

Władysław PASZEK, Jerzy KUDEŁA,
Walery POTAPOW, Jerzy SZOBLIK

Wydział Elektryczny
Politechniki Śląskiej

ZASTOSOWANIE MASZYN CYFROWYCH DO OBLICZANIA CHARAKTERYSTYK SILNIKÓW
INDUKCYJNYCH ZASILANYCH Z SIECI PRZEMYSŁOWEJ
POPURZEC KOMUTATOR TYRYSTOROWY

Streszczenie. Zastosowano metodę zmiennych stanu i metodę kompleksorów wielkości uogólnionych do analizy przebiegów ustalonych w maszynie asynchronicznej, której stojan jest zasilany z symetrycznej sieci przemysłowej poprzez tyrystorowy komutator trójfazowy. Przebieg napięcia, prądu, liniozwojów momentu elektromagnetycznego są złożone z fragmentów nieustalonych przebiegów składowych przy uwzględnieniu złożonych warunków początkowych. Do obliczenia przebiegów zastosowano EMC Odra 1204.

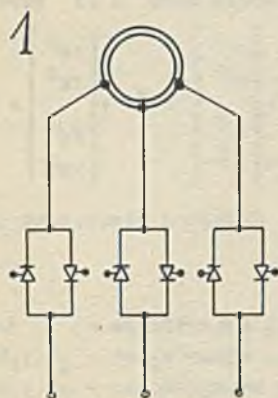
1. WSTĘP

Płynna nastawa prędkości obrotowej maszyn elektrycznych jest realizowana obecnie, w znacznej mierze, przy użyciu zaworów sterowanych - tyrystorów. Wśród wielu układów stosowanych w technice, poważne miejsce zajęły układy realizujące płynną nastawę prędkości obrotowej poprzez zmianę wartości napięcia doprowadzonego do uzwojeń stojana silnika indukcyjnego.

Przykładem typowym takiego rozwiązania jest układ przedstawiony na rys. 1, zwany często tyrystorowym komutatorem. Układ ten stanowi podstawę analizy teoretycznej obliczeń i badań doświadczalnych, przedstawionych w niniejszym artykule.

Przeprowadzona analiza teoretyczna ma na celu określenie przebiegów czasowych prądów a w konsekwencji napięć i momentów silnika indukcyjnego w elektromechanicznym stanie ustalonym. Stan ten jednak, ze względu na cykliczne zmiany stanów zasilania silnika indukcyjnego spowodowane układem tyrystorowym, składa się z szeregu następujących po sobie elektromagnetycznych stanów nieustalonych.

Analiza tych stanów może być przeprowadzona w oparciu o teorię uogólnionej maszyny elektrycznej.



Rys. 1. Schemat silnika indukcyjnego zasilanego poprzez komutator tyrystorowy

2. ANALIZA ELEKTROMAGNETYCZNYCH STANÓW NIEUSTALONYCH MASZYNY INDUKCYJNEJ

Elektromagnetyczny stan nieustalony maszyny indukcyjnej można analizować dwoma metodami:

- metodą zmiennych stanu [1],
- metodą kompleksorów wielkości uogólnionych.

2.1. Metoda zmiennych stanu

W metodzie tej układ równań różniczkowych (2.1.1)

$$\begin{bmatrix} U_{y1} \\ U_{x1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + DL_1 & 0 & DL_m & 0 \\ 0 & R_1 + DL_1 & 0 & DL_m \\ DL_m & -\omega L_m & R_2 + DL_2 & -\omega L_2 \\ \omega L_m & DL_m & \omega L_2 & R_2 + DL_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{y1} \\ i_{x1} \\ i_{y2} \\ i_{x2} \end{bmatrix} \quad (2.1.1)$$

zapisany w postaci wektorowo-macierzowej (2.1.2)

$$\bar{U} = \bar{L} D \bar{i} + \bar{R} \bar{i} \quad (2.1.2)$$

doprowadza się do postaci kanonicznej (2.1.3) będącej równaniem stanu maszyny indukcyjnej

$$D \bar{i} = -\bar{L}^{-1} \bar{R} + \bar{L}^{-1} \bar{U} \quad (2.1.3)$$

Wektor \bar{i} jest wektorem stanu maszyny a \bar{U} jest wektorem wejścia maszyny. Wektory \bar{i} ; \bar{U} oraz macierze \bar{L} i \bar{R} mają postać

$$\bar{i} = \begin{bmatrix} i_{y1} \\ i_{x1} \\ i_{y2} \\ i_{x2} \end{bmatrix}; \quad \bar{U} = \begin{bmatrix} U_{y1} \\ U_{x1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \bar{L} = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_1 & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L_2 & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_2 \end{bmatrix}; \quad \bar{R} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_1 & 0 & 0 \\ 0 & -\omega L_m & R_2 & -\omega L_2 \\ \omega L_m & 0 & \omega L_2 & R_2 \end{bmatrix}$$

Jako oznaczenia przyjęto

$$D = \frac{d}{dt}$$

- ω - elektryczna prędkość kątowna wirnika maszyny indukcyjnej,
- R_1 ; R_2 - rezystancje uzwojeń stojana i wirnika,
- L_1 ; L_2 - indukcyjność całkowita stojana i wirnika,
- L_m - indukcyjność wzajemna.

Równanie (2.1.3), kłopotliwe w rozwiązaniu ze względu na występowanie wektora \bar{U} w postaci jawnej, można doprowadzić do równania (2.1.4), jeżeli potraktuje się wektor wejścia \bar{U} jako wektor stanu pewnego układu generującego ten wektor.

$$D \bar{V} = \bar{G} \bar{V}, \quad (2.1.4)$$

gdzie wektor $\bar{V} = \begin{bmatrix} \bar{i} \\ \bar{U} \end{bmatrix}$ jest uogólnionym wektorem stanu.

Sposób opisanego wektora \bar{U} jako wektora stanu oraz postać macierzy \bar{G} podane będą w dalszej części artykułu.

Rozwiązanie równania (2.1.4) otrzymuje się w postaci

$$\bar{V}(t) = e^{\bar{G}t} \cdot \bar{V}(0), \quad (2.1.5)$$

gdzie

$$e^{\bar{G}t} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\bar{G}^k \cdot t^k}{k!}$$

Znając więc postać macierzy \bar{G} dla różnych stanów zasilania maszyny indukcyjnej poprzez układ tyrystorowy możemy przy pomocy równania (2.1.5) obliczyć uogólniony wektor stanu i tym samym określić przebiegi czasowe prądów maszyny indukcyjnej. Obliczenia te są możliwe do przeprowadzenia tylko przy użyciu maszyny cyfrowej.

2.2. Metoda kompleksorów wielkości uogólnionych

Zastępując wielkości osiowe ($U_x, U_y, I_x, I_y, \psi_x, \psi_y$) kompleksorem uogólnionej wielkości \hat{W}

$$\hat{W} = W_x + j W_y$$

otrzymuje się układ równań różniczkowych (2.2.1) opisujących elektromagnetyczny stan nieustalony maszyny indukcyjnej

$$\left. \begin{aligned} \hat{U}_1 &= R_1 \hat{I}_1 + \frac{d}{dt} \hat{\psi}_1 \\ 0 &= R_2 \hat{I}_2 + \frac{d}{dt} \hat{\psi}_2 - j\omega \hat{\psi}_2 \end{aligned} \right\} \quad (2.2.1)$$

gdzie

$$\left. \begin{aligned} \hat{\Psi}_1 &= L_1 \hat{I}_1 + L_m \hat{I}_2 \\ \hat{\Psi}_2 &= L_m \hat{I}_1 + L_2 \hat{I}_2 \end{aligned} \right\} \quad (2.2.2)$$

Układ równań (2.2.1) korzystając z zależności (2.2.2) można zapisać w postaci operatorowej

$$\left. \begin{aligned} \hat{U}_1(p) + \hat{\Psi}_1(0) &= (R_1 + pL_1) \hat{I}_1(p) + p L_m \hat{I}_2(p) \\ \hat{\Psi}_2(0) &= (p - j\omega) L_m \hat{I}_1(p) + [R_2 + (p - j\omega) L_2] \hat{I}_2(p) \end{aligned} \right\} \quad (2.2.3)$$

Rozwiązując równania (2.2.3) względem $\hat{I}_1(p)$ i $\hat{I}_2(p)$ dla różnych stanów zasilania maszyny indukcyjnej oraz korzystając z odwrotnego przekształcenia Laplace'a otrzymuje się wyrażenia na $\hat{I}_1(t)$; $\hat{I}_2(t)$. Wielkości osiowe prądów określa się z zależności (2.2.4).

$$\left. \begin{aligned} I_{x1,2} &= \operatorname{Re} \left\{ \hat{I}_{1,2}(t) \right\} \\ I_{y1,2} &= \operatorname{Im} \left\{ \hat{I}_{1,2}(t) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2.2.4)$$

Metoda kompleksowa wielkości uogólnionych w przeciwieństwie do metody zmiennych stanu umożliwia lepsze uwypuklenie fizykalnych aspektów rozpatrywanych zagadnień, kosztem prostoty równań w metodzie zmiennych stanu.

3. STANY ZASILANIA SILNIKA INDUKCYJNEGO ZASILANEGO Z SIECI PRZEMYSŁOWEJ POPRZEZ TYRYSTOROWY KOMUTATOR

Jak wynika z podanej w rozdziale 2 ogólnej metodyki obliczeń dla znalezienia przebiegów czasowych prądów silnika indukcyjnego, konieczna jest znajomość stanów zasilania silnika w całym cyklu zmian przełączeniowych układu tyrystorowego.

W tym celu przeprowadzi się analizę układu tyrystorowego, przyjmując następujące założenia:

- układ tyrystorowy zasilany jest z trójfazowej symetrycznej sieci sztywnej,
- tyrystory w układzie są idealne,
- układ zapłonowy pracuje symetrycznie, tzn. impulsy zapłonowe przesunięte są dla poszczególnych par tyrystorów o kąt $\frac{2\pi}{3}$.

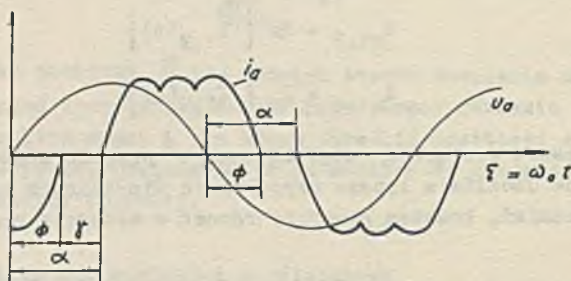
Konsekwencją przyjętych założeń jest relacja (3.1)

$$\left. \begin{aligned} i_{a1}\left(\tau + \frac{\pi}{3}\right) &= -i_{b1}(\tau) \\ i_{b1}\left(\tau + \frac{\pi}{3}\right) &= -i_{c1}(\tau) \\ i_{c1}\left(\tau + \frac{\pi}{3}\right) &= -i_{a1}(\tau) \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

$$\zeta = \omega_0 t$$

Z relacji (3.1) wynika, że znając przebiegi czasowe prądów w przedziale $[\tau_0; \tau_0 + \frac{\pi}{3}]$ można określić te przebiegi w całym okresie $[\tau_0; \tau_0 + 2\pi]$.

Stany zasilania maszyny indukcyjnej można określić rozpatrując diagramy przewodzenia poszczególnych par tyrystorów (rys. 4), przy czym jako parametr do analizy przyjęto kąt γ . Definicja kąta γ wynika bezpośrednio z rys. 3. Teoretycznie kąt γ może przyjmować wartości w zakresie $[0 \div \pi]$, praktycznie jednak, jak to wynika z rys. 4 praca silnika bez przewodu zerowego możliwa jest dla kątów γ zawartych w przedziale $[0 \div \frac{2\pi}{3}]$.



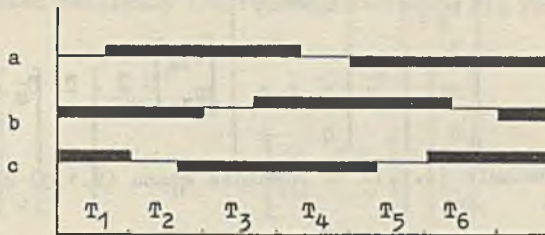
Rys. 3. Przebieg czasowy prądu i napięcia fazowego

Przy czym zachodzi

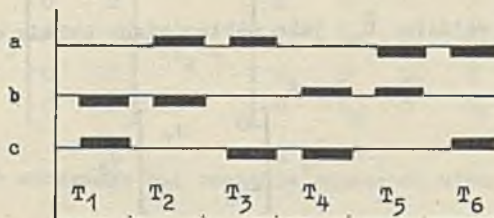
- dla kątów γ zawartych w przedziale $[0 \div \frac{\pi}{3}]$ - na przemian dwie lub trzy fazy silnika podłączone są do sieci zasilającej,
- dla kątów γ zawartych w przedziale $[\frac{\pi}{3} \div \frac{2\pi}{3}]$ - na przemian zasilanie jest odłączone, bądź dwie fazy silnika podłączone są do sieci.

Reasumując, dla określenia przebiegów czasowych prądów silnika należy rozwiązać równania elektromagnetycznego stanu nieustalonego dla trzech stanów zasilania:

- zasilanie trójfazowe,
- zasilanie dwufazowe,
- zasilanie odłączone.



Rys.4



Rys. 4. Diagramy przewodzenia tyristorów dla:

$$a) 0 \leq \gamma \leq \frac{\pi}{3}$$

$$b) \frac{\pi}{3} \leq \gamma \leq \frac{2\pi}{3}$$

4. OBLICZENIE PRZEBIEGÓW CZASOWYCH PRĄDÓW SILNIKA ZA POMOCĄ METODY ZMIENNYCH STANÓW DLA RÓŻNYCH STANÓW ZASILANIA

4.1. Zasilanie trójfazowe

Przy zasilaniu silnika indukcyjnego trójfazowym napięciem symetrycznym

$$U_{a1} = U_m \sin \tau$$

$$U_{b1} = U_m \sin \left(\tau + \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$U_{c1} = U_m \sin \left(\tau - \frac{2\pi}{3} \right)$$

Wielkości osiowe napięć stojana określone są zależnościami

$$U_{y1} = U_{a1} = U_{1z}$$

$$U_{x1} = \frac{1}{\sqrt{3}} (U_{c1} - U_{b1}) = U_{2z}$$

Stąd wektor \bar{U} można wyrazić zależnością

$$\begin{bmatrix} U_{y1} \\ U_{x1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{1z} \\ U_{2z} \end{bmatrix} \triangleq \bar{U} = \bar{C}_1 \bar{U}_z \quad (4.1.1)$$

Wstawiając równanie (4.1.1) do równania stanu (2.1.3) otrzymuje się równanie (4.1.2)

$$D \bar{I} = -\bar{L}^{-1} \bar{R} \bar{I} + \bar{L}^{-1} \bar{C}_1 \bar{U}_z \quad (4.1.2)$$

Wyrażając wektor wejścia \bar{U}_z jako wektor stanu układu opisanego równaniem (4.1.3)

$$D \bar{U}_z = \begin{bmatrix} 0 & \omega_0 \\ -\omega_0 & 0 \end{bmatrix} \bar{U}_z \quad (4.1.3)$$

Otrzymuje się równanie tranzykcji stanu (4.1.4)

$$D \begin{bmatrix} \bar{I} \\ \bar{U}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\bar{L}^{-1} \bar{R} & \bar{L}^{-1} \bar{C} \\ \bar{O} & \begin{bmatrix} 0 & \omega_0 \\ -\omega_0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I} \\ \bar{U}_z \end{bmatrix} \quad (4.1.4)$$

gdzie \bar{O} macierz zerowa $[2 \times 4]$

Równanie (4.1.4) można zapisać w postaci (4.1.5)

$$\bar{D} \bar{V} = \bar{A} \bar{V} \quad (4.1.5)$$

Stąd rozwiązanie dla $\omega_0 t = \tau$ otrzymuje się w formie

$$\bar{V}(\tau) = e^{\bar{A}_1 \cdot \tau} \cdot \bar{V}(0), \quad \text{gdzie} \quad \bar{A}_1 = \frac{1}{\omega_0} \bar{A}$$

4.2. Zasilanie dwufazowe

Przy zasilaniu dwufazowym rozpatruje się przypadek, gdy $i_{a1} = 0$ co pociąga, że $i_{y1} = 0$.

Napięcie w osi "x i y" silnika wyraża się w postaci

$$\left. \begin{aligned} U_{y1} &= D L_m i_{y2} \\ U_{x1} &= U_{z2} \end{aligned} \right\} \quad (4.2.1)$$

Wstawiając zależność (4.2.1) do równania (2.1.1) oraz postępując analogicznie jak w przypadku zasilania trójfazowego otrzymuje się równanie (4.2.2)

$$D \begin{bmatrix} \bar{I} \\ \bar{U}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\bar{L}_2^{-1} \bar{R} & \bar{L}_2^{-1} \bar{C}_2 \\ \bar{0} & \begin{bmatrix} 0 & \omega_0 \\ -\omega_0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I} \\ \bar{U}_z \end{bmatrix}, \quad (4.2.2)$$

gdzie

$$\bar{C}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \bar{L}_2 = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_1 & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L_2 & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_2 \end{bmatrix}$$

Zapisując skrótowo otrzymuje się równanie zmiennych stanu w postaci

$$D \bar{V} = \bar{B} \bar{V}$$

Stąd

$$\bar{V}(\tau) = e^{\bar{B}_1(\tau)} \bar{V}(0), \quad \text{gdzie } \bar{B}_1 = \frac{1}{\omega_0} \bar{B}$$

4.3. Zasilanie odłączone

W tym stanie pracy prąd $i_{a1} = i_{b1} = 0$ a napięcie w stojanie w osi x, y wystąpi od prądów w wirniku

$$U_{y1} = DL_m i_{y2}$$

$$U_{x1} = DL_m i_{x2}$$

Powyższe równania wstawiając do równania (2.1.1) otrzymuje się po przekształceniach równanie (4.3.1)

$$D \begin{bmatrix} \bar{I} \\ \bar{U}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\bar{L}_3^{-1} \bar{R} & \bar{0} \\ \bar{0} & \begin{bmatrix} 0 & \omega_0 \\ -\omega_0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I} \\ \bar{U}_z \end{bmatrix}$$

gdzie

$$\bar{L}_3 = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_1 & 0 & 0 \\ L_m & 0 & L_2 & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_2 \end{bmatrix}$$

Równanie (4.3.1) doprowadza się do postaci (4.3.2)

$$D \bar{V} = \bar{C} \cdot V$$

$$\bar{V}(\tau) = e^{\bar{C}_1 \tau} \bar{V}(0) \quad \text{gdzie} \quad \bar{C}_1 = \frac{1}{\omega_0} \cdot \bar{C}$$

5. OBLICZENIA PRZEBIEGÓW CZASOWYCH PRĄDÓW METODĄ KOMPLEKSORÓW WIELKOŚCI UOGÓLNIONYCH DLA RÓŻNYCH STANÓW ZASILANIA

5.1. Zasilanie trójfazowe

Przy zasilaniu trójfazowym kompleksor napięcia stojana $\hat{U}_1(\tau) = \hat{U}_{1m} e^{j\tau}$

Rozwiązując układ równań (2.2.3) otrzymuje się wyrażenia:

$$\hat{I}_1(p) = \frac{\left[\hat{U}_1(p) + \hat{\psi}_1(0) \right] \left[1 + (p-j\omega) T_2 \right] - p \frac{L_m}{R_2} \hat{\psi}_2(0)}{R_1 \left[1 + (p-j\omega) T_2 \right] + p L_1 \left[1 + (p-j\omega) T_2' \right]} \quad (5.1.1)$$

$$\hat{I}_2(p) = \frac{\left(\frac{R_1 + p L_1}{R_2} \right) \hat{\psi}_2(0) - (p-j\omega) \frac{L_m}{R_2} \left[\hat{U}_1(p) + \hat{\psi}_1(0) \right]}{R_1 \left[1 + (p-j\omega) T_2 \right] + p L_1 \left[1 + (p-j\omega) T_2' \right]}$$

gdzie:

$$T_2 = \frac{L_2}{R_2}$$

$$T_2' = T_2 \sigma$$

$$\sigma = \frac{L_1^2}{L_1 L_2}$$

Przy obliczaniu miejsc zerowych mianownika otrzymuje się dobre przybliżenie przy założeniu $R_1 = 0$.

Wtedy pierwiastki mianownika wynoszą

$$p_1 = 0; \quad p_2 = -\frac{1}{T_2} + j\omega;$$

Korzystając z odwrotnego przekształcenia Laplace'a i rozkładając prądy $\hat{I}_1(\tau)$; $\hat{I}_2(\tau)$ na wielkości osiowe otrzymuje się ostatecznie wyrażenia na prądy osiowe silnika przy zasilaniu trójfazowym.

5.2. Zasilanie dwufazowe

Przy zasilaniu dwufazowym przyjęto prąd $i_{a1} = 0$, stąd kompleksor prądu stojana można wyrazić jako

$$\hat{I}_1 = I_{x1} + j0 = I_{x1}$$

Rozwiązując układ równań (2.2.3) otrzymuje się wyrażenia na operatorową postać kompleksorów prądu przy $R_1 = 0$.

$$\hat{I}_1(p) = I_{x1}(p) = \frac{[U_{x1}(p) + \psi_{x1}(0)] [(1+pT_2)^2 + \omega^2 T_2^2]}{pL_1 [p^2 T_2 T_2' + p(T_2 + T_2') + 1 + \omega^2 T_2 T_2']} +$$

$$\frac{p \frac{L_m}{R_2} [\psi_{x2}(0) (1+pT_2) - \psi_{y2}(0) \omega T_2]}{pL_1 [p^2 T_2 T_2' + p(T_2 + T_2') + 1 + \omega^2 T_2 T_2']}$$

$$\hat{I}_2(p) = \frac{\Delta \psi_2(0) - (p-j\omega)L_m I_{x1}(p)}{R_2 [1 + (p-j\omega)T_2]}$$

Miejsca zerowe mianownika

$$p_1 = 0; \quad p_{2,3} = -\delta \pm j\omega_B; \quad \text{gdzie } \delta = \frac{T_2 + T_2'}{2 T_2 T_2'}$$

$$\omega_B = \sqrt{\omega^2 - \left(\frac{T_2' - T_2}{2 T_2 T_2'}\right)^2}$$

5.3. Zasilanie odłączone

W tym przypadku $i_{a1} = i_{b1} = i_{c1} = 0$ stąd $\hat{I}_1(\tau) = 0$

$$\hat{I}_2(p) = \frac{\frac{\Delta \psi_2(0)}{R_2}}{1 + (p-j\omega)T_2}$$

$$p_1 = -\frac{1}{T_2} + j\omega.$$

6. WYZNACZENIE WARUNKÓW POCZĄTKOWYCH

Dla pełnego określenia przebiegów czasowych prądów obliczonych metodą zmiennych stanu i metodą kompleksorów wielkości uogólnionych konieczna jest znajomość warunków początkowych $\bar{v}(\tau_0)$; $[\psi_{x1}(\tau_0); \psi_{y1}(\tau_0); \psi_{x2}(\tau_0); \psi_{y2}(\tau_0)]$ i chwili początkowej $\tau_0 = \varphi$.

Warunki te wyznaczy się korzystając z warunku ciągłości prądów w rozpatrywanym przedziale $[\varphi; \varphi + \frac{\pi}{3}]$ oraz korzystając z warunku (6.1)

$$\bar{v}(\tau + \frac{\pi}{3}) = \bar{T} \cdot \bar{v}(\tau), \quad (6.1)$$

gdzie

$$\bar{T} = \begin{bmatrix} \bar{s} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{s} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{s} \end{bmatrix} \quad \bar{s} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Warunek (6.1) wynika bezpośrednio z relacji (3.1) przekształconej przy pomocy wzorów transformacyjnych (1.1).

Ze względu na to, że metoda określenia warunków początkowych jest analogiczna dla rozwiązań uzyskanych metodą zmiennych stanu i metodą kompleksorów wielkości uogólnionych, dlatego w dalszej części ograniczy się tylko do określenia warunków początkowych prądów, uzyskanych z rozwiązania równań stanu silnika.

Jak wynika z rozważań przedstawionych w rozdziale 3, przy zmianie wartości γ w zakresie $0 \leq \gamma \leq \frac{\pi}{3}$ silnik pracuje przy zasilaniu na przemian z dwóch lub trzech faz stojana silnika. Stąd warunek końcowy dla zasilania dwufazowego jest warunkiem początkowym dla zasilania trójfazowego.

Wobec czego zachodzi (6.2)

$$\bar{v}(\tau) = e^{(\tau - \varphi - \gamma)\bar{A}} \cdot e^{\gamma\bar{B}} \cdot \bar{v}(\varphi) \quad \varphi + \gamma \leq \tau \leq \varphi + \frac{\pi}{3} \quad (6.2)$$

Wstawiając do równania (6.2) $\tau = \varphi + \frac{\pi}{3}$ otrzymuje się warunek $\bar{v}(\varphi + \frac{\pi}{3})$

$$\bar{v}(\varphi + \frac{\pi}{3}) = e^{(\frac{\pi}{3} - \gamma)\bar{A}} \cdot e^{\gamma\bar{B}} \cdot \bar{v}(\varphi) \quad (6.3)$$

Korzystając z relacji (6.1) i (6.3) otrzymuje się równanie (6.4)

$$\left[\bar{T} - e^{(\frac{\pi}{3} - \gamma)\bar{A}} \cdot e^{\gamma\bar{B}} \right] \bar{v}(\varphi) = \bar{0} \quad (6.4)$$

Równanie (6.4) można zapisać w postaci (6.5)

$$\begin{bmatrix} \bar{K}_1 & \bar{K}_2 \\ \bar{K}_3 & \bar{K}_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{I}(\varphi) \\ \bar{U}_z(\varphi) \end{bmatrix} = \bar{0} \quad (6.5)$$

Macierze \bar{K}_3 i \bar{K}_4 są macierzami zerowymi [4], stąd uzyskuje się równanie (6.6)

$$\bar{i}(\varphi) = \bar{M} \cdot \bar{U}_z(\varphi), \quad (6.6)$$

gdzie

$$\bar{M} = -\bar{K}_1^{-1} \bar{K}_2$$

Biorąc pod uwagę, że $i_{y1}(\varphi) = 0$ otrzymuje się równanie (6.7)

$$i_{y1}(\varphi) = m_{11} U_{1z}(\varphi) + m_{1z} U_{2z}(\varphi) = 0 \quad (6.7)$$

m_{11} , m_{1z} - elementy pierwszego wiersza macierzy \bar{M} , z którego oblicza się kąt φ

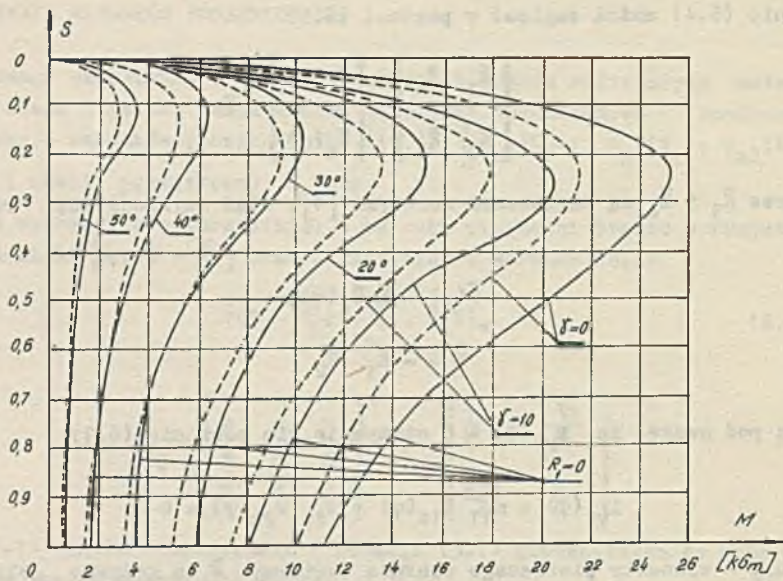
$$\varphi = \arctg \left(-\frac{m_{1z}}{m_{11}} \right)$$

Znając kąt φ określa się warunek początkowy $\bar{V}(\varphi)$.

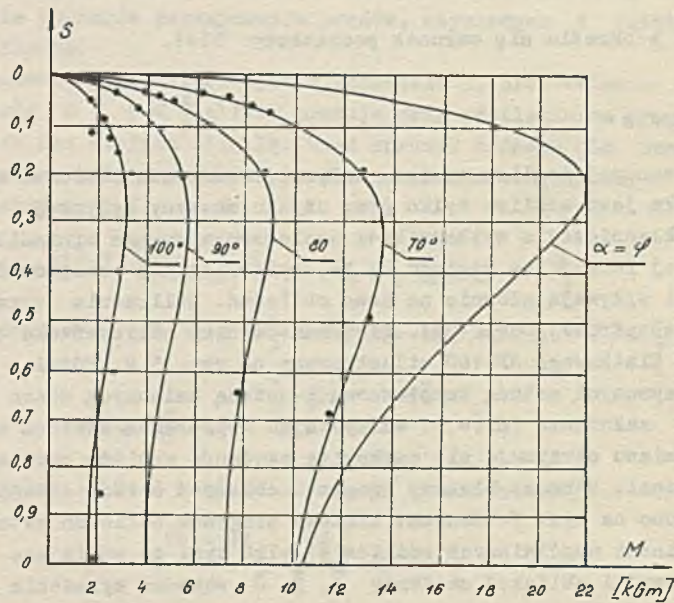
7. ZAKOŃCZENIE

Z przytoczonej analizy wynika, że przeprowadzenie obliczeń dla konkretnego silnika jest możliwe tylko przy użyciu maszyny cyfrowej. Obliczanie funkcji wykładniczej z wykładnikiem macierzowym wymaga minimalizacji podprogramu tej funkcji ze względu na to, że obliczenia przeprowadzane są wielokrotnie i wpływają głównie na czas obliczeń. Obliczenia przeprowadzono na maszynie cyfrowej Odra 1204. Otrzymane wyniki obliczeń dla silnika indukcyjnego klatkowego SE-160 zilustrowano na rys. 5,6. Różnica między wynikami otrzymanymi metodą kompleksową i metodą zmiennych stanu wynika z przyjętego założenia $R_1 = 0$. Korzystając z poprawek Newtona na pierwiastki wielomianu otrzymuje się całkowitą zgodność wyników otrzymanych obydwojema metodami. Schemat blokowy programu obliczeń metodą zmiennych stanu przedstawiono na rys. 7. Schemat blokowy programu obliczeń metodą kompleksorów wielkości uogólnionych różni się tylko tym, że w miejsce procedury \exp (macierzy) i obliczeń macierzy \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} wchodzi wyrażenia analityczne.

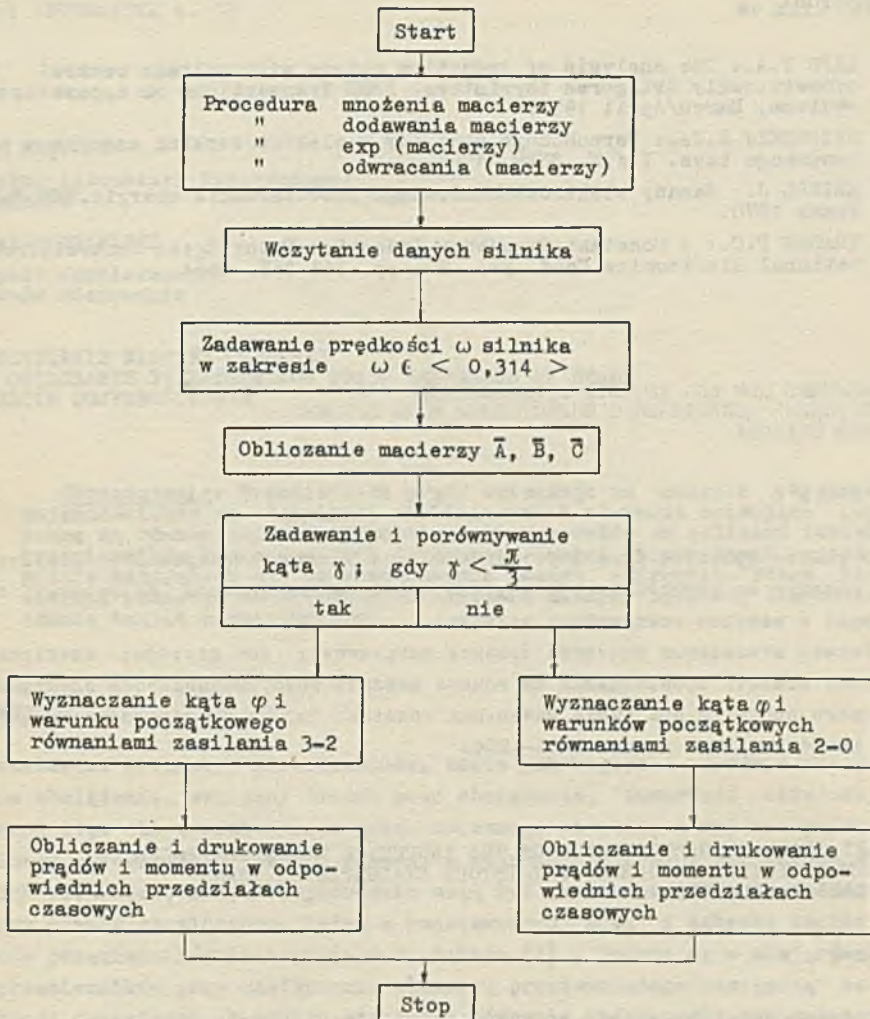
Punkty zdjęte w pomiarach laboratoryjnych pokrywają się dobrze z obliczeniami.



Rys. 5. Charakterystyki mechaniczne silnika indukcyjnego Se-160 ($\gamma = \text{const}$)



Rys. 6. Charakterystyki mechaniczne silnika indukcyjnego SE-160 ($\alpha = \text{const}$)
 • - punkty charakterystyki zdjęte doświadczalnie



Rys. 7. Schemat blokowy programu obliczeń

LITERATURA

- [1] LIPO T.A.: The analysis of induction motors with voltage control by symmetrically triggered thyristors. IEEE Transactions on apparatus and systems, March/April 1971.
- [2] KAZOWSKIJ E.Ja.: Perechodnye processy w elektryczeskich maszynach peremennogo toka. I.A.N. ZSRR, 1962.
- [3] MEISEL J.: Zasady elektromechanicznego przetwarzania energii. WNT Warszawa 1970.
- [4] KRAUSE P.C.: A Constant Frequency Induction Motor Speed Control. Proc. National Electronics Conf. vol. 20, pp. 361-365, 1964.

ПРИМЕНЕНИЕ ЦВМ ДЛЯ РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК
АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ С ТИРИСТОРНЫМ КОММУТАТОРОМ
В ЦЕПИ СТАТОРА

Резюме

В работе приведен анализ установившегося режима асинхронного двигателя при питании от тиристорного коммутатора напряжения методом переменных состояний и методом комплексных величин.

Расчет мгновенных значений (фазное напряжение; ток статора; электромагнитный момент) производился на основе анализа неустановившегося электромагнитного процесса при учёте начальных условий. Расчёт производился на цифровой вычислительной машине ОДРА-1204.

STEADY STATE CHARACTERISTICS OF THE INDUCTION MOTOR CONTROLLED
BY SYMMETRICALLY TRIGGERED THYRISTORS EVALUATED BY MEANS
OF DIGITAL COMPUTER

Summary

The steady state points of the current voltage and torque curves of the induction motor supplied through symmetrically triggered thyristors were calculated and the torque-speed characteristics evaluated.

The analysis was presented by using of the statevariable method in matrix form and alternatively of the vector method on the complex plane in time and the operational domain.

The resulting curves are composed of suitable transients during a period under consideration of the initial and boundary conditions. The calculated points were obtained on the digital computer Odra 1204.