

Wojciech Tarnowski

Instytut Konstrukcji i Technologii
Urządzeń Automatyki i Elektroniki
Politechniki Śląskiej

OBLICZENIE STATYCZNYCH BŁĘDÓW MECHANIZMÓW PŁASKICH
Z PARAMI KINEMATYCZNYMI O JEDNYM STOPNIU SWOBODY,
SPOWODOWANYCH JEGO BŁĘDAMI GEOMETRYCZNYMI

Streszczenie. Przedstawiono geometryczno-analityczną metodę wyznaczania błędów charakterystyki statycznej mechanizmu, spowodowanych niedokładnością wykonania wymiarów detali, luzami i błędami montażu. Metoda ma zastosowanie do mechanizmów płaskich z grupami drugiej klasy, jednobieżnych, dowolnie złożonych zawierających pary klasy piątej (o jednym stopniu swobody).

1. Wstęp

Niech będzie dany mechanizm jednobieżny, czyli urządzenie które ma jeden sygnał wejściowy x i jeden wyjściowy y , przy czym sygnały te mają charakter uogólnionych przesunięć. Określone są wszystkie wielkości geometryczne a_1 opisujące ten mechanizm; zarówno ich wartości nominalne, jak i odchyłki Δa_1 można zatem wyznaczyć ich wartości oczekiwane oraz parametry rozrzutu statystycznego, np. odchylenie średnie.

Wprowadzimy pojęcie mechanizmu nominalnego (idealnego): jest to mechanizm, w którym wszystkie wymiary mają wartości średnie, luzy i inne błędy równe są zero, montaż idealny. Przez błąd geometryczny mechanizmu rozumiemy różnicę Δy sygnału wyjściowego w mechanizmie rzeczywistym y i w mechanizmie idealnym y_0 , dla tej samej wartości sygnału wyjściowego x :

$$y = y(x) - y_0(x).$$

Jest to zatem błąd, spowodowany błędami geometrycznymi samego mechanizmu.

W pracy [1] sformułowano problem i rozwiązano go dla mechanizmów płaskich trójczłonowych (dwa człony czynne i ostoja), z dwoma parami kinematycznymi o jednym stopniu swobody i z jedną parą o dwóch stopniach swobody. W niniejszej pracy rozpatrzmy błędy mechanizmów zawierających wyłącznie pary kinematyczne klasy piątej (o jednym stopniu swobody), o dowolnej liczbie członów, jednobieżne (o stopniu ruchliwości równym jeden).

Niech będzie dana charakterystyka statyczna mechanizmu $y = y(x; a_1; a_2; \dots; a_i; \dots)$ oraz odchyłki wymiarów Δa_i od wartości średnich. Przy założeniu liniowej zależności między błędami pierwotnymi Δa_i i spowodowanymi nimi błędami sygnału wyjściowego Δy_i możemy obliczyć błąd całkowity sygnału wyjściowego:

$$\Delta y = \sum_i \Delta y_i = \sum_i \frac{\partial y}{\partial a_i} \Delta a_i.$$

Ta metoda obliczania błędu posiada dwie niedogodności:

- najczęściej obliczanie współczynników $\frac{\partial y}{\partial a_i}$ jest dość kłopotliwe matematycznie,
- dla mechanizmów nieliniowych statycznie wartości współczynników $\frac{\partial y}{\partial a_i}$ zależą silnie od chwilowego położenia mechanizmu i dla wyliczenia maksymalnej wartości błędu Δy_{\max} należy wykonać dużo żmudnych obliczeń.

Zasadnicze ułatwienie wnoszą metody grafo-analityczne. Opierają się one na prostej interpretacji kinematycznej, podanej przez N.G. Brujewicza [4]:

$$\frac{\partial y}{\partial a_i} = \frac{\partial y / \partial t}{\partial a_i / \partial t} = \frac{w}{w_i},$$

gdzie t jest czasem oraz w i w_i są prędkościami. Dla wykorzystania tej metody należy znaleźć pewien mechanizm zastępczy, przekształ-

cony, w którym możliwy jest ruch w kierunku błędu Δa_1 o prędkości w_1 , przy czym dla każdego błędu jest inny mechanizm, i dla każdego z tych mechanizmów zastępczych należy wykonać tzw. plan prędkości.

Poniżej przedstawiono metodę graficzno-analityczną, nie posiadającą tych niedogodności i wychodzącą z nieco innych, mniej ogólnych przesłanek.

2. Założenia

Opisana niżej metoda może znaleźć zastosowanie do mechanizmów płaskich, zawierających wyłącznie pary kinematyczne klasy piątej.

Ilość par p i ilość członów czynnych n (bez ostoi) związane są z ilością stopni swobody mechanizmu w następującej zależności [3]:

$$w = 3n - 2p.$$

Zatem dla mechanizmów jednobieżnych (czyli o jednym stopniu swobody: $w = 1$) mamy

$$p = \frac{3n - 1}{2}.$$

Ze wzoru tego wynika, że mechanizmy zawierające ilość członów czynnych $n > 3$ (przy czym n musi być liczbą nieparzystą) muszą być związane z ostoją ilością par p większą niż dwie.

Na rys. 1 pokazano kilka przykładów mechanizmów płaskich jednobieżnych.

Proponowana metoda polega na wykreślnym odszukaniu zależności między geometrycznymi błędami mechanizmu (błędy wymiarów Δa_1 i luzy L w przegubach i łożyskach) i zmianą sygnału wyjściowego Δy (zmianą położenia członu wyjściowego) spowodowaną tymi błędami Δy (Δa_1). Metoda stosuje dwa uproszczenia:

- a) uważamy, że mechanizm podlega prawu superpozycji ze względu na błędy geometryczne (tzn., że zależności między błędami elementarnymi Δa_1 a błędem mechanizmu $\Delta y(\Delta a_1)$ są funkcjami liniowymi);

b) zakładamy, że przesunięcia wszystkich przegubów, wywołane błędami elementarnymi są przesunięciami po prostej (w rzeczywistości wykonują one ruch po okręgu lub ruch złożony). Oczywiście dla par kinematycznych prostoliniowych (np. suwak, tłok itp.) założenie to jest ścisłe.

Jeżeli zauważymy, że względne błędy wykonania wymiarów i luzy włożyskach z reguły nie przekraczają 1%, a nawet 0,5% to możemy stwierdzić, że powyższe uproszczenia wnoszą błąd drugiego rzędu.

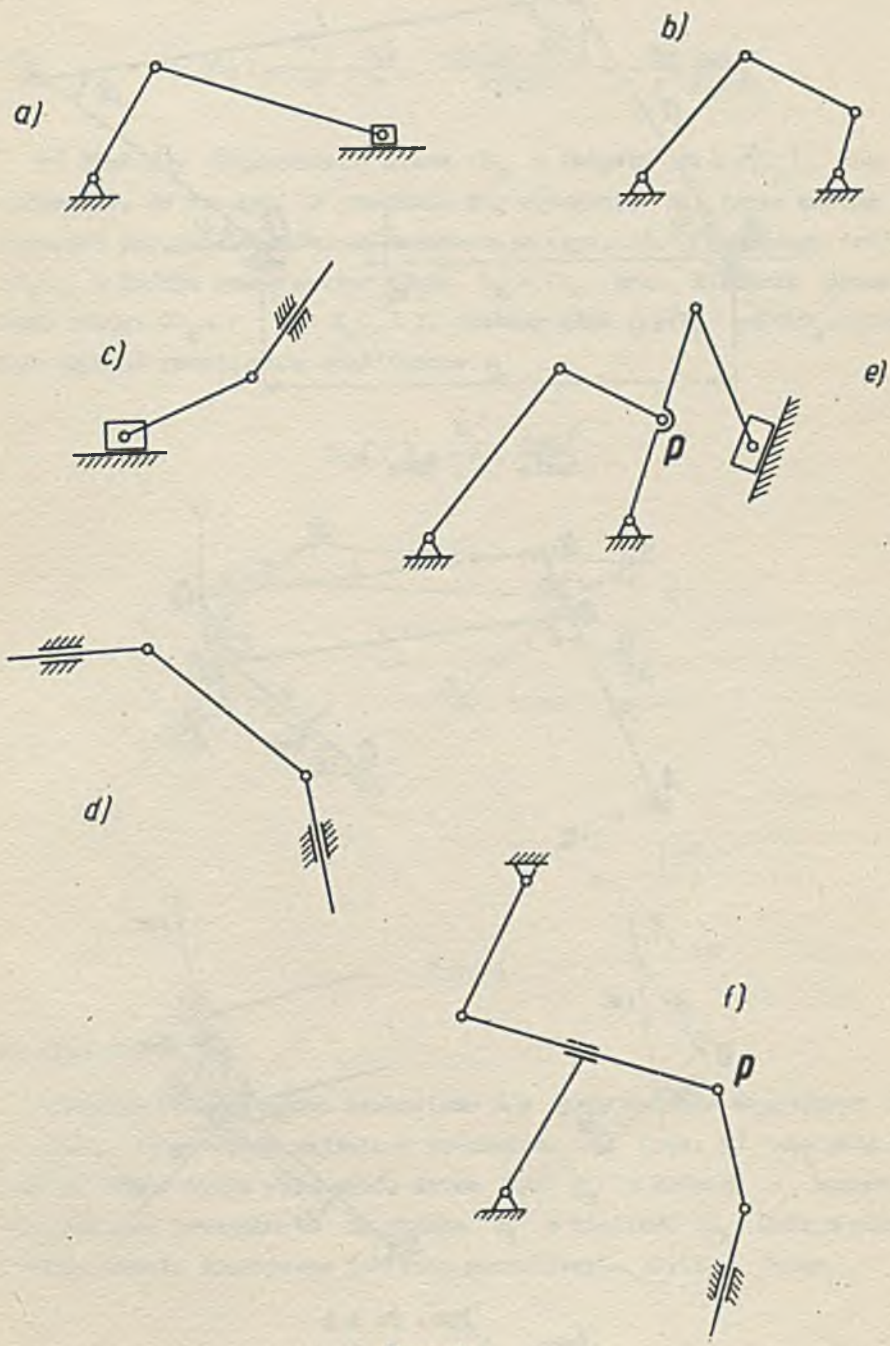
3. Mechanizmy trójczłonowe

W omawianej grupie najczęściej spotykane są mechanizmy trójczłonowe, zawierające trzy człony ozynne i ostoję, połączone czterema niższymi parami kinematycznymi (rys. 1a, b, c, d).

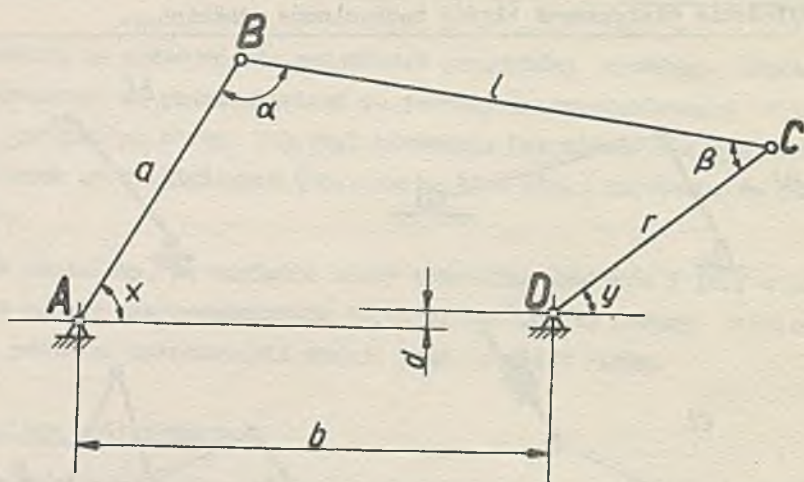
Rozpatrzmy przykład mechanizmu przegubowego (rys. 2), w którym przesunięcia kątowe x i y są odpowiednio sygnałami wejściowym i wyjściowym. Kolejno rozpatrzmy zależności błędów mechanizmu Δy od jego błędów elementarnych Δa_1 (błędy wymiarów i luzy) i dojdziemy do uogólnień.

a) Błąd Δa długości a członu AB spowoduje, że przegub B znajdzie się w punkcie B_1 (rys. 3a). Korzystając z zasady superpozycji pozostałe człony uważamy za idealne (wymiary przyjmują wartości średnie - a nie nominalne! luzy są zerowe). Sygnał wejściowy $x = \text{const}$. Zatem przegub C przejdzie do punktu C_1 , leżącego na przecięciu łuku 1 (o promieniu l i środku w punkcie B_1) i łuku 2 (o promieniu r i środku w punkcie D). Szukany błąd sygnału wyjściowego $\Delta y = \angle CDC_1$ (rys. 3a). Z punktu B_1 prowadzimy prostą B_1C_2 równoległą do prostej BC : odcinek CC_2 jest równy Δa .

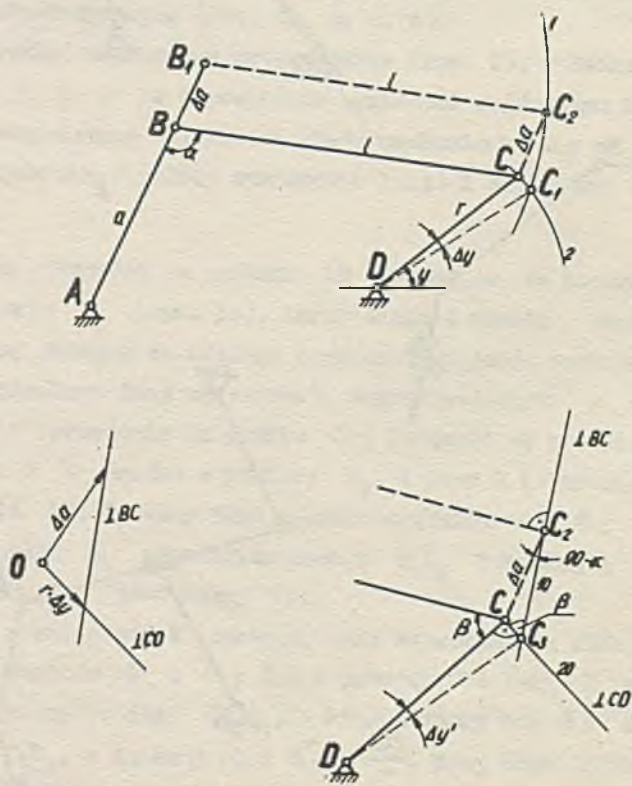
Korzystając z założenia b) zastąpmy łuki stycznymi do nich prostymi wystawionymi z punktów C i C_2 : łuk 1 prostą 10 i łuk 2 prostą 20 (rys. 3b). Otrzymamy trójkąt CC_2C_3 , w którym znamy bok Δa oraz kierunki CC_3 i C_3C_2 , a szukany błąd $\Delta y = \frac{CC_3}{r}$, przy czym różni się on nieco od wartości poprawnej Δy . Z tego trójkąta możemy znaleźć również rozwiązanie analityczne:



Rys. 1



Rys. 2

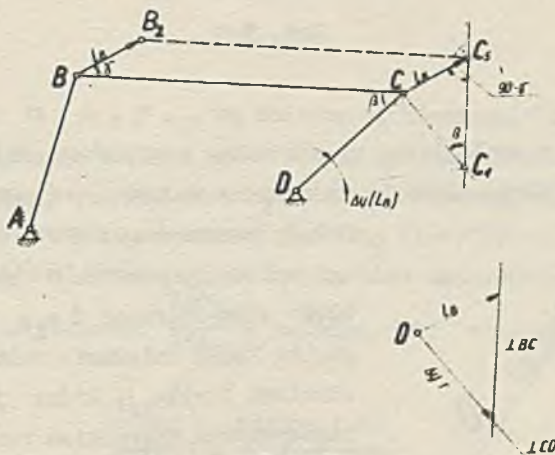


Rys. 3a i b

$$\Delta'_y (\Delta a) = \frac{CC_3}{r} = \frac{\Delta a}{r} \cdot \frac{\sin(90 - \alpha)}{\sin \beta} = -\frac{\Delta a \cos \alpha}{r \sin \beta}$$

b) Błąd Δy (spowodowany luzem L_B w łożysku B: $\Delta y(L_B)$). Luz L_B spowoduje, że przegub B znajdzie się w punkcie B_2 , zatem możemy zastosować poprzednio omówioną konstrukcję (rys. 4). Rysujemy trójkąt CC_4C_5 , w którym znamy wektor błędu $L_B = CC_5$ oraz kierunki pozostałych boków: $CC_4 \perp r$ i $C_4C_5 \perp l$. Szukany błąd $\Delta y(L_B) = \angle CDC_4$. Możemy też napisać rozwiązanie analityczne

$$\Delta y(L_B) = \frac{L_B}{r} \cdot \frac{\cos \beta'}{\sin \beta}$$

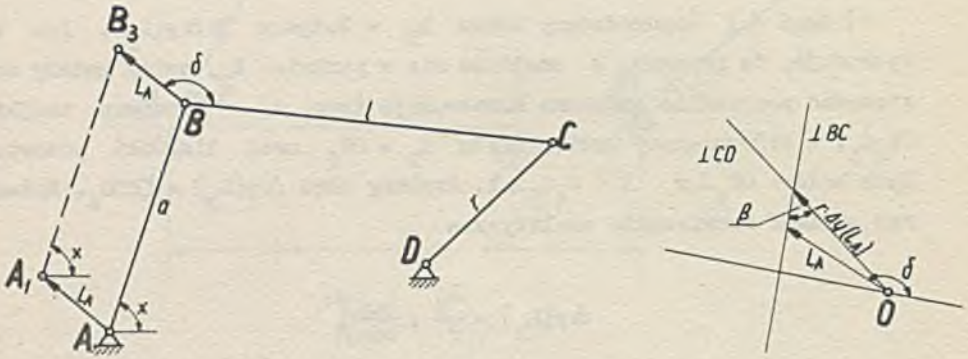


Rys. 4

c) Błąd $\Delta y(L_A)$

Ponieważ szukamy błędu mechanizmu Δy przy sygnale wejściowym $x = \text{const.}$, zatem człon wejściowy mechanizmu AB (rys. 5) nie może się obracać, lecz tylko przesuwac. Zatem luz L_A w łożysku A spowoduje przesunięcie przegubu B do punktu B_3 o wielkość L_A . Dalsze postępowanie będzie identyczne jak przy poszukiwaniu $\Delta y(L_B)$. Zatem

$$\Delta y(L_A) = -\frac{L_A}{r} \cdot \frac{\cos \delta}{\sin \beta}$$



Rys. 5

d) Pozostałe błędy

Postępując w analogiczny sposób można znaleźć pozostałe błędy $\Delta y(\Delta a_1)$ o ile dane są błędy elementarne Δa_1 jako wektory (moduł i kierunek).

Należy przestrzegać nast. reguł (rys. 6): z dowolnego punktu O rysujemy wektor błędu elementarnego Δa_1 ; z tego samego punktu linię działania wektora błędu mechanizmu $\Delta y(\Delta a_1)$, która jest zgodna z rzeczywistym kierunkiem ruchu człomu wyjściowego mechanizmu. Długość wektora błędu odcina prosta prostopadła do człomu pośredniego. Kierunek błędu Δy (jego znak) jest zawsze od punktu O do prostej zamykającej.

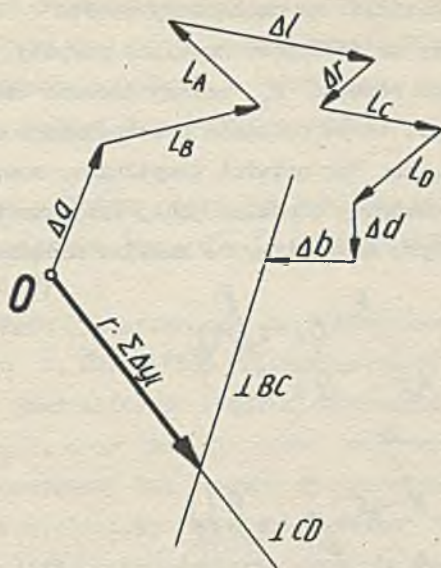


Rys. 6

Korzystając z zasady superpozycji możemy dodać poszczególne błędy $\Delta y(\Delta a_1)$ analitycznie:

$$\Delta y = \sum_1 \Delta y_i(\Delta a_{1i}) = \frac{1}{r} \left(-\frac{\cos \alpha}{\sin \beta} \Delta a_a + \frac{\cos \beta}{\sin \beta} L_B - \frac{\cos \delta}{\sin \beta} L_A + \dots \right)$$

albo wykreślić (rys. 7).



Rys. 7.

Ponieważ kąty $\alpha, \beta, \gamma \dots$ są zależne od bieżącego położenia mechanizmu, błąd Δy mechanizmu jest funkcją położenia mechanizmu. Ta zależność wywołana jest również zmiennością skierowania wektorów luzów wraz ze zmianą położenia mechanizmu. Zauważmy (rys. 7), że wpływ poszczególnych błędów elementarnych Δa_1 na błąd mechanizmu Δy jest różny: odpowiednia pochodna $\frac{\partial(\Delta y_1)}{\partial(\Delta a_1)}$ zależna jest od wzajemnych kątów (rys. 6):

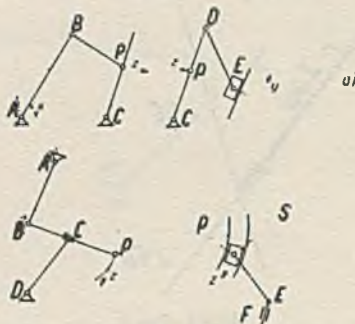
$$\frac{\partial(\Delta y_1)}{\partial(\Delta a_1)} = \frac{\sin(\Delta a_1; l)}{\sin(\Delta y_1; l)}$$

Na podstawie analizy rys. 6 widzimy, że gdy $\omega \rightarrow \frac{\pi}{2}$, to $\Delta y \rightarrow \infty$ i równocześnie błędy metody szybko rosną do b. wielkich wartości.

4. Mechanizmy, posiadające więcej niż trzy człony czynne

Posiadają one więcej niż dwa łożyska lub prowadnice (pary kinematyczne) wiążące je z ostoją.

Mechanizm należy podzielić na mechanizmy proste^{x)} w taki sposób, aby otrzymać mechanizmy trójczłonowe omówione powyżej. W niektórych przypadkach w miejscach rozcięć P_i należy dodawać człony umowne, np. suwaki. Mechanizm z rys. 1e po podziale przedstawiono na rys. 8a, a mechanizm 1f - na rys. 8b. Ten ostatni uzupełniono suwakiem s , ślizgającym się wzdłuż prowadnicy odpowiadającej trajektorii punktu P w mechanizmie rzeczywistym. Mechanizmy te kolejno napędzają się w punk-



Rys. 8

tach P_j , przy czym sygnałem (wyjściowym dla poprzedzającego a wejściowym dla następnego mechanizmu) jest przesunięcie z_j . Szukamy kolejno błędów Δz_j poszczególnych mechanizmów metodą omówioną w p. 3, przy czym błąd Δz_j na wyjściu j -tego mechanizmu jest sumą algebraiczną jego własnych błędów geometrycznych oraz błędu Δz_{j-1} poprzedzającego mechanizmu, sprowadzonego na wyjście mechanizmu j -tego.

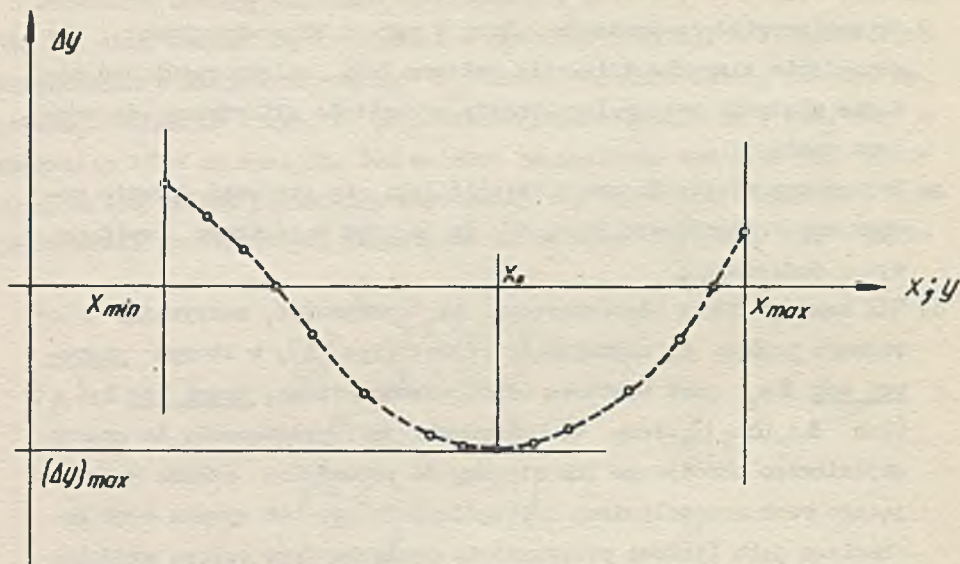
5. Podsumowanie. Technika rozwiązywania zadań

- a) Sporządzić schemat kinematyczny przyrzędu zgodnie z zasadami teorii mechanizmów (człony mechanizmu rysować jako proste łączące przeguby i łożyska, usuwać więzy bierne);

^{x)} Prosty łańcuch kinematyczny, spełniający dwa warunki:

- a) połączony z ostoją tymi samymi węzłami, którymi jest dołączony do mechanizmu podstawowego, posiada ruchliwość równą zero (układ sztywny),
- b) nie da się podzielić na łańcuchy prostsze, z których każdy spełniałby warunek pierwszy.

- b) Określić wszystkie możliwe błędy elementarne Δa_{\perp} mechanizmu jako wektory (błędy wymiarów i luzy w parach kinematycznych). Dla określenia kierunku działania wektora luzu należy rozwiązać zadanie statyki: wektor luzu będzie przeciwnie skierowany do wektora reakcji;
- c) Mechanizmy wielocząłkowe podzielić tak, aby otrzymać proste mechanizmy trójczłonowe (rys. 8), (z członem wejściowym, wyjściowym i pośrednim);
- d) Dla każdego błędu elementarnego Δa_{\perp} narysować, zaczynając z dowolnego punktu 0, odpowiedni trójkąt (rys. 6), w którym pierwszy bok Δa_{\perp} jest wektorem błędu elementarnego, drugi bok $\Delta y(a_{\perp})$ (lub $\Delta z_j(\Delta a_{\perp})$), dany ma kierunek: jest prostopadły do członu wyjściowego obrotowego lub styczny do prowadnicy członu wykonującego ruch prostoliniowy lub ogólny. Wektor ten wyraża błąd mechanizmu jako liniowe przesunięcie przegubu jego członu wyjściowego. Jeśli sygnałem wyjściowym jest przesunięcie kątowe, to wektor ten ma długość $r \cdot \Delta y$ (r - długość członu wyjściowego) - rys. 3a, trzeci bok jest prostopadły do członu pośredniego;
- e) Otrzymane błędy $\Delta y_i(\Delta a_{\perp})$ należy zesumować analitycznie lub geometrycznie (rys. 7), otrzymując sumaryczny błąd mechanizmu od jego wszystkich błędów elementarnych;
- f) Otrzymany błąd Δy jest sumarycznym błędem dla określonego położenia mechanizmu: $\Delta y(x)_{x=x_1}$. Jeżeli interesuje nas maksymalny błąd sumaryczny Δy_{\max} w całym zakresie pracy mechanizmu, należy zastosować geometryczną metodę kolejnych przybliżeń (rys. 9): znaleźć Δy dla kilku punktów w całym zakresie zmienności x : $[x_{\min} \dots x_{\max}]$, wyniki nanieść na wykres i poszukiwać maksimum, zagęszczając badania w otoczeniu punktu x_0 , który stanowi przypuszczalne miejsce maksimum wartości bezwzględnej $\Delta y(x)$.



Rys. 9

6. Wnioski

1. Zaproponowana wyżej metoda może być zastosowana do obliczeń błędów geometrycznych mechanizmów płaskich trój- i wieloczołowych, z grupami klasy drugiej, posiadających pary kinematyczne klasy piątej.
2. W przypadku, gdy sygnał wyjściowy y mechanizmu jest przesunięciem któregośkolwiek punktu łącznika (członu pośredniego, wykonującego ruch ogólny), proponowana metoda jest bardziej kłopotliwa od metody Brujewicza i nie jest celowe jej stosowanie. Taki przypadek występuje jednak bardzo rzadko w praktyce konstrukcyjnej przyrządów pomiarowych.
3. W odróżnieniu od metod analitycznych, metoda ta jest prosta i daje wyniki łatwe do interpretacji w pracy konstruktora. Wynik otrzymuje się w postaci analitycznej lub wykreślnej.
4. Metoda nie jest ścisła, jednak dokładność otrzymanych wyników powinna być wystarczająca w olbrzymiej większości przypadków.
5. Biorąc powyższe pod uwagę należy stwierdzić, że proponowana metoda godna jest polecenia dla praktyki.

LITERATURA

1. TARNOWSKI W.: Obliczanie statycznych błędów mechanizmu, spowodowanych geometrycznymi błędami detali i montażu. PAK, 1972, nr 4, s. 171.
2. Praca zbiorowa pod red. A.N. Gawriżowa - Priborostrojenie i sredstva awtomatiki. Tom 1. Moskwa 1963.
3. PARSZEWSKI Z.: Teoria maszyn i mechanizmów, WNT, Warszawa 1965.
4. ODERFELD J.: Wstęp do mechanicznej teorii maszyn. WNT, Warszawa 1962.

РАСЧЁТ СТАТИЧЕСКИХ ОШИБОК МЕХАНИЗМА СОДЕРЖАЩЕГО НИЖШЕ КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ПАРЫ, ВОЗНИКШИХ ИЗ-ЗА ВГО ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОШИБОК

Р е з ю м е

Представлен графоаналитический метод определения ошибок статической характеристики механизма, возникших из-за неточностей выполнения размеров деталей, зазоров и ошибок монтажа. Метод применяется для плоских механизмов с одним входным и одним выходным сигналами, с любым количеством звеньев, содержащих пары с одной степенью свободы.

CALCULATION OF STATIC ERRORS CAUSED BY THE GEOMETRICAL INACCURACY FOR THE MECHANISMS WHICH HAVE THE PAIRS OF ONE DEGREE OF FREEDOM

S u m m a r y

The grapho-analytical calculation method of errors of static characteristic is presented in the case the error is caused by the geometrical inaccuracy of details, backlashes and errors of assembly. The method refers to the flat mechanisms with one input signal containing any number of links coupled by kinematic pairs of one degree of freedom.