ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1972

Seria: GÓRNICTWO z. 52 Nr kol. 332

Bernard Drzęźla

ANALIZA ZAŁOŻEŃ CAŁKOWYCH TEORII RUCHÓW GÓROTWORU NAD EKSPLOATACJĄ

Streszczenie. Praca dotyczy przede wszystkim teorii S. Knothego - W. Budryka oraz teorii J. Litwiniszyna. Wykazano, że pierwszą z tych teorii można było zbudować "bardziej oszczędnie", przy pomocy mniejszej ilości założeń, ponieważ niektóre z nich wynikają z innych. Przy okazji naświetlono rolę poszczególnych założeń w konstrukcji teorii. W dalszej części pracy niektóre z założeń poddano konfrontacji z wynikami badań modelowych i pomiarów w kopalniach.

1. Wstęp

W dotychczasowych naukowych opracowaniach zagadnienia ruchów górotworu pod wpływem eksploatacji podziemnej wyróżnia się cztery grupy prac [5, 9].

Pierwsza grupa obejmuje prace, których wynikiem są formuły empiryczne będące prostym relacjonowaniem aposteriori zaobserwowanego i pomierzonego w praktyce zjawiska. Sam pomiar zjawiska deformacji górotworu jest przy tym najczęściej ograniczony do powierzchni terenu. Formułę empiryczną może stanowić wzór matematyczny, wykres lub nomogram.

Drugi kierunek badań obejmuje formuły będące wynikiem pewnego schematu dedukcyjnego opartego na przyjętych aksjomatach. Niektóre z tych aksjomatów mogą być również pochodzenia empirycznego. Do omawianej grupy badań należą tak zwane teorie geometryczno-całkowe, których największy rozwój wiąże się z pracami polskich badaczy W. Budryka [1], S. Knothego [6] i T. Kochmańskiego [7].

Trzeci kierunek badań nad zagadnieniem ruchów i naprężeń górotworu przy eksploatacji stanowią prace posługujące się modelami i metodami mechaniki ośrodków ciągłych. Stan naprężeń i przemieszczeń w ośrodku ciągłym określają układ równań różniczkowych równowagi oraz równania stanu zależne od przyjętego modelu ośrodka. Równania stanu podają związek pomiędzy stanem naprężeń, odkształceń oraz szybkością ich zmian. Po przyjęciu modelu reologicznego górotworu poszukuje się rozwiązania równań równowagi z uwzględnieniem równań stanu przy założonych warunkach brzeżno-początkowych.

Na najbardziej ogólnych prawach rządzących ośrodkiem ciągłym, jak na przykład zasada zachowania masy, oparta jest teoria J. Litwiniszyna [8], której końcowe wzory są zbieżne z wzorami teorii S. Knothego.

Czwarty kierunek badań został zapoczątkowany w Polsce pracami J. Litwiniszyna. Prace te traktują górotwór jako tzw. ośrodek stochastyczny.

Możliwe są również pośrednie kierunki badań. Jako przykład można podać pracę H. Gila [4], w której rozpatrywany jest ośrodek złożony z dwu warstw - warstwy o modelu stochastycznym i warstwy sprężystej. Z kolei w pracy

autora [2] górotwór traktowany jest jako ośrodek sprężysty, ale założono, że jego przemieszczenia pionowe odbywają się zgodnie z równaniem całkowym S. Knothego, a równanie przemieszczeń poziomych otrzymano w oparciu o wariacyjną metodę minimalizacji średniej kwadratowej pozostałości.

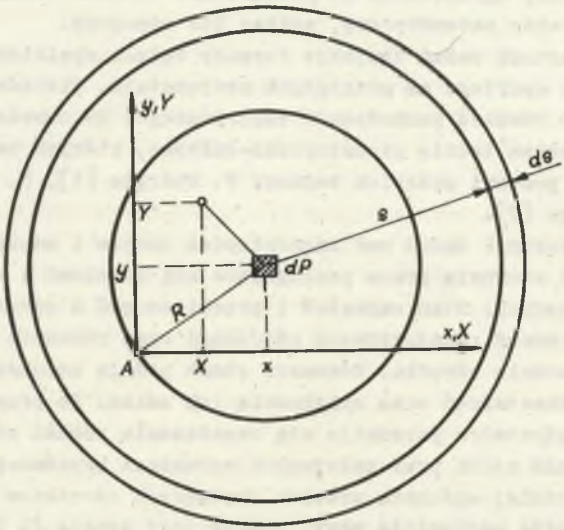
Najszersze zastosowanie w praktyce górniczej znalazły jednak formuły całkowe (drugi kierunek badań). Niniejszy artykuł traktuje o założeniach teorii S. Knothego [6] i W. Budryka [1] oraz zbliżonej do nich teorii J.Litwiniszyna [8] w świetle rozważań teoretycznych, badań modelowych i pomiarów w kopalniach.

2. Teoretyczna analiza założeń teorii całkowych

Z prac twórców omawianych teorii [1, 6] wynika, że do podstawowych ich założeń można zaliczyć:

- postać równania opisującego przemieszczenia pionowe górotworu [6],
- przyjęcie za S. Awierszynem liniowego związku między przemieszczeniem poziomym a nachyleniem niecki osiadania [1]
- przyjęcie, że górotwór jest nieściśliwy [1].

Nasuwa się pytanie czy wszystkie te założenia są niezbędne dla skonstruowania teorii, na całość której składają się dwie prace [1, 6]. Otóż nie.



Rys. 1. Schemat do wyznaczania równania elementarnej niecki osiadania

W niektórych przypadkach można zrezygnować z jednego z tych założeń. Będzie ono wynikać z pozostałych dwu założeń. Za jeden z takich przypadków można potraktować teorię J. Litwiniszyna [8], który przyjmując drugie i trzecie założenie otrzymał postać równania opisującego przemieszczenia

pionowe analogiczne do równania S. Knothego. Wykażemy, że dla skonstruowania omawianej teorii można również przyjąć dwa inne założenia. Pokażemy mianowicie, że z pierwszego i trzeciego założenia wynika drugie. W tym celu zastosujemy dokładnie takie samo rozumowanie, jakie przyjął T. Kochmański [7] budując swoją teorię ruchów poziomych górotworu.

Na podstawie wzorów S. Knothego osiadanie dw punktu A na rys. 1 pod wpływem wybrania elementarnej powierzchni pokładu dP wynosi (przyjmujemy, że oś z jest skierowana pionowo w górę, stąd znak minus we wzorze)

$$dw = -\frac{w_{max}}{r^2} e^{-\frac{\pi}{r^2}(x^2+y^2)} dP,$$

$$dw = -\frac{w_{max}}{r^2} e^{-\pi R^2/r^2} dP, \tag{1}$$

gdzie:

w_{max}, r - parametry teorii; r = r(z),

w_{max} = const (co wynika z założenia o zerowaniu się odkształceń objętościowych w górotworze).

Objętość części elementarnej niecki osiadania zawartej w pierścieniu o promieniach s i s + ds wynosi:

$$-\frac{w_{max}}{r^2} dP\, 2\pi\, s\, e^{-\pi s^2/r^2} ds,$$

a objętość niecki elementarnej w obszarze poza okręgiem a promieniu R

$$dV_R = -2\pi \frac{w_{max}}{r^2} dP \int_R^{\infty} e^{-\pi s^2/r^2} s\, ds$$

$$dV_R = -w_{max}\, dP\, e^{-\pi R^2/r^2}.$$

Jest to ujemny przyrost (ubytek) objętości górotworu w tym obszarze.

Jeśli rozpatrzymy dwa poziomy górotworu z_1 i z_2 ($z_2 > z_1 \geqslant 0$), to przyrost (ujemny) objętości górotworu między tymi poziomami w obszarze poza okręgiem o promieniu R wyniesie:

$$dV_R(z_2) - dV_R(z_1).$$

Ze względu jednak na brak odkształceń objętościowych w górotworze taka sama objętość musiała się przemieścić do wnętrza tego okręgu w wyniku ru-

chów poziomych górotworu. Operując średnią wielkością przemieszczenia poziomego między poziomami z_1 i z_2 na pobocznicy walca o promieniu R otrzymamy równość:

$$2\pi R\,(z_2 - z_1)\,du_{śr} = dV_R(z_1) - dV_R(z_2).$$

Z kolei przechodząc do granicy $z_2 \longrightarrow z_1 = z$ otrzymamy:

$$du(z) = \frac{-1}{2\pi R}\frac{d}{dz}\,(dV_R(z)) =$$

$$= \frac{w_{max}}{r^3}\frac{dr}{dz}\,R\,e^{-\pi R^2/r^2}\,dP \qquad (2)$$

W kierunku osi x składowa przemieszczenia elementarnego wyniesie (wektor du_x jest rzutem wektora du na oś x)

$$du_x = \frac{w_{max}}{r^3}\frac{dr}{dz}\,R\,e^{-\pi R^2/r^2}\,\cos t\,dP$$

Jeśli teraz uwzględnić, że

$$R = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\cos t = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

to ostatecznie otrzymamy:

$$du_x = \frac{w_{max}}{r^3}\frac{dr}{dz}\,x\,e^{-\frac{\pi}{r^2}(x^2+y^2)}\,dP. \qquad (3)$$

Wielkość elementarnego osiadania w punkcie o współrzędnych bieżących (X,Y) (rys. 1) wynosi:

$$dw\,(X, Y) = -\frac{w_{max}}{r^2}\,e^{-\frac{\pi}{r^2}\left[(x-X)^2 + (y-Y)^2\right]}\,dP.$$

Jest to równanie elementarnej niecki osiadania. Po jego zróżniczkowaniu względem X i podstawieniu X = Y = 0 otrzymamy wielkość elementarnego nachylenia niecki osiadania w punkcie A i w kierunku osi x wywołanego eksploatacją obszaru elementarnego dP

$$d\,T_x = \left[\frac{\partial}{\partial X}\,dw\,(X,Y)\right]\Bigg|_{\substack{X=0\\Y=0}} = -\frac{2\pi\,w_{max}}{r^4}\,x\,e^{-\frac{\pi}{r^2}(x^2+y^2)}\,dP \tag{4}$$

Interesuje nas teraz stosunek

$$B = \frac{du_x}{dT_x} = -\frac{r}{2\pi}\,\frac{dr}{dz} \tag{5}$$

Okazuje się, że

$$B = B(z)$$

a więc na danym poziomie górotworu stosunek przemieszczenia poziomego i nachylenia niecki osiadania jest wielkością stałą, co dowodzi postawionej tezy.

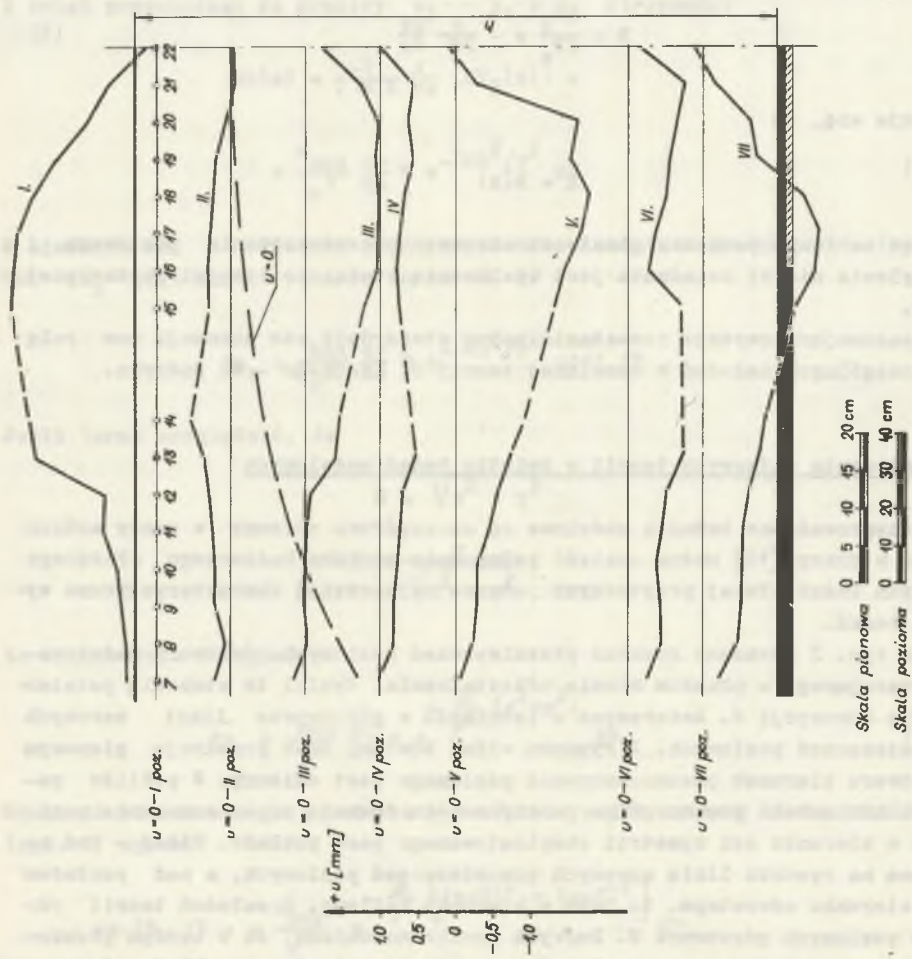
Reasumując powyższe rozważania można stwierdzić, że pokazują one rolę poszczególnych założeń w omawianej teorii S. Knothego - W. Budryka.

3. Założenia całkowych teorii w świetle badań modelowych

Przeprowadzone badania modelowe są szczegółowo opisane w pracy autora [2], a w pracy [10] można znaleźć pełny opis stoiska badawczego służącego do tych badań. Tutaj przytoczymy jedynie najbardziej charakterystyczne wyniki badań.

Na rys. 2 pokazano rozkład przemieszczeń poziomych górotworu modelowego pracującego w płaskim stanie odkształcenia. Wyniki te stanowią potwierdzenie koncepcji S. Awierszyna o istnieniu w górotworze linii zerowych przemieszczeń poziomych. Z rysunku widać bowiem, że w przekroju pionowym górotworu kierunek przemieszczenia poziomego jest zmienny. W pobliżu powierzchni modelu poszczególne punkty modelu doznają przemieszczenia poziomego w kierunku osi symetrii eksploatowanego pasa pokładu. Niżej - pod pokazaną na rysunku linią zerowych przemieszczeń poziomych, a nad pokładem - w kierunku odwrotnym, to jest w kierunku calizny. Z założeń teorii ruchów poziomych górotworu W. Budryka wynika natomiast, że w każdym przekroju pionowym górotworu, na całej jego wysokości od stropu pokładu do powierzchni, kierunek przemieszczenia poziomego jest niezmienny i punkty górotworu przemieszczają się w kierunku osi symetrii eksploatacji.

Stwierdzona jakościowa różnica co do charakteru ruchów poziomych górotworu między wynikami badań modelowych a teorią W. Budryka świadczyłaby przede wszystkim o występowaniu w górotworze odkształceń objętościowych. O tym samym świadczyłyby badania B. Dżegniuka [3], który na podstawie po-



Rys. 2. Przemieszczenia poziome górotworu modelowego

miarów odkształceń pionowych w szybach stwierdza, że bezwzględna wielkość odkształceń pionowych jest 5-10 razy mniejsza od bezwzględnej wartości sumy odkształceń poziomych w dwu prostopadłych kierunkach.

Dalszym zagadnieniem, które przebadano na modelach, jest zmienność promienia zasięgu wpływów w górotworze od stropu pokładu do powierzchni. Wzór W. Budryka [1] na promień zasięgu wpływów jest typu:

$$r(z) = c\left(\frac{z}{h}\right)^{k}, \tag{6}$$

gdzie:

z - odległość danego poziomu górotworu od pokładu,

c,k - pewne parametry,

h - grubość skał nadległych nad pokładem,

przy czym we wzorze prof. W. Budryka było:

$$k = \sqrt{2\pi}\ \mathrm{tg}\beta,$$

gdzie:

β - kąt zasięgu wpływów głównych

Stąd wielkość wykładnika k powinna być znacznie większa od jedności.

W badaniach modelowych mierzono niecki osiadania na siedmiu poziomach. Następnie wyznaczano dla każdego poziomu wielkość promienia zasięgu wpływów z warunku na minimum różnicy między niecką pomierzoną a niecką teoretyczną opisaną równaniem S. Knothego. Przed dalszymi obliczeniami do równania (6) wprowadzono jeszcze jeden parametr uogólniający wzór prof. Budryka

$$r(z) = c\left(\frac{z + z_o}{h + z_o}\right)^{k} \tag{7}$$

Nieznane parametry c, k i z_o funkcji r(z) wyznaczono metodą najmniejszych kwadratów szukając minimum funkcji

$$B(c, k, z_o) = \sum_{i=1}^{7}\left[r_i - c\left(\frac{z_i + z_o}{h + z_o}\right)^{k}\right]^{2},$$

gdzie:

r_i - obliczona na podstawie pomierzonej niecki osiadania wielkość promienia zasięgu wpływów dla i-tego poziomu,

z_i - odległość i-tego poziomu od stropu pokładu.

Dla eksploatacji, jak na rys. 2 otrzymano:

$$k = 0{,}525,$$

$$c = 119,9 \text{ cm},$$

$$z_o = 4,4 \text{ cm},$$

a stąd:

$$r(o) = 23,1 \text{ cm}$$

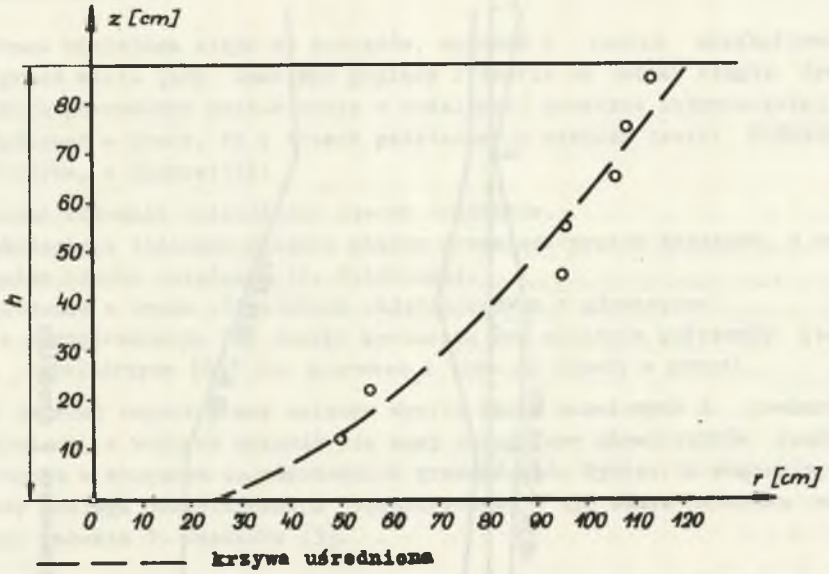
Szczególnie istotna jest tutaj wielkość wykładnika k, która różni się od przewidywań W. Budryka. Należy również podkreślić, że w stropie pokładu wielkość promienia zasięgu wpływów jest różna od zera.

Według teoretycznego rozwiązania zagadnienia ruchów i naprężeń górotworu pod wpływem eksploatacji, które uzyskano w pracy [2], ruchy poziome górotworu mają taki sam charakter, jak to przedstawiono na rys. 2. Ponieważ jednak istniała możliwość przebadania dalszego przebiegu linii zerowych przemieszczeń poziomych stwierdzono, że jest to linia zamknięta. Z kolei parametr k, wyznaczony teoretycznie w tej pracy, miał wielkość 0,665 (W cytowanej pracy podane jest właściwie, że k = 0,654. Różnica wynika stąd, że przy obliczeniach numerycznych wystąpiły początkowo pewne niedokładności. Już po ogłoszeniu pracy [2] przeprowadzono ponowne obliczenia i usunięto zaistniałe niedokładności).

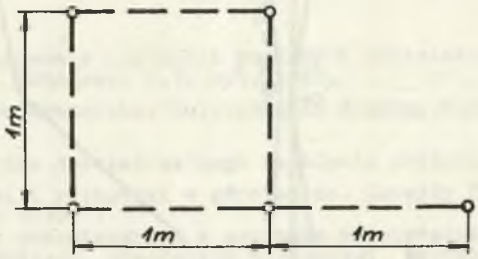
4. Wyniki pomiarów ruchów poziomych górotworu przeprowadzonych w warunkach naturalnych jako element kontrolny do wyników badań modelowych [2]

Przeprowadzone w kopalniach badania polegały na pomiarach odkształceń poziomych i pionowych w pokładzie, w chodniku przed frontem ściany. Chodziło bowiem głównie o stwierdzenie faktu czy przed frontem występują poziome ściskania, co świadczyłoby o ruchu górotworu w kierunku calizny, jak to sugerowały wyniki badań modelowych (rys. 2). Pomiary takie przeprowadzono w dwóch ścianach. W chodnikach przyścianowych tych ścian założono na ociosie przyległym do wybieranego ścianą pola, po 7 stacji pomiarowych w odległościach co 30 m. Na jedną stację pomiarową składało się 5 zestabilizowanych w caliźnie kołków metalowych (jak na rys. 3). Całość badań polegała na okresowych pomiarach względnych przesunięć sąsiednich kołków, czyli średnich odkształceń na odcinku między tymi kołkami. Z rys. 4 widać, że na pomiar w jednej stacji składały się trzy pomiary odkształceń poziomych i dwa pomiary odkształceń pionowych. Założono, że wielkość odkształcenia poziomego czy pionowego górotworu w danej stacji pomiarowej jest średnią z odpowiednich pomiarów.

Ze względów technicznych nie udało się utrzymać ciągłości pomiarów [2] tak, że posiadane wyniki obrazują jedynie przyrosty odkształceń górotworu w odpowiednich okresach czasu. Wielkość przyrostów odkształceń poziomych dla jednej z badanych ścian i wybranych okresów pokazano na rys. 5. Z rys.

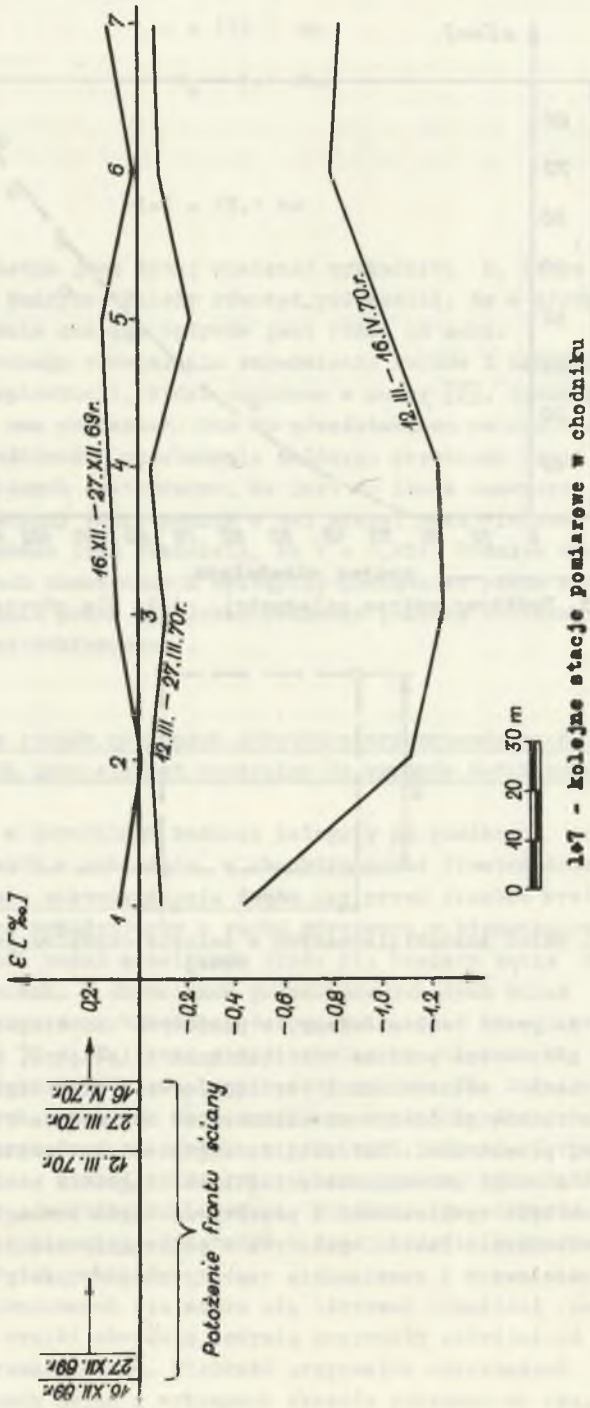


Rys. 3. Punktowy wykres zależności r(z) dla górotworu modelowego



Rys. 4. Układ zestabilizowanych w ociosie chodnika punktów stacji pomiarowej

widać, że przed czołem ściany, w niedużych od niego odległościach występują w górotworze poziome odkształcenia ściskające, w większych zaś odległościach - odkształcenia rozciągające. W pierwszym przypadku składowa pozioma ruchów górotworu ma kierunek do calizny, a w drugim - kierunek do wybranej przestrzeni. Bardziej szczegółowa interpretacja (rys. 5) jest niemożliwa z uwagi na wspomniany już brak ciągłości pomiarów. Niemniej już to, co można było wywnioskować z przeprowadzonych pomiarów, stanowi praktyczne potwierdzenie faktów opisanych w poprzednim rozdziale, a dotyczących badań modelowych i rozwiązania teoretycznego z pracy [2].



Rys. 5. Przyrosty poziomych odkształceń górotworu w pokładzie 615 N kop. Knurów w chodniku nadścianowym przed frontem ściany w wyszczególnionych odstępach czasu

5. Zakończenie

Praca niniejsza sięga do poglądów, założeń i teorii ukształtowanych już przed wielu laty. Omawiane poglądy i teorie są jednak ciągle żywe i znajdują powszechne zastosowanie w codziennej praktyce inżynierskiej.

Wykazano w pracy, że z trzech podstawowych założeń teorii S.Knothego-W. Budryka, a mianowicie:

- postać równania opisującego nieckę osiadania,
- założenie o liniowym związku między przemieszczeniem poziomym, a nachyleniem niecki osiadania (S. Awierszyn),
- założenie o braku odkształceń objętościowych w górotworze

dla skonstruowania tej teorii wystarczą dwa ostatnie założenia (teoria J. Litwiniszyna [8]) lub pierwsze i trzecie (dowód w pracy).

W dalszej części pracy opisano wyniki badań modelowych i pomiarów w kopalniach, z których wyłonił się nowy jakościowo obraz ruchów poziomych górotworu w stosunku do poprzednich przewidywań. Wyniki te sugerują, że górotwór podlega odkształceniom objętościowym. O tym samym świadczą między innymi badania B. Dżeniuka [3].

LITERATURA

1. Budryk W. - Wyznaczenie wielkości poziomych odkształceń terenu. Archiwum Górnictwa i Hutnicwa, t.I, z.1, 1953.
2. Drzęźla B. - Praca doktorska. Politechnika Śląska, Gliwice 1971 (niepublikowana).
3. Dżegniuk B. - Próba doświadczalnego ustalenia związku między odkształceniami poziomymi i pionowymi w górotworze. Zeszyty Naukowe AGH, Geodezja z.17, Kraków 1970.
4. Gil H. - Rozkład przemieszczeń w poziomym paśmie złożonym z ośrodka sypkiego i sprężystego, wywołanych mieszanymi warunkami brzegowymi. Archiwum Górnictwa, t. 11, z.4, 1966.
5. Gil H. - O pewnej możliwości ujęcia rozkładu przemieszczeń, naprężeń oraz gęstości energii odkształcenia w górotworze. Zeszyty Naukowe AGH, Górnictwo, z. 22. Kraków 1969 r.
6. Knothe S. - Równanie profilu ostatecznie wykształconej niecki osiadania. Archiwum Górnictwa i Hutnictwa, t. I, z. 1, 1953 r.
7. Kochmański T. - Obliczanie ruchów punktów górotworu pod wpływem eksploatacji górniczej. PWN, Warszawa 1956.
8. Litwiniszyn J. - Równanie różniczkowe przemieszczeń górotworu. Archiwum Górnictwa i Hutnictwa, t. I. z. 1, 1953 r.
9. Litwiniszyn J. - Rozwój problematyki wpływów górniczej eksploatacji na ruchy skał skorupy ziemskiej. Przegląd Górniczy nr 4, 1961.
10. Olaszowski W. - Praca doktorska, Politechnika Śląska Gliwice 1971 (niepublikowana).

АНАЛИЗ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ТЕОРИЙ ДВИЖЕНИЙ ГОРНЫХ ПОРОД НАД ЭКСПЛОАТАЦИЕЙ

Р е з ю м е

Работа касается прежде всего теории С. Кноте - В. Будрыка, а также теории Ю. Литвинишина. Доказано, что первую из этих теорий можно было построить "экономнее" с помощью меньшего количества исходных данных так как некоторые из них вытекают из других. Одновременно объясняется роль отдельных исходных данных в конструкции теории. В следующей части работы некоторые из исходных данных сопоставляются с результатами модельных исследований и измерений в шахтах.

ANALYSIS OF ASSUMPTIONS CONCERNING INTEGRAL THEORIES OF OROGENS MOVEMENTS ABOVE THE EXPLOITATION PLACE

S u m m a r y

The paper concerns first of all S. Knothe´s-W. Budryk´s and J.Litwiniszyn´s theories. It has been proved that the first of these theories could be more "economically" constructed, by means of fewer assumptions,as some of them result from the others. At this occasion the role of particular assumptions in the theory construction has been reflected.

Further, some of the assumptions have been confronted with the results of model investigations and measurements in the collieres.