ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1966
Seria: ELEKTRYKA z. 20 Nr kol. 158

ZOFIA CICHOWSKA
Katedra Podstaw Elektrotechniki

POPRAWA WSPÓŁCZYNNIKA MOCY W OBECNOŚCI WYŻSZYCH HARMONICZNYCH NAPIĘCIA ZASILAJĄCEGO[x)]

Streszczenie. Wykazano, że wprowadzenie samego tylko kondensatora pogarsza współczynnik mocy, natomiast wprowadzenie filtru daje możliwość poprawy do wartości bliskich jedności. Przeanalizowano wpływ trzech typów filtrów dolnoprzepustowych.

1. Wstęp

Wiele przyczyn składa się na to, że przebiegi prądów i napięć w sieciach często znacznie odbiegają od sinusoidalnych. Najczęstszym powodem odkształceń są wszelkiego typu nieliniowości występujące w układzie. Udział wyższych harmonicznych w krzywej napięcia i prądu jest zmienny i zależy od wielu czynników między innymi od obciążenia sieci, rodzaju połączeń, wahań napięcia, odległości od urządzeń powodujących odkształcenia. Oprócz całego szeregu bezpośrednich szkodliwych wpływów obecność wyższych harmonicznych znacznie utrudnia lub czasem wręcz uniemożliwia poprawę współczynnika mocy przy użyciu normalnie stosowanych środków. Problem wyższych harmonicznych w układach prostowniczych, a więc w układach, w których pierwotnym jest odkształcenie prądu, jest zagadnieniem rozpracowanym i opisanym w literaturze dość dokładnie. W odróżnieniu od tego problem wyższych harmonicznych w układach, w których występuje odkształcenie napięcia, nie był dotychczas rozpatrywany z punktu widzenia poprawy współczynnika mocy układu. Punktem wyjścia przedstawionych rozważań jest właśnie poprawa współczynnika mocy w obecności wyższych harmonicznych napięcia zasilającego.

Poprawa współczynnika mocy w układach o przebiegach odkształconych jest zagadnieniem o wiele bardziej złożonym niż w układach o przebiegach sinusoidalnych, w których poprawa współczynnika mocy jest równoznaczna z kompensacją mocy biernej. W układach o przebiegach sinusoidalnych kompensację przeprowadza się najczęściej przy użyciu kondensatorów energetycz-

[x)] Artykuł niniejszy zawiera główne tezy i wnioski pracy doktorskiej pt. "Podstawy teoretyczne projektowania filtrów mocy", której obrona odbyła się w dniu 28.VI.1965 r.

nych. Użycie samych tylko kondensatorów w układach o przebiegach prądów i napięć odkształconych może wprawdzie doprowadzić do całkowitej kompensacji mocy biernej, lecz współczynnik mocy układu nie tylko nie musi ulec poprawie, lecz może nawet okazać się dużo mniejszy od współczynnika mocy przed kompensacją. Dzieje się tak,ponieważ w układach o przebiegach odkształconych oprócz mocy czynnej P i mocy biernej Q występuje także moc deformacji K, która ma również wpływ na współczynnik mocy układu.

Współczynnik mocy λ jest równy stosunkowi mocy czynnej do mocy modułowej P_m

$$\lambda = \frac{P}{P_m} = \frac{P}{\sqrt{P^2+Q^2+K^2}} \tag{1}$$

Wprowadzenie do układu o przebiegach odkształconych równoległego kondensatora powoduje kompensację mocy biernej Q przy równoczesnym silnym wzroście mocy deformacji K; zatem nie daje żądanej poprawy współczynnika mocy λ. Wzrost mocy deformacji K w tym przypadku jest związany ze wzmocnieniem przez kondensator prądów wyższych harmonicznych.

2. Założenia

Do rozważań przyjęto schemat jednofazowy. W zależności od tego jaką sieć ma ten schemat odwzorowywać różne będą harmoniczne występujące w przebiegach prądów i napięć. Ogólnie rzecz biorąc brak w przebiegach harmonicznych parzystych, ponadto w symetrycznych układach trójfazowych bez przewodu zerowego brak harmonicznych rzędu 3n. Spośród harmonicznych parzystych wyjątek stanowi druga harmoniczna, która pojawia się często w prądzie i napięciu szczególnie w pobliżu hutniczych pieców łukowych, pieców karbidowych i w trakcji. Trzecia harmoniczna występuje często również jako jedyna harmoniczna rzędu 3n. W prądzie pieców łukowych jej procentowy udział wskutek asymetrii pieców w zależności od obciążenia może być wysoki.

W dalszej analizie przyjęto więc oprócz harmonicznej podstawowej pasmo harmonicznych zaczynające się od trzeciej, a zawierające oprócz tego same harmoniczne nieparzyste bez dalszych harmonicznych rzędu 3n. To założenie obowiązuje w układach jednofazowych, w układach trójfazowych z przewodem zerowym i w układach trójfazowych bez przewodu zerowego z niewielką asymetrią. Dla układów trójfazowych symetrycznych pasmo zaczyna się od piątej harmonicznej. Przyjęty jednofazowy schemat układu podaje rys. 1. Jest to łańcuchowe połączenie dwójnika reprezentującego system zasilający, czwórnika L reprezentującego linię i transformatory oraz dwójnika O reprezentującego odbiornik.

Dla układu tego poczyniono następujące założenia:

1. Funkcja przebiegu napięcia zasilającego jest okresowa, przemienna, całkowalna wraz z kwadratem i spełnia warunki Dirichleta, czyli jest rozwijalna w symboliczny szereg Fouriera o postaci

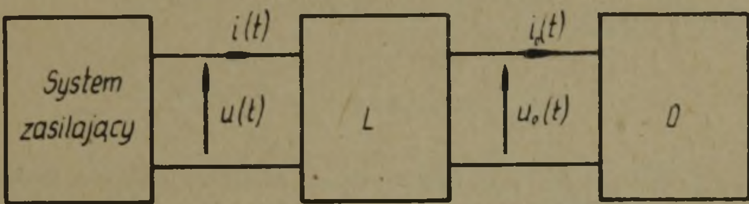
$$u(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} U_n e^{j(n\omega t - \delta_n)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{U}_n e^{jn\omega t} \qquad (2)$$

gdzie U_n - połowa amplitudy n-tej harmonicznej.

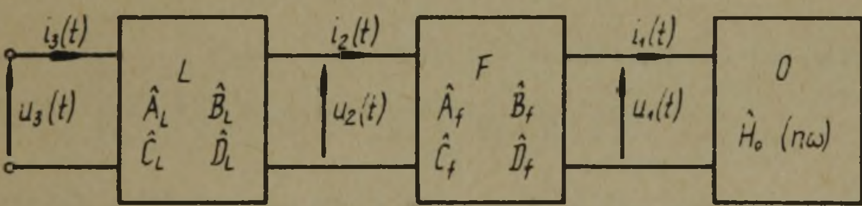
2. Napięcie zasilające jest sztywne. (Moc zwarcia systemu jest bardzo duża w stosunku do mocy odbiornika).

3. Czwórnik L oraz dwójnik O są liniowe, złożone z elementów skupionych.

Konsekwencją tych założeń jest możność rozpatrywania układu przy pomocy analizy liniowej, w oparciu o metodę symboliczną.



Rys. 1



Rys. 2

Problem poprawy współczynnika mocy odbiornika będzie polegał na wprowadzeniu do układu odpowiedniego czwórnika F liniowego i pasywnego, tak jak pokazano to na rys. 2. Wprowadzenie filtru zmieni rozpływ prądów, rozkład napięć i pobór mocy całego układu.

Filtr spełni swoje zadanie gdy w układzie $\{0 \times F\}$:
- moc bierna silnie zmaleje,
- wartość mocy modułowej będzie jak najbliższa wartości mocy czynnej,
- moc czynna pozostanie stała lub nieznacznie wzrośnie,
- moc deformacji pozostanie stała lub wzrośnie w ograniczony sposób.

Wszystko to w konsekwencji spowoduje wzrost współczynnika mocy układu $\{0 \times F\}$ do wartości bliskiej jedności.

3. Współczynnik mocy układu

Współczynnik mocy λ będzie równy stosunkowi mocy czynnej P do mocy modułowej P_m układu $\{0 \times F\}$.

Ponieważ filtr F jest złożony wyłącznie z elementów biernych nie pobiera mocy czynnej[x]. Moc czynna układu $\{0 \times F\}$ jest więc równa mocy czynnej pobieranej przez odbiornik 0.

Na podstawie twierdzenia Parsevala dla funkcji okresowych moc czynną można obliczyć przy pomocy współczynników symbolicznego szeregu Fouriera dla napięcia i prądu.

Jest mianowicie

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u_1(t) i_1(t) dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{U}_{1n} \check{I}_{1n} \tag{3}$$

Oznaczając przez $\hat{H}_0(n\omega)$ admitancję odbiornika dla n-tej harmonicznej i wprowadzając

$$\hat{H}_0(n\omega) = G_0(n\omega) - j\, B_0(n\omega) \tag{4}$$

można moc czynną wyliczyć z wzoru

$$P = 2 \sum_{n=1}^{\infty} G_0(n\omega)\, U_{1n}^2 \tag{5}$$

Z kolei moc modułowa P_m jest równa iloczynowi skutecznych wartości napięcia i prądu układu $\{0 \times F\}$, czyli

$$P_m = U_2\, I_2$$

[x] W stosunku do mocy przesyłanej przez filtr moc strat jest pomijalnie mała.

Wprowadzając podobnie jak poprzednio współczynniki symbolicznego szeregu Fouriera, można moc modułową wyliczyć z następującego wzoru

$$P_m = \sqrt{2\sum_{n=1}^{\infty} U_{2n}^2} \cdot \sqrt{2\sum_{n=1}^{\infty} I_{2n}^2} \tag{6}$$

Oznaczmy przez $\mathbf{A}_L$ – macierz łańcuchową czwórnika L,
przez $\mathbf{A}_f$ – " " " F,

$$\mathbf{A}_L = \begin{bmatrix} \hat{A}_L(n\omega) & \hat{B}_L(n\omega) \\ \hat{C}_L(n\omega) & \hat{D}_L(n\omega) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_f = \begin{bmatrix} \hat{A}_f(n\omega) & \hat{B}_f(n\omega) \\ \hat{C}_f(n\omega) & \hat{D}_f(n\omega) \end{bmatrix} \tag{7}$$

oraz przez $\mathbf{A}$ – iloczyn macierzy łańcuchowych czwórników L i F będący macierzą łańcuchową układu $\{L \times F\}$

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_L\mathbf{A}_f = \begin{bmatrix} \hat{A}(n\omega) & \hat{B}(n\omega) \\ \hat{C}(n\omega) & \hat{D}(n\omega) \end{bmatrix} \tag{8}$$

Niech ponadto k_n oznacza stosunek amplitudy n-tej harmonicznej do amplitudy harmonicznej podstawowej napięcia zasilającego

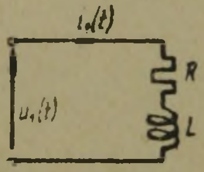
$$k_n = \frac{U_{3n}}{U_{31}} \tag{9}$$

Wyrażając napięcia i prądy we wzorach (5) i (6) przy pomocy napięcia zasilającego oraz korzystając z wprowadzonych oznaczeń można wyprowadzić ogólny wzór na współczynnik mocy układu $\{0 \times F\}$ w postaci

$$\lambda = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} k_n^2 \frac{G_o(n\omega)}{\left|\hat{A}(n\omega)+\hat{B}(n\omega)\hat{H}_o(n\omega)\right|^2}}{\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} k_n^2 \left|\frac{\hat{A}_f(n\omega)+\hat{B}_f(n\omega)\hat{H}_o(n\omega)}{\hat{A}(n\omega)+\hat{B}(n\omega)\hat{H}_o(n\omega)}\right|^2} \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} k_n^2 \left|\frac{\hat{C}_f(n\omega)+\hat{D}_f(n\omega)\hat{H}_o(n\omega)}{\hat{A}(n\omega)+\hat{B}(n\omega)\hat{H}_o(n\omega)}\right|^2}} \tag{10}$$

4. Założenia szczegółowe

Do dalszych rozważań przyjęto odbiornik o charakterze omowo indukcyjnym. Jego schemat zastępczy pokazano na rys. 3.



Rys. 3

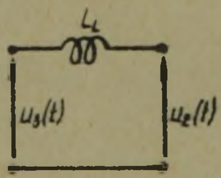
Symboliczna admitancja odbiornika dla n-tej harmonicznej wynosi

$$\hat{H}_0(n\omega) = \frac{1}{R+jn\omega L} \tag{11}$$

Dla sieci średnich napięć z dobrym przybliżeniem można linie odwzorować tylko przy pomocy indukcyjności wzdłużnej, pomijając opór omowy i pojemność linii. Uwzględniając również w transformatorach tylko indukcyjność rozproszenia czwórnik L będzie się przedstawiał tak jak to pokazano na rys. 4, gdzie L_L jest sumaryczną indukcyjnością linii i transformatorów zasilających. Macierz łańcuchowa czwórnika L ma postać następującą:

$$A_L = \begin{bmatrix} 1 & jn\,\omega L_L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{12}$$

Czwórnik F jak już poprzednio założono jest to filtr reaktancyjny, czyli złożony wyłącznie z elementów L i C. W rozpatrywanym układzie rola filtru jest złożona. Dla podstawowej harmonicznej filtr ma za zadanie kompensować (zupełnie lub niezupełnie) moc bierną, czyli musi mieć charakter pojemnościowy, natomiast dla wszystkich wyższych harmonicznych powinien ograniczać szkodliwy wpływ tych harmonicznych na pracę układu.



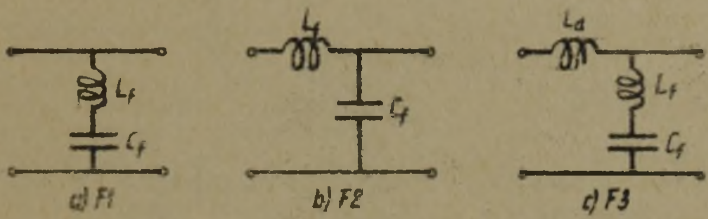
Rys. 4

Im większa jest liczba elementów w filtrze tym można osiągnąć lepsze własności elektryczne filtru. Ze względów ekonomicznych i technicznych chcemy, by filtr był złożony możliwie z jak najmniejszej liczby cewek i kondensatorów. Wybór układu czwórnika F będzie więc kompromisem między wymaganiami a kosztami filtru. W pracy tej będą rozpatrzone filtry złożone z dwóch i trzech elementów biernych.

Najprostszym filtrem dwuelementowym spełniającym stosunkowo dobrze stawiane mu wymagania jest bocznik rezonansowy LC przedstawiony na rys. 5a. Dla dalszych rozważań oznaczmy go symbolem F1. Filtr ten będzie przeanalizowany najdokładniej. Ze względu na występującą w czwórniku L indukcyjność L_L filtr F1 będzie miał w układzie charakter filtru dolnoprzepustowego.

Macierz łańcuchowa filtru F1 ma postać

$$A_{f1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{1}{j(n\omega L_f - \frac{1}{n\omega C_f})} & 1 \end{bmatrix} \tag{13}$$



Rys. 5

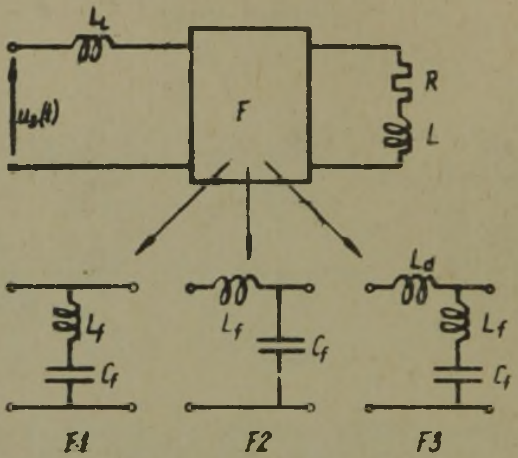
Następnym filtrem, który zostanie przeanalizowany, będzie półogniwo filtru dolnoprzepustowego zwanego filtrem o ogniwach podstawowych (filtr stałego K). Spośród dwóch możliwości wyboru filtru dolnoprzepustowego kształtu T lub π o ogniwach podstawowych jako filtr mocy nadaje się jedynie filtr z wejściem indukcyjnym (który ogranicza prądy wyższych harmonicznych w linii), czyli filtr kształtu T.
Półogniwo takiego filtru, które zastosowano jako kolejny filtr mocy pokazane jest na rys. 5b i oznaczone symbolem F2.
Macierz łańcuchowa filtru F2 ma postać

$$A_{f2} = \begin{bmatrix} 1 - n^2 \omega^2 L_f C_f & jn\omega L_f \\ jn\omega C_f & 1 \end{bmatrix} \tag{14}$$

Trzecim z kolei filtrem będzie półogniwo pochodne typu m kształtu T omówionego poprzednio filtru o ogniwach podstawowych.
Półogniwo to pokazane jest na rys. 5c i oznaczone symbolem F3. Macierz łańcuchowa filtru F3 ma postać

$$A_{f3} = \begin{bmatrix} 1 + \dfrac{n\omega L_d}{n\omega L_f - \frac{1}{n\omega C_f}} & jn\omega L_d \\ \dfrac{1}{j(n\omega L_f - \frac{1}{n\omega C_f})} & 1 \end{bmatrix} \tag{15}$$

Na rys. 6 przedstawiono rozpatrywany układ, w którym wprowadzono omówione poprzednio schematy dla czwórnika L i dwójnika C, natomiast w miejsce czwórnika F może być wprowadzony filtr F1, F2 lub F3.



Rys. 6

Przyjęto kilka bezwymiarowych współczynników, które ułatwią analizę układu.
Oznaczono przez α, β, δ stosunki oporności indukcyjnej dla 1 harmonicznej odbiornika, linii i indukcyjności wzdłużnej w filtrze F3 do oporności omowej odbiornika

$$\alpha = \frac{\omega L}{R}, \qquad \beta = \frac{\omega L_L}{R}, \qquad \delta = \frac{\omega L_d}{R}, \tag{16}$$

oraz przez a współczynnik będący stosunkiem częstotliwości charakterystycznej filtru do częstotliwości podstawowej harmonicznej

$$a = \frac{\omega_0}{\omega} = \frac{1}{\omega\sqrt{L_f\, C_f}} \tag{17}$$

Dla filtrów F1 i F3 ω_0 jest częstotliwością rezonansową bocznika L_f C_f, natomiast dla filtru F2 częstotliwością graniczną przepuszczania.
W celu porównania pracy filtrów F1, F2 i F3 i uchwycenia wpływu poszczególnych parametrów układu na współczynnik mocy przyjęto silne odkształcenie napięcia zasilającego. Założono,

że współczynniki k_n określające stosunek amplitud wyższych harmonicznych napięcia zasilającego do podstawowej harmonicznej maleją odwrotnie proporcjonalnie do numeru harmonicznej

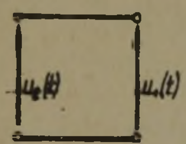
$$k_n = \frac{1}{n} \tag{18}$$

W rzeczywistych układach, w których współczynniki te maleją szybciej i nie można zależności $k_n(n)$ ująć analitycznie, należy na podstawie pomiarów określić te współczynniki dla wszystkich występujących wyższych harmonicznych.

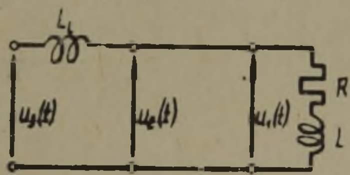
Do dalszej analizy przyjęto, że w przebiegu napięcia zasilającego oprócz harmonicznej podstawowej występują tylko harmoniczne nieparzyste, przy czym trzecia harmoniczna jest jedyną harmoniczną rzędu 3n. W obliczeniach szczegółowych uwzględniono 1, 3 i 5 harmoniczną.

5. Współczynnik mocy układu przed wprowadzeniem filtru

Oznaczmy przez λ_0 współczynnik mocy układu przed wprowadzeniem filtru. Aby skorzystać z ogólnego wzoru (10) na współczynnik mocy λ czwórnikowi F nadano postać przedstawioną na rys. 7. Układ z wprowadzonym w ten sposób czwórnikiem F podaje rys. 8.



Rys. 7



Rys. 8

Macierz łańcuchowa takiego czwórnika

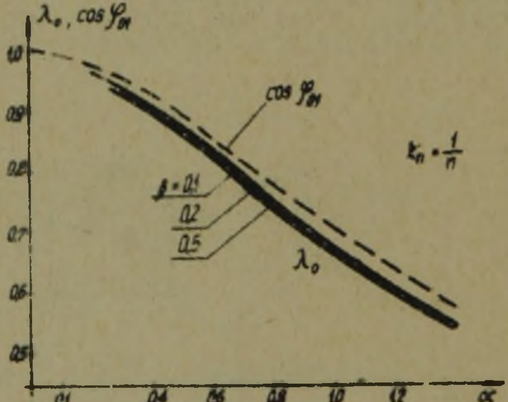
$$A_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 1$$

Na podstawie wzoru (10) po wprowadzeniu przyjętych oznaczeń współczynnik mocy λ_o wynosi

$$\lambda_o = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{\infty} k_n^2 \frac{1}{1+n^2(\alpha+\beta)^2}}{\sum_{n=1}^{\infty} k_n^2 \frac{1+n^2\alpha^2}{1+n^2(\alpha+\beta)^2}}} \tag{19}$$

Rys. 9 podaje zależność współczynnika mocy λ_o w funkcji współczynnika α. Linią przerywaną narysowano przebieg współczynnika mocy $\cos\varphi_{01}$ dla przebiegu czysto sinusoidalnego

$$\cos\varphi_{01} = \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}} \tag{20}$$

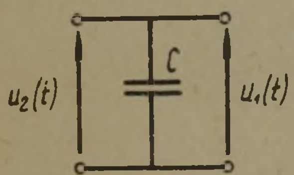


Rys. 9

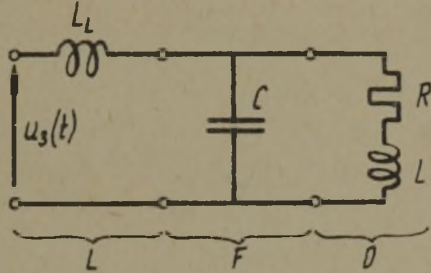
Z rys. 9 wynika, że jeżeli przebieg napięcia zasilającego zawiera wyższe harmoniczne współczynnik mocy λ_o jest zawsze mniejszy od współczynnika mocy $\cos\varphi_{01}$ przy czysto sinusoidalnym napięciu. Z rysunku widać ponadto, że wpływ współczynnika β jest nieznaczny[x].

6. Wpływ kondensatora na współczynnik mocy układu

Cały szereg autorów badając wpływ wyższych harmonicznych w układzie zajmuje się wyłącznie zagadnieniem przeciążalności kondensatorów przez wyższe harmoniczne, nie interesując się tym czy kondensator kompensując moc bierną istotnie poprawi współczynnik mocy układu.



Rys. 10



Rys. 11

Przed przystąpieniem więc do analizy pracy filtrów rozpatrzmy wpływ kompensacji mocy biernej samym tylko kondensatorem na współczynnik mocy układu. Oznaczmy przez λ_{∞} współczynnik mocy układu z kondensatorem. Aby i w tym przypadku skorzystać z ogólnego wzoru (10) na współczynnik mocy λ załóżmy, że czwórnik F ma postać podaną na rys. 10. Rys. 11 pokazuje układ z wprowadzonym kondensatorem.
Macierz łańcuchowa czwórnika F wynosi

$$A_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ jn\omega C & 1 \end{bmatrix}$$

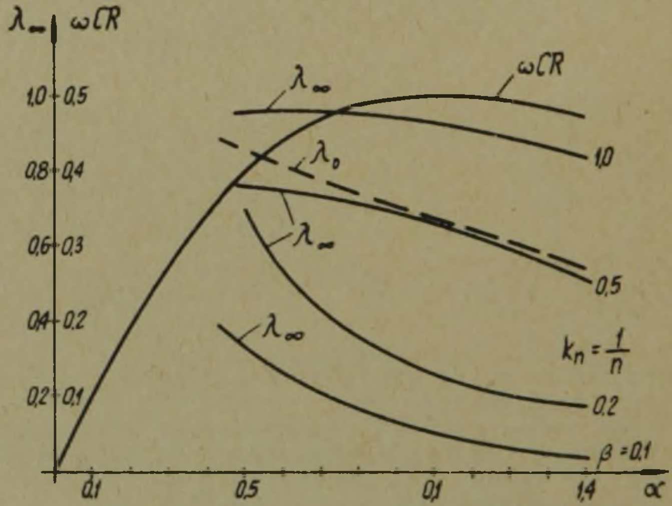
---

x) W dalszej części przyjęto do obliczeń zakres współczynnika α w granicach $0,5 \leqslant \alpha \leqslant 1,4$. Odpowiada to zakresowi współczynnika mocy $\cos\varphi_{01}$ dla 1 harmonicznej $0,580 < \cos\varphi_{01} < 0,893$ a więc zakresowi dla którego występuje problem poprawy współczynnika mocy. Zakres współczynnika β przyjęto $0 < \beta < 0,5$ co również odpowiada rzeczywistym układom.

Pojemność kondensatora w zależności od parametrów odbiornika dobierzemy z warunku całkowitej kompensacji mocy biernej 1 harmonicznej[x].

$$\omega CR = \frac{\alpha}{1+\alpha^2} \tag{21}$$

Przebieg $\omega CR = f(\alpha)$ naniesiono na rys. 12.



Rys. 12

[x] W całych rozważaniach jako podstawę doboru pojemności kondensatora oraz pojemności i indukcyjności filtrów (za wyjątkiem wariantu a) filtru F3) przyjęto warunek całkowitej kompensacji mocy biernej 1 harmonicznej. Można by oczywiście przyjmować warunek kompensacji niecałkowitej, co prowadzi do obniżenia współczynnika mocy. Ponieważ jednak celem pracy była analiza możliwości poprawy współczynnika mocy do wartości możliwie najwyższych, więc rozważania ograniczono do warunku całkowitej kompensacji mocy biernej 1 harmonicznej.

Oznaczając

$$\lambda_{\infty} = \frac{A}{BC} \tag{22}$$

i uwzględniając warunek (21) mamy na podstawie wzoru (10)

$$A = \sum_{n=1}^{\infty} k_n^2 \frac{1}{\left[1-n^2 \frac{\alpha\beta}{1+\alpha^2}\right]^2 + \left[n\beta + n\alpha\left(1-n^2 \frac{\alpha\beta}{1+\alpha^2}\right)\right]^2} \tag{23}$$

$$B = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} k_n^2 \frac{1+n^2\alpha^2}{\left[1-n^2 \frac{\alpha\beta}{1+\alpha^2}\right]^2 + \left[n\beta + n\alpha\left(1-n^2 \frac{\alpha\beta}{1+\alpha^2}\right)\right]^2}} \tag{24}$$

$$C = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} k_n^2 \frac{\left[1-n^2 \frac{\alpha^2}{1+\alpha^2}\right]^2 + \left[\frac{n\alpha}{1+\alpha^2}\right]^2}{\left[1-n^2 \frac{\alpha\beta}{1+\alpha^2}\right]^2 + \left[n\beta + n\alpha\left(1-n^2 \frac{\alpha\beta}{1+\alpha^2}\right)\right]^2}} \tag{25}$$

Rys. 12 podaje wykres współczynnika mocy λ_{∞} w zależności od parametrów α i β. Linią przerywaną narysowano przebieg współczynnika mocy λ_0 przed kompensacją. Widać, że przy przyjętym odkształceniu napięcia dla wartości $0{,}1 \leq \beta \leq 0{,}5$ wprowadzenie kondensatora pogarsza współczynnik mocy. Dopiero przy bardzo dużych indukcyjnościach linii ($\beta = 1$ w praktyce raczej nie spotykane) linia w połączeniu z kondensatorem działa jak filtr dolnoprzepustowy o częstotliwości granicznej poniżej 3 harmonicznej i tłumi bardzo silnie wyższe harmoniczne[x].

7.1. Analiza pracy układu z filtrem F1

Parametry filtru dobierzemy z warunku całkowitej kompensacji mocy biernej 1 harmonicznej układu (0 x F).

$$\omega C_f R = \frac{\alpha}{1+\alpha^2} \cdot \frac{a^2-1}{a^2}, \quad \frac{\omega L_f}{R} = \frac{1+\alpha^2}{\alpha} \cdot \frac{1}{a^2-1} \tag{26}$$

[x] Spostrzeżenie, że przy dużych indukcyjnościach linii można uzyskać poprawę współczynnika mocy przy użyciu samego tylko kondensatora sugerowało możliwość przyjęcia do rozważań filtru, który został oznaczony symbolem F2.

Aby następowała kompensacja mocy biernej dla 1 harmonicznej impedancja filtru dla tej harmonicznej musi mieć charakter pojemnościowy, tzn. częstotliwość podstawowej harmonicznej musi leżeć poniżej częstotliwości rezonansowej filtru. Z kolei, aby następowało tłumienie wyższych harmonicznych, musi równocześnie ze wzrostem impedancji obciążenia silnie wzrastać impedancja filtru dla wszystkich wyższych harmonicznych. Będzie to następowało wtedy gdy dla pierwszej występującej wyższej harmonicznej impedancja filtru będzie już miała charakter indukcyjny, tzn. częstotliwość rezonansowa filtru będzie leżeć poniżej częstotliwości najniższej z wyższych harmonicznych.

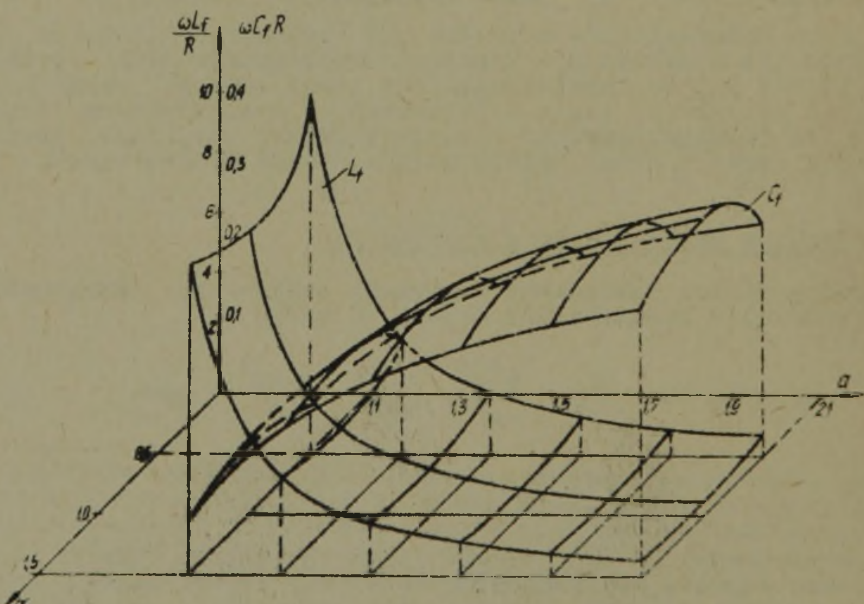
Tak więc w układach, w których pasmo harmonicznych zaczyna się od 3 musi zachodzić:

$$1 < a < 3$$

a w układach, w których pasmo zaczyna się od 5 harmonicznej

$$1 < a < 5$$

Zależność parametrów filtru od α i a przedstawia rys. 13.



Rys. 13

Współczynnik mocy układu z filtrem F1 wyprowadzono na podstawie wzoru (10).
Oznaczając

$$\lambda = \frac{A}{BC} \tag{27}$$

i uwzględniając warunek (26) mamy:

$$A = \sum_{n=1}^{\infty} k_n^2 \frac{\dfrac{1}{1+n^2\alpha^2}}{\left[1+\dfrac{n^2\alpha\beta}{1+\alpha^2}\cdot\dfrac{a^2-1}{n^2-a^2}+\dfrac{n^2\alpha\beta}{1+n^2\alpha^2}\right]^2+\left[\dfrac{n\beta}{1+n^2\alpha^2}\right]^2} \tag{28}$$

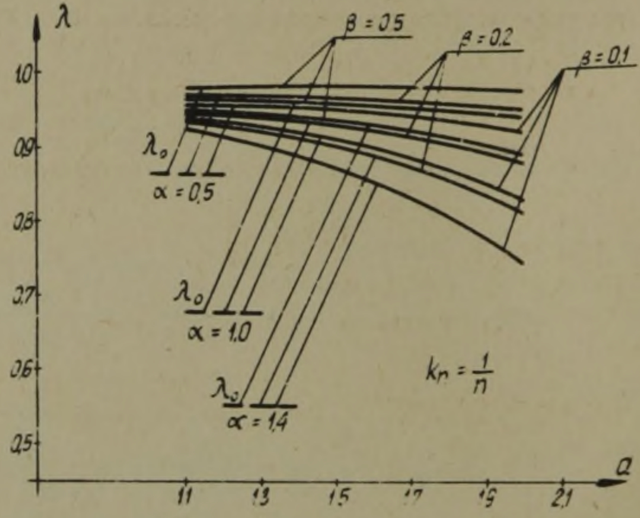
$$B = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} k_n^2 \frac{1}{\left[1+\dfrac{n^2\alpha\beta}{1+\alpha^2}\cdot\dfrac{a^2-1}{n^2-a^2}+\dfrac{n^2\alpha\beta}{1+n^2\alpha^2}\right]^2+\left[\dfrac{n\beta}{1+n^2\alpha^2}\right]^2}} \tag{29}$$

$$C = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} k_n^2 \frac{\left[\dfrac{n\alpha}{1+\alpha^2}\cdot\dfrac{a^2-1}{n^2-a^2}+\dfrac{n\alpha}{1+n^2\alpha^2}\right]^2+\left[\dfrac{1}{1+n^2\alpha^2}\right]^2}{\left[1+\dfrac{n^2\alpha\beta}{1+\alpha^2}\cdot\dfrac{a^2-1}{n^2-a^2}+\dfrac{n^2\alpha\beta}{1+n^2\alpha^2}\right]^2+\left[\dfrac{n\beta}{1+n^2\alpha^2}\right]^2}} \tag{30}$$

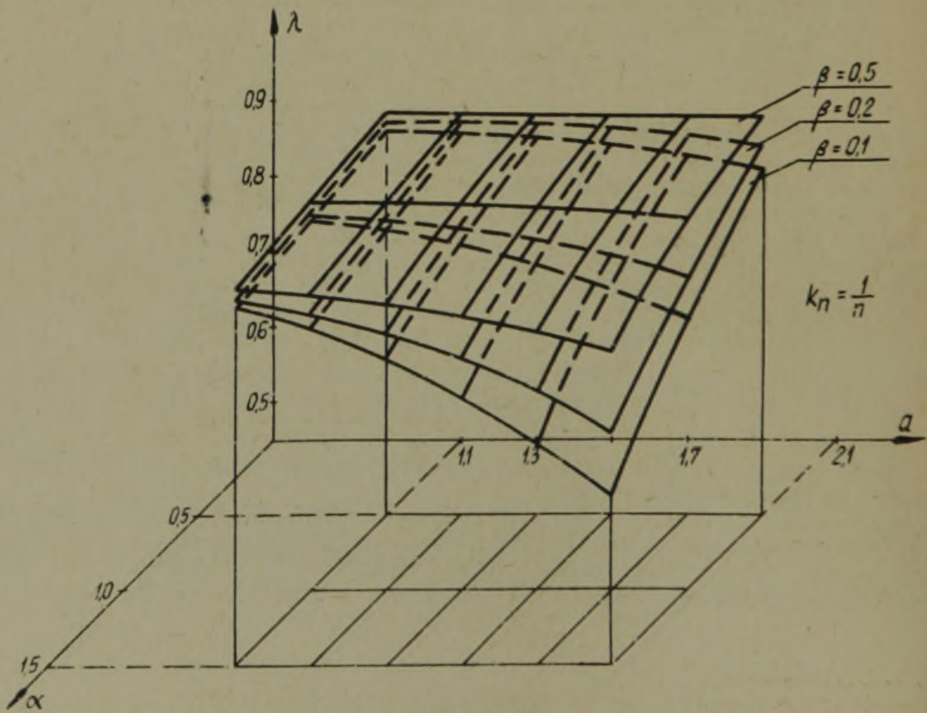
Rys. 14 przedstawia zależność $\lambda = f(a)$ przy różnych wartościach α i β. Rys. 15 przedstawia zależność $\lambda = f(\alpha, a)$ przy $\beta =$ const w układzie przestrzennym.

Z przeprowadzonej analizy i z rysunków 14 i 15 widać, że obecność wyższych harmonicznych powoduje to, że mimo całkowitej kompensacji mocy biernej 1 harmonicznej współczynnik mocy λ jest niższy od jedności. Efekt poprawy współczynnika mocy zależy od wielu czynników. Im wyższy jest początkowy współczynnik mocy λ_0 (im mniejsze α) i im większa indukcyjność linii (im większe β) tym można osiągnąć wyższe wartości współczynnika mocy λ. Wybór częstotliwości rezonansowej filtru ($\omega_0 = a\omega$) ma również decydujący wpływ na współczynnik mocy λ. Im a jest bliższe jedności tym wyższy jest współczynnik mocy. Wzrost a powoduje jego zmniejszenie.

Dla jednej wybranej wartości α i β, a mianowicie dla $\alpha = 1$, $\beta = 0{,}1$ przeprowadzimy szczegółową analizę takich wielkości jak prądy, napięcia, moce, współczynnik mocy i parametry filtru, przy zmianach częstotliwości rezonansowej filtru.


λ
1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
β = 0,5
β = 0,2
β = 0,1
λo
α = 0,5
λo
α = 1,0
λo
α = 1,4
kn = 1/n
a
1,1
1,3
1,5
1,7
1,9
2,1

Rys. 14


λ
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
β = 0,5
β = 0,2
β = 0,1
kn = 1/n
a
1,1
1,3
1,7
2,1
0,5
1,0
1,5
α

Rys. 15

Oznaczono przez

$U_2 = U_1$ – wartość skuteczna napięcia układu $\{0 \times F\}$,

I_2 – " " prądu w linii,

I_1 – " " " odbiornika,

I_f – " " " w filtrze,

U_{cf} – " " napięcia na kondensatorze,

P – moc czynna układu $\{0 \times F\}$,

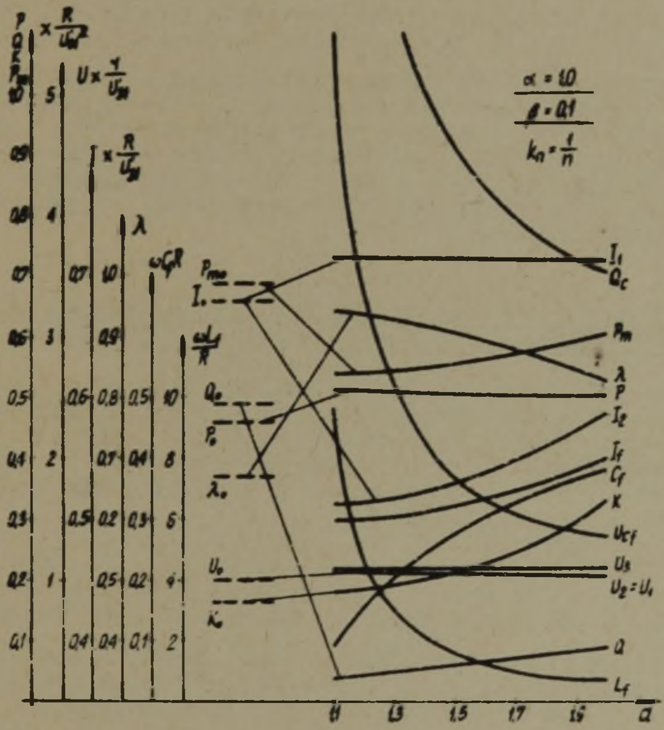
Q – " bierna układu $\{0 \times F\}$,

Q_c – " bierna kondensatora,

P_m – " modułowa układu $\{0 \times F\}$,

K – " deformacji,

λ – współczynnik mocy[x].



Rys. 16

x) Szczegółowe wzory określające powyższe wielkości podane są i wyprowadzone w pracy [2].

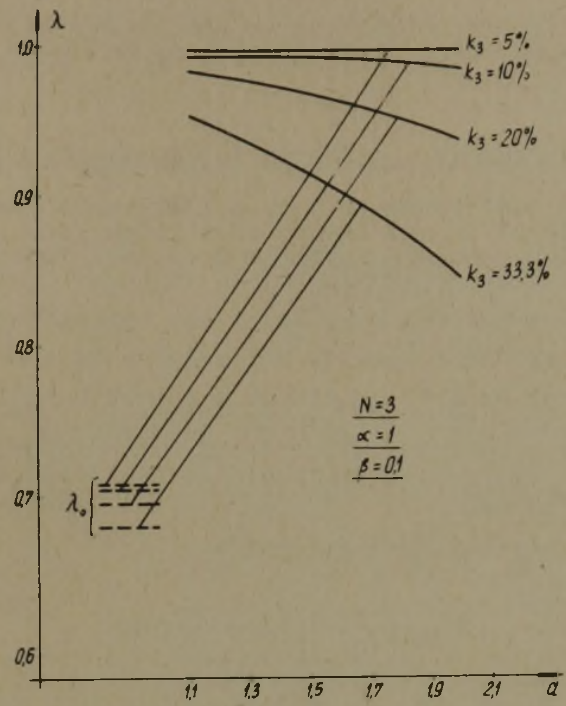
Rys. 16 podaje zależność tych wielkości w funkcji częstotliwości rezonansowej filtru. Na rysunku linią przerywaną oraz indeksem "o" zaznaczono poziom tych wielkości przed wprowadzeniem filtru. U_{z1} oznacza wartość skuteczną 1 harmonicznej napięcia zasilającego. Z rys. 16 wynika, że po wprowadzeniu filtru typu F1 w rozpatrywanym zakresie praktycznie nie zależą od zmian a: moc czynna, prąd i napięcie odbiornika; rosną wraz ze wzrostem a: prąd w lini, moc modułowa, moc bierna i moc deformacji; maleją wraz ze wzrostem a: współczynnik mocy, moc bierna kondensatora, napięcie na kondensatorze i indukcyjność filtru.
Efekty ekonomiczne poprawy współczynnika mocy będą tym większe im ten współczynnik mocy będzie wyższy, czyli im a będzie bliższe jedności, ale wtedy koszt filtru ze względu na dużą indukcyjność, wysokie napięcie na kondensatorze oraz dużą moc kondensatora będzie bardzo wysoki. Jako wytyczną wyboru współczynnika a przy projektowaniu filtru można więc przyjąć zakres współczynnika a, w którym krzywe przebiegu indukcyjności filtru oraz napięcia na kondensatorze mają kształt stosunkowo płaski, a więc w analizowanym przypadku dla $\alpha = 1$, $\theta = 0,1$ zakres $1,4 \leq a \leq 1,7$. W tym zakresie wartości L_f i U_{cf} są już nieporównanie niższe niż przy wartościach a bliskich jedności, natomiast wartość współczynnika mocy nie jest jeszcze zbyt niska. Jak widać ze względów ekonomicznych wybór wartości a dla danego układu będzie więc kompromisem między efektem poprawy współczynnika mocy, a kosztami filtru i wybór ten musi być poprzedzony szczegółową analizą kosztów instalacyjnych i eksploatacyjnych układu.

7.2. Przybliżona analiza zależności współczynnika mocy od stopnia odkształcenia napięcia zasilającego

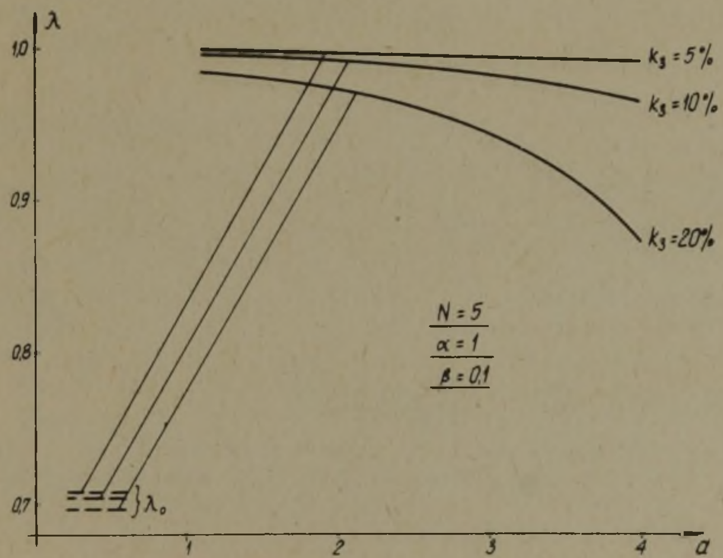
Podstawą przybliżonej analizy współczynnika mocy jest założenie, że oprócz harmonicznej podstawowej w napięciu zasilającym występuje tylko jedna wyższa harmoniczna. Oznaczmy numer tej harmonicznej przez N. We wzorach określających współczynnik mocy układu z filtrem F1 wszystkie sumy sprowadzą się do dwóch wyrazów dla n = 1 i n = N.

Analizę przeprowadzono dla wybranych wartości α i β, podobnie jak poprzednio dla $\alpha = 1$, $\beta = 0,1$ oraz dla dwóch wartości N, a mianowicie dla N = 3 i dla N = 5. Zmienność współczynnika k_n przyjęto w granicach (5÷33)% dla N = 3 oraz (5÷20)% dla N=5.

Rys. 17 przedstawia zależność współczynnika mocy od częstotliwości rezonansowej filtru przy różnych wartościach współczynnika k_3, określającego udział 3 harmonicznej w napięciu zasilającym. Linią przerywaną zaznaczono poziom współczynnika mocy λ_0 przed wprowadzeniem filtru. Porównując współczynnik mocy λ dla $k_3 = 0,333$ (analiza przybliżona do 1 i 3 harmonicznej) ze współczynnikiem gdy uwzględniono 1, 3 i 5 harmoniczną i gdzie również $k_3 = 0,333$ widać, że różnice są zawarte w granicach 1÷2%.


λ
1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
$k_3 = 5\%$
$k_3 = 10\%$
$k_3 = 20\%$
$k_3 = 33,3\%$
N = 3
α = 1
β = 0,1
λ_0
1,1
1,3
1,5
1,7
1,9
2,1
a

Rys. 17


λ
1,0
0,9
0,8
0,7
$k_3 = 5\%$
$k_3 = 10\%$
$k_3 = 20\%$
N = 5
α = 1
β = 0,1
λ_0
1
2
3
4
a

Rys. 18

Rys. 18 przedstawia zależność współczynnika mocy λ od częstotliwości rezonansowej filtru przy różnych wartościach współczynnika k_5.

7.3. Przybliżony sposób obliczania współczynnika mocy

W toku obliczeń współczynnika mocy z filtrem F1 stwierdzono, że wpływ harmonicznych na moc czynną odbiornika jest znacznie mniejszy od wpływu harmonicznych na skuteczne wartości prądu i napięcia. Nawet przy założeniu bardzo silnego odkształcenia napięcia zasilającego ($k_n = \frac{1}{n}$, czyli dla trzeciej harmonicznej $k_3 = 33,3\%$) udział mocy czynnej 3 harmonicznej wynosi nie więcej niż 1,5% mocy czynnej podstawowej harmonicznej. Przy słabszym odkształceniu napięcia (wypadki występujące w praktyce) udział ten będzie znacznie niższy, tak więc z dość dobrym przybliżeniem można przyjąć, że cała moc czynna pochodzi tylko od 1 harmonicznej, natomiast w mocy modułowej zawarte są wyższe harmoniczne.
W oparciu o to stwierdzenie otrzymamy

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} k_{na}^2}\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} k_{ni}^2}} \tag{31}$$

przy czym

$$k_{nu} = \frac{U_{2n}}{U_{21}}, \quad k_{ni} = \frac{I_{2n}}{I_{21}} \tag{32}$$

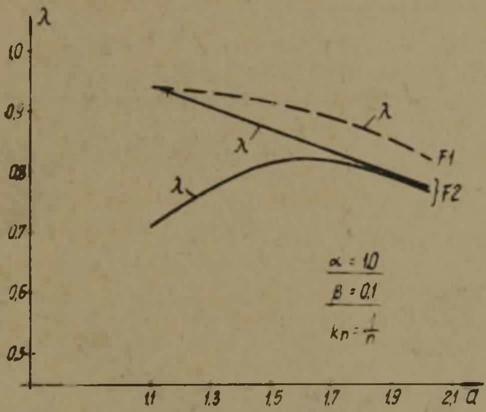
Współczynniki k_{nu} i k_{ni} mogą być wyznaczone pomiarowo analizatorem wyższych harmonicznych po zainstalowaniu filtru. Jeżeli parametry filtru byłyby dobrane nie z warunku całkowitej kompensacji mocy biernej 1 harmonicznej, wówczas we wzorze (31) w liczniku zamiast 1 wystąpi $\cos\varphi_{of}$, przy czym φ_{of} jest kątem przesunięcia między prądem i napięcia układu $\{0 \text{ x } F\}$ dla 1 harmonicznej.

8. Analiza pracy układu z filtrem F2

W wyniku szczegółowej analizy układu z filtrem F2[x)] uzyskano zależność $\lambda(a)$ przedstawioną na rys. 19. Analizę przeprowadzono w dwóch wariantach. W wariancie pierwszym parametry zostały

x) Analiza ta przeprowadzona jest w pracy [2].

dobrane z warunku całkowitej kompensacji mocy biernej całym filtrem, a współczynnik mocy oznaczono przez λ, natomiast w wariancie drugim z warunku całkowitej kompensacji samym kondensatorem, i współczynnik mocy oznaczono przez λ'.



Rys. 19

Na rys. 19 linią przerywaną zaznaczono przebieg współczynnika mocy układu z filtrem F1 dla tych samych wartości α i β. Z rysunku widać, że filtr F2 daje gorsze wyniki od filtru F1 w całym badanym zakresie zmian a, przy czym ze szczegółowej analizy parametrów wynika, że w filtrze F2 indukcyjność jest w całym zakresie znacznie mniejsza, natomiast pojemność większa od tych wielkości w filtrze F1.

9. Analiza pracy układu z filtrem F3

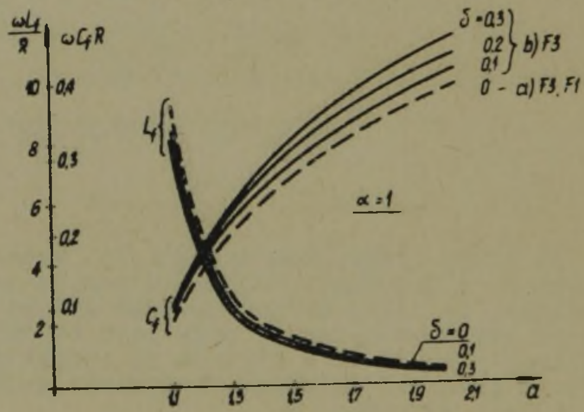
Analizę tę przeprowadzono w dwóch wariantach doboru parametrów filtru F3.
W wariancie a) zastosowano warunek całkowitej kompensacji mocy biernej 1 harmonicznej odbiornika nie całym filtrem, a tylko bocznikiem L_f C_f, natomiast w wariancie b) całym filtrem. Inaczej mówiąc w wariancie a) dla 1 harmonicznej układ $\{0 \times F\}$ będzie niedokompensowany (charakter omowo-indukcyjny), a w wariancie b) skompensowany całkowicie (charakter omowy).
Warunek doboru parametrów L_f C_f w wariancie a) będzie identyczny z warunkiem dla filtru F1 określonym przy pomocy wzorów (26).

W wariancie b) warunek doboru parametrów jest następujący:

$$\omega C_f\, R = f(\alpha,\delta)\cdot\frac{a^2-1}{a^2},\qquad \frac{\omega L_f}{R} = \frac{1}{f(\alpha,\delta)}\cdot\frac{1}{a^2-1} \tag{33}$$

gdzie

$$f(\alpha,\delta) = \frac{2(\alpha+\delta)}{1+\alpha^2+2\alpha\delta+\sqrt{(1+\alpha^2)^2-4\delta^2}} \tag{34}$$



Rys. 20

Rys. 20 przedstawia zależność parametrów filtru F3 w funkcji a. Współczynnik mocy układu z filtrem F3 wyprowadzono na podstawie wzoru (10).

Oznaczając

$$\lambda = \frac{A}{BC} \tag{35}$$

i uwzględniając warunek (33)[x)] otrzymamy

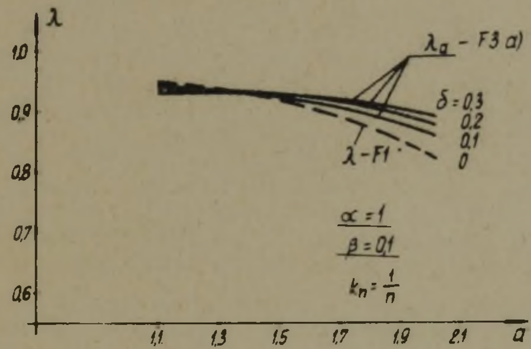
$$\lambda = \sum_{n=1}^{\infty} k_n^2 \frac{\frac{1}{1+n^2\alpha^2}}{\left[1+\frac{n^2\alpha(\beta+\delta)}{1+n^2\alpha^2}+n^2(\beta+\delta)f(\alpha,\delta)\cdot\frac{a^2-1}{n^2-a^2}\right]^2+\left[\frac{n(\beta+\delta)}{1+n^2\alpha^2}\right]^2} \tag{36}$$

x) Dla wariantu a) $f(\alpha,\delta) = \frac{\alpha}{1+\alpha^2}$

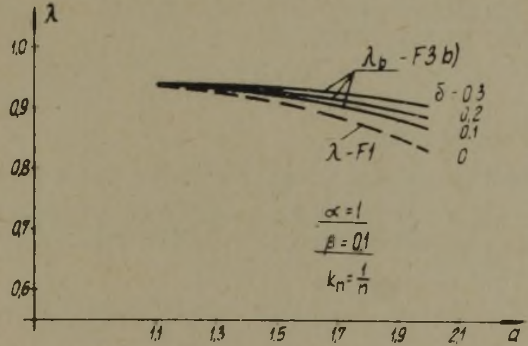
$$B=\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty}k_n^2\,\frac{\left[1+\frac{n^2\alpha\delta}{1+n^2\alpha^2}+n\delta f(\alpha,\delta)\,\frac{a^2-1}{n^2-a^2}\right]^2+\left[\frac{n\delta}{1+n^2\alpha^2}\right]^2}{\left[1+\frac{n^2\alpha(\beta+\delta)}{1+n^2\alpha^2}+n^2(\beta+\delta)f(\alpha,\delta)\,\frac{a^2-1}{n^2-a^2}\right]^2+\left[\frac{n(\beta+\delta)}{1+n^2\alpha^2}\right]^2}} \tag{37}$$

$$C=\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty}k_n^2\,\frac{\left[\frac{n\alpha}{1+n^2\alpha^2}+nf(\alpha,\delta)\,\frac{a^2-1}{n^2-a^2}\right]^2+\left[\frac{1}{1+n^2\alpha^2}\right]^2}{\left[1+\frac{n^2\alpha(\beta+\delta)}{1+n^2\alpha^2}+n^2(\beta+\delta)f(\alpha,\delta)\,\frac{a^2-1}{n^2-a^2}\right]^2+\left[\frac{n(\beta+\delta)}{1+n^2\alpha^2}\right]^2}} \tag{38}$$

Oznaczono przez λ_a współczynnik mocy układu z filtrem F3 dobranym według wariantu a) oraz przez λ_b – według wariantu b). Różnica we wzorach określających λ_a i λ_b polegać będzie na różnych funkcjach $f(\alpha,\delta)$.



Rys. 21



Rys. 22

Rys. 21 pokazuje zależność $\lambda_a = f(a)$, rys. 22 zależność $\lambda_b = f(a)$. Na obydwu rysunkach liniami przerywanymi zaznaczono przebieg współczynnika mocy układu z filtrem F1, czyli dla $\delta = 0$ Z rys. 21 widać, że dla a > 1.4 współczynnik mocy układu z filtrem F3 (wariant a) jest wyższy od współczynnika mocy układu z filtrem F1. Z rys. 22 widać, że współczynnik mocy układu z filtrem F3 (wariant b) jest w całym badanym zakresie zmian a wyższy od współczynnika mocy układu z filtrem F1. Porównując ze sobą wariant a) i b) filtru F3 można stwierdzić nieznaczną przewagę wariantu b). Wyraźnie lepsze rezultaty są dopiero dla $\delta = 0,3$. Warunek doboru parametrów filtru w wariancie b) jest jednak znacznie bardziej skomplikowany, natomiast różnice w wielkościach tak parametrów jak i współczynnika mocy są niewielkie.

10. Wnioski

Z porównania wyników osiągniętych kolejno dla filtrów F1, F2 i F3 wynika, że filtr F2 daje najniższe wartości współczynnika mocy. Filtr F3 daje wyniki lepsze (za wyjątkiem wariantu a) w zakresie a < 1,4) niż filtr F1, ale ze względu na to, że jest on filtrem trójelementowym będzie droższy od filtru F1.

Tak więc wybór typu filtru będzie kompromisem między efektem poprawy współczynnika mocy, a kosztami filtru. Wybór zarówno typu filtru jak i współczynnika a dla danego typu musi być poprzedzony szczegółową analizą kosztów instalacyjnych i eksploatacyjnych rozpatrywanego układu. Przewaga jednego typu kosztów nad drugimi będzie się zmieniać w zależności od wielkości mocy i napięć układu. Wprowadzenie bezwymiarowych współczynników α, β, k_n pozwala na zastosowanie przedstawionej analizy w szerokim zakresie zmian mocy i napięć układu.

Reasumując, można przedstawić tok postępowania przy projektowaniu filtru do poprawy współczynnika mocy w obecności wyższych harmonicznych napięcia.

1. Pomiar analizatorem harmonicznych współczynników k_n określających udział wyższych harmonicznych napięcia w stosunku do harmonicznej podstawowej.

2. Wyznaczenie współczynników α i β z danych znamionowych układu.

3. Wybór typu filtru.

4. Wyznaczenie parametrów filtru w funkcji współczynnika a.

5. Dokładna lub przybliżona analiza współczynnika mocy oraz niektórych charakterystycznych wielkości układu w funkcji współczynnika a.

6. Analiza kosztów filtru oraz kosztów eksploatacyjnych w funkcji współczynnika a.

7. Przyjęcie współczynnika a na podstawie porównania charakterystyk uzyskanych w punkcie 6.

8. Wyznaczenie parametrów filtru, kosztów filtru oraz spodziewanego współczynnika mocy dla przyjętej wartości a.

Przykład: Należy dobrać filtr do poprawy współczynnika mocy dla układu o danych U = 10 kV, S = 10 MVA, $\cos\varphi = 0{,}707$, $S_z = 140$ MVA. Udział harmonicznych w napięciu zasilającym w stosunku do harmonicznej podstawowej: $k_3 = 5\%$, $k_5 = 5\%$.

$R = \frac{U^2 \cos\varphi}{S} = 7{,}07\,\Omega$/fazę (połączenie w gwiazdę),

$\omega L = R\,\mathrm{tg}\varphi = 7{,}07\Omega$/fazę, $L = 22{,}5$ mH/fazę,

$\alpha = \frac{\omega L}{R} = 1$,

$\beta = \frac{\omega L_L}{R} \approx \frac{S}{S_z} \cdot \frac{1}{\cos\varphi} = 0{,}1$,

$\omega L_L = \beta R = 0{,}707\Omega$/fazę, $L_L = 2{,}25$ mH/fazę,

$\lambda_o = 0{,}7055$ (na podstawie wzoru (19)),

a) kompensacja samym kondensatorem (całkowita)

$C = 225\,\mu F$/fazę (z wzoru 21),

moc baterii $Q_c = 7{,}07$ MVA,

$\lambda_\infty = 0{,}529$ (na podstawie wzorów (22), (23), (24) i (25));

b) układ z filtrem F1.

a	C_f	L_f	λ	U_2	I_2	I_f	U_{cf}	U_{cf}/U_2
	μF	mH		kV	A	A	kV	
1,1	39,1	214,0	0,9975	5,77	408,0	408,0	33,30	5,77
1,5	125,1	36,0	0,9960	5,77	408,5	408,0	10,33	1,79
2,0	168,7	15,0	0,9930	5,77	410,0	408,5	7,69	1,33
2,5	187,5	8,57	0,9840	5,77	413,5	412,5	6,87	1,19
2,8	196,3	6,58	0,9670	5,77	421,0	420,0	6,63	1,15

W zależności od wymagań odnośnie współczynnika mocy i kosztów filtru należy wybrać a i parametry filtru.

Wprowadzenie filtru poprawa współczynnik mocy do wartości bliskich jedności. Jeżeli wymagania są słabsze można korzystać przy doborze parametrów filtru z warunku niecałkowitej kompensacji mocy biernej 1 harmonicznej. Otrzymane wartości λ będą odpowiednio niższe.

Rękopis złożono w Redakcji w październiku 1965 r.

LITERATURA

[1] Bornitz E., Hoffmann M., Leiner G.: Harmonics in electrical systems and their reduction through filter circuits. CJGRE 1958, raport nr 304.

[2] Cichowska Z.: Podstawy teoretyczne projektowania filtrów mocy. Praca doktorska, Gliwice 1965 r.

[3] Ehresmann W.: Dauerüberlastung von Leistungskondensatoren. Elektroanzeiger Essen, nr 21, 1961 r., Seite 31-33.

[4] Gosztowt W.: Kondensatory czy filtry do kompensacji mocy biernej w sieciach średniego napięcia. Przegląd Elektrotechniczny z. 3, 1964 r.

[5] Gosztowt W., Urbanowicz H.: Moc bierna i jej kompensacja w stacjach prostowniczych. Przegląd Elektrotechniczny z.10, 1959 r.

[6] Grzybowski S., Kordus A., Królikowski C., Seidel S., Zeydler-Zborowski J.: Kondensatory w energoelektryce. WNT Warszawa 1963 r.

[7] Hoffmann M.: Die Belastung des Kondensators durch Oberschwingungen Elektrizitätswirtschaft. Februar 1957, Heft 4, Seite 119-122.

[8] Hoffmann M.: Verbesserung des Leistungsfactors und Herabsetzung von Oberschwingungen durch Siebkreise. Elektrizitätswirschaft. März 1957, Heft 6, Seite 186-191.

[9] Instytut Energetyki: Analiza warunków kompensacji mocy biernej w zakładach hutniczych wyposażonych w piece łukowe, grudzień 1964 r.

[10] Leiner G.: Blindstrom und Blindleistungsabgabe eines kondensators an mehrwelliger Spannung. ETZ-A, Heft 21, 1953 r.

[11] Nowomiejski Z.: Moc i energia elektryczna w układach o dowolnych ustalonych przebiegach. Politechnika Śląska, Zeszyty Naukowe nr 77, "Elektryka" z. 15, Gliwice 1963 r. Praca habilitacyjna.

[12] Nowomiejski Z.: Filtry mocy. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, "Elektryka" z. 18, 1964 r.

[13] Schmidt A.: Capacitors in Power System with Rectifier Loads. AIEE 1963 r.

[14] Stackegard H.: Kondensatorbaterie mit Oberwellenfilter. ASEA Zeitschrift 1962, Heft 2.

УЛУЧШЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА МОЩНОСТИ В ПРИСУТСТВИИ ВЫСШИХ ГАРМОНИЧЕСКИХ ПИТАЮЩЕГО НАПРЯЖЕНИЯ

Р е з ю м е

Доказано, что введение только конденсатора ухудшает коэффициент мощности, а введение фильтра дает возможность улучшить его к значению близкому единице. Был проведен анализ влияния трех типов нижнечастотных фильтров.

THE CORRECTION OF THE POWER FACTOR IN PRESENCE OF THE HIGHER HARMONICS OF SUPPLY TENSION

S u m m a r y

It was shown, that the introduction of condensers only, impairs the power factor, on the contrary the introduction of filters gives the possibility. The influence of the three types of low permeable filters was analised.