ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1975

Seria: AUTOMATYKA z. 30 Nr kol. 447

Jerzy Klamka, Jerzy Mikulski
Instytut Automatyki Przemysłowej i Pomiarów

STEROWALNOŚĆ AUTOMATÓW SEKWENCYJNYCH

Streszczenie. W artykule podano szereg definicji różnych rodzajów sterowalności automatów sekwencyjnych. W oparciu o macierz przejścia C_M automatu sekwencyjnego M, przedstawiono jedną z możliwych metod badania sterowalności. Przytoczono kilka przykładów ilustrujących metodę postępowania.

Sterowalność automatów sekwencyjnych jest pojęciem definiowanym w podobny sposób, jak w układach ciągłych [1], [3]. Sterowalność charakteryzuje w sposób jakościowy dany automat sekwencyjny i znajduje zastosowanie w rozważaniach teoretycznych dotyczących równoważności oraz dekompozycji automatów sekwencyjnych [2], [3], [4].

Niech będzie dany automat sekwencyjny $M = \langle S, X, Y, \delta, \lambda \rangle$, gdzie:

$S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ skończony zbiór stanów,

$X = \{x_1, x_2, \dots, x_p\}$ skończony zbiór symboli wejściowych,

$Y = \{y_1, y_2, \dots, y_q\}$ skończony zbiór symboli wyjściowych,

$\delta : S \times X \to S$ funkcja stanu następnego: $s(t+1) = \delta(s(t), x(t))$

$\lambda : S \times X \to Y$ funkcja wyjścia: $y(t) = \lambda(s(t), x(t))$.

Wprowadza się następujące oznaczenia:

X^* zbiór wszystkich ciągów symboli wejściowych

$w \in X^*$ ciąg symboli wejściowych

$\|w\|$ długość ciągu symboli wejściowych równa ilości symboli wejściowych w danym ciągu.

Definicja 1 [2], [3]. Automat sekwencyjny M jest silnie zwarty, jeżeli dla każdych dwóch stanów $s_i, s_j \in S$, istnieje ciąg symboli wejściowych $w \in X^*$ taki, że: $s_i = \delta(s_j, w)$.

Definicja 2 [1], [4]. Automat sekwencyjny M nazywamy słabo k-sterowalnym, jeżeli istnieje liczba naturalna k taka, że dla każdych dwóch stanów $s_i, s_j \in S$ istnieje ciąg symboli wejściowych $w \in X^*$ o długości $\|w\| = k$ taki, że $s_i = \delta(s_j, w)$.

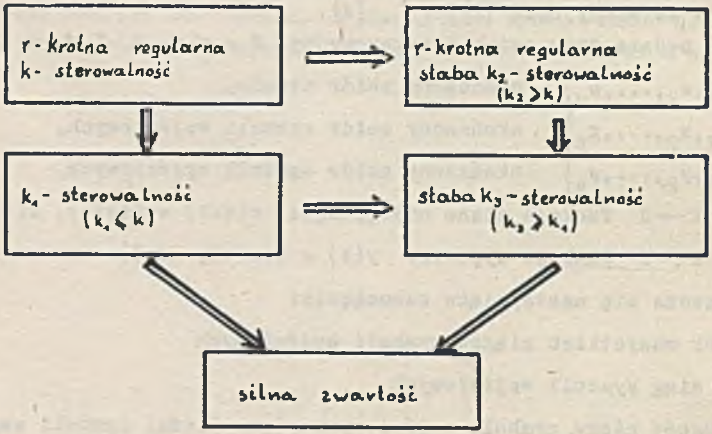
Definicja 3 [2], [3], [4]. Automat sekwencyjny M jest k-sterowalny wtedy i tylko wtedy, gdy jest słabo k-sterowalny i nie jest słabo (k-1)-sterowalny, tzn. k jest najmniejszą liczbą naturalną, dla której automat sekwencyjny M jest słabo sterowalny.

Analizując działanie automatu sekwencyjnego przy podawaniu na wejście tylko wybranych symboli wejściowych, można w oparciu o powyższe definicje wprowadzić następujące, bardziej precyzyjne definicje sterowalności i słabej sterowalności.

Definicja 4. Automat sekwencyjny M nazywamy r-krotnie regularnie słabo k-sterowalnym, jeżeli jest słabo k-sterowalny przez r symboli wejściowych $(1 \leq r \leq p)$, wybranych ze zbioru X w sposób dowolny.

Definicja 5. Automat sekwencyjny M nazywamy r-krotnie regularnie k-sterowalnym, jeżeli jest k-sterowalny przez r symboli wejściowych $(1 \leq r \leq p)$, wybranych ze zbioru X w sposób dowolny.

Wzajemne zależności pomiędzy różnymi rodzajami sterowalności można przedstawić na następującym schemacie:



Rys. 1. Wzajemne zależności pomiędzy różnymi rodzajami sterowalności automatów sekwencyjnych

Przy badaniu k-sterowalności automatu sekwencyjnego M, najlepiej posługiwać się $(n \times n)$ wymiarową macierzą przejścia $C_M = \{c_{ij}\}$ zdefiniowaną następująco [4]:

jeżeli istnieje $x \in X$, takie, że: $s_j = \delta(s_i,x)$ to: $c_{ij} = 1$

jeżeli dla każdego $x \in X$ zachodzi $s_j \neq \delta(s_i,x)$ to: $c_{ij} = 0$

Iloczyn logiczny dwóch macierzy przejścia $C_M^{(1)} = \{c_{ij}^{(1)}\}$ oraz $C_M^{(2)} = \{c_{ij}^{(2)}\}$ o tych samych wymiarach $(n \times n)$ jest zdefiniowany następująco:

$$C_M^{(1)} \cdot C_M^{(2)} = \left\{ \bigcup_{k=1}^{k=n} c_{ik}^{(1)} \cdot c_{kj}^{(2)} \right\},$$

gdzie:

$\cdot$ oznacza mnożenie logiczne

$\bigcup_{k=1}^{k=n}$ oznacza sumowanie logiczne po $1 \leqslant k \leqslant n$.

Macierz złożoną z samych jedynek oznacza się przez I. Bezpośredni związek pomiędzy k-sterowalnością automatu sekwencyjnego a jego macierzą przejścia, C_M podaje następujące twierdzenie [4]:

Twierdzenie 1. Automat sekwencyjny M jest k-sterowalny wtedy i tylko wtedy, gdy spełnione są następujące warunki:

$$C_M^k = I \quad \text{oraz} \quad C_M^{k-j} \neq I \quad \text{dla} \quad 1 \leqslant j \leqslant (k-1)$$

Do badania r-krotnej regularnej k-sterowalności automatu sekwencyjnego M można stosować zmodyfikowaną macierz przejścia $C_{M(m_1,m_2,\dots,m_r)}$, zdefiniowaną jako macierz przejścia automatu sekwencyjnego M dla ograniczonego zbioru symboli wejściowych $X_{(m_1,m_2,\dots,m_r)} \overset{df}{=} \left\{x_{m_1}, x_{m_2}, \dots, x_{m_r}\right\}$. Dla danego automatu sekwencyjnego M i dla określonego r, można poprzez różny wybór symboli wejściowych zbudować $\binom{p}{p-r}$ zmodyfikowanych macierzy przejścia $C_{M(m_1,m_2,\dots,m_r)}$.

Oczywiście zachodzi następująca zależność:

$$C_{M(m_1,m_2,\dots,m_p)} = C_M$$

Bezpośredni związek pomiędzy r-krotną regularną k-sterowalnością automatu sekwencyjnego M, a jego zmodyfikowaną macierzą przejścia $C_{M(m_1,m_2,\dots,m_r)}$ podaje następujące twierdzenie, będące bezpośrednim wnioskiem wynikającym z twierdzenia 1.

Twierdzenie 2. Automat sekwencyjny M jest r-krotnie regularnie k-sterowalny wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje zmodyfikowana macierz przejścia $C_{M(m_1,m_2,\dots,m_r)}$ spełniająca następujące warunki:

$$C^k_{M(m_1,m_2,\dots,m_r)} = I \quad \text{oraz} \quad C^{k-j}_{M(m_1,m_2,\dots,m_r)} \neq I \quad \text{dla} \quad 1 \leqslant j \leqslant (k-1)$$

Przy określaniu r-krotnej regularnej k-sterowalności automatu sekwencyjnego M, należy dla każdej r-elementowej wariacji bez powtórzeń zbioru X, zbudować odpowiednią zmodyfikowaną macierz przejścia $C_{M(m_1,m_2,\ldots,m_r)}$, a następnie badać jej kolejne potęgi, stosując reguły mnożenia logicznego macierzy.
Jeżeli dla pewnej zmodyfikowanej macierzy przejścia $C_{M(m_1,m_2,\ldots,m_r)}$ będą spełnione warunki zawarte w twierdzeniu 2, to automat sekwencyjny M jest r-krotnie regularnie k-sterowalny.

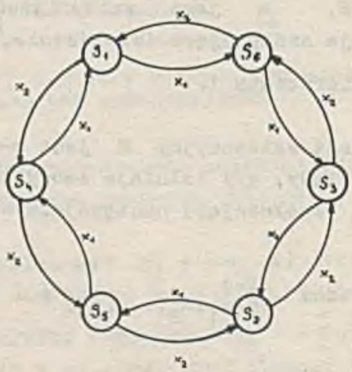
Łatwo można sprawdzić, że jeżeli w zmodyfikowanej macierzy przejścia występuje w każdym wierszu i w każdej kolumnie tylko jedna jedynka, to dowolna potęga tej macierzy nie może być równa macierzy I, czyli warunki twierdzenia 2 nie są spełnione. Podobnie, jeżeli w zmodyfikowanej macierzy przejścia występuje wiersz lub kolumna złożona z samych zer to automat sekwencyjny nie jest silnie zwarty, a tym samym nie jest sterowalny. W przypadku, gdy potęgowanie zmodyfikowanej macierzy przejścia jest okresowe, tzn. istnieją liczby naturalne h oraz $t \geqslant 2$ takie, że dla wszystkich $k \geqslant h$ zachodzi [4]:

$$C^k_{M(m_1,m_2,\ldots,m_r)} = C^{k+t}_{M(m_1,m_2,\ldots,m_r)}$$

to warunki zawarte w twierdzeniu 2 nie mogą być spełnione.
Wszystkie powyższe uwagi dotyczące zmodyfikowanych macierzy przejścia dotyczą oczywiście również macierzy przejścia C_M i twierdzenia 1.

Ilustracją podanych definicji oraz twierdzeń, dotyczących sterowalności automatów sekwencyjnych, są następujące przykłady:

Przykład 1. Niech będzie dany automat sekwencyjny M, dla którego $X = \{x_1, x_2\}$, $S = \{s_1, s_2, \ldots, s_6\}$, a diagram przejść między poszczególnymi stanami jest podany na rys. 2.



Rys. 2. Diagram przejść między poszczególnymi stanami

Ponieważ p = 2, więc r może przyjmować wartości 1 lub 2. Dla r = 1 można zbudować $\binom{p}{p-r} = \binom{2}{2-1} = \binom{2}{1} = 2$ zmodyfikowane macierze przejścia $C_{M(1)}$ oraz $C_{M(2)}$ o wymiarach (6 x 6) postaci:

$$C_{M(1)} = \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&1&0 \\ 0&1&0&0&0&0 \\ 1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0 \end{bmatrix} \qquad C_{M(2)} = \begin{bmatrix} 0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&1&0 \\ 0&1&0&0&0&0 \\ 1&0&0&0&0&0 \end{bmatrix}$$

Zarówno macierz $C_{M(1)}$ jak i macierz $C_{M(2)}$, posiadają w każdej kolumnie i w każdym wierszu po jednej jedynce, więc rozważany automat nie jest 1-krotnie regularnie sterowalny.
Dla r = 2, uzyskujemy jedną zmodyfikowaną macierz przejścia, która jest po prostu macierzą przejścia C_M postaci:

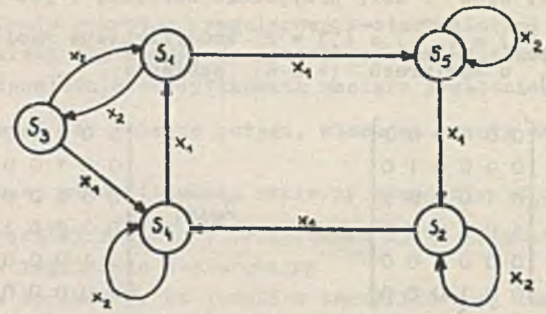
$$C_M = \begin{bmatrix} 0&0&0&1&0&1 \\ 0&0&1&0&1&0 \\ 0&1&0&0&0&1 \\ 1&0&0&0&1&0 \\ 0&1&0&1&0&0 \\ 1&0&1&0&0&0 \end{bmatrix}$$

Potęgując kolejno macierz C_M uzyskuje się:

$$C_M^2 = \begin{bmatrix} 1&0&1&0&1&0 \\ 0&1&0&1&0&1 \\ 1&0&1&0&1&0 \\ 0&1&0&1&0&1 \\ 1&0&1&0&1&0 \\ 0&1&0&1&0&1 \end{bmatrix} \quad C_M^3 = \begin{bmatrix} 0&1&0&1&0&1 \\ 1&0&1&0&1&0 \\ 0&1&0&1&0&1 \\ 1&0&1&0&1&0 \\ 0&1&0&1&0&1 \\ 1&0&1&0&1&0 \end{bmatrix} \quad C_M^4 = \begin{bmatrix} 1&0&1&0&1&0 \\ 0&1&0&1&0&1 \\ 1&0&1&0&1&0 \\ 0&1&0&1&0&1 \\ 1&0&1&0&1&0 \\ 0&1&0&1&0&1 \end{bmatrix} = C_M^2$$

Ponieważ potęgowanie macierzy przejścia C_M jest okresowe, więc nie są spełnione warunki twierdzenia 1, czyli badany automat sekwencyjny nie jest sterowalny, chociaż jest silnie zwarty.

Przykład 2. Niech będzie dany automat sekwencyjny M, dla którego $X = \{x_1, x_2\}$, $S = \{s_1, s_2, \ldots, s_5\}$, a diagram przejść między poszczególnymi stanami jest podany na rys. 3.



Rys. 3. Diagram przejść pomiędzy poszczególnymi stanami

Ponieważ p = 2, więc r może przyjmować wartości 1 lub 2. Dla r = 1 można zbudować 2 zmodyfikowane macierze przejścia $C_{M(1)}$ oraz $C_{M(2)}$ o wymiarach (5 x 5) postaci:

$$C_{M(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C_{M(2)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Macierz $C_{M(1)}$ posiada kolumnę złożoną z samych zer, nie może więc spełniać warunków zawartych w twierdzeniu 2. Podobnie macierz $C_{M(2)}$ ponieważ posiada w każdej kolumnie i w każdym wierszu po jednej jedynce, nie może spełniać warunków zawartych w twierdzeniu 2. Stąd rozważany automat sekwencyjny nie jest 1-krotnie regularnie sterowalny. Dla r = 2 uzyskujemy jedną zmodyfikowaną macierz przejścia, która jest po prostu macierzą przejścia C_M postaci:

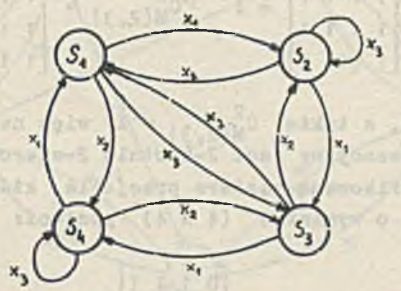
$$C_M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Potęgując kolejno macierz przejścia C_M uzyskuje się:

$$C_M^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad C_M^3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad C_M^4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = I$$

Stąd na mocy twierdzenia 1 rozważany automat sekwencyjny jest 4-sterowalny lub inaczej mówiąc 2-krotnie regularnie 4-sterowalny, gdyż w tym przypadku r = p = 2.

Przykład 3. Niech będzie dany automat sekwencyjny M, dla którego $X = \{x_1, x_2, x_3\}$, $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$, a diagram przejść między stanami jest podany na rys. 4.



Rys. 4. Diagram przejść pomiędzy poszczególnymi stanami

Ponieważ $p = 3$, więc r może przyjąć wartości 1, 2 lub 3. Dla $r = 1$ można zbudować $\binom{p}{p-r} = \binom{3}{2} = 3$ zmodyfikowane macierze przejścia $C_{M(1)}$, $C_{M(2)}$ oraz $C_{M(3)}$ o wymiarach (4×4) postaci:

$$C_{M(1)} = \begin{bmatrix} 0&1&0&0\\ 0&0&1&0\\ 0&0&0&1\\ 1&0&0&0 \end{bmatrix} \qquad C_{M(2)} = \begin{bmatrix} 0&0&0&1\\ 1&0&0&0\\ 0&1&0&0\\ 0&0&1&0 \end{bmatrix} \qquad C_{M(3)} = \begin{bmatrix} 0&0&1&0\\ 0&1&0&0\\ 1&0&0&0\\ 0&0&0&1 \end{bmatrix}$$

Macierze $C_{M(1)}$, $C_{M(2)}$ i $C_{M(3)}$ posiadają w każdym wierszu i w każdej kolumnie po jednej jedynce, więc warunki twierdzenia 2 nie są spełnione. Dla $r = 2$ można zbudować $\binom{p}{p-r} = \binom{3}{1} = 3$ zmodyfikowane macierze przejścia $C_{M(1,2)}$, $C_{M(1,3)}$ oraz $C_{M(2,3)}$ o wymiarach (4×4) postaci:

$$C_{M(1,2)} = \begin{bmatrix} 0&1&0&1\\ 1&0&1&0\\ 0&1&0&1\\ 1&0&1&0 \end{bmatrix} \qquad C_{M(1,3)} = \begin{bmatrix} 0&1&1&0\\ 0&1&1&0\\ 1&0&0&1\\ 1&0&0&1 \end{bmatrix} \qquad C_{M(2,3)} = \begin{bmatrix} 0&0&1&0\\ 1&1&0&0\\ 1&1&0&0\\ 0&0&1&1 \end{bmatrix}$$

Potęgując kolejno zmodyfikowane macierze przejścia $C_{M(1,2)}$, $C_{M(1,3)}$ oraz $C_{M(2,3)}$ uzyskuje się:

$$C^2_{M(1,2)} = \begin{bmatrix} 1&0&1&0\\ 0&1&0&1\\ 1&0&1&0\\ 0&1&0&1 \end{bmatrix} \qquad C^3_{M(1,2)} = \begin{bmatrix} 0&1&0&1\\ 1&0&1&0\\ 0&1&0&1\\ 1&0&1&0 \end{bmatrix} = C_{M(1,2)}$$

Potęgowanie zmodyfikowanej macierzy przejścia $C_{M(1,2)}$ jest okresowe, a więc nie spełnia ona warunków twierdzenia 2.

$$C^2_{M(1,3)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = I \qquad C^2_{M(2,3)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = I$$

Ponieważ $C^2_{M(1,3)} = I$, a także $C^2_{M(2,3)} = I$ więc na mocy twierdzenia 2 rozważany automat sekwencyjny jest 2-krotnie 2-sterowalny. Dla $r = 3$ uzyskuje się jedną zmodyfikowaną macierz przejścia, która jest po prostu macierzą przejścia C_M o wymiarze (4×4) postaci:

$$C_M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Potęgując kolejno macierz przejścia C_M uzyskuje się:

$$C^2_M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = I$$

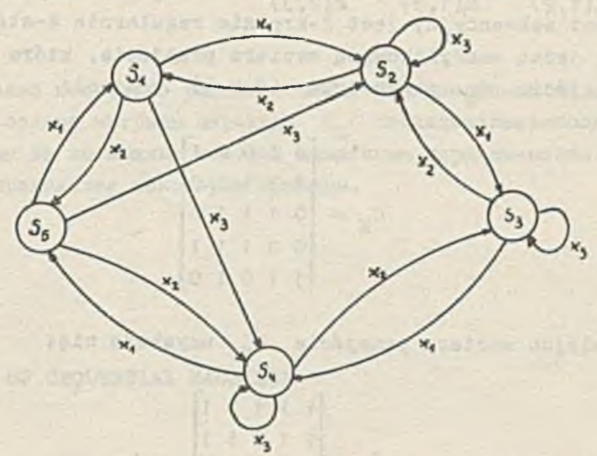
Ponieważ $C^2_M = I$, więc na mocy twierdzenia 1 rozważany automat sekwencyjny jest 2-sterowalny.

Przykład 4. Niech będzie dany automat sekwencyjny M, dla którego $X = \{x_1, x_2, x_3\}$, $S = \{s_1, s_2, \ldots, s_5\}$, a diagram przejść między poszczególnymi stanami jest pokazany na rys. 5.

Ponieważ $p = 3$, więc r może przyjmować wartości 1, 2 lub 3. Dla $r = 1$ można zbudować 3 zmodyfikowane macierze przejścia $C_{M(1)}$, $C_{M(2)}$ oraz $C_{M(3)}$ o wymiarach (5×5) postaci:

$$C_{M(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C_{M(2)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad C_{M(3)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Macierze $C_{M(1)}$ oraz $C_{M(2)}$ posiadają w każdym wierszu i w każdej kolumnie po jednej jedynce, natomiast macierz $C_{M(3)}$ posiada dwie kolumny złożone z samych zer, żadna więc z tych macierzy nie spełnia warunków twierdzenia 2.



Rys. 5. Diagram przejść pomiędzy poszczególnymi stanami

Dla $r = 2$ można zbudować 3 zmodyfikowane macierze przejścia $C_{M(1,2)}$, $C_{M(1,3)}$ oraz $C_{M(2,3)}$ o wymiarach (5×5) postaci:

$$C_{M(1,2)} = \begin{bmatrix} 0&0&0&0&1 \\ 1&0&1&0&0 \\ 0&1&0&1&0 \\ 0&0&1&0&1 \\ 1&0&0&1&0 \end{bmatrix} \quad C_{M(1,3)} = \begin{bmatrix} 0&1&0&1&0 \\ 0&1&1&0&0 \\ 0&0&1&1&0 \\ 0&0&0&1&1 \\ 1&1&0&0&0 \end{bmatrix} \quad C_{M(2,3)} = \begin{bmatrix} 0&0&0&1&1 \\ 1&1&0&0&0 \\ 0&1&1&0&0 \\ 0&0&1&1&0 \\ 0&1&0&1&0 \end{bmatrix}$$

Potęgując kolejno zmodyfikowane macierze przejścia uzyskuje się:

$$C^2_{M(1,2)} = \begin{bmatrix} 1&0&1&1&0 \\ 0&1&0&1&1 \\ 1&0&1&0&1 \\ 1&1&0&1&0 \\ 0&1&1&0&1 \end{bmatrix} \quad C^3_{M(1,2)} = \begin{bmatrix} 0&1&1&1&1 \\ 1&0&1&1&1 \\ 1&1&0&1&1 \\ 1&1&1&0&1 \\ 1&1&1&1&0 \end{bmatrix} \quad C^4_{M(1,2)} = \begin{bmatrix} 1&1&1&1&1 \\ 1&1&1&1&1 \\ 1&1&1&1&1 \\ 1&1&1&1&1 \\ 1&1&1&1&1 \end{bmatrix} = I$$

$$C^2_{M(1,3)} = \begin{bmatrix} 0&1&1&1&0 \\ 0&1&1&1&0 \\ 0&0&1&1&1 \\ 1&1&0&1&1 \\ 0&1&1&1&0 \end{bmatrix} \quad C^3_{M(1,3)} = \begin{bmatrix} 1&1&1&1&1 \\ 0&1&1&1&1 \\ 1&1&1&1&1 \\ 1&1&1&1&1 \\ 0&1&1&1&1 \end{bmatrix} \quad C^4_{M(1,3)} = \begin{bmatrix} 1&1&1&1&1 \\ 1&1&1&1&1 \\ 1&1&1&1&1 \\ 1&1&1&1&1 \\ 1&1&1&1&1 \end{bmatrix} = I$$

$$C^2_{M(2,3)} = \begin{bmatrix} 0&1&1&1&0 \\ 1&1&0&1&1 \\ 1&1&1&0&0 \\ 0&1&1&1&0 \\ 1&1&1&1&1 \end{bmatrix} \quad C^3_{M(2,3)} = \begin{bmatrix} 1&1&1&1&0 \\ 1&1&1&1&1 \\ 1&1&1&1&1 \\ 1&1&1&1&0 \\ 1&1&1&1&1 \end{bmatrix} \quad C^4_{M(2,3)} = \begin{bmatrix} 1&1&1&1&1 \\ 1&1&1&1&1 \\ 1&1&1&1&1 \\ 1&1&1&1&1 \\ 1&1&1&1&1 \end{bmatrix} = I$$

Ponieważ $C^4_{M(1,2)} = C^4_{M(1,3)} = C^4_{M(2,3)} = I$ więc na mocy twierdzenia 2 rozważany automat sekwencyjny jest 2-krotnie regularnie 4-sterowalny. Dla r=3 uzyskuje się jedną zmodyfikowaną macierz przejścia, która jest po prostu macierzą przejścia C_M o wymiarze (5 x 5) postaci:

$$C_M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Potęgując kolejno macierz przejścia C_M uzyskuje się:

$$C^2_M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = I$$

Ponieważ $C^2_M = I$, więc na mocy twierdzenia 1 rozważany automat sekwencyjny jest 2-sterowalny lub inaczej mówiąc 3-krotnie regularnie 2-sterowalny.

LITERATURA

[1] Cohn M.: Controllability in Linear Sequential Circuits I.R.E. Transactions vol. CT-9. 1962. pp. 74-78.

[2] Harrison M.: Lectures on Linear Sequential Machines. Academic Press. New York. 1969.

[3] Kalman R.E., Falb P.T., Arbib M.A.: Topics in Mathematical System Theory. Mc Graw-Hill. New York. 1969.

[4] Kambayashi Y., Shuzo Y.: Controllability of Sequential Machines Information and Control. vol. 21 nr 4 1972, s. 306-328.

УПРАВЛЯЕМОСТЬ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТНЫХ МАШИН

Р е з ю м е

В статье указано несколько разных понятий управляемости последовательностных машин. На основе матрицы перехода C_M последовательностной машины М представлено один из возможных методов испытания управляемости. Для иллюстрации метода приводятся некоторые примеры.

CONTROLLABILITY OF SEQUENTIAL MACHINES

S u m m a r y

In the paper several definitions of various kinds of the controllability of sequential machines are given. Based on the transfer matrix C_M of sequential machines M, one of the possible methods investigating controllability is presented.

Some exemples illustrating the above method are given.