

ANTONI BOGUCKI
Katedra Sieci i Układów Elektroenerg.

WPLYW ZMIANY NAPIĘCIA ZASILAJĄCEGO I CZĘSTOTLIWOŚCI
NA MOC POZORNĄ POBIERANĄ PRZEZ ODBIORCÓW
UKŁADU ENERGETYCZNEGO

Streszczenie. W artykule przeanalizowano wpływ zmiany napięcia oraz częstotliwości na moc pozorną pobieraną przez odbiorców przemysłowych. Metoda użyta do rozważań opiera się na analizie funkcjonalnego związku między tzw. współczynnikami względnego nachylenia zależności $S = F(U)$, $S = F(f)$ oraz $S = F(f,U)$, a współczynnikami względnego nachylenia napięciowych lub odpowiednio częstotliwościowych charakterystyk statycznych odbioru.

Wstęp

Zagadnienie wpływu zmiany napięcia i częstotliwości na moc pozorną pobieraną przez odbiorców układu energetycznego jest w literaturze technicznej potraktowane bardzo fragmentarycznie i ogólne zdanie sprowadza się w zasadzie do stwierdzenia, że wpływ taki istnieje. Brak jest natomiast dokładnej analizy tego zagadnienia i to zarówno pod względem jakościowym, jak i ilościowym. Znajomość omawianego zagadnienia nie jest sprawą czystej teorii, nieposiadającej praktycznego znaczenia. Wprost przeciwnie, dokładna znajomość tego problemu jest między innymi nieodzowna przy analizie wpływu zmiany napięcia i częstotliwości na straty przesyłu. W większości publikacji, zarówno w literaturze zagranicznej i krajowej, te ostatnie zagadnienia zbywane są kilkoma zdaniami, które nie zawsze odpowiadają rzeczywistości i to przede wszystkim dlatego, że nie poświęcono właściwej uwagi problemowi omawianemu w niniejszym artykule.

Metoda użyta do analizy omawianego zagadnienia opiera się na odpowiedniej interpretacji funkcjonalnego związku między tzw. współczynnikami względnego nachylenia napięciowych i częstotliwościowych charakterystyk statycznych $P = F(U)$ i $Q = F(U)$. Analiza ilościowa opiera się natomiast na rzeczywistych charakterystykach napięciowych i częstotliwościowych dla typowych grup odbiorców energetycznych, które wyznaczono na podstawie kilkuset pomiarów dokonanych w polskim układzie energetycznym.

Współczynnik względnego nachylenia napięciowych i częstotliwościowych charakterystyk statycznych pobieranej mocy czynnej i biernej

Ponieważ w rozważaniach praktycznych ograniczamy się do stosunkowo wąskiego zakresu zmian napięcia zasilania $(0,90-1,05) U_{zn}$ i częstotliwości w układzie $(0,96-1,02)f_{zn}$, dlatego możemy rzeczywiste charakterystyki zastąpić liniami prostymi. Błędy wynikające z zastosowania takiej aproksymacji liniowej mieszczą się w granicach błędu pomiarowego. Aproksymacja charakterystyk liniami prostymi pozwala na wprowadzenie do rozważań tzw. współczynników względnego nachylenia charakterystyk, które dają nam możliwość bezpośredniej oceny względnej zmiany pobieranej mocy przy względnej zmianie napięcia lub częstotliwości. Współczynniki względnego nachylenia charakterystyk określone są wzorami:

$$k_u = \frac{dP}{dU} \cdot \frac{U}{P} \qquad L_u = \frac{dQ}{dU} \cdot \frac{U}{Q} \qquad (1)$$

$$k_f = \frac{dP}{df} \cdot \frac{f}{P} \qquad L_f = \frac{dQ}{df} \cdot \frac{f}{Q}$$

Jak wynika z wzorów (1) omawiane współczynniki są liczbowo równe stosunkowi tangensa stycznej w danym punkcie do tangensa kąta nachylenia promienia wodzącego w tym punkcie. Wartości współczynników względnego nachylenia charakterystyk mocy biernej, po poprawie naturalnego

współczynnika mocy przez zastosowanie baterii kondensatorów statycznych, znajdujemy z wzorów:

$$L'_u = \frac{L_u \cdot \operatorname{tg} \varphi - 2(\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi')}{\operatorname{tg} \varphi'} = \frac{dQ'}{dU} \cdot \frac{U}{Q'} \quad (2a)$$

$$L'_f = \frac{L_f \cdot \operatorname{tg} \varphi - 1(\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi')}{\operatorname{tg} \varphi'} = \frac{dQ'}{df} \cdot \frac{f}{Q'} \quad (2b)$$

gdzie

L_u - współczynnik względnego nachylenia charakterystyki $Q = F(U)$ przed kompensacją mocy biernej w celu poprawy naturalnego współczynnika mocy,

L_f - współczynnik względnego nachylenia charakterystyki $Q = F(f)$ przed kompensacją mocy biernej,

$\operatorname{tg} \varphi$ - tangens kąta przesunięcia fazowego przed kompensacją mocy biernej,

$\operatorname{tg} \varphi'$ - tangens kąta przesunięcia fazowego po kompensacji mocy biernej,

Q' - moc bierna pobierana przez odbiór po kompensacji mocy biernej.

Współczynnik względnego nachylenia napięciowej
charakterystyki statycznej pobieranej
mocy pozornej $S = F(U)$

Współczynnik względnego nachylenia napięciowej charakterystyki statycznej $S = F(U)$ określamy wzorem ogólnym

$$\gamma'_u = \frac{dS}{dU} \cdot \frac{U}{S} \quad (3)$$

W celu znalezienia związku jaki zachodzi między współczynnikami k_u i L_u oraz współczynnikiem γ'_u - znajdujemy pochodną z wyrażenia $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ względem napięcia:

$$\frac{dS}{dU} = \frac{\partial S}{\partial P} \cdot \frac{dP}{dU} + \frac{\partial S}{\partial Q} \cdot \frac{dQ}{dU}$$

a zatem

$$\frac{dS}{dU} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2P}{\sqrt{P^2+Q^2}} \frac{dP}{dU} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2Q}{P^2+Q^2}} \cdot \frac{dQ}{dU}$$

ponieważ

$$\frac{dP}{dU} = k_u \cdot \frac{P}{U}, \quad \frac{dQ}{dU} = L_u \cdot \frac{Q}{U}, \quad Q = P \cdot \operatorname{tg} \varphi$$

to

$$\frac{dS}{dU} = \frac{K_u + L_u \operatorname{tg}^2 \varphi}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi} \cdot \frac{S}{U}$$

stąd

$$\gamma_u = \frac{k_u + L_u \cdot \operatorname{tg}^2 \varphi}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi} = \frac{dS'}{dU} \cdot \frac{U}{S'} \quad (4)$$

Po zastosowaniu kompensacji mocy biernej, zmienia się nie tylko wartość pobieranej mocy pozornej z S na S' , ale ponadto ulegnie zmianie wartość współczynnika L_u na L'_u oraz wartość $\operatorname{tg} \varphi$ na $\operatorname{tg} \varphi'$. Jedynie wartość współczynnika k_u pozostanie niezmieniona. A zatem

$$\gamma'_u = \frac{k_u + L'_u \cdot \operatorname{tg}^2 \varphi'}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi'} = \frac{dS'}{dU} \cdot \frac{U}{S'} \quad (5)$$

Po wprowadzeniu za L'_u wyrażenia określonego wzorem (2a) oraz po dokonaniu uproszczeń otrzymujemy, że

$$\gamma'_u = \frac{k_u + [L_u \cdot \operatorname{tg} \varphi - 2(\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi')] \operatorname{tg} \varphi'}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi'} = \frac{dS'}{dU} \cdot \frac{U}{S'} \quad (6)$$

Powyższy wzór pozwala nam na określenie wartości współczynnika względnego nachylenia charakterystyki $S' = F(U)$, po poprawie współczynnika mocy przez zastosowanie baterii kondensatorów statycznych.

Współczynnik względnego nachylenia
częstotliwościowej charakterystyki statycznej
pobieranej mocy pozornej $S = F(f)$

Współczynnik względnego nachylenia charakterystyki $S = F(f)$ określamy wzorem ogólnym

$$\gamma_f = \frac{dS}{df} \cdot \frac{f}{S} \quad (7)$$

Związek jaki zachodzi między współczynnikami k_f i L_f oraz współczynnikiem γ'_f , przy założeniu $dU/df=0$ - możemy wyrazić wzorem

$$\gamma'_f = \frac{k_f + L_f \cdot \operatorname{tg}^2 \varphi}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi} = \frac{dS}{df} \cdot \frac{f}{S} \quad (8)$$

- a po zastosowaniu kompensacji mocy biernej wzór ten przyjmie postać

$$\gamma'_f = \frac{k_f + L'_f \cdot \operatorname{tg}^2 \varphi'}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi'} = \frac{dS'}{df} \cdot \frac{f}{S'} \quad (9)$$

lub

$$\gamma'_f = \frac{k_f + [L_f \cdot \operatorname{tg} \varphi - (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi')] \cdot \operatorname{tg} \varphi'}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi'} = \frac{dS'}{df} \cdot \frac{f}{S'} \quad (10)$$

Zmiana częstotliwości w układzie energetycznym wywołuje zmianę pobieranej mocy czynnej i biernej zgodnie z częstotliwościowymi charakterystykami odbioru oraz wpływa na wielkości oporności biernych wzdłużnych i poprzecznych poszczególnych elementów tego układu. Zmiany te wpływają na wielkości spadków napięcia, a więc i na poziomy napięć w węzłach sieciowych. Ponadto na zmianę częstotliwości reagują również w większości przypadków człony pomiarowe automatycznych regulatorów napięcia - w jakie wyposażone są generatory i kompensatory - co również wpływa na zmianę poziomów napięć. Wpływ zmiany częstotliwości na pobieraną moc pozorną jest więc po-

dwójny, z jednej strony mamy bezpośredni wpływ zmiany częstotliwości, a z drugiej strony wpływ pośredni - wynikający ze zmiany napięcia pod wpływem zmiany częstotliwości. Ogólnie więc dla każdego odbioru mamy $S=F(f,U)$ i wobec tego możemy napisać, że

$$\frac{dS}{df} = \frac{\partial S}{\partial f} + \frac{\partial S}{\partial U} \cdot \frac{dU}{df}$$

stąd

$$\gamma'_{f,U} = \gamma'_f + \gamma'_u \cdot k_r$$

- a po kompensacji mocy biernej

$$\gamma''_{f,U} = \gamma''_f + \gamma''_u \cdot k_r$$

gdzie

k_r - współczynnik względnego nachylenia zależności $U = F(f)$ określony wzorem

$$k_r = \frac{dU}{df} \cdot \frac{U}{f}$$

Przeciętne wartości współczynnika k_r mieszczą się w zakresie $0,65 \div 1,1$.

Analiza wpływu zmiany napięcia zasilania na pobieraną moc pozorną

Analizę wpływu zmiany napięcia zasilania na pobieraną moc pozorną, przeprowadzimy w oparciu o wyprowadzone uprzednio wzory (4), (5) i (6) oraz o zestawione w tabeli 1 wartości współczynników względnego nachylenia napięciowych charakterystyk $P = F(U)$ u $Q = F(U)$ dla zakładów przemysłowych. Dla tej grupy odbiorów wartość współczynnika k_u w okresie przedpołudniowym wynosi 0,55, a w okre-

się wieczornym $k_u = 0,60$ (L.1). Obliczając zatem wartości współczynników γ_u dla dwóch podanych wyżej wartości k_u , otrzymujemy pewien obraz zmiany wartości współczynników γ_u w ciągu doby. W kolumnie drugiej tablicy 1 zestawiono wartości współczynników L_u , a w kolumnie trzeciej odpowiadające im wartości naturalnych współczynników mocy [L.2]. W omawianej tablicy oprócz wartości współczynników γ_u , podano również wartości współczynników γ'_u . Te ostatnie wyznaczono dla 2 stopni kompensacji, a mianowicie, po poprawie naturalnego współczynnika mocy do $\cos\psi' = 0,85$ oraz do $\cos\psi' = 0,90$. Wobec zależności współczynników k_u , L_u i $\cos\psi$ od napięcia przyjęto, że podane w tablicy 1 wartości tych współczynników odniesione są do napięcia znamionowego.

Tablica 1

Zestawienie wartości współczynników γ_u i γ'_u
dla zakładów przemysłowych

Przed kompensacją				Po kompensacji do $\cos\psi' = 0,85$		Po kompensacji do $\cos\psi' = 0,90$	
k_u	L_u	$\cos\psi$	γ_u	L'_u	γ'_u	L'_u	γ'_u
0,55 0,60	2,3	0,85	1,04 1,07	-	-	2,38	0,89 0,94
0,55 0,60	2,5	0,80	1,25 1,28	2,6	1,12 1,15	2,77	0,97 1,01
0,55 0,60	2,8	0,75	1,55 1,58	3,19	1,28 1,32	3,53	1,11 1,15
0,55 0,60	2,8	0,70	1,71 1,74	3,38	1,33 1,37	3,77	1,16 1,20
0,55 0,60	3,1	0,65	2,02 2,04	4,07	1,52 1,56	4,66	1,34 1,37
0,55 0,60	3,1	0,60	2,18 2,20	4,36	1,60 1,64	5,03	1,39 1,44

Z zestawionych w tabelicy 1 wartości współczynników γ_u wynika, że przy naturalnych charakterystykach $Q = F(U)$ wzrost napięcia o 1%, powyżej wartości znamionowej, powoduje wzrost pobieranej mocy pozornej o 1-2,2% - w zależności od wartości naturalnego współczynnika mocy. W miarę wzrostu stopnia kompensacji, wartości współczynników względnego nachylenia charakterystyk $S' = F(U)$ wyraźnie maleją. Wzrasta natomiast stromość charakterystyk $Q' = F(U)$ - wzrost wartości L'_u . Wysokie wartości współczynników względnego nachylenia charakterystyk pobieranej mocy biernej są zatem w głównej mierze spowodowane kompensacją mocy biernej, zastosowaną w celu poprawy naturalnego współczynnika mocy. Wobec tego nie można wartości tych współczynników nachylenia uważać za przeciętne i odnosić ich do wartości naturalnych współczynników mocy - jak to się powszechnie w praktyce stosuje np. przy ocenie wzrostu zapotrzebowania mocy biernej związanego z podniesieniem poziomu napięcia.

Analiza wpływu zmiany częstotliwości w układzie na pobieraną moc pozorną

Analizę wpływu zmiany częstotliwości na pobieraną moc pozorną przeprowadzimy w oparciu o wzory (8), (9) i (10) oraz o zestawione w tabelicy 2 wartości współczynników względnego nachylenia częstotliwościowych charakterystyk $P = F(f)$ i $Q = F(f)$ dla zakładów przemysłowych. Wartość współczynnika k_f dla tej grupy odbiorców wynosi 1,1 (L.3). W kolumnie drugiej tabelicy 2 podano wartości współczynników L_f , a w kolumnie trzeciej odpowiadające im wartości naturalnych współczynników mocy. Przy określaniu wartości współczynników $\gamma'_{f,U}$ i $\gamma'_{f,U}$ będziemy korzystali z wartości współczynników γ_u i γ'_u zestawionych w tabelicy 1 i wyznaczonych dla $k_u = 0,60$. Ponadto, wartości współczynników $\gamma'_{f,U}$ i $\gamma'_{f,U}$ będziemy określać dla wartości $k_r = 0,65$ i $1,1$, a więc dla skrajnych wartości zakresu w którym mieszczą się wartości współczynników k_r . Należy zaznaczyć, że zestawione w tabelicy 2 wartości współczynników odniesione są do znamionowego poziomu napięcia i częstotliwości.

Tablica 2

Zestawienie wartości współczynników γ_f i γ'_f oraz $\gamma_{f,U}$ i $\gamma'_{f,U}$
dla zakładów przemysłowych

		Przed kompensacją					Po kompensacji do $\cos\varphi' = 0,85$					Po kompensacji do $\cos\varphi' = 0,90$								
k_f	k_u	$\cos\varphi$	L_f	γ_f	K_T	$L_{f,U}$	$\gamma_{f,U}$	L'_f	γ'_f	$L'_{f,U}$	$\gamma'_{f,U}$	L_f	γ_f	$L'_{f,U}$	$\gamma'_{f,U}$	L_f	γ_f	$L'_{f,U}$	$\gamma'_{f,U}$	
1,1	0,60	0,85	2,3	0,16	0,65 1,10	0,81 0,23	0,93 1,24	-	-	-	-	3,23	0,28	-1,63 -0,62	0,68 1,11	0,86 1,26				
1,1	0,60	0,80	2,5	0,19	0,65 1,10	0,88 0,25	0,62 1,18	3,23	0,10	-1,54 -0,37	0,62 1,13	-4,42	0,05	-2,62 -1,37	0,68 1,11					
1,1	0,60	0,75	2,8	0,62	0,65 1,10	1,18 0,28	0,38 1,08	4,46	0,51	-2,39 -0,95	0,32 0,90	-6,00	-0,24	-3,70 -2,12	0,48 0,98					
1,1	0,60	0,70	2,8	0,91	0,65 1,10	1,18 0,28	0,21 0,98	5,32	0,68	-3,12 -1,60	0,19 0,79	-7,10	-0,45	-4,65 -2,95	0,30 0,82					
1,1	0,60	0,65	3,1	1,32	0,65 1,10	1,08 0,31	0,00 0,90	6,73	1,07	-4,09 -2,26	-0,08 0,61	-8,72	-0,79	-5,69 -3,60	0,07 0,67					
1,1	0,60	0,60	3,1	1,59	0,65 1,10	1,08 0,31	0,17 0,81	7,80	1,37	-4,97 3,00	-0,33 0,40	-10,39	-1,06	-7,12 -4,86	-0,16 0,46					

Porównując zestawione w tabelicy 1 wartości współczynników L_u i L'_u z odpowiednimi wartościami L_f i L'_f podanymi w tabelicy 2 widzimy, że przed kompensacją mocy biernej bezwzględne wartości L_f i L_u są sobie równe. Natomiast po kompensacji, bezwzględne wartości L'_f są znacznie większe od L'_u . Oznacza to, że zależności $Q' = F(f)$ mają przebiegi bardziej strome, niż zależności $Q' = F(U)$.

Z tabelicy 1 wynika, że współczynniki γ'_u mają wartości dodatnie - a zatem wzrost napięcia powyżej poziomu znamionowego wywołuje wzrost poboru mocy pozornej. Natomiast współczynniki γ'_f , dla naturalnych współczynników mocy $\cos \varphi_{zn} \leq 0,80$, mają wartości ujemne. W tym przypadkach, obniżanie częstotliwości w układzie wywołuje wzrost pobieranej mocy pozornej. Wzrost ten jest tym większy, im niższa jest wartość naturalnego współczynnika mocy.

Z porównania wartości współczynników γ'_f zestawionych w tabelicy 2 wnioskujemy, że w miarę wzrostu stopnia kompensacji przesuwają się granice ujemnych wartości współczynników γ'_f . Po poprawie $\cos \varphi$ do wartości 0,90 współczynniki γ'_f , odpowiadające naturalnym współczynnikom mocy $\cos \varphi_{zn} \geq 0,80$, mają wartości dodatnie. W tych przypadkach, obniżenie częstotliwości w układzie wywołuje obniżenie pobieranej mocy pozornej.

Porównując podane w tabelicy 2 wartości współczynników L_f i $L_{f,U}$ oraz L'_f i $L'_{f,U}$ widzimy, że występująca jednocześnie ze zmianą częstotliwości zmiana napięcia wywołuje znaczne obniżenie wartości współczynników L_f i L'_f . Oznacza to, że zależności $Q = F(f)$ i $Q' = F(f)$ mają przebiegi bardziej strome, niż odpowiadające im zależności $Q = F(f,U)$ i $Q' = F(f,U)$.

Z tabelicy 2 wynika, że współczynniki γ'_f - dla naturalnych współczynników mocy $\cos \varphi_{zn} \leq 0,80$ - mają wartości ujemne. Natomiast po uwzględnieniu zmiany napięcia, wszystkie współczynniki $\gamma'_{f,U}$ dla $\cos \varphi_{zn} > 0,60$ mają wartości dodatnie. W tych przypadkach, obniżenie częstotliwości w układzie poniżej wartości znamionowej wywołuje jednocześnie obniżenie napięcia ($k_{f,U} > 0$) - co wpływa na obniżenie poboru mocy pozornej ($\gamma'_{f,U} > 0$).

LITERATURA

- [1] A. Bogucki, M. Wójcik: Napięciowe charakterystyki statyczne pobieranej mocy czynnej dla typowych grup odbiorów energetycznych - Energetyka Nr 7, 1962.
- [2] A. Bogucki, M. Wójcik: Równania naturalnych statycznych charakterystyk napięciowych mocy biernej pobieranej przez typowe grupy odbiorów - Energetyka Nr 2, 1962.
- [3] A. Bogucki, M. Wójcik: Równania częstotliwościowych charakterystyk statycznych pobieranej mocy czynnej dla typowych grup odbiorów - Energetyka Nr 8, 1962.

ВЛИЯНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ПИТАТЕЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ
И ЧАСТОТЫ НА КАЖУЩУЮСЯ МОЩНОСТЬ
НА ЗАЖИМАХ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ ЭНЕРГОСИСТЕМ

С о д е р ж а н и е

В статье дан анализ влияния изменения напряжения и частоты на кажущуюся мощность получаемую промышленными потребителями. Метод использован для рассуждений базируется на отношении между т. наз. коэффициентами относительного наклона зависимостей $\hat{S} = F(U)$, $S = F(f)$ а также $S = F(f, U)$ а коэффициентами относительного наклона статических характеристик приемов по напряжению или соответственно по частоте.

INFLUENCE DU CHANGEMENT DE LA TENSION D'ALIMENTATION
ET DE LA FRÉQUENCE SUR LA PUISSANCE APPARENTE AUX
BORNES DES RECEPTEURS DU SYSTÈME ÉNERGÉTIQUE

R é s u m é

Dans cet article, on a analysé l'influence du changement de la tension et de la fréquence sur la puissance apparente prise par les établissements industriels. La méthode des considérations appliquée ici est basée sur l'analyse du rapport fonctionnel entre les coefficients de l'inclinaison relative des caractéristiques de fonction $S = F(U)$, $S = F(f)$ et $S = F(f,U)$ et des coefficients de l'inclinaison relative des caractéristiques statiques de fréquence et de tension des récepteurs.