La seconde série contient les travaux qui se rapportent aux Sciences Biologiques.

Publié par l'Académie
sous la direction de M. Vladislas Kulczyński,
Secrétaire de la Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles.

15 grudnia 1917.

Nakładem Akademii Umiejętności.

Kraków, 1917. — Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego pod zarządem Józefa Filipowskiego.

EXTRAIT DU BULLETIN DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE
CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES. SÉRIE *A*: SCIENCES MATHÉMATIQUES
JUILLET 1917

Über die Abhängigkeit der elektrischen Leitungsfähigkeit von Metalldrähten von ihrem Querschnitte, von der Temperatur und dem Druck

von

R. Negrusz

CRACOVIE
IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ
1917

O zależności przewodnictwa elektrycznego drutów metalowych od ich przekroju, od temperatury i ciśnienia. — Über die Abhängigkeit der elektrischen Leitungsfähigkeit von Metalldrähten von ihrem Querschnitte, von der Temperatur und dem Druck.

Mémoire

de M. ***ROMAN NEGRUSZ,***

présenté, dans la séance du 9 Juillet 1917, par M. M. Smoluchowski m. t.

Während meiner Untersuchungen über den Einfluß sehr hoher Drucke auf die Eigenschaften der Körper war ich genötigt, genaue Temperaturmessungen innerhalb einer Druckbombe auszuführen. Nach vorläufigen Versuchen mit einem Thermoelement Kupfer-Konstantan wandte ich mich zu Messungen mit einem Platinwiderstandsthermometer von üblicher Form: Auf einem Gestell aus zwei gekreuzten Glimmerplatten mit an den Rändern eingefraisten kammartigen Einschnitten war ein Platindraht von 0·01 cm Durchmesser unter Vermeidung von Spannung aufgewickelt; das Platinthermometer wurde in die mit trockenem, säurefreiem Petroleum gefüllte Druckbombe eingebracht, während diese in einem sehr präzis wirkenden Thermostaten eingehängt und nach Verbindung vermittels einer sehr starkwandigen Stahlkapillare mit dem Druckapparate unter Druck gesetzt wurde. Hierauf wurde der elektrische Widerstand des Platinthermometers bei verschiedenen Drucken, jedesmal nach genauem Temperaturausgleich, mit einer Wheatstone'schen Brücke gemessen. Der aus den Meßresultaten berechnete Druckkoeffizient des elektrischen Widerstandes, beziehungsweise der elektrischen Leitfähigkeit, hatte einen von den in der diesbezüglichen Literatur befindlichen Daten[1]) stark abweichenden Wert, und ich sah mich infolgedessen veranlaßt, diese Messungen mit noch größerer Genauigkeit zu wiederholen und sie auch auf andere reine Metalle auszudehnen. Dabei zeigte es sich, daß der Druckkoeffizient des elektrischen Widerstandes für Drähte aus demselben Material von den Dimensionen des Drahtes abhängig zu sein schien. Deshalb bestimmte ich auch die spezifischen Leitungsfähigkeiten und die Temperaturkoeffizienten derselben, und zwar unter solchen Bedingungen, daß eine Annahme von Strukturverschiedenheiten unwahrscheinlich erscheint.

Die weitere Verfolgung dieser recht interessanten Frage ist mir vorderhand unmöglich, da mir keine weiteren Vorräte an chemisch reinen Metallen zur Verfügung stehen und dieselben infolge der Kriegslage und des Brandunglückes, von welchem die Firma Kahlbaum betroffen wurde, auch nicht beschafft werden können. Deshalb seien die bis jetzt erhaltenen Resultate in der vorliegenden Arbeit wiedergegeben.

Arbeitsmethode und Apparate.

Die Widerstandsmessungen wurden mit einer besonders für diesen Zweck von mir gebauten Wheatstone'schen Brücke ausgeführt. Um die störenden thermoelektrischen Kräfte nach Möglichkeit zu eliminieren, ist die Brücke unter Vermeidung anderer Metalle ausschließlich aus ein und demselben elektrolytischen Kupfer angefertigt worden. Der Meßdraht hat eine Äquivalentlänge von ca. 500 m und besteht aus einem ausgespannten, genau kalibrierten Kupferdraht von 0·08 cm Durchmesser und 100 cm Länge, an dessen beiden Enden je ein Draht aus demselben elektrolytischen Kupfer vom Durchmesser 0·3 cm ohne Verwendung von ätzenden Mitteln angelötet ist. Diese zwei starken Drähte führen zu einer Metallbüchse, die in der Mitte des Brückenbrettes befestigt ist und die beiderseitigen Verlängerungen des Brückendrahtes bis auf die Äquivalentlänge enthält. Jede der beiden Verlängerungen des Brückendrahtes besteht aus isoliertem Kupferdraht von 0·02 cm Durchmesser, welcher auf je einer isolierten Messingröhre aufge-

[1]) Lussana: N. Cim. (4) 10, 73, 1899; (5) 5, 305, 1903. E. Lisell: Dissertation. Upsala 1902. W. E. Williams: Phil. Mag. (6) 13, 635, 1907. Lafay: C. R. 149, 566, 1909.

wickelt ist, und sind von solcher Länge, daß der Widerstand jedes derselben dem rund 249·5-fachen Widerstande des ausgespannten Meßdrahtes entspricht. Durch diese Bauart ist es mir gelungen, die Temperaturunterschiede innerhalb der so langen Brücke bis unter die Grenzen der Meßbarkeit herabzudrücken. Der ganze Meßdraht hatte einen Widerstand von rund 16 Ohm, während die zu messenden Widerstände um den Wert von 8 Ohm herumschwankten; es lagen somit die Werte der Widerstände der vier Brückenzweige nahe aneinander, was dem Optimum in Bezug auf die Meßgenauigkeit entspricht.

Als Galvanometer diente ein besonders für den vorliegenden Zweck von mir entworfenes und gebautes astatisches Panzerinstrument von großer Empfindlichkeit. Die Empfindlichkeit des Instrumentes wurde durch auf einem besonderen Universalstativ angebrachte Richtmagnete derart eingestellt, daß einer Verschiebung des Schiebers auf dem Meßdrahte der Brücke um 0·1 cm eine Ablenkung des Galvanometerspiegels auf der 1 m entfernten Skala ebenfalls um 0·1 cm entsprach. Die zu den Messungen verwendete elektromotorische Kraft betrug an den Polen der Brücke ungefähr 0·01 Volt, und daraus ergibt sich die Empfindlichkeit des Galvanometers gleich ca. $2 \cdot 5 \times 10^{-10}$ Ampère pro 0·1 cm Spiegelablenkung. Die Dauer einer Schwingungsperiode beträgt 3 Sekunden.

Aus den mitgeteilten Angaben über Brücke und Galvanometer kann man berechnen, daß Widerstände von 8 Ohm mit diesen Apparaten theoretisch mit einer Genauigkeit von ungefähr 10^{-6} Ohm gemessen werden können, und zwar bei der Annahme, daß die Lage des Brückenschiebers mit einem Schätzungsfehler von $\pm$ 0·02 cm bestimmt werden kann. In Wirklichkeit war die tatsächlich erreichte summarische Genauigkeit infolge der Temperatureinflüsse geringer, doch überstiegen die Fehler den Wert von 2×10^{-5} Ohm bei 8 Ohm Widerstand nur selten, und zwar auch nicht bei Messungen, welche an verschiedenen Tagen ausgeführt wurden.

Die Aufhängevorrichtung für das Galvanometer war der von Julius angegebenen nachgebildet. In jeden der drei Aufhängedrähte waren je fünf Gummipuffer behufs noch besserer Dämpfung der Erschütterungen eingeschaltet. In den Puffern wird das Gummi nur auf Druck beansprucht, und zwar befinden sich in jedem Puffer je zwei Gummizylinder von 2 cm Höhe, so daß also zusammen in jedem Aufhängedrahte je 20 cm Gummi eingeschaltet sind. Diese Aufhängevorrichtung hat sich vorzüglich bewährt und bietet einen volkommenen Schutz gegen Erschütterungen.

Die gewöhnlichen Präzisionsstöpselrheostaten, selbst solche, die aus Manganin oder Konstantan bestehen, erwiesen sich in Anbetracht der von mir angestrebten Meßgenauigkeit infolge der Temperaturschwankungen der Zimmerluft als nicht mehr gut verwendbar, weil die Temperaturkoeffizienten der beiden Metalle doch nicht genügend klein sind, um hier vernachlässigt werden zu können, ferner weil die Stöpselrheostaten verschiedene Metalle enthalten und somit bei Temperaturwechsel Sitz von thermoelektrischen Kräften sind, die auch von der Anzahl der ausgeschalteten Stöpsel abhängig zu sein scheinen und in Anbetracht der von mir verwendeten kleinen elektromotorischen Kraft an den Brückenpolen und des sehr empfindlichen Galvanometers besonders störend wirken.

Ich war somit gezwungen, den Rheostaten im Thermostaten einzubauen. Für den vorliegenden Zweck brauchte ich einen Rheostaten von 7·73 bis 8·54 Ohm mit mindestens zehn Stufen innerhalb dieser Grenzen. Die Verwendung von Stöpseln in Petroleum, welches als Thermostatflüssigkeit diente, erschien mir wegen des Übergangswiderstandes bedenklich. Deshalb habe ich den Rheostaten nach dem Nebenschlußprinzip in folgender Weise ausgeführt: Der Grundwiderstand betrug 8·54 Ohm. Parallel zu demselben konnten vier Nebenschlüsse, und zwar einer von rund 843 Ohm, zwei von je rund 417 Ohm und einer von 162 Ohm nach Belieben eingeschaltet werden. Jeder der vier Nebenschlüsse war an einem Ende mit dem Anfang des Grundwiderstandes verlötet, an den entgegengesetzten Enden hatten die vier Nebenschlüsse kräftige, aus elektrolytischem Kupfer ausgeführte Schraubenverbindungen, durch welche sie an das Ende des Grundwiderstandes sicher angeschlossen oder von demselben getrennt werden konnten. Bei dieser Anordnung erreicht man eine sehr große Genauigkeit und Konstanz der Widerstandswerte; dies ist ja selbstverständlich, da der an sich schon kleine Übergangswiderstand an der Verbindung selbst des kleinsten Widerstandes von 162 Ohm im Vergleich mit dessen Wert doch verschwindend klein ist.

Sämtliche Widerstände waren aus isoliertem Konstantandraht angefertigt. Die fertig gewickelten Spulen sowie auch die zwei Verlängerungsspulen des Brückendrahtes wurden längere Zeit hindurch auf 120° C. erwärmt. Hierauf ging ich daran, die Spulenwiderstände bei verschiedenen Temperaturen im Thermostaten sowie die Äquivalentlänge des Brückendrahtes mit größter Genauigkeit zu bestimmen. Die Äquivalentlänge des Brückendrahtes betrug 501·222 m, der Mittelpunkt des Brückendrahtes lag bei 60·1 cm der 1 m langen Brückenskala. Zu Widerstandsmessungen dienten ausschließlich von der Physikalisch-technischen Reichsanstalt in Berlin geprüfte Normalien.

Die Verbindungen zwischen der Meßbrücke, dem zu messenden Widerstande und dem Rheostaten bestanden aus Kupferdraht von 0·3 cm Durchmesser. Sie hatten genau gleiche Widerstände, was durch deren Vertauschen leicht konstatiert werden konnte, und wurden ganz nahe aneinander geführt, um Temperaturunterschiede zwischen beiden Drähten möglichst zu vermeiden.

Sämtliche Drahtverbindungen waren durch Verlöten hergestellt Alle außerhalb des Thermostaten befindlichen Leitungen waren aus demselben elektrolytischen Kupfer ausgeführt. Die thermoelektrischen Kräfte waren aus diesem Grunde sehr gering, so daß der Ausschlag des Galvanometers bei stromloser Brücke trotz seiner Empfindlichkeit nur selten 0·1 cm auf der Skala überstieg. Der Strom wurde nur während der Beobachtung des Galvanometers auf kurze Zeit durch einen Kommutator hin und her eingeschaltet, um Erwärmung der Drähte sowie Peltiereffekte an den Übergangsstellen zwischen verschiedenen Metallen im Thermostaten zu vermeiden. Die Strombelastung der in Petroleum eingetauchten Drähte überstieg während der Messungen niemals 0·1 Ampère pro Quadratmillimeter, in der Regel war sie viel geringer.

Als Thermostat diente ein zylindrisches, aus Zinkblech angefertigtes Gefäß von 35 cm Durchmesser und 66 cm Höhe. In demselben befindet sich ein konzentrischer Blechzylinder von 29 cm Durchmesser. Der untere Rand des Blechzylinders liegt 5 cm oberhalb des Gefäßbodens, der obere Rand etwa 5 cm unterhalb des Meniskus der als Bad dienenden Flüssigkeit. Als Bad wurde hochsiedendes Petroleum verwendet.

Am Boden des Gefäßes befindet sich ein durch einen Elektromotor angetriebener Propeller, welcher die als Bad dienende Flüssigkeit gegen den Gefäßboden schleudert. So sinkt das Petroleum im Innenraume des Blechzylinders mit einer Geschwindigkeit von 150 cm sek^{-1} und steigt im Raume zwischen dem Blechzylinder und der Gefäßwand mit der doppelten Geschwindigkeit empor. Diese rasche

Zirkulation bewirkt einen vollkommenen Temperaturausgleich innerhalb des Thermostaten.

Im Raume zwischen dem Blechzylinder und der Gefäßwand ist der Thermoregulator und der Heizdraht untergebracht. Der Thermoregulator ist mit Hexan gefüllt und hat Quecksilberabschluß. Das Gefäß des Thermoregulators besteht aus Kupferröhren von 0·8 cm äußerem Durchmesser und 0·1 cm Wandstärke. Die Röhren sind auf ihrer ganzen Länge mit Schraubengewinde behufs Vergrößerung der Oberfläche versehen. Die Gesamtoberfläche des Thermoregulatorgefäßes beträgt 3500 cm^2 bei einem Volumen von rund 300 cm^3. Sonst ist die Einrichtung des Thermoregulators und des Relais den allgemein bekannten Konstruktionen mit elektrischer Regulierung und Heizung ähnlich. Einer Temperaturzunahme von 0·01° C. entspricht ein Steigen der Quecksilbersäule in der Glaskapillare um 3 cm.

Der Temperaturausgleich zwischen dem Thermoregulator und der Badflüssigkeit ist ein außerordentlich rascher. Er erfolgt viel rascher als z. B. bei einem Beckmann'schen Thermometer. Am Beckmannthermometer sind selbst bei mikroskopischer Ablesung die Temperaturschwankungen im Thermostaten überhaupt nicht ablesbar. Ich darf mit Bestimmtheit behaupten, daß die Temperaturschwankungen in meinem Thermostaten innerhalb mehrerer Stunden niemals 0·001° C. erreicht haben.

Als Heizdraht wurde blanker Platindraht verwendet, und zwar beträgt dessen Gewicht rund 2 g, somit ist die Wärmeträgheit des Thermostaten sehr klein. Zum Heizen wurde Wechselstrom von 50 Perioden pro Sekunde und 110 Volt verwendet.

Die Temperaturen wurden mit einem Hauptnormalthermometer von Müller-Uri gemessen. Das Instrument war in der Physikalisch-technischen Reichsanstalt geprüft. Es hatte eine von 0° bis 100° C. reichende Skala und war in 0·1° geteilt. Die Ablesungen wurden immer mit einem Frauenhofer'schen Mikrometer gemacht, so daß 0·01° C. gemessen, 0·001° C. noch sicher geschätzt werden konnte.

Zur Erzeugung und Messung des hydrostatischen Druckes diente ein von mir entworfener und ausgeführter Apparat, den ich in Analogie mit dem Thermostaten Piezostat nenne. Dieser besteht aus einer elektrisch angetriebenen Hochdruckpumpe, einem absoluten Manometer von besonderer Bauart und einer automatischen Vorrichtung, welche den Druck während beliebig langer Zeit auf konstanter Höhe erhält. Um die Beschreibung der Apparate nicht übermäßig auszudehnen, möchte ich mich an dieser Stelle nur auf eine ganz kurze Skizzierung der wesentlichsten Teile des Apparates beschränken.

Das Manometer besteht aus einem mit größter Präzision geschliffenen Hohlzylinder und einem dazu genau passenden gehärteten Stahlkolben. Die Durchmesser des Kolbens und des Zylinders wurden durch direkte Messungen sowie durch Auswägung mit Quecksilber auf das genaueste bestimmt. Der Kolbendurchmesser ist genau gleich 0·5 cm, somit hat er einen Querschnitt von 0·196250 cm^2.

Die auf den Kolben durch den hydrostatischen Druck ausgeübten Kräfte wurden mit einer besonderen Präzisionswage gemessen. Der ungleicharmige Wagebalken hat eine Übersetzung von genau 1:50. Sämtliche Wagenschneiden sind genau justierbar und sind mit einem Winkel von 60^0 genau gerade geschliffen. Die Maximalbelastung der Wage beträgt 600 kg.

Die an dem Kolben auftretenden Reibungswiderstände sind auf Grund folgender Überlegung vollständig eliminiert worden: Nehmen wir an, es wirke auf den Kolben des Manometers die Kraft P und übe auf den Wagebalken ein Moment aus. Dieses wird augenscheinlich durch das Moment, welches das auf der Wagschale befindliche Gewicht Q ausübt, im Gleichgewicht gehalten. Über die Reibungswiderstände sind wir von vornherein gar nicht unterrichtet. Bringen wir nun unterhalb der Wagschale an derselben ein Federdynamometer an und spannen dasselbe, bis die Reibung der Ruhe des Manometerkolbens überwunden ist. Das durch das Dynamometer auf den Wagebalken übertragene Moment sei M_{D_1} Führen wir nun dasselbe in entgegengesetzter Richtung aus. d. h. bringen wir das Federdynamometer in der Richtung nach oben an, spannen nachher dasselbe, bis die Reibung der Ruhe am Manometerkolben überwunden ist, und es sei das durch das Dynamometer auf den Balken übertragene Moment $= M_{D_2}$.

Nun bezeichne ich mit

M_1 die Summe aller auf den Wagebalken wirkenden Momente im ersten Falle,

M_2 die Summe aller auf den Wagebalken wirkenden Momente im zweiten Fall,

M_Q das Moment des auf die Wageschale aufgelegten Gewichtes Q,

M_K das durch den Manometerkolben auf den Wagebalken übertragene Moment,

M_R das zur Überwindung der Reibung der Ruhe am Manometer nötige Moment.

Dann erhalten wir:

$$M_1 = M_Q + M_{D_1} - M_K - M_R$$
$$M_2 = M_K - M_R - M_Q + M_{D_2}.$$

Da im Augenblicke der Überwindung der Reibung der Ruhe am Manometerkolben offenbar

$$M_1 = M_2 \text{ ist,}$$

so erhalten wir durch Subtraktion

$$2\,M_Q - 2\,M_K + M_{D_1} - M_{D_2} = 0,$$

somit

$$M_Q + \frac{M_{D_1} - M_{D_2}}{2} = M_K.$$

Die Kenntnis des Ausdruckes $\frac{M_{D_1} - M_{D_2}}{2}$ ist uns nicht einmal nötig, denn wir erhalten anderseits:

$$M_Q + M_{D_1} = M_K + M_R$$

und

$$M_Q - M_{D_2} = M_K - M_R,$$

und durch Subtraktion beider Gleichungen folgt:

$$M_{D_1} + M_{D_2} = 2\,M_R,$$

somit ist:

$$\frac{M_{D_1} + M_{D_2}}{2} = M_R.$$

Wird nun

$$M_{D_1} = M_{D_2},$$

so ist auch

$$M_R = M_{D_1} = M_{D_2}$$

und auch
$$M_Q = M_K.$$

In meinem Manometer ist dieses Prinzip in folgender Weise verwirklicht: Am Wagebalken sind gleichzeitig zwei gleiche Federdynamometer, das eine nach unten und das andere nach oben wirkend, angebracht. Beide Dynamometer werden mittels eines entsprechenden Mechanismus dauernd in synchronen Schwingungen erhalten und versetzen somit den Wagebalken ebenfalls in leichte Schwingungen. Schwingt nun der Wagebalken symmetrisch oberhalb und unterhalb seiner Gleichgewichtslage, so ist

$$M_{D_1} = M_{D_2} = M_K$$

und

$$M_Q = M_K.$$

Sinkt aber der hydrostatische Druck im Manometer, so sinkt auch M_K, die Schwingungen des Wagebalkens werden asymmetrisch, und dadurch wird die schon oben erwähnte automatische Vorrichtung betätigt und verbindet den Elektromotor mit der Hochdruckpumpe, welche die erforderliche Menge Druckflüssigkeit in den Druckraum hineinpreßt, bis M_K wieder gleich M_Q wird. Die Genauigkeit beträgt $\pm$ 0·2 kg cm^{-2} bei 3000 kg cm^{-2}.

Der Piezostat ist schon seit über einem Jahre fast in täglichem Gebrauch und hat sich sehr gut bewährt.

Die Druckbombe aus Nickelstahl hat einen Innendurchmesser von 2·2 cm und eine lichte Höhe von 14 cm. Sie ist mit zwei mittels Elfenbein isolierten Stromzuführungen versehen und hängt an einer starkwandigen Stahlkapillare in dem oben beschriebenen Thermostaten.

Als Versuchsmaterial dienten — mit Ausnahme des Platindrahtes und der drei Silberdrähte — nur solche Drähte, welche ich selbst aus Metallen bekannten Ursprungs mit größter Sorgfalt hergestellt hatte. Pb, Zn, Sn und Cd waren von Kahlbaum in Berlin, Pd von Heraeus in Hanau, Ag und Pt von der Gold- und Silberscheideanstalt (vorm. Rössler) in Frankfurt a. M. bezogen. Cu, Fe, Ni und Al können nur als „käuflich rein" bezeichnet werden.

Die Drähte aus Fe wurden durch Ziehen hergestellt, Ni, Pd, Al und Sn wurden in Form von gewalzten Lamellen von rechteckigem Querschnitt verwendet. Die Drähte aus Pb, Sn, Cd und Zn waren nach folgendem Verfahren gepreßt: Aus den genannten Metallen wurden Zylinder vom Durchmesser 1·2 cm und 4 cm Länge gegossen. Dieselben wurden behufs Entfernung von Oxydschichten bis auf 1 cm abgedreht, hierauf wurde jeder Zylinder in einen hohlen, starkwandigen Stahlzylinder von 1 cm lichter Weite eingeschoben und nach Erwärmung bis etwa 20° C. unterhalb der Schmelztemperatur des betreffenden Metalls durch einen genau passenden Stahlstempel sehr stark zusammengepreßt. War ein Druckwert, welcher von Metall zu Metall schwankte, überschritten, so begannen die Metalle durch enge, im Stahlzylinderboden befindliche Öffnungen zu fließen und lieferten auf diese Weise Drähte mit reiner, dichter, glänzender Oberfläche und recht konstantem Querschnitt sowie von konstanter Leitungsfähigkeit pro Längeneinheit. Alle verwendeten Drähte wurden vor den Widerstandsmessungen bis etwa einige Grade unterhalb deren Schmelztemperatur längere Zeit hindurch erhitzt, und zwar Drähte aus Pb, Sn, Zn und Cd in einem Bade aus hochsiedendem Mineralöl; die schwer schmelzbaren Metalle wurden elektrisch ausgeglüht.

Während der Widerstandsmessungen in der Druckbombe waren dünne und kurze Drähte auf einem besonderen Gerüst aus Ebonit ganz lose ohne Spannung aufgewickelt. Stärkere und lange Drähte wurden auf einer improvisierten Isoliermaschine ganz lose mit Seide umsponnen und auf einer passenden Schablone aus Holz zu Spulen mit langen und engen Windungen gewickelt. Hierauf wurde die Holzschablone von der Spule entfernt und die Spule, nachdem sie mit Seide zusammengebunden und mit den Zuleitungsdrähten verlötet worden war, in der Druckbombe eingehängt.

Über die Abhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit der Metalldrähte von ihrem Querschnitt und von der Temperatur.

Wie schon in der Einleitung bemerkt wurde, machte ich während der Messungen des Druckeinflusses auf den elektrischen Widerstand von Metalldrähten die Beobachtung, daß der Druckeinfluß von dem Drahtdurchmesser abhängig zu sein schien. In weiterer Verfolgung dieser Erscheinung führte ich genaue Bestimmungen des Widerstandes an Drähten aus ein und demselben Metall, aber von verschiedenen Dimensionen aus, um festzustellen, ob auch die spezifische Leitungsfähigkeit einen vom Drahtdurchmesser abhängigen Wert hat. Über die Messungen von Widerständen und Temperaturen habe ich bereits berichtet, die Messung von Drahtdurchmessern und Querschnitten erfolgte durch Wägung und Bestimmung des spezifischen Gewichtes und außerdem durch direkte Messung mit einem sehr genauen Mikrometer. Außerdem wurden die Drähte auf Homogenität und Konstanz des Querschnittes potentiometrisch untersucht. Die Fehler in der Bestimmung der spezifischen Leitfähigkeiten dürften 1‰ nicht überschreiten.

Die Messungen haben folgende Resultate ergeben:

Silber. Es wurden drei gezogene Drähte in den Temperaturen 20°, 30° und 40° C. untersucht: Alle drei Drähte wurden genau nach derselben Methode behandelt. Die Dimensionen derselben waren:

	Durchmesser:	Länge:
Draht Nr. 1	0·0318 cm	2737 cm
„ „ 2	0·0222 „	1450 „
„ „ 3	0·0182 „	1037 „

Die Leitfähigkeiten S dieser Drähte betrugen:

Nr. des Drahtes	$S_{20^0\,C.}$	$S_{30^0\,C.}$	$S_{40^0\,C.}$
Nr. 1	0·1282083	0·1245765	0·1211827
Nr. 2	0·1271245	0·1234523	0·1200643
Nr. 3	0·1274311	0·1236238	0·1201180

Aus diesen Leitfähigkeiten S berechnet man nach der Formel $\sigma = \frac{l}{q} . S$ folgende spezifische Leitfähigkeiten σ in $(\text{Ohmcm})^{-1}$:

$t.$	Draht Nr. 1:		Draht Nr. 2:		Draht Nr. 3:	
	σ	$\frac{\sigma}{\sigma_{20^0\,C.}}$	σ	$\frac{\sigma}{\sigma_{20^0\,C.}}$	σ	$\frac{\sigma}{\sigma_{20^0\,C.}}$
20° C.	442059	1·000000	476430	1·000000	508254	1·000000
30° C.	429536	0·971673	462667	0·971113	493069	0·970122
40° C.	417834	0·945201	449970	0·944462	479086	0·942610

Obige Tabelle zeigt, daß σ recht beträchtlich wächst, wenn der

Drahtdurchmesser abnimmt. Der Temperaturkoeffizient für σ wächst ebenfalls bei Verkleinerung des Drahtdurchmessers.

Zinn: Die zwei untersuchten Zinndrähte hatten folgende Dimensionen:

	Durchmesser:	Länge:
Draht Nr. 1	0·0518 cm	1142 cm
„ „ 2	0·0342 „	510 „

Beide Zinndrähte waren nach demselben Verfahren aus demselben Stück Zinn gepreßt und wurden sonst genau gleich behandelt. Die folgende Tabelle enthält die Leitfähigkeiten beider Drähte in der Temperatur von 20°, 30° und 40° C.

Nr. des Drahtes	$S_{20^\circ\,C.}$	$S_{30^\circ\,C.}$	$S_{40^\circ\,C.}$
Nr. 1.	0·148913	0·143160	0·137817
Nr. 2.	0·127958	0·123026	0·118442

Aus diesen Zahlen erhält man nach der Formel $\sigma = S\frac{l}{q}$ folgende spezifische Leitfähigkeiten:

$t.$	Draht Nr. 1.		Draht Nr. 2.	
	σ	$\frac{\sigma}{\sigma_{20^\circ\,C.}}$	σ	$\frac{\sigma}{\sigma_{20^\circ\,C.}}$
20° C.	80738	1·000000	71072	1·000000
30° C.	77619	0·961370	68333	0·961453
40° C.	74722	0·925488	65787	0·925628

Es zeigt sich somit, daß die spezifische Leitfähigkeit des Zinns mit dem Drahtdurchmesser abnimmt, und dasselbe gilt auch für den Temperaturkoeffizienten der spezifischen Leitfähigkeit.

Blei. Aus Blei wurden zwei gepreßte Drähte untersucht und zwar:

	Durchmesser:	Länge:	$S_{20^0 C.}$:
Draht Nr. 1	0·0514 cm	790 cm	0·127330 (Ohmcm)$^{-1}$
„ „ 2	0·0334 „	330 „	0·123259 „

Daraus berechnet man nach der Formel $\sigma = S\frac{l}{q}$ bei 20° C.:

für Draht Nr. 1 $\sigma = 48500{\cdot}9$

„ „ Nr. 2 $\sigma = 46528{\cdot}8$

σ nimmt also mit Verringerung des Drahtdurchmessers ab.

Die hier angeführten Zahlen beweisen hinreichend, daß die spezifischen Leitfähigkeiten für Silber, Zinn und Blei von den Drahtdurchmessern abhängig sind. Diese Tatsache könnte man durch folgende Betrachtungen erläutern und aufklären: Unabhängig davon, welche von den modernen Theorien der Elektrizitätsleitung in den Metallen zugrunde gelegt wird, darf man das eine als höchst wahrscheinlich annehmen, daß die Molekeln an der Oberfläche des Drahtes sich in anderen Gleichgewichtsbedingungen befinden, als die Molekeln im Innern des Drahtes. Hieraus dürfte man den Schluß ziehen — ohne auf den Mechanismus der Elektrizitätsleitung näher einzugehen — daß die an der Oberfläche selbst und in ihrer nächsten Nähe liegenden Molekeln (Hautmolekeln) sich an der Elektrizitätsleitung anders beteiligen als die im Innern des Drahtes befindlichen (Kernmolekeln).

Vergleichen wir zwei runde Leiter aus demselben Metall, aber von verschiedenen Querschnitten miteinander, so sehen wir, daß der Quotient aus der Anzahl der Hautmolekeln durch die Anzahl der Kernmolekeln bei dem dünneren Drahte einen größeren Wert hat als bei dem dickeren. Leiten nun die Hautmolekeln besser als die Kernmolekeln, oder ist der Oberflächeneinfluß positiv, so erhalten wir aus den Messungen an dem dünneren Drahte eine größere spezifische Leitfähigkeit als aus den Messungen an dem dickeren Drahte. Ist der Oberflächeneinfluß negativ, so trifft das Gegenteil davon zu. Bezeichnen wir den Einfluß einer Oberfläche von der Länge = 1 (in der Stromrichtung gemessen) und von der Breite = 1 — den spezifischen Oberflächeneinfluß mit σ_1, so erhalten wir für den gesamten Oberflächeneinfluß an einem Drahte vom Umfang = u und von der Länge $= l$ den Ausdruck $\sigma_1 \frac{u}{l}$, somit hätten wir für die Leitfähigkeit dieses Drahtes S folgenden Ausdruck:

(1) $$S = \sigma_1 \frac{u}{l} + \sigma_2 \frac{q}{l},$$

worin σ_2 die spezifische Leitfähigkeit des Metalls, und q den Drahtquerschnitt bezeichnet. Die Größe σ_1 kann einen positiven oder negativen Wert haben, je nachdem die Hautmolekeln besser oder schlechter leiten als die Kernmolekeln; dabei können σ_1 und σ_2 aus Messungen an zwei Leitern von verschiedenem Querschnitt bestimmt werden.

Diese „Arbeitshypothese" wurde an dem gewonnenen Zahlenmaterial geprüft, und hiebei zeigte sich eine gute Übereinstimmung mit der Erfahrung. Die Resultate werden hier für Ag, Sn und Pb getrennt angegeben:

Silber. Durch Einführung der Halbmesser r, der Längen l und der Leitfähigkeiten S mit den entsprechenden Indices für Draht Nr. 1 und Nr. 3 in die Formel (1) erhalten wir zwei Gleichungen:

$$\sigma_1 \frac{2\, r_1 \pi}{l_1} + \sigma_2 \frac{r_1^2 \pi}{l_1} = S_1$$

$$\sigma_1 \frac{2\, r_3 \pi}{l_3} + \sigma_2 \frac{r_3^2 \pi}{l_3} = S_3,$$

durch deren Auflösung folgende σ_1 und σ_2 erhalten wurden:

Temperatur	σ_1	σ_2
20° C.	704·064	353529
30° C.	675·757	344569
40° C.	651·479	335919

Somit ist σ_1 für Ag positiv, d. h. die Hautmolekeln leiten besser als die Kernmolekeln. σ_1 und σ_2 sind in den Grenzen der von mir untersuchten Drahtstärken bei konstanter Temperatur für ein bestimmtes Metall konstant. Die Kontrolle wurde auf folgende Weise durchgeführt: In die Formel (1) wurden die σ_1 und σ_2 und die Dimensionen des Silberdrahtes Nr. 2 eingeführt und auf diesem Wege wurde die Leitfähigkeit dieses Drahtes berechnet. Die folgende Tabelle enthält eine Zusammenstellung dieser berechneten Werte mit den durch die Messungen des Widerstandes R gewonnenen:

Draht Nr. 2.

Temperatur	S berechnet aus σ_1 und σ_2	$S = \frac{1}{R}$ (gemessen)
20° C.	0·1281741	0·1271245
30° C.	0·1244224	0·1234523
40° C.	0·1209474	0·1200643

Die berechneten und die gemessenen Werte zeigen eine gute Übereinstimmung. Die konstante Differenz von ca. 0·8% deutet auf einen kleinen Fehler (‰) in der Bestimmung der Drahtdimensionen hin.

Zinn: Die aus Draht Nr. 1 und Nr. 2 nach der Formel (1) berechneten σ_1 und σ_2 sind in der Tabelle zusammengestellt.

Temperatur	σ_1	σ_2
20° C.	—243·024	99498·7
30° C.	—233·498	95644·5
40° C.	—224·671	92066·0

Für Sn ist also σ_1 negativ, die Hautmolekeln leiten schlechter als die Kernmolekeln. Die Kontrolle wurde an einer Zinnlamelle von rechteckigem Querschnitt 0·0415 cm × 0·0182 cm und von einer Länge von 366 cm durchgeführt. Die Lamelle hat eine Leitfähigkeit von 0·1264472 (Ohmcm)$^{-1}$ bei 20° C., während die aus Formel (1) σ_1 und σ_2 berechnete Leitfähigkeit 0·126049 (Ohmcm)$^{-1}$ beträgt. Die Übereinstimmung ist also auch für den rechteckigen Querschnitt gut.

Blei: Für Pb ergibt sich nach Formel (1) : $\sigma_1 = -47·006$, und $\sigma_2 = 52160·8$ bei 20° C. Da σ_1 negativ ist, leiten die Hautmolekeln schlechter als die Kernmolekeln. Eine Kontrolle konnte ich nicht durchführen, weil mir kein Versuchsmaterial zur Verfügung stand.

Wie man aus diesen für Silber, Zinn und Blei berechneten Werten sieht, hat die spezifische Leitungsfähigkeit in der bisherigen Bezeichnungsweise für jedes der untersuchten Metalle keinen konstanten Wert, vielmehr nimmt dieser Wert zu mit der Zunahme des Wertes des Quotienten: Umfang dividiert durch Querschnitt (also für kreisrunde Leiter mit der Abnahme des Durchmessers) beim Silber mit positivem σ_1, hingegen sinkt er beim Zinn und Blei mit negativem σ_1.

Die Formel

$$\sigma_1 \frac{2 r \pi}{l} + \sigma_2 \frac{r^2 \pi}{l} = S \tag{1}$$

ist selbstverständlich als eine Näherungsformel zu betrachten, die auf Grund einer „Arbeitshypothese“ aufgestellt wurde. Ich sah mich genötigt, die Formel in dieser Form zu gebrauchen, weil vorläufig die „Tiefe des Oberflächeneinflusses“ δ (gemessen in der Richtung des Radius des kreisrunden Leiters gegen den Mittelpunkt desselben) unbekannt ist. Streng genommen, lautet die Formel:

$$\sigma_1' \frac{[r^2 - (r-\delta)^2]\pi}{l} + \sigma_2 \frac{r^2 \pi}{l} = S. \tag{2}$$

Der Vergleich der Formel (1) mit der Formel (2) zeigt, daß

$$\sigma_1 \frac{2 r \pi}{l} = \sigma_1' \frac{2 r \pi \delta - \delta^2 \pi}{l},$$

somit auch

$$\sigma_1 = \sigma_1' \left(\delta - \frac{\delta^2}{2 r}\right).$$

Die Formel (2) birgt in sich folgende Betrachtungsweise: Der zylindrische Leiter wird als in zwei Teile geteilt gedacht: in eine röhrenförmige Haut von der Wandstärke δ und in einen zylindrischen Kern vom Halbmesser $r-\delta$ und von der auf seinem ganzen Querschnitte konstanten spezifischen Leitungsfähigkeit σ_2. Die spezifische Leitungsfähigkeit der Haut wird als veränderlich angenommen, und zwar in folgender Weise: Denken wir uns, daß die röhrenförmige Haut in n konzentrische Elementarröhren von der Länge l und der Wandstärke $d\delta$ geteilt ist. Die Leitungsfähigkeiten derselben seien — von außen beginnend — s_1, s_2, s_3 ..... s_n, die Querschnittsflächen q_1, q_2, q_3 ..... q_n, und die spezifischen Leitungsfähigkeiten σ_{r_1}, σ_{r_2}, σ_{r_3} ..... σ_{r_n}. Für letztere gilt offenbar:

$$\sigma_{r_1} = s_1 \frac{l}{q_1}$$

$$\sigma_{r_2} = s_2 \frac{l}{q_2}$$

$$\cdots\cdots\cdots$$

$$\sigma_{r_n} = s_n \frac{l}{q_n}.$$

Für Silber ist σ_{r_1} der Maximalwert; die Werte von σ_{r_2}, σ_{r_3} ..... sinken dem δ entlang bis zum Minimalwerte σ_{r_n}, der sich dem Werte σ_2 nähert. Für Zinn und Blei trifft das Entgegengesetzte zu: σ_{r_1} entspricht dem Minimalwerte; σ_{r_2}, σ_{r_3} ..... steigen bis zum Maximalwerte σ_{r_n}, der sich dem Werte σ_2 aus Formel (1) und (2) nähert. Über das Gesetz, nach welchem σ_{r_1}, σ_{r_2} ..... σ_{r_n} dem δ entlang steigen oder sinken, sowie über die Größe von δ können auf Grund meiner bisherigen Versuche keine genauen Annahmen gemacht werden.

Die Summe $s_1 + s_2 + s_3 + \ldots\ldots + \sigma_n$ gibt uns offenbar die Leitungsfähigkeit der röhrenförmigen Haut S_h, und die mittlere spezifische Leitungsfähigkeit derselben σ_h folgt hieraus zu:

$$\sigma_h = S_h \frac{l}{[r^2 - (r - \delta)^2]\,\pi}.$$

Zwischen σ_1', σ_2 aus der Formel (2) und σ_h besteht die Beziehung:

$$\sigma_1' = \sigma_h - \sigma_2.$$

Führen wir dies in Formel (2) ein, so erhalten wir:

$$(3) \qquad \sigma_h \frac{[r^2 - (r - \delta)^2]\,\pi}{l} + \sigma_2 \frac{(r - \delta^2)\,\pi}{l} = S,$$

d. h.: die Leitungsfähigkeit eines zylindrischen Leiters ist gleich der Summe von Hautleitungsfähigkeit + Kernleitungsfähigkeit. Dasselbe dürfte auch für Leiter von anders geformten Querschnitten gültig sein, wie es die an der Zinnlamelle durchgeführte Kontrolle beweist.

Wenn man die aus der Literatur bekannten Angaben über spezifische Leitungsfähigkeiten von chemisch reinen Metallen miteinander vergleicht, so findet man, daß selbst die neuesten Beobachtungen recht erhebliche Abweichungen untereinander zeigen. Mit Hilfe der Formel (3) kann der Grund dieser Abweichungen leicht erklärt werden.

Von besonderem Interesse wären hier Leitfähigkeitsbestimmungen an Leitern von besonders kleinen Querschnittsdimensionen, entweder an sehr feinen Drähten oder an sehr dünnen Platten. Im Falle, wenn der Drahtdurchmesser den Wert von $2\,\delta$ erreichen würde, würde der Ausdruck $\sigma_2 \frac{(r-\delta)^2 \pi}{l}$ aus Formel (3) gleich Null werden. Bis zu diesem Punkte bliebe der Wert von σ_h konstant. Für noch dünnere Leiter müßte σ_h zu wachsen beziehungsweise zu sinken beginnen. Ich beabsichtige, in dieser Richtung Versuche anzustellen, sobald es mir möglich sein wird, reine Metalle zu bekommen.

Es sei hier noch bemerkt, daß die aus der Literatur bekannten, an Metallspiegeln ausgeführten Leitfähigkeitsbestimmungen für den vorliegenden Zweck nicht herangezogen werden dürfen. Die durch chemische Reduktion, elektrolytisch oder durch Kathodenzerstäubung auf Glasplatten erzeugten Spiegel sind keine kompakten, metallisch zusammenhängenden Metallplatten von der Beschaffenheit gewalzter oder gezogener Leiter aus demselben Metall. Sie scheinen vielmehr nur Schichten von lose aufgeschütteten Metallpartikeln mit kleinen Berührungsflächen zu sein; bestimmt man nun den Querschnitt nur aus den Dicken- und Breitenmessungen des Spiegels oder durch Wägung und aus dem bekannten spezifischen Gewichte des Metalls, so ergeben sich für die spezifische Leitungsfähigkeit abnorm kleine Werte, z. B. für Silber bei Zimmertemperatur nach A. Riede[1]) zwischen $11{\cdot}5 \times 10^4$ und $26{\cdot}6 \times 10^4$ (Ohmcm)$^{-1}$.

Über den Einfluß des Druckes auf die elektrische Leitungsfähigkeit reiner Metalle.

Die Messungen wurden in der schon beschriebenen Druckbombe des Piezostaten ausgeführt. Kürzere Leiter wurden nichtumsponnen auf einem besonderen Gestell aus Ebonit bifilar gewickelt. Dieses bestand aus fünf in der Mitte durchbohrten Ebonitscheiben von 2·1 cm Durchmesser und 0·8 cm Stärke, welche auf einen runden Kupferstab von 13·5 cm Länge und 0·45 cm Durchmesser aufgetrie-

[1]) A. Riede: Ann. d. Phys. 54 (6), 893, 1914.

ben waren und auf demselben in gleichen Abständen voneinander festsaßen. Die vier Räume zwischen den fünf Scheiben dienen zur Aufnahme der Wickelung. Zu diesem Zwecke haben die Scheiben auf den Seitenflächen je sechs eingefraiste radiale Nuten von 0·2 cm Breite und 0·15 cm Tiefe; in diese Nuten je zweier benachbarter Scheiben werden sechs Ebonitleisten von 0·2 cm Breite, 0·15 cm Dicke und 2·35 cm Länge eingeschoben, welche mit kammartigen Einschnitten behufs Aufnahme und sicherer Lagerung der einzelnen Windungen des Leiters versehen sind. In diese kammartigen Einschnitte wird nun die erste Lage bifilar gewickelt, und nachdem dies geschehen ist, werden die nächsten sechs Ebonitleisten in die Nuten derselben zwei Scheiben eingeschoben, in deren kammartige Einschnitte sodann die zweite Lage gewickelt wird. Auf die zweite Lage kommt noch die dritte und hierauf wird der Leiter in den Raum zwischen den zwei nächsten Scheiben hinübergeführt und weiter nach derselben Art und Weise auf eingeschobenen Ebonitleisten gewickelt. Beim Wickeln darf der Leiter nicht gespannt werden, da bekanntlich die Leitungsfähigkeit durch Dehnung verkleinert wird, ferner weil unter hydrostatischem Drucke die Spannung infolge der Differenzen von Kompressibilitätskoeffizienten für Ebonit und Metalle sich unkontrollierbar verändern und somit den Widerstandswert des Leiters beeinflussen würde.

Längere Leiter von rundem Querschnitt wurden mit Seidengarn umsponnen verwendet. Beim Umspinnen des Leiters darf der Seidenfaden nicht gespannt werden, weil sich sonst recht erhebliche Belastungen der Oberfläche des Leiters durch den Druck der Umspinnung auf dieselbe ergeben können, welche Belastungen unter hohem hydrostatischem Druck infolge des größeren Kompressibilitätskoeffizienten der Seide noch weiter wachsen würden. Die Rechnung zeigt, daß sich durch das Anspannen des Seidenfadens mit 50 g bei einem Drahte von 0·05 cm Durchmesser bei einer Breite des Fadens von 0·05 cm eine Belastung der Drahtoberfläche ergibt, die mit einem hydrostatischen Drucke von 40 kg/cm² äquivalent ist.

Der fertig umsponnene Draht wurde auf einer dem Innenraume der Druckbombe angepaßten Schablone bifilar gewickelt; hierauf wurde die Schablone aus der Spule entfernt und die Spule mit Seidenfaden zusammengebunden. Die Länge des Profiles einer Windung betrug im Mittel 13 cm, die Breite derselben 1·8 cm.

Nach dem Verlöten der Enden des zu messenden Drahtes an die isolierten Stromzuführungen der Druckbombe wurde die Druckbombe geschlossen, in den Thermostaten gebracht und durch eine starkwandige Stahlkapillare mit dem Piezostaten verbunden.

30 Minuten nach dem Einstellen des Thermostaten auf die gewünschte Temperatur wurde mit der Widerstandsmessung unter atmosphärischem Drucke begonnen. Die Messungen wurden in Intervallen von je zwei Minuten gemacht und erst, wenn drei aufeinander folgende Messungen gleiche Resultate gaben, wurde die Widerstandsmessung bei atmosphärischem Drucke als beendet betrachtet.

Die Messungen unter Druck wurden in Intervallen von 800 kg/cm² ausgeführt. Es wurden die dem Überdrucke von 800 kg/cm² entsprechenden Gewichte auf die Wagschale des Piezostaten gelegt, wodurch die automatische Vorrichtung in Tätigkeit gesetzt wurde und die Kupplung der Hochdruckpumpe mit dem beständig laufenden Elektromotor bewirkte. Die Hochdruckpumpe preßt dann die Druckflüssigkeit in den Manometerraum und die Druckbombe, bis der gewünschte Druck erreicht ist. Von diesem Zeitpunkte an erhält der Piezostat den hydrostatischen Druck ganz automatisch auf konstanter Höhe.

Der Temperaturausgleich infolge der durch die Drucksteigerung in der Druckflüssigkeit entwickelten Kompressionswärme nimmt ungefähr 35 Minuten in Anspruch. Gegen Ende dieser Zeitperiode hat man den Schieber der Wheatstone'schen Brücke nur ganz langsam um kleine Strecken zu verschieben, um der Widerstandsabnahme infolge des Sinkens der Temperatur des untersuchten Leiters zu folgen. Nach Erreichung einer Lage, die dem Minimum des Widerstandes des untersuchten Leiters entspricht, muß der Schieber während der nächsten paar Minuten in entgegengesetzter Richtung verschoben werden, damit das Galvanometer keinen Ausschlag zeige. Dies entspricht einem Anwachsen des untersuchten Widerstandes. Das Ganze macht den Eindruck, als würden sich hier gleichzeitig zwei entgegengesetzte Prozesse abspielen: 1) Widerstandsabnahme infolge der Abkühlung durch Abfuhr der Kompressionswärme, 2) ein geringes Zurückgehen der durch Druck bewirkten Widerstandsabnahme. Das Metall scheint sich allmählich den durch Druck veränderten Gleichgewichtsbedingungen anzupassen. Dieses Sichanpassen des Metalls äußert sich gleichzeitig durch eine Abnahme des Druckkoeffizienten der elektrischen Leitungsfähigkeit sowie bei manchen Metallen durch eine kleine dauernde Zunahme des elektrischen Widerstandes nach dem Aufhören des Druckes.

Die Widerstandsmessungen wurden in Intervallen von je zwei Minuten so lange fortgesetzt, bis drei aufeinander folgende Messungen innerhalb der Versuchsfehler konstante Resultate ergaben.

Nach den Messungen unter dem Drucke von 800 kg/cm² wurden die Messungen unter dem Drucke von 1600 kg/cm² und schließlich 2400 kg/cm² als eine ununterbrochene Serie ausgeführt. Eine solche nahm gewöhnlich 5 bis $5^1/_2$ Stunden in Anspruch.

Die Zahlenwerte aus der ersten, an einem Leiter ausgeführten Serie von Messungen geben nur ein Bild eines scheinbaren Gleichgewichtes. Wiederholt man nämlich dieselbe Serie an demselben Leiter unter genau gleichen Bedingungen, so erhält man dennoch abweichende Resultate. Dasselbe gilt auch für die zunächst folgenden Serien. Erst von der fünften, sechsten, ja sogar für manche Metalle von der siebenten Serie an werden die Widerstandswerte innerhalb der Versuchsfehler konstant. Die Erfahrung zeigte, daß die Erreichung dieser konstanten Werte durch höhere Temperatur wesentlich beschleunigt wird. Deshalb habe ich folgendes Verfahren für alle Metalle angewendet: zuerst wurde behufs allgemeiner Orientierung eine Serie bei 20° C. ausgeführt. Hierauf folgte eine Serie bei 30° C. und eine bei 40° C. Die nach der 40°-Serie bei 20° C. ausgeführte Serie entsprach offenbar schon dem stabilen Gleichgewichte, denn bei Wiederholungen dieser Serie bei 20° C. konnten innerhalb der Versuchsfehler keine Abweichungen mehr festgestellt werden.

Die hier gemachten Beobachtungen erinnern an dasjenige, was aus der Elastizitätslehre über die Werte des Moduls bekannt ist. Ebenso wie sich dort bei der Bestimmung des Elastizitätsmoduls der Einfluß der Zeit und der Wiederholung der Versuche geltend macht und man deshalb zwischen dem „primären" und dem „sekundären" Modul unterscheidet, ebenso finden wir bei den ersten Widerstandsmessungen an einem Leiter zuerst veränderliche Werte (scheinbares Gleichgewicht) und erst nach mehreren Beanspruchungen durch Druck, oder rascher durch höhere Temperatur und gleichzeitige Beanspruchung durch Druck, erreicht der Leiter konstante Widerstandswerte bei gleichen hydrostatischen Drucken (stabiles Gleichgewicht).

Im folgenden gebe ich die von mir erhaltenen Meßresultate wieder. Nur diejenigen, die dem stabilen Gleichgewichte entsprechen, halte ich für charakteristische Daten für das betreffende Metall in Form eines Drahtes vom angegebenen Durchmesser. Die Zahlen, die dem scheinbaren Gleichgewichte entsprechen, d. h. welche in den ersten an dem betreffenden Leiter ausgeführten Versuchen erhalten wurden, sind durch individuelle Eigenschaften des untersuchten Drahtstückes verschleiert und haben somit keine allgemeine Gültigkeit; deshalb werden sie bei den meisten Metallen fortgelassen, um diese Arbeit nicht übermäßig mit nicht unbedingt notwendigem Zahlenmaterial zu belasten. Nur einmal beim Kadmium führe ich die Meßresultate in extenso an, um dem Leser einen genauen Einblick in die hier obwaltenden Verhältnisse zu geben.

Kadmium.

Untersucht wurde ein gepreßter, mit Seide umsponnener Draht aus Kadmium „Kahlbaum" von 0·034 cm Durchmesser. Die Serien sind in derselben Reihenfolge wiedergegeben, wie sie ausgeführt wurden. Es bezeichnet:

R den Widerstand des Kadmiumleiters in Ohm,

R_0 denselben Widerstand unter atmosphärischem Druck in Ohm,

S die Leitungsfähigkeit desselben Leiters in Ohm^{-1},

S_0 dieselbe Leitungsfähigkeit unter atmosphärischem Druck in Ohm^{-1}.

P den Überdruck in kg/cm².

Serie Nr. 1. Temperatur 20° C.

Nr.	P	R	dR	$\frac{R}{R_0}$	$\frac{S}{S_0}$
1	0·0	7·542157		1·000000	1·000000
			0·050212		
2	800	7·491945		0·9933450	1·006702
			0·050943		
3	1600	7·441002		0·9863609	1·013594
			0·050717		
4	2400	7·390285		0·9798640	1·020549

Serie Nr. 2. Temperatur 20° C.

Nr.	P	R	dR	$\frac{R}{R_0}$	$\frac{S}{S_0}$
1	0·0	7·542229		1·000000	1·000000
			0·049610		
2	800	7·492619		0·9934222	1·006621
			0·050833		
3	1600	7·441786		0·9866827	1·013496
			0·051134		
4	2400	7.390652		0·9799029	1·020509

Serie Nr. 3. Temperatur 30° C.

Nr.	P	R	dR	$\frac{R}{R_0}$	$\frac{S}{S_0}$
1	0·0	7·835980		1·000000	1·000000
			0·052268		
2	800	7·783712		0·9933298	1·006715
			0·050893		
3	1600	7·732819		0·9868352	1·013340
			0·050216		
4	2400	7·682605		0·9804266	1·019964

Serie Nr. 4. Temperatur 40° C.

Nr.	P	R	dR	$\frac{R}{R_0}$	$\frac{S}{S_0}$
1	0·0	8·127227		1·000000	1·000000
			0·054552		
2	800	8·072675		0·9932877	1·006757
			0·053218		
3	1600	8·019457		0·9867398	1·013438
			0·051166		
4	2400	7·968291		0·9804440	1·019946

Serie Nr. 5. Temperatur 20° C.

Nr.	P	R	dR	$\frac{R}{R_0}$	$\frac{S}{S_0}$	$\frac{S}{S_0}$ bor.
1	0·0	7·542248		1·000000	1·000000	
			0·049316			
2	800	7·492932		0·9934613	1·006582	1·006584
			0·048775			
3	1600	7·444157		0·9869943	1·013176	1·013168
			0·047997			
4	2400	7·396160		0·9806307	1·019752	

Die Serien Nr. 1, 2, 3 und 4 entsprechen dem scheinbaren Gleichgewichte. Die in der Rubrik R angegebenen Widerstände zeigen weiter nichts, als daß die Geschwindigkeit, mit welcher die Veränderung des Widerstandes bei dem untersuchten Drahtstücke unter diesen Bedingungen vor sich geht, so klein geworden ist, daß innerhalb der drei aufeinander folgenden Messungen, also im Laufe von sechs Minuten, keine weiteren Veränderungen wahrgenommen werden konnten. Diese Widerstände würden nach mehreren Stunden bei Andauern desselben Druckes und derselben Temperatur oder auch bei der nächsten Belastung mit demselben hydrostatischen Drucke andere Werte erreichen. Dies beweist auch der Vergleich von Serie 1 mit Serie 2, welche beide unter denselben Bedingungen nacheinander ausgeführt wurden. Wir sehen vor allem, daß der Widerstand unter barometrischem Druck in Serie 2 größer geworden ist. Die den gleichen Drucken in beiden Serien entsprechenden Widerstände weisen Differenzen von mehreren Einheiten in der vierten Dezimalstelle auf. Die den Drucksteigerungen von genau 800 kg/cm² entsprechenden Widerstandsabnahmen dR haben bald wachsende, bald sinkende Werte, und auch in den auf die Einheit der Leitungsfähigkeit beim atmosphärischen Druck bezogenen Leitungsfähigkeiten S/S_0 sind keine quantitativen Gesetzmäßigkeiten zu entdecken. In diesen Zahlen sind die Eigenschaften des Kadmiumdrahtes von 0·034 cm Durchmesser durch individuelle, wahrscheinlich von zufälligen Materialspannungen dieses Drahtstückes herstammende Eigenschaften verwischt.

Der Druckkoeffizient des elektrischen Widerstandes sowie der elektrischen Leitungsfähigkeit ergibt sich aus der Serie Nr. 2 kleiner als aus Serie Nr. 1.

Ganz anders liegen die Verhältnisse in der Serie Nr. 5, die schon dem stabilen Gleichgewichte entspricht. Zeichnet man die Drucke P auf der x-Achse und die Widerstände R auf der y-Achse eines rechtwinkeligen Koordinatensystems ein, so erhält man eine schwach nach abwärts gekrümmte Kurve. Der Wert $\frac{dR}{dP}$ sinkt bei steigendem Drucke. Wohl kann man diese Kurve durch eine empirische Gleichung zweiten Grades darstellen, wie es Lussana[1]) und Lisell[2]) getan haben, es ist aber viel einfacher, anstatt mit Widerständen mit deren reziproken Werten: mit den Leitungsfähigkeiten zu rechnen. Zeichnet man nämlich die S-Werte oder die S/S_0-Werte in ein Koordinatensystem als Ordinaten ein und verbindet man die oberen Enden der Ordinaten durch Gerade miteinander, so erhält man mit großer Genauigkeit eine durchgehende Gerade. Verlegt man zweckmäßig den Überdruck gleich 0 und $S/S_0 = 1$ in den Anfang des Koordinatensystems, zeichnet den dem $P = 2400$ kg/cm² und dem $S/S_0 = 1{\cdot}019752$ entsprechenden Punkt ein und verbindet man diesen Punkt mit dem Anfang des Koordinatensystems durch eine Gerade, so entsprechen auf dieser Geraden den Drucken 800 kg/cm² und 1600 kg/cm² die in Serie Nr. 5 unter S/S_0 ber. angegebenen Werte. Der Vergleich dieser Werte mit den durch Widerstandsmessungen bestimmten S/S_0 beweist zur Genüge die genaue Konstanz des Druckkoeffizienten der elektrischen Leitungsfähigkeit $\frac{dS}{dP}$ zwischen 0 und 2400 kg/cm². Dasselbe Resultat zeigt Serie Nr. 6, die als eine Wiederholung der Serie Nr. 5 genau in denselben Bedingungen ausgeführt wurde:

Serie Nr. 6. Temperatur 20° C.

Nr.	P	$\frac{S}{S_0}$	$\frac{S}{S_0}$ ber.
1	0·0	1·000000	
2	800	1·006585	1·006584
3	1600	1·013170	1·013169
4	2400	1·019750	

[1]) Lussana: N. Cim. (4), 10, 73, 1889; (5), 305, 1903.

[2]) Lisell: a. a. O.

Aus Serie Nr. 5 und 6 berechnet man für Kadmiumdraht vom Durchmesser 0·034 cm den Druckkoeffizienten der elektrischen Leitungsfähigkeit:

$$\frac{dS}{S_0} = 82{\cdot}30 \times 10^{-7} \text{ pro } 1 \text{ kg/cm}^2.$$

Silber.

Es wurden drei genau gleich behandelte Drähte aus demselben Metall von folgenden Dimensionen untersucht:

	Durchmesser:	Länge:
Draht Nr. 1	0·0318 cm	2737 cm
„ „ 2	0·0222 „	1445·3 „
„ „ 3	0·0182 „	1031·3 „

Die drei Drähte waren mit Seide umsponnen und wurden genau in gleicher Weise, wie ich es für Kadmium angegeben habe, untersucht. Die dem scheinbaren Gleichgewichte entsprechenden Serien werden nur abgekürzt wiedergegeben.

Draht Nr. 1.

Nummer der Serie Temperatur	p	$\frac{S}{S_0}$
Serie Nr. 1	0·0	1·000000
20° C.	2400	1·006076
Serie Nr. 2	0·0	1·000000
30° C.	2400	1·006121
Serie Nr. 3	0·0	1·000000
40° C.	2400	1·006167

Die folgende Serie Nr. 4 entspricht schon dem stabilen Gleichgewicht:

(Stabile) Serie Nr. 4. 20° C.

Nr.	P	S	$\frac{S}{S_0}$	$\frac{S}{S_0}$ ber.
1	0·0	0·128225	1·000000	
2	800	0·128482	1·002006	1·002019
3	1600	0·128742	1·004030	1·004037
4	2400	0·129001	1·006056	

Draht Nr. 2.

Nummer der Serie Temperatur	P	$\frac{S}{S_0}$
Serie Nr. 1	0·0	1·000000
20° C.	2400	1·006192
Serie Nr. 2	0·0	1·000000
30° C.	2400	1·006253
Serie Nr. 3	0·0	1·000000
40° C.	2400	1·006300

(Stabile) Serie Nr. 4. 20° C.

Nr.	P	S	$\frac{S}{S_0}$	$\frac{S}{S_0}$ ber.
1	0·0	0·127538	1·000000	
2	800	0·127801	1·002056	1·002059
3	1600	0·128064	1·004118	1·004119
4	2400	0·128326	1·006178	

Draht Nr. 3.

Nummer der Serie Temperatur	P	$\frac{S}{S_0}$
Serie Nr. 1 20° C.	0·0 2400	1·000000 1·006482
Serie Nr. 2 30° C.	0·0 2400	1·000000 1·006546
Serie Nr. 3 40° C.	0·0 2400	1·000000 1·006598

(Stabile) Serie Nr. 4. 20° C.

Nr.	P	S	$\frac{S}{S_0}$	$\frac{S}{S_0}$ ber.
1	0·0	0·128125	1·000000	
2	800	0·128401	1·002157	1·002151
3	1600	0·128675	1·004294	1·004301
4	2400	0·128951	1·006452	

Der Vergleich der Werte von S/S_0 mit den Werten S/S_0 ber. zeigt in den Serien Nr. 4 für alle drei Drähte gute Übereinstimmung. Somit sind die Druckkoeffizienten der elektrischen Leitungsfähigkeit für jeden der drei Drähte zwischen 0 und 2400 kg/cm² konstant, und zwar ergeben sich folgende Druckkoeffizienten:

für den Draht vom Durchmesser:

$$0{\cdot}0318 \text{ cm} \quad \frac{dS}{S_0} = 25{\cdot}23 \times 10^{-7} \text{ pro 1 kg/cm}^2$$

$$0{\cdot}0222 \text{ cm} \quad \frac{dS}{S_0} = 25{\cdot}74 \times 10^{-7} \quad \text{"} \quad \text{"} \quad \text{"}$$

$$0{\cdot}0182 \text{ cm} \quad \frac{dS}{S_0} = 26{\cdot}88 \times 10^{-7} \quad \text{"} \quad \text{"} \quad \text{"}$$

Der Druckkoeffizient der elektrischen Leitungsfähigkeit ist somit vom Durchmesser des Leiters abhängig.

Wendet man die Formel (1)

$$\sigma_1 \frac{2 r \pi}{l} + \sigma_2 \frac{r^2 \pi}{l} = S$$

für die Serien Nr. 4 des Drahtes Nr. 1 und Nr. 3 an, so erhält man folgende Werte für σ_1 und σ_2:

Nr.	P	σ_1	σ_1 ber.	σ_2	σ_2 ber.
1	0·0	702·998		353699	
2	800	705·218	705·121	354294	354320
3	1600	707·257	707 244	354935	354941
4	2400	709·368		355562	

σ_1 und σ_2 sind für die verschiedenen Drucke unter Zugrundelegung der Dimensionen unter barometrischem Drucke berechnet worden. Wollte man die Kompressibilitätskoeffizienten für reine Metalle in der Formel (1) berücksichtigen, so würden sich selbstverständlich andere Werte für σ_1 und σ_2 ergeben. Ich tat es nicht, weil die Kompressibilitätskoeffizienten für die meisten reinen Metalle nicht mit genügender Genauigkeit bekannt sind.

Die Werte σ_1 ber. und σ_2 ber. wurden als den Überdruckzunahmen proportional berechnet. Diese Werte zeigen gute Übereinstimmung mit σ_1 und σ_2, welche aus den Leitungsfähigkeiten nach Formel (1) berechnet wurden. σ_1 und σ_2 wachsen somit proportional mit dem Überdrucke.

Dabei wurden σ_1 und σ_2 aus den Werten der Leitungsfähigkeit des Drahtes Nr. 1 und Nr. 3 berechnet. Die Kontrolle können wir an den Daten für Draht Nr. 2 durchführen. Führen wir die Dimensionen des Drahtes Nr. 2 und der Reihe nach die dem Drucke 800, 1600 und 2400 kg/cm² in obiger Tafel entsprechenden Werte von σ_1 und σ_2 in die Formel Nr. (1) ein, so können wir die Leitungsfähigkeit des Drahtes Nr. 2 für diese Drucke berechnen, was folgende Resultate ergibt:

Nr.	P	S
1	0·0	0·1285101
2	800	0 1288570
3	1600	0·1291271
4	2400	0·1293968

Vergleicht man diese Werte mit S aus der Serie Nr. 4 für Draht Nr. 2, so sieht man eine konstante Abweichung von weniger als 1 %. Trotzdem kann die Übereinstimmung als gut bezeichnet werden, besonders wenn man bedenkt, daß schon kleine Fehler in der Bestimmung der Drahtdurchmesser (‰) solche Abweichungen zur Folge haben können.

Zinn.

Es wurden zwei mit Seide umsponnene, gepreßte Drähte von folgenden Dimensionen untersucht:

	Durchmesser:	Länge:
Draht Nr. 1	0·0518 cm	1144·4 cm
„ „ 2	0·0342 „	509·2 „

Die Kontrolle der bei diesen Drähten erhaltenen Werte wurde an einer Zinnlamelle von rechteckigem Querschnitt 0·0415 cm $\times$ $\times$ 0·0182 cm und 366 cm Länge durchgeführt. Bei der Behandlung der Zinndrähte ist peinlichste Sorgfalt geboten; längere Drahtstücke dürfen nicht frei herunterhängen, da sie sonst schon unter eigenem Gewichte dauernde Dehnungen erleiden. Für Zinndrähte wurden folgende Resultate erhalten:

Draht Nr. 1.

Nummer der Serie Temperatur	P	$\frac{S}{S_0}$
Serie Nr. 1 20° C.	0·0 2400	1·000000 1·024260
Serie Nr. 2 30° C.	0·0 2400	1·000000 1·024387
Serie Nr. 3 40° C.	0·0 2400	1·000000 1·024451

(Stabile) Serie Nr. 4. 20° C.

Nr.	P	S	$\frac{S}{S_0}$	$\frac{S}{S_0}$ ber.
1	0·0	0·148598	1·000000	
2	800	0·149800	1·008087	1·008073
3	1600	0·151001	1·016171	1·016146
4	2400	0·152197	1·024219	

Draht Nr. 2.

Nummer der Serie Temperatur	P	$\frac{S}{S_0}$
Serie Nr. 1 20° C.	0·0 2400	1·000000 1·024876
Serie Nr. 2 30° C.	0·0 2400	1·000000 1·024985
Serie Nr. 3 40° C.	0·0 2400	1·000000 1·025074

(Stabile) Serie Nr. 4. 20° C.

Nr.	P	S	$\frac{S}{S_0}$	$\frac{S}{S_0}$ ber.
1	0·0	0·128145	1·000000	
2	800	0·129210	1·008310	1·008278
3	1600	0·130270	1·016581	1·016556
4	2400	0·131327	1·024835	

Die Übereinstimmung der Werte S/S_0 mit den Werten S/S_0 ber. in den Serien Nr. 4 für beide Drähte innerhalb der Versuchsfehler beweist die Konstanz von $\frac{dS}{dP}$ im Intervalle von 0 bis 2400 kg/cm². Es ergeben sich folgende Druckkoeffizienten:

für Draht vom Durchmesser:

$$0{\cdot}0518 \text{ cm} \quad \frac{dS}{S_0} = 100{\cdot}91 \times 10^{-7} \text{ pro 1 kg/cm}^2$$

$$0{\cdot}0342 \text{ cm} \quad \frac{dS}{S_0} = 103{\cdot}48 \times 10^{-7} \quad \text{„ „ „}$$

Die aus den Serien Nr. 4 nach Formel (1) berechneten σ_1 und σ_2 haben folgende Werte:

Nr.	P	σ_1	σ_1 ber.	σ_2	σ_2 ber.
1	0·0	— 242·992		99496·9	
2	800	— 244·576	— 244·593	100270	100272
3	1600	— 246·202	— 246·194	101049	101042
4	2400	— 247·795		101821	

σ_1 ber. und σ_2 ber. sind den Überdruckzunahmen proportional berechnet worden. Es zeigt sich somit, daß σ_1 und σ_2 mit dem Überdrucke proportional wachsen.

Die Kontrolle wurde an der Zinnlamelle von rechteckigem Querschnitt durchgeführt. Für dieselbe ergaben die Messungen folgende Werte:

(Stabile) Serie Nr. 4. 20° C.

Nr.	P	S	$\frac{S}{S_0}$	$\frac{S}{S_0}$ ber.
1	0·0	0·1264472	1·000000	
2	800	0·1274974	1·008306	1·008299
3	1600	0·1285449	1·016590	1·016598
4	2400	0·1295953	1·024897	

Für den rechteckigen Querschnitt wurde die Formel in ihrer allgemeinen, angenäherten Form:

$$\sigma_1 \frac{u}{l} + \sigma_2 \frac{q}{l} = S$$

angewendet. Hierin bedeutet u den Umfang und q den Querschnitt der Lamelle. Durch Einführung der für Zinn gefundenen σ_1 und σ_2 ergeben sich folgende Werte:

Nr.	P	S
1	0·0	0·126056
2	800	0·127136
3	1600	0·128212
4	2400	0·129287

Die Übereinstimmung ist gut.

Blei.

Es wurden zwei aus demselben Stück Metall gepreßte Drähte untersucht, deren Dimensionen waren:

	Durchmesser	Länge
Draht Nr. 1	0·0514 cm	790 cm
„ Nr. 2	0·0333 cm	330 cm

Der Draht Nr. 1 war mit Seide umsponnen, der Draht Nr. 2 hingegen nicht, sondern auf dem oben beschriebenen Ebonitgestell aufgewickelt. Bei der Behandlung der sehr weichen und wenig widerstandsfähigen Bleidrähte ist die größte Vorsicht geboten, um Dehnungen und Querschnittsveränderungen zu verhüten.

Es wurden folgende Resultate erhalten:

Draht Nr. 1.

Nummer der Serie Temperatur	P	$\frac{S}{S_0}$
Serie Nr. 1	0·0	1·000000
20° C.	2400	1·034240
Serie Nr. 2	0·0	1·000000
30° C.	2400	1·034412
Serie Nr. 3	0·0	1·000000
40° C.	2400	1·034668

(Stabile) Serie Nr. 4. 20° C.

Nr.	P	S	$\frac{S}{S_0}$	$\frac{S}{S_0}$ ber.
1	0·0	0·127330	1·000000	
2	800	0·128785	1·011430	1·011414
3	1600	0·130239	1·022846	1·022827
4	2400	0·131690	1·034240	

Draht Nr. 2.

Nummer der Serie Temperatur	P	$\frac{S}{S_0}$
Serie Nr. 1	0·0	1·000000
20° C.	2400	1·034279
Serie Nr. 2	0·0	1·000000
30° C.	2400	1·034476
Serie Nr. 3	0·0	1·000000
40° C.	2400	1·034696

(Stabile) Serie Nr. 4. 20° C.

Nr.	P	S	$\frac{S}{S_0}$	$\frac{S}{S_0}$ ber.
1	0·0	0·123259	1·000000	
2	800	0·124669	1·011435	1·011426
3	1600	0·126077	1·022864	1·022853
4	2400	0·127484	1·034279	

Die Übereinstimmung der Werte S/S_0 mit S/S_0 ber. in beiden Serien Nr. 4 beweist die Konstanz von $\frac{dS}{dP}$ innerhalb des untersuchten Druckintervalles. Es ergeben sich folgende Druckkoeffizienten der elektrischen Leitungsfähigkeit:

für den Draht vom Durchmesser:

$$0{\cdot}0514 \text{ cm} \quad \frac{dS}{S_0} = 142{\cdot}67 \times 10^{-7} \text{ pro } 1 \text{ kg/cm}^2$$

$$0{\cdot}0333 \text{ cm} \quad \frac{dS}{S_0} = 142{\cdot}83 \times 10^{-7} \text{ pro } 1 \text{ kg/cm}^2$$

Die aus den Serien Nr. 4 nach Formel (1) berechneten σ_1 und σ_2 haben folgende Werte:

Nr.	P	σ_1	σ_1 ber.	σ_2	σ_2 ber.
1	0·0	— 47·006		52160·8	
2	800	— 47·532	— 47·545	52756·7	52755·8
3	1600	— 48·065	— 48·084	53351·4	53350·8
4	2400	— 48·623		53945·8	

Der Vergleich von σ_1 und σ_2 mit σ_1 ber. und σ_2 ber. zeigt, daß σ_1 und σ_2 dem Überdrucke proportional wachsen.

Zink.

Bei Zink und den folgenden Metallen hatte ich nur je einen Leiter zur Verfügung, es konnten somit die Werte von σ_1 und σ_2 nicht bestimmt werden. Sonst wurden die Messungen genau so ausgeführt, wie beim Kadmium angegeben.

Der runde, gepreßte Zinkdraht hatte einen Durchmesser von 0·034 cm und er war mit Seide umsponnen.

Die Resultate waren:

Nummer der Serie Temperatur	P	$\frac{S}{S_0}$
Serie Nr. 1	0·0	1·000000
20° C.	2400	1·011967
Serie Nr. 2	0·0	1·000000
30° C.	2400	1·012076
Serie Nr. 3	0·0	1·000000
40° C.	2400	1·012163

(Stabile) Serie Nr. 4. 20° C.

Nr.	P	$\frac{S}{S_0}$	$\frac{S}{S_0}$ ber.
1	0·0	1·000000	
2	800	1·003924	1·003933
3	1600	1·007861	1·007866
4	2400	1·011800	

Die Tabelle zeigt, daß die Leitungsfähigkeit dem Überdrucke proportional wächst, daß somit $\frac{dS}{dP}$ innerhalb des untersuchten Druckintervalles konstant ist.

Für den Draht vom Durchmesser 0·034 cm beträgt:

$$\frac{dS}{S_0} = 49{\cdot}17 \times 10^{-7} \text{ pro } 1 \text{ kg/cm}^2.$$

Kupfer.

Der untersuchte Draht hatte einen Durchmesser von 0·0085 cm und war mit Seide umsponnen. Es wurden folgende Resultate erhalten:

Nummer der Serie Temperatur	P	$\frac{S}{S_0}$
Serie Nr. 1	0·0	1·000000
20° C.	2400	1·004591
Serie Nr. 2	0·0	1·000000
30° C.	2400	1·004593
Serie Nr. 3	0·0	1·000000
40° C.	2400	1·004601

(Stabile) Serie Nr. 4. 20° C.

Nr.	P	$\frac{S}{S_0}$	$\frac{S}{S_0}$ ber.
1	0·0	1·000000	
2	800	1·001529	1·001525
3	1600	1·003069	1·003050
4	2400	1·004575	

Somit ist $\frac{dS}{dP}$ vom Drucke unabhängig. Für den Draht vom Durchmesser 0·0085 cm ist:

$$\frac{dS}{S_0} = 19{\cdot}06 \times 10^{-7} \text{ pro } 1 \text{ kg/cm}^2.$$

Aluminium.

Es wurde eine Lamelle von rechteckigem Querschnitt 0·04×0·006 cm, auf dem Ebonitgestell aufgewickelt, untersucht und die Messungen ergaben folgende Resultate:

Nummer der Serie Temperatur	P	$\frac{S}{S_0}$
Serie Nr. 1	0·0	1·000000
20° C.	2400	1·009250
Serie Nr. 2	0·0	1·000000
30° C.	2400	1·009249
Serie Nr. 3	0·0	1·000000
40° C.	2400	1·009253

(Stabile) Serie Nr. 4. 20° C.

Nr.	P	$\frac{S}{S_0}$	$\frac{S}{S_0}$ ber.
1	0·0	1·000000	
2	800	1·003103	1·003072
3	1600	1·006147	1·006144
4	2400	1·009216	

$\frac{dS}{dP}$ ist somit vom Drucke unabhängig. Für die Lamelle ist

$$\frac{dS}{S_0} = 38{\cdot}40 \times 10^{-7} \text{ pro } 1 \text{ kg/cm}^2.$$

Eisen.

Es wurde ein gezogener, mit Seide umsponnener Draht vom Durchmesser 0·038 cm untersucht. Die Resultate waren:

Nummer der Serie Temperatur	P	$\frac{S}{S_0}$
Serie Nr. 1	0·0	1·000000
20° C.	2400	1·005490
Serie Nr. 2	0·0	1·000000
30° C.	2400	1·005492
Serie Nr. 3	0·0	1·000000
40° C.	2400	1·005495

(Stabile) Serie Nr. 4. 20° C.

Nr.	P	$\frac{S}{S_0}$	$\frac{S}{S_0}$ ber.
1	0·0	1·000000	
2	800	1·001820	1·001817
3	1600	1·003593	1·003635
4	2400	1·005452	

Somit ist

$$\frac{dS}{dP} = \text{Const.}$$

$$\frac{dS}{S_0} = 22{\cdot}71 \times 10^{-7} \text{ pro } 1 \text{ kg/cm}^2.$$

Nickel.

Untersucht wurde eine Lamelle von rechteckigem Querschnitt 0·0355 × 0·0155 cm (auf dem Ebonitgestell aufgewickelt) mit folgenden Resultaten:

Nummer der Serie Temperatur	P	$\frac{S}{S_0}$
Serie Nr. 1 20° C.	0·0 2400	1·000000 1·002644
Serie Nr. 2 30° C.	0·0 2400	1·000000 1·002661
Serie Nr. 3 40° C.	0·0 2400	1·000000 1·002701

(Stabile) Serie Nr. 4. 20° C.

Nr.	P	$\frac{S}{S_0}$	$\frac{S}{S_0}$ ber.
1	0·0	1·000000	
2	800	1·000885	1·000879
3	1600	1·001759	1·001758
4	2400	1·002637	

Somit ist
$$\frac{dS}{dP} = \text{Const.}$$
$$\frac{dS}{S_0} = 10{\cdot}99 \times 10^{-7} \text{ pro } 1 \text{ kg/cm}^2.$$

Palladium.

Untersucht wurde eine Lamelle von rechteckigem Querschnitt 0·035 × 0·018 cm (auf dem Ebonitgestell aufgewickelt) mit folgenden Resultaten:

Nummer der Serie Temperatur	P	$\frac{S}{S_0}$
Serie Nr. 1	0·0	1·000000
20° C.	2400	1·004134
Serie Nr. 2	0·0	1·000000
30° C.	2400	1·004146
Serie Nr. 3	0·0	1·000000
40° C.	2400	1·004168

(Stabile) Serie Nr. 4. 20° C.

Nr.	P	$\frac{S}{S_0}$	$\frac{S}{S_0}$ ber.
1	0·0	1·000000	
2	800	1·001366	1·001377
3	1600	1·002745	1·002753
4	2400	1·004130	

Somit ist
$$\frac{dS}{dP} = \text{Const.}$$
$$\frac{dS}{S_0} = 17{\cdot}2 \times 10^{-7} \text{ pro } 1 \text{ kg/cm}^2.$$

Platin.

Untersucht wurde ein nicht isolierter Draht vom Durchmesser 0·01 cm (auf dem Ebonitgestell aufgewickelt) mit folgenden Resultaten:

Nummer der Serie Temperatur	P	$\frac{S}{S_0}$
Serie Nr. 1 20° C.	0·0 2400	1·000000 1·001958
Serie Nr. 2 30° C.	0·0 2400	1·000000 1·002010
Serie Nr. 3 40° C.	0·0 2400	1·000000 1·002171

(Stabile) Serie Nr. 4. 20° C.

Nr.	P	$\frac{S}{S_0}$	$\frac{S}{S_0}$ ber.
1	0·0	1·000000	
2	800	1·000654	1·000652
3	1600	1·001302	1·001305
4	2400	1·001957	

Somit ist
$$\frac{dS}{dP} = \text{Const.}$$
$$\frac{dS}{S_0} = 8{\cdot}15 \times 10^{-7} \text{ pro } 1 \text{ kg/cm}^2 .$$

Meine Resultate weichen von den von anderer Seite erhaltenen recht erheblich ab. Die Abweichungen sind aus folgender Zusammenstellung zu ersehen.

Metall, Querschnittsform und Dimensionen	$\frac{dS}{S_0} \times 10^7$ pro 1 kg/cm²	$\frac{dS}{S} \times 10^7$ pro 1 kg/cm² E. Lisell[1]	$\frac{dR}{R} \times 10^7$ pro 1 kg/cm² E. Williams[2]	$\frac{dR}{R} \times 10^7$ pro 1 kg/cm² S. Lussana[2]
Silberdraht, rund $2r = 0{\cdot}0318$ cm	25·23	38	—	von — 32
$2r = 0{\cdot}0182$ cm	26·88		—	bis — 27
Zinndraht, rund $2r = 0{\cdot}0518$ cm	100·91	—	—	—
$2r = 0{\cdot}0342$ cm	103·48	—	—	—
Bleidraht, rund $2r = 0{\cdot}0514$ cm	142·67	144	−143	von — 197
$2r = 0{\cdot}0335$ cm	142·83			bis — 86
Kadmiumdraht $2r = 0{\cdot}034$ cm	82·30	—	—	—
Zinkdraht $2r = 0{\cdot}034$ cm	49·17	65	—	—
Kupferdraht $2r = 0{\cdot}0085$ cm	19·06	21·2	—	von −31 bis −9
Aluminiumlamelle $0{\cdot}04 \times 0{\cdot}006$ cm	38·40	—	−38·8	—
Eisendraht $2r = 0{\cdot}038$ cm	22·71	—	—	—
Nickellamelle $0{\cdot}0355 \times 0{\cdot}0155$ cm	10·99	15·7	—	von −19 bis −6
Palladiumlamelle $0{\cdot}035 \times 0{\cdot}018$ cm	17·20	—	—	—
Platindraht $2r = 0{\cdot}01$ cm	8·15	19	—	von −24 bis −8·2

Zusammenfassung.

Es wurden genaue Messungen des Widerstandes, des Querschnittes und der Länge verschiedener Leiter aus Silber, Zinn und Blei ausgeführt und aus ihnen wurde die spezifische Leitungsfähigkeit σ nach der Formel $\sigma \frac{q}{l} = S$ berechnet. Es zeigte sich:

[1] A. a. O. (nach E. Wagner: Ann. d. Phys. 27, 994, 1908).

[2] A. a. O.

1) σ hat für dasselbe Metall — trotz genau gleicher Herstellungs- und Behandlungsweise der aus demselben Stück Metall erzeugten Drähte — keinen konstanten Wert, vielmehr hängt dieser Wert von den Dimensionen des Leiters, an dem σ bestimmt wurde, ab. Beim Silber nimmt σ mit Abnahme des Durchmessers des runden Leiters zu; für Zinn und Blei trifft das Entgegengesetzte zu.

2) Der Temperaturkoeffizient und der Druckkoeffizient der elektrischen Leitungsfähigkeit sind von den Dimensionen des Leiters abhängig.

3) Die hier obwaltenden Verhältnisse gibt folgende Formel mit guter Übereinstimmung wieder:

$$\sigma_1 \frac{u}{l} + \sigma_2 \frac{q}{l} = S,$$

und hieraus folgt:

$$S_h + S_k = S,$$

d. h.: Die Leitungsfähigkeit eines Leiters ist gleich der Summe aus Hautleitungsfähigkeit und Kernleitungsfähigkeit.

4) Für Silber, Zinn und Blei wurden σ_1 und σ_2 bestimmt. Dieselben sind von den Dimensionen des Leiters unabhängige Konstanten des betreffenden Metalls.

5) Für Silber, Zinn und Blei wurden σ_1 und σ_2 unter hydrostatischem Druck bis 2400 kg/cm² bestimmt; σ_1 und σ_2 wachsen dem Drucke proportional.

6) Für Ag, Sn, Pb, Cd, Zn, Cu, Al, Fe, Ni, Pd und Pt wurden genaue Widerstandsmessungen unter Druck ausgeführt. Dieselben zeigen, daß zwischen 0 und 2400 kg/cm² nicht die Abnahme des Widerstandes, sondern die Zunahme der Leitungsfähigkeit dem hydrostatischen Drucke proportional ist. Somit ist für dieses Druckintervall $\frac{dS}{dP} = \text{Const.}$

Diese Arbeit wurde im Physikalischen Institute der k. k. Universität in Lemberg ausgeführt, und daselbst wurden auch die bei dieser Arbeit gebrauchten Apparate hergestellt. Es sei mir gestattet, dem Direktor des Institutes, Herrn Prof. Dr. I. Zakrzewski, für die überaus weitherzige Bereitstellung der Mittel sowie für das lebhafte Interesse an dieser Arbeit meinen verbindlichsten Dank auszudrücken.

BULLETIN INTERNATIONAL
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE
CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.
SÉRIE *A*: SCIENCES MATHÉMATIQUES.

DERNIERS MÉMOIRES PARUS.

(Les titres des Mémoires sont donnés en abrégé).

Avis.

Le «*Bulletin International*» de l'Académie des Sciences de Cracovie (Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles) paraît en deux séries: la première (*A*) est consacrée aux travaux sur les Mathématiques, l'Astronomie la Physique, la Chimie, la Minéralogie, la Géologie etc. La seconde série (*B*) contient les travaux qui se rapportent aux Sciences Biologiques. Les abonnements sont annuels et partent de janvier. Prix pour un an (dix numéros): Série *A* ... 8 K; Série *B* ... 10 K.

Les livraisons du «*Bulletin International*» se vendent aussi séparément.

Adresser les demandes à la Librairie «G. Gebethner & Cie»
Rynek Gł., Cracovie (Autriche).