

Jan Kubik

STAN NAPRĘŻENIA W LEPKOSPĘŻYSTYM PRĘCIE
WSPÓLDZIAŁAJĄCYM Z GÓROTWOREM

Streszczenie. W pracy analizuje się stan naprężeń w lepkospężystym pręcie, który stanowi model mechaniczny fundamentu. Pręt poddany jest działaniu poziomych ruchów górotworu. Analiza przeprowadzonego stanu naprężeń wskazuje, że istnieją znaczne różnice w stanie naprężeń między rozwiązaniami uzyskanymi w zakresie sprężystym w stosunku do rozwiązań lepkospężystych.

Przemieszczająca się w czasie powierzchnia górotworu posiada znaczny wpływ na stan naprężenia w konstrukcji współdziałającej z górotworem. Przekaz ruchu górotworu realizuje się poprzez fundament budowli, który jest zazwyczaj najbardziej narażony na wpływy ruchów górotworu. Analiza stanu naprężeń w fundamencie posiada więc zasadnicze znaczenie. Jej zakres wyznaczyć powinny przede wszystkim właściwości reologiczne materiałów konstrukcyjnych, którymi są najczęściej beton lub żelbet. Uwzględnienie tych właściwości w obliczeniach inżynierskich prowadzi do przyjęcia lepkospężystego modelu konstrukcji do analizy kontaktu fundamentu z górotworem. Różnice jakie występują w wyniku tych przyjęć w stosunku do rozwiązań sprężystych są znaczne i wynoszą od 30%–50%, w zależności od prędkości procesów deformacji.

Wyznaczanie stanu naprężenia w fundamencie jest w ogólności skomplikowane, stąd też przyjęto do analizy jednowymiarowy pręt jako najprostsze przybliżenie, dające jednak podstawę do wyrokowania o przebiegu zjawiska w rzeczywistości. Z konieczności - z uwagi na złożoność zagadnienia - poczyniono szereg założeń upraszczających znacznie ułatwiających analizę zagadnienia. Założenia te dotyczą w ogólności kinematyki górotworu oraz sposobu przekazywania przez górotwór ruchu na konstrukcję. Zagadnienia te były badane przez F. Wasilkowskiego [6] i T. Kantarka [2], wydaje się jednak, że w tym ważnym zagadnieniu należałoby przeprowadzić kompleksowe badania doświadczalne, które pozwoliłyby na wysnucie racjonalnych założeń dotyczących charakteru zjawiska. Autorzy ci przyjęli istnienie tzw. warstwy amortyzującej, której grubość i właściwości są dosyć dowolnie przyjmowane [2]. Przyjmowano w nich również, że naprężenia na górnym brzegu warstwy amortyzującej są identyczne, jak naprężenia w fundamencie (por. [2], [3], [6]). W pracy T. Kantarka założono, że przekaz sił tarcia między gruntem a fundamentem, związany jest tylko z tarcie w gruncie i jest analogiczny do wyznaczania naprężeń w warstwie przysięciennej cieczy lepkiej.

W rozważaniach przeprowadzonych w pracy omijamy trudności związane z poprawnym wyznaczeniem sił tarcia, zakładając znajomość rozkładu odkształceń powierzchni górotworu pod fundamentem, które są takie same jak przemieszczenia poziome fundamentu. Reasumując, stwierdzamy, że przekaz sił tarcia następuje bez poślizgu.

2. Założenia

Rozpatrywać będziemy lepkosprężysty pręt B o długości $2a$ i stałym przekroju poprzecznym F , który traktować będziemy dalej jako jednowymiarowy. Założymy, że dla materiału pręta słuszny jest następujący związek między naprężeniem a odkształceniem

$$\sigma(x, t) = \int_{-\infty}^t \varphi(t, \tau) d\varepsilon(x, \tau), \quad \tau \in (-\infty, t], \quad x \in [0, a] \quad (2.1)$$

W związku z tym $\sigma(x, t)$ jest naprężeniem w cząstce x pręta B w chwili t , $\varepsilon(x, t)$ odkształceniem, $\varphi(t, \tau)$ funkcją relaksacji materiału pręta, którą wyznaczamy z badań eksperymentalnych. Funkcja relaksacji jest funkcją malejącą, która uzyskuje największą wartość dla $t = -\infty$ ($\varphi(-\infty, \tau)$). Ogólna analiza równań (2.1) wskazuje na wpływ całej historii ruchu na stan naprężenia w chwili t . W przypadku betonu możemy przyjąć następujące - potwierdzone przez eksperymenty Dischingera, Arjutuniana i innych badaczy - uproszczone wyrażenie na związki konstytutywne (por. [7]).

$$E_0 \varepsilon(x, t) = \sigma(x, t) + E_0 C_0 \gamma \int_0^t \sigma(x, \tau) e^{-\gamma(t-\tau)} d\tau \quad (2.2)$$

W wyrażeniu (2.2) E_0 jest chwilowym modułem sprężystości, natomiast współczynniki C_0 , A , α , β i γ zależą od właściwości reologicznych materiału i są podane w pracy [7] str. 129.

Przejdziemy teraz do założeń dotyczących kinematyki wzajemnego ruchu konstrukcji i górotworu.

Założymy po pierwsze, że wymiary pręta są na tyle małe, że w obliczeniach uwzględniać będziemy jedynie ruchy poziome pręta natomiast pominiemy wpływ zmian krzywizny pionowej i poziomej górotworu na stan naprężenia w pręcie.

Po wtóre założymy, że przekaz sił z powierzchni górotworu na konstrukcję realizuje się bez strat, tzn. bez wzajemnych poślizgów w miejscach kontaktu. Zdając sobie sprawę z przybliżonego charakteru tych założeń uczynimy je jednak podstawami przeprowadzonych w pracy rozważań.

Mamy:

$$\varepsilon_k(x, t) = \varepsilon_g(x, t), \quad (2.3)$$

$$\varepsilon_g(x, t) = -\varepsilon_0(x) \left(1 - \cos \frac{2\pi}{T} t\right). \quad (2.4)$$

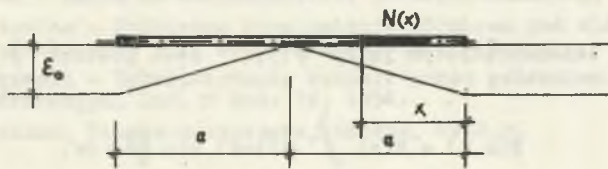
Pierwsza równość mówi o bezślizgowym przekazie odkształceń z górotworu $\varepsilon_g(x, t)$ na pręt $\varepsilon_k(x, t)$. Natomiast druga podaje rozkład rozpełzania w czasie, który uwzględnia wszystkie pięć faz narastania i zanikania ruchów poziomych górotworu. We wzorze (2.4) $\varepsilon_0(x)$ jest ekstremalną wartością rozpełzania w ciągu całego ruchu $t \in [0, T]$.

Przyjęto również, że rozkład odkształceń wzdłuż fundamentu jest liniowy i uzyskuje największą wartość na brzegu pręta (rys. 1).

3. Równania zagańnienia

Zakładając, że jedyną przyczyną wywołującą stan naprężenia w pręcie jest ruch górotworu uzyskujemy symetryczny rozkład sił osiowych w pręcie, wyznaczony z wzoru

$$N(x, t) = \int_0^x \sigma(x, t) P dx, \quad x \in [0, a]. \quad (3.1)$$



Rys. 1

Podstawiając do wzoru (3.1) związki fizyczne (2.1) opisujące stan naprężenia w pręcie oraz wyrażenie na przemieszczenie poziome cząstki x

$$\varepsilon_0(x) = \varepsilon_0 \left(\frac{a-x}{a}\right)$$

$$\varepsilon(x, t) = -\varepsilon_0 \left(\frac{a-x}{a}\right) \left(1 - \cos \frac{2\pi}{T} t\right), \quad (3.2)$$

uzyskujemy poszukiwane równanie, z którego wyznaczymy siłę w zależności od ruchu górotworu (2.3).

Mamy:

$$N(x, t) = \int_0^x \left[\int_{-\infty}^t \varphi(t, \tau) \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial \tau} d\tau \right] F dx \quad (3.3)$$

Po podstawieniu zależności (3.2) uzyskujemy:

$$\begin{aligned} N(x, t) &= - \int_0^x \left[\int_{-\infty}^t \varphi(t, \tau) \varepsilon_0 \left(\frac{\partial - x}{a} \right) \frac{\partial}{\partial \tau} (1 - \cos \frac{2\pi}{T} \tau) d\tau \right] F dx \quad (3.4) \\ &= - \frac{2\pi \varepsilon_0 F}{aT} \int_0^x (a-x) \left[\int_{-\infty}^t \varphi(t, \tau) \sin \frac{2\pi}{T} \tau d\tau \right] dx \\ &= - \frac{2\pi \varepsilon_0 F}{aT} \left(ax - \frac{x^2}{2} \right) \int_{-\infty}^t \varphi(t, \tau) \sin \frac{2\pi}{T} \tau d\tau. \end{aligned}$$

Oznaczmy przez

$$K(x) = - \frac{2\pi \varepsilon_0 F}{aT} \left(ax - \frac{x^2}{2} \right) \quad (3.5)$$

Wtedy możemy napisać ostatecznie:

$$N(x, t) = K(x) \int_{-\infty}^t \varphi(t, \tau) \sin \frac{2\pi}{T} \tau d\tau. \quad (3.6)$$

W przypadku lepkosprężystym jądro $\varphi(t, \tau)$ jest postaci $\varphi(t-\tau)$, wtedy

$$N(x, t) = K(x) \int_{-\infty}^t \varphi(t-\tau) \sin \frac{2\pi}{T} \tau d\tau. \quad (3.7)$$

Z równania (3.7) wynika również przypadek sprężysty

$$\varphi(t-\tau) \Rightarrow \varphi_{t=0} = \varphi_0,$$

$$N(x, t)_B = +K(x) \varphi_0 (1 - \cos \frac{2\pi}{T} t). \quad (3.8)$$

Porównując wzory (3.7) oraz (3.8) wyliczymy różnicę między rozwiązaniem sprężystym a starzejącym się

$$\Delta N(x, t) = N(x, t) - N(x, t)_B =$$

$$= K(x) \int_{-\infty}^t [\varphi(t, \tau) - \varphi_0] \frac{\partial}{\partial \tau} (1 - \cos \frac{2\pi}{T} \tau) d\tau. \quad (3.9)$$

4. Wnioski

Wzór (3.9) pozwala na oszacowanie różnicy sił rozciągających fundament w rozwiązaniu sprężystym i starzejącym się. Z wzoru (3.9) wynika również różnica między rozwiązaniami sprężystymi a lepkosprężystymi.

W celu jej wyznaczenia należy założyć w (3.9), że $\varphi(t, \tau) = \varphi(t - \tau)$. Oczywiście rozwiązania lepkosprężyste będą podawały siły w pręcie znacznie niższe niż w zakresie sprężystym (por. 3.9)).

LITERATURA

1. B.W. Dieriagin - Co to jest tarcie. W-wa 1956 r.
2. T. Kantarek - O reakcji stycznej podłoża górniczego. Zesz. Nauk. AGH, Nr 29, 1964.
3. J. Kwiatek - Obliczenia sił rozciągających fundamenty budowli na podłożu rozprężającym. Inż. i Bud. 6, 214-217, 1967.
4. O. Lutkens - Bauen im Bergbauggebiet, Berlin-Heidelberg, 1957.
5. A. Sałustowicz - Podziemna eksploatacja górnicza pod miastami, Podst. Pr. Wsp. Techn., T. III, PWN, W-wa 1958.
6. P. Wasilkowski - Zabezpieczenie budowli przed pełzaniem gruntu na terenach górniczych, Inż. i Bud. 74, 1954.
7. A.P. Ржаницыи, Теория ползучести, Москва, 1968.г.

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ В СТЕРЖНЕ КОТОРЫЙ ПОДЧЛЕНЕН К ПЕРЕМЕЩЕНОМУ ГОРНОМУ ТЕЛУ

Резюме

В представленной работе решен вопрос контакта вязко-упругого стержня с горным телом. В решении вопроса принято одинаковые перемещения горного тела и стержня в месте контакта.

S u m m a r y

In this paper there is analysed a stress condition in a visco-elastic rod, which is the model of a mechanical foundation.

The range is subjected to the influence of the effect of the horizontal rock movement. The analysis of the stress condition shows that there are considerable differences between the results obtained according to the elastic theory in relations to the stress conditions calculated in the visco-elastic scope.