

Messungen der Dielektrizitätskonstante
fester Körper mit Hilfe der Methode
ponderomotorischer Kräfte

Teil II.

Die Dielektrizitätskonstante des kristallinen Quarzes

von

D. Doborzyński

Publié par l'Académie Polonaise des Sciences et des Lettres, sous la direction
de M. K. Dziewoński, Secrétaire de la Classe des Sciences Mathématiques
et Naturelles (Cracovie, Institut de Chimie Organique de l'Université, rue
K. Olszewski 2).



135376

Nakładem Polskiej Akademii Umiejętności.
Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego pod zarządem Józefa Filipowskiego.

2464/12

Pomiary statej dielektrycznej ciał statycznych metodą sit ponderomotorycznych. — Messungen der Dielektrizitätskonstante fester Körper mit Hilfe der Methode ponderomotorischer Kräfte.

Note

de M. D. DOBORZYŃSKI,

présentée le 8 Mars 1937 par M. K. Zakrzewski m. t.

TEIL II.

Die Dielektrizitätskonstante des kristallinen Quarzes.

§ 1. Bei Untersuchungen der Dispersion der Dielektrizitätskonstante (D. K.) von piezoelektrischen Körpern wie z. B. von Quarz ergeben sich bekanntlich infolge der »anomalen Dispersion« beträchtliche Schwierigkeiten. Diese Erscheinung beruht darauf, daß in den Frequenzbereichen, die den Frequenzen mechanischer Eigenschwingungen ¹⁾ benachbart sind, sogenannte Resonanzstörungen auftreten (»Störgebiete«). Die erwähnten Störungen wurden zum erstenmal von Cady für Quarz näher untersucht. Sie beruhen auf plötzlichen Änderungen des Wertes der D. K., und zwar plötzlicher Zunahme und darauf folgender Abnahme bis zum Nullwert, ja sogar einem Auftreten scheinbar negativer Werte.

Für gewöhnliche Untersuchungen, bei welchen man sich eines Kondensators bedient, werden Belegungen an der Oberfläche des kristallinen Objektes angebracht. Diese können im Zustande des elektrisch hervorgerufenen Schwingens des Objektes die Bedingungen des Auftretens der »anomalen Dispersion« sowie den

¹⁾ Diese Schwingungen werden bekanntlich mit Hilfe der umgekehrten, eigentlich auf der Elektrostriktion beruhenden, piezoelektrischen Erscheinung, engl. »inverse piezoelectric effect«, hervorgerufen.

entsprechenden Frequenzbereich und somit das gesamte Dispersionsbild in beträchtlichem Maße beeinflussen ¹⁾).

Es ist daher wichtig festzustellen, wie weit die Methode der ponderomotorischen Kräfte, bei welcher man die Belegungen (Elektroden) nicht verwendet, bei der Experimentalanalyse der Erscheinung der »anomalen Dispersion« derjenigen überlegen ist, bei der man sich des Kondensators bedient. Da unter den vielen piezoelektrischen Körpern Quarz ein der — sowohl in physikalischer, als auch in chemischer Hinsicht — beständigsten ist und da seine physikalischen Eigenschaften ziemlich genau bekannt sind, wurde dieser bei den betreffenden Untersuchungen verwendet. Die Firma Dr. Steeg und Reuter in Bad Homburg lieferte mir für diese Zwecke eine Scheibe aus kristallinischem Quarz von 12 mm Durchmesser und 1·5 mm Dicke (Achsenverhältnis $m=8$; Dichte 2·63 g/cm³). Diese wird aus dem Kristall so herausgeschnitten, daß ihre Ebene senkrecht zu einer der elektrischen Achsen gerichtet ist und die optische Achse (Z) in dieser Ebene liegt.

Obwohl die D. K. des kristallinischen Quarzes:

$$\epsilon_{11} = 1 + 4\pi k_{11} \text{ (für die Richtung längs der optischen Achse)}$$

und

$$\epsilon_{\perp} = 1 + 4\pi k_{\perp} \text{ (für eine beliebige Richtung in der zur optischen Achse senkrechten Ebene)}$$

schon oft und verhältnismäßig genau gemessen worden sind, habe ich dennoch die Messungen dieser Größen noch einmal ausgeführt (bei Zimmertemperatur von 20° C), um unter anderem festzustellen, ob die Wahl des Wertes 0·95 für den Koeffizienten γ die mit den Angaben anderer Autoren übereinstimmenden Werten der D. K. ergibt.

§ 2. Fellingner machte darauf aufmerksam, daß bei Anwendung der Methode der ponderomotorischen Kräfte die im Quarz neben der Piezoelektrizität bestehende Pyroelektrizität große Fehler bei den Messungen hervorrufen kann. Er bestrich nämlich das aus Quarz bestehende Untersuchungsobjekt mit einer Flamme, um die mit Feuchtigkeit, Fett und anderen Verunreinigungen verbundenen,

¹⁾ Man vergleiche den Fall des Seignette-Salzes (Hiltscher).

zufälligen elektrischen Ladungen von der Oberfläche zu entfernen, doch bemerkte er hierbei ein starkes Aufladen des Objektes, welches mehrere Stunden hindurch anhielt. Um die Oberflächenladungen zu entfernen, wandte ich also anfangs eine andere Methode an. Die Luft wurde im Innern des Apparates mit Hilfe von Röntgenstrahlen ionisiert, ich bemerkte jedoch dabei keinerlei Einwirkung auf die Größe des Drehungswinkels. In Verlaufe der weiteren Kontrolluntersuchungen stellte es sich heraus, daß die Störungen, die in einem stark vergrößerten Ausschlage in Erscheinung treten, normalerweise nur dann vorkommen, wenn der Feuchtigkeitsgrad der Luft erheblich ist. Die sich dann auf der Oberfläche der Quarzscheibe bildende Feuchtigkeitsschicht wirkt störend. Mit Hilfe von P_2O_5 können jedoch diese Störungen leicht beseitigt werden. Es ist also nicht richtig, derartige Störungen den pyroelektrischen Erscheinungen zuzuschreiben, wie es Fellingner tat. Die Schwankungen der Zimmertemperatur waren so gering, daß sie keine pyroelektrischen Ladungen hervorrufen konnten.

§ 3. Für Quarz, einen anisotropen (aeolotropen) Körper, kann man die im I. Teil dieser Arbeit angeführte Formel (6) nicht anwenden; man muß sich vielmehr einer komplizierteren bedienen, die die Theorie für diesen Fall liefert (Fellingner). Die entsprechenden Größen L werden selbstverständlich fernerhin durch die im I. Teil der Arbeit angegebene Formel (10) dargestellt¹⁾.

Um die Messung der D. K. ϵ_1 auszuführen, muß die Scheibe so aufgehängt werden, daß die optische Achse in genau vertikaler Richtung verläuft. Dann kann man die folgende, auch für isotrope Körper geltende Formel anwenden:

$$k_1 = \frac{(A+B) + \sqrt{(A+B)^2 + 2R}}{R}, \quad (1)$$

wobei

$$R = L_1 \cdot (A - B) - 2AB^2). \quad (2)$$

¹⁾ Vergl. den I. Teil dieser Arbeit, der allgemeine Bemerkungen über die Methode und Meßergebnisse der D. K. für geschmolzenen Quarz enthält. Die erwähnte Formel (10) lautet:

$$L = \frac{2 \cdot V \cdot W^2 \cdot P}{9 \cdot 10^4 \cdot a^2 \cdot M \cdot \delta} \cdot \gamma \quad (V - \text{Volumen, } W - \text{Spannung, } P - \text{Plattenabstand, } M - \text{Torsionsmoment, } \delta - \text{Skalenausschlag, } \gamma - \text{Volumenreduktionskoeffizient}).$$

²⁾ A und B sind nur von der Größe m abhängig, für die Scheibe charakteristische Konstanten.

Ich erhielt als Mittelwert aus vielen Messungen

$$L_{\perp} = 14.45 \pm 0.20,$$

(der mittlere Fehler beträgt also etwa 1.5%).

Wenden wir den Koeffizienten $\gamma = 0.95 \pm 0.05$ an, so erhalten wir schließlich

$$L_{\perp} = 13.73 \pm 0.70.$$

Der Fehler ist hier infolge des im Bereich von etwa 5% schwankenden Wertes des Koeffizienten γ bis auf 6% gestiegen.

Wir erhalten also schließlich:

$$\varepsilon_{\perp} = 4.55 \pm 0.20,$$

(der Meßfehler beträgt also 5%)¹⁾.

Bei der Messung der D. K. ε_{\parallel} muß dieselbe Scheibe so aufgehängt werden, daß die optische Achse horizontal zu liegen kommt. Für diesen Fall gilt die von Fellingner angegebene Formel:

$$k_{\parallel} = \frac{k_{\perp} \cdot (2A + L_{\parallel}) + 2}{k_{\perp} \cdot [L_{\parallel}(A - B) - 2AB] + L_{\parallel} - 2B}. \quad (3)$$

Wenn wir die Werte $L_{\parallel} = 13.95 \pm 0.20$ und $\gamma = 0.95 \pm 0.05$, d. h. den endgültigen Wert für L_{\parallel} gleich 13.25 ± 0.70 in (3) einsetzen, erhalten wir:

$$\varepsilon_{\parallel} = 4.66 \pm 0.20.$$

Die oben angegebenen Werte gelten für die Frequenz von 50 Hertz.

§ 4. Die unten angegebene Tabelle enthält die von verschiedenen Autoren erhaltenen Meßergebnisse der D. K. für Quarz.

Man sieht, daß die von mir gefundenen Werte in den Grenzen der Meßgenauigkeit mit jenen Werten übereinstimmen, die von anderen Autoren mit Hilfe anderer Methoden, bei welchen fast ausnahmslos Kondensatoren verwendet wurden, erhalten worden sind. Wie aus der Tabelle deutlich zu ersehen ist, sind die Werte von Fellingner zweifellos zu groß. Diese Ergebnisse scheinen also für die Richtigkeit meiner Annahme zu sprechen, daß als Wert des Koeffizienten γ 0.95 angenommen werden kann.

¹⁾ Nebenbei sei bemerkt, daß hier ein gewisser günstiger Umstand besteht. Man kann nämlich in der Praxis die durch die Formel (1) gegebene Abhängigkeit zwischen den Größen L_{\perp} und k_{\perp} mit hohem Annäherungsgrade auf eine einfache lineare Beziehung zurückführen.

TABELLE.

(Alle Werte gelten für Zimmertemperatur).

Autor	Jahr	Frequenz (in Hertz-Hz oder Mega- hertz-MHz)	Wellenlänge λ der elektri- schen Welle von gleicher Frequenz	ϵ_1	ϵ_{11}	Bemer- kungen
vorliegende Arbeit .	1937	50 Hz	—	4·55	4·66	
Romich u. Nowak	1874	0	—	4·6		
Curie	1889	0	—	4·49	4·55	
Ferry	1897	20 Hz	—	4·46	4·38	
Fellinger	1902	50 Hz	—	4·69	5·06	
Thornton	1909	80 Hz	—	4·55	4·60	
Owen	1912	?	—	4·58		
Richardson	1915	?	—	4·6		
Möller	1926	0·16—0·3 MHz	2000—1000 m	4·45	4·68	
Jäger	1917	0·1—30 MHz u. 250 Hz	3000—10 m		4·57	
Gagnebin	1924	?	—	4·27	4·5	
Hée	1934	1·15 MHz	260 m	4·88	4·65	senkrecht zur elek- trischen Achse
					4·77	nicht senkrecht zur el. Achse
vorliegende Arbeit .	1937	5 MHz	60 m	4·41	4·58	
Ferry	1897	33 MHz	9·1 m	4·34	4·27	
Schmidt	1902	4·10 ² MHz	75 cm	4·32	4·60	
Liebisch u. Rubens	1919	10 ⁸ MHz	3·10 ⁻³ cm	4·4	4·7	optisch ¹⁾

§ 5. Wie aus der beigefügten Tabelle hervorgeht, ist die Dispersion der D. K. des Quarzes für einen größeren Frequenzbereich eigentlich nur von Ferry und Jäger untersucht worden. Ich untersuchte daher eingehend die Dispersion im Frequenzbereiche von 50 Hertz bis 5 Megahertz und berücksichtigte hierbei besonders den Bereich von 0·1 bis 5 MHz. Das Hauptziel

¹⁾ Es ist $n_{\infty} = 1·45$, also $n_{\infty}^2 = 2·1$ oder $n_{\infty}^2 = 2·35$ (nach Engl); für den ordentlichen und den außerordentlichen Strahl ergeben sich sehr geringe Unterschiede.

meiner Untersuchungen war dabei das Verhalten der Quarzscheibe für Frequenzen, die nahe denjenigen der mechanischen Eigenschwingungen gelegen sind ¹⁾. In diesem Falle tritt zur gewöhnlichen Polarisation, die durch das äußere Feld hervorgerufen wird, die »Piezopolarisation« hinzu, die durch elastische Deformation der Scheibe verursacht wird und das Maximum ihres absoluten Wertes für den Resonanzzustand erreicht, d. h. wenn die Frequenz des äußeren Wechselfeldes gleich der piezoelektrischen Eigenfrequenz wird ²⁾. Die oben beschriebenen Erscheinungen fassen wir manchmal unter dem Namen der »anormalen Dispersion« zusammen, obwohl diese Bezeichnung mit Rücksicht auf den abweichenden Charakter der durch die eigentliche Dispersion bedingten Erscheinungen nicht glücklich gewählt zu sein scheint. Auch wird es wohl nicht ganz einwandfrei sein, von einer »negativen« D. K. zu sprechen (vergl. Fuchs und Wolf). Unbedingt nötig ist es jedoch, diejenigen Frequenzbereiche zu untersuchen, in welchen diese für alle piezoelektrischen Körper charakteristischen Störungen im Dispersionsdiagramm der D. K. auftreten, um diejenigen Bereiche festzustellen, zu analysieren und abzusondern, in denen nur noch die eigentliche Dispersion auftritt.

Für runde Scheiben fand Hund drei Arten von Eigenschwingungen, deren Frequenzen mit Hilfe folgender Formeln gegeben sind:

- 1) Für transversale Schwingungen (in der Querrichtung)

$$n_1 = \frac{2.87 \pm 0.005}{d} \text{ Megahertz (MHz)}, \quad (4)$$

wobei d die Dicke in mm bezeichnet.

- 2) Für Longitudinalschwingungen erster Art (in der Längsrichtung):

$$n_2 = \frac{2.715}{D} \text{ MHz}, \quad (5)$$

wobei D den Durchmesser in mm bezeichnet.

¹⁾ Bei diesen Untersuchungen wurde ausnahmsweise der Abstand der Kondensatorplatten kleiner als 2.5 cm genommen, um größere Ausschläge zu erhalten. Die Feldstärke längs der Hauptachsen des Objektes betrug $92.0.707 = 65$ Volt/cm.

²⁾ Vergl. die Untersuchungen von Busch sowie Zeleny und Valasek im analogen Falle des Seignette-Salzes (siehe auch den III. Teil dieser Arbeit).

3) Für Longitudinalschwingungen zweiter Art:

$$n_1 = \frac{3.83}{D} \text{ MHz}^{-1}. \quad (6)$$

Bei der Untersuchung der von mir gemessenen Scheibe war also das Auftreten der Störungen zu erwarten, die durch Eigenschwingungen von Frequenzen 1.913 MHz ($\lambda = 157 \text{ m}$)²⁾ sowie 0.226 MHz ($\lambda = 1327 \text{ m}$) und 0.319 MHz ($\lambda = 940 \text{ m}$) bewirkt werden.

§ 6. Für die erste Aufhängungsweise der Quarzscheibe (mit vertikaler Lage der optischen Achse) ist die graphische Darstellung der Dispersion in der Figur 1 und 2 abgebildet. Auf der Abszissenachse sind die Wellenlängen λ der den verwendeten Frequenzen entsprechenden elektrischen Wellen, und auf der Ordinatenachse die Werte für die gefundenen Skalenausschläge δ in mm aufgetragen. Die gerade, durch die ganze Figur 1 und 2 verlaufende Längslinie entspricht dem Ausschlage bei der Frequenz von 50 Hertz. Aus dem Verlauf der Kurve ersehen wir u. a. vor allem eine rasche Zunahme des Ausschlagwertes beim Übergange von kleineren zu größeren Frequenzen angefangen von Frequenzen von ungefähr 1.62 MHz ($\lambda = 185 \text{ m}$).

Der Ausschlag δ wird bei weiterer Erhöhung der Meßfrequenz sehr groß, sinkt dann plötzlich sehr schroff ab, fällt unter den Wert Null und nimmt einen beträchtlichen negativen Wert an. In diesem Zustande verhält sich die untersuchte Scheibe tatsächlich so, als ob sie eine negative Dielektrisierungskonstante k besäße: sie zeigt die Tendenz, sich nicht längs des elektrischen

¹⁾ Vergl. auch die Abhandlung Tawil's. In der Praxis gibt man oft statt der Eigenfrequenz der Scheibe die Länge (λ) der elektrischen (nicht elastischen!) Welle an, die der elektrischen Schwingung dieser Frequenz entspricht. Die erste Hund'sche Formel liefert also für die Transversalschwingungen die für 1 mm Dicke 104.5 m betragende Länge der elektrischen Welle. Harrison gibt 110 m/mm an. Bei Hitchcock liegen die entsprechenden Werte im größeren Bereiche (105—115 m/mm). Die weiter unten im Text in Klammern angeführten Zahlen geben die Längen der entsprechenden elektrischen Wellen an.

²⁾ 1.818 MHz ($\lambda = 165 \text{ m}$) nach Harrison und 1.739—1.905 MHz ($\lambda = 157.5\text{—}172.5 \text{ m}$) nach Hitchcock.

Feldes, sondern quer zu diesem einzustellen ¹⁾. Bei noch höheren Frequenzen wird der Ausschlag wiederum positiv, doch bleibt sein Wert klein und nähert sich allmählich bei weiterer Steigerung der Meßfrequenz dem früheren Wert, ohne ihn jedoch ganz zu erreichen. Diese charakteristische Störung tritt sehr deutlich hervor; ihre graphische Darstellung zeigt einen sehr ausgeprägten Verlauf. Die Frequenz der Schwingung, die der maximalen Störung entspricht, beträgt 1·765 MHz ($\lambda = 170$ m), also auf 1 mm der Scheibendicke bezogen 2·647 MHz ($\lambda = 113$ m). Auf diese Weise bestätigt sich auf einem ganz anderen Wege die Beobachtung Cadys, der als erster bemerkte daß ein im Schwingungskreis sich befindender Kondensator, zwischen dessen Belegungen eine schwingende Quarzplatte angebracht ist, eine negative dynamische Kapazität aufweist, wenn der Schwingungskreis auf die Frequenz einer der Eigenschwingungen der Platte genau abgestimmt ist.

Eine zweite, ganz ähnliche Störung tritt ganz unerwartet bei der Frequenz von 1·158 MHz ($\lambda = 259$ m) auf. Wie man aus der Figur 1 ersieht, ist diese Störung sogar noch stärker als die vorige, da die Ausschläge, die dem Zustande der maximalen Störung entsprechen, merklich größer sind. Dasselbe beweist auch der Umstand, daß sogar in einem Felde von geringerer Intensität (58. 0·707 = 41 V/cm) ein negativer Ausschlag leicht zu erhalten ist, wogegen man im Falle der ersten Schwingungsart in diesem schwächeren Felde nur einen verhältnismäßig kleinen negativen Ausschlag der untersuchten Scheibe erreichen kann.

Für Frequenzen, die unterhalb derjenigen liegen, die dieser zweiten Störung entspricht,

[1·158 MHz ($\lambda = 259$ m), d. h. 1·737 MHz ($\lambda = 173$ m) auf 1 mm Dicke]

erfolgt der Übergang des Ausschlages δ zu dem der Frequenz von 50 Hertz entsprechenden Werte nicht monoton, sondern über

¹⁾ Da $\varepsilon_{\perp} = 1 + 4\pi k_{\perp}$, so ist $\varepsilon_{\perp} < 0$, wenn $k_{\perp} < 0$ und gleichzeitig $|k_{\perp}| > \frac{1}{4\pi}$. Wie aus der Formel (1) leicht zu ersehen ist, folgt auf Grund der Annahme, daß k_{\perp} negativ sei, folgende Bedingung für $L_{\perp} : L_{\perp} > 0$, aber $L_{\perp} < \frac{2AB}{A-B}$, d. h. der Skalenausschlag δ soll große Werte annehmen. Andere Bedingung lautet: $L_{\perp} < 0$, d. h. der Skalenausschlag δ soll negativ sein.

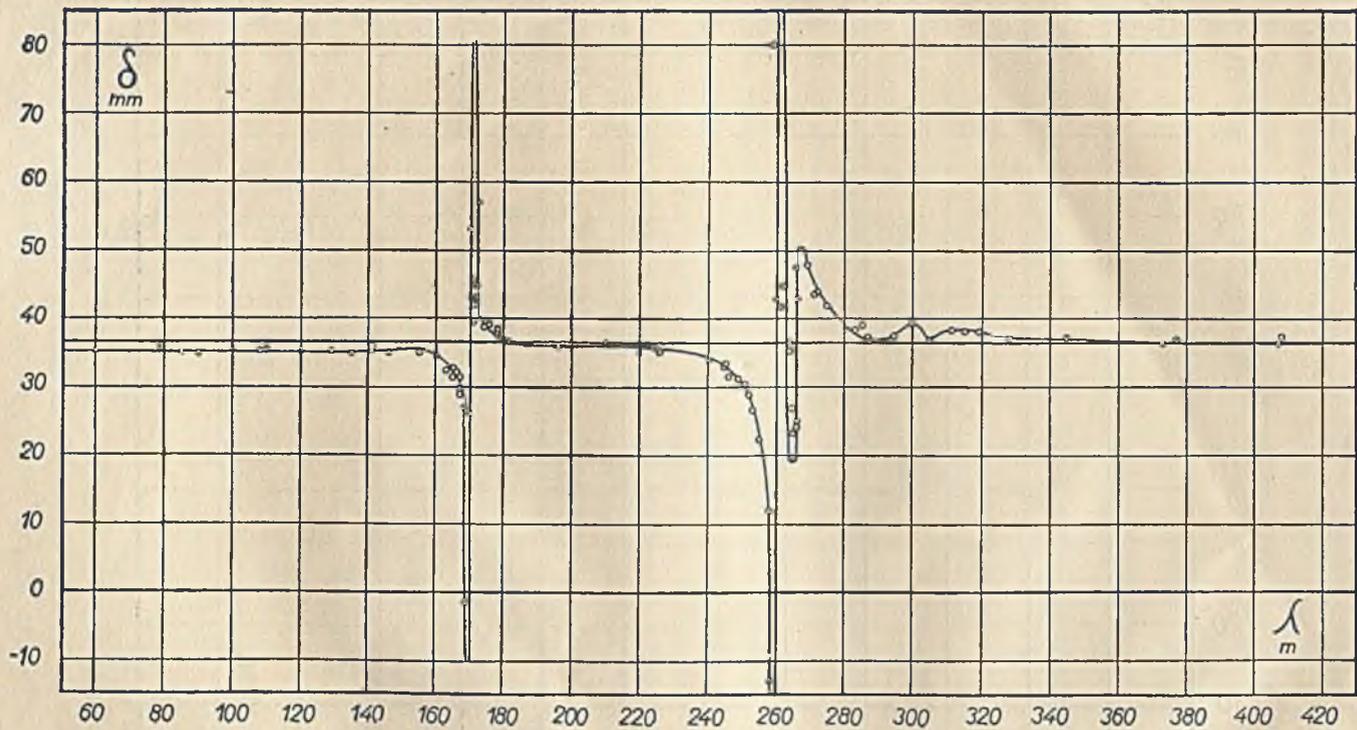


Fig. 1.

Dielektrizitätskonstante

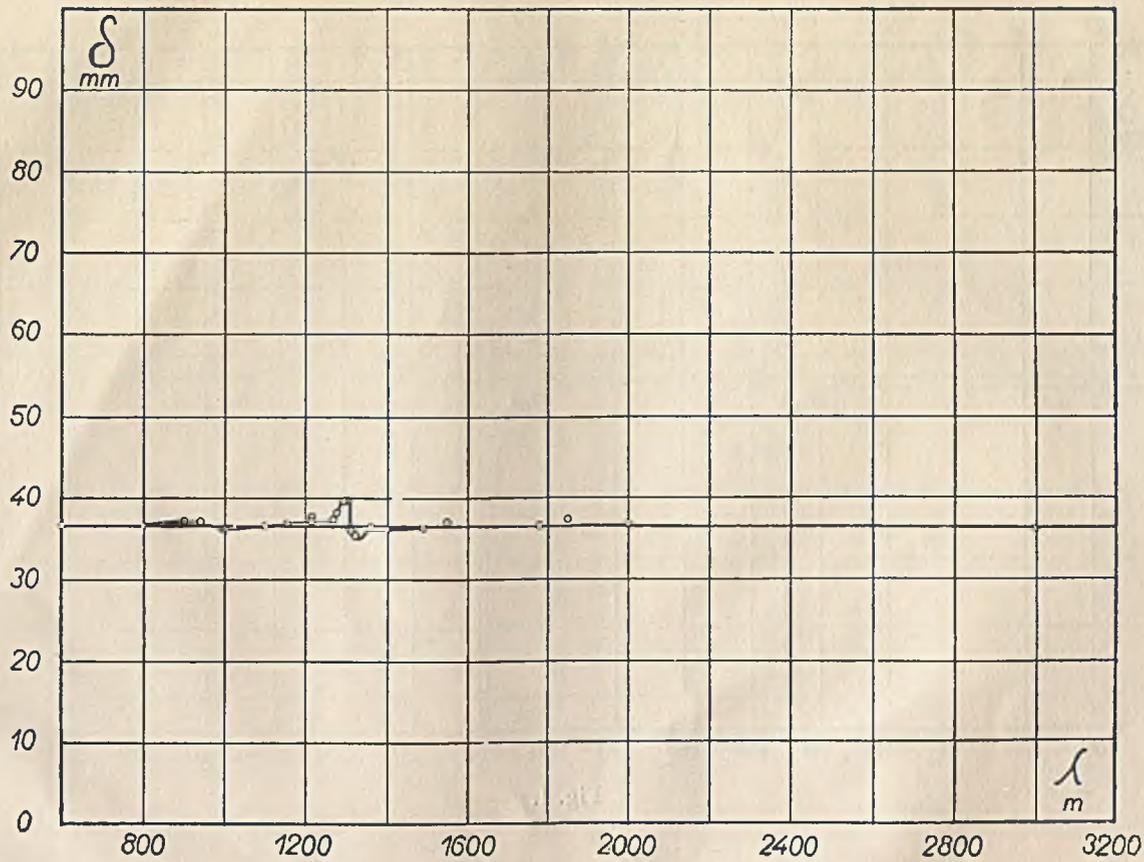


Fig. 2.

mehrere Resonanzstellen hin, wo jedoch die Schwingungen schon viel schwächer sind als bei den oben besprochenen Störungen. Der stärksten dieser Nebenschwingungen entspricht eine Frequenz von 1·132 MHz ($\lambda=265$ m) oder 1·698 MHz ($\lambda=177$ m), auf 1 mm der Dicke bezogen. Eine im allgemeinen ähnliche graphische Darstellung der Dispersion erhielt Busch im Falle des Seignette-Salzes. Die »Doppel- und Mehrwelligkeit« des kristallinen Quarzes ist eine selten auftretende Erscheinung, die noch sehr wenig untersucht und aufgeklärt wurde; die Bedingungen, unter denen sie entsteht, sind noch nicht bekannt (Kohlrausch, Perkin, Kobzarev, Petřílka und viele andere Autoren). In letzter Zeit beschäftigte sich Bergmann mit der Bestimmung der Frequenzen vieler transversaler harmonischer Eigenschwingungen der Quarzplatten (in der Richtung ihrer Dicke). Weiter stellte Meissner Untersuchungen über Longitudinalschwingungen an, und Bechmann studierte ganz allgemein die transversalen Schwingungen der Platten.

Wie aus der Figur 2 ersichtlich ist, treten für die Frequenzen von etwa 0·229 MHz ($\lambda=1310$ m) und von etwa 0·326 MHz ($\lambda=920$ m) unbedeutende Störungen auf, wobei die entsprechenden Ausschläge δ keine negativen Werte annehmen. Dies stimmt mit den vorausgerechneten Werten überein. Die zweite Störung ist allerdings sehr schwach. Die diesen Störungen entsprechenden Frequenzen der (longitudinalen) Wellen betragen 2·748 MHz ($\lambda=109$ m) und 3·912 MHz ($\lambda=76·7$ m), auf 1 mm des Durchmessers bezogen (das Verhältnis dieser Frequenzen ist gleich 1·42, vgl. Meissner).

Für die unterhalb des Wertes von 0·2 MHz ($\lambda=1500$ m) liegenden Frequenzen sind die entsprechenden Ausschläge in den Grenzen der Meßgenauigkeit gleich dem Ausschlage bei der Frequenz von 50 Hertz. Es tritt hier also keine Dispersion auf. Bei den größten Meßfrequenzen oberhalb 2 MHz ($\lambda=150$ m) im Bereiche, wo überhaupt keine Störungen mehr auftreten (wie aus der Figur 1 hervorgeht), ist der Skalenausschlag δ offensichtlich kleiner als derjenige, der der Frequenz von 50 Hertz entspricht. Er besitzt einen bestimmten, von der Frequenz unabhängigen, konstanten Wert. Diese Tatsache spricht also für ein Bestehen der eigentlichen Dispersion in diesem Frequenzbereiche. Die höchste Meßfrequenz, bei welcher ich Untersuchungen anstellte, betrug,

wie erwähnt, 5 MHz ($\lambda=60$ m). Der für diese Frequenz aus dem gefundenen Werte des Skalenausschlages δ erhaltene Wert der D. K. ϵ_{\perp} ist gleich:

$$4.41 \pm 0.20^1).$$

§ 7. Betrachten wir nun die zweite Aufhängungsweise der Scheibe, wo die optische Achse sich in horizontaler Lage befindet und die D. K. ϵ_{\parallel} gemessen wird. In diesem Falle konnte man im ganzen untersuchten Frequenzbereiche, die höchsten Frequenzen ausgenommen, überhaupt keine Änderung der Größe des Skalenausschlages δ bemerken. Allein für die Frequenzen von 4—5 MHz ($\lambda=75-60$ m) stellte ich eine merkliche, wenn auch geringe Abnahme des Ausschlagwertes fest (die diesbezüglichen Diagramme werden nicht angegeben). An den Stellen, die den Frequenzen der Eigenschwingungen bei der vorher verwendeten Aufhängungsweise der Scheibe entsprechen, treten nicht einmal Spuren von Änderungen des Ausschlagwertes auf. Die Art und Weise, wie man die Scheibe abhängt, beeinflußt also grundsätzlich das Auftreten des Schwingungszustandes und die graphische Darstellung der Dispersion.

Die D. K. ϵ_{\parallel} unterliegt aber auch einer Dispersion, wie man auf anderem Wege beweisen kann. Aus der Formel (3) ersehen wir nämlich, daß auf den Wert der Größe k_{\parallel} nicht nur die Größe L_{\parallel} einen Einfluß hat, sondern auch die Größe k_{\perp} , die, wie wir auf Grund der bei der ersten Aufhängungsweise ausgeführten Messungen wissen, eine deutliche Dispersion aufweist. Wir erhalten also für die Frequenz von 5 MHz:

$$\epsilon_{\parallel} = 4.58 \pm 0.20.$$

Man muß also daraus schließen, daß die Dispersion der D. K. ϵ_{\parallel} ungefähr zweimal kleiner ist als diejenige der D. K. ϵ_{\perp} .

¹⁾ Obgleich der angegebene Fehler gerade soviel beträgt, wie der Unterschied zwischen den Werten der D. K. ϵ_{\perp} für Nieder- und Hochfrequenz, scheint doch das Vorhandensein dieses Unterschiedes keinem Zweifel zu unterliegen. Dies ergibt sich deutlich aus der Figur 1. Man darf nämlich dabei nicht vergessen, daß der angegebene Fehler weit mehr durch die ungenaue Bestimmung des Koeffizienten γ als durch die Fehler bei der eigentlichen Messung der D. K. bedingt ist.

§ 8. Wie schon vorher bemerkt wurde, ist der in der Figur 1 dargestellte Verlauf der Dispersion der D. K. typisch für piezoelektrische Kristalle (Busch; Fuchs und Wolf, S. 448). Oberhalb der Frequenzen, für welche die Störungen eintreten, wird der Wert der D. K. zweifellos allmählich kleiner werden und endlich für sehr hohe Frequenzen den optischen Wert n^2 erreichen. Dieser Verlauf entspricht dem normalen Verhalten der Kristalle im allgemeinen. Allerdings können auch dann noch weitere Störungen auftreten. Diese sind auf den Einfluß der Atompolarisation (welche bewirkt, daß $\epsilon \neq n^2$) zurückzuführen. Ihre Eigenfrequenz fällt in das Ultrarot (vergl. Fuchs und Wolf, S. 439—455; Jäger; Güntherschulze)¹⁾.

Wir sehen also, daß sich die Methode der ponderomotorischen Kräfte (abgesehen von den im I. Teile dieser Arbeit angeführten Vorteilen, welche sie für die Messung der D. K. bietet) bei der Untersuchung der mit den piezoelektrischen Eigenschaften der Kristalle zusammenhängenden Erscheinungen sehr brauchbar und bequem erweist. Das Fehlen von Belegungen und der dadurch eventuell bedingten Störungen, sowie das möglichst freie Aufhängen des Objektes läßt die Dämpfung der Schwingungen des Objektes so außerordentlich klein, daß alle feinen Einzelheiten des piezoelektrischen Verhaltens deutlich und scharf in den erhaltenen Dispersionsdiagrammen hervortreten.

Kraków, Physikalisches Institut der Jagellonischen Universität.

¹⁾ Jäger und Güntherschulze machen darauf aufmerksam, daß man sich auf Grund des bisherigen Versuchsmaterials keine richtige Vorstellung darüber schaffen kann, ob im allgemeinen eine deutliche Dispersion der D. K. in festen Körpern besteht. Sind diese aus dipollosen Molekülen aufgebaut, so treten ja überhaupt keine bemerkenswerten Dispersionserscheinungen auf (Fuchs und Wolf, S. 447). Ein Vergleich der von verschiedenen Autoren bei Messungen ungleicher Proben bei verschiedenen Frequenzen für einen scheinbar identischen Körper gewonnenen Ergebnisse ist von vornherein als verfehlt zu betrachten. Jäger behauptet, daß bis zu Frequenzen von etwa 10^6 MHz in den meisten Fällen keine Dispersion eintritt. In letzter Zeit ist zwar das diesbezügliche Versuchsmaterial sehr angewachsen, die Ergebnisse stimmen aber im allgemeinen nicht überein (vergl. Kühlewein, Anderson, Weber, Kessler).

Literaturverzeichnis.

- 1) Anderson, Phil. Mag., **13**, 986, 1931.
- 2) Bechmann, ZS. f. techn. Physik, **16**, 525, 1935. (Allgemeine Bemerkungen über die Schwingungsarten der Platten).
- 3) Bergmann, Ann. d. Phys., **21**, 553, 1935.
- 4) Busch, Acta Phys. Helv., **6**, 315, 1933, hauptsächlich S. 329—330.
- 5) Cady, Phys., **19**, 38—382, 1922 und Rev. Sc. Inst., **7**, 475, 1925. Proc. Inst. Rad. Eng. **10**, 83, 1922 und **16**, 521, 1928.
- 6) Curie, Ann. de Phys., **17**, 385, 1889.
- 7) Dye, Proc. Phys. Soc. London, **38**, 399, 1926.
- 8) Engl, Ann. d. Phys., **25**, 600, 1936.
- 9) Falkenhagen, Handbuch d. Physik (Geiger-Scheel) XIII, 1928, 291—331.
- 10) Fellingner, Ann. d. Phys., **7**, 333, 1902.
- 11) Ferry, Phil. Mag., **44**, 404, 1897.
- 12) Fuchs & Wolff, »Dielektrische Polarisation«, Leipzig 1935, S. 446, 448—452, 455.
- 13) Gagnebin, Arch. Sc. phys. et nat., **6**, 161, 1924.
- 14) Gramont, C. R., **196**, 1705, 1933. (Rotation eines Quarzzylinders im elektrischen Felde).
- 15) Güntherschulze, Handbuch d. Physik (Geiger-Scheel) XII, 1927, 538—554.
- 16) Harrison, ZS. f. Hochfrequenztechnik, **32**, 105, 1928, (Referat).
- 17) Heé, Journ. d. Phys., **5**, 24, 1934.
- 18) Hiltcher, ZS. f. Phys., **104**, 672, 1937.
- 19) Hitchcock, ZS. f. Hochfrequenztechnik, **32**, 106, 1928, (Referat).
- 20) Hund, ZS. f. Hochfrequenztechnik, **28**, 101, 1926, (Referat) und Proc. Inst. Rad. Eng., **14**, 447, 1926 u. **16**, 1072, 1928.
- 21) Jäger, Ann. d. Phys., **53**, 409, 1917.
- 22) Kessler, ZS. f. Hochfrequenztechnik, **45**, 91—100, 1935.
- 23) Kobzarev, Phys. Ber., 1463, 1930,
- 24) Kohlrausch, »Praktische Physik«, 17. Aufl., 1935, 739—741.
- 25) Liebisch & Rubens, Berl. Sitzber., 876, 1919 und 211, 1921.
- 26) Meissner, ZS. f. Phys., **65**, 145 u. 158, 1930, (phys. Eigenschaften des Piezoquarzes).
- 27) Moeller, Arch. f. Elektrotechnik **15**, 16, 1926.
- 28) Osterberg u. Cookson, Rev. Scient. Instr., **6**, 347, 1935.
- 29) Owen, Electrician, **68**, 505, 1912.
- 30) Perkin, Phys. Ber., 939, 1933.
- 31) Petržilka, Ann. d. Phys., **11**, 623, 1931., ZS. f. Phys., **97**, 436, 1935.
- 32) Richardson, Proc. Roy. Soc., **92**, 41, 1915.
- 33) Romich & Nowak, Sitzber. Akad. Wien., **70**, II. Abt., 380, 1874.
- 34) Scheibe, ZS. f. Hochfrequenztechnik, **28**, 15, 1926, (Monographie über die piezoelektrische Resonanz des Quarzes).
- 35) Schmidt, Ann. d. Phys., **9**, 919, 1902.

36) Tawil, C. R., **193**, 725, 1931.

37) Zeleny & Valasek, Phys. Rev., **46**, 450, 1934.

Außerdem:

38) Dieterich, Ann. d. Phys., **81**, 523, 1926, (D. K. des Quarzes bei hohen Temp.).

39) Kiyosi Nakamura, Sc. Rep. Tohoku Imp. Univ., **21**, 411, 1932 and **22**, 614, 1933, (D. K. des Quarzes bei hohen Temp. und für sehr hohe Feldintensitäten).



BULLETIN INTERNATIONAL
DE L'ACADÉMIE POLONAISE DES SCIENCES
ET DES LETTRES
CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES
SÉRIE A: SCIENCES MATHÉMATIQUES
DERNIERS MÉMOIRES PARUS

Janvier—Février 1937.

- Chrobak L. und Chojnacki J. Über die gestreiften Laue-Interferenzflecke (Tafeln 4—5).
- Chrobak L. Über einige Mineralneubildungen auf Silbermünzen aus dem XV. Jahrhundert (Tafeln 6—7).
- Dobiński S. and Wesolowski J. On the Viscosity of Liquid Selenium.
- Dziewoński K. und Sternbach L. Untersuchungen in der Pyrenreihe (I).
- Grinbaum R. and Marchlewski L. Absorption of Ultraviolet Light by Some Organic Substances (XLII). Datisctin, Morin and Quercetin.
- Kamiński M. Recherches sur le mouvement de la Comète Wolf I.
- Loria St. und Klinger J. Beugungsversuche mit Elektronen mittlerer Energie (Tafeln 1—3).
- Mazurkiewicz S. et Szmuzkiewiczówna H. Sur les zéros des fonctions quasi-analytiques (B).
- Świątosławski W. and Pieszczyk S. On the Application of a Comparative Method of Measurements to the Determination of Critical Temperatures of Individual Liquids and their Mixtures.

Mars—Mal 1937.

- Banachiewicz T. Calcul des déterminants par la méthode des cracoviens.
- Bednarczyk Wl. and Marchlewski L. Absorption of Ultraviolet Light by Some Organic Substances (XLIII).
- Bednarczyk Wl. and Marchlewski L. Absorption of Ultraviolet Light by Some Organic Substances (XLVI).
- Dąbrowski J. and Marchlewski L. Studies on Flax Cellulose.
- Górski F. Polarimetric Titrations of Hydroxy-acids.
- Grinbaum R. and Marchlewski L. Absorption of Ultraviolet Light by Some Organic Substances (XLIV).
- Grinbaum R. and Marchlewski L. Absorption of Ultraviolet Light by Some Organic Substances (XLV). Derivatives of Phenantrene and Indole.
- Jacyna W. Über die gasthermometrischen Angabendifferenzen.
- Kamiński M. und Bielicki M. Die Erscheinung des Kometen Wolf I im Jahre 1933 bis 1934. Vergleichung der Theorie des Kometen mit den Beobachtungen.
- Koewa A. Weitere Studien über Synthesen in der Pyrazolochinolinreihe.
- Skarżyński B. Studies on the Hydrolysis of Saccharose and Maltose under the Influence of Saccharase and Maltase by the Spectrographic Method.
- Świątosławski W. and Ramotowski E. Contribution to the Study of the Influence of the Expansion of Vapours on the Efficiency of Distillation.
-



TABLE DES

Dyr.1 135376

Juin—Oct

M. JACOB. Über die Cesàro'sche Summe von Potenzreihen nach Hermite'schen Polynomen	245
J. WEYSSENHOFF. Metrisches Feld und Gravitationsfeld	252
W. JACZYŃA. Zur Begründung der Temperaturskala unterhalb 1° K	260
S. PIEŃKOWSKI. Sur la fluorescence d'octahydrofluorocyclène	269
B. TWAROWSKA. Contribution à l'étude de la fluorescence et de l'absorption du biacénaphthylidène (C ₂₄ H ₁₆)	278
Z. LEWKOWICZ. Die Abhängigkeit der Ausbeute der Fluoreszenz von Biacénaphthylidenlösungen von der Wellenlänge des anregenden Lichtes	285
S. MROZOWSKI. Über den Einfluß der Zusatzgase und des Magnetfeldes auf den Polarisationsgrad der Fluoreszenz des Joddampfes	295
A. JAGIELSKI. Über die dielektrische Polarisation und innere Reibung der Chlornitrobenzole in flüssigem Zustand	312
D. DOBORZYŃSKI. Messungen der Dielektrizitätskonstante fester Körper mit Hilfe der Methode ponderomotorischer Kräfte. (Teil I)	320
D. DOBORZYŃSKI. Messungen der Dielektrizitätskonstante fester Körper mit Hilfe der Methode ponderomotorischer Kräfte. (Teil II)	335
T. BANACHIEWICZ. Sur la résolution numérique d'un système d'équations linéaires	350
S. KACZMARZ. Angenäherte Auflösung von Systemen linearer Gleichungen	355
K. KOZIEL. Über einige Formeln für die Dreiecksflächenverhältnisse n_1 und n_2	358
L. STANKIEWICZ. Sur les opérations arithmétiques dans le calcul des inverses d'après la méthode de M. T. Banachiewicz	363
H. LACHS und WŁ. PIEKIELNY. Über die Oxydation von Schwefeldampf unter niedrigem Druck	377
G. BIRSTEIN und M. BLUMENTHAL. Zur Kinetik des Kristallisationsprozesses	399
B. KAMIŃSKI. On the Relation between Surface Phenomena and the Dissociation Constant of Weak Electrolytes in Aqueous Solutions	422
B. KAMIŃSKI. Thermodynamical Considerations on the Dielectric Potential and Surface Tension	430
K. DZIRWOŃSKI und L. GIZLER. Bildung und Umwandlungen des Fluorocyclens (Tafeln 8—9)	441
WŁ. BEDNARCZYK und L. GIZLER. The Absorption of Ultraviolet Light by Fluorocyclene and Products of its Transmutations	455
B. SKARŻYŃSKI. Zur Kenntnis des Absorptionsspektrums des Vitamins C	462
F. ROGOZIŃSKI. Contributions au dosage du magnésium	477
F. ROGOZIŃSKI. Sur le dosage gravimétrique de la chlorophylle	483
J. NOWAK. Sur l'âge du grès de Magura dans la région de Babia Góra	490
K. SKOCZYLAŚ-CISZEWSKA und M. KSIĄŻKIEWICZ. Ein Vergleich des Wienerwald-Flysches mit dem Karpaten-Flysch	493

Les abonnements au «Bulletin International» sont annuels et partent de Janvier. Les livraisons de ce Recueil se vendent aussi séparément.

Adresser les demandes à l'Académie ou à la Librairie „Gebethner et Wolff” Rynek Gl., Cracovie (Pologne).