

ZYGMUNT GOGOLEWSKI
Katedra Maszyn Elektrycznych

TADEUSZ WRÓBEL
Wojskowa Akademia Techniczna

GEOMETRIA STREFY CZYNNEJ
PRĄDNICY INDUKTOROWEJ TYPU LORENZA-SCHMIDTA

Streszczenie. Posługując się specjalnym modelem własnej konstrukcji odtworzono obrazy pól magnetycznych w szczelinie powietrznej prądnicy induktorowej dla różnych ukształtowań zębów wirnika.

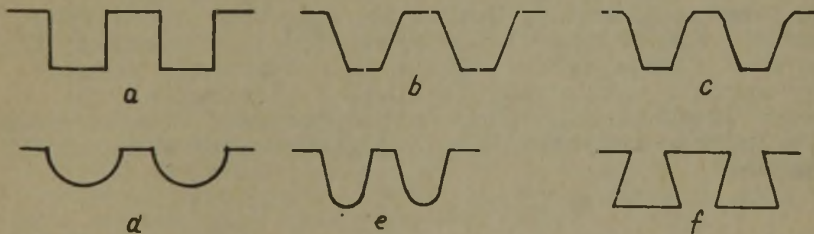
Wyliczone na podstawie obrazów pól magnetycznych przebiegi krzywej zmian indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej dla różnych ukształtowań zębów wirnika poddano analizie harmonicznej.

Na podstawie analizy harmonicznej wyłoniono dwa rodzaje zębów dające krzywe indukcji o najmniejszej zawartości wyższych harmonicznych, które następnie zbadane zostały na modelu fizycznym.

W rezultacie stwierdzono, że za najkorzystniejszy kształt zęba wirnika prądnicy induktorowej ze względu na możliwość uzyskania zbliżonej do sinusoidy krzywej sem, jak również z uwagi na dużą wartość indukowanej sem i możliwości technologiczne uznać należy ząb trapezoidalny ze ściętymi końcami.

1. Wstęp

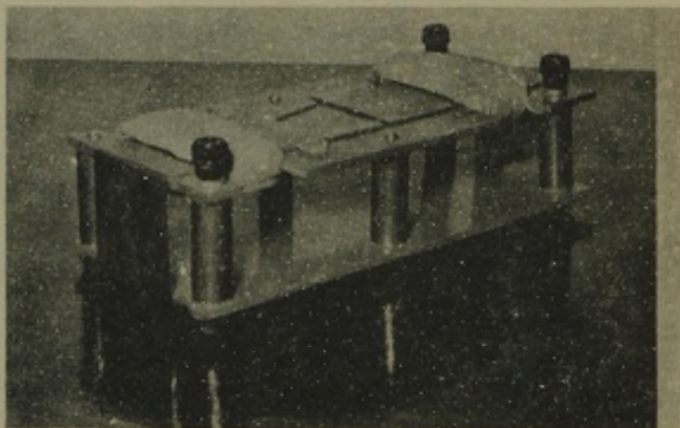
Od ukształtowania zęba wirnika w decydującym stopniu zależy kształt krzywej napięcia prądnicy induktorowej. W literaturze spotykamy najrozmaitsze rodzaje zębów wirnika, przy czym prze-



Rys. 1. Różne kształty zęba wirnika prądnicy induktorowej

ważnie autorzy podają je bez omówienia. Niektóre spośród nich przedstawia rys. 1. Najczęściej występuje ząb prostokątny, pokazany na rys. 1a [1], [9], [26], [30]. W pracach innych autorów występują zęby ukośne (rys. 1b) [4], [9], [16], [21] lub ukośne ze ściętymi końcami (rys. 1c) [6], [32]. Często powtarza się również żłobek wirnika półkolisty (rys. 1d) [9], [23] lub eliptyczny (rys. 1e) [15], [19], [24], [25] a niekiedy nawet występuje struktura uzębienia pokazana na rys. 1f [3], [13].

W celu określenia najkorzystniejszego kształtu uzębienia wirnika odtworzono krzywe indukcji magnetycznej dla struktur widocznych na rys. 1 a,b,c,d,e,f. Dla uzyskania rozkładu indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej prądnicy indukcyjnej przy biegu jałowym konieczne jest uzyskanie obrazu pola magnetycznego w szczelinie powietrznej.



Rys. 2. Model strefy czynnej prądnicy indukcyjnej

Do odtwarzania obrazów pól magnetycznych najczęściej stosowane jest modelowanie elektryczne metodą reograficzną lub metodą wanny elektrolitycznej. W tej pracy zastosowano modelowanie magnetyczne za pomocą opiłków żelaznych na specjalnym modelu własnej konstrukcji. Obrazy pola uzupełniono metodą graficzną Lehmana-Richtera. Metoda ta stosowana jest rzadko, posłużono się nią na przykład w pracy [22]. W niniejszej pracy zastosowano specjalne urządzenie do wytwarzania silnych pól magnetycznych z wymiennymi modelami zęba wirnika (rys. 2).

W celu uzasadnienia wyboru metody poniżej będą omówione wymienione metody modelowania pól magnetycznych w maszynach elektrycznych.

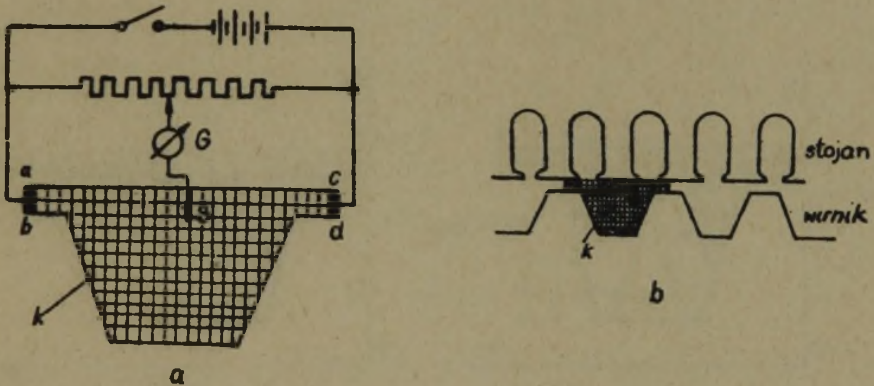
2. Modelowanie pola magnetycznego w szczelinie powietrznej prądniczy induktorowej metodą reograficzną

Modelowanie pól magnetycznych w maszynach elektrycznych metodą reograficzną jest znane w literaturze [8], [17], [27].

Metoda reograficzna opiera się na analogii pomiędzy polem magnetycznym w maszynie elektrycznej a polem elektrycznym w geometrycznie podobnym modelu z materiału przewodzącego. Do pomiarów wykorzystuje się płaski model (k na rys. 3a), geometrycznie podobny do strefy, której obraz pola ma być odtworzony (k na rys. 3b). Jako materiał stosowane są najczęściej cienkie (0,1+0,02 mm) arkusze blachy manganinowej, ołowianej lub aluminiowej. Są to przeważnie materiały o przewodności właściwej γ leżącej w dużych granicach:

$$10^5 \Omega^{-1} \text{cm}^{-1} \geq \gamma \geq 10^{-5} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$$

Wadą tych materiałów jest ich stosunkowo duża przewodność właściwa γ a więc małe napięcie przyłożone do modelu (rzędu ułamków wolta) co związane jest z ograniczeniem dopuszczalną gęstością prądu. Zmniejsza to dokładność pomiarów.



Rys. 3. Modelowanie elektryczne pola magnetycznego w szczelinie powietrznej prądniczy induktorowej metodą reograficzną

W celu umożliwienia posługiwania się większymi napięciami wykonuje się modele z papieru lub preszpanu z naniesioną cienką warstwą przewodzącą: lakieru, farby, grafitu. Można również stosować specjalnie w tym celu wyprodukowany papier przewodzący, zawierający domieszki sadzy lub grafitu.

Wzdłuż linii ab i cd przyłączone są elektrody. Elektrody wykonane z materiału dobrze przewodzącego przymocowane są śrubami

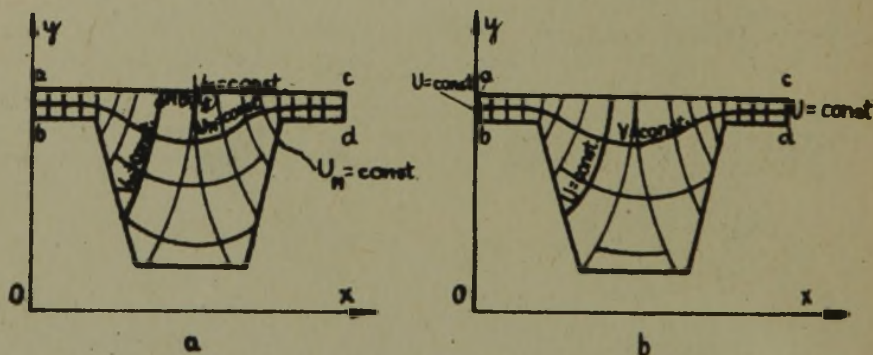
mi lub przyspawane do blachy modelu. W przypadku modeli papierowych elektrody mogą być wykonane z blachy miedzianej o grubości 0,1+0,2 mm i przyklejone do papieru za pomocą kleju przewodzącego.

Ponieważ przewodność właściwa elektrod jest znacznie większa od przewodności właściwej blachy, a także przekrój elektrod jest bardzo duży, więc pomijając spadki napięcia w nich linie ab i cd, wzdłuż których są ułożone elektrody można przyjąć za elektryczne linie ekwipotencjalne.

Po przyłożeniu napięcia do elektrod ab i cd w modelu k pojawia się prąd elektryczny, którego pole powinno mieć identyczny obraz jak rozpatrywane pole magnetyczne. Można to uzasadnić w następujący sposób.

Jeżeli rozpatrujemy pole w płaszczyźnie prostopadłej do wału prądnicy indukcyjnej, przechodzącej przez środek pakietu stojana to pole takie możemy uważać za płasko-równoległe (jednakowe dla wszystkich płaszczyzn prostopadłych do wału), dla którego funkcja strumienia V_M i skalarny potencjał magnetyczny U_M spełniają równanie Laplace'a w następującej postaci:

$$\frac{\partial^2 V_M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_M}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 U_M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_M}{\partial y^2} = 0$$



Rys. 4. Teoretyczne uzasadnienie modelowania elektrycznego pola magnetycznego w szczelinie powietrznej prądnicy indukcyjnej

a) wycinek przestrzeni powietrznej prądnicy indukcyjnej, b) model elektryczny

Funkcja strumienia w punkcie $M(x,y)$: $V_M = \frac{\psi_H}{l}$ zależy od położenia punktu M , jest więc funkcją współrzędnych tego punktu.

ψ_H - strumień wektora natężenia pola magnetycznego przechodzący przez część wycinka przestrzeni powietrznej prądniczy induktorowej zależną od położenia punktu M (w płaszczyznach prostopadłych do wału, a tym samym do osi z na rys. 4a),

l - długość pakietu.

Dla wszystkich punktów leżących na jednej i tej samej linii natężenia pola magnetycznego funkcja strumienia ma tę samą wartość:

$$V_M(x,y) = \text{const}$$

Jest to równanie linii sił pola magnetycznego.

Równanie magnetycznych linii ekwipotencjalnych będzie:

$$U_M(x,y) = \text{const}$$

Założono nieskończenie dużą przenikalność żelaza prądniczy, a tym samym powierzchnia wytoczenia stojana i powierzchnia wirnika są powierzchniami jednakowego potencjału magnetycznego. A zatem linie brzegowe ac oraz bd są liniami jednakowego potencjału magnetycznego. Tak więc linie sił pola magnetycznego są prostopadłe do linii ekwipotencjalnych, są więc też prostopadłe do powierzchni wytoczenia stojana oraz żelaza wirnika (rys. 4a).

Pole elektryczne w modelu reograficznym jest również polem płasko-równoległym, spełniającym równanie Laplace'a dla funkcji strumienia V i dla potencjału elektrycznego U :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0$$

Równanie linii sił pola elektrycznego ma postać:

$$V(x,y) = \text{const},$$

zaś równanie elektrycznych linii ekwipotencjalnych:

$$U(x,y) = \text{const}.$$

Linie sił pola elektrycznego są jednocześnie liniami prądu elektrycznego w konsekwencji zależności pomiędzy wektorem gęstości prądu δ oraz natężenia pola elektrycznego E dla modelu (z jednorodnego izotropowego materiału)

$$\delta = \gamma E$$

γ - przewodność właściwa materiału modelu.

Tak więc równanie linii prądu elektrycznego ma również postać:

$$V(x,y) = \text{const.}$$

Linie brzegowe ac i bd (rys. 4b) są w tym przypadku liniami prądu elektrycznego.

Obraz pola elektrycznego w modelu (rys. 4b) jest identyczny z obrazem pola magnetycznego w odpowiednim wycinku przestrzeni powietrznej w prądniccy induktorowej (rys. 4a): linie prądu elektrycznego w modelu pokrywają się z magnetycznymi liniami ekwipotencjalnymi w oryginale; elektryczne linie ekwipotencjalne dla modelu pokrywają się z magnetycznymi liniami sił dla oryginale.

Odtworzenie linii ekwipotencjalnych w modelu odbywa się w układzie pokazanym na rys. 3a. Na modelu zaznaczona jest siatka współrzędnych; analogiczna siatka wykreślona jest na papierze, na którym nanosi się wyniki pomiarów. Do wyznaczania linii ekwipotencjalnych służy galvanometr magnetoelektryczny z przyłączonym do jednego z zacisków mosiężnym kolcem.

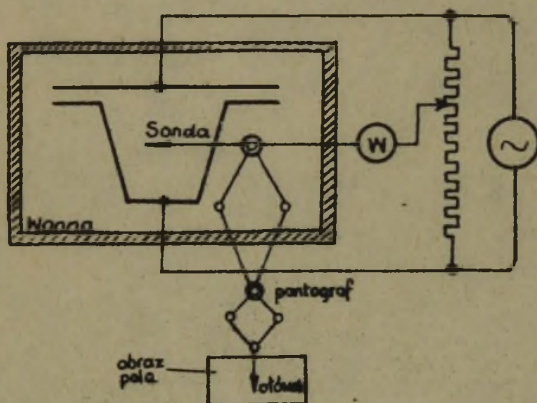
Po uzyskaniu w ten sposób przebiegu elektrycznych linii ekwipotencjalnych (jednoznacznych z liniami sił pola magnetycznego w oryginale) - przebieg elektrycznych linii sił (jednoznacznych z liniami ekwipotencjalnymi w oryginale) odtwarza się metodą graficzną Lehmana-Richtera, której teoretyczne uzasadnienie podane będzie w dalszym ciągu artykułu.

Poważną wadą metody reograficznej jest trudność uzyskiwania równomiernej grubości warstwy przewodzącej lub blachy modelu oraz jednorodności materiału, co jest źródłem poważnych błędów w pomiarach. Do pomiarów wymagana jest bardzo precyzyjna aparatura pomiarowa. Metoda ta jest również bardzo pracochłonna i nieodpowiednia w przypadku konieczności wymodelowania większej liczby pól magnetycznych.

3. Modelowanie pola magnetycznego w prądniccy induktorowej metodą wanny elektrolitycznej

Modelowanie pól magnetycznych metodą wanny elektrolitycznej jest dostatecznie opisane w literaturze [8], [10], [11], [12], [18], [27]. Metoda ta opiera się na wykorzystaniu zjawiska jonowej przewodności elektrolitów.

W szklanej wannie (rys. 5) wypełnionej elektrolitem (słabym roztworem soli, kwasu lub zasady) znajdują się elektrody o kształcie granicznych linii ekwipotencjalnych badanego pola magnetycznego. Linie pola magnetycznego będą odpowiadały wprost zdjętym w tym układzie liniom pola elektrycznego. Elektrody wykonane są ze stali, żelaza, miedzi lub brązu w zależności od rodzaju zastosowanego elektrolitu. Elektrody przyłączone są do źródła prądu zmiennego o niskim napięciu (w celu uniknięcia przegrzewania elektrolitu). Równoległe z elektrodami do źródła napięcia przyłączony jest dzielnik napięcia. Sonda połączona jest z zerowym punktem dzielnika napięcia poprzez wskaźnik zerowy W.



Rys. 5. Modelowanie elektryczne pola magnetycznego w szczelnie powietrznej prądniczy induktorowej metodą wanny elektrolitycznej

Punkty jednakowego potencjału znajduje się metodą kompensacyjną, według wskazań zerowych wskaźnika W. Punkty te są przenoszone na papier za pomocą pantografu sprzężonego mechanicznie z sondą. Łącząc je odpowiednio ze sobą otrzymuje się linie ekwipotencjalne.

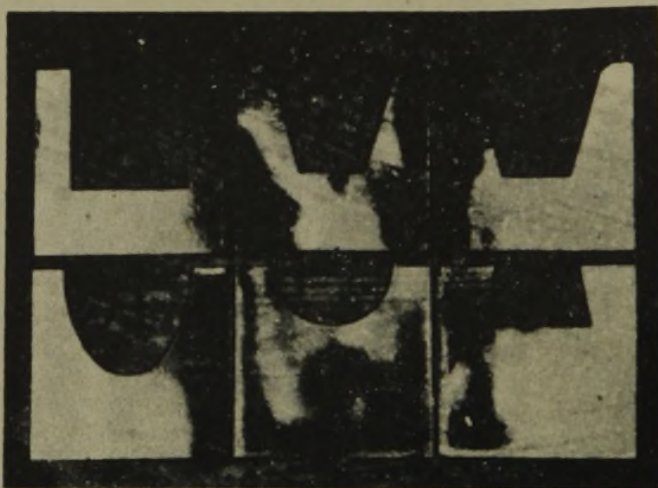
Jako wskaźniki zerowe stosowane są przyrządy używane zazwyczaj w układach mostkowych prądu zmiennego: galwanometr wi-bracyjny, wzmacniacz lampowy z galwanometrem wskazówkowym, oscylograf elektroniczny, wzmacniacz lampowy z sygnałem akustycznym.

W celu uzupełnienia obrazu pola magnetyczne linie sił wykreśla się metodą graficzną Lehmana-Richtera.

Modelowanie pola magnetycznego metodą wanny elektrolitycznej jest bardzo złożone, pracochłonne i wymaga kosztownej aparatury. Dlatego w tej pracy, gdzie wymagane jest uzyskanie dużej liczby obrazów pól - jest nie do przyjęcia.

4. Modelowanie pola magnetycznego w prądniccy induktorowej metoda magnetyczna

Dla odtworzenia obrazu pola magnetycznego metodą graficzną Lehmana-Richtera konieczna jest znajomość przebiegu magnetycznych linii sił [15]. Przebieg magnetycznych linii sił uzyskano z dużą dokładnością dzięki zastosowaniu urządzenia pokazanego na rys. 2. Na szkielecie z płyt bakelitowych rozpięta jest

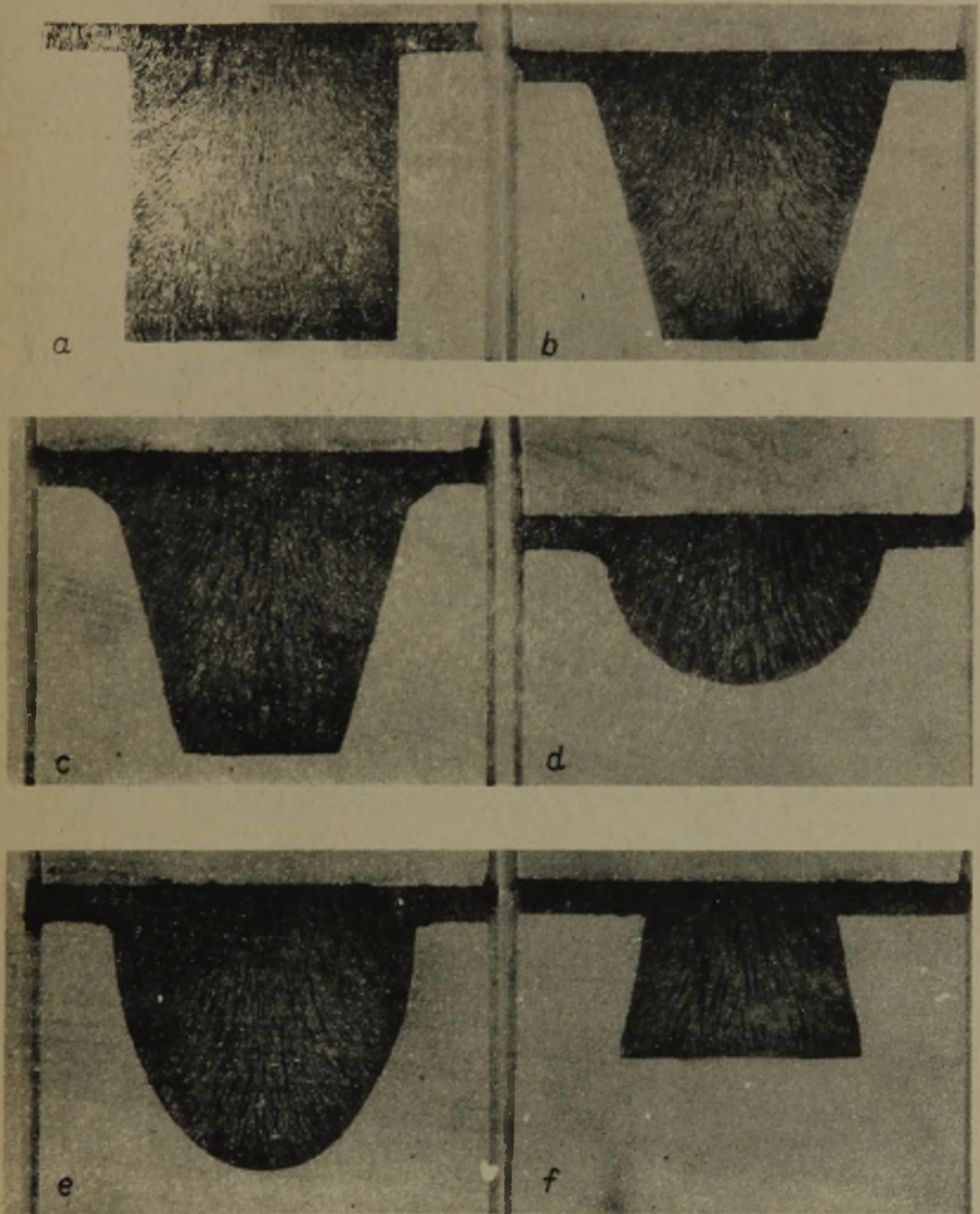


rys. 6. Modele uzębienia wirnika prądniccy induktorowej

blacha żelazna o grubości 1,5 mm, która tworzy zamknięty obwód magnetyczny. Dwie cewki zasilane prądem stałym wytwarzają silne pole magnetyczne. Część blachy należącej do obwodu magnetycznego jest wymienna. Jest to model uzębienia wirnika. Wykonano szereg takich modeli (rys. 6) dla struktur pokazanych na rys. 1a, b, c, d, e, f. Przestrzeń powietrzną posypywano opilkami z twardego żelaza, po czym przyłączano napięcie. Opilki ustawiały się wzdłuż magnetycznych linii sił. Tak uzyskane rozkłady pól rotografowano. Zdjęcia tych pól magnetycznych widoczne są na rys. 7a, b, c, d, e, f.

Wytoczenie stojana we wszystkich modelach przyjęto jako linię ciągłą co dla prądniccy typu Lorentza-Schmidta może być założone w pierwszym przybliżeniu, gdyż półzamknięte żłobki stojana wprowadzają pewne zmiany w obrazie pola w szczeliny powietrznej.

W celu uzyskania dokładnych wyników otwarcie żłobków stojana musi być uwzględnione, gdyż jak wykazano w nieopublikowanej pracy [20] jego wpływ na przebieg zjawisk w strefie czynnej prądniccy induktorowej jest niepomijalny. W badaniach na mode-



Rys. 7. Zdjęcie fotograficzne rozkładu linii sił magnetycznych w szczelinie powietrznej dla różnych rodzajów zębów wirnika prądnicoy induktorowej

lu fizykalnym przeprowadzonych w ramach niniejszej pracy wpływ otwarcia żłobków nie został pominięty, pozwalając na uzyskanie dokładnych wyników.

Po uzyskaniu zdjęć rozkładu linii sił magnetycznych dla różnych rodzajów zębów wirnika metodą magnetyczną - uzupełniono odczyty pola magnetycznego metodą graficzną Lehmana-Richtera

Odtworzenie rurek pola magnetycznego metodą Lehmana-Richtera polega na takim doborze rurek jednostkowych, by ich przewodności magnetyczne były jednakowe. Rurki utworzone są z linii sił pola magnetycznego i linii ekwipotencjalnych, prostopadłych do siebie, przy czym długość i szerokość rurki jednostkowej są jednakowe.

Gładką powierzchnię wytoczenia stojana i powierzchnię zębów wirnika przyjęto jako powierzchnie ekwipotencjalne. Przenikalność magnetyczną żelaza przyjęto jako nieskończoność duża.

Oporność magnetyczna rurki linii sił (rys. 8) wyniesie:

Rys. 8. Obraz pola magnetycznego w szczeliny powietrznej prądnicy indukcyjnej

$$R_m = \frac{1}{\mu_0 l_i} \int \frac{dl}{b} \approx \frac{1}{\mu_0 l_i} \frac{\delta_x}{b_x}$$

l_i - głębokość rurki (wymiar w kierunku prostopadłym do płaszczyzny rysunku); dla wszystkich rurek przyjęto $l_i = 1 \text{ cm}$,

δ_x - średnia długość rurki,

b_x - średnia szerokość rurki.

Oporność magnetyczna rurki:

$$R_m = \frac{1}{\mu_0 l_i} \frac{\delta_x}{b_x}$$

Przewodność magnetyczna rurki:

$$\lambda = \mu_0 l_i \frac{b_x}{\delta_x}$$

Z powyższego wynika, że indukcja magnetyczna B_x na długości obwodu stojana a_x (rys. 8) jest proporcjonalna do $\frac{b_x}{\delta_x a_x}$.

Długość rurki nad środkiem zęba wirnika wynosi δ . Dla rurki znajdującej się nad środkiem zęba zachodzi zależność:

$$b_x = a_x$$

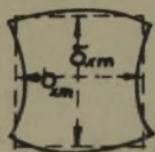
Wobec tego indukcja magnetyczna nad osią symetrii zęba wirnika B_p jest proporcjonalna do $\frac{1}{\delta}$. Jeżeli weźmiemy pod uwagę dowolną x -tą rurkę i rurkę Nr 1 (nad środkiem zęba wirnika), to jak wiadomo są one pod działaniem tego samego napięcia magnetycznego, wobec czego ich natężenia pola (a więc i indukcję) będą się miały do siebie tak jak przewodności magnetyczne. Na podstawie powyższego można napisać:

$$\frac{B_x}{B_p} = \frac{\frac{b_x}{\delta_x a_x}}{\frac{1}{\delta}}$$

Stąd indukcja magnetyczna dla miejsca na obwodzie stojana odpowiadającego x -tej rurce magnetycznej może być obliczona ze wzoru:

$$B_x = B_p \frac{b_x \delta}{a_x \delta_x} \quad (1)$$

W celu ułatwienia obliczania wymiarów geometrycznych rurek magnetycznych zgodnie z metodą Lehmana-Richtera [15] obraz pola można podzielić na rurki jednostkowe, tworzące siatkę. Rurki jednostkowe (rys. 9) konstruowane są w ten sposób, by była spełniona zależność:

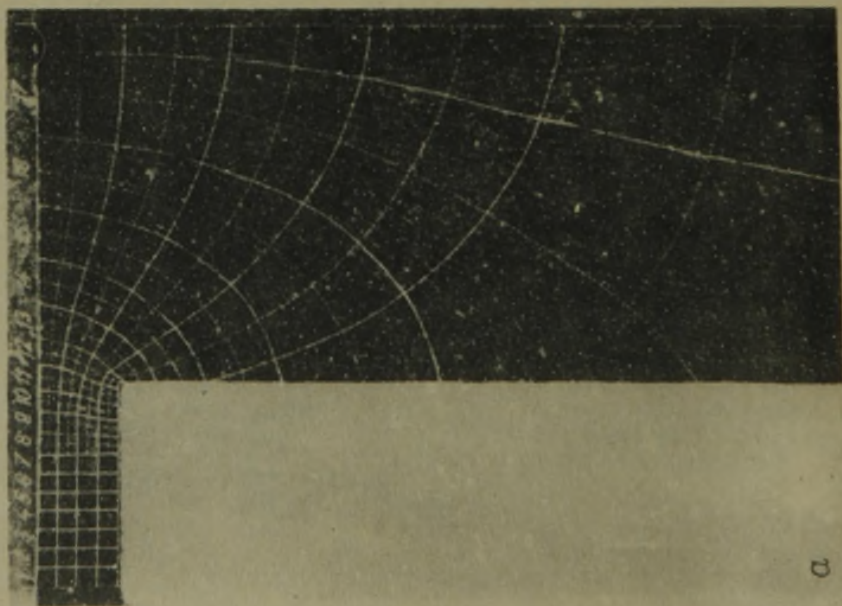
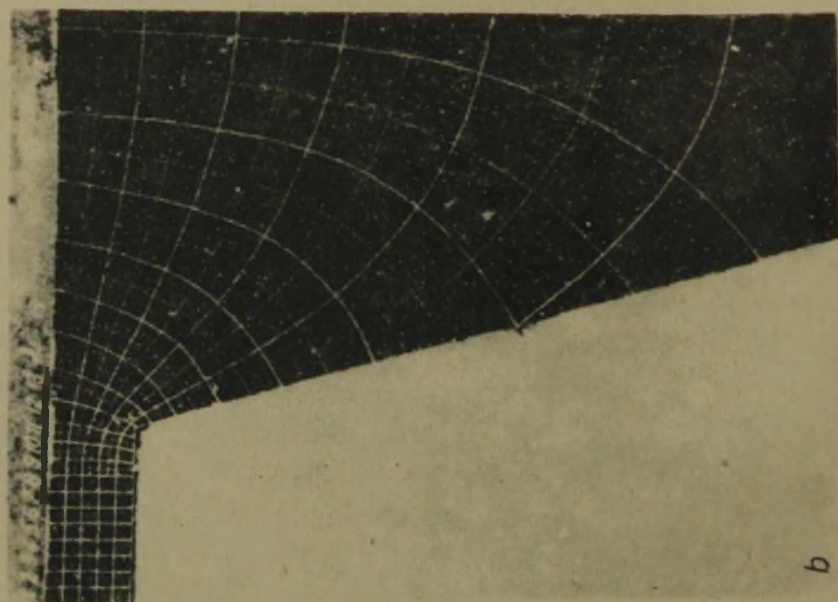


$$b_{xm} = \delta_{xm}$$

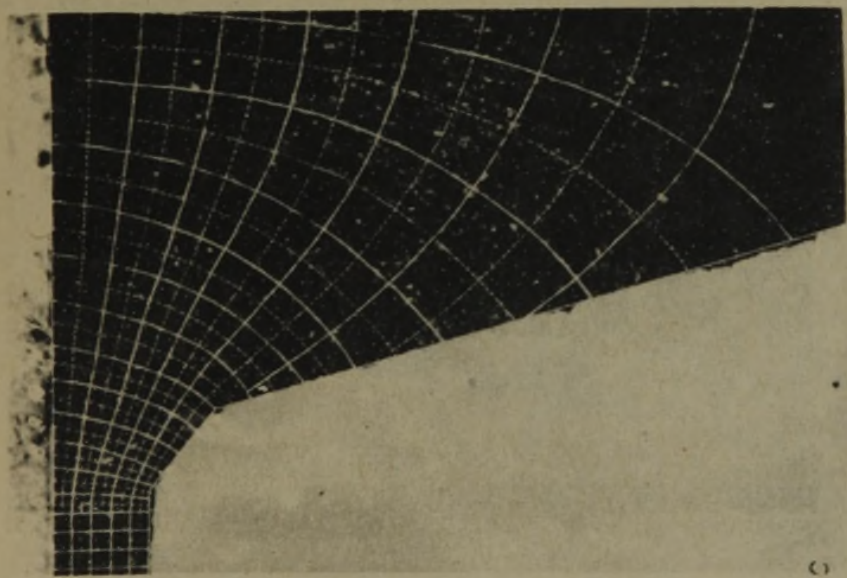
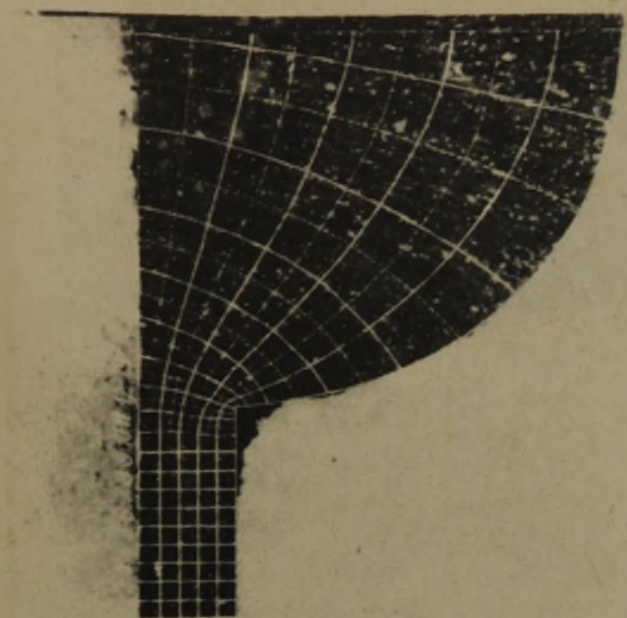
Rys. 9. Konstrukcja rurek jednostkowych zgodnie z metodą Lehmana-Richtera

b_{xm} - szerokość rurki jednostkowej,

δ_{xm} - długość rurki jednostkowej.



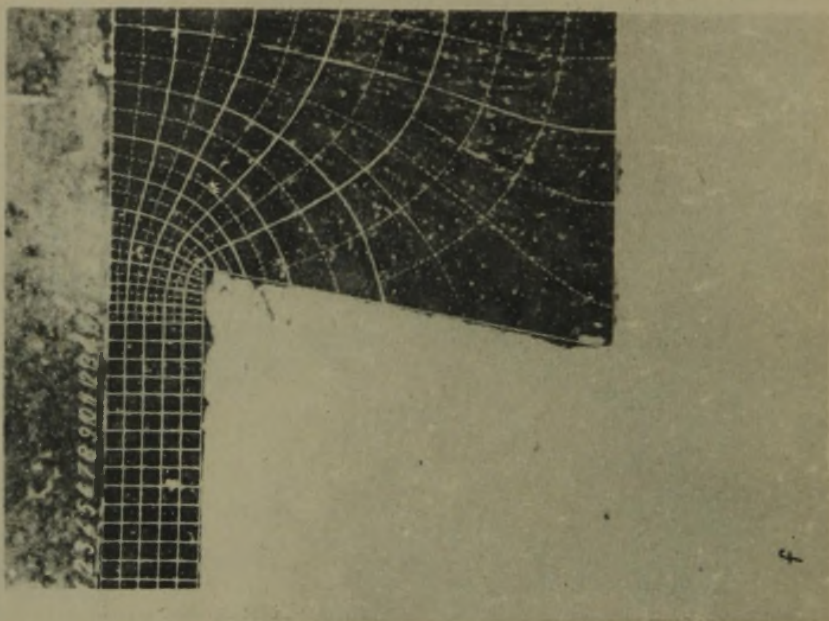
Rys. 10. Obrazy pola magnetycznego dla różnych struktur usy-
skane drogą modelowania magnetycznego



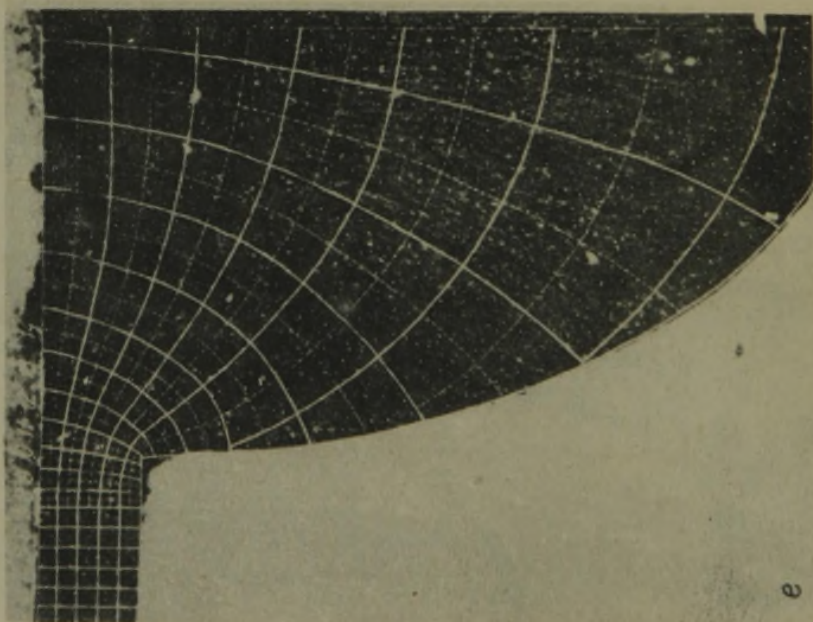
d

od. rys. 10

c

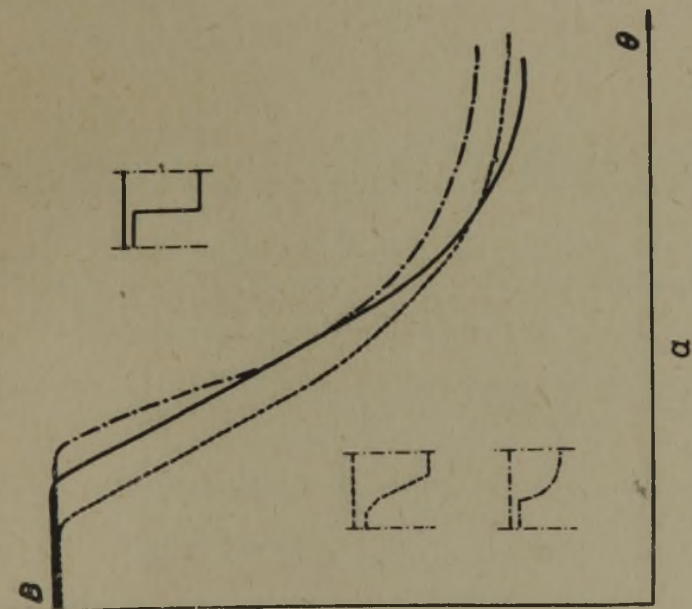
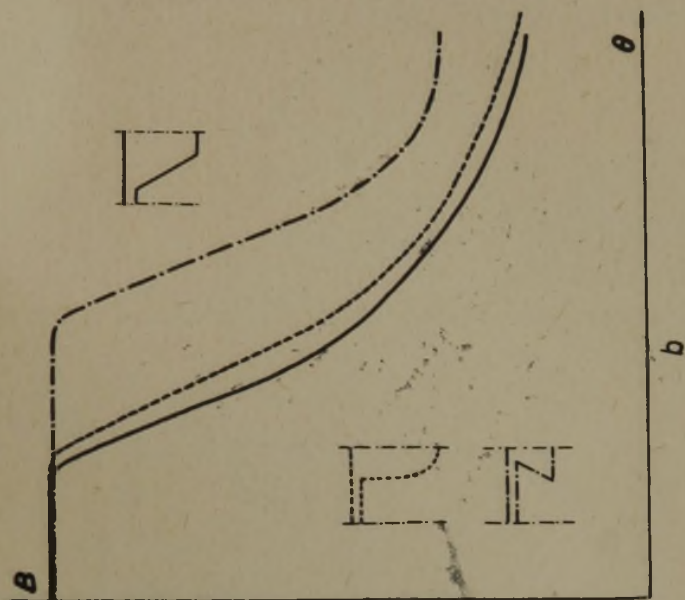


f



e

od. rys. 10



Rys. 11. Krzywe rozkładu indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej prądnic inductorowej dla różnych struktur uzębienia

Jeżeli przyjmiemy, że na długość rurki magnetycznej przypada m rurek jednostkowych to wówczas:

$$\delta_x = \sum_0^m \delta_{xm}$$

$$b_x = \frac{\sum_0^m b_{xm}}{m}$$

Po uwzględnieniu powyższego wzór (1) przyjmie postać:

$$B_x = B_p \frac{\delta \sum_0^m b_{xm}}{a_x \sum_0^m \delta_{xm} m} \quad (2)$$

W pracy posłużono się tym wzorem co dało dużą wygodę. Na wstępie odtworzone zostały obrazy pola magnetycznego dla struktur zębienia pokazanych na rys. 7. Obrazy te widoczne są na rys. 10. Posługując się wzorem (2) z obrazów pól wyliczone przebiegi krzywych indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej dla poszczególnych struktur zębienia. Rysunki 11a-11b przedstawiają uzyskane krzywe rozkładu indukcji w szczelinie powietrznej.

5. Analiza harmoniczna krzywych rozkładu pola magnetycznego w szczelinie powietrznej prądnicy induktorowej przy biegu jałowym

Rozpatrywane krzywe rozkładu indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej prądnicy induktorowej są jednoznacznie określonymi funkcjami odkształconymi kąta obrotu wirnika $f(\alpha)$, które spełniają warunki Dirichleta w pewnym przedziale zmiennej niezależnej.

Jak wiadomo, funkcja okresowa, odkształcona, spełniająca warunki Dirichleta może być rozwinięta w szereg Fouriera o postaci:

$$y = f(\alpha) = A_0 + B_1 \sin \alpha + A_1 \cos \alpha + B_2 \sin 2\alpha + A_2 \cos 2\alpha + \dots + B_n \sin n\alpha + A_n \cos n\alpha \quad (3)$$

lub

$$y = A_0 + \sum_{n=1}^{n=\infty} (B_n \sin n\alpha + A_n \cos n\alpha)$$

Dzięki odpowiedniemu ustawieniu osi rzędnych (rys. 12) rozpatrywana funkcja jest funkcją parzystą (symetryczną względem osi rzędnych). Dla funkcji parzystej:

$$f(\alpha) = f(-\alpha)$$

Ponieważ rozpatrywana funkcja jest parzystą, więc każdy wyraz w jej szeregu Fouriera musi być parzysty, szereg zatem nie zawiera wyrazów sinusoidalnych (nieparzystych) [2], [28], [29].

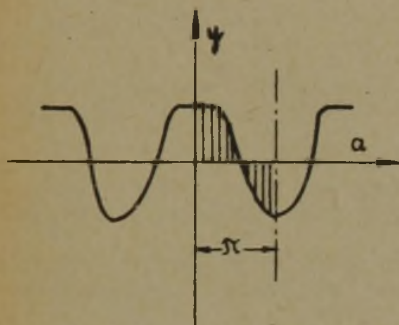
Tak więc dla rozpatrywanej krzywej szereg uprości się do postaci:

$$y = f(\alpha) = A_0 + A_1 \cos \alpha + A_2 \cos 2\alpha + \dots + A_n \cos n\alpha \quad (4)$$

lub

$$y = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos n\alpha$$

Rys. 12. Do analizy harmonicznej krzywej indukcji



Ze względu na symetrię krzywej przeprowadzona została analiza dla części krzywej w granicach kąta od 0 do $+\pi$ (rys. 12).

Ponieważ nie jest znane analityczne wyrażenie krzywej, posłużono się metodą graficzną obliczenia współczynników A_0 oraz A_n . Metoda opiera się na zastąpieniu różniczek $d\alpha$ przez przyrosty kąta $\Delta\alpha$. Połówkę okresu π podzielono na $m=24$ jednakowych odcinków. Tak więc:

$$180^\circ = m\Delta\alpha.$$

Rzędne $y_1, y_2, y_3, \dots, y_k \dots, y_m$ odnoszą się do środków odcinków $\Delta\alpha$.

A_0 jest wartością średnią funkcji wyrażonej równaniem (4), można je więc otrzymać przez całkowanie (4) ze względu na α w granicach od 0 do π .

Tak więc:

$$A_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} y \, d\alpha \approx \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^m y_k \Delta\alpha_k \approx \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m y_k$$

Wyrażenie na A_n można otrzymać mnożąc równanie (4) przez $\cos n\alpha$ i całkując w granicach od 0 do π :

$$\begin{aligned} & \int_0^{\pi} y \cos n\alpha \, d\alpha = \\ & = \int_0^{\pi} A_0 \cos n\alpha \, d\alpha + \int_0^{\pi} A_1 \cos \alpha \cos n\alpha \, d\alpha + \dots + \int_0^{\pi} A_n \cos n\alpha \cos n\alpha \, d\alpha \quad (5) \end{aligned}$$

Pierwsza całka po prawej stronie równania jest równa zero, gdyż pod znakiem całki znajduje się \cos , zaś całkowanie odbywa się w granicach od 0 do π .

Druga całka po prawej stronie równania (i następne) jest całką typu $\int \cos m\alpha \cos n\alpha$; może ona być przekształcona następująco:

$$\begin{aligned} \int_0^{\pi} A_n \cos m\alpha \cos n\alpha \, d\alpha &= \frac{A_n}{2} \int_0^{\pi} [\cos(m+n)\alpha + \cos(m-n)\alpha] \, d\alpha = \\ &= \frac{A_n}{2} \int_0^{\pi} \cos(m+n)\alpha \, d\alpha + \frac{A_n}{2} \int_0^{\pi} \cos(m-n)\alpha \, d\alpha \quad (6) \end{aligned}$$

Jeżeli $m \neq n$, wówczas obie całki składowe są równe zero. Dla $m = n$ pierwszy wyraz prawej strony równania (6) równa się zero zaś n -ty jest równy:

$$\frac{A_n}{2} \int_0^{\pi} d\alpha = \frac{A_n \pi}{2}$$

Z tego wyniku na podstawie wzoru (5), że







$$\int_0^{\pi} y \cos n\alpha \, d\alpha = \frac{A_n \pi}{2}$$

czyli, uwzględniając graficzne sumowanie rzędnych krzywej indukcyjnej otrzymamy następujące wyrażenie:

$$A_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} y \cos n\alpha \, d\alpha \approx \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^m y_k \cos n\alpha_k \Delta\alpha_k \approx \frac{2}{m} \sum_{k=1}^m y_k \cos n\alpha_k \quad (7)$$

Na podstawie wzoru (7) obliczono pierwszą, trzecią i piątą harmoniczną. Sprawdzenia otrzymanych wyników dokonywano metodą graficzną Ashwort-Harrisona [14].

Tablica 1

						
	a	b	c	d	e	f
A_1	88,5	85,1	78,9	85,25	81,8	69,8
A_3	-8,32	-5,31	-1,92	-8,1	-12,8	0,151
A_5	-1,3	-4,03	-4,45	-1,445	0,648	-0,372
$\frac{A_3}{A_1} \cdot 100\%$	-9,4	-6,24	-2,44	-9,5	-15,65	0,216
$\frac{A_5}{A_1} \cdot 100\%$	-1,47	-4,73	-5,64	-1,695	0,793	-0,533

Wyniki analizy harmonicznej zestawiono w tablicy 1. A_1 , A_3 i A_5 wyrażone są w milimetrach. W tablicy zestawione są również współczynniki zawartości harmonicznej:

$$\frac{A_n}{A_1} \cdot 100\%$$

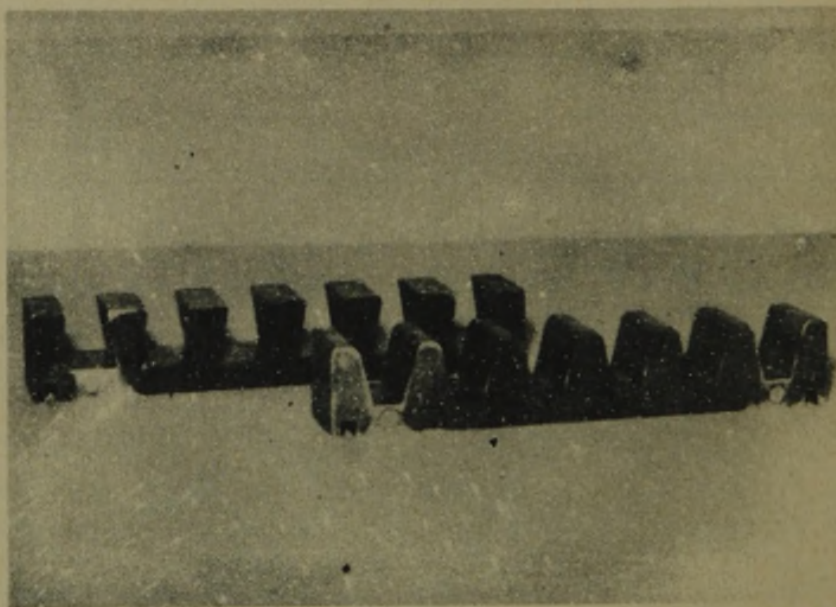
Na podstawie analizy harmonicznej kształt c i f prowadzące do najmniejszych zniekształceń kwalifikują się do dalszych badań.

6. Badania na modelu fizycznym

Modelowaniu magnetycznemu poddane były struktury uzębienia występujące w literaturze. W celu umożliwienia porównywania stopnia zniekształcenia krzywej dla różnych struktur badania prowadzone były przy $\frac{\delta}{\tau_w} = \text{const.} = 0,0659$.

Na podstawie analizy harmonicznej krzywych rozkładu indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej prądnicy indukcyjnej dla różnych kształtów zęba wirnika otrzymanych drogą mo-

delowania magnetycznego zwrócono uwagę na dwa ukształtowania zęba, które dawały krzywe o najmniejszym udziale wyższych harmonicznych: kształt trapezoidalny ścięty (kształt c w tablicy 1) oraz trapezoidalny odwrócony (kształt f w tablicy 1). W przypadku pierwszym znikomo mały był udział trzeciej harmonicznej ($\frac{A_3}{A_1} 100\% = -2,44\%$), zaś w drugim przypadku trzeciej i piątej harmonicznej ($\frac{A_3}{A_1} 100\% = 0,216\%$, $\frac{A_5}{A_1} 100\% = -0,533\%$).

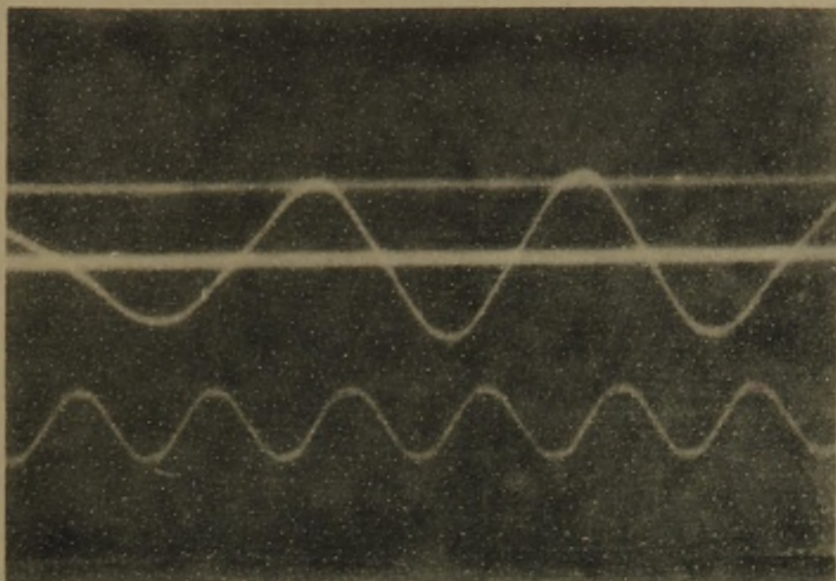


Rys. 13. Modele strefy czynnej wirnika dla dwu struktur do modelowania fizycznego

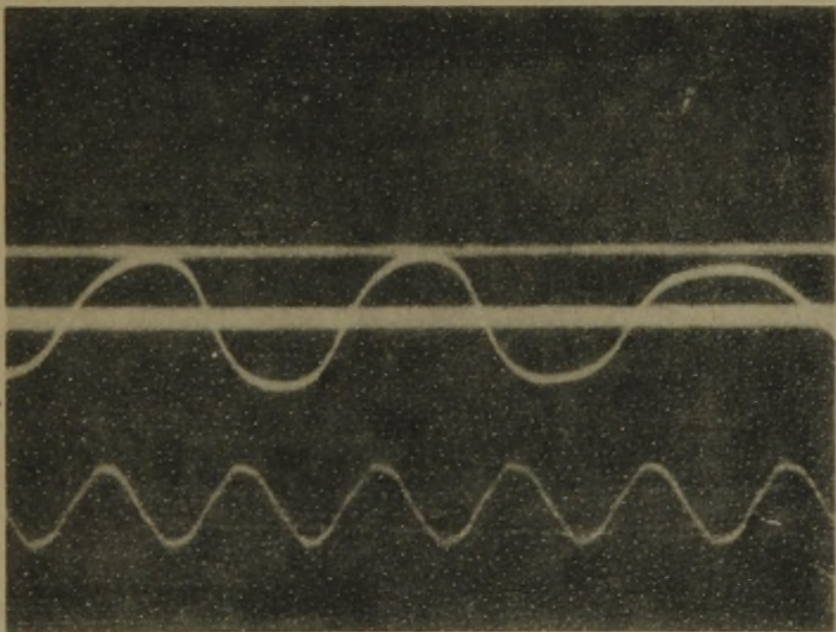
Wykonano modele strefy czynnej wirnika dla dwu wymienionych struktur (rys. 13) po czym przebadano je na modelu fizycznym opisanym w pracach [7] i [30], w którym ruch obrotowy wirnika zastąpiono został przez ruch posuwisto zwrotny zębatek. Oscylografowano krzywą napięcia twornika modelu fizycznego i metodą graficzną obliczano współczynnik zniekształcenia sinusoidalności krzywej.

Dobierając odpowiednio $\delta = \text{var.}$ dla zęba trapezoidalnego ściętego (rys. 13) znaleziono takie optimum, przy którym współczynnik zniekształcenia sinusoidalności jest znikomo mały ($k=5,73\%$). Współczynnik obliczano na podstawie zależności:

$$k = \frac{d}{S} 100\%$$



Rys. 14a. Przebieg napięcia twornika modelu fizycznego dla zęba trapezoidalnego ściętego



Rys. 14b. Przebieg napięcia twornika modelu fizycznego dla zęba trapezoidalnego odwróconego

gdzie δ jest największą różnicą pomiędzy rzędną danej krzywej odkształconej oraz odpowiadającą jej rzędną sinusoidy podstawowej, zaś s jest amplitudą sinusoidy podstawowej.

Otrzymaną sinusoidę napięcia modelu fizykalnego przedstawia rys. 14a. Sinusoidę tę otrzymano przy $\frac{\delta}{w} = 0,075$. Dla zęba

prostokątnego o tej samej szczelinie powietrznej współczynnik zniekształcenia może dochodzić do dwudziestu kilku %, Amplituda pierwszej harmonicznej wyniosła w tym przypadku $U_{1max} = 2,6$ V podczas gdy dla zęba prostokątnego o tej samej szczelinie powietrznej może osiągać 2,8 V.

Tak więc za korzystne uważać można zastosowanie zęba o kształcie trapezu z końcami ściętymi, który prowadzi do zmniejszenia współczynnika zniekształcenia sinusoidalności przy jednoczesnym nieznacznym tylko obniżeniu napięcia. Kształt taki jest łatwy do wykonania.

W wyniku przebadania zębki o kształcie trapezoidalnym odwróconym otrzymano oscylogram pokazany na rys. 14b. Współczynnik zniekształcenia sinusoidalności jest w tym przypadku również niski ($k=8,18\%$). Amplituda pierwszej harmonicznej jest mniejsza niż w przypadku zęba trapezoidalnego ściętego ($U_{1max} = 2,52$ V).

Rękopis złożono w Redakcji w styczniu 1965 r.

LITERATURA

- [1] Büssing W.: Einige Probleme bei der Gleichpolmaschine. Elektrot. Zeitschrift 9/1952.
- [2] Cholewicki T.: Metody obliczania obwodów elektrycznych PWT 1959.
- [3] Dombur L.E.: Garmoniczeskij analiz kriwych polja wozbuźdenija aksjalnoj induktornoj masziny i wybor optimalnych sootnoszenij geometrii zubcowoj zony. W zbiorze "Bezkontaktnyje el. masziny cz. III" Akad. Nauk. Łot. RSR Ryga 1963.
- [4] Dombur L.E.: Magnitnoe pole w wozdusznom zazorie induktornoj masziny s trapeceidalnymi zubcami rotora. W zbiorze "Bezk. el. masz. cz. III" Akad. Nauk. Łot. RSR Ryga 1963.
- [5] Frejtich Z.: Charakteristika naprázdno zubowého generatoru. Elektrotechn. Obzor 5/1957.
- [6] Gogolewski Z.: Analiza projektu wstępnego dla dokumentacji generatora synchronicznego jednofazowego 250 kVA 750/1500V. Praca nie publikowana.

- [7] Gogolewski Z., Wróbel T.: Badania modelowe prądnic induktorowych na podwyższonej częstotliwości. Zeszyty Nauk. Pol. Lit. Śląskiej Nr 98 Elektryka z. 17 1964.
- [8] Goworkow W.A.: Elektrieskije i magnitnyje pola. Swjazi-zdat-1951.
- [9] Hagedorn G.: Mittelfrequenz-Generatoren grösserer Leistung. Sonderbauformen Elektrischer Maschinen. GMBH Berlin 1958.
- [10] Jegorow P.M.: Eksperimentalnoje issledowanieje potencjalnych polej. Elektrichestwo 3/1954.
- [11] Jegorow P.M.: Issledowanieje wihrewych magnitnych polej w elektroliticheskoj wannie. Elektrichestwo 6/1955.
- [12] Karasiew W.A.: Modelirowanieje wihrewego magnitnogo polja. Elektrichestwo 5/1949.
- [13] Krasnoszapka M.M.: Induktornyje alternatory powyszenoj czastoty. W.W.A. im. Żukowskiego 1948.
- [14] Karman T.V., Biot M.A.: Metody matematyczne w technice PWN 1958.
- [15] Lehman T.: Graphische Methode zur Bestimmung des Kraftlinienverlaufs. E.T.Z. 1909.
- [16] Marchbanks M.J.: Coreless induction furnaces. Journal IEE London 1946.
- [17] Nejman L.R., Kalantarow R.: Teoreticzeskije osnovy elektrotechniki cz. 3. GUI Moskwa-Leningrad 1954.
- [18] Nietuszył A.W.: Razmiery kontaktnych reszotok pri modelirowanji polej w elektroliticheskoj wannie. Elektrichestwo 1955.
- [19] Oprendeck B.: Caracteristicile universale de mers in gol a le geneatoare de medie frecventé de tip inductor. Studii si cercetari Acad. R.P.R. Stiinte tehn. 3-4/1959.
- [20] Oprendeck B.: Influenta deschiderii crestaturii statorice asupra tensiunii induse la mersul in gol a le generatoare de medie frecventé de tip inductor. Praca nie publikowana.
- [21] Raby K.F.: High frequency inductor alternators. Electrical Times 10/1958.
- [22] Sapała Cz.: Jednofazowe maszyny podwyższonej częstotliwości. Politechnika Warszawska - dysertacja.
- [23] Schnetzler A.: Mittelfrequenz-Generatoren und ihre Anwendungsgebiete. Bulletin Oerlikon 251/1944.
- [24] Schonbacher K.: Berechnung der Leerlaufkennlinie eines Mittelfrequenzgenerators vom Gleichpoltyp E.T.Z. A 7/1955.
- [25] Schuisky W.: Berechnung elektrischer Maschinen. Springer Verlag Wien 1960.

- [26] Skruzitis K.E.: Magnitnoje pole zubczatogo rotora. W zbio-
rze Beskontaktnyje elektriczeskije masziny II, Ryga 1962.
- [27] Tetelbaum I.M.: Elektriczeskoe modelirovanije. Gos. Izdat.
Fiz. Mat. Lit. Moskwa 1959.
- [28] Thompson H.A.: Alternating current and transient circuit
analysis. Mc Graw-Hill 1955,
- [29] Valkenburg M.E.: Analiza układów elektrycznych. PWN 1961.
- [30] Wróbel T.: Badania modelowe nad strukturą strefy czynnej
jednofazowych prądnic induktorowych podwyższonej częstot-
liwości. Rozprawa doktorska WAT 1964.
- [31] Zeczichin B.S.: Magnitnoe pole w zazore induktornoj ma-
sziny s pulsirujuszczim potokom zubca rotora. Issledowan-
je specjalnych awjacionnych el. maszin. Oborongiz, Moskwa
1961.
- [32] Żeżerin R.P.: Induktornyje generatory. Gosenergoizdat, Mo-
skwa-Leningrad 1961.

ГЕОМЕТРИЯ АКТИВНОЙ ЗОНЫ ИНДУКТОРНОГО ГЕНЕРАТОРА ТИПА ЛОРЕНЦА-ШИМЦТА

Резюме

Пользуясь специальной моделью собственной конструкции воспроизведено изобра-
жения магнитных полей в воздушном зазоре индукторного генератора для разно-
видной формы зубцов ротора.

Рассчитанный на основании изображений магнитных полей ход кривой измене-
ний магнитной индукции в воздушном зазоре для разнообразных форм зубцов ротора
был подвергнут гармоническому анализу.

На основании гармонического анализа указано на два рода зубцов, дающих кри-
вые индукции с минимальным содержанием высших гармонических, которые затем
были испытаны на физикальной модели.

В результате этого убедились в том, что оптимальной формой зубца ротора
индукторного генератора, ввиду возможности получить близкую к синусоиде кри-
вую э.д.с., а также ввиду большого значения индуктированной э.д.с. и техноло-
гических возможностей, следует считать трапецидальный зубец со срезанными
концами.

GEOMETRY OF THE INDUCTOR GENERATOR ACTIVE ZONE OF
LORENZ-SCHMIDT TYPE

S u m m a r y

reproduction of the magnetic field pictures in the air gap of the inductor generator for several configurations of the rotor teeth by the special own construction model. Calculated from the magnetic field pictures curves of the magnetic induction changes in the air gap for several configurations of the rotor tooth were put on harmonic analysis.

Based on the harmonic analysis there appeared two types of tooth giving induction curves with the smallest quantity of the higher harmonics, which next were tested on the physics model. As the result the optimum shape of the rotor teeth of the inductor generator was chosen the trapezoidal teeth with the sheared ends because of possibility of obtaining e.m.f. curve approached to sinusoid and because of the high value of the induced e.m.f. and of technological possibilities.