

Zbigniew Bortliczek

Instytut Konstrukcji i Technologii
Urządzeń Automatyki i Elektroniki

CHARAKTERYSTYKI CZĘSTOTLIWOŚCIOWE
DWUFAZOWEGO ASYNCHRONICZNEGO MIERNIKA
PRZYSPIESZENIA KĄTOWEGO

Streszczenie. Podano wyrażenia na transmitancje operatorowe i charakterystyki częstotliwościowe dwufazowego asynchronicznego miernika przyspieszenia kątownego. Omówiono wpływ sposobu zasilania uzwojenia wzbudzenia przetwornika na jego właściwości statyczne i dynamiczne. Przedstawiono przykład konkretnych charakterystyk częstotliwościowych jednego z krajowych przetworników.

1. Wstęp

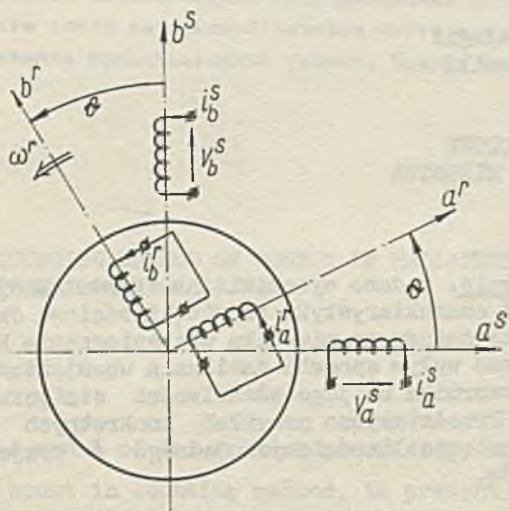
Dwufazowy asynchroniczny miernik przyspieszenia kątownego (dalej - DAMP) jest przetwornikiem przyspieszenia kątownego na sygnał elektryczny. Możliwość realizacji takiego pomiaru wynika - jak wiadomo - z zasady działania dwufazowej asynchronicznej prądnicy tachometrycznej z wirnikiem puszkowym. Należy w tym celu zasilac uzwojenie wzbudzenia prądnicy ze źródła prądu stałego.

Statyczne i dynamiczne właściwości DAMP rozpatrywane były w publikacjach [2] i [3]. Wykorzystano tu zaproponowany wcześniej opis matematyczny dwufazowej prądnicy asynchronicznej [1]. Na tej podstawie wprowadzono równania równowagi dynamicznej DAMP oraz obliczono transmitancje operatorowe przetwornika.

Wyniki uzyskane w pracach [2] i [3] pozwalają sformułować szereg wniosków dotyczących właściwości dynamicznych DAMP, pozwalają również obliczyć jego charakterystyki częstotliwościowe. To ostatnie zadanie jest celem niniejszej pracy.

2. Transmitancje operatorowe DAMP

Równania równowagi dynamicznej DAMP wyprowadza się zakładając, że opisywany przetwornik przedstawia układ liniowych obwodów elektrycz-



Rys. 1. Schemat ideowy dwufazowej maszyny asynchronicznej

jnych o stałych skupionych sprzężonych magnetycznie i zmieniających wzajemne położenie, przy czym obwód wyjściowy nie jest obciążony [1]. Schemat ideowy takiego przetwornika przedstawia rys. 1 na którym oznaczono wielkości wejściowe i wyjściowe: v - napięcia, i - prądy, $\omega^r = D\theta$ - prędkość kątowa wirnika (θ - położenie katowe wirnika, $D = d/dt$). Indeksy górne przy oznaczeniach wskazują, że dana wielkość dotyczy stojana (s) lub wirnika (r), indeksy dolne - że dotyczy kolejnego uzwojenia (a,b). Uzwojenie a stojana jest uzwojeniem wzbudzenia, uzwojenie b stojana jest uzwojeniem wyjściowym.

W ogólnym przypadku $\omega^r = \text{var}$ równania równowagi dynamicznej DAMP są równaniami nieliniowymi. Można je zlinearyzować dla małych przyrostów wielkości wejściowej. W związku z tym transmitancję operatorową DAMP zdefiniować należy następująco:

$$G_u(p) = \frac{\Delta v_b^s(p)}{\Delta \vartheta^r(p)}, \quad (1)$$

gdzie

$\Delta V_b^s(p)$ - transformata Laplace'a napięcia wyjściowego Δv_b^s w stanie nieustalonym wywołanym przez mały przyrost prędkości kątowej $\Delta \omega^r$,

$$\Delta \mathcal{E}^r(p) = p \Delta \omega^r(p)$$

- transformata Laplace'a przyspieszenia kątowego $\Delta \mathcal{E}^r = D \Delta \omega^r$ wirnika DAMP,

$\Delta \omega^r(p)$ - transformata Laplace'a małego przyrostu prędkości kątowej $\Delta \omega^r$ wirnika DAMP.

Sprecyzować należy ponadto sposób zasilania uzwojenia wzbudzenia przetwornika. Istnieją tu - jak wiadomo - dwie możliwości skrajne:

$$\text{- zasilanie jest napięciowe gdy } v_a^s = V_a^s = \text{const} \quad (2)$$

$$\text{- zasilanie jest prądowe gdy } i_a^s = I_a^s = \text{const} \quad (3)$$

Właściwości dynamiczne DAMP zależą oczywiście od sposobu zasilania.

Napięcie wyjściowe DAMP w stanie nieustalonym $\Delta V_b^s(p)$ obliczyć można rozwiązując zlinearyzowane równania równowagi dynamicznej z uwzględnieniem warunków (2) oraz (3). Uzyskane tą drogą wyrażenie na $G_u(p)$ zapisać można następująco:

$$G_u(p) = K_u \cdot G(p), \quad (4)$$

gdzie K_u , $G(p)$ - wielkości zależne od sposobu zasilania DAMP.

W przypadku napięciowego zasilania uzwojenia wzbudzenia DAMP wyrażenia na K_u i $G(p)$ uzyskuje się w postaci następującej [2]:

$$K_u = n(1-\sigma) \tau^s \tau^r \frac{1 - (\tau^r n \omega_o^r)^2}{[1 + (\tau^r n \omega_o^r)^2]^2} \cdot \mathcal{K} \cdot V_a^s \quad (5)$$

oraz

$$G(p) = \frac{1 + ap + bp^2}{1 + Ap + Bp^2 + Cp^3}, \quad (6)$$

gdzie

V_a^S - napięcie zasilające DAMP,

ω_o^R - prędkość kątowna wirnika w stanie ustalonym,

$\mathcal{X} = \frac{z_b^S}{z_a^S}$ - współczynnik transformacji,

z - liczba zwojów uzwojenia,

n - liczba par biegunów

oraz

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{\tau^S + \tau^R - \sigma \tau^S (\tau^R n \omega_o^R)^2}{1 - (\tau^R n \omega_o^R)^2} \\
 b &= \frac{\sigma \tau^S \tau^R}{1 - (\tau^R n \omega_o^R)^2} \\
 A &= \frac{\tau^S + 2\tau^R + \sigma \tau^S (\tau^R n \omega_o^R)^2}{1 + (\tau^R n \omega_o^R)^2} \\
 B &= \frac{(1 + \sigma) \tau^S \tau^R + (\tau^R)^2}{1 + (\tau^R n \omega_o^R)^2} \\
 C &= \frac{\sigma \tau^S (\tau^R)^2}{1 + (\tau^R n \omega_o^R)^2}
 \end{aligned} \tag{7}$$

przy czym σ , τ^S , τ^R - parametry konstrukcyjne DAMP zdefiniowane następująco:

$$\sigma = 1 - \frac{(L_a^{SR})^2}{L_a^S L^R} = 1 - \frac{(L_b^{SR})^2}{L_b^S L^R} \tag{8}$$

$$\tau^s = \frac{L_a^s}{R_a^s} = \frac{L_o^s}{R_o^s} \quad (9)$$

$$\tau^r = \frac{L^r}{R^r}, \quad (10)$$

gdzie R - rezystancja uzwojenia, L - indukcyjność własna uzwojenia, L^{sr} - wartość indukcyjności wzajemnej pary uzwojeń, z których jedno znajduje się na stojanie, drugie na wirniku, w przypadku gdy osie uzwojeń pokrywają się. Indeksy przy poszczególnych oznaczeniach wpisywano według przyjętej poprzednio umowy.

W przypadku zasilania prądowego wyrażenia (5) i (6) przyjmują postać następującą [3]:

$$K_u = \frac{n(L_a^{sr})^2}{R^r} \cdot \frac{1 - (\tau^r n \omega_o^r)^2}{[1 + (\tau^r n \omega_o^r)^2]^2} \mathcal{K} \cdot I_a^s \quad (11)$$

oraz

$$G(p) = \frac{1 + ap}{1 + Ap + Bp^2}, \quad (12)$$

przy czym teraz:

I_a^s - prąd zasilający DAMP

oraz

$$a = \frac{\tau^r}{1 - (\tau^r n \omega_o^r)^2} \quad (13)$$

$$\Lambda = \frac{2\tau^r}{1 + (\tau^r n \omega_o^r)^2}$$

$$B = \frac{(\tau^R)^2}{1 + (\tau^R n \omega_0^R)^2} \quad (13)$$

Pozostałe oznaczenia - jak przy zasilaniu napięciowym.

Porównując wyrażenia (5) i (11) oraz (6) i (12) sformułować można następujące trzy wnioski:

- wzmocnienie K_u przetwornika nie zależy od sposobu zasilania u-zwojenia wzbudzenia, jeżeli tylko $V_a^S = R_a^S I_a^S$,
- transmitancja operatorowa DAMP zasilanego prądowo przedstawia iloraz dwóch wielomianów, których rząd - w porównaniu z zasilaniem napięciowym - jest o jeden niższy,
- współczynniki wielomianów transmitancji operatorowych DAMP są funkcjami trzech parametrów konstrukcyjnych σ , τ^S , τ^R w przypadku zasilania napięciowego, a tylko jednego parametru konstrukcyjnego τ^R - w przypadku zasilania prądowego.

3. Charakterystyki częstotliwościowe DAMP

Charakterystyki częstotliwościowe DAMP można uzyskać bezpośrednio z wyrażeń (1), (4), (6) i (12) kładąc $p = j\Omega$, gdzie Ω - częstotliwość sygnału wejściowego o postaci:

$$\omega^R = \omega_0^R + \Delta\omega^R \sin\Omega t. \quad (14)$$

Wykorzystując równoważność wyrażeń (5) i (11) można napisać:

$$\begin{aligned} G_u(j\Omega) &= \frac{\Delta V_b^S(j\Omega)}{\Delta \delta^R(j\Omega)} = n(1-\sigma)\tau^S\tau^R \kappa V_a^S \cdot G_{uo}(j\Omega) = \\ &= \frac{n(L_s^{SR})^2}{R^R} \cdot \kappa I_a^S \cdot G_{uo}(j\Omega), \end{aligned} \quad (16)$$

gdzie

$$G_{uo}(j\Omega) = \frac{L_1 + jL_2}{M_1 + jM_2} = |G_{uo}| \cdot e^{j\varphi} \quad (17)$$

oraz

$$|G_{uo}| = \sqrt{\frac{L_1^2 + L_2^2}{M_1^2 + M_2^2}} \quad (18)$$

$$\varphi = \arctang \frac{L_2 M_1 - L_1 M_2}{L_1 M_1 + L_2 M_2} \quad (19)$$

przy czym L_1 , L_2 , M_1 , M_2 - wielkości zależne od sposobu zasilania u-zwojenia wzbudzenia DAMP następująco:

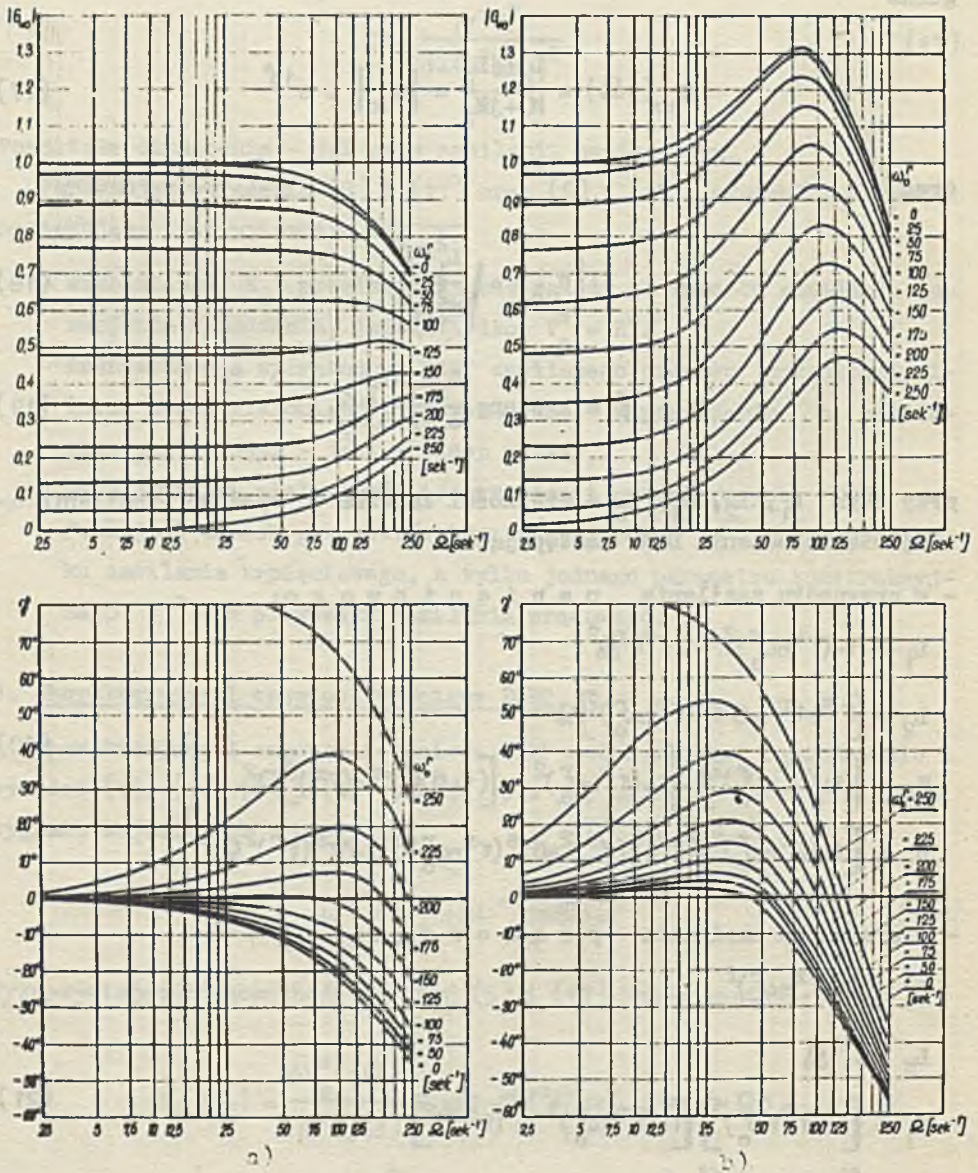
- w przypadku zasilania napięciowego:

$$\begin{aligned} L_1 &= 1 - (\tau^r n \omega_0^r)^2 - \sigma \tau^s \tau^r \Omega^2 \\ L_2 &= [\tau^s + \tau^r - \sigma \tau^s (\tau^r n \omega_0^r)^2] \Omega \\ M_1 &= \left[1 + (\tau^r n \omega_0^r)^2 \right] \left\{ 1 + (\tau^r n \omega_0^r)^2 - [(1 + \sigma) \tau^s \tau^r + (\tau^r)^2] \Omega^2 \right\} \\ M_2 &= \left[1 + (\tau^r n \omega_0^r)^2 \right] \left\{ [\tau^s + 2(\tau^r)^2 + \sigma \tau^s (\tau^r n \omega_0^r)^2] \Omega - \sigma \tau^s (\tau^r)^2 \Omega^3 \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

- w przypadku zasilania prądowego:

$$\begin{aligned} L_1 &= 1 - (\tau^r n \omega_0^r)^2 \\ L_2 &= \tau^r \Omega \\ M_1 &= \left[1 + (\tau^r n \omega_0^r)^2 \right] \left[1 + (\tau^r n \omega_0^r)^2 - (\tau^r \Omega)^2 \right] \\ M_2 &= \left[1 + (\tau^r n \omega_0^r)^2 \right] 2 \tau^r \Omega. \end{aligned} \quad (21)$$

Znając konkretne wartości parametrów σ , τ^s , τ^r można na podstawie powyższych wzorów obliczać charakterystyki częstotliwościowe $|G_{uo}| = f(\Omega)$ oraz $\varphi = \varphi(\Omega)$ DAMP istniejących. Obliczenia także przepro-



Rys. 2. Charakterystyki częstotliwościowe dwufazowej maszyny asynchronicznej typu SF-2 z uzwojeniem wzbudzenia zasilanym ze źródła prądu stałego

a) prądowo, b) napięciowo

wadżono dla dwufazowej maszyny asynchronicznej z wirnikiem puszkowym typu SF-2 produkcji ZAP Ostrów Wielkopolski, dla której $\sigma = 0,15$, $\tau^r = 4$ msek., $\tau^s = 21$ msek.*). Rodzinę charakterystyk częstotliwościowych maszyny SF-2 dla różnych wartości ω_0^r przy napięciowym (b) i prądowym (a) zasilaniu uzwojenia wzbudzenia przedstawia rys. 2.

Podkreślić należy ponadto fakt następujący: w przypadku prądowego zasilania uzwojenia wzbudzenia DAMP wyrażenie na $G_{uo}(j\Omega)$ jest funkcją tylko dwóch zmiennych bezwymiarowych $\tau^r n \omega_0^r$ oraz $\tau^r \Omega$. Na podstawie (17) można zatem wykreślić w tym przypadku rodzinę uniwersalnych charakterystyk częstotliwościowych $|G_{uo}| = f(\tau^r \Omega)$ oraz $\varphi = f(\tau^r \Omega)$ dla różnych $\tau^r n \omega_0^r$. Rodzinę takich charakterystyk obliczono i podano w pracy [3].

4. Zakończenie

Praca niniejsza zamyka cykl publikacji poświęconych teoretycznej analizie statycznych i dynamicznych właściwości DAMP (por. [2], [3]). Wnioski stąd wypływające formułowane były w trakcie rozwijania tematu. Tu podkreślić wypada następujące ogólne stwierdzenia:

- istnieje ścisły związek pomiędzy konstrukcją DAMP i jego statycznymi i dynamicznymi właściwościami; związek ten wygodnie jest badać wprowadzając do równań opisujących właściwości DAMP trzy parametry konstrukcyjne: współczynnik rozproszenia σ , stałą czasową stojana τ^s i stałą czasową wirnika τ^r .
- na właściwości dynamiczne DAMP wpływa ponadto sposób zasilania uzwojenia wzbudzenia; z tego punktu widzenia zalecać należy zasilanie prądowe.
- charakterystyki częstotliwościowe DAMP wykorzystać można dwójako: dla oceny właściwości dynamicznych DAMP istniejących (por. np. rys. 2), a także dla przewidywania właściwości dynamicznych DAMP pro-

*). Obliczenia wykonano w Ośrodku Maszyn Matematycznych Politechniki Śląskiej. Pomiar parametrów konstrukcyjnych maszyny SF-2 wykonała dyplomantka byłej Katedry Technologii Urządzeń Automatyki Politechniki Śląskiej, mgr inż. Maria Szewczyk.

jektowanych (np. przy pomocy uniwersalnych charakterystyk częstotliwościowych).

Ostatnia z możliwości - przewidywanie właściwości dynamicznych DAMP - wiąże się z szerszym zagadnieniem wyboru optymalnych wartości parametrów σ , τ^S , τ^P ze względu na dowolne właściwości DAMP. W odniesieniu do właściwości dynamicznych DAMP zasilanych prądowo zadanie takie można rozwiązać przy pomocy uniwersalnych charakterystyk częstotliwościowych. Sprawa komplikuje się znacznie w przypadku DAMP zasilanego napięciowo i w dalszym ciągu pozostaje otwarta, jakkolwiek podstawą dla niej może się stać przeprowadzona analiza.

LITERATURA

1. BORTLICZEK Z.: Opis matematyczny dwufazowej prądnicy asynchronicznej z wirnikiem klatkowym lub puszkowym. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Elektryka, 1971, z. 29, str. 105-119.
2. BORTLICZEK Z.: Statyczne i dynamiczne właściwości dwufazowego asynchronicznego miernika przyspieszenia kąтового. Pomiar, Automatyka, Kontrola, 1972, z. 4, str. 165-167.
3. BORTLICZEK Z.: O właściwościach dwufazowego asynchronicznego miernika przyspieszenia kąтового zasilanego prądowo. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Elektryka, 1973, z. 39 (artykuł przyjęty do druku).

ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВУФАЗНОГО АСИНХРОННОГО ИЗМЕРИТЕЛЯ УГЛОВОГО УСКОРЕНИЯ

Резюме

В работе дано выражения на передаточные функции двухфазного асинхронного измерителя углового ускорения. Обсуждено влияние способа питания обмотки возбуждения преобразователя на его статистические и динамические свойства. Представлено пример частотных характеристик одного из отечественных преобразователей.

FREQUENCY CHARACTERISTICS OF A TWO-PHASE ASYNCHRONOUS
ACCELEROMETER

S u m m a r y

In this paper the formulas for the transfer functions and frequency characteristics of a two-phase asynchronous accelerometer are given. The influence of the manner of field winding excitation on the converter static and dynamic properties is discussed. An example of frequency characteristics one of home-made converter is presented.