ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1973

Seria: Górnictwo z. 55 Nr kol. 366

Józef Ledwoń

ZAGADNIENIE WIELKOŚCI CIŚNIENIA BOCZNEGO W POKŁADZIE O TRANSWERSALNO-IZOTROPOWYCH CECHACH SPRĘŻYSTOŚCI

Streszczenie. W pracy przedstawiono związki wyprowadzone w teorii sprężystości ciała anizotropowego, ze szczególnym uwzględnieniem modelu ciała transwersalno-izotropowego, dla którego podano wzór na obliczanie ciśnienia bocznego. Wykazano, że dla dokładniejszego obliczenia wielkości ciśnień bocznych niezbędna jest znajomość cech sprężystych pokładu, w dwóch wzajemnie prostopadłych kierunkach. Zwrócono uwagę na duże różnice wielkości granicznych współczynników przewężenia poprzecznego w zależności od przyjętego modelu ciała sprężystego oraz na potrzebę badań wielkości stałych materiałowych w złożonych stanach naprężeń.

1. Wstęp

W piśmiennictwie naukowym i technicznym dotyczącym wyznaczania wielkości ciśnień poziomych w górotworze, rozpatruje się tylko izotropowy model ciała i korzysta konsekwentnie ze związków ważnych dla tego modelu.

Ciśnienie boczne obliczone dla tych założeń jest na ogół tylko częścią ciśnienia pionowego, a w granicy - przy współczynniku Poissona $\nu = 0,5$ - osiąga najwyżej wielkość równą ciśnieniu pionowemu.

Dla modelu ciała izotropowego nie jest teoretycznie możliwe wystąpienie większego ciśnienia poziomego niż ciśnienie hydrostatyczne. Także wielkość współczynnika ν nie może przekroczyć ułamka $\frac{1}{2}$.

Wobec zaobserwowanego niejednokrotnie wyciskania do wyrobisk słabszych pokładów skalnych lub węglowych, charakteryzujących się różnymi cechami sprężystościowymi w płaszczyźnie pionowej i poziomej, można przypuszczać, że mechanizm tego zjawiska tkwi właśnie w anizotropowych własnościach pokładów.

W niniejszym opracowaniu przedstawia się podstawowe równania teorii sprężystości ciała anizotropowego i doprowadza do porównania wzorów na obliczenie ciśnienia poziomego w warstwie izotropowej, ze wzorami dla modelu ciała transwersalno-izotropowego, jako najlepiej odpowiadającego jednorodnej, poziomej warstwie węglowej. Wówczas własności sprężyste w płaszczyźnie zalegania pokładu nie są zróżnicowane kierunkowo i ciało w ogólności charakteryzuje się pięcioma stałymi materiałowymi, tj. dwoma modułami sprężystości (E i E') dwoma współczynnikami Poissona (ν i ν') oraz modułem sprężystości poprzecznej (G').

W ciele izotropowym występują tylko dwie stałe materiałowe, tj. E i ν. Do obliczania ciśnień bocznych, np. w warstwie węglowej wystarczy znać cztery stałe, tj. E', E, ν i ν'. Zwraca się uwagę na potrzebę poznania tych wielkości dla różnych gatunków węgla i skał zalegających w górotworze.

2. Ciśnienie poziome w izotropowej warstwie górotworu

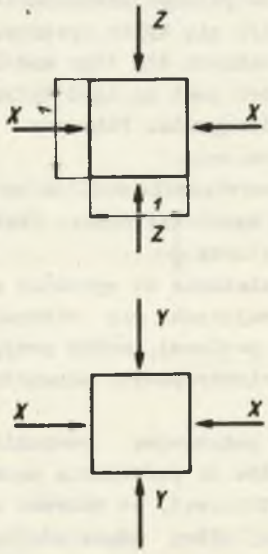
Zakładając, że dana warstwa stanowi ciało izotropowe, odkształcające się liniowo, to stosując metody teorii sprężystości znajdujemy, w jednostkowym sześcianie (rys. 1), ciśnienia boczne wywołane ciężarem jednorodnego nadkładu.

Naprężenia pionowe wynoszą (rys. 2)

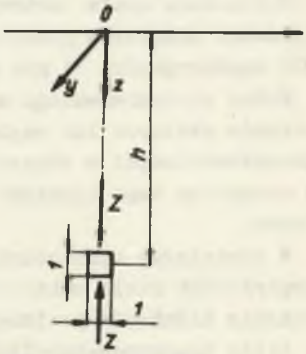
$$Z = \gamma h. \tag{1}$$

Z prawa symetrii wynika, że

$$X = Y. \tag{2}$$



Rys. 1. Rozkład ciśnień w jednostkowym sześcianie



Rys. 2. Naprężenie pionowe

Naprężenia boczne poziome znajduje się z warunku niewystępowania odkształceń jednostkowego sześcianu pod działaniem sił poziomych. Otrzymuje się wtedy następujące, znane od dawna równanie na wielkość naprężeń poziomych:

$$X = Y = \frac{\nu}{1 - \nu} Z \tag{3}$$

ν - współczynnik Poissona.

Dla $\nu = \frac{1}{2}$ jest

$$X = Y = Z, \tag{4}$$

czyli mamy do czynienia ze zwykłym ciśnieniem hydrostatycznym.

Dla ciała izotropowego niemożliwe jest występowanie $\nu > 0,5$, gdyż wtedy ciśnienie poziome byłoby większe od ciśnienia pionowego, co w cieczy nie może mieć miejsca.

Założenie o jednorodności i izotropowości ciała prowadzi więc w granicy dla $\nu = 0,5$ do wniosku, że ciśnienia poziome nigdy nie mogą przekroczyć ciśnień pionowych, a co najwyżej - jak w ośrodku płynnym - mogą osiągać jednakowe wartości. To przeświadczenie, wynikające z przyjęcia do obliczania ciśnień najprostszego modelu ciała, tj. ciała izotropowego jest tak powszechne, że nie starano się interpretować w inny sposób znanych zjawisk silnego wyciskania pokładu i występowania miejscowego przeciążania obudowy.

3. Stałe sprężystości dla ciał izotropowych

Między stałymi Lamego λ i μ, modułami sprężystości E i G, modułem równomiernego ściskania K, współczynnikiem Poissona ν zachodzą następujące zależności znane z teorii sprężystości

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}, \quad \lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \tag{5}$$

$$G = \mu, \quad G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \tag{6}$$

$$K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)}, \quad K = \lambda + \frac{2\mu}{3} \tag{7}$$

$$\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}, \quad \nu = \frac{E}{2G} - 1. \tag{8}$$

Wykorzystując związki (5) do (8) dla granicznych wartość $\nu = 0$ i $\nu = 0{,}5$ otrzymuje się następujące nierówności:

$$
\begin{aligned}
&2G < E < 3G \\
&\tfrac{1}{3}E < K < \infty \\
&\tfrac{1}{3}E < G < \tfrac{1}{2}E \\
&\tfrac{1}{3}E < \mu < \tfrac{1}{2}E \\
&0 < \lambda < \infty \\
&-1 < \nu < \tfrac{1}{2}.
\end{aligned}
\tag{9}
$$

Moduł sprężystości ciała izotropowego ściskanego w kierunku pionowym, przy ograniczeniu do zera możliwości rozszerzania w płaszczyźnie poziomej, ulega zwiększeniu w miarę wzrostu współczynnika Poissona, wywołanego wzrostem tego ciśnienia wg relacji wyprowadzonej w pracy [4]

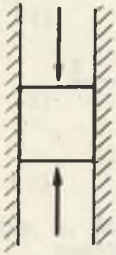
$$E_s = \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}\,E, \tag{10}$$

gdzie

E - moduł sprężystości dla $\nu = 0$,
E_s - efektywny moduł sprężystości.

Dla $\nu \to \frac{1}{2}$ $\quad E'_s \to \infty$.

Wzór (10) wyjaśnia zachowanie się ciała umieszczonego w idealnie sztywnym naczyniu i poddanego jednoosiowemu ściskaniu (rys. 3).

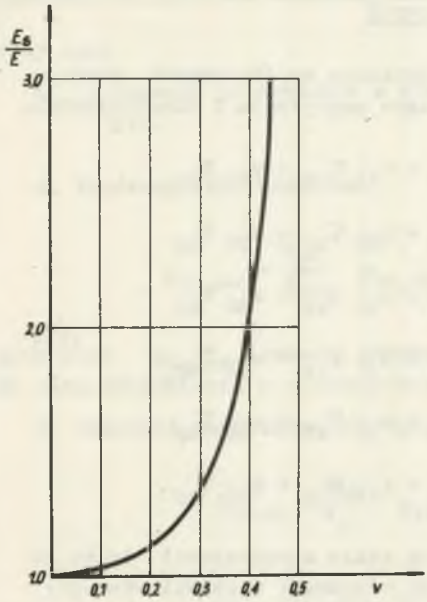


Rys. 3. Jednoosiowe ściskanie ciała

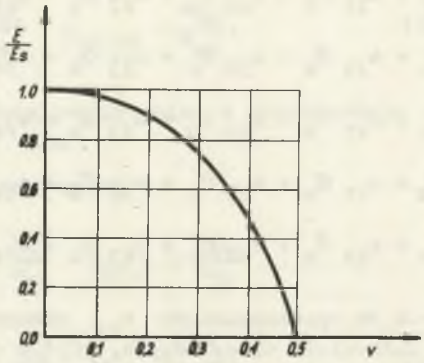
Wynika z niego, że uplastyczniane przez ciśnienie zewnętrzne jednorodne ciało izotropowe, nie posiadające możliwości odkształcania się bocznego, staje się coraz to bardziej sztywne (mniej odkształcalne), a jego efektywny moduł sprężystości rośnie nieograniczenie, w miarę wzrostu współczynnika Poissona do wartości $\frac{1}{2}$. Przedstawia to liczbowo następująca tablica:

ν	0	0,25	0,30	0,40	0,45	0,49	0,50
$\frac{E_s}{E}$	1,0	1,20	1,35	2,07	3,80	17,1	∞

Na rys. 4 przedstawiono te zależności w sposób graficzny.



Rys. 4. Zależność $\frac{E_s}{E}$ od współczynnika Poissona



Rys. 5. Wpływ współczynnika Poissona na zmianę $\frac{E}{E_s}$

Z równania (10) można obliczyć wielkość współczynnika ν, odpowiednio do zwiększonego modułu sprężystości E_s.

Wtedy otrzymuje się

$$\nu = -\frac{1}{4}\left(1 - \frac{E}{E_s}\right) + \frac{1}{4}\sqrt{\frac{E^2}{E_s^2} - 10\,\frac{E}{E_s} + 9}. \qquad (11)$$

Relację (11) w sposób graficzny przedstawia rys. 5.

Wzór (10) może znaleźć również zastosowanie przy obliczaniu prędkości fali podłużnej w ośrodku sprężystym, gdyż prędkość fali v, przy gęstości ośrodka ϱ wyraża się prostą zależnością

$$v = \frac{1}{\varrho}\sqrt{E\,E_s}. \qquad (12)$$

Widoczne jest, że prędkość v jest proporcjonalna do średniej geometrycznej modułów sprężystości E i E_s.

Może to dawać podstawę do pomiaru E_s przy znanych v, ϱ i E.

4. Związki sprężystości dla ciał anizotropowych

Dla ciała jednorodnego można napisać w układzie współrzędnych prostokątnych najogólniejsze związki liniowe łączące naprężenia i odkształcenia.

$$
\begin{aligned}
\varepsilon_x &= a_{11}\sigma_x + a_{12}\sigma_y + a_{13}\sigma_z + a_{14}\tau_{yz} + a_{15}\tau_{zx} + a_{16}\tau_{xy} \\
\varepsilon_y &= a_{21}\sigma_x + a_{22}\sigma_y + a_{23}\sigma_z + a_{24}\tau_{yz} + a_{25}\tau_{zx} + a_{26}\tau_{xy} \\
\varepsilon_z &= a_{31}\sigma_x + a_{32}\sigma_y + a_{33}\sigma_z + a_{34}\tau_{yz} + a_{35}\tau_{zx} + a_{36}\tau_{xy} \\
\gamma_{yz} &= a_{41}\sigma_x + a_{42}\sigma_y + a_{43}\sigma_z + a_{44}\tau_{yz} + a_{45}\tau_{zx} + a_{46}\tau_{xy} \\
\gamma_x &= a_{51}\sigma_x + a_{52}\sigma_y + a_{53}\sigma_z + a_{54}\tau_{yz} + a_{55}\tau_{zx} + a_{56}\tau_{xy} \\
\gamma_{xy} &= a_{61}\sigma_x + a_{62}\sigma_y + a_{63}\sigma_z + a_{64}\tau_{yz} + a_{65}\tau_{zx} + a_{66}\tau_{xy}.
\end{aligned}
\tag{13}
$$

Spośród 36 współczynników a_{ij} stanowiących stałe sprężystości tylko 21 jest całkowicie niezależnych, gdyż z warunku równowagi zachodzi równość:

$$a_{ij} = a_{ji}. \tag{14}$$

Najogólniejsze ciało anizotropowe charakteryzuje się więc 21 stałymi sprężystości. W ciele anizotropowym odkształcenia zależą równocześnie od naprężeń normalnych i od naprężeń stycznych.

Wprowadzając, zamiast ogólnych stałych sprężystości typu a_{ij}, techniczne stałe sprężystości, otrzymuje się pięć grup związków [2].

1. Moduły sprężystości podłużnej dla głównych osi, charakteryzujące wydłużanie lub skracanie

$$E_1 = \frac{1}{a_{11}} \quad E_2 = \frac{1}{a_{22}} \quad E_3 = \frac{1}{a_{33}}. \tag{15}$$

2. Moduły sprężystości poprzecznej, charakteryzujące zmiany kątów między kierunkami głównymi

$$G_{23} = \frac{1}{a_{44}} \quad G_{31} = \frac{1}{a_{55}} \quad G_{12} = \frac{1}{a_{66}}. \tag{16}$$

3. Współczynniki Poissona

$$\nu_{23} = \frac{a_{23}}{a_{33}} \quad \nu_{31} = \frac{a_{31}}{a_{11}} \quad \nu_{12} = \frac{a_{12}}{a_{22}}, \tag{17}$$

przy czym

ν_{12} - oznacza przewężenie w kierunku y przy rozciąganiu w kierunku x, itd.

4. Współczynniki Czeńcowa

$$\mu_{yz,zx} = \frac{a_{45}}{a_{55}} \quad \mu_{yz,xy} = \frac{a_{46}}{a_{66}} \quad \mu_{zx,xy} = \frac{a_{56}}{a_{66}}, \tag{18}$$

przy czym $\mu_{yz,zx}$ oznacza stosunek kąta zwichrzenia w płaszczyźnie yz do kąta zwichrzenia w płaszczyźnie zx itd.

5. Dziewięć współczynników wpływów wzajemnych

$$\eta_{yz,x} = \frac{a_{14}}{a_{11}} \quad \eta_{yz,y} = \frac{a_{24}}{a_{22}} \quad \eta_{yz,z} = \frac{a_{34}}{a_{33}}$$

$$\eta_{zx,x} = \frac{a_{15}}{a_{11}} \quad \eta_{zx,y} = \frac{a_{25}}{a_{22}} \quad \eta_{zx,z} = \frac{a_{35}}{a_{33}} \tag{19}$$

$$\eta_{xy,x} = \frac{a_{16}}{a_{11}} \quad \eta_{xy,y} = \frac{a_{26}}{a_{22}} \quad \eta_{xy,z} = \frac{a_{36}}{a_{33}}.$$

Stała $\eta_{xy,z}$ oznacza stosunek zwichrzenia w płaszczyźnie xy, do wydłużenia w kierunku osi x, charakteryzującego naprężenia normalne wzdłuż tej osi.

W przypadku uproszczenia modelu ciała otrzymuje się niektóre stałe sprężystości równe 0.

1. Ciało anizotropowe z jedną płaszczyzną symetrii

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= a_{11}\,\sigma_x + a_{12}\,\sigma_y + a_{13}\,\sigma_z + a_{16}\,\tau_{xy} \\
\varepsilon_y &= a_{12}\,\sigma_x + a_{22}\,\sigma_y + a_{23}\,\sigma_z + a_{26}\,\tau_{xy} \\
\varepsilon_z &= a_{13}\,\sigma_x + a_{23}\,\sigma_y + a_{33}\,\sigma_z + a_{36}\,\tau_{xy} \\
\gamma_{yz} &= a_{44}\,\tau_{yz} + a_{45}\,\tau_{xz} \\
\gamma_{xz} &= a_{45}\,\tau_{yz} + a_{55}\,\tau_{xz} \\
\gamma_{xy} &= a_{16}\,\sigma_x + a_{26}\,\sigma_y + a_{36}\,\sigma_z + a_{66}\,\tau_{xy}.
\end{aligned} \tag{20}$$

Występuje tu 13 stałych niezależnych.

2. Ciało ortotropowe, posiadające trzy płaszczyzny symetrii

$$
\begin{aligned}
\varepsilon_x &= a_{11}\,\sigma_x + a_{12}\,\sigma_y + a_{13}\,\sigma_z \\
\varepsilon_y &= a_{12}\,\sigma_x + a_{22}\,\sigma_y + a_{23}\,\sigma_z \\
\varepsilon_z &= a_{13}\,\sigma_x + a_{23}\,\sigma_y + a_{33}\,\sigma_z \\
\gamma_{yz} &= a_{44}\,\tau_{yz} \\
\gamma_{xz} &= a_{55}\,\tau_{xz} \\
\gamma_{xy} &= a_{66}\,\tau_{xy}\,.
\end{aligned}
\tag{21}
$$

W ciele ortotropowym występuje więc 9 stałych sprężystości. Wprowadzając stałe techniczne, układ (20) przybierze następującą postać:

$$
\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{1}{E_1}\,\sigma_x - \frac{\nu_{21}}{E_2}\,\sigma_y - \frac{\nu_{31}}{E_3}\,\sigma_z \\
\varepsilon_y &= -\frac{\nu_{12}}{E_1}\,\sigma_x + \frac{1}{E_2}\,\sigma_y - \frac{\nu_{32}}{E_3}\,\sigma_z \\
\varepsilon_z &= -\frac{\nu_{13}}{E_1}\,\sigma_x - \frac{\nu_{23}}{E_2}\,\sigma_y + \frac{1}{E_3}\,\sigma_z \\
\gamma_{yz} &= \frac{1}{G_{23}}\,\tau_{yz} \\
\gamma_{xz} &= \frac{1}{G_{13}}\,\tau_{xz} \\
\gamma_{xy} &= \frac{1}{G_{12}}\,\tau_{xy}\,,
\end{aligned}
\tag{22}
$$

przy czym zachodzą związki

$$
\begin{aligned}
E_1\,\nu_{21} &= E_2\,\nu_{12} \\
E_2\,\nu_{32} &= E_3\,\nu_{23} \\
E_3\,\nu_{13} &= E_1\,\nu_{31}\,.
\end{aligned}
\tag{23}
$$

4. Ciało transtropowe, z osią "z" prostopadłą do płaszczyzny izotopii i osiami x, y leżącymi w tej płaszczyźnie charakteryzuje się następującymi związkami:

$$
\begin{aligned}
\varepsilon_x &= a_{11}\sigma_x + a_{12}\sigma_y + a_{13}\sigma_z \\
\varepsilon_y &= a_{12}\sigma_x + a_{11}\sigma_y + a_{13}\sigma_z \\
\varepsilon_z &= a_{13}\sigma_x + a_{13}\sigma_y + a_{33}\sigma_z \\
\gamma_{yz} &= a_{44}\tau_{yz} \\
\gamma_{zx} &= a_{44}\tau_{xz} \\
\gamma_{xy} &= 2(a_{11} - a_{12})\tau_{xy}.
\end{aligned}
\tag{24}
$$

Liczba stałych sprężystości wynosi 5. Zamiast dosyć długiej nazwy: ciało transwersalno-izotropowe, można by wprowadzić krótką nazwę: ciało duotropowe.

Układ (24) zapisany za pomocą stałych technicznych ma postać następującą:

$$
\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{1}{E}(\sigma_x - \sigma_y) - \frac{\nu'}{E'}\sigma_z \\
\varepsilon_y &= \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) - \frac{\nu'}{E'}\sigma_z \\
\varepsilon_z &= -\frac{\nu'}{E'}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{E}\sigma_z \\
\gamma_{yz} &= \frac{1}{G'}\tau_{yz} \\
\gamma_{xz} &= \frac{1}{G'}\tau_{xz} \\
\gamma_{xy} &= \frac{1}{G}\tau_{xy} = \frac{2(1+\nu)}{E}\tau_{xy}.
\end{aligned}
$$

Stałymi technicznymi są tutaj E, E', ν, ν', G'.

5. Dla ciała izotropowego stałe ogólne

$$
\begin{aligned}
a_{33} &= a_{11} \\
a_{13} &= a_{12} \\
a_{44} &= 2(a_{11} - a_{12}).
\end{aligned}
\tag{26}
$$

Niezależnymi stałymi technicznymi pozostają tylko E i ν, gdyż między E i G istnieje relacja

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}.$$

Dla liniowych zależności między naprężeniami i odkształceniami otrzymuje się następujące związki:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)\right]$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)\right]$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)\right]$$

$$\gamma_{yz} = \frac{1}{G}\,\tau_{yz}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{1}{G}\,\tau_{xz}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G}\,\tau_{xy}.$$

Związki podane w układzie równań (27) stosowane są powszechnie w różnych prostszych obliczeniach technicznych, łączących stany odkształcenia ze stanami naprężeń.

5. Współczynniki Poissona dla ciał sprężystych

Zakładając, że moduł wszechstronnego ściskania K i moduł sprężystości poprzecznej G są większe od zera, otrzymuje się, przy wykorzystaniu równań (6) i (7) następujące nierówności:

$$\begin{aligned} 1 - 2\nu &> 0 \\ 1 + \nu &> 0, \end{aligned} \tag{28}$$

skąd wynika, że dla ciała izotropowego współczynnik Poissona mieści się w granicach

$$-1 < \nu < \frac{1}{2}. \tag{29}$$

Nie znamy wprawdzie materiałów charakteryzujących się ujemnym współczynnikiem Poissona, ale teoria sprężystości przewiduje możliwość istnienia takiego materiału.

W aktualnej praktyce wielkość współczynnika będzie więc zawarta w granicach

$$0 < \nu < \frac{1}{2}. \tag{30}$$

Dla ciał anizotropowych można poczynić oczywiste założenie, że przy wszechstronnym ściskaniu objętość ciała musi maleć.
Wtedy, zgodnie z wywodem podanym w pracy (1), otrzymuje się następującą nierówność:

$$a_{11} + a_{22} + a_{33} + 2\,a_{12} + 2\,a_{23} + 2\,a_{13} > 0. \tag{31}$$

Po przekształceniach i przejściu na techniczne współczynniki sprężystości otrzymujemy bardzo ważną nierówność.

$$\nu_{xy} + \nu_{yz} + \nu_{zx} < \frac{3}{2}. \tag{32}$$

Jest to nierówność spełniana dla dowolnego zorientowania prostokątnego układu współrzędnych.

Dla osi głównych można więc napisać

$$\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 < \frac{3}{2}. \tag{33}$$

W ciałach anizotropowych poszczególne współczynniki Poissona mogą być większe od 0,5, byle tylko ich suma spełniała nierówność (33).

Gdyby przyjąć np. $\nu_2 = \nu_3 \to 0$, to może zachodzić nawet następujące ograniczenie

$$0 < \nu_1 < 1{,}5. \tag{34}$$

Nierówność (34) daje znaczne rozszerzenie możliwości opisu zachowania się ciał rzeczywistych pod ciśnieniem, na skutek dużego rozszerzenia możliwych zmienności współczynnika odpowiednio do zmienionych cech sprężystych ciała w różnych kierunkach.

Wprowadzając dla ciała transwersalno-izotropowego oznaczenia

$$\nu_2 = \nu_3 = \nu'$$

otrzymuje się z wzoru (33) relację

$$\nu_1 + 2\nu' < \frac{3}{2},$$

z której wynika możliwość zawarcia ν' w granicach

$$0 < \nu' < \frac{3}{4}. \tag{35}$$

6. Ciśnienie poziome w warstwie węglowej

Zakłada się, że w płaszczyźnie warstwy węgiel jest scharakteryzowany wytrzymałościowo modułem E' i współczynnikiem Poissona ν'.

W kierunku pionowym stałe materiałowe warstwy wynoszą odpowiednio E i ν.

Korzystając ze związków (24) otrzymuje się na wielkość ciśnień poziomych następujące równanie w postaci ogólnej:

$$X = Y = \frac{a_{13}}{a_{11} + a_{12}} \gamma h. \tag{36}$$

Wprowadzając techniczne stałe sprężystości otrzymuje się

$$X = Y = \frac{E}{E'} \frac{\nu'}{1 - \nu} \gamma h. \tag{37}$$

Różnica między współczynnikami

$$\frac{E}{E'} \frac{\nu'}{1 - \nu} \quad i \quad \frac{\nu}{1 - \nu}$$

jest strukturalnie znaczna i bezpośrednio zależna od stopnia anizotropii warstwy węglowej. W granicy dla $E' \to E$ i $\nu' \to \nu$ obydwa współczynniki stają się równe, jak właśnie być powinno.

Obecnie nie dysponuje danymi o wszystkich czterech stałych sprężystości dla różnych gatunków węgla. Niektóre z nich są, być może, podobne do własności drewna. Wtedy można przypuszczać, że wystąpią nawet kilkakrotne różnice między modułami E i E' i znaczne różnice między współczynnikami ν i ν'. Jednak współczynniki Poissona nie muszą być proporcjonalne do odpowiednich modułów. Wówczas ciśnienie obliczone z wzoru (37) może wynosić liczbowo więcej, niż ciśnienie obliczone z wzoru (3), gdyż można się spodziewać mniejszego zróżnicowania współczynników Poissona niż modułów sprężystości

7. Problematyka badawcza

W celu przyjęcia najprostszego modelu ciała tranwersalno-izotropowego dla węgla lub skał wykazujących anizotropię, niezbędne jest zbadanie równoczesne przynajmniej pięciu stałych sprężystości, tj.

dwóch modułów sprężystości podłużnej (E i E'),

dwóch współczynników Poissona (ν i ν'),

jednego modułu sprężystości postaciowej (G'), gdyż drugi moduł G może być obliczony po ustaleniu E i ν.

Uzyskane stałe pozwoliłyby na dokładniejsze i bliższe rzeczywistości ujęcie teorii bocznego parcia, występującego w pokładach węglowych i skalnych.

Poza tym dokładniejszy model ciała sprężystego pozwala na ściślejsze obliczenie wielkości energii nagromadzonej w ściskanym elemencie górotworu, charakteryzującym się sprężystością niesymetryczną [3], co ma praktyczne znaczenie w teorii tąpań.

Niezależnym zagadnieniem jest dobór kształtu próbek, aby zachodziło lepsze podobieństwo do warunków i rodzaju warstwy zalegającej w rzeczywistym górotworze.

LITERATURA

1. Borecki M., Chudek M.: Mechanika górotworu, Wyd. Śląsk, Katowice 1972.
2. Lechnicki S.G.: Tieoria uprugosti anizotropnogo tieła. Gosizdat Tiechniko-tieoreticzeskoj Litieratury, Moskwa-Leningrad, 1950.
3. Nowacki W.: Teoria niesymetrycznej sprężystości, PWN Warszawa 1971.
4. Southwell R.V.: An Introduktion to the theory of Elasticity London 1941. Tłumaczenie na rosyjski z 1948 r. Gosizdat Inostrannoj Literatury.

ВОПРОС ВЕЛИЧИНЫ БОКОВОГО ДАВЛЕНИЯ В ПЛАСТЕ О ТРАНСВЕРСАЛЬНО ИЗОТОПНЫХ СВОЙСТВАХ УПРУГОСТИ

Р е з ю м е

В статье представлено закономерности, выведенные из теории упругости анизотропного тела, с особым учётом модели трансверсально-упругого тела, для которого представлены зависимости на исчисление величины давления. Доказано, что для более точного определения величины бокобого давления необходимо знать упругие свойства пласта в двух взаимоперпендикулярных направлениях. Обращено внимание на большие разности в получаемых величинах предельных коэффициентов поперечного сечения в зависимости от прунятой модели упругого тела и на неибходимисть исследиваний величин постоянных свойств материала в сложных напряжённых состояниях.

PROBLEM OF VALUE OF THE SIDE PRESSURE
IN THE SEAM WITH THE TRANSVERSAL - ISOTROPIC PROPERTIES
OF ELASTICITY

S u m m a r y

In the paper there are presented relationships educed in the theory of elasticity of the anisotropic body and especially there is taken into consideration the model of the transversal - isotropic body for which model the formula to computation of the side pressure is given.

There is also demonstrated that the knowledge of the elasitc properties of a seam in two mutually perpendicular directions was necessary to obtain the precise calculations of the value of the side pressure.

It is paid attention to considerable differences in the value of the critical coefficients of narrowing in cross section subject to the assumed model of an elastic body and attention to the necessity of the counduction of investigations on materials properties in the complex state of tensions.