ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1971

Seria: GÓRNICTWO z. 48 Nr kol. 313

ANTONI KOT, TEODOR LUBINA

WYZNACZANIE PARAMETRÓW TEORII T. KOCHMAŃSKIEGO NA PODSTAWIE WYNIKÓW POMIARÓW PRZESUNIĘĆ POZIOMYCH METODĄ [pVV] MINIMUM

Streszczenie. W pracy przedstawiono metodę pVV minimum obliczania parametrów "a", b, r_o teorii T.Kochmańskiego na podstawie wyników pomiarów przesunięć punktów obserwacyjnych.

1. Wstęp

Znając wyniki pomiarów obniżeń kilku punktów obserwacyjnych możemy określić z dużą dokładnością parametru "a", b, r_o teorii T. Kochmańskiego metodą [pVV] minimum - co zostało wykazane w pracach 5 i 6 .

W niniejszej pracy rozszerzono metodę [pVV] minimum na obliczanie parametrów z wyników pomiarów przesunięć poziomych punktów obserwacyjnych zachowując te same założenia co przy wyznaczaniu parametrów z obniżeń punktów.

Metodę opracowano na przyjętej niecce teoretycznej i sprawdzono na przykładzie wyników pomiarów niecki rzeczywistej. Oprócz tego w celu właściwego wyznaczenia wag wyników pomiarów przeprowadzono analizę dokładności wyznaczania parametru "a".

Właściwy dobór parametrów "a", b i r_o powinien znaleźć potwierdzenie w pomierzonych wielkościach osiadań jak również przesunięć punktów obserwacyjnych.

2. Przesunięcia poziome wg teorii T. Kochmańskiego

Wartość przesunięcia dowolnego punktu na powierzchni w dowolnym kierunku x pod wpływem eksploatacji górniczej w kształcie wycinka pierścienia kołowego (rys. 1) obliczamy ze wzoru:

$$u_x(z) = -\frac{"a"\,g}{2} \cdot \frac{db}{dz} \cdot r_o \cdot \left[\psi_2(\varrho_2,b) - \psi_1(\varrho_1,b)\right] \cdot \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} \cos t \, dt \qquad (1)$$

gdzie:

"a" - współczynnik eksploatacyjny,

g - grubość pokładu w metrach,

x - dowolny kierunek,

α_i, α_{i+1} - kąt określający wycinek koła względem dowolnego kierunku x,

r_1, r_2 - wartości promieni pierścienia kołowego w metrach,

ϱ_1, ϱ_2 - wartości promieni bezwymiarowych określone związkiem:

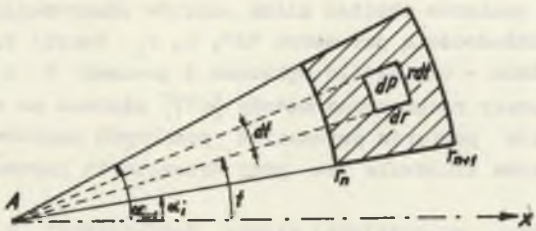
$$\varrho_1 = \frac{r_1}{r_o}, \quad \varrho_2 = \frac{r_2}{r_o}$$

r_o - parametr teorii charakteryzujący górotwór w metrach,

b - parametr teorii zależny od głębokości,

$\psi(\varrho, b)$ - funkcja, której wartości ujęte są w tabelach w pracy [1],

z - odległość pionowa powyżej stropu eksploatowanego pokładu.



Rys. 1. Eksploatacja wycinka pierścienia kołowego

Zakładając stałą różnicę $\Delta \sin\alpha = \sin(\alpha_{i+1}) - \sin\alpha_i$ i stałą różnicę $\Delta\psi = \psi_2 - \psi_1$ z wzoru (1), możemy skonstruować siatkę segmentów równych przesunięć tzw. "grafikon". Zasady konstrukcji i sposób posługiwania się grafikonami są opracowane w pracy [2] i [3].

3. Dobór wag dla wyników pomiarów przesunięć

W pracy [5] dla wyznaczenia parametrów "a", b, r_o z wyników pomiarów osiadań przyjęto za wagi obserwacji liczby proporcjonalne albo do pierwszej albo do drugiej potęgi osiadań.

Problem doboru wag dla wyników obserwacji przesunięć jest trudniejszy od doboru wag dla wyników pomiarów osiadań.

Parametr "a" z wyników pomiarów przesunięć obliczamy ze wzoru:

$$"a" = \frac{2\, u_p}{g \cdot \frac{db}{dz} \cdot r_o \cdot \psi} \tag{1}$$

gdzie:

$\psi' = \Delta \sin\alpha \cdot \Delta\psi$ - wartość stała wynikająca z zasad konstrukcji grafikonów,

$\frac{db}{dz}$ - pochodna funkcji b(z); dla powierzchni:

$$\frac{db}{dz} = -\frac{C}{H}$$

przy czym C kształtuje się w granicach od 0,6 do 2,0,

u_p - zmierzone przesunięcie poziome punktu, w milimetrach,

r_o - parametr teorii,

g - średnia grubość pokładu w metrach.

Błąd określenia wartości "a" z pomiaru przesunięć wynosi:

$$m_a = \pm a \sqrt{(\frac{2}{u})^2 \cdot m_u^2 + (\frac{2}{g})^2 \cdot m_g^2 + (\frac{2}{\frac{db}{dz}})^2 \cdot m_{\frac{db}{dz}}^2 + (\frac{2}{r_o})^2 \cdot m_{r_o}^2 + (\frac{2}{\psi'})^2 \; m_{\psi'}^2} \tag{3}$$

Dokładna analiza wpływu wszystkich czynników jest niemożliwa. Można jednak wysunąć następujące wnioski:

1. Na błąd określenia parametru "a" w dużej mierze wpływa dokładność określenia parametru r_o oraz dokładność $\frac{db}{dz}$.
2. Wpływ błędu pomiaru przesunięć, wyznaczenia wartości ψ' przy pomocy grafików oraz określenie wartości g jest podobny do wpływu tych błędów dla określenia parametru "a" z pomiaru obniżeń.
3. Za wagi obserwacji przesunięć można przyjmować liczby proporcjonalne do wielkości bezwzględnych przesunięć, analogicznie jak dla osiadań.

4. Opis metody

4.1. Założenia metody

1. Parametr b jest określony wzorami opublikowanym w pracy [4]:

$$b(z) = \frac{5 - 1,12 \lg z}{1 + 0,672 \lg z} \tag{4}$$

2. Najbardziej prawdopodobna jest taka wartość parametru r_o dla którego parametr "a_x" - wyznaczony jako średnia arytmetyczna z obliczonych "a_i" z różnych punktów obserwacyjnych - jest określony z najmniejszym błędem, inaczej - dla niego [pVV] = minimum

$$"a_x" = \frac{[p_i \; a_i]}{[p_i]} \tag{5}$$

gdzie:

p_i - waga obserwacji,

$V = "a_i" - "a_x"$

$$"a_i" = \frac{u_{p_i}}{(-\frac{2}{g} \cdot \frac{db}{dz} \cdot r_o \cdot \Delta \sin\alpha \cdot \Delta\psi)} \tag{6}$$

3. Żaden z punktów obserwacyjnych nie leży na dnie niecki.
4. Istnieje możliwość przedstawienia $[pVV]$ jako funkcji r_o

$$[pVV] = f_u(r_o) \tag{7}$$

i funkcja ta posiada minimum, które określi nam wartość r_i i "a".

5. Za wagi przyjmuje się liczby proporcjonalne do pierwszej potęgi przesunięć poziomych na podstawie analizy dokładności określenia parametru "a"

4.2. Krótkie streszczenie metody

Parametr b wyznaczamy wg wzoru (4). Dla przyjętych wartości b oraz $\frac{db}{dz}$ sporządzamy grafikony dla przesunięć poziomych dla trzech (dla kontroli: czterech) parametrów r_o. Przy pomocy grafikonów obliczamy $"a_i"$ a następnie $"a_x"$ i $[pVV]$ dla założonych r_o. Obliczone $[pVV]$ na podstawie wyników pomiarów przesunięć jest jakąś inną funkcją od r_o aniżeli pVV z wyników pomiarów obniżeń. Wygodne jest jednak przyjęcie tej samej postaci ogólnej funkcji o ile zgadza się ona dobrze z funkcją rzeczywistą $[pVV]$. Okazało się, że dla obliczenia r_o i "a" z wyników pomiarów przesunięć można zaadoptować funkcję:

$$[pVV] = k_1 r_o^2 + \frac{k_2}{r_o^6} + k_3 \tag{8}$$

gdzie:

k_1, k_2, k_3 - współczynniki równania.

Do równania (8) podstawiamy trzy pary r_o i $[pVV]$ i wyznaczamy współczynnik k. Ze wzoru:

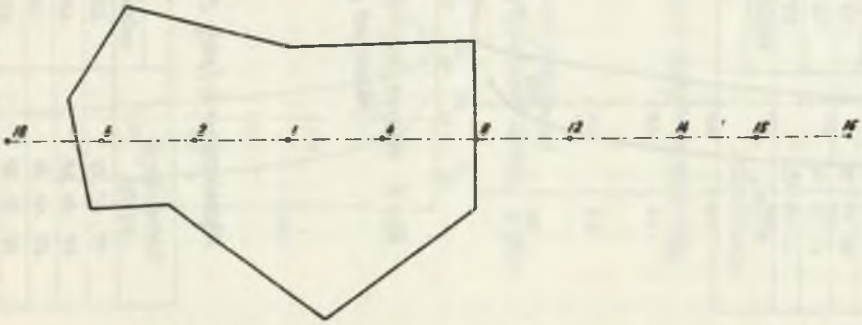
$$r_o = \sqrt[8]{\frac{3\ k_2}{k_1}} \tag{9}$$

wyznaczamy parametr r_o.

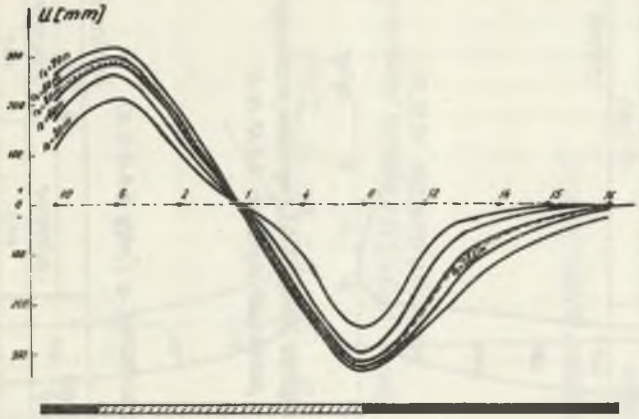
Stosunkowo dokładną wartość r_o można odczytać bezpośrednio z wykresu $[pVV] = f(r_o)$. Minimum tej funkcji określa nam wartość parametru r_o. Dla wyznaczenia parametru "a" należy sporządzić wykres "a_x"(r_o) i na tym wykresie obliczone uprzednio r_o wyznaczy nam szukaną wartość parametru "a"

4.3. Przykład teoretyczny

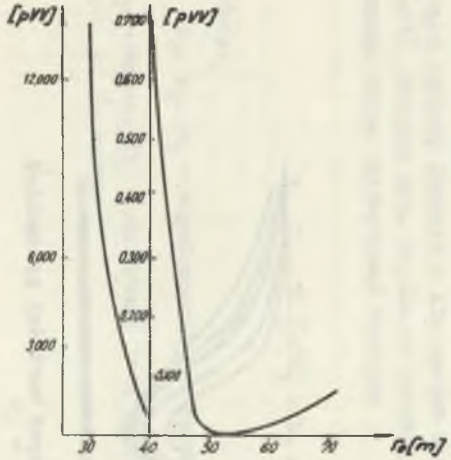
Dla eksploatacji (rys. 2) b = 0,9; r_o = 52,5 m i "a" = 0,2 obliczono teoretycznie wielkości przesunięć u (rys. 3) i przyjęto je jako pomierzone. Wartości "a_i", "a_x", $[pVV]$ obliczono dla r_o = 30,40,50,60 i 70 m.



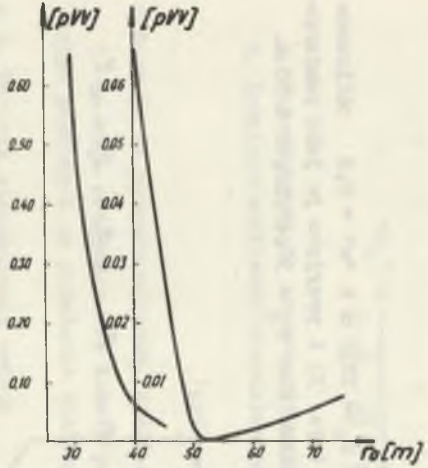
Rys. 2. Eksploatacja teoretyczna (b = 0,9, r_o = 52,5, a = 0,2)



Rys. 3. Wykresy teoretycznych wartości przesunięć



Rys. 4. Wykres $[pVV] = f(r_0)$ z wyników przesunięć poziomych punktów 4,8,12,14,16.



Rys. 5. Wykres $[pVV] = f(r_0)$ z wyników przesunięć poziomych punktów 2,4,6.

Wyznaczanie r_0 (pkty 4,8,12,14,16)

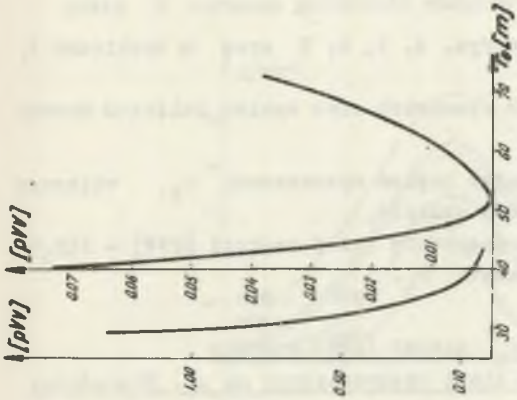
Tablica 1.

Kombinacje r_0 [m]	r_0 [m]	
	właściwe	obliczone
70, 60, 50	52.6	49.7
60, 50, 40	52,5	51.3
50, 40, 30	52,6	54.6
70, 50, 30	52,6	56,7

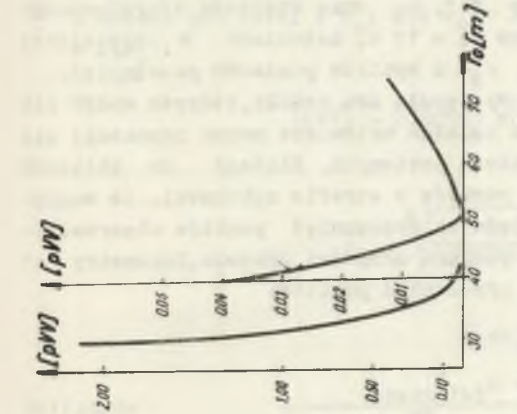
Wyznaczanie r_0 (pkty 2,4,6)

Tablica 2.

Kombinacje r_0 [m]	r_0 [m]	
	właściwe	obliczone
70, 60, 50	52.5	54.4
60, 50, 40	52.6	53.9
50, 40, 30	52.5	54.2
70, 60, 30	52.5	56.2



Rys. 6. Wykres $[pW]=f(r_0)$ z wyników przesunięć poziomych punktów 14, 15, 16.



Rys. 7. Wykres $[pW]=f(r_0)$ z wyników przesunięć poziomych punktów 8, 10, 12.

Wyznaczanie r_0 (pkty 14, 15, 16)

Tablica 3.

Kombinacje r_0 [m]	r_0 [m]	
	właściwe	obliczone
70, 60, 50	52.5	48.0
60, 50, 40	52.5	52.1
50, 40, 30	52.5	52.7
70, 50, 30	52.5	55.0

Wyznaczanie r_0 (pkty 8, 10, 12)

Tablica 4.

Kombinacje r_0 [m]	r_0 [m]	
	właściwe	obliczone
70, 60, 50	52.5	52.2
60, 50, 40	52.5	52.7
50, 40, 30	52.5	46.5
70, 50, 30	52.5	54.4

Parametry "a" i r_o wyznaczono z różnych kombinacji doboru punktów obserwacyjnych:

1) punkty 4, 8, 12, 14, 16,
2) punkty 2, 4, 6,
3) punkty 15, 14, 16,
4) punkty 8, 10, 12.

Wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 4, 5, 6, 7 oraz w tablicach 1, 2, 3, 4.

Analizując wykresy na powyższych rysunkach oraz wyniki obliczeń możemy stwierdzić, że

- należy się liczyć w praktyce z dużym błędem wyznaczenia r_o, większym niż przy obliczaniu r_o z pomiarów obniżeń,
- można przeanalizować możliwość dopasowania innej funkcji $[pVV] = f(r_o)$, która dokładniej określałaby parametr r_o.

5. Wyznaczanie parametrów "a", b, r_o metod) [pVV] minimum z wyników pomiarów przesunięć z linii obserwacyjnej na ul. Nieradzika w Rudzie Śląskiej

Pokład 402 o grubości 1,55-1,45 m zalegający na głębokości około 130 m eksploatowano systemem ścianowym z zawałem stropu. Na założonej na powierzchni linii obserwacyjnej prowadzono pomiary geodezyjne, prowadząc jednocześnie z pomiarem obniżeń punktów pomiar długości pomiędzy punktami obserwacyjnymi taśmą stalową.

W pracy [6] wyznaczono parametry "a", r_o oraz wielkość teoretycznego przesunięcia frontu eksploatacyjnego d = 15 m, natomiast w niniejszej pracy wyznaczono parametry "a" i r_o z wyników pomiarów przesunięć.

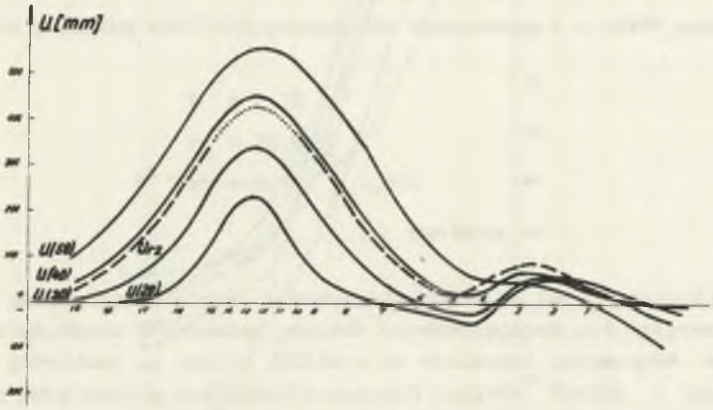
W obszarze linii obserwacyjnych występują dwa uskoki, których wpływ nie uzewnętrznił się silnie na wynikach osiadań natomiast mocno zaznaczył się w wielkościach przesunięć i odkształceń poziomych. Dlatego do obliczeń nie przyjmowano wyników przesunięć punktów w strefie uskokowej. Ze względu na trudności wyznaczenia bezwzględnych przesunięć punktów obserwacyjnych (krótka linia obserwacyjna) z pomiaru długości przęsła, parametry "a" i r_o wyznaczono z analizy różnic przesunięć punktów:

$$"a" = \frac{(u_i - u_{i+1})_{rzecz.}}{(\psi_1 - \psi_2) \cdot \frac{db}{dz} \cdot r_o \cdot g} \tag{10}$$

gdzie:

$(u_i - u_{i+1})_{rzecz.}$ - oznacza zmierzoną wartość różnicy długości przęsła w milimetrach.

Wartość rzeczywistych przesunięć punktów oraz teoretycznie obliczonych dla r_o = 20, 30, 40 i 50 m przedstawiono na wykresie (rys. 8).
Do analizy przyjęto wyniki pomiaru długości przęseł pomiędzy punktami 5-6, 6-7, 7-8, 8-9, 16-17, 17-18.
Obliczenia wykonano dla r_o = 20, 30, 40, 50 m, przy założeniu $\frac{db}{dz} = -\frac{1,8}{H}$ gdzie H oznacza głębokość eksploatacji w metrach.



Rys. 8. Wykres przesunięć rzeczywistych i teoretycznych dla r_o = 50, 40, 30, 20 m

Zależność parametru "a" od r_o dla poszczególnych przęseł przedstawiono na wykresie (rys. 9) a wykres $[pVV] = f(r_o)$ na rys. 10.
Z trzech par $[pVV]$ i r_o, dla r_o = 30, 40, 50 m otrzymano równanie $[pVV] = f(r_o)$:

$$[pVV] = 0,00909\, r_o^2 + \frac{17\,977 \cdot 10^6}{r_o^6} - 15,85 \qquad (11)$$

$$r_0 = \sqrt[8]{\frac{3 \cdot 17997 \cdot 10^6}{0,00909}} = 39,5 \text{ m}$$

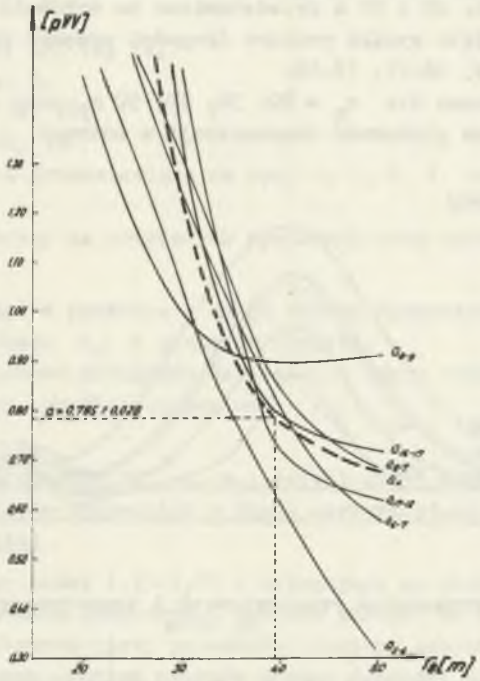
$$[pVV]_{r_o} = 2,05$$

stąd:

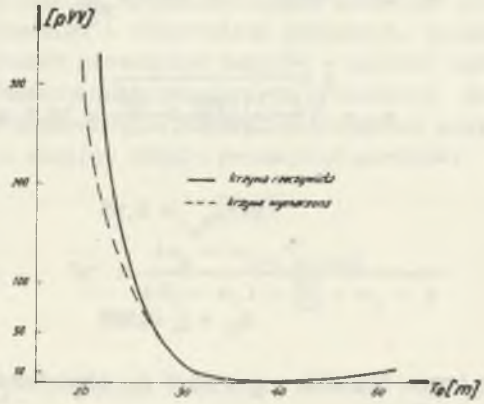
$$m_a = \pm 0,028$$

Na wykresie (rys. 9), dla r_o = 39,5 m, odczytano wartości parametru "a" z krzywej "a_x"(r_o)

$$\text{"a"} = 0,785$$



Rys. 9. Wykresy $a(r_o)$



Rys. 10. Wykres $[pVV] = f(r_o)$

Wartości parametrów wyznaczone z wyników obserwacji przesunięć poziomych wynoszą:

$$b = 1,10$$

$$r_o = 39,5 \text{ m}$$

$$"a" = 0,785 \pm 0,028$$

Dla porównania podajemy wartości parametrów wyznaczone z wyników pomiarów obniżeń 6 :

$$b = 1,10$$

$$r_o = 36,0 \text{ m}$$

$$"a" = 0,832 \pm 0,016$$

6. Wnioski

1. Obliczone parametry teorii T. Kochmańskiego metodą [pVV] minimum z wielkości bezwzględnych przesunięć punktów obserwacyjnych pod wpływem eksploatacji górniczej są bardzo zbliżone do wielkości parametrów wyznaczonych tą samą metodą z wielkości osiadań punktów. Wynika z tego, że metoda [pVV] minimum jest metodą prostą, dającą optymalne wartości parametrów.
2. Metodę [pVV] minimum można rozszerzyć na wyznaczanie parametrów teorii T. Kochmańskiego z różnicy bezwzględnych wielkości przesunięć sąsiednich punktów - jak to zostało zrobione w przykładzie dla rzeczywistej niecki.
3. Wydaje się, że parametry "a", b i r_o można również wyznaczyć metodą [pVV] minimum z wielkości średnich odkształceń poziomych, przy tych samych założeniach jak przy wyznaczaniu parametrów z wielkości osiadań i przesunięć punktów obserwacyjnych.

LITERATURA

[1] T. Kochmański: Obliczanie ruchów punktów górotworu pod wpływem eksploatacji górniczej. PWN, Warszawa 1956.

[2] T. Kochmański, J. Magdziorz: Zmniejszenie odkształceń poziomych przez kształtowanie frontu eksploatacji górniczej - Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej. Górnictwo z. 39. Gliwice, 1969.

[3] J. Magdziorz: Nowe metody obliczania wskaźników deformacji górotworu - Kwart. Ochrona Terenów Górniczych (w druku).

[4] T. Kochmański, J. Magdziorz: Neue Berechnungsmethoden der Bodenbewegungen unter Einwirkung des Abbaus. - Freiberger Forschungshefte. Markscheidewesen (w druku).

[5] A. Kot: Nowa metoda wyznaczania parametrów teorii ruchów punktów górotworu T. Kochmańskiego - Kwart. Ochrona Terenów Górniczych (w druku).

6 A. Kot: Zastosowanie metody [pVV] minimum dla obliczenia parametrów "a", b, r_o teorii T. Kochmańskiego oraz przesunięcia teoretycznego brzegu eksploatacji - Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej. Górnictwo (w druku).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕОРИИ Т. КОХМАНЬСКОГО НА ОСНОВАНИИ РЕЗУЛЬТАТОВ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СДВИЖЕНИЙ МЕТОДОМ pVV МИНИМУМ

Р е з ю м е

В работе приведено методу [pVV] минимум для расчёта параметров "a", b, r_o теорий Т. Кохманьского на основании результатов горизонтальных сдвижений реперов продильных линий.

DETERMINATION OF T. KOCHAMNSKI'S THEORY PARAMETERS ON THE GROUND OF HORISONTAL TRANSLOCATION MEASUREMENT RESULTS BY MEANS OF pVV MINIMUM METHOD

S u m m a r y

In the paper [pVV] minimum method for the computation of "a", b, r_o parameters in T. Kochmański's theory on the ground of horisontal translocation measurement results has been given.