

ZYGMUNT GOGOLEWSKI, ADAM ROŻYCKI, ZDZISŁAW BUBNICKI  
Katedra Maszyn Elektrycznych

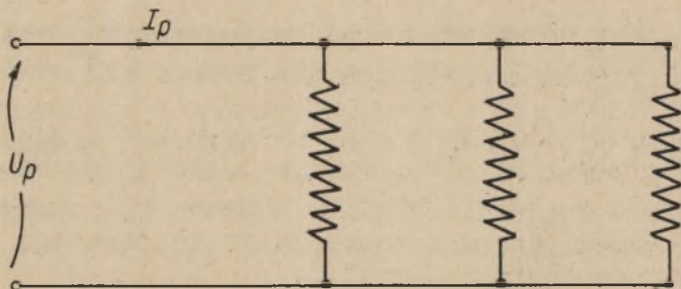
STUDIA NAD ASYMETRIĄ I STRUMIENIEM JARZMOWYM  
TRANSFORMATORÓW TRÓJFAZOWYCH

Streszczenie. Autorzy rozpatrują asymetrię i strumień jarzmowy występujące w różnych połączeniach transformatorów trójfazowych bez skrzyni żelaznej. Wywody teoretyczne zostały sprawdzone przez pomiary z pomocą czujnika Halla.

Głównym przedmiotem pracy jest fizykalne sprawdzenie niektórych wywodów teoretycznych, w których występuje tzw. strumień jarzmowy transformatorów trójfazowych, tj. strumień zamykający się od jarzma do jarzma przez powietrze. Ograniczymy się przy tym, w obecnej publikacji, do rozpatrzenia strumienia jarzmowego transformatorów pracujących bez skrzyń z blachy żelaznej.

Rozpatrzmy cztery przypadki, w których występuje strumień jarzmowy.

W przypadku pierwszym mamy klasyczny układ zasilania stosowany do pomiaru reaktancji zerowej  $X_0$  - rys.1.



Rys.1. Zwykły schemat "równoległy" do pomiaru  $X_0$

W tym układzie trzy uzwojenia fazowe są zasilane napięciem pomiarowym  $U_p$  przy 50 Hz (uzwojenie wtórne jest otwarte i nie połączone w trójkąt), przy czym zachodzą zależności:

$$X_o = \frac{U_p}{I_p} \sin \varphi_o \approx \frac{U_p}{I_p} \quad (1)$$

o ile przyjmiemy upraszczająco  $\sin \varphi_o \approx 1$ . Tutaj  $X_o$  oznacza reaktancję zerową całego układu, zaś średnia wartość reaktancji przypadająca na fazę wynosi

$$X_{of} = 3 X_o \approx \frac{3U_p}{I_p} \quad (2)$$

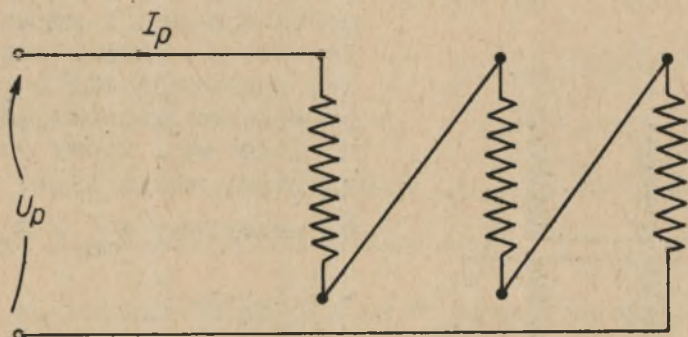
Oznaczając prąd  $\frac{I_p}{3} = I_o$  oraz przyjmując równość liczby zwojów na słupach  $z_a = z_b = z_c = z$  otrzymujemy na każdym słupie przepływ  $\theta_o = I_o z$ . Jeśli uwzględnić występujące w rzeczywistości różnice między strumieniami jarzmowymi wywołane przez przepływy poszczególnych faz  $\theta_{oa} \neq \theta_{ob} \neq \theta_{oc}$  i różne dla faz a, b, c opory magnetyczne dla strumieni jarzmowych  $R_{ma} \neq R_{mb} \neq R_{mc}$ , to otrzymamy całkowitą wartość strumienia jarzmowego

$$\Phi_o = \Phi_{oa} + \Phi_{ob} + \Phi_{oc} = \frac{\theta_{oa}}{R_{ma}} + \frac{\theta_{ob}}{R_{mb}} + \frac{\theta_{oc}}{R_{mc}} = \frac{\theta_o}{R_{mo}} \quad (3)$$

gdzie  $\theta_o$  jest przepływem wypadkowym, zaś  $R_{mo}$  jest opornością zastępczą magnetyczną dla całego układu trójslupowego.

Przepływ  $\theta_o$  oblicza się z pomierzonego prądu i liczby zwojów. Strumień  $\Phi_o$  wyznaczmy metodą bezpośrednią, a mianowicie czujnikiem Halla. Z wzoru (3) otrzymamy wówczas wartość oporu magnetycznego zastępczego  $R_{mo}$  dla strumienia zerowego.

Poprzednie umowne założenia odnośnie przepływów można ominąć, jeśli się zastosuje schemat pomiarowy wg rys.2 (II przypadek).



Rys.2. Schemat "szeregowy" do pomiaru  $X_0$

W tym układzie przepływy wszystkich szlupów są jednokowe i możemy je oznaczyć przez  $\theta_0 = I_p \cdot z$

Strumień jarzmowy całkowity będzie

$$\Phi_0 = \Phi_{0a} + \Phi_{0b} + \Phi_{0c} = \left( \frac{1}{R_{ma}} + \frac{1}{R_{mb}} + \frac{1}{R_{mc}} \right) \theta_0 = \theta_0 \frac{1}{R_{mo}}$$

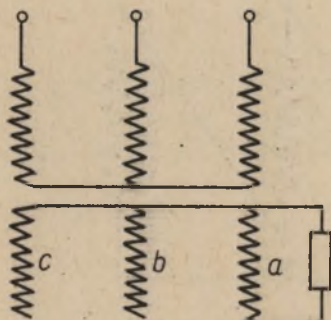
gdzie:

$$\frac{1}{R_{mo}} = \left( \frac{1}{R_{ma}} + \frac{1}{R_{mb}} + \frac{1}{R_{mc}} \right)$$

Ponieważ przy znanej liczbie zwojów wartość  $\theta_0$  wynika z pomiaru prądu zaś strumień  $\Phi_0$  wyznaczony będzie metodą czujnika Halla, w efekcie końcowym otrzymamy wartość  $R_{mo}$  i będziemy ją mogli porównać z rezultatem pomiaru wykonanym według schematu "I" rys.1.

W III przypadku układu połączeń  $\lambda/\uparrow$  i obciążenia jednofazowego wg rys.3 wystąpi składowa zerowa prądów wtórnych i jednakofazowe przepływy wypadkowe na wszyst-

kich trzech słupach. Niechaj prąd obciążenia fazy a będzie równy prądowi znamionowemu, wówczas  $\hat{I}_a = \hat{I}_{fn}$ ,  $\hat{I}_b = \hat{I}_c = 0$ ,  $\hat{I}_o = \frac{1}{3}(\hat{I}_a + \hat{I}_b + \hat{I}_c) = \frac{1}{3} \hat{I}_{fn}$ .



Rys.3. Schemat obciążenia jednofazowego dla układu połączeń gwiazdy niesymetrycznej

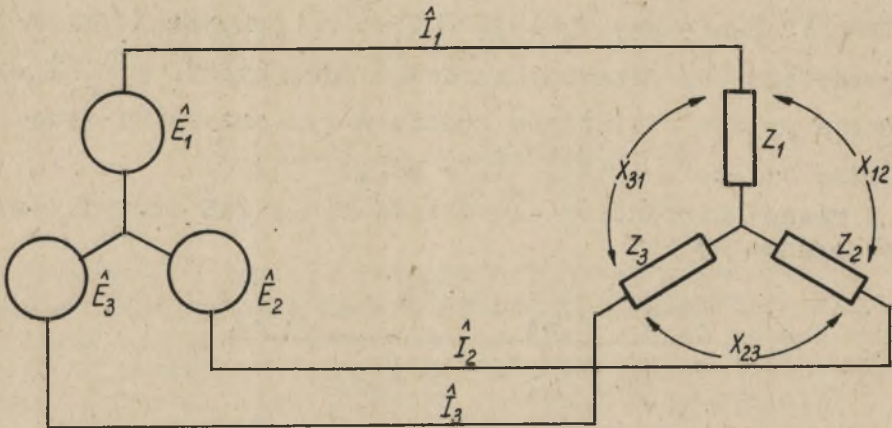
wi gwiazdę niesymetryczną, przy czym musi być

$$\hat{I}_a + \hat{I}_b + \hat{I}_c = 0$$

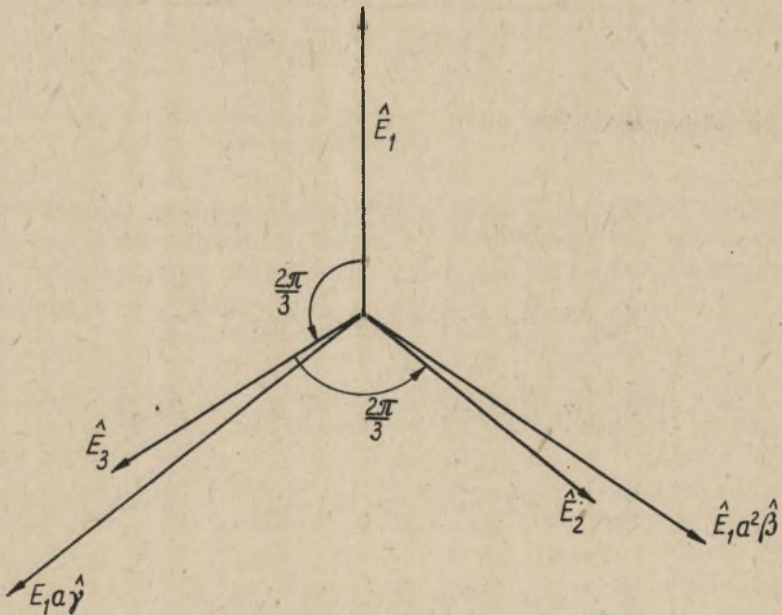
W przypadku jednakowej liczby zwojów uzwojenia wtórnego to jest  $z_a = z_b = z_c$  oraz  $z_A = z_B = z_C$  nie występuje zerowy przepływ wypadkowy, zaś składowe zgodne i przeciwne przepływy po obu stronach wygaszają się. Stąd też nie występują tutaj strumienie jarzmowe. Zachodzi nieraz potrzeba symetryzacji prądów obciążenia zasilających niesymetryczną gwiazdę impedancji pod względem wartości skutecznych prądów fazowych. Symetryzację tę można uzyskać przez włączanie dodatkowych reaktancji, oporności lub ogólnie impedancji. Poza tym istnieje możliwość symetryzacji prądów obciążenia przez zasilanie układu niesymetryczną gwiazdą napięć, np.  $\hat{E}_1, \hat{E}_2 = \hat{E}_1 a^{2\hat{\beta}}$  i  $\hat{E}_3 = \hat{E}_1 a^{\hat{\gamma}}$  przy czym  $\hat{\beta}$  i  $\hat{\gamma}$  są parametrami zespolonymi (rys.4 i 5).

Składowe przepływy kolejności zgodnej i przeciwnej po stronie pierwotnej i wtórnej wygaszają się i (poza przepływem magnesującym stanu jałowego, który pomijamy) będziemy mieli tylko wypadkowe przepływy  $\theta_{oa} = \theta_{ob} = \theta_{oc} = \frac{1}{3} \hat{I}_{fn} \cdot z$ .

Najciekawszym jest przypadek (IV) obciążenia uzwojenia gwiazdowego przez układ niesymetryczny impedancji. W przypadku zasilania symetrycznego, układ prądów wtórnych bez przewodu zerowego stanowi



Rys.4. Schemat do zagadnienia symetryzacji prądów



Rys.5. Symetryczna i asymetryczna gwiazda napięć

Jeśli chcemy aby  $I_1 = I_2 = I_3$  to w przypadku układu gwiazdowego bez przewodu zerowego musi być  $\hat{I}_1 + \hat{I}_2 + \hat{I}_3 = 0$ . Gwiazda prądów obciążenia będzie w tym przypadku symetryczna czyli  $\hat{I}_2 = a^2 \hat{I}_1$   $\hat{I}_3 = a \hat{I}_1$ .

Z równań Kirchhoffa dla układu rys.4 i 5 otrzymujemy następujące wyniki

$$\begin{aligned} \hat{I}_1 &= \frac{(1 - a^{2\hat{\beta}}) \hat{Z}_{w4} - (a^{2\hat{\beta}} - a^{\hat{\gamma}}) \hat{Z}_{w2}}{\hat{Z}_{w1} \hat{Z}_{w4} - \hat{Z}_{w3} \hat{Z}_{w2}} \hat{E}_1 \\ \hat{I}_2 &= \frac{\hat{Z}_{w1} (a^{2\hat{\beta}} - a^{\hat{\gamma}}) - \hat{Z}_{w3} (1 - a^{2\hat{\beta}})}{\hat{Z}_{w1} \hat{Z}_{w4} - \hat{Z}_{w3} \hat{Z}_{w2}} \hat{E}_1 \\ \hat{I}_3 &= \frac{(a^{2\hat{\beta}} - a^{\hat{\gamma}}) \hat{Z}_{w5} + (1 - a^{2\hat{\beta}}) \hat{Z}_{w2}}{\hat{Z}_{w1} \hat{Z}_{w4} - \hat{Z}_{w3} \hat{Z}_{w2}} \hat{E}_1 \end{aligned} \quad (a)$$

gdzie oznaczyliśmy

$$\hat{Z}_{w1} = \hat{Z}_{w4} + j (-X_{13} + X_{23} - X_{12})$$

$$\hat{Z}_{w2} = \hat{Z}_2 + j (X_{12} - X_{13} + X_{23})$$

$$\hat{Z}_{w3} = \hat{Z}_3 + j (-X_{23} + X_{12} - X_{13})$$

$$\hat{Z}_{w4} = -\hat{Z}_2 + \hat{Z}_3 - 2j X_{23}$$

$$\hat{Z}_{w5} = -\hat{Z}_2 - \hat{Z}_1 + 2j X_{12}$$

Wstawiając z równań (a) wyrażenia na  $\hat{I}_1$  i  $\hat{I}_2$  do warunku symetrii  $\hat{I}_2 = a^2 \hat{I}_1$  otrzymujemy

$$\frac{a^2 \hat{\beta} - a \hat{\gamma}}{\hat{Z}_{w3} + a^2 \hat{Z}_{w4}} = \frac{1 - a^2 \hat{\beta}}{\hat{Z}_{w1} + a^2 \hat{Z}_{w2}} \quad (b)$$

Równość (b) jest koniecznym warunkiem symetryzacji prądów dla dowolnego układu impedancji odbiornika bez przewodu zerowego. Równość ta po rozbiciu na części rzeczywiste i urojone daje tylko dwie zależności dla wyznaczenia czterech niewiadomych. Ponieważ mamy ogólnie

$$\hat{\beta} = \beta e^{j\varphi_2}$$

$$\hat{\gamma} = \gamma e^{j\varphi_3}$$

a więc mamy 4 niewiadome do wyznaczenia:

$$\underline{\beta, \gamma, \varphi_2, \varphi_3}$$

Aby otrzymać jednoznaczne rozwiązanie, trzeba wprowadzić jeszcze dodatkowe założenie. Zauważmy, że niesymetryczny układ napięć fazowych może dać składową kolejności zerowej:

$$\hat{E}_0 = \frac{1}{3}(\hat{E}_1 + \hat{E}_2 + \hat{E}_3) = \frac{1}{3}(\hat{E}_1 + E_1 a^{2\hat{\beta}} + E_1 a \hat{\gamma}) = \frac{1}{3} \hat{E}_1 \cdot \hat{k}$$

gdzie oznaczyliśmy

$$1 + a^2 \hat{\beta} + a \hat{\gamma} = \hat{k} \quad (c)$$

Założenie pewnej wartości  $\hat{k}$  wg warunku (c) wyznacza jednoznacznie parametry  $\hat{\beta}$  i  $\hat{\gamma}$ :

$$\hat{\beta} = \frac{a\hat{z}_{w3} + \hat{z}_{w4} + (\hat{k}-1)(\hat{z}_{w1}a + \hat{z}_{w2})}{2\hat{z}_{w1} + 2a^2\hat{z}_{w2} + \hat{z}_{w3} + a^2\hat{z}_{w4}} \quad (d_1)$$

$$\hat{\gamma} = \frac{(a^2\hat{z}_{w1} - \hat{z}_{w3})(\hat{k}-1) - (a^2\hat{z}_{w3} + a\hat{z}_{w4})}{2\hat{z}_{w1} + 2a^2\hat{z}_{w2} + \hat{z}_{w3} + a^2\hat{z}_{w4}} \quad (d_2)$$

Zadanie uprości się, jeśli przyjmiemy  $\hat{k} = 0$  czyli

$$1 + a^2\hat{\beta} + a\hat{\gamma} = 0 \quad (c_1)$$

z warunku (b) i (c<sub>1</sub>) otrzymamy uproszczone wyrażenia na  $\hat{\beta}$  i  $\hat{\gamma}$ , wynikające z podstawienia  $\hat{k} = 0$  do wzorów (d<sub>1</sub>) i (d<sub>2</sub>). W rezultacie otrzymamy warunek dla niesymetrycznej gwiazdy napięć zasilających, mających dawać symetrię prądów dla asymetrycznego układu impedancji.

Symetryzacja prądów obciążenia przez zasilanie układem trójfazowym, w którym napięcia fazowe mają różne moduły i skręcenia kątowe ( $\varphi_2 \neq 0$ ), ( $\varphi_3 \neq 0$ ) jest bardzo trudna do realizacji i raczej niestosowana w praktyce energetycznej. Natomiast zastosowanie niesymetrycznych zaczeów na poszczególnych uzwojeniach fazowych transformatorów daje możliwość wprowadzenia dla napięć fazowych współczynników rzeczywistych  $\beta$  i  $\gamma$  przy zachowaniu symetrii kątowej napięć, tj.  $\varphi_2 = \varphi_3 = 0$  i zachowaniu przesunięcia  $a$  i  $a^2$ .

Zakładając symetrię zasilania po stronie pierwotnej transformatora oraz dobrane dla danego układu impedancji obciążenia zaczeły po stronie wtórnej, będziemy mieli na ogół asymetrię liczby zwojów po stronie wtórnej, a mianowicie

$$\underline{z_1, z_2 = z_1\beta, z_3 = z_1\gamma} \quad (e)$$



Można pokazać, że w tym przypadku od prądów roboczych wtórnych otrzymamy wypadkowy przepływ jednakofazowy, nieskompensowany przez przepływ pierwotny, a mianowicie

$$\theta_0 = \frac{1}{3} \hat{I}_1 z_1 (1 + a^2 \beta + a \gamma) \quad (f)$$

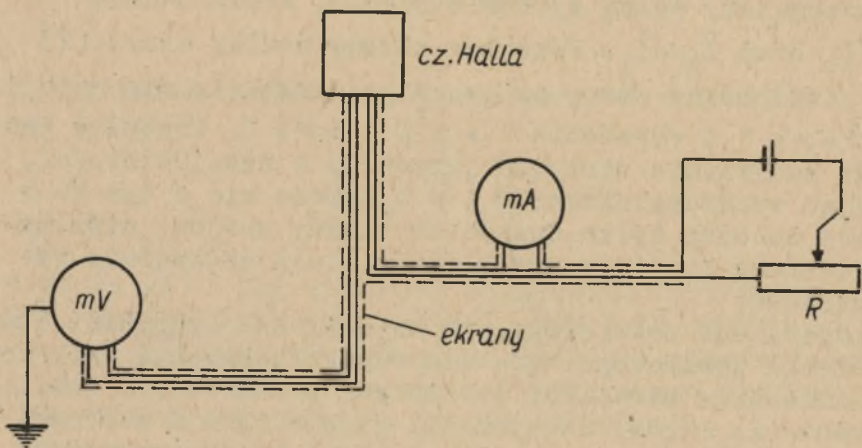
Rzeczywiście, z założenia mamy  $I_1 = I_2 = I_3$  i dla gwiazdy bez przewodu zerowego  $\hat{I}_1 + \hat{I}_2 + \hat{I}_3 = 0$ . Warunki te wskazują, że otrzymujemy pełną symetrię prądów, a mianowicie  $\hat{I}_2 = a^2 \hat{I}_1$  oraz  $\hat{I}_3 = a \hat{I}_1$ . Przepływ zerowy według wzoru (f) nie będzie równy zeru, ponieważ jednocześnie nie może być  $\beta = \gamma = 1$  i wyrażenie  $1 + a^2 \beta + a \gamma \neq 0$ . Przepływ ten wywoła oczywiście strumień jarzmowy. W rzeczywistości, operując współczynnikami  $\beta$  i  $\gamma$  i licząc się z tym że w rachubę wchodzi tylko całkowite liczby zwojów, otrzymywać będziemy symetrię przybliżoną, lecz całkowicie wystarczającą.

Eksperyment potwierdza, że magnetyczne oporności dla strumienia jarzmowego będą dla rozpatrywanych 4 przypadków wzbudzenia strumieni jarzmowych jednakowe, o ile rozproszenia między uzwojeniami pierwotnymi i wtórnymi będą niewielkie i uzwojenia te będą w każdym przypadku rozłożone na całej wysokości skupów. Aby przekonać się o powyższym jak i o stosowalności wzoru (f) wykorzystano czujnik Halla do pomiaru strumieni, zaś przepływy obliczono z pomiaru prądów i liczby zwojów. Metoda pomiaru polegała na rozłożeniu całej powierzchni poziomej górnego jarzma oraz jego powierzchni bocznych na elementy prostokątne o powierzchni odpowiadającej powierzchni czujnika. Czujnik ten uprzednio został wycechowany w ten sposób, aby przy określonym wzbudzeniu prądem znana była zależność napięcia wtórnego od indukcji magnetycznej, z której można by obliczyć jednostkowy strumień przechodzący przez element powierzchni.

Jeśli wycechowaną stałą czujnika Halla oznaczymy przez

$\left[ C_H \frac{mV}{mA \cdot KGs} \right]$  to z odczytu prądu wzbudzenia i napięcia wtórnego (w mA i mV) otrzymamy wartość rzeczywistą, występującej w miejscu przyłożenia czujnika, indukcji w Gs.

Z pomiarów dokonanych na całej powierzchni jarzma otrzymujemy całkowity strumień jarzmowy  $\Sigma\Phi_0$  następnie zaś całkowitą wartość oporu magnetycznego dla strumienia jarzmowego  $R_{mo} = \frac{\theta_0}{\Phi_0}$ .



Rys.6. Schemat układu pomiarowego

Pomiary prowadzone były przy zastosowaniu schematu (rys.6) przy czym przewody między czujnikiem Halla a oscylografem względnie miliwoltomierzem musiały być starannie zaekranowane dla wyeliminowania "tła" otoczenia.

Jak już wspomniano, pomiary wykazały bezpośrednio zbieżność w granicach  $\pm 0,75\%$  wartości oporności magnetycznych  $R_{mo}$  dla strumienia jarzmowego we wszystkich przytoczonych przypadkach, zaś pośrednio potwierdziły zgodność z rzeczywistością wzorów, wyprowadzonych dla czterech różnych przypadków powstawania strumieni jarzmowych.

Szczegółowa analiza wyników pomiarów rozkładu przestrzennego strumienia  $\Phi$ , oraz wykazanie ich korelacji z wzorami teoretycznymi będą przedstawione w osobnym komunikacie.

Rękopis złożono w redakcji w marcu 1963 r.

#### LITERATURA

- [1] Z. Gogolewski i J. Szmit: Kilka zagadnień z transformatorów piecowych. PE 1955 Z 2/3.
- [2] E. Jezierski: Transformatory. Podstawy teoretyczne PWT 1956.
- [3] H. Kowalowski: Racjonalna regulacja napięć fazowych transformatorów zasilających niesymetryczne piece elektrodowe wielkich mocy. Z. Naukowe 1961 Z.11.

### СТУДИИ ПО АСИМЕТРИИ И ПОТОКУ НУЛЕВОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ В ТРЕХФАЗНЫХ ТРАНСФОРМАТОРАХ

#### С о д е р ж а н и е

Авторами рассматривается асимметрия и поток нулевой последовательности, выступающие в разных соединениях трехфазных трансформаторов без железного кожуха. Теоретические формулы были проверены измерениями при помощи датчика Холла.

LES ÉTUDES DE L'ASYMÉTRIE ET DU FLUX DE SÉQUENCE  
DE ZÉRO DES TRANSFORMATEURS TRIPHASÉS

R é s u m é

Les auteurs analysent l'assymetrie et les flux de sequence zero qui apparaissent dans les differents schemas des transformateurs triphases (sans bac). Les résultats ont été vérifiés par les mesures à l'aide du détecteur Hall.