ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1974

Seria: Automatyka, z. 25 Nr kol. 394

Zbigniew Bortliczek

Instytut Konstrukcji i Technologii
Urządzeń Automatyki i Elektroniki

O WŁAŚCIWOŚCIACH DYNAMICZNYCH PROSTEGO MECHANIZMU ELEKTROMAGNETYCZNEGO

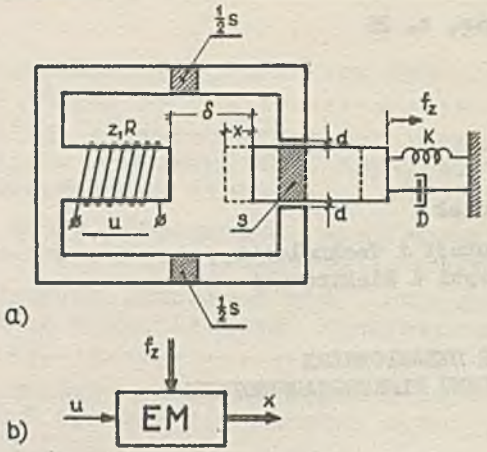
Streszczenie. Wyprowadzono równania opisujące stan równowagi dynamicznej prostego mechanizmu elektromagnetycznego przy małych przyrostach zmiennej wejściowej. Obliczono funkcję przejścia przetwornika, zbadano stabilność punktów pracy oraz określono charakter jego odpowiedzi na wymuszenie skokowe. Podano przykład liczbowy ilustrujący wyprowadzone zależności.

Obiektem, którego właściwości dynamiczne chcemy badać, jest mechanizm elektromagnetyczny zwany potocznie elektromagnesem (dalej - EM). W szerokiej klasie elektromechanicznych przetworników energii jest to niewątpliwie przetwornik najprostszy. Prostota urządzenia nie upraszcza jednak zachodzących w nim zjawisk. Badając właściwości EM natrafiamy na wszystkie osobliwości i trudności charakterystyczne dla elektromechanicznego przetwarzania energii w ogóle. Zadanie nasze można więc potraktować ogólniej: jako przykład badania dynamiki samego procesu elektromechanicznego przetwarzania energii.

1. Założenia wstępne

Załóżmy, że rozpatrywany przetwornik posiada następujące cechy ogólne (por. rys. 1a):

1. Obwód magnetyczny przetwornika składa się z części nieruchomej (jarzmo) i ruchomej (rdzeń wciągany), które rozdzielone są szczeliną o stałym przekroju s i zmiennej długości $\delta - x$.



Rys. 1. Elektromagnes z rdzeniem wciąganym

2. Jarzmo i rdzeń wykonane są z materiału ferromagnetycznego, którego reluktancję można pominąć.
3. Środowisko, w którym zamyka się strumień magnetyczny jest jako całość nieliniowe ale bezhisterezowe. Zjawisko rozproszenia strumienia nie występuje.
4. Uzwojenie wzbudzenia przetwornika o liczbie zwojów z i rezystancji R zasilane jest napięciowo.
5. Rdzeń o masie m, obciążony siłą zewnętrzną f_z, może się poruszać ruchem postępowym prostoliniowym. Długość szczelin d jest stała. Położenie początkowe rdzenia określa szczelina δ. Ruchowi rdzenia przeciwdziała sprężyna o sztywności K oraz tłumik o współczynniku tłumienia D. Mechaniczne efekty nieliniowe nie występują.

Właściwości dynamiczne przetwornika o cechach ogólnych jak wyżej badać będziemy przyjmując, że zmienną wejściową jest napięcie u doprowadzone do uzwojenia wzbudzenia, a zmienną wyjściową - położenie x rdzenia (rys. 1b).

2. Równania wyjściowe EM

Opis matematyczny rozpatrywanego przetwornika wyprowadzić można bądź z zasady wariacyjnej Hamiltona i wywodzących się z niej równań Eule-

ra-Lagrange'a (por. np. [3], [5], [6]), bądź z tzw. podstawowych praw fizyki takich jak prawo zachowania energii, zasada d'Alemberta, prawa Kirchhoffa (por. np. [4], również [6]). Niezależnie od wybranej metody równania opisujące stan równowagi dynamicznej EM doprowadzić można do postaci następującej:

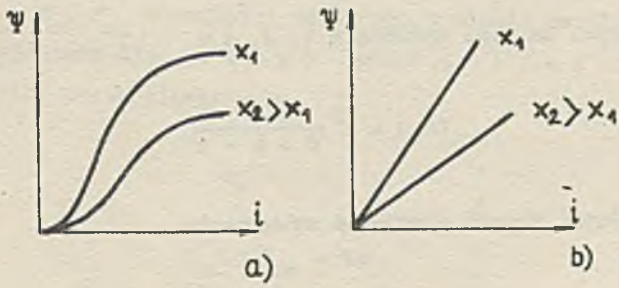
$$u = Ri + e$$
$$f_e - f_z = Kx + D\frac{dx}{dt} + m\frac{d^2x}{dt^2}, \tag{1}$$

gdzie

$$e = \frac{d}{dt}\Psi(i,x) = \frac{\partial\Psi(i,x)}{\partial i}\frac{di}{dt} + \frac{\partial\Psi(i,x)}{\partial x}\frac{dx}{dt} \tag{2}$$

$$f_e = \frac{\partial W_m'(i,x)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\int_0^i \Psi(i,x)di. \tag{3}$$

W wyrażeniach powyższych liniozwoje Ψ uzwojenia wzbudzenia przedstawiono w postaci funkcji dwóch zmiennych $\Psi(i,x)$ przy czym, zgodnie z założeniem 3, zależność ta jest nieliniowa ale bezhisterezowa (rys.2a).



Rys. 2. Charakterystyka obwodu magnetycznego EM
a) nieliniowego; b) liniowego

Pozostałe oznaczenia: i - prąd w uzwojeniu wzbudzenia, e - napięcie wy indukowane w uzwojeniu wzbudzenia, f_e - siła pochodzenia elektrycznego działająca na rdzeń, W_m' - koenergia magnetyczna.

Podstawiając do równań (1) wyrażenia (2), (3) otrzymujemy następującą końcową postać równań wyjściowych EM:

$$\left.\begin{aligned} u &= Ri + \frac{\partial \Psi(i,x)}{\partial i}\frac{di}{dt} + \frac{\partial \Psi(i,x)}{\partial x}\frac{dx}{dt} \\ \frac{\partial}{\partial x}\int_0^i \Psi(i,x)\,di - f_z &= Kx + D\frac{dx}{dt} + m\frac{d^2x}{dt^2} \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Dla takiego układu równań rozwiązania $x = f(u)$ w postaci zamkniętej uzyskać nie można.

3. Linearyzacja obwodu magnetycznego EM

Załóżmy, że środowisko, w którym zamyka się strumień magnetyczny Φ wzbudzony przez prąd i płynący w uzwojeniu wzbudzenia EM jest l i n i o w e (rys. 2b), to znaczy, że liniozwoje Ψ uzwojenia wzbudzenia

$$\Psi = \Psi(x) = L(x)\,i, \qquad (5)$$

gdzie (por. rys. 1a oraz założenia 1, 2, 4):

$$L(x) = z^2 \frac{\mu_o s}{d + \delta - x} \qquad (6)$$

- indukcyjność własna uzwojenia wzbudzenia.

Wtedy

$$e = \frac{d\Psi(x)}{dt} = \frac{d}{dt}\Big[L(x)\,i\Big] = L(x)\frac{di}{dt} + i\frac{dL(x)}{dx}\frac{dx}{dt} \qquad (7)$$

$$f_e = \frac{\partial}{\partial x}\int_0^i \psi(x)\, di = \frac{\partial}{\partial x}\int_0^i L(x)\, i\, di = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL(x)}{dx}. \qquad (8)$$

Uwzględniając wyrażenia (7) i (8) w równaniach (1) otrzymujemy:

$$\left.\begin{aligned} u &= Ri + L(x)\frac{di}{dt} + i\frac{dL(x)}{dx}\frac{dx}{dt} \\ \frac{1}{2} i^2 \frac{dL(x)}{dx} - f_z &= Kx + D\frac{dx}{dt} + m\frac{d^2x}{dt^2} \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

Jak widać, równania opisujące stan równowagi dynamicznej EM o liniowym obwodzie magnetycznym są w dalszym ciągu nieliniowe. Jest to charakterystyczna cecha wszystkich elektromechanicznych przetworników energii.

4. Praca EM przy małych przyrostach zmiennej wejściowej

A. Dokonamy linearyzacji równań wyjściowych (9) EM dla małego przyrostu zmiennej wejściowej Δu względem wartości tej zmiennej u_o w stanie ustalonym.

Dla $u = u_o + \Delta u$ będzie $i = i_o + \Delta i$, $x = x_o + \Delta x$ oraz $f_z = f_{zo} + \Delta f_z$, przy czym $\Delta u, \Delta i, \Delta x, \Delta f_z$ - małe przyrosty dowolnie zmienne w czasie, u_o, i_o, x_o, f_{zo} - wartości zmiennych w stanie ustalonym.

Równania wyjściowe dla stanu ustalonego EM przyjmują teraz postać następującą:

$$\left.\begin{aligned} u_o &= R\, i_o \\ f_{eo} - f_{zo} &= Kx_o, \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

gdzie

$$f_{eo} = \left[f(x)\right]_{x=x_o} = \frac{1}{2} i_o^2 \left[\frac{dL(x)}{dx}\right]_{x=x_o} =$$

$$= \frac{1}{2} (i_o z)^2 \frac{\mu_o s}{(d + \delta - x_o)^2} \tag{11}$$

W wyrażeniach (10) i (11) x_o oznacza położenie rdzenia w stanie ustalonym (położenie równowagi). Oczywiste jest, że $x_o = 0$ gdy $f_e > (f_{zo} + Kx)$ oraz $x_o = \delta$ gdy $f_e < (f_{zo} + Kx)$ w całym przedziale zmian położenia x. Z punktu widzenia właściwości dynamicznych EM te przypadki nie są interesujące[x]. W dalszym ciągu poszukiwać chcemy odpowiedzi Δx przetwornika na wymuszenie Δu względem położenia równowagi $0 < x_o < \delta$. Położenie to można wyznaczyć dla konkretnego EM rozwiązując względem x_o układ równań (10) i (11), sprowadzony do następującego równania stopnia trzeciego:

$$x_o (d + \delta - x_o)^2 + \frac{f_{zo}}{K} (d + \delta - x_o)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{u_o}{R}\right)^2 z^2 \frac{\mu_o s}{K}. \tag{12}$$

Graficzną interpretację równania (12) przedstawia rys. 3, na którym wykreślono zgodnie z równaniami (10) i (11) charakterystyki statyczne EM

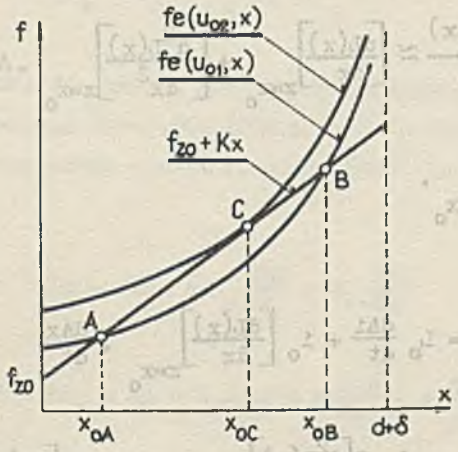
a) dla u_{o1}, przy którym w przedziale $0 < x_o < \delta$ istnieją d w a położenia równowagi rdzenia: x_{oA} oraz x_{oB};
b) dla $u_{o2} > u_{o1}$, przy którym w tym samym przedziale x_o istnieje j e d n o położenie równowagi rdzenia: x_{oC}.

Łatwo zauważyć, że u_{o2} jest wartością graniczną napięcia u_o, powyżej której $x_o = \delta$ niezależnie od u_o. W tym miejscu można też stwier-

---

x) Ściśle rzecz biorąc badanie właściwości dynamicznych EM w tych przypadkach może mieć tylko jeden cel: wyznaczenie czasu zadziałania lub czasu zwalniania elektromagnesu (por. [2]).

dzić - na razie intuicyjnie - że położenia $0 < x_o < x_{oC}$ (np. x_{oA}) są położeniami stabilnymi, natomiast położenia $\delta > x_o > x_{oC}$ (np. x_{oB}) są położeniami niestabilnymi.



Rys. 3. Charakterystyki statyczne EM

B. Z kolei wyprowadzimy równania wyjściowe dla s t a n u n i e u s t a l o n e g o EM, wywołanego przez mały przyrost zmiennej wejściowej Δu dla dowolnego położenia równowagi $0 < x_o < \delta$.

Podstawiając zmienne u, i, x, f_z do równań (1) otrzymujemy:

$$\left.\begin{aligned} u_o + \Delta u &= R\,(i_o + \Delta i) + e \\ f_e - (f_{zo} + \Delta f_z) &= K\,(x_o + \Delta x) + D\,\frac{d\Delta x}{dt} + m\,\frac{d^2\Delta x}{dt^2} \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

gdzie

$$e = \frac{d}{dt}\left[L(x_o + \Delta x)\,(i_o + \Delta i)\right] \quad (14)$$

$$f_e = \frac{1}{2}\,(i_o + \Delta i)^2\,\frac{dL(x_o + \Delta x)}{dx}, \quad (15)$$

przy czym na podstawie rozwinięcia funkcji $L(x)$ oraz $dL(x)/dx$ w szereg Taylora wokół punktu $x = x_o$

$$L(x_o + \Delta x) \approx L_o + \left[\frac{dL(x)}{dx}\right]_{x=x_o} \cdot \Delta x \tag{16}$$

$$\frac{dL(x_o + \Delta x)}{dx} \approx \left[\frac{dL(x)}{dx}\right]_{x=x_o} + \left[\frac{d^2L(x)}{dx^2}\right]_{x=x_o} \cdot \Delta x, \tag{17}$$

gdzie $L_o = \left[L(x)\right]_{x=x_o}$.

Wobec powyższego:

$$e = L_o \frac{d\Delta i}{dt} + i_o \left[\frac{dL(x)}{dx}\right]_{x=x_o} \cdot \frac{d\Delta x}{dt} \tag{18}$$

$$f_e = \frac{1}{2} i_o^2 \left[\frac{dL(x)}{dx}\right]_{x=x_o} + \frac{1}{2} i_o^2 \left[\frac{d^2L(x)}{dx^2}\right]_{x=x_o} \cdot \Delta x + i_o \left[\frac{dL(x)}{dx}\right]_{x=x_o} \cdot \Delta i \tag{19}$$

Oznaczając

$$\frac{1}{2} i_o^2 \left[\frac{dL(x)}{dx}\right]_{x=x_o} = \left[f_e(x)\right]_{x=x_o} = f_{eo} \tag{20}$$

$$\frac{1}{2} i_o^2 \left[\frac{d^2L(x)}{dx^2}\right]_{x=x_o} = \frac{d}{dx}\left\{\frac{1}{2} i_o^2 \left[\frac{dL(x)}{dx}\right]\right\}_{x=x_o} = \left[\frac{df_e(x)}{dx}\right]_{x=x_o} = S_o \tag{21}$$

$$i_o \left[\frac{dL(x)}{dx}\right]_{x=x_o} = \frac{2f_{eo}}{i_o} = K_o \tag{22}$$

wyrażenia na e, f_e przepisać możemy w postaci następującej:

$$e = L_o \frac{d\Delta i}{dt} + K_o \frac{d\Delta x}{dt} \tag{23}$$

$$f_e = f_{eo} + S_o \Delta x + K_o \Delta i. \tag{24}$$

Poszukiwane równania dla małych przyrostów zmiennych u, i, x, f_z otrzymujemy podstawiając wyrażenia (23) i (24) do równań (13) i odejmując stronami od uzyskanego wyniku równania (10). Rezultat jest następujący:

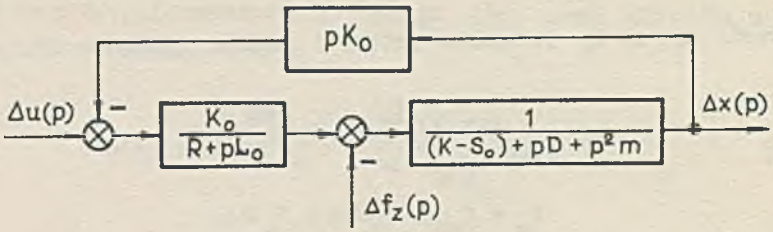
$$\left.\begin{aligned} \Delta u &= R\Delta i + L_o \frac{d\Delta i}{dt} + K_o \frac{d\Delta x}{dt} \\ K_o \Delta i - \Delta f_z &= (K - S_o)\Delta x + D\frac{d\Delta x}{dt} + m\frac{d^2\Delta x}{dt^2} \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

Jak widać, są to równania różniczkowe liniowe o stałych współczynnikach. Zakładając, że zmienne Δu, Δi, Δx, Δf_z posiadają transformatory według Laplace'a, równania (25) przedstawimy w następującej postaci operatorowej:

$$\left.\begin{aligned} \Delta u(p) &= (R + pL_o)\Delta i(p) + pK_o \Delta x(p) \\ K_o \Delta i(p) - \Delta f_z(p) &= \left[(K - S_o) + pD + p^2 m\right]\Delta x(p) \end{aligned}\right\} \tag{26}$$

Na podstawie równań (26) narysować można schemat blokowy rozpatrywanego przetwornika w postaci jak na rys. 4. Schemat blokowy pozwala z kolei obliczyć operatorową funkcję przejścia EM zdefiniowaną jako $K(p) = \Delta x(p)/\Delta u(p)$ przy $\Delta f_z = 0$. Wynik końcowy jest następujący:

$$K(p) = \frac{\Delta x(p)}{\Delta u(p)} = \frac{K_o}{a_o p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_1}, \tag{27}$$



Rys. 4. Schemat blokowy EM

gdzie

$$
\begin{aligned}
a_0 &= L_0\, m \\
a_1 &= L_0\, D + Rm \\
a_2 &= (RD + K_0^2) + L_0\,(K - S_0) \\
a_3 &= R\,(K - S_0).
\end{aligned}
\tag{28}
$$

C. Wyrażenie (27) obowiązuje dla dowolnego położenia równowagi $0 < x_0 < \delta$. Interesuje nas przypadek, w którym istnieją dwa takie położenia (por. rys. 3). Zbadamy, które z nich jest położeniem stabilnym.

Równanie (27) można przepisać w postaci następującej:

$$
\Delta x(p) = \frac{K_0}{a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3}\,\Delta u(p). \tag{29}
$$

Zgodnie z kryterium Hurwitza [1] tak zapisana odpowiedź przetwornika będzie stabilna, gdy wszystkie współczynniki mianownika (29) $a_k > 0$ oraz $a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0$. Biorąc pod uwagę wyrażenia (28) stwierdzamy, że nierówności powyższe zachodzą, gdy

$$
S_0 < -K, \tag{30}
$$

co oznacza, że nachylenie stycznej do krzywej $f_e(x)$ w punkcie $x = x_0$ powinno być mniejsze od nachylenia prostej $f_{z0} + Kx$. Zatem na rys. 3 wszystkie położenia równowagi $0 < x_0 < x_{0C}$ (np. x_{0A}) są położeniami

stabilnymi, natomiast wszystkie położenia $\delta > x_o > x_{oC}$ (np. x_{oB}) są położeniami niestabilnymi.

D. Znajomość funkcji przejścia EM pozwala obliczyć odpowiedź Δx na wymuszenie skokowe $\Delta u = \Delta U.1(t)$. Zadanie takie posiada duże znaczenie praktyczne. Badając tą drogą wpływ parametrów konstrukcyjnych EM na przebieg Δx w stanie nieustalonym można np. starać się określić wielkości tych parametrów o p t y m a l n e z uwagi na pożądaną postać odpowiedzi. W takim przypadku pewnych wskazówek co do kierunku postępowania dostarcza metoda Wyszniegradskiego badania układów trzeciego rzędu, według której wyznacza się charakter odpowiedzi układu bez wyliczania pierwiastków równania charakterystycznego (por. np. [1]). Metodę Wyszniegradskiego wykorzystano w poniższym przykładzie obliczeniowym.

Przykład

Mechanizm elektromagnetyczny omawiany wyżej posiada następujące dane (por. rys. 1): $u_o = 12$ V, $z = 150$, $R = 1{,}2\,\Omega$, $\delta = 4$ mm, $d = 0{,}1$ mm, $s = 4$ cm^2, $m = 0{,}3$ kg, $K = 85{,}10^3$ N/m. Pomijając tłumienie ruchu rdzenia ($D = 0$) oraz zakładając, że siła zewnętrzna $f_z = 0$ wyznaczyć wszystkie możliwe położenia równowagi rdzenia, zbadać które z tych położeń jest położeniem stabilnym oraz określić charakter odpowiedzi przetwornika na wymuszenie skokowe.

R o z w i ą z a n i e

1. Położenie rdzenia w stanie ustalonym wyznaczymy na podstawie równania (12), które dla $f_z = 0$ oraz x_o w milimetrach przepisać można w postaci

$$x_o\,(d + \delta - x_o)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{u_o}{K}\right)^2 z^2 \frac{\mu_o s}{K}\,10^9.$$

Po podstawieniu danych liczbowych otrzymujemy

$$x_o\,(4{,}1 - x_o)^2 = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{12}{1{,}2}\right)^2\cdot 150^2\cdot\frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 4\cdot 10^{-4}}{85\cdot 10^3}\cdot 10^9,$$

skąd po uporządkowaniu

$$x_o^3 - 8{,}2\,x_o^2 + 16{,}8\,x_o - 6{,}7 = 0.$$

Równanie powyższe posiada trzy pierwiastki rzeczywiste, których wartości określają położenie rdzenia: $x_{o1} = 5{,}23$ mm, $x_{o2} = 0{,}51$ mm, $x_{o3} = 2{,}45$ mm. Dwa z nich są możliwe fizycznie: x_{o2} oraz x_{o3}. Położenie $x_{o1} > \delta$.

2. Położenie rdzenia jest stabilne, gdy $S_o < K$, gdzie [por. wzory (21) i (11)]:

$$S_o = \left[\frac{df_e(x)}{dx}\right]_{x=x_o} = (i_o z)^2\,\frac{\mu_o s}{(d + \delta - x_o)^3}.$$

Podstawiając do powyższego dane liczbowe otrzymujemy

a) dla położenia $x_{o2} = 0{,}51$ mm

$$S_{o2} = (10.150)^2\cdot\frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 4\cdot 10^{-4}}{(4{,}1 - 0{,}51)^3\cdot 10^{-9}} = 20{,}3\cdot 10^3 < 85\cdot 10^3\ \frac{N}{m}$$

b) dla położenia $x_{o3} = 2{,}45$ mm

$$S_{o3} = (10.150)^2\cdot\frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 4\cdot 10^{-4}}{(4{,}1 - 2{,}45)^3\cdot 10^{-9}} = 251\cdot 10^3 > 85\cdot 10^3\ \frac{N}{m}.$$

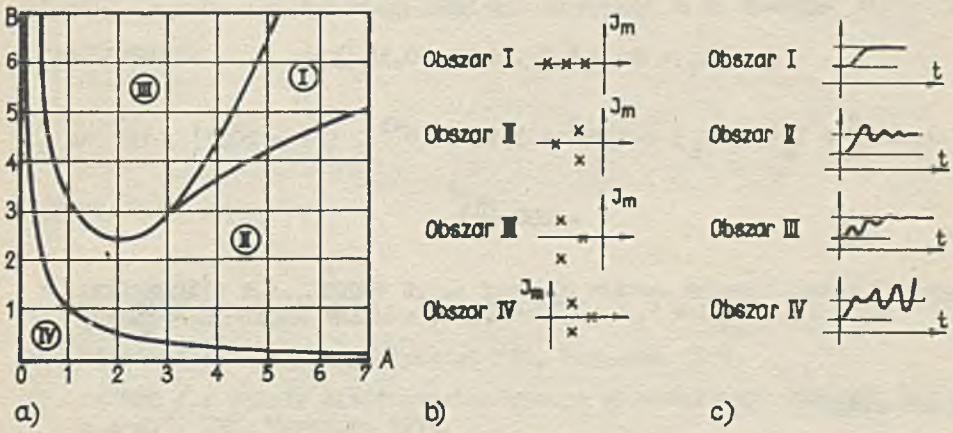
Wynika z powyższego, że x_{o2} jest położeniem stabilnym rdzenia.

3. Charakter odpowiedzi Δx przetwornika względem położenia stabilnego $x_{o2} = 0{,}51$ mm na wymuszenie skokowe wyznaczymy posługując się

wykresem Wyszniegradskiego [1], przedstawionym na rys. 5a. Położenie punktu na wykresie określają współrzędne

$$A = \frac{a_1}{\sqrt[3]{a_o^2\, a_3}}, \quad B = \frac{a_2}{\sqrt[3]{a_o\, a_3^2}},$$

gdzie a_o, a_1, a_2, a_3 - współczynniki mianownika funkcji przejścia K(p) badanego układu trzeciego rzędu, w naszym przypadku wyrażone wzorami (28).



Rys. 5. Metoda Wyszniegradskiego

a) Wykres Wyszniegradskiego, b) Położenie pierwiastków na płaszczyźnie Gaussa, c) charakter odpowiedzi układu

Ponieważ

$$f_{eo} = \frac{1}{2}\,(i_o z)^2\,\frac{\mu_o s}{(d + \delta - x_o)^2} =$$

$$= \frac{1}{2}\cdot(10\cdot 150)^2\cdot\frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 4\cdot 10^{-4}}{(4{,}1 - 0{,}51)^2\cdot 10^{-9}} = 43{,}8\ \mathrm{N}$$

$$L_o = z^2 \frac{\mu_o s}{d + \delta - x_o} = 150^2 \cdot \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot 10^{-4}}{(4,1 - 0,51) \cdot 10^{-3}} = 3,14 \cdot 10^{-3}\ H$$

$$K_o = \frac{2f_{eo}}{\frac{u_o}{R}} = \frac{2 \cdot 43,8 \cdot 1,2}{12} = 8,76\ \frac{N}{A},$$

więc [por. wzory (28)]

$$a_o = L_o\ m = 3,14 \cdot 10^{-3} \cdot 0,3 = 0,942 \cdot 10^{-3}\ H\ kg$$

$$a_1 = Rm = 1,2 \cdot 0,3 = 0,36\ \Omega\ kg$$

$$a_2 = K_o^2 + L_o(K - S_o) = 8,76^2 + 3,14 \cdot 10^{-3} \cdot (85 - 20,3) \cdot 10^3 =$$

$$= 280\ \left(\frac{N}{A}\right)^2$$

$$a_3 = R(K - S_o) = 1,2 \cdot (85 - 20,3) \cdot 10^3 = 77,6 \cdot 10^3 \Omega \frac{N}{m},$$

wobec czego

$$A = \frac{0,36}{\sqrt[3]{(0,942 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 77,6 \cdot 10^3}} = 0,879$$

$$B = \frac{280}{\sqrt[3]{0,942 \cdot 10^{-3} \cdot (77,6 \cdot 10^3)^2}} = 1,533.$$

Na wykresie Wyszniegradskiego punkt o współrzędnych A = 0,879, B = = 1,533 leży w obszarze II, co wskazuje, że odpowiedź Δx przetwornika na wymuszenie skokowe będzie miała charakter periodyczny niemonotoniczny (rys. 5c).

Istnieje możliwość poprawy właściwości dynamicznych przetwornika. Można mianowicie przez dobór tłumika tak powiększyć współrzędne A, B

by punkt na wykresie Wyszniegradskiego przeniósł się do obszaru I (odpowiedź aperiodyczna). Niech np. $D = 0,5 \cdot 10^3$ Ns/m. Wtedy

$$a_1 = L_o D + a_1 = 3,14 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5 \cdot 10^3 + 0,36 = 1,93 \Omega kg$$

$$a_2 = RD + a_2 = 1,2 \cdot 0,5 \cdot 10^3 + 280 = 880 \left(\frac{N}{A}\right)^2,$$

wobec czego

$$A = \frac{1,93}{0,41} = 4,7; \quad B = \frac{880}{100 \cdot 1,783} = 4,92.$$

Zgodnie z wykresem Wyszniegradskiego odpowiedź Δx będzie teraz aperiodyczna.

LITERATURA

1. BESEKERSKIJ B.A., POPOV E.P.: Teorija sistem avtomatičeskogo regulirovanija. Nauka, Moskva 1966.
2. ELBAUM J.: Obwody magnetyczne. PWT, Warszawa 1959.
3. MEISEL J.: Zasady elektromechanicznego przetwarzania energii (tłum. z ang.). WNT, Warszawa 1970.
4. MESSERLE H.K.: Dynamic Circuit Theory. Pergamon Press, Oxford 1965.
5. PUCHAŁA A.: Teoria przetworników elektromechanicznych. Część II. Kraków 1969.
6. WHITE D.C., WOODSON H.H.: Electromechanical Energy Conversion. John Wiley, New York 1959.

О ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ ПРОСТОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО МЕХАНИЗМА

Р е з ю м е

Выведены уравнения динамического равновесия несложного электромагнитного механизма для малых изменений входной величины. Рассчитана передаточная функция преобразователя исследована устойчивость точек равновесия а также определены характеристики ответа механизма на скачкообразное возмущение. Выведенные зависимости показаны на численном примерем.

ON THE PROPERTIES OF A SIMPLE ELECTROMAGNETIC DEVICE

S u m m a r y

In this paper the equations describing dynamic equilibrium state of a simple electromagnetic device at the small increment of input variable are derived. The transfer function of this converter is calculated, stability of the operating point is examined and the character of its response to a unit-step excitation is determined. The example illustrating derived formulas is presented.