

Elektrotechnische  
Meßkunde

von

P. B. Arthur Linker

Dritte Auflage

# Elektrotechnische Meßkunde

Von

Dr.-Ing. P. B. Arthur Linker

Dritte, völlig umgearbeitete und erweiterte Auflage

Manuldruck 1923

Mit 408 Textfiguren



Berlin  
Verlag von Julius Springer  
1920

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung  
in fremde Sprachen, vorbehalten.

Copyright 1920 by Julius Springer in Berlin.

621.317



26795

D350/60



Seinem hochverehrten Lehrer

Herrn Geheimen Hofrat  
Prof. Dr. phil. A. Schleiermacher

in dankbarer Erinnerung ehrerbietigst gewidmet

vom Verfasser



## Aus dem Vorwort zur ersten Auflage.

Mit der Herausgabe dieses Werkes soll dem Studierenden ein Hilfsbuch für die Übungen im elektrotechnischen Laboratorium, dem in der Praxis stehenden Ingenieur ein Hand- und Nachschlagebuch bei seinen Arbeiten geboten werden. Da es jedoch für den weniger Geübten besonders schwierig ist, sich allein durch Formeln mit den bei der Ausführung der Messungen sich abspielenden Vorgängen vertraut zu machen, war ich bestrebt, durch Hilfsvorstellungen und Beispiele aus der Mechanik und Hydraulik das Wesen der Erscheinungen vor allem physikalisch zu erläutern und dann erst die daraus gewonnenen Gesetze in mathematische Form zu kleiden.

Durch zahlreiche Literaturangaben bei den einzelnen Versuchen soll dem Leser die Möglichkeit geboten werden, durch ein Spezialstudium in die ihn besonders interessierenden Versuche tiefer einzudringen.

Karlsruhe, im Dezember 1905.

---

## Vorwort zur dritten Auflage.

Die neue Auflage stellt wiederum eine vollständige Umarbeitung und Erweiterung der früheren dar. So wurden noch weitere zeichnerische Hilfsmittel zur Darstellung veränderlicher Größen eingeführt und besonders die sehr vielseitige Methode der proportionalen Zuordnung verwendet. Die Kapitel über Kommutatormotoren und Gleichrichter sind neu hinzugekommen.

Der Drehsinn der Vektoren ist normal entgegen der Drehrichtung des Uhrzeigers. Doch zeigen noch einzelne Figuren einen

anderen Umlaufsinn, da sie aus der ersten Auflage übernommen sind und eine Umzeichnung aus verschiedenen Gründen nicht angängig war. Jedenfalls wird das Verständnis dadurch nicht beeinträchtigt.

Den Freunden und Fachgenossen, welche mich durch Ratschläge, Zuschriften u. dgl. unterstützt haben, sowie der Verlagsbuchhandlung spreche ich für das Entgegenkommen auf meine Wünsche meinen verbindlichsten Dank aus.

Wenn auch durch meine Tätigkeit im Felde die Herausgabe der neuen Auflage sich leider ungewöhnlich verzögert hat, so zeigt das Buch andererseits auch die neuesten Fortschritte der Meßtechnik und dürfte daher mit dem bisherigen großen Interesse wiederum aufgenommen werden.

Hagen, im Februar 1920.

A. Linker.

# Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Einleitung . . . . .	1

## I. Elektrische Meßmethoden.

1. Messung eines Widerstandes mit der Wheatstoneschen Meßbrücke	4
2. Widerstandsmessung durch Vertauschung . . . . .	7
3. Widerstandsbestimmung durch Strom- und Spannungsmessung .	8
4. Widerstandsmessung mit dem Differentialgalvanometer . . . . .	13
5. Messung kleiner Widerstände (Matthiessen und Hookin) . . . . .	22
6. Messung kleiner Widerstände mit der Thomsonschen Doppelbrücke	23
7. Widerstand eines Galvanometers in der Brücke (Thomson) . . .	27
8. Widerstand von Elementen (Mance) . . . . .	28
9. Widerstand von Elementen (Nernst) . . . . .	30
10. Spezifischer Widerstand von Metallen . . . . .	31
11. Spezifischer Widerstand von Flüssigkeiten (mit Gleichstrom) . .	31
12. Spezifischer Widerstand von Flüssigkeiten (mit Wechselstrom) .	32
13. Untersuchung von Blitzableitern . . . . .	35
14. Widerstand von Schienenstößen . . . . .	37
15. Messung von Isolationswiderständen . . . . .	37
16. Isolationsprüfung ausgeführter Anlagen mittels Spannungsmessers	41
17. Isolationsmessung bei ausgeführten Anlagen mittels statischen Spannungsmessers . . . . .	43
18. Isolationsmessung an Leitungen während des Betriebes . . . . .	46
19. Isolationswiderstand von Fernsprechkabeln . . . . .	54
20. Bestimmung des Isolationsfehlerorts . . . . .	56
21. Isolationsprüfung von Wechselstromanlagen . . . . .	59
22. Ermittlung des Temperaturkoeffizienten . . . . .	61
23. Vergleichung von EMKen durch Kompensation (Du Bois-Rey- mond) . . . . .	62
24. Messungen mit dem Kompensationsapparat . . . . .	62
25. Messungen mit dem Elektrometer . . . . .	71
26. Strommessung mit dem Voltameter . . . . .	82
27. Messung von Spannung und Stromstärke bei hoher Wechsel- spannung . . . . .	83
28. Messung von Wechselströmen geringer Stärke und hoher Wechsel- zahl . . . . .	90
29. Messung elektrischer Leistung . . . . .	92
30. Eichung eines ballistischen Galvanometers . . . . .	108



	Seite
31. Vergleichung von Kapazitäten (ballistisch) . . . . .	115
32. Vergleichung von Kapazitäten durch Kompensation (W. Thomson) . . . . .	118
33. Vergleichung von Kapazitäten (de Sauty) . . . . .	120
34. Absolute Messung einer Kapazität (Maxwell — J. J. Thomson) . . . . .	122
35. Absolute Messung einer Kapazität (mittels Differentialgalvanometers). . . . .	124
36. Messung von Koeffizienten der Selbstinduktion . . . . .	125
37. Messung von Koeffizienten der Selbstinduktion in der Brücke (Maxwell) . . . . .	129
38. Vergleichung von Selbstinduktionen miteinander (Maxwell) . . . . .	132
39. Vergleichung von Selbstinduktion mit dem Differentialtelephon . . . . .	136
40. Vergleichung von Selbstinduktion mit Kapazität (Maxwell) . . . . .	136
41. Vergleichung von Selbstinduktion mit Kapazität (Anderson) . . . . .	138
42. Messung der gegenseitigen Induktion . . . . .	140
43. Messung der gegenseitigen Induktion (Trowbridge) . . . . .	141
44. Vergleichung von gegenseitiger Induktion mit Kapazität (Pirani & Roiti) . . . . .	142
45. Vergleichung von gegenseitiger Induktion mit Selbstinduktion (Maxwell) . . . . .	144
46. Vergleichung von gegenseitigen Induktionen miteinander (Maxwell) . . . . .	145
47. Vergleichung von gegenseitigen Induktionen miteinander (Campbell) . . . . .	147
48. Vergleichung von Induktionen und Kapazität miteinander (Carey-Foster) . . . . .	148
49. Messung der Zeitkonstanten großer Widerstände . . . . .	149
50. Bestimmung von Dielektrizitätskonstanten . . . . .	151
51. Prüfung der Durchschlagsfestigkeit von Isolierstoffen . . . . .	153
52. Eichung und Prüfung von Strom- und Spannungsmessern . . . . .	155
53. Untersuchung von Leistungs- und Arbeitsmessern (Zählern) . . . . .	159
54. Untersuchung von Sammlern (Akkumulatoren) . . . . .	167
55. Untersuchung einer Thermosäule . . . . .	170
56. Untersuchung eines elektrischen Kochers . . . . .	171

## II. Magnetische Messungen.

1. Magnetometrische Methode . . . . .	174
2. Ballistische Methode . . . . .	180
3. Isthmismethode (Ewing) . . . . .	188
4. Eisenuntersuchung mit dem Schlußjoch (Hopkinson) . . . . .	190
5. Zugkraftmethode . . . . .	194
6. Magnetische Wage . . . . .	197
7. Magnetisierungsapparat nach Köpsel (Siemens & Halske) . . . . .	200
8. Messung magnetischer Felder mit der Wismutspiraie . . . . .	202
9. Nullmethoden zur Eisenuntersuchung . . . . .	203
10. Bestimmung des Streukoeffizienten . . . . .	206
11. Praktische Hysteresismesser . . . . .	210

	Seite
12. Praktische Eisenuntersuchung mit dem Eisenprüfer (Epstein)	211
13. Aufnahme charakteristischer Kurven des Eisens mit Wechselstrom	223
14. Aufnahme von Feldverteilungskurven elektrischer Maschinen (Pol- diagramm)	226

### III. Messungen der Gleichstromtechnik.

1. Aufnahme von charakteristischen Kurven	235
2. Bestimmung der Ankerrückwirkung	247
3. Messung des Drehmoments von Motoren	249
4. Aufnahme von Geschwindigkeitskurven	253
5. Parallelschaltung von Generatoren	257
6. Bestimmung des Wirkungsgrades von Gleichstrommaschinen	258
7. Temperaturerhöhung von Gleichstrommaschinen	311
8. Untersuchung der Kommutation	312

### IV. Messungen der Wechselstromtechnik.

1. Untersuchung von Wechselstromwiderständen	319
2. Messung der Kapazität von Wechselstromapparaten	321
3. Prüfung der praktischen Brauchbarkeit eines Transformators	327
4. Das Transformatoridiagramm	334
5. Bestimmung des Spannungsabfalls eines Transformators	343
6. Wirkungsgrad eines Transformators	351
7. Temperaturerhöhung von Wechselstromgeneratoren	360
8. Aufnahme von charakteristischen Kurven an Generatoren	362
9. Bestimmung des Spannungsabfalls von Generatoren	368
10. Parallelschaltung von Wechselstrommaschinen	380
11. Untersuchung eines Synchronmotors	393
12. Untersuchung eines asynchronen Mehrphasenmotors	410
13. Untersuchung eines asynchronen Einphasenmotors	439
14. Untersuchung eines Einanker-Umformers	451
15. Bestimmung des Wirkungsgrades von Wechselstrommaschinen	452
16. Untersuchung von Wechselstrom-Kommutatormotoren	461
17. Untersuchungen an Gleichrichtern	485
18. Aufnahme von Wechselstromkurven	491
19. Analyse periodischer Schwingungen	501

### V. Photometrie.

1. Grundbegriffe	519
2. Photometer von Bunsen	522
3. Photometer von Lummer & Brodhun	524
4. Photometer nach Martens	526
5. Photometer von L. Weber	529
6. Flimmerphotometer	530

	Seite
7. Polarisationsphotometer . . . . .	532
8. Photometrie von Glühlampen . . . . .	534
9. Photometrie von Bogenlampen . . . . .	538
10. Bestimmung der mittleren räumlichen Lichtstärke . . . . .	543
11. Lichtmessung mittels Kugelphotometers . . . . .	548
Tabelle einiger Naturkonstanten . . . . .	551
Formelzeichen und -Größen . . . . .	554
Abgekürzte Zeichen der Maßeinheiten . . . . .	558
Maßänderungs-Vorsatzzeichen. — Anhängezeichen (Indices) . . . . .	558
Namen- und Sachregister . . . . .	559

---



## Abkürzungen.

- AEF = Ausschuß für Einheiten und Formelzeichen.  
AEG = Allgemeine Elektrizitäts-Gesellschaft.  
AfE = Archiv für Elektrotechnik.  
ASEA = Allmänna Svenska Elektriska Aktiebolaget.  
Am. Journ. Sc. = American Journal of Science.  
Ann. d. El. = Annalen der Elektrotechnik.  
Ann. d. Ph. = Annalen der Physik.  
BBC = Brown, Boveri & Co.  
Bl. f. Post u. Tel. = Blätter für Post und Telegraphie.  
Bull. Bur. Stand. = Bulletin of the Bureau of Standards.  
Bull. SEV = Bulletin des Schweizer Elektrotechnischen Vereins.  
Bull. Soc. int. El. = Bulletin de la Société internationale des Electriciens.  
CfE = Centralblatt für Elektrotechnik, München.  
Compt. rend. = Comptes rendues.  
Der Mechaniker. — Beilage zur Zeitschrift für Instrumentenkunde.  
Dingl. Polyt. Journ. = Dingers Polytechnisches Journal.  
Diss. = Dissertation.  
Ecl. El. = L'Eclairage électrique.  
El. = The Electrician, London.  
El. Anz. = Elektrotechnischer Anzeiger.  
El. Eng. = The Electrical Engineer.  
El. Kr. u. Bahnen = Elektrische Kraftbetriebe und Bahnen.  
El. Revue, London = Electrical Revue, London.  
El. u. M. Wien. = Elektrotechnik und Maschinenbau, Wien.  
El. u. masch. Betr. = Elektrische und maschinelle Betriebe.  
El. World = The Electrical World and Engineer.  
Electr. = L'Electricien.  
Eng. = Engineering.  
E'fZ. = Elektrotechnische Zeitschrift (Berlin).  
Ewing, Magnet. Ind. im Eisen. = Ewing, Magnetische Induktion im Eisen  
und verw. Metallen, 1892.  
FGL = Felten & Guillaume-Lahmeyerwerke.  
Fortschr. d. El. = Fortschritte der Elektrotechnik (Strecker).  
Gen. El. Rev. = General Electric Review.  
Helios. = Helios, Exportzeitschrift für Elektrotechnik.  
Illum, Eng. London = The Illuminating Engineer, London.  
Ind. El. = L'Industrie électrique.  
Journ. de phys. = Journal de physique.  
Journ. f. Gas = Journal für Gasbeleuchtung.

- Journ. Inst. El. Eng. = Journal of the Institution of Electrical Engineers.  
 Journ. Soc. Arts. = Journal of the Society of Arts.  
 Journ. telegr. = Journal télégraphique.  
 Lum. El. = La Lumière électrique.  
 MfO. = Maschinenfabrik Örlikon.  
 Nat. phys. Lab. coll. rés. = Natural physical Laboratory college researches.  
 Phil. Mag. = Philosophical Magazine.  
 Phil. Trans. = Philosophical Transactions.  
 Phil. Tr. Roy. Soc. = Philosophical Transactions of the Royal Society.  
 Phys. Rev. = Physical Revue.  
 Phys. Z. = Physikalische Zeitschrift.  
 Pogg. Ann. = Poggendorfs Annalen.  
 Proc. AIEE. = Proceedings of the American Institute of Electrical Engineers.  
 Proc. Phys. Soc., London. = Proceedings of the Physical Society, London.  
 Proc. Roy. Soc. = Proceedings of the Royal Society.  
 PTR. = Physikalisch-Technische Reichsanstalt.  
 Rep. Tokyo Phys. Math. Soc. = Reports of the Tokyo Physical and Mathematical Society.  
 Rev. el. = Revue électrique.  
 Rev. prat. de l'Electr. = Revue pratique de l'Electricité.  
 Samml. el. Vortr. = Sammlung elektrotechn. Vorträge, Enke, Stuttgart.  
 Schw. ETZ. = Schweizer Elektrotechnische Zeitschrift.  
 Scient. Papers Bur. Stand. = Scientific Papers of the Bureau of Standards.  
 S & H = Siemens & Halske.  
 SSW = Siemens-Schuckertwerke.  
 Techn. Mon. = Technische Monatshefte.  
 Tr. AIEE. = Transactions of the American Inst. of Electrical Engineers.  
 Traction El. = La Traction électrique.  
 VdE. = Verband deutscher Elektrotechniker.  
 VdGW. = Verband deutscher Gas- und Wasserfachmänner.  
 Verh. d. d. phys. Ges. = Verhandlungen der deutschen physikalischen Gesellschaft.  
 Verh. d. naturf. Ges. = Verhandlungen der naturforschenden Gesellschaft.  
 Wied. Ann. = Wiedemanns Annalen.  
 Wien. Ber. = Wiener Berichte.  
 ZfBel. = Zeitschrift für Beleuchtungstechnik.  
 ZfE. = Zeitschrift für Elektrotechnik, Wien (bis 1905).  
 ZfI. = Zeitschrift für Instrumentenkunde.  
 ZfMath. u. Phys. = Zeitschrift für Mathematik und Physik.  
 ZVI. = Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure.  
 ≪ = klein gegen.  
 ≫ = groß gegen.  
 ≈ = annähernd gleich.  
 ∝ = proportional.  
 ≠ = nicht gleich.
-

## Einleitung.

Man unterscheidet im allgemeinen absolute und relative Messungen. Absolut ist die Messung dann, wenn sie auf den Einheiten des absoluten Maßsystems aufgebaut ist. Vergleicht man dagegen eine Größe mit einer anderen als Normal dienenden, so ist die Messung relativ. Dabei ist es von Wichtigkeit, zu wissen, mit welcher Genauigkeit bzw. welchem Fehler die Messung ausgeführt ist, so daß man auf eventuell vorhandene Fehlerquellen Rücksicht nehmen muß.

Bildet man aus einer großen Anzahl von  $n$  Ablesungen das arithmetische Mittel, so geben die Differenzen zwischen diesem und den Einzelwerten die absoluten Fehler  $f$  an. Nach der Methode der kleinsten Quadrate ist dann der mittlere Fehler

$$f_{mi} = \pm \sqrt{\frac{\sum f^2}{(n-1) \cdot n}}$$

und der wahrscheinliche Fehler  $f_w = 0,674 \cdot f_{mi}$ .

Hauptsächlich interessiert uns jedoch der relative Fehler, d. h. das Verhältnis des absoluten Betrages des möglichen Fehlers zum Werte der gemessenen Größe, ausgedrückt in %. Fehler können nun durch die Beobachtung (Ablesegenauigkeit, persönliche Gleichung), äußere Störungen, durch die Apparate selbst (Abweichungen vom Sollwert) und durch die Methode in die Messung eintreten.

Die Größe der Beobachtungsfehler läßt sich dadurch bestimmen, daß man von mehreren unter denselben Bedingungen abgelesenen Werten das Mittel nimmt und die größte Abweichung von diesem mittleren Wert in positiver und negativer Richtung feststellt, deren Mittelwert dann den Fehler darstellt. Durch Bildung des Mittelwertes aus mehreren Ablesungen sucht man sich daher von den Ablesungsfehlern möglichst frei zu machen.



Äußere Störungen können ebenfalls Fehler hervorrufen. Sie brauchen jedoch nur dann berücksichtigt zu werden, wenn sie außerhalb der Beobachtungsfehlergrenze liegen oder Änderungen der Beobachtungen hervorrufen, deren Einfluß den zulässigen Fehler übersteigt. Sie können bedingt sein durch die gegenseitige Lage verschiedener Instrumente, durch in der Nähe befindliche Maschinen, Eisenmassen, elektrische und magnetische Felder und durch Temperatureinflüsse. Durch geeignete räumliche Anordnung der Apparate und Leitungen, Verwendung von temperaturfehlerfreien Widerständen und Instrumenten, Fernhalten elektrischer und magnetischer Felder und Maschinen lassen sich Fehler von merklichem Einfluß vermeiden. Sind dagegen in einer Messung Widerstände vorhanden, die von der Temperatur abhängig sind, z. B. bei Dynamoankern, Magnetwicklungen, Transformatorenspulen, so muß ihre Größe für die der betreffenden Belastung entsprechende Temperatur in Rechnung gezogen werden.

Durch die Apparate selbst können sogenannte Instrument- oder Eichfehler auftreten, die durch die Abweichung des abgelesenen Werts vom wirklichen Wert bedingt sind. Ihr Einfluß läßt sich unter gewissen Umständen durch geeignete Hilfsmittel (Umschaltung der Stromrichtung, Vertauschung) vermindern oder muß andernfalls experimentell ermittelt werden.

Zwischen einem Schaltungsschema und seiner praktischen Darstellung kann bisweilen infolge des nicht zu vernachlässigenden Widerstandes der Kontakte, Zuleitungen und Meßinstrumente eine so große Verschiedenheit in der Wirkungsweise vorhanden sein, daß die Methode für die Messung mancher Werte unbrauchbar werden kann. Fehler, die davon herrühren, bezeichnet man als methodische. Man kann sie nur durch Anwendung einer geeigneteren Methode, bei der solche Einflüsse nicht vorkommen, vermeiden, wenn man die Fehler durch Hilfsmessungen oder Rechnung nicht beseitigen kann.

Bei der Notierung abgelesener Werte gewöhne man sich daran, nicht mehr als eine durch Schätzung bestimmte Stelle anzugeben, so daß die vorletzte Stelle als genau angenommen werden kann.

Nachdem man sich für eine bestimmte Methode entschlossen hat, zeichnet man das Schaltungsschema für die Messung hin und führt die Schaltung mit der einfachsten Leitungsführung

möglichst übersichtlich aus. Man vergesse dabei niemals, einen doppelpoligen Ausschalter und Sicherungen aufzunehmen, wenn es sich um Arbeiten mit starken Strömen und höheren Spannungen handelt. Meßinstrumente sind mit einem solchen Meßbereich zu wählen, daß die Ablesungen möglichst groß werden. Bei der Auswahl der Widerstände bestimme man durch eine Überschlagsrechnung die ungefähre Größe in Ohm aus dem Spannungsverlust und wähle die Dimensionen nach der vermutlich darin auftretenden Stromstärke und Einschaltungsdauer. Ferner ist es notwendig, sich vor Beginn des Versuchs von der Brauchbarkeit, Polarität und dem richtigen Meßbereich der Instrumente zu überzeugen, damit man nicht gezwungen ist, nach teilweiser Ausführung der Messung Auswechselungen vorzunehmen. Welche besonderen Maßregeln im einzelnen Falle anzuwenden sind, wird bei den einzelnen Messungen näher erläutert werden.

---

# I. Elektrische Meßmethoden.

## 1. Messung eines Widerstandes mit der Wheatstoneschen Meßbrücke <sup>1)</sup>.

Schaltet man eine Elektrizitätsquelle  $E$  mit vier Widerständen  $r_1, r_2, r_3, r_4$ , einem Galvanometer  $G$  nach Fig. 1, so werden bei geschlossenen Schaltern  $S$  die eingezeichneten Ströme  $i$  und Potentiale  $V$  auftreten. Ändert man nun die Widerstände so ab, daß das Potential  $V'$  bei  $c$  gleich  $V''$  bei  $d$  wird, was man

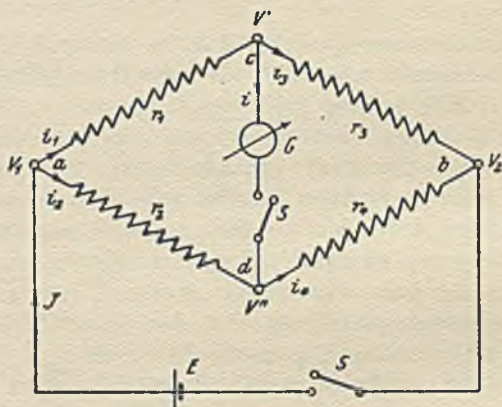


Fig. 1.

daran erkennt, daß das Galvanometer keine Ablenkung zeigt, da  $V' - V'' = 0$  ist, dann ist  $i = 0$ .

Es muß nun für jeden Zweig die Potentialdifferenz gleich dem Produkt aus Stromstärke und Widerstand sein.

$$\begin{aligned} V_1 - V' &= i_1 \cdot r_1 & V_1 - V'' &= i_2 \cdot r_2 \\ V' - V_2 &= i_3 \cdot r_3 & V'' - V_3 &= i_4 \cdot r_4. \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> Phil. Trans. 1843, S. 313. — Pogg. Ann. 1844, S. 535.



Nun soll  $V' = V''$  sein, woraus man durch Gleichsetzen erhält

$$1. \quad i_1 \cdot r_1 = i_2 \cdot r_2 \qquad 2. \quad i_3 \cdot r_3 = i_4 \cdot r_4$$

oder durch Division der Gleichungen 1 und 2:

$$\frac{i_1}{i_3} \cdot \frac{r_1}{r_3} = \frac{i_2}{i_4} \cdot \frac{r_2}{r_4}$$

Da nun  $i = 0$  ist, so muß nach dem ersten Kirchhoffschen Gesetz

$$i_1 = i_3 \quad \text{und} \quad i_2 = i_4$$

sein, so daß

$$\frac{i_1}{i_3} = 1 \quad \text{und ebenso} \quad \frac{i_2}{i_4} = 1$$

wird. Somit erhalten wir die Beziehung

$$\frac{r_1}{r_3} = \frac{r_2}{r_4} \quad \text{oder} \quad r_1 \cdot r_4 = r_2 \cdot r_3.$$

Sind drei von diesen vier Widerständen oder das Verhältnis zweier benachbarter und ein dritter bekannt, so läßt sich der vierte berechnen.

Die beiden Widerstände  $r_1$  und  $r_3$  kann man nach Kirchhoff<sup>1)</sup> durch einen geradlinig ausgespannten Meßdraht von nicht zu kleinem Widerstand und verschwindendem Temperaturkoeffizienten ersetzen (Fig. 2).

In diesem Fall ist nur ein bekannter Widerstand  $R$  notwendig, um den unbekanntem Widerstand  $x$  zu messen. Den Abzweigungspunkt  $c$  bildet man als verschiebbaren schneidenförmigen Kontakt aus, um die Längen  $l_1$  und  $l_2$  kontinuierlich verändern zu können.  $G$  und  $E$  können auch vertauscht werden.

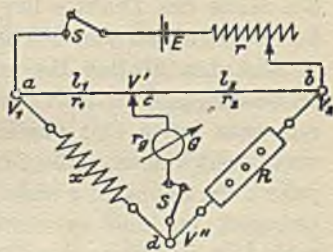


Fig. 2.

Ist der Draht homogen und kalibrisch, d. h. überall von gleichem Material und Querschnitt, dann ist der Widerstand  $r_1$  zwischen  $ac$  proportional  $l_1$  und ebenso  $r_2$  zwischen  $cb$  proportional  $l_2$  oder

$$r_1 = c \cdot l_1; \quad r_2 = c \cdot l_2.$$

Verschiebt man nun die Schneide  $c$  so weit, bis das Galvanometer stromlos ist, dann gilt die Beziehung:

$$\frac{x}{R} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{c \cdot l_1}{c \cdot l_2}$$

<sup>1)</sup> Pogg. Ann. Bd. 100, S. 177.

oder

$$\frac{x}{R} = \frac{l_1}{l_2}.$$

Die gebräuchlichste praktische Ausführungsform der Drahtbrücke stellt das von Siemens & Halske gebaute Universalgalvanometer<sup>1)</sup> dar. Eine Brücke für kleine Widerstände ist von Böhm - Raffay<sup>2)</sup> beschrieben worden.

Über die Einzelheiten beim Gebrauch der Brücke wäre folgendes zu bemerken: Besitzen die Widerstände (Fig. 2) Selbstinduktion, so würde auch bei richtig abgeglichenen Widerständen das Galvanometer eine Ablenkung zeigen, wenn der Schalter  $S$  der Stromquelle  $E$  nach demjenigen des Galvanometers umgelegt wird. Um Fehler zu vermeiden, schließt man daher erst den Batteriezweig. Dagegen schaltet man zuerst das Galvanometer aus. Vorteilhaft sind dabei entsprechend gebaute Doppeltaster. Die günstigste Bedingung für die Messung ergibt sich, wenn  $r_1 = r_2 = x = R$  ist. Den günstigsten Galvanometerwiderstand findet man aus

$$r_g = \frac{(r_1 + x) \cdot (r_2 + R)}{r_1 + r_2 + x + R}.$$

Die Meßgenauigkeit ist am größten, wenn die Schneide  $c$  in der Mitte des Drahtes liegt. Daher muß man  $R$  nicht wesentlich verschieden von  $x$  wählen.

Um den Einfluß thermoelektromotorischer Kräfte möglichst zu beseitigen, darf man nur schwache Ströme benutzen und diese nur ganz kurze Zeit durch die Brücke fließen lassen, oder man vertauscht besser Galvanometer  $G$  und Element  $E$ , darf dabei jedoch die Schneide  $c$  nicht zu weit nach den Enden des Drahtes bewegen, um eine eventuelle Erhitzung zu vermeiden. Zweckmäßig ist es ferner, den Batteriestrom zu kommutieren und aus den berechneten Widerständen das Mittel zu nehmen.

Die Methode eignet sich zur Messung von Widerständen zwischen 5 und etwa 10 000 Ohm, wenn man bei kleineren Widerständen Korrekturen wegen der Zuleitungswiderstände nicht vornehmen will.

Zum Ablesen äußerst kleiner Drehwinkel bei Spiegelinstrumenten dient eine von Preuß<sup>3)</sup> angegebene Anordnung mit doppelter Reflexion des Lichtstrahls.

<sup>1)</sup> ETZ. 1896, S. 264; 1897, S. 197.

<sup>2)</sup> Schw. ETZ. 1910, S. 314.    <sup>3)</sup> ETZ. 1905, S. 411.



Um die Größe des bei der Messung gemachten Fehlers festzustellen, verschiebt man die Schneide aus der Stellung für die vermeintliche Stromlosigkeit nach beiden Seiten so weit, daß man beiderseitig eben noch merkbare Ablenkungen des Instruments wahrnehmen kann, und rechnet dafür die zugehörigen Widerstände  $x_1$  und  $x_2$  aus. Der gesuchte Widerstand ist dann  $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$  und der Fehler  $\Delta x = \pm \frac{x_1 - x_2}{2}$ . Der Widerstand wird dann auch in der Form  $x \pm \Delta x$  Ohm angegeben.

Die Wheatstonesche Brücke läßt sich auch mit Benutzung des elektrischen Rechenschiebers von A. Wright zur Lösung von algebraischen Gleichungen beliebigen Grades verwenden.<sup>1)</sup>

Zur genauen Berechnung von Meßbrücken ist von R. Underhill<sup>2)</sup> eine analytische Methode angegeben worden.

## 2. Widerstandsmessung durch Vertauschung.

Für diese Messung ist besonders eine Bedingung zu erfüllen, nämlich, daß die zu benutzende Stromquelle eine konstante EMK besitzen muß.

### a) Hintereinanderschaltung (Fig. 3).

Der zu messende Widerstand  $W$  wird mit einem Galvanometer  $G$  und einer Stromquelle  $E$  unter Verwendung eines Umschalters  $U$  hintereinandergeschaltet. Der Vergleichswiderstand  $R$  wird so angelegt, daß durch Umlegen des Schalters  $U$  der Widerstand  $W$  aus-, dagegen  $R$  eingeschaltet wird. Schließt man nun beim Versuche  $W$  an, so wird das Galvanometer eine bestimmte Ablenkung zeigen. Beim Umschalten wird  $R$  so reguliert, daß dieselbe Ablenkung auftritt. Dann ist der Widerstand

$$W = R.$$

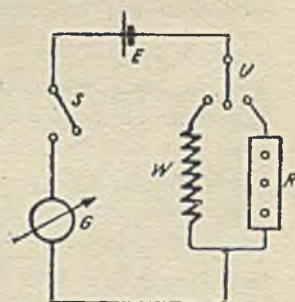


Fig. 3.

Hierbei benutzt man mit Vorteil ein Galvanometer mit kleinem Widerstand.

<sup>1)</sup> Bl. f. Post u. Tel. 1909, S. 174; El. 1909, S. 903; ETZ. 1910, S. 739.

<sup>2)</sup> El. World. 1910, S. 29.



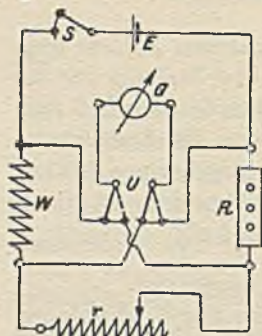


Fig. 4.

Ablenkung des Galvanometers für beide Lagen des Umschalters  $U$  ist dann

$$W = R.$$

Diese Methode kommt besonders bei großen Widerständen, z. B. bei der Isolationsprüfung, zur Anwendung, wie es in Nr. 15 angegeben ist.

### b) Parallelschaltung (Fig. 4).

Hierbei werden die Widerstände  $W$  und  $R$  mit einem Regulierwiderstand  $r$  in Reihe geschaltet und das Galvanometer von möglichst großem Widerstand abwechselnd parallel zu  $W$  oder  $R$  gelegt. Bei gleicher

## 3. Widerstandsbestimmung durch Strom- und Spannungsmessung. (Ohmsches Gesetz.)

Diese Methode kann überall dann Anwendung finden, wenn der zu untersuchende Widerstand von der Stromstärke infolge der Erwärmung in seinem Werte beeinflusst wird, z. B. bei Dynamoankern, Feldmagnet- und Transformatorenschulen, brennenden Glühlampen u. dgl. Dabei kann der Meßstrom gleichzeitig zur Erwärmung dienen.

Gehen wir von dem Ohmschen Gesetze

$$E = J \cdot R$$

aus, so kann man es in Worten folgendermaßen ausdrücken: Um einen Strom  $J$  durch einen Widerstand  $R$  hindurchzutreiben, muß man eine Spannung  $E$  an die Enden von  $R$  anlegen, deren Größe gleich dem Produkt  $J \cdot R$  ist. Umgekehrt kann man auch sagen, daß, wenn in dem Widerstande  $R$  ein Strom  $J$  fließt, an den Enden desselben ein Spannungsverlust  $E$ , als Produkt  $J \cdot R$  auftritt. Kennt man nun zwei von den Größen der Gleichung, in diesem Falle  $E$  und  $J$ , so läßt sich daraus der Widerstand  $R$  berechnen.

Für die praktische Ausführung sind zwei Schaltungen möglich, die jedoch beide den Widerstand nicht ohne Korrektur bestimmen lassen. Legen wir nach Fig. 5 den Strommesser  $J$  so in den Stromkreis, daß er den Strom  $J = i_1 + i_2$  als Summe des

Stromes  $i_1$  in der Lampe  $L$  und  $i_2$  im Spannungsmesser  $E$  mißt, so würden wir als Quotient  $\frac{E}{J}$  den Kombinationswiderstand der Lampe und des Spannungsmessers erhalten, während der Widerstand der Lampe allein

$$R = \frac{E}{i_1} = \frac{E}{J - i_2} \text{ ist.}$$

Man hat demnach von der Angabe des Strommessers die Stromstärke  $i_2$  des Spannungsmessers abzuziehen. Sie bestimmt sich

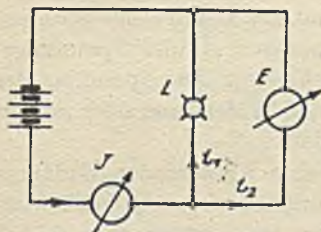


Fig. 5.

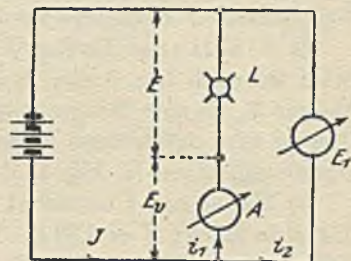


Fig. 6.

aus  $i_2 = \frac{E}{R_s}$ , wo  $R_s$  der Widerstand des Spannungsmessers ist. Folglich ist

$$R = \frac{E \cdot R_s}{J \cdot R_s - E}.$$

Läßt man dagegen (Fig. 6) den Strommesser  $A$  nur den Lampenstrom  $i_1$  führen, so gibt  $\frac{E_1}{i_1} = \frac{E}{i_1} + \frac{E_2}{i_1} = R + r$  die Summe des Widerstandes  $R$  der Lampe und  $r$  des Strommessers an; in diesem Falle muß der Widerstand  $r$  des Instruments  $A$  von dem gefundenen Ergebnis abgezogen werden.

Aus den beiden Schaltungen erkennt man, daß Korrekturen fortfallen können, sobald bei der ersten Messung (Fig. 5) der gesuchte Widerstand  $R$  sehr klein gegenüber dem Widerstand  $R_s$  des Spannungsmessers und damit  $i_2$  gegen  $i_1$  zu vernachlässigen ist. Die zweite Schaltung (Fig. 6) wird man da anwenden, wo der zu messende Widerstand  $R$  so groß ist, daß der Widerstand  $r$  des Strommessers dagegen verschwindend klein (etwa  $< 2\%$ ) ist. Benutzt man zur Messung der Spannung statische Instrumente, Multizellularelektrometer, die auf dem Prinzip der elektrostatischen Anziehung oder Abstoßung mit ruhenden Elektrizitäts-







c) Auswertung: Zu den Strömen  $J$  als Abszissen werden die Spannungen  $E$  als Ordinaten in Fig. 7 a aufgetragen und durch die gefundenen Punkte eine stetige Kurve  $f(E, J)$  so gelegt, daß sie durch möglichst viele Punkte oder sehr nahe vorbei geht. Auf diese Weise erkennt man und vermindert zugleich die der

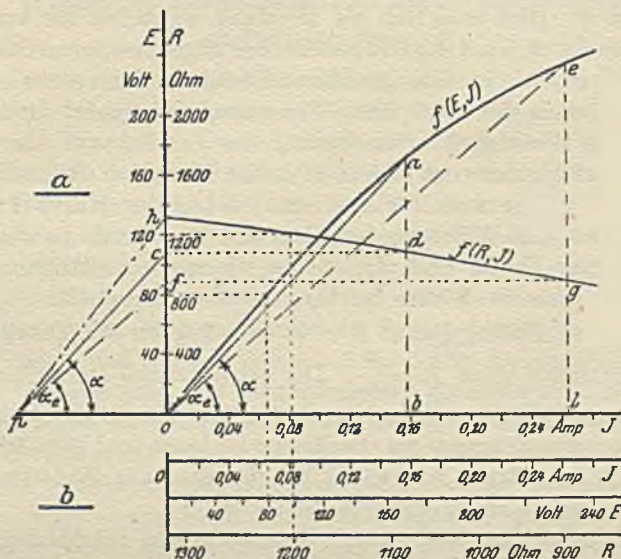


Fig. 7.

Tabelle anhaftenden Ablesungsfehler. Aus den „abgelesenen“ Werten von  $E$  und zugehörigen  $J$  findet man den Widerstand  $R = \frac{E}{J}$  durch Rechnung.

Jedoch auch zeichnerisch läßt sich  $R$  ermitteln:

Zieht man z. B. für den Punkt  $a$  den Strahl  $oa$ , der mit der Abszissenachse den  $\sphericalangle \alpha$  einschließt, so ist  $\text{tg } \alpha = \frac{ab}{ob} = c \cdot \frac{E}{J} = c \cdot R$ . Um die Bestimmung des Maßstabsfaktors  $c$  zu umgehen, berechnet man aus den abgelesenen Werten ( $E = 170$  V,  $J = 0,158$  A) den Widerstand  $R$  (1078 Ohm) und trägt ihn in einem passenden Maßstab als Strecke  $bd$  auf  $ab$  auf. Dann zieht man durch  $d$  eine Parallele  $dc$  zur Abszissenachse und legt durch  $c$  eine Parallele  $cp$  zu  $oa$ , so daß der  $\sphericalangle cpo = \alpha$  wird. Den Punkt  $p$

benutzt man nun als Pol zur Ermittlung der Widerstände für alle anderen Punkte der Kurve  $f(E, J)$ .

Zieht man z. B. für den Punkt  $e$  durch  $p$  eine Parallele  $pf$  zu  $oe$ , so ist  $\triangle pof \sim \triangle ole$  und damit  $of$  ein Maß für den durch den  $\text{tg}$  des  $\sphericalangle eol = \sphericalangle fpo = \alpha_e$  dargestellten Widerstandes  $R$ . Hält man nun  $po$  konstant, so stellen die von den Strahlen durch  $p$  auf der Ordinatenachse abgeschnittenen Strecken die Widerstände in dem gewählten Maßstabe des zuerst berechneten Wertes  $bd$  dar. Der Widerstand  $of$  gehört nun zum Punkt  $e$ . Wir ziehen daher durch  $f$  eine Parallele zur Abszissenachse nach  $g$ , dann ist  $gl$  der gesuchte Wert von  $R$ . Auf diese Weise bestimmt man für mehrere Punkte der Kurve  $f(E, J)$  die zugehörigen Widerstandspunkte und legt durch sie ebenfalls eine stetige Kurve  $f(R, J)$ , welche die gesuchte Abhängigkeit des Widerstandes  $R$  von der Stromstärke  $J$  darstellt.

Für den Anfangspunkt  $E = 0, J = 0$  gäbe die Tabelle den unbestimmten Wert  $R = \frac{0}{0}$ . Die zeichnerische Darstellung ist in diesem Falle der Rechnung überlegen. Man braucht nur im Punkte  $o$  die Tangente an die Kurve zu legen und parallel dazu durch  $p$  den Strahl  $ph$ , so ist  $oh$  der gesuchte Widerstand  $R$  des Glühfadens in stromlosem Zustande.

Will man den Widerstand  $R$  nicht allein in Abhängigkeit von  $J$ , sondern auch von  $E$  schnell und bequem ermitteln, so empfiehlt es sich, die drei Größen in Form einer Skala (skalare Darstellung) aufzutragen.

Dazu zieht man in Fig. 7b für jede der darzustellenden Größen eine Gerade und überträgt zuerst die Teilpunkte für die Stromstärke  $J$  aus Fig. 7a. Zur Einteilung der Geraden für die Spannung  $E$  geht man von den Werten für  $E$  der Ordinatenachse horizontal hinüber zur Kurve  $f(E, J)$  und von hier senkrecht nach unten zu der Linie für  $E$  in Fig. 7b. Den so erhaltenen Teilpunkt bezeichnet man mit dem auf der Ordinatenachse stehenden Wert (z. B.  $E = 80 \text{ V}$ ). In gleicher Weise findet man auch die Skala für den Widerstand  $R$ , indem man die Kurve  $f(R, J)$  benutzt (z. B.  $R = 1200 \text{ Ohm}$ ).

d) Schlußfolgerungen: Der Verlauf der Widerstandskurve eines Kohlenfadens zeigt eine Abnahme mit steigendem Strom bzw. steigender Temperatur. Daraus folgt, daß der Temperatur-



koeffizient negativ ist. Würde man für zwei Werte von  $R$  die Temperaturen bestimmen, so könnte man den Temperaturkoeffizienten berechnen (vgl. Nr. 22).

#### 4. Widerstandsmessung mit dem Differentialgalvanometer.

Ein Differentialgalvanometer besitzt zwei zueinander parallele Spulen, die gemeinsam auf eine zwischen ihnen hängende Magnetnadel eine Kraftwirkung ausüben können. Vorteilhaft ist es dabei, jede Rolle bifilar so zu wickeln, daß man in ihr zwei gleichartige Teilspulen erhält, die eine Veränderung der Eigenschaften des Galvanometers durch entsprechende Schaltung zulassen. Außerdem läßt sich bei Gegenschaltung die elektromagnetische Wirkung vollständig aufheben, so daß seitliche Bewegungen der Nadel vermieden werden. Werden die Spulen derartig vom Strom durchflossen, daß die von ihnen auf die Nadel ausgeübten Drehmomente gleich groß und entgegengesetzt gerichtet sind, so zeigt das Galvanometer keine Ablenkung. Die vier Enden der Spulen haben die mit  $a_1$  (Anfang),  $e_1$  (Ende),  $a_2$ ,  $e_2$  bezeichneten Klemmen.

Jedes Differentialgalvanometer hat vor dem Gebrauch zur Widerstandsmessung folgenden Bedingungen zu genügen:

1. Die beiden Spulen sollen gleich große, entgegengesetzt gerichtete Drehmomente auf die Nadel ausüben.
2. Die Widerstände der Spulen müssen gleich groß oder das Verhältnis derselben bekannt sein.
3. Bei Nadelgalvanometern müssen die Spulen in die Meridianebene eingestellt werden.

Um zu erkennen, ob die Bedingung 1 erfüllt ist, macht man folgende Schaltung (Fig. 8).

Die gegeneinander geschalteten Spulen  $I$  und  $II$  werden unter Zwischenschaltung eines allmählich zu verkleinernden Ballastwiderstandes  $R$  mit einem Element  $E$  verbunden.

Die Spule  $II$  wird dabei in umgekehrter Richtung wie  $I$  vom

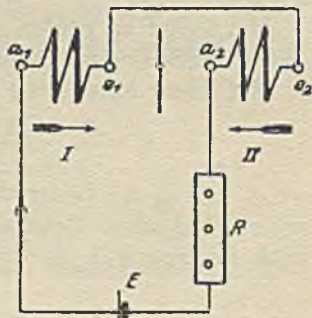


Fig. 8.



Strom durchflossen, so daß nur die Differenz der Drehmomente auf die Magnetnadel zur Geltung kommt. Im allgemeinen wird diese Differenz nicht Null sein, kann aber durch Verschieben einer Spule in der Achsenrichtung auf Null gebracht werden, d. h. es

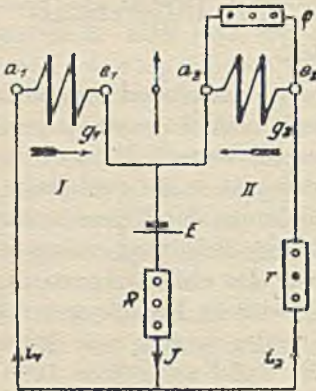


Fig. 9.

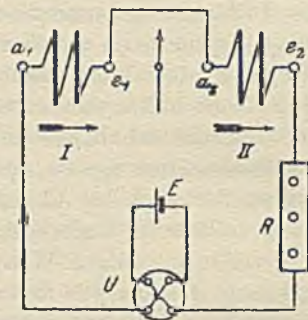


Fig. 10.

darf das Instrument keine Ablenkung bei dieser Schaltung zeigen. Lassen sich nun die Spulen nicht verschieben, so kann man durch Anlegen eines großen Widerstandes  $\rho$  (Fig. 9) in den Nebenschluß zur stärkeren Spule eine Ungleichheit in den Kraftwirkungen beseitigen.

Um ferner zu prüfen, ob die Widerstände der Spulen gleich groß sind (Bedingung 2), schaltet man sie nach dem Schema Fig. 9.

Bei dieser Anordnung bestehen die Beziehungen

$$i_1 = \frac{E - J \cdot R}{g_1} \quad \text{und} \quad i_2 = \frac{E - J \cdot R}{g_2},$$

wo  $g_1$  und  $g_2$  die Widerstände der Spulen, eventuell mit Nebenschluß, bedeuten. Zeigt die Nadel keine Ablenkung, so müssen nach Bedingung 1 die Ströme in den Spulen gleich sein, somit

$$i_1 = i_2.$$

Dann ist auch

$$g_1 = g_2.$$

Zeigt sich eine Ablenkung, so wird dieselbe durch Einschalten eines vorgeschalteten Widerstandes  $r$  beseitigt.

Um zu erkennen, ob die Bedingung 3 erfüllt ist, macht man folgende Schaltung (Fig. 10).

Die hintereinander geschalteten Spulen *I* und *II* werden unter Zwischenschaltung eines Ballastwiderstandes *R* und eines doppel-poligen Umschalters *U* mit einem Element *E* verbunden, so daß sich bei Stromdurchgang ihre Kraftwirkungen unterstützen. Sind beim Umlegen des Umschalters *U* die Ablenkungen nach beiden Richtungen gleich groß, so stehen die Spulen richtig, im anderen Falle werden sie um die Achse des Instru-mentes durch Halbierung der jeweiligen Fehlerablenkung in die richtige Lage ein-gestellt.

Damit wäre das Instrument für die Widerstandsmessungen richtig eingestellt.

Haben die Spulen eine voneinander sehr abweichende Wicklung, so arbeitet man bequemer, wenn man das Verhält-nis der Widerstände beider Spulen be-stimmt. Zu dem Zweck schaltet man für die Bedingung 1 in folgender Weise (Fig. 11):

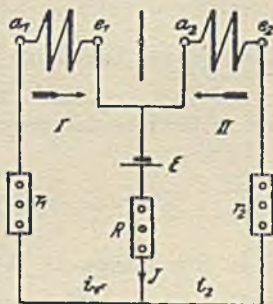


Fig. 11.

Die von den Spulen auf die Nadel ausgeübten Drehmomente wirken hierbei in entgegengesetzter Richtung. Tritt nun eine Ablenkung auf, so wird sie durch Verschieben einer Spule be-seitigt. Setzt man das Drehmoment der ersten Spule

$$M_{d_1} = c_1 \cdot i_1,$$

wobei der Proportionalitätsfaktor von der Induktion der Nadel, den Dimensionen und der Windungszahl der Spule abhängt, und ebenso für die zweite Spule

$$M_{d_2} = c_2 \cdot i_2,$$

so ist in diesem Falle

$$M_{d_1} = M_{d_2} \quad \text{und} \quad c_1 \cdot i_1 = c_2 \cdot i_2$$

oder

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{c_2}{c_1} = c.$$

Nach dem zweiten Kirchhoffschen Satz besteht aber die Be-ziehung

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{g_2}{g_1},$$

wobei  $g_1$  und  $g_2$  den Widerstand der Galvanometerspulen (ein-schließlich Nebenschluß) bezeichnen, so daß daraus

$$I. \quad \frac{g_2}{g_1} = c$$



folgt. Schaltet man jetzt in jeden Zweig einen bekannten Widerstand  $r_1$  und  $r_2$  ein, wobei die Nadel keine Ablenkung zeigt, so treten die Ströme  $i_1'$  und  $i_2'$  auf, für die dann die Beziehung

$$\text{II.} \quad \left[ \frac{i_1'}{i_2'} \right] = c = \frac{g_2 + r_2}{g_1 + r_1}$$

besteht. Gleichung II umgeformt ergibt

$$c \cdot g_1 + c \cdot r_1 = g_2 + r_2.$$

Da nun aus Gleichung I

$$c \cdot g_1 = g_2$$

ist, so hebt es sich gegen  $g_2$  der rechten Seite fort, und es bleibt

$$c \cdot r_1 = r_2$$

oder

$$c = \frac{r_2}{r_1},$$

d. h. das konstante Widerstandsverhältnis  $c = \frac{g_2}{g_1}$  kann durch zwei bekannte Widerstände  $r_2$  und  $r_1$  direkt bestimmt werden.

### a) Hintereinanderschaltung.

Nachdem das Instrument in der vorher beschriebenen Weise aufgestellt und justiert ist, macht man folgende von Becquerel (1826) angegebene Schaltung (Fig. 12).

Dabei ersetzt man den Widerstand  $r_1$  durch den zu messenden  $W$  und benutzt zur Kompensierung der dabei auftretenden Ablenkung der Nadel im anderen Zweig einen bekannten Widerstand  $R_2$ , so besteht nach früherem die Beziehung

$$\frac{g_2 + R_2}{g_1 + W} = c$$

oder

$$\frac{R_2}{W} = c.$$

Da nun  $c = \frac{r_2}{r_1}$  durch Vorversuch bestimmt ist, so rechnet sich

$$W = R_2 \cdot \frac{r_1}{r_2}.$$

Für den besonderen Fall  $c = 1$  wird  $\frac{r_2}{r_1} = 1$  und damit

$$W = R_2.$$

Läßt sich bei dem Versuch die Ablenkung infolge eines zu geringen Wertes von  $R_2$  nicht beseitigen, so vertauscht man die Widerstände  $W$  und  $R_2$  miteinander, hat aber dann den rezi-



proben Wert der Konstanten  $c$  zu benutzen, wofür sich der Widerstand

$$W = R_2 \cdot \frac{r_2}{r_1}$$

rechnen würde.

Diese Methode ist besonders bei großen Widerständen empfehlenswert und ist um so empfindlicher, je kleiner der Widerstand des Galvanometers im Verhältnis zum unbekanntem Wider-

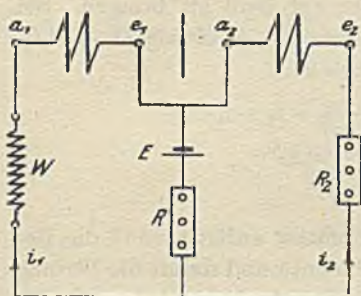


Fig. 12.

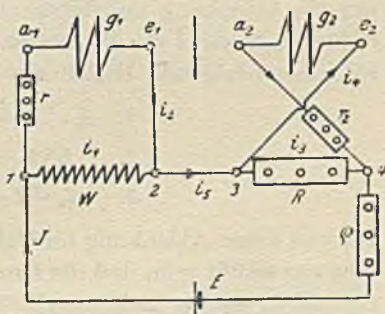


Fig. 13

stand ist; denn dann sind die Stromänderungen in den Zweigen nur von den Änderungen der Widerstände  $W$  und  $R_2$  abhängig, da die kleinen Spulenwiderstände bei der Hintereinanderschaltung dagegen vernachlässigt werden können. Ist wegen geringer Unterteilung von  $R_2$  keine absolute Nullage zu erreichen, so bestimmt man den genauen Wert durch Interpolation. Liest man z. B. die Ablenkung  $\alpha_1$  bei einem Widerstand  $R_1$  und  $\alpha_3$  für  $R_3$  ab, so ergibt sich für die Ruhelage  $\alpha_2$  der entsprechende Widerstand nach der Gleichung

$$R_2 = R_1 + (\alpha_2 - \alpha_1) \cdot \frac{R_3 - R_1}{\alpha_3 - \alpha_1}$$

### b) Parallelschaltung.

#### α) Einfacher Nebenschluß (Kirchhoff) <sup>1)</sup>.

Das Schaltungsschema hierfür zeigt Fig. 13.

Der zu messende Widerstand  $W$ , ein bekannter  $R$  und ein Ballastwiderstand  $\rho$ , der mit zunehmender Abgleichung allmäh-

<sup>1)</sup> Wied. Ann. 1876, Bd. 13, S. 411.



lich verringert wird, werden mit einer Stromquelle  $E$  hintereinander geschaltet und die Enden der Galvanometerspulen so an die Punkte  $I \div 4$  gelegt, daß die Einwirkungen der Spulen auf die Nadel entgegengesetzt gerichtet sind. Ist  $R$  der Widerstand, für den keine Ablenkung erfolgt, so ist  $W = R$ , wenn  $g_1 = g_2$ , d. h. die Konstante  $c = 1$  ist. Man kann jedoch auch in den Fällen die Messung ausführen, wenn  $W \geq R$  ist. Zu dem Zweck schaltet man in jede Zuleitung der Spulen Rheostate ein, um die Ablenkung im Galvanometer auf Null zu bringen. Sei dafür im Zweig I ein Widerstand  $r$  gezogen, in Zweig II  $r_2 = 0$ , so müssen folgende Beziehungen bestehen:

$$\begin{aligned} 1. \quad & J = i_1 + i_2 = i_3 + i_4 \\ 2. \quad & i_1 \cdot W = i_2 \cdot (r + g_1) \\ 3. \quad & i_3 \cdot R = i_4 \cdot g_2. \end{aligned}$$

Da nun keine Ablenkung im Galvanometer auftritt, muß die Bedingung erfüllt sein, daß die Drehmomente und damit die Ströme in beiden Spulen gleich groß sind. Demnach kommt noch die Gleichung

$$4. \quad i_2 = i_4$$

hinzu. Aus Gleichung 1 und 4 folgt außerdem

$$5. \quad i_1 = i_3.$$

Dividieren wir jetzt Gleichung 2 und 3 durcheinander, so erhalten wir

$$I. \quad \frac{W}{R} = \frac{r + g_1}{g_2},$$

da sich die Ströme nach Gleichung 4 und 5 fortheben.

Schalten wir jetzt in Zweig I noch den Widerstand  $r_1$  und in Zweig II  $r_2$  ein, bis wieder die Ablenkung Null ist, dann ändern sich die Ströme  $i$  in  $i'$ , und wir erhalten

$$\begin{aligned} 6. \quad & i_1' \cdot W = i_2' \cdot (r + r_1 + g_1) \\ 7. \quad & i_3' \cdot R = i_4' \cdot (g_2 + r_2). \end{aligned}$$

Durch Division ergibt sich dann

$$II. \quad \frac{W}{R} = \frac{r + r_1 + g_1}{g_2 + r_2} = \frac{(g_1 + r) \cdot \left(1 + \frac{r_1}{g_1 + r}\right)}{g_2 \cdot \left(1 + \frac{r_2}{g_2}\right)}.$$

Setzt man aus Gleichung I:

$$g_1 + r = g_2 \cdot \frac{W}{R}$$

in Gleichung II ein, so erhält man:

$$\frac{W}{R} = \frac{g_2 \cdot \frac{W}{R} \cdot \left(1 + \frac{r_1}{g_1 + r}\right)}{g_2 \cdot \left(1 + \frac{r_2}{g_2}\right)}$$

Nach Fortheben von  $\frac{W}{R}$  und  $g_2$  bleibt

$$1 + \frac{r_1}{g_1 + r} = 1 + \frac{r_2}{g_2}$$

oder

$$\frac{r_1}{g_1 + r} = \frac{r_2}{g_2}$$

woraus

$$\frac{g_1 + r}{g_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

folgt. Nun kann man aber nach Gleichung I für die linke Seite  $\frac{W}{R}$  einsetzen und erhält das Ergebnis

$$\frac{W}{R} = \frac{r_1}{r_2}$$

Wir sehen daraus, daß die Bedingung gleicher Widerstände der Spulen und Zuleitungen nicht erfüllt zu werden braucht, da diese in der Formel nicht vorkommen. Die Übergangswiderstände können jedoch die Empfindlichkeit der Messung beeinflussen. Deshalb müssen zur Erzielung größerer Genauigkeit die Galvanometerspulen möglichst hohen Widerstand haben.

### β) Übergreifender Nebenschluß (Kohlrausch)<sup>1)</sup>.

Diese Methode hat den Zweck, einwandfreie Messungen von kleinen Widerständen zu ermöglichen, wobei der Einfluß der Übergangswiderstände beseitigt ist. Sie wird in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt zu genauen Widerstandsmessungen verwandt, z. B. für Normalwiderstände mit getrennten Strom- und Spannungszuleitungen oder Quecksilbernormalen mit ziemlich großen Zuleitungswiderständen.

<sup>1)</sup> Wied. Ann. 1883, S. 76.



Bei gleich großen Widerständen macht man nach Jäger<sup>1)</sup> folgende Schaltung (Fig. 14):

Je zwei Teilspulen verschiedener Rollen sind hintereinandergeschaltet und mit den freien Enden an die Klemmen 1 2 3 4 gelegt. Hierbei sind gegenüber Fig. 13 nur die Anschlüsse nach 2

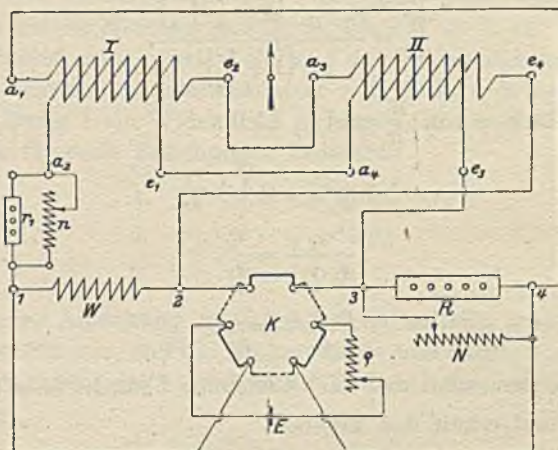


Fig. 14.

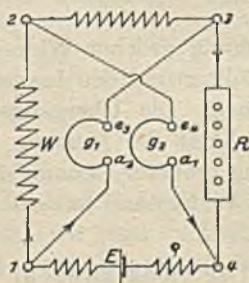


Fig. 15.

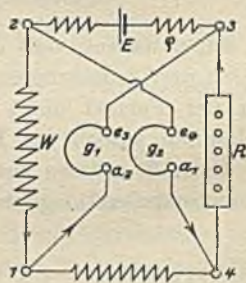


Fig. 16.

und 3 vertauscht.  $K$  ist ein sechsnäpfiger Kommutator, bei dem für schnell hintereinander zu machende Beobachtungen in beiden (ausgezogenen und gestrichelten) Lagen die drei Bügel um eine Achse drehbar angeordnet werden, oder ein dreipoliger Umschalter. Für die beiden Lagen des Kommutators ergibt sich folgender Stromverlauf (Fig. 15 und 16).

<sup>1)</sup> ZfI. 1904, S. 288.

Dabei wird  $E$  in Fig. 16 umgelegt und der Strom in  $W$  und  $R$  umgeschaltet. Ist nun bei Nichterfüllung der Bedingung 1 z. B. das Spulensystem  $a_2 \div e_3$  stärker, so legt man einen regulierbaren Vorschaltwiderstand  $r_1$  mit dazu parallelem Regulierwiderstand  $n$  in diesen Spulenzweig. Zur genauen Einstellung der Abgleichung schaltet man parallel zu  $R$  einen bekannten größeren Widerstand  $N$ . Dabei bewirkt eine Veränderung von  $N$  beim Umlegen des Kommutators Ablenkungen des Galvanometers von gleicher Größe, aber entgegengesetzter Richtung, dagegen eine Veränderung des Nebenschlusses  $n$  Ablenkungen gleicher Größe und Richtung. Man hat daher bei dieser Anordnung nicht nötig, vorher auf gleiche Stromwirkung und gleichen Widerstand der Spule einzustellen, wenn man nur  $N$  und  $n$  passend wählt, daß bei der Messung das Galvanometer keine oder gleichgroße, gleichgerichtete Ablenkungen zeigt.

In diesem Fall ist dann:

$$W = \frac{R \cdot N}{R + N}.$$

Läßt sich jedoch die Bedingung gleichgroßer und gleichgerichteter Ablenkungen nicht erzielen, so stellt man für zwei Widerstände  $N_1$  und  $N_2$  die aus beiden Lagen des Kommutators sich ergebenden mittleren Ablenkungen  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  nach entgegengesetzten Richtungen fest. Durch Interpolation berechnet sich der richtige Widerstand. Dabei ist es erlaubt, zwischen den Nebenschlüssen  $1/N_1$  und  $1/N_2$  zu interpolieren<sup>1)</sup>.

Die größte Empfindlichkeit der Methode ist dann vorhanden, wenn der Widerstand der Galvanometerspulen  $g = W$  ist. Bei kleinen Widerständen  $W$  wird man diese Bedingung schwer erfüllen können.

Da die Messungen durch Isolationsfehler der Galvanometerwicklungen beeinflußt werden, muß der Isolationswiderstand sehr groß sein. Die bifilare Wicklung der Spulen hat dabei den Vorteil, daß man den Isolationswiderstand zwischen den Klemmen leicht bestimmen kann.

Nach Hausrath<sup>2)</sup> läßt sich diese Methode auch dahin er-

<sup>1)</sup> Jäger, Wiss. Abh. d. PTR. 1895, S. 425; ZfI. 1903, S. 37.

<sup>2)</sup> Ann. d. Phys. 1905, S. 134. — Samml. el. Vortr., Bd. VII, 12: Eine Differentialmethode zur Abgleichung kleiner Widerstände.



weitem, daß man durch sogenannte „Doppelabgleichung“ auch ungleiche Widerstände miteinander vergleichen kann.

Die Benutzung des Differentialgalvanometers hat den Vorzug, daß die Spannung der Stromquelle nicht beständig zu sein braucht.

## 5. Messung kleiner Widerstände (Matthiessen und Hockin).

Während bei der Wheatstoneschen Meßbrücke die Bestimmung kleiner Widerstände leicht durch die auftretenden Zuleitungswiderstände fehlerhaft werden kann, ist diese Methode

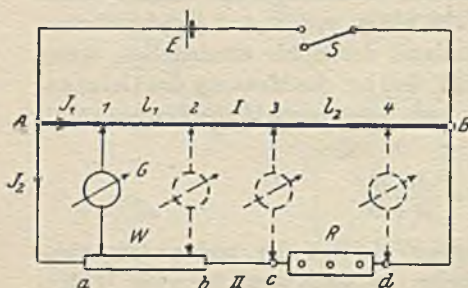


Fig. 17.

unabhängig von den Übergangswiderständen. Das Schaltungsschema zeigt Fig. 17.

Darin ist  $W$  der unbekannte und  $R$  der bekannte Widerstand hintereinandergeschaltet und parallel zu einem Meßdraht  $A \div B$  gelegt. Die Enden sind dann mit einer Stromquelle  $E$  verbunden.

Nehmen wir an, daß das Potential bei  $A (+)$  höher als bei  $B (-)$  sei, so wird sich die Potentialdifferenz durch die Ströme  $J_1$  und  $J_2$  in den Zweigen I und II ausgleichen. Besitzt nun ein Punkt  $a$  auf dem Widerstande  $W$  das Potential  $V_1$ , so muß es auch auf dem Meßdraht einen Punkt geben, der dasselbe Potential besitzt. Dieses sei der Punkt  $I$ . Um nun denselben zu finden, legen wir ein mit zwei Schneiden verbundenes Galvanometer  $G$  mit der einen Schneide an  $a$ , die andere Schneide verschieben wir auf dem Meßdraht  $A \div B$  so weit, bis das Galvanometer keine Ablenkung zeigt. Da in diesem Fall der Strom im Galvanometer Null sein muß, so folgt daraus, daß das Galvanometer zwischen Punkten gleichen Potentials liegt. Ebenso bestimmen wir zu den Punkten  $b, c, d$  die zugehörigen 2, 3, 4. Nehmen wir an, daß die gefundenen Punkte die Potentiale  $V_1 \div V_4$  besitzen, so können wir folgende Beziehungen aufstellen:

$$V_1 - V_2 = J_1 \cdot l_1 = J_2 \cdot W$$

$$V_3 - V_4 = J_1 \cdot l_2 = J_2 \cdot R,$$



wobei  $l_1$  und  $l_2$  die Widerstände zwischen den Punkten 1 und 2 bzw. 3 und 4 bezeichnen. Durch Division beider Gleichungen

$$\text{erhält man:} \quad \frac{W}{R} = \frac{l_1}{l_2}$$

$$\text{oder} \quad W = \frac{l_1}{l_2} \cdot R.$$

Nun kann man voraussetzen, daß der Meßdraht homogen und kalibrisch ist, d. h. für alle Punkte gleichen Querschnitt besitzt, dann vereinfacht sich die Messung dahin, daß das Widerstandsverhältnis  $\frac{l_1}{l_2}$  auch durch das Verhältnis der zwischen den Punkten gelegenen Drahtlängen ersetzt werden kann.

Diese Methode ist zwar sehr genau für die Messung spezifischer Widerstände, sie erfordert jedoch eine große Anzahl zeitlich aufeinanderfolgender Operationen und Beobachtungen, so daß sie für praktische Messungen sowie zur schnellen Abgleichung von Widerständen wenig verwendet wird.

## 6. Messung kleiner Widerstände mit der Thomsonschen Doppelbrücke.

Die Doppelbrücke<sup>1)</sup> wird praktisch in verschiedenen Ausführungsformen benutzt, jedoch zeigen sie alle folgendes Schema (Fig. 18).

Hierbei ist der zu messende Widerstand  $W = 1 \div 2$  mit einem Meßdraht  $R = 3 \div 4$ , einer Batterie  $E$ , Strommesser  $J$  und einem Regulierwiderstand  $\rho$  in Reihe geschaltet. Vier verschiebbare Kontakte 1 ÷ 4 sind durch die Widerstände  $r$  und  $n$  in zwei Zweigen untereinander verbunden, zwischen denen wieder ein Galvanometer  $G$  eingeschaltet ist. Die Widerstände  $n$  sind meistens als ein Vielfaches von  $r$  gewählt, so daß die Beziehung besteht

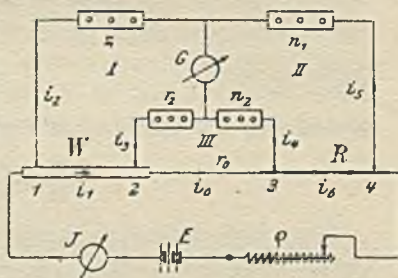


Fig. 18.

$$n = c \cdot r,$$

<sup>1)</sup> W. Thomson, Phil. Mag. 1862, S. 149.

wobei  $c = 10$  oder  $100$  am gebräuchlichsten ist. Die Kontakte  $1, 2, 3, 4$  werden nun so weit verschoben, daß im Galvanometer keine Ablenkung erfolgt; dann ist im Galvanometerzweig der Strom  $i = 0$ .

Daraus folgt nun, daß die Potentialdifferenzen im Zweig I zwischen  $1$  und den beiden Galvanometerklemmen untereinander gleich sein müssen. Dasselbe gilt für Zweig II von den Galvanometerklemmen bis  $4$ . Somit bestehen die Gleichungen:

$$1. \quad i_1 \cdot W + i_3 \cdot r_2 = i_2 \cdot r_1$$

$$2. \quad i_6 \cdot R + i_4 \cdot n_2 = i_5 \cdot n_1$$

Durch die Ausdrücke der rechten Seiten dividiert, erhält man:

$$3. \quad \frac{i_1 \cdot W}{i_2 \cdot r_1} + \frac{i_3 \cdot r_2}{i_2 \cdot r_1} = 1$$

$$4. \quad \frac{i_6 \cdot R}{i_5 \cdot n_1} + \frac{i_4 \cdot n_2}{i_5 \cdot n_1} = 1$$

oder

$$5. \quad \frac{i_1}{i_2} \cdot \frac{W}{r_1} = 1 - \frac{i_3}{i_2} \cdot \frac{r_2}{r_1}$$

$$6. \quad \frac{i_6}{i_5} \cdot \frac{R}{n_1} = 1 - \frac{i_4}{i_5} \cdot \frac{n_2}{n_1}$$

Da nun  $i_1 = i_6$ ,  $i_2 = i_5$  und  $i_3 = i_4$  oder  $\frac{i_3}{i_2} = \frac{i_4}{i_5}$  und nach Voraussetzung  $\frac{r_2}{r_1} = \frac{n_2}{n_1}$  ist, sind die rechten Seiten von 5. und 6. gleich, woraus folgt:

$$\frac{i_1}{i_2} \cdot \frac{W}{r_1} = \frac{i_6}{i_5} \cdot \frac{R}{n_1}$$

Darin ist ferner

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{i_6}{i_5},$$

so daß sich als Endresultat ergibt:

$$\frac{W}{R} = \frac{r_1}{n_1} = \frac{1}{c}.$$

Setzt man darin  $r_1 = r_2$  und  $n_1 = n_2$ , so kann man auch den Beweis einfacher führen. Es ist dann

$$i_1 \cdot W = (i_2 - i_3) \cdot r$$

$$i_6 \cdot R = (i_5 - i_4) \cdot n$$

oder durch Division

$$\frac{W}{R} = \frac{r}{n}.$$

Als Ergebnis unserer Betrachtungen ergibt sich demnach die

Tatsache, daß die Widerstände der Verbindungen keinen Einfluß auf die Messung ausüben und ebenfalls die Kontaktwiderstände gegenüber  $r$  und  $n$  vernachlässigt werden können, wenn man  $r$  und  $n$  nicht zu klein wählt.

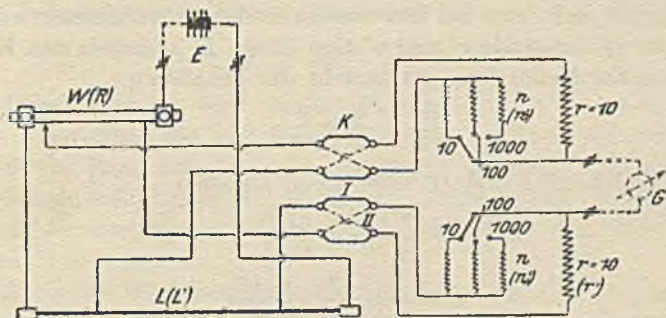


Fig. 19.

Eine für praktische Messungen nach diesem Prinzip ausgeführte Brücke besitzt außerdem, wie aus dem Schaltungsschema Fig. 19 ersichtlich ist, eine Einrichtung zum Vertauschen der Widerstände  $R$  und  $W$ , die darin besteht, daß in die Zuleitungen der Widerstände  $r$  und  $n$  zu den Schneiden 1 ÷ 4 Kupferbügel  $K$  eingeschaltet sind, wodurch man entweder die ausgezogene Verbindung  $I$  oder die gestrichelte  $II$  herstellen kann. Diese Vorrichtung besitzt den Vorteil, daß der Meßdraht nicht geiecht zu sein braucht. Nehmen wir nun an, es hätte sich bei Stromlosigkeit des Galvanometers und der Stellung  $I$  der Kupferbügel für den Widerstand  $W$  ein zugehöriger Widerstand des Meßdrahtes ergeben, welcher der Länge  $L$  entspricht, die man auf einem unter dem Draht angebrachten Maßstab ablesen kann, so besteht die Beziehung:

$$I. \quad \frac{W}{L} = \frac{r}{n},$$

wobei meistens  $r_1 = r_2 = r$  und  $n_1 = n_2 = n$  gemacht ist. Im allgemeinen ist  $W$  kleiner als der Widerstand des Meßdrahtes  $L$ , so daß damit auch  $r < n$  sein muß. Würden wir nun den Widerstand  $W$  durch einen bekannten Normalwiderstand  $R$  ersetzen, so könnten wir damit den Meßdraht eichen. Um aber den Einfluß der Übergangswiderstände verschwindend klein zu machen, darf der Widerstand  $R$  nicht zu klein (zirka 4 bis 8 Ohm) gewählt



werden. Ist in diesem Falle der Widerstand  $R$  größer als der des Meßdrahtes, so müssen, da der größere Widerstand im Schema auf der Seite von  $n$  liegen soll, die Kupferbügel in der Stellung  $II$  angeordnet sein.

Ergibt sich jetzt bei Stromlosigkeit des Galvanometerzweiges für die Widerstände  $r'$  und  $n'$  eine Länge  $L'$  zwischen den Kontakten des Meßdrahtes, so besteht die Beziehung:

$$\text{II. } \frac{R}{L'} = \frac{n'}{r'}.$$

Aus Gleichung I und II folgt durch Division

$$\frac{W \cdot L'}{L \cdot R} = \frac{r \cdot r'}{n \cdot n'}$$

oder 
$$W = R \cdot \frac{L}{L'} \cdot \frac{r \cdot r'}{n \cdot n'}$$

Hierbei kommt nur das Verhältnis  $\frac{L}{L'}$  vor, das aus den abgelesenen Längen gebildet wird, da ja der Draht als homogen und kalibrisch angesehen werden kann.

Solange der zu messende Widerstand  $W$  (Fig. 18) nicht kleiner als 0,01 Ohm ist, übt in dem Verhältnis  $\frac{r_1}{n_1} = \frac{r_2}{n_2}$  eine kleine Ungenauigkeit der Überbrückungswiderstände  $r_2$  und  $n_2$  keinen wesentlichen Einfluß auf das Resultat aus, sobald  $r_0$  klein gehalten wird.

Bei Vergleichung von Widerständen unter 0,001 Ohm, die auf  $10^{-6}$  ihres Wertes genau bestimmt werden sollen, muß man jedoch, wenn  $\frac{r_1}{n_1} \geq \frac{r_2}{n_2}$  ist, eine Korrektion für den Fall, daß  $r_0 > 0,001$  ist, vornehmen, die sich für Stromlosigkeit des Galvanometers entsprechend der genauen Formel

$$\frac{W}{R} - \frac{r_1}{n_1} + \frac{r_0}{R} \cdot \frac{n_2}{r_2 + n_2 + r_0} \cdot \left( \frac{r_2}{n_2} - \frac{r_1}{n_1} \right) = 0$$

ermitteln läßt.

Da  $r_0$  gegen  $r_2 + n_2$  vernachlässigbar ist, kann man das Korrektionsglied auch in der Form

$$k = \frac{r_0}{R} \cdot \frac{1}{\frac{r_2}{n_2} + 1} \cdot \left( \frac{r_2}{n_2} - \frac{r_1}{n_1} \right)$$

schreiben.

Bestimmt man die einzelnen Größen von  $k$  durch Messung z. B. nach der Methode 2 oder 15 (Vertauschung oder direkter Ausschlag) unter Benutzung eines Vergleichswiderstandes von annähernd gleicher Größenordnung ( $10^{-3}$  bis  $10^{-4}$  Ohm), so läßt sich  $k$  berechnen, und es ergibt sich

$$\frac{W}{R} = \frac{r_1}{n_1} - k.$$

Diese Methode wird in der Physikal.-Techn. Reichsanstalt zum Vergleichen der von Fabrikanten eingesandten Widerstände sowie zur Kontrolle der dabei benutzten Normale verwendet<sup>1)</sup>.

Eingehende Versuche mit der Thomsonschen Brücke für Präzisionsmessungen sind von Jäger, Lindeck und Diesselhorst<sup>2)</sup> angegeben.

Auch für Wechselstrommessungen läßt sich die Thomson'sche Brücke verwenden. So geben Schering<sup>3)</sup> und Déguisne<sup>4)</sup> an, wie man damit unter Benutzung des Vibrationsgalvanometers (Nr. 24) den Phasenwinkel kleiner Widerstände ermitteln kann (vgl. auch Nr. 49).

## 7. Widerstand eines Galvanometers in der Brücke. (Thomson.)

Man bringt das Galvanometer  $G$  (Fig. 20) an die Stelle des unbekanntenen Widerstandes und behält im Brückenweig  $a \div b$  nur den Schlüssel  $S$ . Dabei wird in dem Galvanometer eine Ablenkung hervorgerufen. Ändert man nun die Widerstände  $r_1$ ,  $r_2$  und  $R$  in der Weise, daß beim Öffnen und Schließen des Schlüssels im Elementzweig die Ablenkung des Galvanometers unverändert bleibt, so ist der Brückenweig stromlos, wofür dann die Beziehung gilt:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{G}{R}, \quad \text{oder} \quad G = R \cdot \frac{r_1}{r_2}.$$

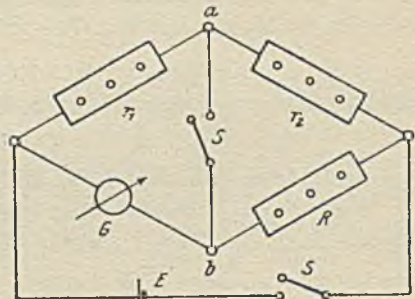


Fig. 20.

<sup>1)</sup> Beispiele dafür siehe ZfI. 1903, S. 66.    <sup>2)</sup> ZfI. 1903, S. 33.

<sup>3)</sup> ETZ. 1917, S. 421.    <sup>4)</sup> AfE. 1917, S. 375.



## 8. Widerstand von Elementen (Mance).

Im allgemeinen ist es schwierig, den Widerstand von Elementen zu bestimmen, während sie einen Strom abgeben, da sich der Widerstand des Elements bei verschiedenen Stromstärken

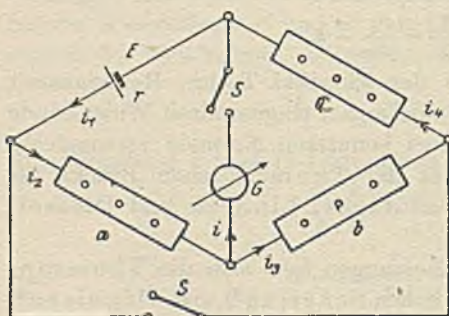


Fig. 21.

ändert. Obiger Versuch erlaubt es jedoch, einwandfrei die Messung des Widerstandes vorzunehmen. Zu dem Zwecke schaltet man das Element  $E$ , dessen innerer Widerstand  $r$  ist, mit drei bekannten Widerständen  $a$ ,  $b$ ,  $c$  in einen Stromkreis (Fig. 21).

In die Diagonalzweige legt man ein Galvanometer  $G$  mit großen Widerstand und einen Stromschlüssel  $S$ . Dabei wird bei geschlossenem Brückenweig das Galvanometer eine Ablenkung infolge des in dem Zweige fließenden Stromes zeigen. Ändert sich die Ablenkung bei Öffnen und Schließen des unteren Tasters  $S$  nicht, so gilt die Beziehung:

$$\frac{r}{c} = \frac{a}{b} \quad \text{oder} \quad r = \frac{a \cdot c}{b}.$$

Bezeichnen wir die Ströme in den einzelnen Zweigen mit  $i_1 \div i_4$  bzw.  $i$ , so bestehen nach dem zweiten Kirchhoffschen Satz für die Masche mit den Widerständen  $r$ ,  $G$ ,  $a$  die Gleichungen:

$$a) \quad E = i_1 \cdot r + i \cdot G + i_2 \cdot a,$$

für den Kreis mit den Widerständen  $c$ ,  $b$ ,  $G$ :

$$b) \quad i \cdot G = i_4 \cdot c + i_3 \cdot b$$

bei geöffnetem Schlüssel  $S$  im konjugierten äußeren Zweig.

Wird  $S$  im äußeren Zweig geschlossen, so ändern sich die Ströme in  $i'_1 \div i'_4$  bzw.  $i'$ , wofür die Beziehungen gelten müssen:

$$c) \quad E = i'_1 \cdot r + i' \cdot G + i'_2 \cdot a$$

$$d) \quad i' \cdot G = i'_4 \cdot c + i'_3 \cdot b.$$

Sind die beiden Diagonalzweige einander konjugiert, so darf der Strom des einen Zweiges durch den des anderen nicht beeinflusst



werden; es muß also für diesen Fall  $i = i'$  werden, d. h. das Galvanometer ändert bei Öffnen und Schließen des Tasters  $S$  im unteren Zweig seine Ablenkung nicht. Für diesen besonderen Fall  $i = i'$  erhalten wir dann durch Gleichsetzen der rechten Seiten von Gleichung a) und c) bzw. b) und d)

$$i_1 \cdot r + i_2 \cdot a = i_1' \cdot r + i_2' \cdot a$$

oder I.  $(i_1 - i_1') \cdot r = (i_2' - i_2) \cdot a$ .

$$i_4 \cdot c + i_3 \cdot b = i_4' \cdot c + i_3' \cdot b$$

oder II.  $(i_4 - i_4') \cdot c = (i_3' - i_3) \cdot b$ .

Durch Division der Gleichungen I. und II. durcheinander ergibt sich:

$$\frac{(i_1 - i_1') \cdot r}{(i_4 - i_4') \cdot c} = \frac{(i_2' - i_2) \cdot a}{(i_3' - i_3) \cdot b}.$$

Da nun nach dem ersten Kirchhoffschen Satz die Gleichungen gelten müssen:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & i_1 = i + i_4 \quad \text{und} \quad \text{b)} \quad i_2 = i + i_3 \\ & i_1' = i + i_4' \quad \quad \quad i_2' = i + i_3' , \end{array}$$

so folgt daraus durch Subtraktion:

$$\text{a)} \quad i_1 - i_1' = i_4 - i_4' \quad \text{und} \quad \text{b)} \quad i_2' - i_2 = i_3' - i_3 ,$$

so daß in der obigen Gleichung die Quotienten der Stromstärken fortfallen und als Endgleichung die Beziehung

$$\frac{r}{c} = \frac{a \cdot x}{b}$$

übrig bleibt.

Damit ist man imstande, den Widerstand  $r$  von Elementen in Abhängigkeit von der abgegebenen Stromstärke  $i_1$  festzustellen, und kann diese Werte von  $r$  und  $i_1$  in ein rechtwinkliges Koordinatensystem eintragen, um ein graphisches Bild der Änderung des Widerstandes zu erhalten. Damit das Element nicht zu sehr beansprucht wird, verwendet man am besten ein Galvanometer mit nicht zu kleinem Widerstande. Die Messung wird am empfindlichsten, wenn die Ablenkungen des Galvanometers in der Nähe der Nullage liegen; deswegen führt man große Ausschläge bei Nadelinstrumenten durch einen Richtmagneten in die Nullage zurück.

## 9. Widerstand von Elementen (Nernst).

Hierfür macht man folgende Schaltung (Fig. 22).

Es bedeuten:

$Ind$  = Induktorium;  $C_1, C_2$  = Kondensatoren;  $T$  = Telephon;  $R, R_1$  bekannte Widerstände;  $E$  = Element;  $r$  = innerer Widerstand desselben;  $J$  = Strommesser.

Für einen gewissen Widerstand  $R$  und Belastungsstrom  $J$  verändert man  $R_1$  so weit, bis im Telephon ein Tonminimum oder kein Ton wahrnehmbar ist. Statt des Telephons kann man auch ein Vibrationsgalvanometer (Nr. 24) benutzen. Dann ergibt sich in ähnlicher Weise wie bei der Methode von de Sauty (Nr. 33) der Widerstand  $W$  des Zweiges 1, 2 folgendermaßen: Die Ströme seien  $J_1$  im Zweig 1, 2, 3 und  $J_2$  im Zweige 1, 4, 3. Dann gilt die Beziehung:

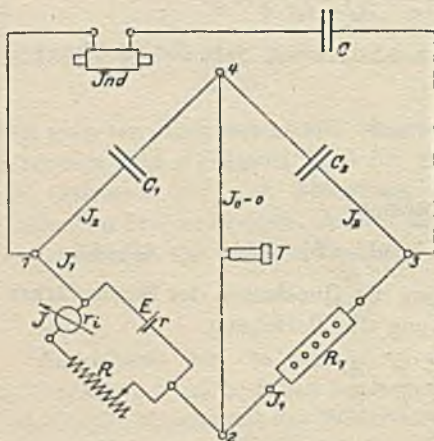


Fig. 22.

$$E_{12} = E_{14} \quad \text{und} \quad E_{23} = E_{43}.$$

Ferner ist:

1.  $E_{12} = J_1 \cdot W$
2.  $E_{23} = J_1 \cdot R_1$
3.  $E_{14} = J_2 \cdot \frac{1}{\omega \cdot C_1}$
4.  $E_{43} = J_2 \cdot \frac{1}{\omega \cdot C_2}$

Aus Gleichung 1 und 3 folgt:

$$J_1 \cdot W = J_2 \cdot \frac{1}{\omega \cdot C_1}$$

aus 2 und 4:

$$J_1 \cdot R_1 = J_2 \cdot \frac{1}{\omega \cdot C_2}.$$

Durch Division ergibt sich

$$\frac{W}{R_1} = \frac{C_2}{C_1}.$$

Da

$$W = \frac{r \cdot (R + r_i)}{r + R + r_i}$$

ist, worin der Strommesserwiderstand  $r_i$  meistens gegen  $R$  vernachlässigt werden kann, erhält man

$$r = \frac{W \cdot (R + r_i)}{R + r_i - W}.$$

## 10. Spezifischer Widerstand von Metallen.

Nach der Gleichung für den Widerstand  $R = \rho \cdot \frac{l}{q}$  eines Leiters von  $l$  m Länge und  $q$  mm<sup>2</sup> Querschnitt ist der spezifische Widerstand

$$\rho = \frac{R}{\frac{l}{q}}$$

definiert als der Widerstand der Längen- und Querschnittseinheit.

Mißt man daher  $R$  nach einer der für die Größenordnung des Widerstandes in Frage kommenden Methoden (1, 3, 4, 5, 6, 24) und die dazugehörigen Werte von  $l$  und  $q$ , so ist  $\rho$  daraus zu berechnen.

Da der Widerstand von der Temperatur beeinflusst wird (vgl. Nr. 22), so muß diese für den Wert von  $\rho$  stets angegeben werden.

## 11. Spezifischer Widerstand von Flüssigkeiten (mit Gleichstrom).

Zur Messung von  $R$  benutzt man ein zylindrisches Glasgefäß mit Metallboden  $b$  und einer verschiebbaren Metallplatte  $p$ , die gleichzeitig als Elektroden dienen (Fig. 23). Mit der zu untersuchenden Flüssigkeit wird nun das Gefäß gefüllt und mit einem Element, Galvanometer und Rheostat nach dem Schema Fig. 24 geschaltet. Dabei muß man berücksichtigen, daß an der oberen

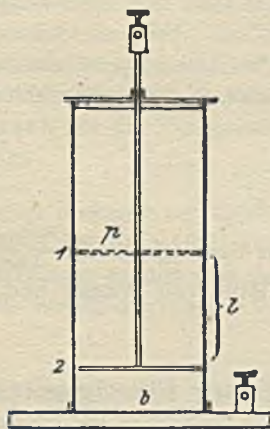


Fig. 23.

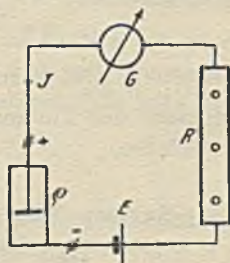


Fig. 24.

Elektrode z. B. bei Kupfersulfatlösung der Säurebestandteil, unten das Metall abgeschieden wird. Dadurch wird sich nämlich



die Konzentration der Lösung nach unten hin wenig ändern, weil die schwereren Säureteilchen nach unten sinken und dadurch die Dichte der Lösung in den einzelnen Schichten regulieren. Man bringt nun die bewegliche Platte in die Stellung 1, stellt durch den Rheostaten  $R_1$  im Galvanometer eine passende Ablenkung  $\alpha$  ein. Dann bewegt man die Platte um das Stück  $l$  nach unten in die Stellung 2, wodurch die Galvanometerablenkung größer wird. Diese Ablenkung vermindert man jetzt durch Vergrößern des Widerstandes  $R_1$  in  $R_3$  bis auf den ursprünglichen Winkel  $\alpha$ . Dann rechnet sich für die Länge  $l$  der ausgeschalteten Flüssigkeitssäule der Widerstand

$$R = R_2 - R_1.$$

Bezeichnet man nämlich mit  $e$  die EMK der Polarisation, so ist im ersten Falle

$$1. \quad E - e = J \cdot (R_1 + r_1),$$

wobei  $R_1 + r_1$  den Widerstand des ganzen Stromkreises bedeutet. Bei der zweiten Einstellung der Platte ist für denselben Strom  $J$  die EMK der Polarisation ebenfalls  $e$  und der Widerstand des Stromkreises

$$R_2 + r_2,$$

dann ist

$$2. \quad E - e = J \cdot (R_2 + r_2).$$

Aus der Gleichung 1 und 2 folgt

$$R_1 + r_1 = R_2 + r_2$$

oder

$$R_2 - R_1 = r_1 - r_2.$$

Nun ist aber  $r_1 - r_2$  der Widerstand  $R$  der ausgeschalteten Flüssigkeitssäule  $l$ , also

$$R = R_2 - R_1.$$

Daraus ergibt sich dann

$$q = \frac{R_2 - R_1}{l} \cdot q.$$

Der Querschnitt  $q$  wird bestimmt aus dem Quotient  $\frac{\text{Volumen}}{\text{Länge}}$  durch Ausmessen des Volumens mit Hilfe von Wasser und der Länge des Gefäßes.

## 12. Spezifischer Widerstand von Flüssigkeiten (mit Wechselstrom).

Wegen der Fehler, die bei Benutzung von Gleichstrom infolge Polarisation auftreten können, ist es vorteilhafter, Wechselströme für die Messung zu benutzen und an Stelle des Galvanometers

ein für diese Methode sehr brauchbares Instrument, ein Telephon. Die Schaltung ist dieselbe wie bei der Meßbrücke (Nr. 1), nur ist Batterie und Galvanometer durch ein Induktorium für Wechselströme (*Ind*) und ein Telephon (*T*) ersetzt (Fig. 25). Der Widerstand der zu messenden Flüssigkeit *R* kann entweder in einem

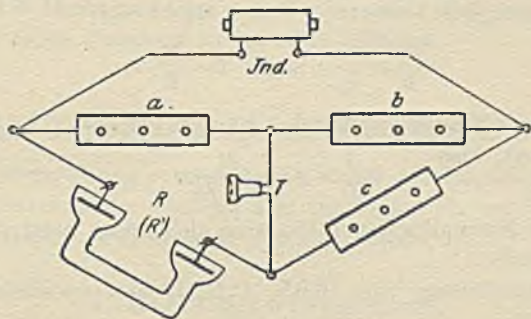


Fig. 25.

Gefäß der Methode 11 bestimmt werden, oder man hat besondere Formen der Flüssigkeitsbehälter, deren Widerstandsgröße mit Hilfe einer Normallösung von bekanntem spezifischen Widerstand festgestellt wird. Sehr gebräuchlich ist ein U-förmiges Glasgefäß, welches oben von zwei mit Platinmoor mattierten Platinplatten abgeschlossen wird. Am leichtesten läßt sich eine konzentrierte Kochsalzlösung darstellen, deren Leitfähigkeit für 26,4% NaCl-Gehalt und 1,201 spezifisches Gewicht ( $\vartheta = 18^\circ$ ) nach Kohlrausch für die Temperatur  $\vartheta$  bei 1 qmm Querschnitt und 1 m Länge

$$\lambda_1 = [215 + 4,8 \cdot (\vartheta - 18^\circ)] \cdot 10^{-7} \quad \text{Siemens}$$

beträgt (bezogen auf Quecksilber von 1,603 m Länge und 1 qmm Querschnitt bei  $0^\circ\text{C}$ ). Das Gefäß wird mit der zu untersuchenden Lösung gefüllt und der Widerstand, falls kein Ton im Telephon vernehmbar ist,

$$R = \frac{a}{b} \cdot c$$

gefunden. Darauf wird die zu messende Flüssigkeit durch die Kochsalzlösung ersetzt, wobei sich die Ablesungen  $a'$ ,  $b'$  und  $c'$  ergeben. Dann ist der Widerstand der Normallösung

$$R_1 = \frac{a'}{b'} \cdot c'$$

In beiden Fällen hatten die Flüssigkeiten gleiche Abmessungen, so daß man setzen kann

$$R = \frac{l}{q \cdot \lambda} \quad \text{und} \quad R_1 = \frac{l}{q \cdot \lambda_1},$$

wenn  $\lambda_1$  und  $\lambda$  die Leitfähigkeit von Normallösung bzw. zu messender Flüssigkeit bedeuten. Somit ergibt sich

$$\frac{R_1}{R} = \frac{\lambda}{\lambda_1} \quad \text{oder} \quad \lambda = \frac{R_1}{R} \cdot \lambda_1.$$

Der spezifische Widerstand  $\varrho$  ist nun der reziproke Wert der Leitfähigkeit, also

$$\frac{1}{\lambda} = \varrho = \frac{R}{R_1 \cdot \lambda_1}.$$

Andere Normallösungen, die man sich leicht herstellen kann, sind folgende:

Essigsäurelösung von 16,6%  $C_2H_4O_2$  und spezifischem Gewicht 1,022

$$\lambda_1 = [1,62 + 0,029 \cdot (\vartheta - 18^\circ)] \cdot 10^{-7} \quad \text{Siemens.}$$

Bittersalzlösung von 17,3%  $MgSO_4$  (wasserfrei), spezifisches Gewicht 1,187

$$\lambda_1 = [48,8 + 1,28 \cdot (\vartheta - 18^\circ)] \cdot 10^{-7} \quad \text{Siemens.}$$

An Stelle des Telephons kann man auch ein Vibrationsgalvanometer (Nr. 24) oder ein Wechselstrom-Galvanometer von hoher Empfindlichkeit benutzen, wie es von S. Franklin und L. A. Freudenberg<sup>1)</sup> angegeben ist. Es beruht auf dem schon von Giltay<sup>2)</sup> angewandten Prinzip, das von Lord Rayleigh<sup>3)</sup> weiter ausgebildet ist. Ferner sind von Vogel<sup>4)</sup> und König<sup>5)</sup> Meßgeräte für schwache Wechselströme angegeben worden.

Die allgemein verwendeten Induktionsapparate mit Unterbrechervorrichtung geben keinen reinen Sinusstrom, so daß der Ton im Telephon niemals verschwindet. Dagegen liefert der Summerumformer von Siemens & Halske (vgl. Nr. 31) fast reinen Sinusstrom von 300 ÷ 900 Per/sec.

Wenn auch nach Franke<sup>6)</sup> möglichst hohe Periodenzahlen

<sup>1)</sup> Phys. Rev. 1907, S. 37; El. 1907, S. 654; ZfI. 1907, S. 168 (Ref.).

<sup>2)</sup> ZfI. 1886, S. 397.      <sup>3)</sup> Phil. Mag. 1897, S. 343.

<sup>4)</sup> ETZ. 1906, S. 487.      <sup>5)</sup> ETZ. 1906, S. 1103.

<sup>6)</sup> ETZ. 1897, S. 606.



günstig sein sollen, so äußert sich die verschiedene elektrostatische Kapazität des Flüssigkeits- und Vergleichswiderstandes gerade hierbei so stark, daß infolge der Phasenverschiedenheit der Ströme der beiden Brückenweige im Telephon der Ton niemals verschwindet. Es wurde daher von Elsaß<sup>1)</sup> vorgeschlagen, nicht mehr als 100 Per/sec zu verwenden, wenn man nicht nach Kohlrausch<sup>2)</sup> einen Kondensator parallel schaltet.

### 13. Untersuchung von Blitzableitern.

Die Untersuchung erstreckt sich dabei auf folgende Punkte:

1. Widerstand der Leitung von der Spitze bis zur Erdplatte,
2. Ausbreitungswiderstand der Erdplatten.

#### 1. Leitungswiderstand.

Dabei führt man von der Auffangstange einen Meßdraht von zirka 2 bis 3 mm Durchmesser herunter und mißt den Widerstand  $R_1$  zwischen seinem Ende und dem Anschlußpunkt zur Erdplatte nach den bekannten Methoden. Hat der Meßdraht mit Zuleitungen zum Anschlußpunkt den Widerstand  $R_d$ , so bleibt für die Leitung der Widerstand  $R = R_1 - R_d$ .

#### 2. Erdplattenwiderstand.

##### a) Methode zweier Hilfserden (Nippoldt)<sup>3)</sup>.

Als Hilfserde kann man Gas-, Wasserleitungen, eine besondere in die Erde versenkte Kupferplatte oder auch eine tief in die Erde eingeschlagene Eisenstange oder einen Erdbohrer verwenden, um die herum das Erdreich gut angefeuchtet wird.

Man schließt die Meßdrähte vom Widerstand  $R_d$  an die Erdplatte mit dem Widerstande  $R$  und eine Hilfserde  $H_1$  an und mißt mit Hilfe einer Wechselstrommeßbrücke (Fig. 25) den Widerstand  $R_1$  zwischen den Zuleitungsenden. Darauf entfernt man die eine Zuleitung von  $H_1$ , legt sie an die Hilfserde  $H_2$  und bestimmt den Widerstand  $R_2$ . Ferner mißt man den Widerstand  $R_3$  zwischen  $H_1$  und  $H_2$ . Dann ist infolge der Hinter-

<sup>1)</sup> Wied. Ann. Bd. 44, S. 666.

<sup>2)</sup> Wied. Ann. Bd. 65, S. 17.

<sup>3)</sup> CfE. Bd. 8, S. 159.

einanderschaltung der Widerstände der miteinander verbundenen Erdplatten

$$R_1 = R + H_1$$

$$R_2 = R + H_2$$

$$R_3 = H_1 + H_2.$$

Aus den drei gemessenen Werten erhält man dann

$$R = \frac{R_1 + R_2 - R_3}{2}.$$

### b) Methode einer Hilfserde (Wiechert)<sup>1)</sup>.

Man schließt nach Fig. 26 die zu messenden Erdplatten  $R_1$  und  $R_2$  mit einem Vorschaltwiderstand  $R$  an einen Meßdraht  $AB$  an.

Dann ermittelt man mittels Telephons  $T$  oder Wechselstromgalvanometers bei Verschiebung der Schneide  $S$  die zu  $R_2$  und

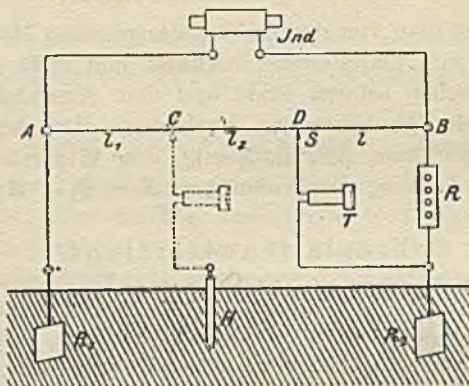


Fig. 26.

einer Hilfserde  $H$  gehörigen Punkte  $D$  und  $C$  gleichen Potentials. Dann gelten die Gleichungen:

$$\frac{l_1}{l} = \frac{R_1}{R}; \quad \frac{l_2}{l} = \frac{R_2}{R},$$

woraus folgt:

$$R_1 = \frac{l_1}{l} \cdot R \quad \text{und} \quad R_2 = \frac{l_2}{l} \cdot R.$$

Eine Änderung der Lage von  $H$  darf keinen merklichen Ein-

<sup>1)</sup> ETZ. 1893, S. 726.

fluß auf das Resultat ausüben, daher macht man noch einige Kontrollmessungen.

Zur bequemen und schnellen Prüfung von Blitzableiteranlagen gibt es eine ganze Anzahl von Apparaten<sup>1)</sup>, die von Siemens & Halske, Hartmann und Braun<sup>2)</sup>, Mix & Genest<sup>3)</sup>, Dr. P. Meyer<sup>4)</sup>, Ruhstrat u. a. gebaut werden. Ihre Handhabung läßt sich leicht aus den beigegebenen Anleitungen ersehen.

## 14. Widerstand von Schienenstößen.

Mit Hilfe eines Differential-Drehspulen-Galvanometers  $G$  bestimmt man nach der Anordnung in Fig. 27 die dem Schienenstoßwiderstande  $R$  gleichwertige Schienenlänge  $l$ , während die Schienen Strom führen.

Man verschiebt die Schneiden  $S$  so weit, bis das Galvanometer keine Ablenkung zeigt. Dann ist die Länge

$$l_1 = l + l_2 \quad \text{oder} \quad l = l_1 - l_2.$$

Daraus folgt:

$$R = \frac{l \cdot \varrho}{q},$$

worin  $\varrho$  den spezifischen Widerstand des Schienenmaterials und  $q$  den Querschnitt bedeutet. Man vgl. ferner: ETZ. 1899, S. 163; 1901, S. 269, 391, 1038; 1902, S. 720, 841.

Eine andere Methode unter Benutzung der Wheatstone'schen Brücke ist von J. A. Montpellier<sup>5)</sup> angegeben.

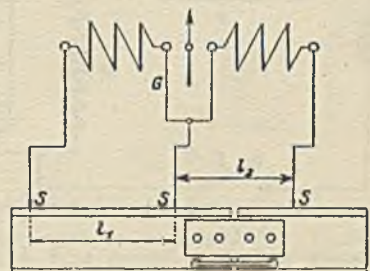


Fig. 27.

## 15. Messung von Isolationswiderständen.

### a) Methode des direkten Ausschlages.

Für sämtliche Messungen, die nach dieser Methode ausgeführt werden, müssen höhere Spannungen und bei Isolationsmessungen von installierten Leitungen möglichst die normale Betriebsspannung verwendet werden. Die Schaltung geschieht nach

<sup>1)</sup> El. Anz. 1906, S. 136.      <sup>2)</sup> ETZ. 1911, S. 521 (Stössel).

<sup>3)</sup> ETZ. 1911, S. 593 (Wurm).      <sup>4)</sup> ETZ. 1908, S. 34.

<sup>5)</sup> Electr. 1910, S. 54.



nebenstehendem Schema (Fig. 28) unter Benutzung von sehr empfindlichen Spiegelgalvanometern mit entsprechenden Nebenschlüssen  $N$  zur Veränderung der Empfindlichkeit. Die Hilfsapparate, Umschalter und Zuleitungen müssen gut isoliert sein und auf Paraffinplatten oder hohen Hartgummistützen ruhen, damit die Messung keine Fehler aufweist. Ist  $W$  der zu messende Widerstand, für den der im Galvanometer fließende Strom  $J_1$  die Ablenkung  $\alpha_1$  hervorruft, und  $R$  ein Vergleichswiderstand (etwa 100 000 Ohm), für den der Strom  $J_2$  und die Ablenkung  $\alpha_2$  auftritt, so ist

$$E = J_2 \cdot R = J_1 \cdot W$$

oder

$$\frac{W}{R} = \frac{J_2}{J_1} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1},$$

wenn zwischen Strom und Ablenkung Proportionalität besteht, was bei den kleinen Ablenkungswinkeln der Fall ist.

Bei Isolationsmessungen von Kabeln macht man folgende Schaltung (Fig. 29).

Dabei ist  $R$  der Vergleichs-,  $W$  der Isolationswiderstand gegen Erde. Um die Isolation der Versuchsanordnung zu berücksichtigen, läßt man den Umschalter  $U$  zwischen den Kontakten  $a$  und  $b$  stehen, so daß  $W$  und  $R$  ausgeschaltet sind, und bestimmt durch Niederdrücken des Stromschlüssels  $S$  den Ablenkungswinkel  $\alpha_0$ . Ergaben sich für die Widerstände  $R$  und  $W$  die Ablenkungen  $\alpha_1$  bzw.  $\alpha_2$ , so gilt folgende Beziehung:

$$\frac{W}{R} = \frac{\alpha_2 - \alpha_0}{\alpha_1 - \alpha_0}.$$

Hat man beim Galvanometer durch Anlegen des Nebenschlusses den Meßbereich auf das  $\sigma$ -fache vergrößert, wobei  $\sigma > 1$  ist, so würde die Gleichung lauten:

$$\frac{W}{R} = \frac{\sigma_2 \cdot \alpha_2 - \sigma_0 \cdot \alpha_0}{\sigma_1 \cdot \alpha_1 - \sigma_0 \cdot \alpha_0}.$$

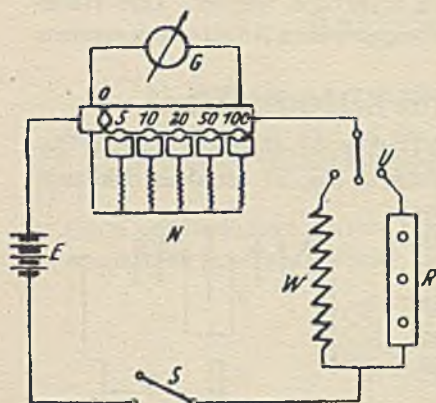


Fig. 28.

Bei allen Isolationsmessungen an Kabeln oder Apparaten, die Kapazität besitzen, muß das Galvanometer vor jedem Schließen und Öffnen des Stromschlüssels durch den Stöpsel *K* kurzgeschlossen werden, damit eventuell auftretende Ladungs- oder Entladungsströme das Galvanometer nicht beschädigen. Ferner ist der Isolationswiderstand von der Zeitdauer des Stromschlusses, Temperatur, Feuchtigkeit und Spannung abhängig, so daß man für Vergleiche dieselben immer angeben muß. Hat das Kabel eine Länge von  $l$  km, so ist der Widerstand für 1 km

$$W_1 = l \cdot W,$$

da sich der Querschnitt der das Kabel umgebenden Erde oder Wassermasse proportional der Länge und damit der Isolationswiderstand sich umgekehrt proportional dem Querschnitt bzw. der Länge ändert.

Um eine eventuelle Störung infolge Oberflächenleitung von den freien Enden des Kabels zum Galvanometer zu beseitigen, legt man nach Price einen Schutzdraht oder Ring um die Isolation des Kabelendes und verbindet ihn mit dem Schalter *S* bzw. der Galvanometerklemme, die mit der Stromquelle in Verbindung steht. Ein Strom, der sonst über die Oberfläche nach der Erde oder dem geerdeten Wassertrog das Galvanometer durchfließen müßte, wird auf diese Weise um das Instrument herumgeleitet.

Einen Apparat, der nach dieser Methode arbeitet und leicht tragbar ist, fertigt die Firma Hartmann & Braun, Frankfurt a. M.

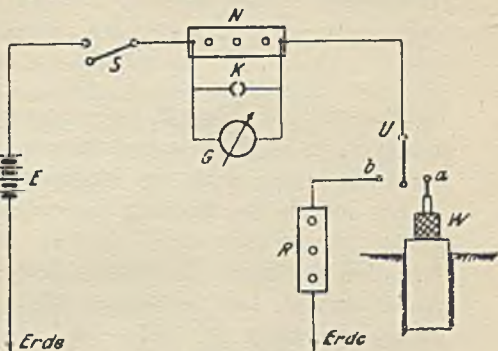


Fig. 29.

### b) Mittels Elektrometers.

Bei sehr großen Isolationswiderständen von Kabeln würde die Galvanometerablenkung nach Methode a) zu gering werden. In diesem Fall benutzt man besser die Methode von Siemens. Lädt man nämlich das Kabel mit Gleichstrom auf eine Spannung

$E$  Volt, so sinkt sie bei einem Isolationswiderstand  $R$  Ohm und der Kapazität  $C$  Farad nach  $t_1$  sec auf den mit einem Elektro-

meter zu messenden Betrag  $E_1 = E \cdot e^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t_1}$ , worin  $e = 2,718$  die Basis der natürlichen Logarithmen bedeutet. Durch Logarithmierung erhält man

$$1. \quad R = \frac{t_1}{C \cdot \ln \frac{E}{E_1}} = \frac{t_1}{C \cdot 2,3 \cdot \log \frac{E}{E_1}}.$$

Die Spannungen  $E$  und  $E_1$  kann man auch durch die Ablenkungen  $\alpha$  und  $\alpha_1$  eines ballistischen Galvanometers (Nr. 30) bestimmen.  $C$  ermittelt man nach den Methoden Nr. 31 ÷ 35.

Um jedoch die Messung der unbekanntenen Kapazität zu vermeiden, macht man nach Fischer - Hinnen<sup>1)</sup> eine zweite Messung, bei der man zum Elektrometer einen großen bekannten Widerstand  $R_n$  (am besten aus Silit) parallel schaltet. Bei einer Anfangsspannung  $E'$  mißt man nach  $t_2$  sec eine Spannung  $E_2 = E' \cdot e^{-\frac{1}{R_n \cdot C} \cdot t_2}$ , wo jetzt  $R_2 = \frac{R \cdot R_n}{R + R_n}$  der Gesamt-Entlade-widerstand des Kabels ist. Daraus folgt:

$$II. \quad R_2 = \frac{R \cdot R_n}{R + R_n} = \frac{t_2}{C \cdot \ln \frac{E'}{E_2}} = \frac{t_2}{C \cdot 2,3 \cdot \log \frac{E'}{E_2}}.$$

Dividiert man Gleichung I durch II, so erhält man geordnet:

$$R = R_n \cdot \left( \frac{t_1}{t_2} \cdot \frac{\log \frac{E'}{E_2}}{\log \frac{E}{E_1}} - 1 \right).$$

Zur Vereinfachung der Rechnung kann man  $\frac{E'}{E_2} = \frac{E}{E_1}$  machen, wenn man die Zeit  $t_2$  mißt, nach der die Spannung  $E'$  auf den hieraus berechneten Wert  $E_2 = E_1 \cdot \frac{E'}{E}$  gesunken ist. Dafür wird dann:

$$R = R_n \cdot \left( \frac{t_1}{t_2} - 1 \right).$$

Diesen Versuch wiederholt man nun für verschiedene Spannungen  $E_1$ , berechnet aus der Länge  $l$  in km den Isolationswiderstand  $R_0 = R \cdot l$  für 1 km Länge und stellt  $R_0$  als Funk-

<sup>1)</sup> ETZ. 1916, S. 105.



tion von  $E_1$  graphisch dar. Während des ganzen Versuchs ist die Temperatur zu messen und möglichst konstant zu halten. Sollen Messungen an Ort und Stelle vorgenommen werden, so benutzt man entweder Kabelmeßwagen oder bei geringeren Genauigkeitsansprüchen eine tragbare Kabelmeßanordnung, wie sie u. a. von Siemens & Halske<sup>1)</sup> hergestellt wird.

Zur Messung des Durchgangs-, Oberflächen- und spezifischen Widerstandes von Isolatoren hat Curtis<sup>2)</sup> eine ballistische und eine Elektrometermethode angegeben. Auch in den Vorschriften zur verkürzten Untersuchung elektrischer Isolierstoffe<sup>3)</sup> des VdE. finden sich ebenfalls Anordnungen zur Messung des Durchgangs- und Oberflächenwiderstandes.

## 16. Isolationsprüfung ausgeführter Anlagen mittels Spannungsmessers<sup>4)</sup>.

Sämtliche Stromverbraucher und Spannungsspulen der Zähler werden ausgeschaltet und die Sicherungen entfernt, so daß nur das Leitungsnetz, dessen Isolation geprüft werden soll, mit der Maschine in Verbindung gesetzt werden kann.

Nach Entfernen der beiden Hauptsicherungen zwischen den Klemmen  $K_1$  und 1 bzw.  $K_2$  und 2 macht man die Schaltung Fig. 30. Zuerst legt man Schalter  $S_2$  an den Punkt  $e$  und  $S_1$  an  $a$ . Dann legt man Schalter  $S$  an  $c$  und liest die Spannung  $E$  des Stromerzeugers ab, schaltet kurz danach um nach  $d$  und liest  $E_1$  ab. Hat der Spannungsmesser den Widerstand  $R_s$ , so wird bei einem Isolationswiderstand  $R_1$  der Leitung  $I$  gegen Erde ein Strom

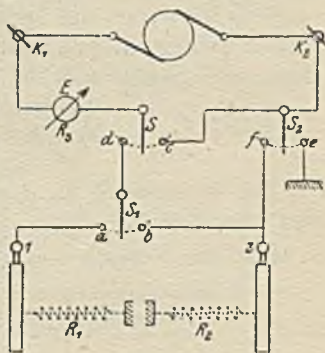


Fig. 30.

$$J_1 = \frac{E}{R_s + R_1}$$

<sup>1)</sup> Druckschrift 100, Nov. 1906.

<sup>2)</sup> Bull. Bur. Stand. Bd. 11, S. 359; ETZ. 1916, S. 469.

<sup>3)</sup> ETZ. 1912, S. 452; 1913, S. 688.

<sup>4)</sup> ETZ. 1896, S. 660 (May).

auftreten. Setzt man darin

$$J_1 = \frac{E_1}{R_s},$$

so ergibt sich

$$\frac{E_1}{R_w} = \frac{E}{R_s + R_1},$$

woraus folgt:

$$\frac{E}{E_1} = \frac{R_s + R_1}{R_s}$$

oder

$$R_1 = R_s \cdot \left( \frac{E}{E_1} - 1 \right).$$

In derselben Weise verfährt man bei Leitung 2, indem man Schalter  $S_1$  an  $b$  legt und schnell nacheinander die Ablesungen bei den Stellungen  $c$  und  $d$  des Schalters  $S$  macht. Stellt man den Hebel von  $S_1$  so, daß er die Kontakte  $a$  und  $b$  gleichzeitig berührt und liest bei Stellung  $c$  des Schalters  $S$  die Spannung  $E$ , bei der Stellung  $d$  die Spannung  $E_3$  ab, so ist der Gesamtwiderstand der beiden Leitungen gegen Erde

$$R_3 = R_s \cdot \left( \frac{E}{E_3} - 1 \right) = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

Will man noch die Isolation  $R_4$  der Leitungen gegeneinander prüfen, so legt man  $S_2$  an  $f$ ,  $S_1$  an  $a$  und  $S$  zuerst an  $c$ , dann an  $d$ , wofür sich die Ablesungen  $E$  und  $E_4$  ergeben, so ist

$$R_4 = R_s \cdot \left( \frac{E}{E_4} - 1 \right) = R_1 + R_2.$$

Der Widerstand  $R_s$  des Spannungsmessers soll etwa 100 bis 500 Ohm/Volt betragen.

Für den Versuch wäre folgende Tabelle zweckmäßig:

Nr.	$S_2$	$S_1$	$S$	Ablesung	Widerstand
1	$e$	$a$	$c$ $d$	$E$ $E_1$	$R_1$
2	$e$	$b$	$c$ $d$	$E$ $E_3$	$R_2$
3	$e$	$a b$	$c$ $d$	$E$ $E_3$	$R_3 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$
4	$f$	$a$	$c$ $d$	$E$ $E_4$	$R_4 = R_1 + R_2$

An Stelle der Maschine kann man auch eine Hilfsbatterie (Trockenelemente) als Stromquelle verwenden. Dabei ist es zweckmäßig, wenn der negative Pol mit der zu prüfenden Leitung und der positive Pol mit der Erde in Verbindung steht. Infolge der elektrolytischen Wirkungen wird dann durch Reduzierung eventueller Oxydschichten an der zu messenden Leitung der Widerstand ein Minimum. Deswegen zeigt sich bei Zweileiteranlagen der Isolationswiderstand am negativen Pol meistens kleiner als am positiven. Nähere Einzelheiten finden sich in § 17 der Sicherheitsvorschriften des VdE. (Springer, Berlin).

## 17. Isolationsmessung bei ausgeführten Anlagen mittels statischen Spannungsmessers.

In ähnlicher Weise wie nach der Methode des direkten Ausschlages lassen sich Isolationswiderstände von Leitungen oder nicht im Betriebe befindlichen Anlagen nach folgender Schaltung (Fig. 31) unter Benutzung eines statischen Spannungsmessers<sup>1)</sup> bestimmen.

Die zu untersuchende Leitung wird mit einem bekannten Widerstande  $R$  in Reihe geschaltet an einen Pol der Batterie  $B$  gelegt, dessen anderer Pol zur Erde abgeleitet ist. Mißt man nun mit Hilfe des statischen Spannungsmessers  $E$  durch Anlegen des Umschalters  $U$  an Kontakt  $1$  die Spannung  $E_1 = J \cdot (R + W)$  und für die Stellung 2 den im Isolationswiderstand  $W$  allein bei demselben Strom auftretenden Spannungsabfall  $E_2 = J \cdot W$ , so ergibt sich

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{R + W}{W},$$

oder

$$W = \frac{E_2}{E_1 - E_2} \cdot R.$$

Damit  $E_2$  gegen  $E_1$  merkbar verschieden wird, darf  $R$  gegen  $W$  nicht zu klein gewählt werden.

Besitzen die Leitungen 1 und 2 einer Zweileiteranlage

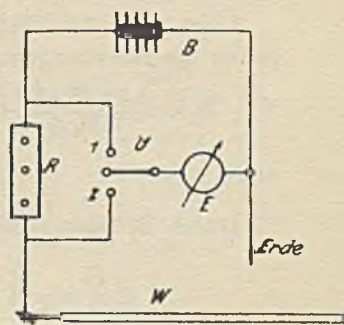


Fig. 31.

<sup>1)</sup> ETZ. 1904, S. 547 (Sahulka).



(Fig. 32) die Isolationswiderstände  $W_1$  bzw.  $W_2$  gegen Erde, und herrscht zwischen ihnen eine Betriebsspannung  $E_k$ , so legt man den Spannungsmesser einmal an 1 und Erde und liest  $E_1$  ab, dann schließt man  $S$ , wobei eine Spannung  $E_2$  auftritt, so ist der gesamte Isolationswiderstand

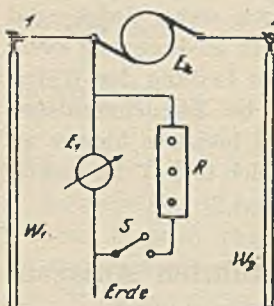


Fig. 32.

$$W = R \cdot \left( \frac{E_1}{E_2} - 1 \right).$$

Zum Beweise dieser Gleichung zeichnen wir uns die für die Messung von  $E_1$  in Frage kommende Schaltung in Fig. 33 vereinfacht hin.

Da hierbei  $W_1$  und  $W_2$  in Reihe geschaltet sind, bestehen die Beziehungen  $E_k = J_1 \cdot (W_1 + W_2)$  und  $E_1 = J_1 \cdot W_1$ , woraus folgt:

$$1. \quad \frac{E_1}{E_k} = \frac{W_1}{W_1 + W_2}.$$

Liegt jetzt der Widerstand  $R$  parallel zu  $W_2$  (Fig. 34), so gelten die Gleichungen:

$$E_k = J_2 \cdot \left( \frac{W_1 \cdot R}{W_1 + R} + W_2 \right) = J_2 \cdot \left[ \frac{R \cdot (W_1 + W_2) + W_1 \cdot W_2}{W_1 + R} \right]$$

und 
$$E_2 = J_2 \cdot \frac{W_1 \cdot R}{W_1 + R}.$$

Durch Division erhält man

$$II. \quad \frac{E_2}{E_k} = \frac{W_1 \cdot R}{R \cdot (W_1 + W_2) + W_1 \cdot W_2}.$$

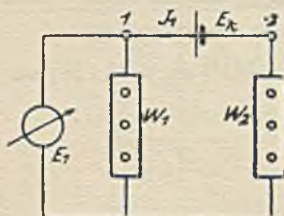


Fig. 33.

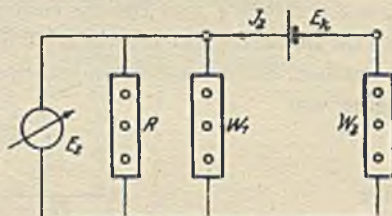


Fig. 34.

Aus Gleichung I und II folgt weiter:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{R \cdot (W_1 + W_2) + W_1 \cdot W_2}{(W_1 + W_2) \cdot R}$$

oder 
$$\frac{E_1 - E_2}{E_2} = \frac{W_1 \cdot W_2}{(W_1 + W_2) \cdot R} = \frac{W}{R},$$

worin 
$$W = \frac{W_1 \cdot W_2}{W_1 + W_2}$$

der gesamte Isolationswiderstand der Anlage gegen Erde ist. Durch Umformen erhält man schließlich:

$$W = R \cdot \left( \frac{E_1}{E_2} - 1 \right),$$

wie vorher angegeben. Da  $E_k$  gemessen werden kann, so läßt sich auch  $W_1$  und  $W_2$  einzeln ermitteln.

Für eine Dreileiteranlage mit den Einzelspannungen  $E_{k_1}$  und  $E_{k_2}$  (Fig. 35) erhält man dieselbe Gleichung. Legt man nämlich den Spannungsmesser an Klemme 1 an, so zeigt er eine Spannung

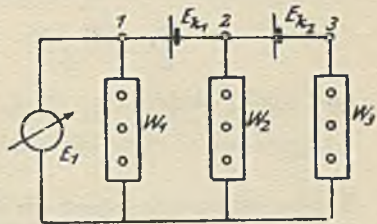


Fig. 35.

1.  $E_1 = J_1 \cdot W_1$  an. Ferner ist
2.  $E_{k_1} = J_1 \cdot W_1 + (J_1 - J_2) \cdot W_2 = J_1 \cdot (W_1 + W_2) + J_2 \cdot W_2$
3.  $E_{k_2} = J_2 \cdot W_3 - (J_1 - J_2) \cdot W_2$
4.  $E_{k_1} + E_{k_2} = J_1 \cdot W_1 + J_2 \cdot W_3.$

Dividiert man Gleichung 2 durch  $W_2$  und Gleichung 4 durch  $W_3$ , so erhält man:

5.  $\frac{E_{k_1}}{W_2} = J_1 \cdot \frac{W_1 + W_2}{W_2} - J_2$  und
6.  $\frac{E_{k_1} + E_{k_2}}{W_3} = J_1 \cdot \frac{W_1}{W_3} + J_2.$

Durch Addition von Gleichung 5 und 6 ergibt sich

$$7. \quad \frac{E_{k_1}}{W_2} + \frac{E_{k_1} + E_{k_2}}{W_3} = J_1 \cdot \left( \frac{W_1 + W_2}{W_2} + \frac{W_1}{W_3} \right).$$

Aus der Gleichung 1 und 7 folgt

$$\frac{E_1}{\frac{E_{k_1}}{W_2} + \frac{E_{k_1} + E_{k_2}}{W_3}} = \frac{W_1 \cdot W_2 \cdot W_3}{W_1 \cdot W_3 + W_3 \cdot W_3 + W_1 \cdot W_2} = W$$

oder I. 
$$E_1 = \left( \frac{E_{k_1}}{W_2} + \frac{E_{k_1} + E_{k_2}}{W_3} \right) \cdot W = c \cdot W.$$

Legt man jetzt parallel zum Spannungsmesser den bekannten Widerstand  $R$ , so zeigt er eine Spannung  $E_2$  an, und wir müssen

in obiger Gleichung anstatt  $W$  den Gesamtwiderstand von  $W$  und  $R$ , nämlich  $\frac{W \cdot R}{W + R}$  einführen, woraus folgt

$$\text{II.} \quad E_2 = c \cdot \frac{W \cdot R}{W + R}.$$

Aus Gleichung I und II erhält man dann:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{W + R}{R} \quad \text{oder} \quad \frac{E_1 - E_2}{E_2} = \frac{W}{R}$$

und somit wieder

$$W = R \cdot \left( \frac{E_1}{E_2} - 1 \right).$$

Hierbei lassen sich jedoch die einzelnen Widerstände  $W_1, W_2, W_3$  nicht bestimmen. Man sieht außerdem, daß die Formel allgemein für Mehrleiteranlagen gültig ist.

## 18. Isolationsmessung an Leitungen während des Betriebes.

Von den zahlreichen Methoden, die u. a. von Müllendorff<sup>1)</sup>, Skutsch<sup>2)</sup>, Fröhlich<sup>3)</sup>, Kallmann<sup>4)</sup> angegeben sind, sollen hier nur die einfachsten und gebräuchlichsten behandelt werden. Wählt man einen statischen Spannungsmesser, so vereinfachen sich die Formeln, da  $\frac{1}{R_s} = 0$  wird.

### a) Methode von Frisch<sup>5)</sup>.

Hierbei wird ein Spannungsmesser vom Widerstande  $R_s$  mit einem Pol an Erde und mit dem anderen Pol abwechselnd an die beiden Leitungen des zu untersuchenden Zweileitersystems gelegt. Werden dabei die Spannungen  $E_1$  zwischen Leiter  $I$  und Erde, ferner  $E_2$  (in entgegengesetzter Richtung) zwischen  $II$  und

<sup>1)</sup> ETZ. 1896, S. 661; 1906, S. 313.

<sup>2)</sup> ETZ. 1897, S. 142.

<sup>3)</sup> ETZ. 1895, S. 192.

<sup>4)</sup> ETZ. 1893, S. 545; 1898, S. 683.

<sup>5)</sup> ZfE. Wien. 1889, S. 215, 218.



Erde, sowie die Netzspannung  $E$  gemessen<sup>1)</sup>, so bestehen die Beziehungen:

$$1. \quad E_1 = E - J_1 \cdot R_2 \qquad 2. \quad J_1 = \frac{E}{\frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_s}} + R_2}$$

$$3. \quad E_2 = E - J_2 \cdot R_1 \qquad 4. \quad J_2 = \frac{E}{\frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_s}} + R_1}$$

Rechnet man aus Gl. 1 und 3 die Werte für  $J_1$  und  $J_2$  aus und setzt sie in Gl. 2 und 4 ein, so erhält man nach einigen Umformungen:

$$5. \quad \frac{E - E_1}{E_1} = \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2}{R_s} \quad \text{und} \quad 6. \quad \frac{E - E_2}{E_2} = R_1 \cdot \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_s} \right)$$

$$\text{oder} \quad \frac{E}{E_1} = \frac{R_2 \cdot R_s + R_1 \cdot R_2}{R_1 \cdot R_s} + 1 = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_s + R_2 \cdot R_s}{R_1 \cdot R_s}$$

$$\frac{E}{E_2} = \frac{R_1 \cdot R_s + R_1 \cdot R_2}{R_2 \cdot R_s} + 1 = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_s + R_2 \cdot R_s}{R_2 \cdot R_s}$$

und durch Division beider Gleichungen

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

Durch Einsetzen in die Gleichungen 5 und 6 ergibt sich:

$$\frac{1}{R_1} = \frac{E_2}{(E - E_1 - E_2) \cdot R_s}$$

und

$$\frac{1}{R_2} = \frac{E_1}{(E - E_1 - E_2) \cdot R_s},$$

so daß man erhält:

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R} = \frac{1}{R_s} \cdot \frac{E_1 + E_2}{E - (E_1 + E_2)}$$

oder als Gesamtisolationswiderstand beider Leitungen gegen Erde

$$R = R_s \cdot \left( \frac{E}{E_1 + E_2} - 1 \right).$$

Zur schnellen zeichnerischen Ermittlung von  $R_1$  und  $R_2$  ist von O. Heinrich, Chefingenieur der Weston Co., eine Tafel<sup>2)</sup> mit  $E$  als Abszisse und  $R$  als Ordinate angegeben worden. Wird

1) Umschalter dazu baut die Weston Co., Berlin.

2) Druckschrift 103, S. 9.

hierin  $E_1 + E_2 > E$ , dann muß man einen Spannungsmesser von geringerem Widerstande oder einen Strommesser mit Vorschaltwiderstand und Sicherung verwenden. Ist  $R_S$  gegen  $R$  sehr groß, z. B. bei großen Netzen mit  $R < 50$  Ohm, dann wird der Klammerausdruck klein oder  $\frac{E}{E_1 + E_2}$  etwas größer als 1. Ein kleiner Ablesungsfehler am Instrument macht sich dann im Resultat sehr stark bemerkbar. Bei  $E = 110$  Volt und  $R = 50$  Ohm beispielsweise würde ein Ablesungsfehler von 0,5% einen Fehler von 10% im Resultat ergeben. Für Anlagen mit  $R > 100$  Ohm kann  $R_S > 1000$  Ohm sein.

Für Mehrleiteranlagen ohne geerdeten Mittelleiter mißt man ebenfalls die Spannung  $E$  zwischen zwei benachbarten Leitern und  $E_x$  bzw.  $E_y$  zwischen diesen und Erde, wofür sich der gesamte Isolationswiderstand  $R$  gegen Erde nach der Formel bestimmt:

$$R = R_S \cdot \left( \frac{E}{E_x - E_y} - 1 \right).$$

Beispiel: An einer Dreileiteranlage mit  $2E = 2 \cdot 220$  V seien mit einem Drehspuleninstrument von  $R_S = 2400$  Ohm Widerstand gemessen worden:

$$E_1 = + 223,0 \text{ V} \quad E_2 = + 11,5 \text{ V} \quad E_3 = - 200,2 \text{ V}$$

Daraus folgt  $R = R_S \cdot \left( \frac{E}{E_1 - E_2} - 1 \right) = R_S \cdot \left( \frac{E}{E_2 - E_3} - 1 \right)$ , oder

$$R = 2400 \cdot \left( \frac{220}{223,0 - 11,5} - 1 \right) = 2400 \cdot \left( \frac{220}{11,5 + 200,2} - 1 \right) \approx 96 \text{ Ohm.}$$

Hieraus läßt sich auch der Einfluß des übermäßig großen Widerstandes  $R_S$  im Verhältnis zu  $R$  bei ungenauer Ablesung ersehen.

Diese Methode eignet sich besonders zur dauernden Überwachung von Zweileiteranlagen, wobei man jeden Pol durch einen registrierenden Spannungsmesser mit der Erde verbindet, ebenso für Gleichstrom-Hochspannungsnetze.

### b) Nebenschlußmethode (Fröhlich)<sup>1)</sup>.

In Fig. 36 seien  $R_1$  und  $R_2$  die beiden Isolationswiderstände einer Zweileiteranlage mit der Spannung  $E$ . Mit Hilfe eines Spannungsmessers von großem bekanntem Widerstande  $R_S$  mißt man zuerst die Spannung  $E_1$  zwischen Leiter  $I$  und Erde. Fließt

<sup>1)</sup> ETZ. 1893, S. 49.

dabei der Strom  $J_1$  neben dem Betriebsstrom, so bestehen die Beziehungen

$$1. \quad E_1 = J_1 \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_s}}$$

Nun legt man einen Nebenschluß  $R_n$  zum Spannungsmesser, wobei die Spannung  $E_2$  gemessen werde und der Strom  $J_2$  auftreten möge. Dann gilt:

$$3. \quad E_2 = J_2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_n}}$$

$$4. \quad E = E_2 + J_2 \cdot R_2.$$

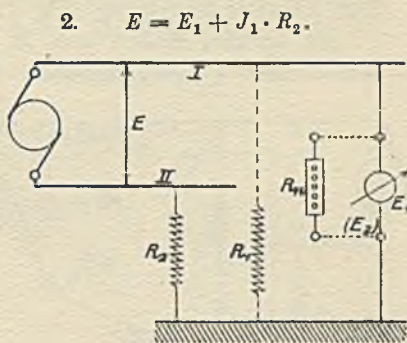


Fig. 36.

Durch Fortschaffen von  $J_1$  und  $J_2$  erhält man

$$E_1 = \frac{E - E_2}{R_2} \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_s}}; \quad E_2 = \frac{E - E_2}{R_2} \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_n}}$$

und daraus:

$$I. \quad \frac{1}{R_2} = \frac{1}{E} \cdot \frac{E_1 \cdot E_2}{(E_1 - E_2) \cdot R_n}$$

$$II. \quad \frac{1}{R_1} = \frac{E_2}{(E_1 - E_2) \cdot R_n} \cdot \left(1 - \frac{E_1}{E}\right) - \frac{1}{R_2}.$$

Der Gesamtwiderstand  $R$  beider Leitungen gegen Erde rechnet sich aus

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{E_2}{(E_1 - E_2) \cdot R_n} - \frac{1}{R_s}$$

zu

$$R = \frac{R_n \cdot R_s \cdot (E_1 - E_2)}{(R_n + R_s) \cdot E_2 - R_n \cdot E_1}.$$

Benutzt man einen statischen Spannungsmesser mit  $R_s = \infty$  und macht durch entsprechende Wahl von  $R_n$  die Spannung  $E_2 = \frac{E_1}{2}$ , dann wird

$$R = R_n.$$

Wählt man aber  $R_n = R_s$ , so ergibt sich

$$R = R_s \cdot \frac{E_1 - E_2}{2 E_2 - E_1}.$$



## c) Methode von Mance-Fröhlich.

Entsprechend der unter Nr. 8 angegebenen Messung macht man folgende Schaltung (Fig. 37).

Die an den Enden von  $R_1$  zwischen Leitung  $I$  und Erde herrschende Potentialdifferenz entspricht dem Element  $E$  in

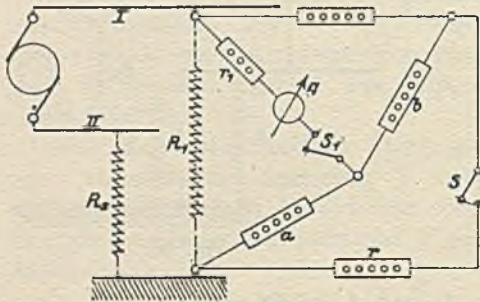


Fig. 37.

Fig. 18. Man reguliert nun die Widerstände  $a$ ,  $b$ ,  $c$  so, daß sich beim Schließen und Öffnen des Schalters  $S$  die Ablenkung im Galvanometer nicht ändert. Dann ist

$$R_1 = \frac{a}{b} \cdot c.$$

Durch Anlegen der Schaltung an Leiter  $II$  und

Erde findet man  $R_2$ . Zur Sicherheit der Meßanordnung wählt man  $a$ ,  $b$ ,  $c$  nicht zu klein und legt außerdem noch größere Schutzwiderstände  $r_1$  und  $r$  in die konjugierten Zweige.

Um den dauernden Strom im Galvanometer zu vermeiden, schaltet man nach Fröhlich zur genaueren Abgleichung das Galvanometer an die Sekundärwicklung einer Induktionsspule, deren primäre Wicklung an die Stelle von  $G$  tritt. Beim Öffnen und Schließen von  $S$  darf dann das Galvanometer keine Ablenkung zeigen. Bei ausgedehnten Leitungen kann jedoch die Kapazitätswirkung störend sein.

Diese Methode gestattet es, beliebige Isolationswiderstände mit großer Genauigkeit zu messen, so daß sie auch für selbsttätige Angabe des Isolationszustandes benutzt werden kann.

d) Methode von Brugger (Hartmann & Braun)<sup>1)</sup>.

Hierbei legt man nach Fig. 38 eine gut isolierte Hilfsbatterie  $E_h$  mit einem bekannten Widerstande  $r$  parallel zu einem Galvanometer  $G$  zwischen eine Leitung ( $II$ ) und Erde. Maschine  $E$  und Batterie  $E_h$  müssen in Hintereinanderschaltung verbunden

<sup>1)</sup> ETZ. 1902, S. 901.

sein. Man reguliert nun  $r$  so weit, daß  $G$  keine Ablenkung zeigt; dann ist keine Potentialdifferenz zwischen Leitung  $II$  und Erde vorhanden, so daß  $R_2$  stromlos wird und der durch  $R_1$  fließende Fehlerstrom  $J_1$  auch durch  $r$  geht. Es gelten dann die Beziehungen:

$$E = J_1 \cdot R_1 \quad E_h = J_1 \cdot r$$

$$\text{oder} \quad \frac{R_1}{r} = \frac{E}{E_h}$$

Wählt man z. B.  $E_h = \frac{E}{10}$ , so wird  $R_1 = 10 \cdot r$ .

Dieses Prinzip liegt einem von der Firma Hartmann & Braun gebauten Isolationsmesser zugrunde.

Auch bei Mehrleiteranlagen mit  $n$  gleichen Spannungen  $E$  ohne geerdete Leiter läßt sich der gesamte Isolationswiderstand

$$R = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

folgendermaßen bestimmen. Man ermittelt einen Widerstand  $r_1$  mit dem Strom  $J_1$ , wenn das Galvanometer zwischen der ersten Leitung und Erde liegt, ebenso  $r_n$  beim Strom  $J_n$  für die  $n$ te Leitung. Dann gilt:

$$J_1 = \frac{E_h}{r_1} \quad J_n = \frac{E_h}{r_n}$$

$$\text{und} \quad \text{I.} \quad J_1 + J_n = \frac{(n-1) \cdot E}{R}$$

$$\text{Nun ist} \quad \text{II.} \quad J_1 + J_n = E_h \cdot \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_n} \right) = E_h \cdot \frac{1}{r},$$

wo  $r$  der Gesamtwiderstand von  $r_1$  und  $r_n$  ist. Aus I und II folgt:

$$R = r \cdot (n-1) \cdot \frac{E}{E_h}$$

Diese Methode gestattet es nicht, bei Mehrleiteranlagen die Isolationswiderstände der einzelnen Leitungen gegen Erde zu ermitteln.

Sie ist jedoch von Sahulka<sup>1)</sup> dahin erweitert worden, daß

<sup>1)</sup> ETZ. 1904, S. 420.

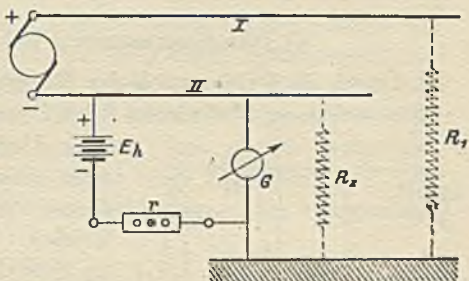


Fig. 38.



man durch zeitweise Änderung einer Teilspannung der Anlage auch die Fehlerwiderstände jeder Leitung gegen Erde bestimmen kann. Ein ähnliches Verfahren ist von Kapp und Coales<sup>1)</sup> angegeben.

### e) Isolationsmessung bei Straßenbahnen.

Durch die Prüfung soll der Übergangswiderstand  $R_1$  zwischen Stromzuleitung (Fahrdrabt  $F$  bei Oberleitung oder dritte Schiene) und Unterstützung (Aufhängedraht oder Sockel), sowie  $R_2$  zwischen dieser und der Fahrschiene ermittelt werden. Bestimmen wir nach Fig. 39 in ähnlicher Weise, wie unter b) angegeben, mit einem Spannungsmesser vom Widerstande  $R_s$  (zirka 200 Ohm/V) die Spannungen  $E$ ,  $E_1$ ,  $E_2$ , so gelten folgende Gleichungen:

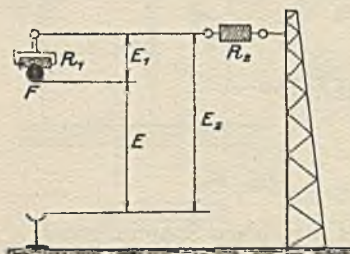


Fig. 39.

$$E_1 = E - J_1 \cdot R_2 \quad J_1 = \frac{E}{\frac{R_1 \cdot R_s}{R_1 + R_s} + R_2}$$

$$E_2 = E - J_2 \cdot R_1 \quad J_2 = \frac{E}{\frac{R_2 \cdot R_s}{R_1 + R_s} + R_1}$$

woraus folgt:

$$R_1 = R_s \cdot \left( \frac{E - E_1}{E_2} - 1 \right)$$

und

$$R_2 = R_s \cdot \left( \frac{E - E_2}{E_1} - 1 \right).$$

Andere Methoden sind von Porter<sup>2)</sup>, Kallmann<sup>3)</sup>, Feldmann<sup>4)</sup>, Stobrawa<sup>5)</sup>, Mörk<sup>6)</sup>, Pillier<sup>7)</sup> angegeben worden. Zur Prüfung der Fahrdrabtisolation ist von Everett, Edgumbe & Co. ein Apparat<sup>8)</sup> gebaut, der Messungen während der Fahrt auszuführen gestattet.

<sup>1)</sup> El. Eng. 14, Mai 1909.      <sup>2)</sup> El. World 1897, S. 61.

<sup>3)</sup> ETZ. 1893, S. 156, 545.      <sup>4)</sup> ETZ. 1898, S. 80.

<sup>5)</sup> ETZ. 1898, S. 287.      <sup>6)</sup> ETZ. 1905, S. 6 u. 82 (Erwiderung).

<sup>7)</sup> Ind. El. 25. März 1904; ETZ. 1904, S. 481.

<sup>8)</sup> El. Revue, London, 13. Juli 1906.



f) Isolationsmessung an Akkumulatoren.

Man verbindet zuerst nacheinander jeden Pol der Batterie über eine Sicherung für kleine Ströme möglichst widerstandsfrei mit der Erde. Brennt die Sicherung durch, so ist ein den Betrieb störender Isolationsfehler vorhanden. Ist das jedoch nicht der Fall, dann legt man nach Liebenow<sup>1)</sup> einen Strommesser von kleinem Widerstand zwischen den einen Pol und Erde und mißt den Strom  $J_1$ . In derselben Weise bestimmt man  $J_2$  für den anderen Pol und Erde. Dann enthält  $J_1$  bzw.  $J_2$  alle Teilströme, die bei  $n$  Zellen von der Spannung  $e$  einer Zelle nach der Erde übertreten. Somit gilt bei Vernachlässigung des Spannungsverlustes im Strommesser:

$$J_1 = \frac{e}{R_1} + \frac{2e}{R_2} + \dots + \frac{(n-2) \cdot e}{R_{n-2}} + \frac{(n-1) \cdot e}{R_{n-1}} + \frac{n \cdot e}{R_n}$$

$$J_2 = \frac{n \cdot e}{R_0} + \frac{(n-1) \cdot e}{R_1} + \frac{(n-2) \cdot e}{R_2} + \dots + \frac{2e}{R_{n-2}} + \frac{e}{R_{n-1}}$$

$$J_1 + J_2 = n \cdot e \cdot \left( \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_{n-2}} + \frac{1}{R_{n-1}} + \frac{1}{R_n} \right)$$

oder:  $J_1 + J_2 = E \cdot \frac{1}{R}$ , woraus der gesamte Isolationswiderstand  $R$  gegen Erde sich ergibt zu:

$$R = \frac{E}{J_1 + J_2}.$$

Aus der Akkumulatorspannung  $E$  und dem Meßbereich des Strommessers läßt sich der damit meßbare Grenzwert von  $R$  ermitteln. Zum Schutze des Instrumentes schaltet man einen Widerstand  $\rho$  vor, der allmählich kurzgeschlossen wird.

Bei größeren Werten von  $R$  ist für die kleinen Ströme  $J_1$  und  $J_2$  ein Strommesser von größerem Widerstand erforderlich. Übersteigt sein Spannungsverlust entweder infolge eigenen oder vorgeschalteten Widerstandes  $\rho$  etwa 0,5% von  $E$ , so legt man in derselben Weise, wie unter d) (Fig. 38) angegeben, eine Hilfsbatterie  $E_h$  mit dem Strommesser  $J$  (Fig. 40) hinter-

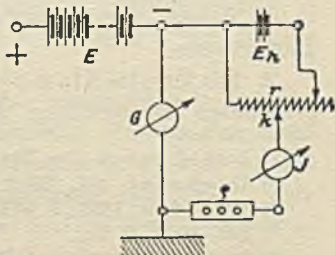


Fig. 40.

<sup>1)</sup> ETZ. 1899, S. 360.

einandergeschaltet und einem Galvanometer  $G$  dazu parallel zwischen den betreffenden Pol und Erde an.

Durch Verschiebung von  $k$  oder Änderung von  $r$  kann man erreichen, daß das Galvanometer stromlos wird, wodurch die Bedingung erfüllt ist, daß der angeschlossene Pol (—) das Erdpotential besitzt. Benutzt man an Stelle von  $G$  einen Schalter, so muß beim Öffnen und Schließen der Strommesser denselben Wert anzeigen. Hat man auf diese Weise an beiden Polen die Ströme  $J_1$  und  $J_2$  gemessen, so ist wieder:

$$R = \frac{E}{J_1 + J_2}.$$

## 19. Isolationswiderstand von Fernsprechkabeln.

Hierbei muß der dielektrische Widerstand des Kabels mit Strömen hoher Frequenz gemessen werden, da er bei Gleichstrom infolge des Fehlens der vom Wechselfeld hervorgerufenen Verluste viel zu klein ausfällt. Als Hochfrequenzstromquellen kommen folgende in Betracht:

1. Die Hochfrequenzmaschinen:

a) Bauart von v. Kries<sup>1)</sup> in der neuesten Form von Siemens & Halske<sup>2)</sup> mit Verbesserungen von Ad. Franke<sup>3)</sup>, Max Wien<sup>4)</sup> und Dolezalek<sup>5)</sup>. Die höchste Frequenz beträgt 10 000 Per/sec. Die Ströme besitzen nahezu reine Sinusform.

b) Bauart von Duddel<sup>6)</sup>. Sie liefert Ströme bis 120 000 Per/sec. Bei 100 000 Per/sec ist die Stromstärke 0,1 A bei 2 V Spannung.

c) Bauart von Fessenden<sup>7)</sup>. Sie liefert  $10^5 \div 4 \cdot 10^5$  Per/sec.

d) Bauart von Hartmann-Kempf<sup>8)</sup>. Sie liefert etwa 2500 Per/sec.

2. Die Poulsenlampe<sup>9)</sup>. Sie beruht auf der von Duddel<sup>10)</sup> gemachten Beobachtung, daß in einem mit Selbstinduktion und

1) Verh. d. naturf. Ges. Freiburg 1882, S. 2.

2) Druckschrift 105, März 1906.    3) ETZ. 1891, S. 447.

4) Wied. Ann. 1898, S. 871; Ann. d. Ph. 1901, S. 426.

5) ZfI. 1903, S. 240.

6) Phil. Mag. 1905, S. 299/309; Ann. d. El. 1906, S. 595; ZfI. 1906, S. 131 (Ref.).

7) ETZ. 1909, S. 1003; 1911, S. 1078; 1912, S. 660.

8) Phys. Z. 1910, Nr. 25.    9) ETZ. 1906, S. 1040.

10) El. 1900, S. 269, 310.



Kapazität versehenen Nebenschluß zu einer Gleichstrombogenlampe Ströme hoher Frequenz entsprechend der Resonanzbedingung  $\mathcal{C} \cdot C \cdot \omega^2 = 1$  entstehen. Man erhält Schwingungen bis 40 000 Per/sec, wenn der Lichtbogen in Luft brennt, dagegen in einer abkühlenden Atmosphäre von Wasserstoff oder Leuchtgas bis zu  $10^6$  Per/sec.

Für die Untersuchung des Kabels macht man nach Béla Gati<sup>1)</sup> folgende Schaltung (Fig. 41).

Die Hochfrequenzmaschine *HM* kann über den in einem Zweige der Wheatstoneschen Brücke gelegenen Barretter *B* durch den Umschalter *U* das Telephonkabel *TK* bzw. den induktionsfreien Widerstand  $R_n$  angeschlossen werden. *D* sind Drosselpulen als Schutz gegen die Hochfrequenzströme, der Widerstand  $r$  dient zum Einstellen einer passenden Ablenkung. Der Barretter *B* ist ein feiner Platindraht von 0,002 mm Dicke. Wegen der geringen Masse ändert sich sein Widerstand bei verschiedenen Strömen sehr stark. Der Barretter kann mit bekannten, durch Elektrodynamometer gemessenen Hochfrequenzströmen geeicht werden. Oder man bestimmt die Widerstandsänderung durch den Widerstand  $r$  und kann die Eichkurve  $f(J, r)$  als Abhängigkeit des Barretterstromes  $J$  von dem Widerstande  $r$  darstellen.

Bei der Kabelmessung ist jedoch eine vorhergehende Eichung nicht notwendig. Man legt den Umschalter *U* nach den Kontakten 1, stellt im Kondensator die Kapazität  $C_1$  ein, so daß infolge Resonanzwirkung das Galvanometer die größte Ablenkung  $\alpha_1$  zeigt. Dann wird *U* geöffnet und bei der Kapazität  $C_2$  wieder Resonanz eingestellt, wobei die Ablenkung  $\alpha_2$  auftritt. Nun legt man *U* nach den Kontakten 2 und ändert  $R_n$  so lange,

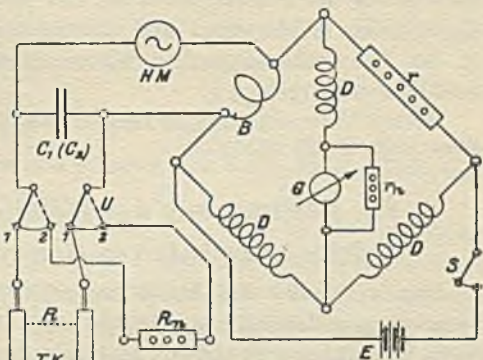


Fig. 41.

<sup>1)</sup> El. u. M. Wien. 1908, S. 263.



bis  $\alpha_2$  auf  $\alpha_1$  heruntergeht. Dann ist  $R_n = R$  der dielektrische oder Isolationswiderstand des Kabels.

Für die Kapazitätsmessung von Unterseekabeln eignet sich die von Devaux-Charbonnel<sup>1)</sup> angegebene Methode. Wie man ferner die Fehlerquellen bei der Messung der dielektrischen Konstanten (Widerstand und Kapazität) von Fernsprechkabeln in der Wechselstrommeßbrücke vermeidet, ist von Wagner<sup>2)</sup> ausführlich dargelegt.

Weitere Untersuchungen an Telephonkabeln sind angegeben in E. u. M. Wien 1908, S. 413 (Ref.).

## 20. Bestimmung des Isolationsfehlerorts.

### a) Schleifenmethode von Murray (Nullmethode).

Man verbindet das Ende der fehlerhaften Leitung mit der meistens parallellaufenden Rückleitung oder bei Kabeln mit dem darin enthaltenen Prüfdraht und legt die beiden anderen Enden mit zwei bekannten Widerständen  $a$  und  $b$  zu einer Wheatstoneschen Brückenschaltung zusammen nach beistehendem Schema (Fig. 42).

Mit den Brückenpunkten 1 und 2 verbindet man über einen Stromschlüssel  $S$  die Stromquelle  $E$ , während Punkt 3 zu der

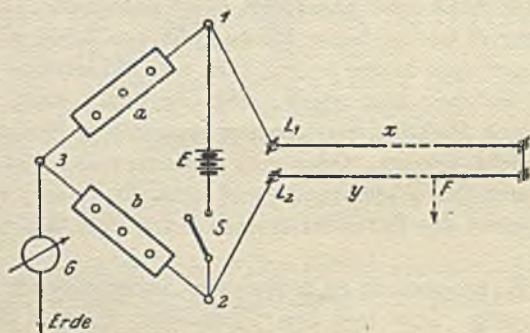


Fig. 42.

einen Klemme des Galvanometers  $G$  geführt wird, dessen andere an Erde gelegt ist. Sollte sich infolge einer an der Fehlerquelle etwa auftretenden EMK keine bestimmte Nulllage ergeben, so

<sup>1)</sup> Rev. el. 30. 5. 1906; Journ. telegr. 1908, S. 73; ETZ. 1908, S. 655.

<sup>2)</sup> ETZ. 1911, S. 1001; 1912, S. 635.

vertauscht man zweckmäßig Batterie und Galvanometer miteinander. Befindet sich nun bei  $F$  der Fehler, und wird der Widerstand der beiden Leitungen durch denselben im Verhältnis  $\frac{x}{y}$  geteilt, so ist bei Stromlosigkeit des Galvanometers  $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$ . Mißt man noch den Gesamtwiderstand  $x + y = c$ , so kann man  $x$  und  $y$  daraus berechnen, wofür sich ergibt:

$$x = \frac{a}{a+b} \cdot c \quad y = \frac{b}{a+b} \cdot c.$$

Aus den Widerständen  $x$  und  $y$  lassen sich dann die Entfernungen des Fehlers leicht berechnen.

Dabei sind jedoch die Zuleitungen  $1 \div L_1$  und  $2 \div L_2$  möglichst kurz oder von sehr geringem Widerstand zu wählen, andernfalls eine Korrektion an dem gemessenen Wert in der Weise vorzunehmen ist, daß man den Widerstand der Zuleitungen allein ermittelt und von den gemessenen Werten für  $x$  und  $y$  abzieht.

Will man sich vom großen Einfluß des auch von der Temperatur abhängigen Widerstandes der Zuleitungsdrähte frei machen, so legt man das Element an Stelle von  $G$  und das Galvanometer direkt an die Kabelenden  $L_1$  und  $L_2$ . Dann sind die Widerstände  $1 \div L_1$  und  $2 \div L_2$  bei den Widerständen  $a, b$  zu berücksichtigen. Zweckmäßig ist es, eine zweite Messung mit vertauschten Kabelenden vorzunehmen und aus beiden Messungen den Mittelwert zu bilden.

Direkt zeigende Instrumente liefert Jul. Stephenson, Hamburg<sup>1)</sup> und Land- und Seekabelwerke A.-G., Cöln-Nippes<sup>2)</sup>.

Für mehradrige Fernsprechkabel hat Giersing<sup>3)</sup> eine einfache Methode angegeben.

### b) Methode von Varley.

Sie ist insofern eine Modifikation der vorhergehenden, als in den Zweig  $2 \div L_2$  noch ein bekannter Widerstand  $d$  aufgenommen wird. Man macht dann zwei Messungen:

1. Bestimmung von

$$\frac{x}{y+d} = \frac{a}{b}.$$

2. Messung des Widerstandes der Schleife  $x + y$ , indem man

<sup>1)</sup> ETZ. 1911, S. 777. <sup>2)</sup> ETZ. 1912, S. 991. <sup>3)</sup> ETZ. 1912, S. 180.



das Galvanometer bzw. Element zwischen die Punkte 3 ÷  $L_2$  legt, wobei sich ergibt

$$x + y = \frac{a_1}{b_1} \cdot d,$$

Aus beiden Messungen folgt:

$$y = \frac{a_1 \cdot b - a \cdot b_1}{(a + b) \cdot b_1} \cdot d.$$

### c) Methode des Spannungsabfalls.

Man schaltet hierbei einen bekannten Widerstand  $R_1$  (Stück unversehrten Kabels) vor das zu prüfende Kabel, legt an diesen den einen Pol der Meßbatterie von konstanter Spannung und erdet den anderen Pol; dann fließt ein Strom von bekanntem Widerstand über das Kabel zur Fehlerquelle nach der Erde. Mißt man nun mit einem Spannungsmesser von hohem Widerstand oder Galvanometer mit proportionaler Skala die Potentialdifferenzen  $E_1$  am bekannten Widerstand  $R_1$  und  $E$  zwischen Anfang und Ende des Kabels, so gilt, da das Kabel hinter der Fehlerstelle nur den kleinen Strom des Spannungsmessers führt,

$$\frac{R}{R_1} = \frac{E}{E_1}$$

oder

$$R = \frac{E}{E_1} \cdot R_1,$$

worin  $R$  der Widerstand des Kabels bis zur Fehlerquelle ist.

Eine Schwierigkeit bei der Messung besteht darin, daß der Strom während des Versuchs konstant gehalten werden muß, was infolge des ständig wechselnden Fehlerwiderstandes nur schwer zu erreichen ist. Man macht daher mehrere Ablesungen hintereinander, bis sich beim Umschalten keine Schwankungen der Angaben zeigen.

Durch Anwendung eines Differentialspannungsmessers ließe sich diese Messung als Nullmethode ausführen.

Sind keine Rückleitungen, Prüfdrähte oder dgl. vorhanden, dann mißt man die Potentialdifferenz  $E_1$  an  $R_1$ , ferner  $E_2$  zwischen Anfang des Kabels und Erde, und außerdem  $E_3$  zwischen Ende des Kabels und Erde, dann bestehen die Beziehungen

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{R_1}{R + F} \quad \text{und} \quad \frac{E_1}{E_3} = \frac{R_1}{F},$$



wo  $F$  den Fehler-Übergangs-Widerstand zwischen Fehlerort und Erde bedeutet.

Daraus folgt:

$$R = \frac{E_2 - E_3}{E_1} \cdot R_1.$$

Zur Kontrolle der Konstanz des Meßstromes schaltet man zweckmäßig zwischen Batterie und unbekanntem Widerstand  $R_1$  einen Regulierwiderstand mit empfindlichem Strommesser ein.

Ein nach dieser Methode arbeitendes Spezialinstrument fertigt die Firma „Nadir“, Berlin <sup>1)</sup>.

Im allgemeinen zeigen die Schleifen- oder Nullmethoden eine größere Einfachheit und erleiden keine Fehler durch Polarisationsspannungen, die sich bei der Spannungsabfallmethode störend bemerkbar machen <sup>2)</sup>.

Über einige besondere Fälle von Fehlerortsbestimmungen sind von Simons <sup>3)</sup> ausführliche Angaben gemacht worden, u. a. auch bei Durchschlägen von Mehrphasenkabeln, für deren Ermittlung Ehrens <sup>4)</sup> eine einfache Methode entwickelt hat.

Ein einfaches praktisches Verfahren zur Auffindung von Kabelfehlern ist ferner von Wurmbach <sup>5)</sup> angegeben.

## 21. Isolationsprüfung von Wechselstromanlagen.

Einen besonderen Uebelstand bei Wechselstrommessungen bildet der auch bei fester Isolation infolge der Kapazität der Leitungen auftretende Ladungsstrom. Ist die Klemmenspannung  $E$  Volt bei  $\nu$  Per/sec und die Gesamtkapazität des Leitungsnetzes gegen Erde  $C$  Mikrofarad, dann wird der Ladungsstrom

$$J_c = 2\pi \cdot \nu \cdot C \cdot E \cdot 10^{-6} \text{ Amp.}$$

Der Einfluß der Kapazität läßt sich schwer beseitigen, da  $C$  bei mäßiger Isolation nicht leicht einwandfrei zu messen ist. Bei Anlagen mit großem Isolationswiderstand und geringer Kapazität, wo der Ladestrom ohne Einfluß bleiben würde, z. B. bei größeren Hausanschlüssen, zeigen die gebräuchlichen Meßinstrumente für Wechselstrom den kleinen Erdstrom nicht an.

<sup>1)</sup> ETZ. 1913, S. 972.

<sup>2)</sup> ETZ. 1914, S. 51, 282.

<sup>3)</sup> ETZ. 1914, S. 708.

<sup>4)</sup> ETZ. 1916, S. 557.

<sup>5)</sup> ETZ. 1919, S. 211.

Dieser Übelstand ist bei dem von der Allgemeinen Elektrizitäts-Gesellschaft, Berlin gebauten Isolationsmesser für Wechselstrom<sup>1)</sup> dadurch beseitigt, daß der feststehenden Spule der starke Erregerstrom  $J$  durch Transformation zugeführt wird, wie in dem Schema des Apparates (Fig. 43) angegeben.

Der Apparat enthält einen kleinen Meßtransformator  $T$ , dessen primäre Spule  $I$  an die Klemmen des Netzes gelegt wird. Nach

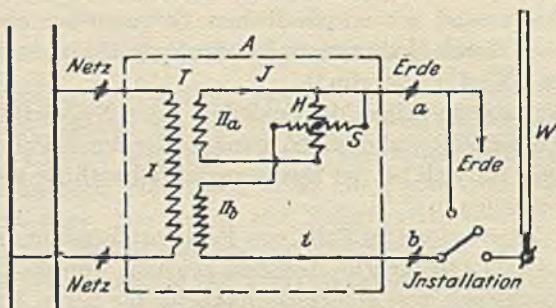


Fig. 43.

Anlegen der Klemme  $b$  an die Installation zeigt das Instrument den Widerstand direkt an.

Mit Hilfe eines statischen und stromverbrauchenden (dynamischen) Spannungsmessers bestimmt Dina<sup>2)</sup> durch die Spannungen der Pole gegen Erde den Nullpunkt der Anlage zur Konstruktion eines Diagramms, mit dessen Hilfe sich neben den Isolationswiderständen auch die Kapazitäten der Leitungen ermitteln lassen.

Eine andere Methode zur Bestimmung von Isolationsfehlern für Wechselstromanlagen ist von Dietze<sup>3)</sup> angegeben und hat zur Konstruktion des sogenannten Anlegers geführt, welcher von der Firma Hartmann & Braun angefertigt wird.

Will man für die Isolationsmessung nicht den Wechselstrom des Netzes benutzen, so kann man während des Betriebes mittels Gleichstroms und Meßinstrumenten, die vom Wechselstrom nicht beeinflußt werden, die Messung in der Weise vornehmen, wie es in Nr. 15 angegeben ist.

<sup>1)</sup> ETZ. 1899, S. 410.

<sup>2)</sup> ETZ. 1912, S. 513.

<sup>3)</sup> ETZ. 1902, S. 843; 1911, S. 35; 1916, S. 235.



Bei Hochspannungsanlagen ist es wegen der Lebensgefahr und der großen Ladeströme schwierig, Isolationsmessungen während des Betriebes auszuführen. Man kontrolliert daher nur den Isolationszustand, indem man täglich, am besten mit statischem Spannungsmesser, das Potential der einzelnen Leiter gegen Erde bestimmt. Bleiben die Potentiale gleich, so ist der Isolationszustand unverändert geblieben. Ist dagegen in einem Leiter das Potential gesunken, im anderen gestiegen, so kann man auf einen Fehler im ersteren schließen.

Bei Spannungen über 10 000 Volt erhält man einen statischen Erdschlußprüfer, indem man zwischen jeden Pol und Erde einen Kondensator (Hänge-Isolator der betreffenden Anlage) mit einer dahinter geschalteten statischen Glühlampe (Geißlersche Röhre) anschließt.

## 22. Ermittlung des Temperaturkoeffizienten.

Da der Widerstand eines Leiters im allgemeinen von der Temperatur abhängig ist, so gehört zu seinem Wert auch die Angabe des Temperaturkoeffizienten  $\alpha$ . Entsprechend der Beziehung

$$\alpha = \frac{R_2 - R_1}{R_1 \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)}$$

wird er definiert als Widerstandsänderung ( $R_2 - R_1$ ) für 1 Ohm des ursprünglichen Widerstandes ( $R_1$  bei  $\vartheta_1^\circ\text{C}$ ) und  $1^\circ\text{C}$  Temperaturänderung ( $\vartheta_2 - \vartheta_1$ ).

Daraus ergibt sich:

$$R_2 = R_1 \cdot [1 + \alpha \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)]$$

als Widerstand bei der Endtemperatur  $\vartheta_2$ .

Um  $\alpha$  zu bestimmen, hat man daher nur nötig, den Widerstand  $R_1$  bei einer Temperatur  $\vartheta_1^\circ\text{C}$  und  $R_2$  bei  $\vartheta_2^\circ\text{C}$  zu messen.

Bei Metallen wählt man  $\vartheta_1$  als Zimmertemperatur, während die Temperatur  $\vartheta_2$  durch Erwärmung in einem elektrisch geheizten Ölbad erhalten wird. Diese Messung führt man möglichst für verschiedene Temperaturen bis etwa  $100^\circ\text{C}$  aus, stellt die Widerstände  $R_2$  als Funktion von  $\vartheta_2$  graphisch dar, berechnet aus einigen Punkten der ausgeglichenen Kurve  $f(R_2, \vartheta_2)$  die Werte von  $\alpha$  und bildet daraus den Mittelwert für das betreffende Temperaturintervall  $\vartheta_1 \div \vartheta_2$ .



## 23. Vergleichung von EMKEn durch Kompensation (Du Bois-Reymond).

Nach der Schaltung Fig. 44 verwendet man hierbei eine konstante Hilfsstromquelle  $E$ , welche den Strom  $J$  zur Erzeugung der Kompensationsspannung liefern soll. Die beiden miteinander zu vergleichenden EMKEn  $E_1$  und  $E_2$  werden nacheinander mit  $E$  verglichen.

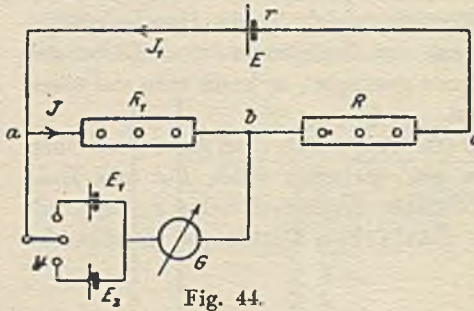


Fig. 44.

Sind  $R_1$  und  $R_1'$  die eingeschalteten Widerstände im Zweige  $ab$  und  $R$  bzw.  $R'$  in  $bc$ , so bestehen die Gleichungen:

$$\text{I. } \frac{E}{E_1} = \frac{R_1 + R + r}{R_1} \qquad \text{II. } \frac{E}{E_2} = \frac{R_1' + R' + r}{R_1'}$$

Daraus folgt 
$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{R_1' + R' + r}{R_1 + R + r} \cdot \frac{R_1}{R_1'}$$

Lassen wir den Widerstand  $R_1 + R = R_1' + R'$  konstant, so bleibt

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{R_1}{R_1'}$$

Diese Schaltung bildet die Grundlage der in der Technik gebräuchlichen Kompensationsapparate.

## 24. Messungen mit dem Kompensationsapparat.

### a. Gleichstrom.

Die ersten praktisch brauchbaren Apparate dieser Art sind von K. Feußner<sup>1)</sup> angegeben worden. Nach Vornahme einiger Verbesserungen hat sich dann eine Form ergeben, wie sie von O. Wolff, Berlin W., nach Fig. 45 für Spannungen bis 600 Volt gebaut wird.

Um nun die Wirkungsweise des Apparates kennen zu lernen, wollen wir die einfachere Skizze (Fig. 46) benutzen. Sollen Span-

<sup>1)</sup> ZfH. 1890, S. 113; ETZ. 1911, S. 187.





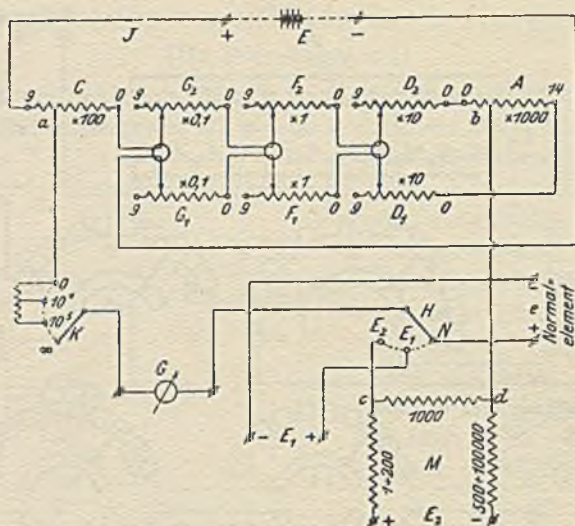


Fig. 46.

$$1. \quad E_1 = J \cdot R_1 \qquad 2. \quad E = J \cdot R_0 \qquad 3. \quad e = J \cdot R_2.$$

Aus 1 und 2 folgt

$$4. \quad \frac{E_1}{E} = \frac{R_1}{R_0}.$$

aus 2 und 3 folgt

$$5. \quad \frac{e}{E} = \frac{R_2}{R_0}.$$

Durch Division der Gleichung 4 und 5 erhält man

$$\frac{E_1}{e} = \frac{R_1}{R_2} \quad \text{oder} \quad E_1 = \frac{R_1}{R_2} \cdot e.$$

Ist die zu messende EMK größer als 1,5 Volt =  $E_2$ , so wird sie an den Widerstand  $M$  gelegt. Wird zur Beseitigung der Ablenkung im Galvanometer ein Widerstand  $R_3$  zwischen  $a \div b$  und  $R_1$  (einschließlich 1000 Ohm zwischen  $c \div d$ ) in  $M$  eingeschaltet, so besteht in den Punkten  $c \div d$  eine zu kompensierende Spannung

$$E_2' = E_2 \cdot \frac{1000}{R_4}.$$

Es ist also in den früheren Formeln  $E_2'$  statt  $E_1$  und  $R_3$  statt  $R_1$  zu setzen, woraus sich ergibt:

$$E_2' = E_2 \cdot \frac{1000}{R_4} = \frac{R_3}{R_2} \cdot e \quad \text{oder} \quad E_2 = \frac{R_2}{R_3} \cdot \frac{R_4}{1000} \cdot e.$$



Von einer neueren Ausführungsform<sup>1)</sup> zeigt Fig. 47 das Schaltungsschema. Der Apparat besitzt zwei Verzweigungswiderstände

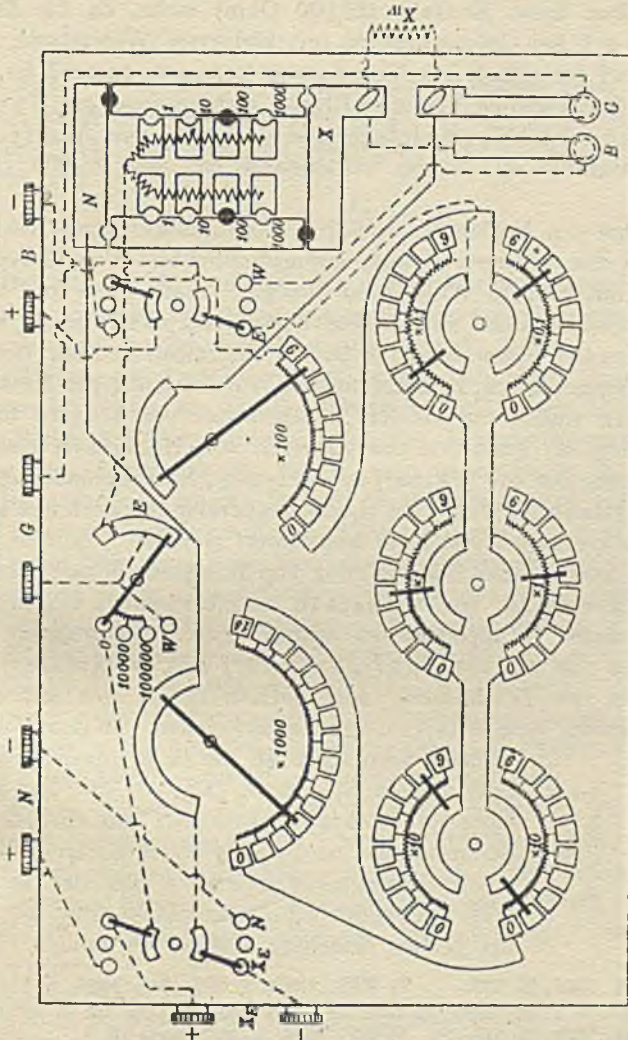


Fig. 47.

$2 \times 1; 10; 100; 1000$  Ohm, welche leicht miteinander durch Umstecken zweier Stöpsel vertauscht werden können. Dadurch ist

<sup>1)</sup> ZfI. 1903, S. 301; ETZ. 1911, S. 215.

es möglich, den Kompensator gleichzeitig als Wheatstonesche Brücke zu benutzen. Außerdem enthält der Galvanometer-Umschalter einen Kontakt (10 000 Ohm) mehr, da die Stufe  $100\,000 \div 0$  bei Galvanometern mit kleinerem Widerstand, wie sie hierbei vorteilhaft zur Verwendung kommen, zu groß ist.

Zur Vergleichung kleiner EMKe, insbesondere zur Untersuchung von Normalelementen, wurde von Wolff ein Kompensator<sup>1)</sup> mit einem Widerstand von nur 15 000 Ohm gebaut.

Infolge des Vorhandenseins von thermoelektrischen Kräften und bei der geringen Spannungsempfindlichkeit von Galvanometern mit großem Widerstand genügen jedoch diese und ähnliche Konstruktionen mit großem Widerstand nicht für die Messung kleiner Spannungen, z. B. bei Thermoelementen, Widerstandsthermometern, Bestimmung der Wärmeleitung von Metallen u. dgl. In Anlehnung an den Kompensator von Raps<sup>2)</sup> unter Benutzung der Resultate der Arbeiten von Hausrath<sup>3)</sup> sowie Anwendung der von White<sup>4)</sup> angegebenen „Nebenschlußdekade“ ist von Diesselhorst<sup>5)</sup> ein thermokraftfreier Apparat mit konstantem kleinem Widerstand konstruiert worden.

Eine ausführliche Beschreibung von Kompensationsapparaten nebst Zubehör ist von Hausrath und Krüger<sup>6)</sup> angegeben. Von anderen Kompensatoren wären noch zu erwähnen die Apparate von Thiermann<sup>7)</sup>, Franke<sup>8)</sup> und Wilshire<sup>9)</sup>.

Außer der Bestimmung von EMKen lassen sich mit dem Kompensator auch Spannungsmesser eichen. Zu dem Zweck

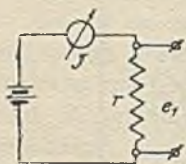


Fig. 48.

schließt man diese an die zu kompensierenden Spannungen  $E_1$  oder  $E_2$  (Fig. 46) an. Zur Messung von Stromstärken oder zum Eichen von Strommessern wird der betreffende Strom durch einen Präzisionswiderstand  $r$  von der in der PTR verwendeten Form geschickt (Fig. 48) und die Enden desselben mit  $E_1$  verbunden. Fin

1) ZfI. 1901, S. 227.      2) ETZ. 1895, S. 507; ZfI. 1895, S. 215.

3) Ann. d. Phys. 1905, S. 735; ZfI. 1905, S. 353 (Ref.).

4) ZfI. 1907, S. 210.      5) ZfI. 1906, S. 297; 1908, S. 1.

6) Helios 1909, S. 429, 437, 445, 453.

7) ETZ. 1895, S. 387; 1901, S. 871.

8) ETZ. 1897, S. 318; 1903, S. 978; 1913, S. 1175.

9) ETZ. 1901, S. 997.



det sich dabei die Potentialdifferenz  $e_1$  an den Enden des Widerstandes  $r$ , so ist der Strom

$$J = \frac{e_1}{r}.$$

Um einen Widerstand  $R$  zu messen, schaltet man ihn mit einem Präzisionswiderstand  $r$  in Reihe an eine geeignete Stromquelle. Mißt man dann die Spannung  $e_1$  an  $r$  und  $E$  an  $R$ , so ergibt sich

$$R = \frac{E}{e_1} \cdot r.$$

Betreffs der Empfindlichkeit dieser Methode gegenüber der Wheatstoneschen Brücke und dem Differentialgalvanometer sind von Jäger<sup>1)</sup> ausführliche Angaben gemacht worden.

Für manche Zwecke, wo es darauf ankommt, Strom- und Spannungsmesser am Gebrauchsorte mit einfachen Mitteln auf ihre Richtigkeit kontrollieren zu können, baut die Europäische Weston-Gesellschaft, Berlin, eine technische Kompensationseinrichtung<sup>2)</sup>, bei der die Angaben eines Spannungs- und Strommessers durch Kompensation mit einem Normalelement und unter Benutzung eines Normalwiderstandes geprüft und durch Veränderung eines magnetischen Nebenschlusses am Instrument auf den richtigen Skalenwert eingestellt werden können. Als EMK des Weston-Normalelements<sup>3)</sup> rechnete man nach den Angaben von Kahle<sup>4)</sup>  $E = 1,0186 - 3,8 \cdot 10^{-5} \cdot (\vartheta - 20) - 6,5 \cdot 10^{-7} \cdot (\vartheta - 20)^2$ , während nach den neuesten Beschlüssen der Internationalen Konferenz in London 1908 als internationaler Wert der EMK  $E = 1,0183$  Volt bei  $20^\circ \text{C}$  angegeben worden ist<sup>5)</sup>.

Neuere Untersuchungen von Jäger<sup>6)</sup>, Smith<sup>7)</sup>, Rosa und Vinal<sup>8)</sup> haben etwas andere Werte (1,01827) ergeben.

Für ein neueres Element, das nach Anlage C der Verhandlungen der Internat. Konferenz in London 1908 hergestellt ist, gilt nach Wolff  $E = 1,0184 - 4,06 \cdot 10^{-5} \cdot (\vartheta - 20) - 9,5 \cdot 10^{-7} \cdot (\vartheta - 20)^2$ .

1) ZfI. 1906, S. 69.

2) El. u. M. Wien. 1907, Heft 39; Druckschrift 104.

3) Ann. d. Phys. 1901, Bd. 5, S. 1—50. 4) ZfI. 1899, S. 229, 297

5) ETZ. 1910, S. 1303. 6) Ann. d. Phys. 1904, S. 726.

7) Phil. Tr. Roy. Soc. London 1908, S. 393, 463.

8) ETZ. 1913, S. 232, 1168; 1914, S. 789.



## b) Wechselstrom.

Zur Messung von Wechselspannungen nach Größe und Phase verwendet man folgende Schaltung (Fig. 49). Man legt die zu messende Spannung  $E_1$  an die Klemmen  $K_1$ , die über einen Widerstandsschalter  $S_1$ , Wechselstromgalvanometer  $G$  mit zwei

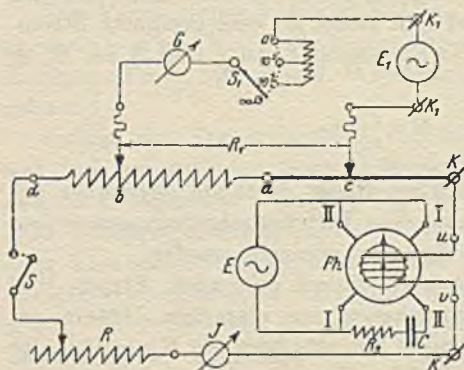


Fig. 49.

Schneiden eines Spannungsteilers  $Ka$ , bestehend aus Schleifdraht  $Ka$  und induktionsfreiem Präzisionswiderstand  $ad$  in Verbindung stehen. Der Spannungsteiler erhält einen nach Größe und Phase veränderlichen Strom über einen Strommesser  $J$  und Regulierwiderstand  $R$  von den Sekundärklemmen  $uv$  eines Phasenreglers  $Ph$ , der von der Hilfsstromquelle  $E$  gespeist wird. Der Phasenregler besitzt eine Zweiphasenwicklung, deren Phase  $II$  über einen induktionsfreien<sup>1)</sup> Widerstand  $R_2$  in Reihe oder parallel zum Kondensator  $C$  den zur Erzeugung eines Drehfeldes erforderlichen phasenverschobenen Strom erhält (sogenannte Kunstphase)<sup>2)</sup>.

Verschiebt man nun die Schneiden  $b$  und  $c$  und stellt die Phase des Stromes  $J$  so ein, daß  $G$  keine Ablenkung zeigt, dann ist

$$E_1 = J \cdot R_1,$$

wo  $R_1$  den Widerstand zwischen den Schneiden bedeutet.

Mit Hilfe einer Schaltung nach Fig. 48 kann man unter Verwendung eines bekannten, induktionsfreien Widerstandes  $r$  auch Stromstärken und weiter auch Leistungen messen, da ja der Phasenwinkel aus der Stellung des Phasenreglers bestimmt ist. Bei kleineren Phasenwinkeln (bis  $1^\circ$ ) verwendet man die Methode von Schering und Alberti<sup>3)</sup> oder die Anordnung von Déguisne<sup>4)</sup>.

<sup>1)</sup> ETZ. 1912, S. 721.

<sup>2)</sup> Linker, Der Einphasenmotor, II. Abschnitt.

<sup>3)</sup> AfE. 1914, S. 263.    <sup>4)</sup> AfE. 1917, S. 303; ETZ. 1919, S. 416.

Eine andere Methode zur Kompensationsmessung von Wechselspannungen hat Larsen<sup>1)</sup> bei der Konstruktion seines komplexen Kompensators benutzt. Entsprechend der komplexen Form einer Wechselspannung, die sich aus einem reellen und einem imaginären oder in der zeichnerischen Darstellung um  $90^\circ$  gegen den reellen Wert verschobenen Teil bestimmen läßt, wird der reelle Anteil durch die Spannung eines induktionsfreien Widerstandes, der imaginäre durch die EMK einer mit ihm hintereinandergeschalteten Spule mit gegenseitiger Induktion kompensiert. In dem besonderen Fall der Hintereinanderschaltung eines verlustfreien Kondensators mit einer Gegeninduktionsspule kann diese Methode auch zur Messung der Periodenzahl eines Wechselstromes dienen.

Beide Arten der Kompensationsmessung sind von Barbagelata und Emanuelli in einer Schrift<sup>2)</sup> des Internationalen Kongresses für angewandte Elektrotechnik, Turin 1911, ausführlich beschrieben und ihre Theorie sowie die der verschiedenen Wechselstromgalvanometer entwickelt. U. a. ist auch ein Kompensator (Potentiometer) angegeben, der nach den Angaben von Drysdale<sup>3)</sup> von Tinsley & Co., London, gebaut ist.

Als Meßapparate kann man im kompensierten Zweig außer dem allgemein benutzten Telephon noch das von Fröhlich<sup>4)</sup> angegebene und von M. Wien<sup>5)</sup> verbesserte optische Telephon anwenden. Hierbei werden durch die magnetischen Wirkungen der Wechselströme elastische Transversalschwingungen einer Membran erzeugt, die durch Spiegel und Lichtstrahl sichtbar gemacht werden. Das Abstimmen des Instruments ist verhältnismäßig umständlich.

Ein bequemerer Instrument ist das Vibrationsgalvanometer von Rubens<sup>6)</sup>. Es besitzt eine Stahlsaite von  $0,1 \div 0,3$  mm Dicke, die in einem vertikalen Rahmen straff gespannt ist. In der Mitte trägt sie das aus 20 übereinander liegenden, ca.  $6 \div 8$  mm langen,  $0,35$  mm dicken Eisendrähten bestehende schwingende System. Zur Magnetisierung der Nadeln dienen zwei Hufeisen-

1) ETZ. 1910, S. 1039.

2) I metodi di opposizione colle correnti alternate usw., Turin, Vincenzo Bona 1912.

3) El. Bd. 75, S. 157; ETZ. 1916, S. 656.

4) ETZ. 1889, S. 65.

5) Wied. Ann., N. F. 1891, S. 593, 681.

6) Wied. Ann. 1895, S. 27; ETZ. 1896, S. 111.



magnete, deren gleichnamige Pole nebeneinander liegen, und die auf ihren Polschuhen aus weichem Eisen die vom Wechselstrom durchflossenen Spulen tragen. Dadurch wird ein gegenüberliegendes Polpaar abwechselnd verstärkt, das andere geschwächt, so daß die Saite und mit ihr ein Spiegel Schwingungen ausführt, deren Amplitude ein Maß für die Stromstärke ist.

Vor dem Gebrauch muß der Apparat zur Erzielung der höchsten Empfindlichkeit auf Resonanz zwischen Eigenschwingung und Frequenz des Wechselstromes durch entsprechende Spannung der Saite eingestellt werden. Dabei zeigt er die vorteilhafte Eigenschaft, nur auf eine Frequenz anzusprechen. Bei nicht sinusförmigem Wechselstrom zeigt er daher die höheren Harmonischen nicht an, sobald er auf die Grundwelle abgestimmt ist. Er eignet sich etwa für 50 bis 500 Per/sec. Für höhere Frequenzen bis ca. 4000 benutzt man die von M. Wien<sup>1)</sup> angegebene Form mit ca. 3 mm langen Nadeln, die in dem Spalt eines aus dünnem Eisendraht hergestellten ringförmigen Elektromagneten hängen. Die Schwingungen werden sichtbar gemacht durch das zu einem breiten Lichtbilde ausgezogene Bild eines hell erleuchteten Spaltes. 1 mm Bildverbreiterung bei 1 m Spaltabstand entspricht etwa einem Strom von  $3 \cdot 10^{-7}$  Amp. bei 500 und  $6 \cdot 10^{-5}$  Amp. bei 4000 Per/sec. Ein Apparat mit Bifilarsystem ist von Campbell<sup>2)</sup> angegeben.

Bei der neuesten Form von Schering und Schmidt<sup>3)</sup> läßt sich die Abstimmung für eine bestimmte Frequenz elektromagnetisch durch Widerstandsänderung vornehmen. Es hat eine Empfindlichkeit von etwa  $10^{-7}$  Amp. für Frequenzen bis 160 Per/sec.

Greinacher<sup>4)</sup> beschreibt ein Vibrations-Elektrometer nach Wulffschem System und seine Verwendung in der Wechselstrombrücke, während Curtis<sup>5)</sup> dafür das Prinzip des Quadrantenelektrometers zugrunde legt. Schließlich eignen sich auch die Oszillographen [von Blondel, Duddel<sup>6)</sup>, Siemens & Halske<sup>7)</sup>] mit Nadel- oder Bifilarsystem zur Messung, solange dieses nicht durch Öl gedämpft und seine Eigenfrequenz gleich der des verwendeten Wechselstromes ist.

1) Ann. d. Ph. 1901, S. 439.      2) Phil. Mag. 1907, S. 494.

3) ZfI. 1918, S. 1; ETZ. 1918, S. 410.

4) ETZ. 1913, S. 1485; AfE. 1913, Heft 11.

5) Bull. Bur. Stand. Bd. 11, S. 535; ETZ. 1916, S. 460.

6) El. 1897, Bd. 39, S. 636.      7) Druckschrift Nr. 126.

## 25. Messungen mit dem Elektrometer.

Von den verschiedenen Konstruktionen eignen sich für technische Messungen am besten die **Quadrantenelektrometer** nach Thomson, Hallwachs oder Schultze<sup>1)</sup>. Das Quadrantenelektrometer besitzt vier gegeneinander sorgfältig isolierte Teile: Vier Quadranten einer durch zwei zueinander senkrechte Schnitte geteilten flachen, zylindrischen Metallbüchse, eine darin frei bewegliche, biskuitförmige Nadel und ein das ganze System gegen äußere elektrostatische Einflüsse abschließendes Gehäuse. Je zwei diametral gegenüberliegende Quadranten sind leitend miteinander verbunden und wie die Nadel und das Gehäuse mit Zuleitungsklemmen versehen.

Schematisch soll das Instrument durch das Zeichen Fig. 50 dargestellt werden. Die von seiten der Quadranten auf die Nadel ausgeübte Kraftwirkung wird durch die Direktionskraft einer bifilaren Aufhängung oder durch die Torsion eines dünnen Metallfadens (Wollastondraht)<sup>2)</sup> kompensiert. Zugunsten der Empfindlichkeit sind die Messungen jedoch keine absoluten, da mit der Drehung der Nadel die Konstante des Instruments sich ändert. Es muß demnach durch eine vergleichende Messung mit einem Normalelement die Eichkurve des Elektrometers bestimmt werden.



Fig. 50.

Nach Maxwell läßt sich die Ablenkung  $\alpha$  (gemessen in Skalenteilen) in Abhängigkeit von den Potentialen  $E_1$  und  $E_2$  der beiden Quadranten und  $N$  der Nadel durch die Gleichung

$$\alpha = c \cdot (E_1 - E_2) \cdot \left( N - \frac{E_1 + E_2}{2} \right)$$

darstellen. Hierin ist allerdings der Einfluß der Kontaktpotentiale des Instruments nicht berücksichtigt. Nach Hallwachs<sup>3)</sup> kann man die hierdurch entstehenden Fehler auf das geringste Maß beschränken, wenn man folgende Bedingung einhält: Die Nadel muß symmetrisch zu beiden Quadranten stehen. Zur Prüfung leitet man beide Quadrantenpaare nach der Erde ab, ladet die Nadel auf ein beliebiges passendes Potential und stellt durch

<sup>1)</sup> ZfI. 1907, S. 65.    <sup>2)</sup> ZfI. 1906, S. 123.    <sup>3)</sup> Wied. Ann. 1886, S. 1.



Veränderung der Höhenlage der Nadel auf die kleinste Ablenkung ein. Nun dreht man den Torsionsknopf der Nadelaufhängung so weit, daß beim Kommutieren des Nadelpotentials entgegengesetzt gleiche Ablenkungen auftreten. Vor dem Beginn der Messung soll außerdem das Instrument längere Zeit elektrisiert stehen bleiben, damit sich die Ladung auch auf die isolierenden Stützen verteilt; andernfalls ist es schwer, eine konstante Nulllage zu erhalten.

Nach neueren Untersuchungen von Orlich<sup>1)</sup>, in denen der Einfluß der Kontaktpotentiale berücksichtigt ist, läßt sich die allgemeine Elektrometergleichung in der Form

$$\begin{aligned} D \cdot \alpha = & a_0 \cdot N^2 & + a_1 \cdot E_1^2 & + a_2 \cdot E_2^2 \\ & + b_0 \cdot E_1 \cdot E_2 & + b_1 \cdot N \cdot E_1 & + b_2 \cdot N \cdot E_2 \\ & + c_0 \cdot N & + c_1 \cdot E_1 & + c_2 \cdot E_2 \end{aligned}$$

darstellen.

Hierin sind  $N$ ,  $E_1$ ,  $E_2$  die Potentiale der Nadel und Quadranten gegen das Gehäuse,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  Konstanten, die nach Orlich (a. a. O.) experimentell bestimmbar sind und der Bedingung genügen:

$$a_1 - a_2 = -b_1 = b_2, \quad c_1 = -c_2;$$

während

$$D = 1 + u \cdot (N - E_1) \cdot (N - E_2) + v \cdot (E_1 - E_2)^2$$

die Direktionskraft des Systems darstellt. Nach Angaben von Schultze<sup>2)</sup> ist es durch eine entsprechende Justierung möglich,  $u$  und auch  $v$  zu Null zu machen. Die Bedingung von Hallwachs braucht jedoch nicht notwendigerweise erfüllt zu sein, wenn man vier Ablesungen mit kommutierten Nadel- und Quadrantenpotentialen macht.

Bei der Messung sich stetig ändernder Spannungen, z. B. bei der Ermittlung von Sättigungsströmen der neueren Strahlungsforschungen, kann man nicht kommutieren, müßte daher mit einer nicht proportionalen Skala arbeiten. Ferner werden die Ablenkungen bei niedrigen Ladespannungen ( $N$ ) der Nadel infolge der großen Unsymmetrie praktisch unbrauchbar. Die Empfindlichkeit eines Instruments läßt sich aber nicht durch Veränderung der Ladespannung in weiteren Grenzen verändern, sondern nur durch Einziehen anderer Aufhängefäden.

<sup>1)</sup> ZfI. 1903, S. 97.

<sup>2)</sup> ZfI. 1906, S. 147; 1907, S. 72; 1908, S. 144 (PTR).

Diese Nachteile werden vermieden bei dem zuerst von M. Curie<sup>1)</sup> angegebenen Elektrometer mit zweiteiliger Nadel und zwei Quadranten, dem sog. Binantenelektrometer (Fig. 51): Um aber bei höheren Ladungen  $N$  ein seitliches Anpendeln der Nadel an die Quadranten zu vermeiden, sind Nadel und Quadranten zur Vergrößerung der Festigkeit als flache kon-

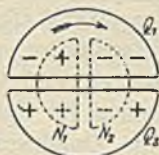


Fig. 51.

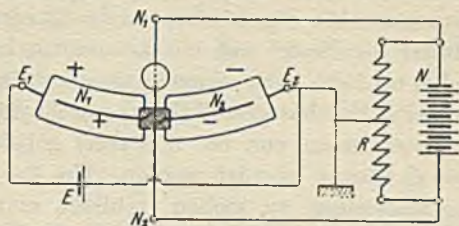


Fig. 52.

zentrische Kugelschalen ausgebildet. Die am meisten gebrauchte Schaltung (Quadrantenschaltung) zeigt Fig. 52. Dafür ist nun, ohne Kommutation Proportionalität nach der Gleichung:

$$\alpha = c \cdot (N_1 - N_2) \cdot (E_1 - E_2).$$

Wird durch Erdung der Mitte der Nadel-Ladestromquelle  $N_2 = -N_1 = \frac{N}{2}$  gemacht und ist  $E = E_1 - E_2$  die zu messende Spannung, dann erhält man

$$\alpha = c \cdot N \cdot E.$$

Läßt sich die Ladestromquelle nicht teilen, so legt man einen Widerstand  $R$  (etwa  $10^5 \div 10^7$  Ohm) dazu parallel und erdet seine Mitte.

Die Kontaktkraft ist beseitigt durch Herstellung von Nadel und Quadranten aus dem gleichen Aluminiumstück. Die Empfindlichkeit ist bei gleicher Kapazität der Instrumente für Nadel Ladungen über 200 Volt größer als beim gewöhnlichen Elektrometer. Das Instrument läßt sich auch für Zeigerablesung von einigen Millivolt bis 100 Volt gebrauchen, da Proportionalität bei niedrigen Nadelpotentialen vorhanden ist. Der Meßbereich liegt also innerhalb fünf Zehnerpotenzen. Das Instrument wird von G. Bartels, Göttingen, nach Angaben von Dolezalek<sup>2)</sup> angefertigt.

<sup>1)</sup> Lum. el. 1886, S. 148.

<sup>2)</sup> Ann. d. Ph. 1908, Bd. 26, S. 312—328.



Je nach dem Zweck der Messung unterscheidet man nun beim Quadrantenelektrometer die Quadranten-, Nadel- und Doppelschaltung.

### a) Die Quadrantenschaltung.

Sie wird zur Messung niedriger Potentialdifferenzen  $E$  benutzt, indem man nach Fig. 53 diese an die Quadranten  $Q_1, Q_2$  anschließt, während die Nadel auf ein konstantes hohes Hilfspotential  $N$  (ca. 100 bis 150 V) über einen Spannungsteiler  $R_h$  (ca. 300000 Ohm) durch eine Hilfsbatterie  $H$  (Zambonische Säule, Akkumulator oder Trockenelemente von ca. 300 Volt) geladen wird.  $Q_2$  und Gehäuse  $G$  können geerdet werden. Um das Instrument für Spannungsmessungen zu eichen, schließt man an die Quadranten statt  $E$  ein Normalelement  $e$  (Weston: 1,0183 Volt bei 20° C; Clark: 1,4328 Volt bei 15° C) an und bestimmt für die vier Lagen der Umschalter  $U_1$  und  $U_2$  die zugehörigen Ablenkungen  $\alpha_1$  bis  $\alpha_4$ . Dann gelten, da  $E_2 = 0$ ,  $E_1 = \pm e$  ist, für die Stellungen:

$U_1$	$U_2$	die Gleichungen:
⋮	⋮	$D \cdot \alpha_1 = a_0 \cdot N^2 + a_1 \cdot e^2 + b_1 \cdot N \cdot e + c_0 \cdot N + c_1 \cdot e$
⋮	⋮	$D \cdot \alpha_2 = a_0 \cdot N^2 + a_1 \cdot e^2 - b_1 \cdot N \cdot e - c_0 \cdot N + c_1 \cdot e$
⋮	⋮	$D \cdot \alpha_3 = a_0 \cdot N^2 + a_1 \cdot e^2 + b_1 \cdot N \cdot e - c_0 \cdot N - c_1 \cdot e$
⋮	⋮	$D \cdot \alpha_4 = a_0 \cdot N^2 + a_1 \cdot e^2 - b_1 \cdot N \cdot e + c_0 \cdot N - c_1 \cdot e$

Bildet man

$$\alpha = \frac{1}{2} (\alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_3 - \alpha_4),$$

so ergibt sich  $\alpha = \frac{2b_1}{D} \cdot N \cdot e$

oder  $\alpha = \frac{I}{c_q} \cdot N \cdot e$

worin  $c_q = \frac{D}{2b_1}$

die Konstante des Elektrometers für die Quadrantenschaltung genannt wird. Nach Versuchen von Schultze (a. a. O.) ändert sich der Faktor  $c_q$  für Spannungen bis etwa 500 Volt nach der Gleichung  $c_q = c \cdot (1 + u \cdot N^2)$ .

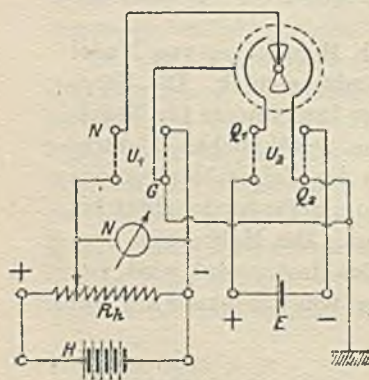


Fig. 53.

d. h. es ist  $D = 1 + u \cdot N^2$ . Stellt man nun  $\alpha$  in Abhängigkeit von verschiedenen Spannungen  $e$ , die man sich nach der Kompensationsmethode oder mittels Spannungsteilers und Normalelementen herstellt, zeichnerisch dar, so erhält man die Eichkurve  $f(\alpha, e)$  des Elektrometers. Die Konstante  $c_q$  läßt sich ebenso wie  $c$  und  $u$  aus zwei Messungen mit zwei verschiedenen bekannten Nadelpotentialen  $N$  für denselben Wert von  $e$  ermitteln.

Ist die Eichkurve bei  $N = \text{konst.}$  eine Gerade, und ersetzt man  $e$  durch eine zu messende Spannung  $E$ , für die der Ablenkungswinkel  $\beta$  auftritt, dann erhält man

$$E = \frac{\beta}{\alpha} \cdot c.$$

Zur Prüfung der Beständigkeit des Nadelpotentials  $N$  kann ein kleines Hilfselektrometer oder ein Spannungsmesser verwendet werden. Für öftere Messungen mit dem Elektrometer empfiehlt es sich, die Ablenkungen direkt in Volt zu eichen, so daß man sich Umrechnungen ersparen kann.

Zur Vergleichung höherer Potentiale würde die Quadrantschaltung zu große Ablenkungen ergeben. Daher benutzt man in diesem Fall die Umkehrung derselben, nämlich:

### b) Die Nadelschaltung.

Das Schema zeigt Fig. 54. Man legt die zu untersuchende Stromquelle  $E$  von höherer Spannung an Nadel und Gehäuse und leitet dieses zur Erde ab. Die Quadranten schließt man an zwei Punkte  $a, b$  eines an eine Stromquelle bekannter Spannung oder ein Normalelement  $e$  angelegten großen Widerstandes  $R_0$  ( $> 100\,000$  Ohm) so an, daß zwischen dem Erdungspunkt  $m$  und den Anschlußstellen  $a, b$  gleiche Widerstände  $r$  liegen. Macht man wieder vier Ablesungen bei Kommuation von  $U_1$  und  $U_2$ , so erhält man, wenn

$$E_1 - E_2 = E_q = e \cdot \frac{2r}{R_0}$$

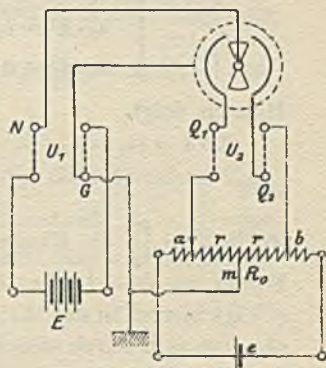


Fig. 54.



die Potentialdifferenz zwischen  $Q_1$  und  $Q_2$  ist und man  $b_2 = -b_1$  und  $c_2 = -c_1$  setzt,

$$\alpha = \frac{2b_1}{D} \cdot E \cdot E_q \quad \text{oder} \quad \alpha = \frac{1}{c_n} \cdot E \cdot E_q,$$

wo  $c_n = c_q$  und  $D = 1 + (4v - u) \cdot E_q^2$  ist. Die Eichung kann auch hier wieder durch eine Stromquelle bekannter Spannung  $E$  erfolgen.

Die beiden bisher angegebenen Schaltungen bezeichnet man auch als heterostatische, da bei ihnen noch eine fremde Stromquelle benutzt wird. Will man von dieser Unbequemlichkeit frei sein, so benutzt man

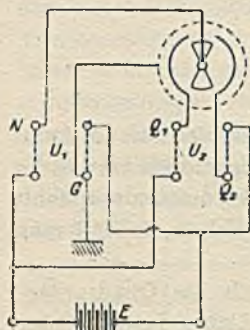


Fig. 55.

### c) Die Doppelschaltung

oder idiostatische, deren Schema Fig. 55 angibt. Hierbei legt man ein Quadrantenpaar ( $Q_1$ ) mit der Nadel zusammen an einen Pol der Stromquelle und das andere Quadrantenpaar ( $Q_2$ ) und Gehäuse ( $G$ ) an den anderen Pol. Das Gehäuse wird außerdem zur Erde abgeleitet.

Dafür gelten dann die Gleichungen:

$U_1$	$U_2$	$D \cdot \alpha =$
⋮	⋮	$a_0 \cdot E^2 + a_1 \cdot E^2 + 0 + b_1 \cdot E^2 + 0 + c_0 \cdot E + c_1 \cdot E + 0$
⋮	⋮	$a_0 \cdot E^2 + 0 + a_2 \cdot E^2 + 0 + b_2 \cdot E^2 - c_0 \cdot E + 0 - c_2 \cdot E$
⋮	⋮	$a_0 \cdot E^2 + a_1 \cdot E^2 + 0 + b_1 \cdot E^2 + 0 - c_0 \cdot E - c_1 \cdot E + 0$
⋮	⋮	$a_0 \cdot E^2 + 0 + a_2 \cdot E^2 + 0 + b_2 \cdot E^2 + c_0 \cdot E + 0 + c_2 \cdot E$

Hieraus folgt

$$D \cdot \alpha = (a_1 - a_2 + b_1 - b_2) \cdot E^2 = b_1 \cdot E^2, \quad \text{da } a_1 - a_2 = b \text{ war,}$$

oder

$$\alpha = \frac{b_1}{D} \cdot E^2 = \frac{1}{c_d} \cdot E^2,$$

worin  $c_d = \frac{D}{b_1}$  die Konstante für die Doppelschaltung bedeutet. Ferner ist  $D = 1 + v \cdot E^2$  etwas von  $E$  abhängig. Die Eichung erfolgt hierbei in der Weise, daß man für bekannte Spannungen  $E$ , die man sich durch eine Akkumulatorenbatterie und einen Widerstand als Spannungsteiler in verschiedener Größe herstellen kann,

die dazu gehörigen Ablenkungen  $\alpha$  bestimmt und in einer Eichkurve  $f(E, \alpha)$  darstellt.

Die bei den Elektrometernmessungen notwendigen Hilfsapparate (Schalter, Taster usw.) müssen natürlich ebenso sorgfältig isoliert sein wie die Quadranten des Instruments, andernfalls leicht Fehler auftreten können.

Instrumente sehr hoher Empfindlichkeit sind von Hoffmann<sup>1)</sup> und Mully<sup>2)</sup> beschrieben.

#### d) Wechselstrommessungen.

Die Brauchbarkeit des Elektrometers für Wechselstrommessungen unter Anwendung der mit Gleichstrom gefundenen Konstanten ist von Orlich auf Grund eingehender Versuche<sup>3)</sup> einwandfrei festgestellt worden. Man kann damit vorteilhaft Spannungen und Leistungen bestimmen. In der allgemeinen Elektrometeregleichung hat man dann Mittelwerte statt der konstanten Gleichstromwerte einzusetzen.

1. Messung von Wechselspannungen. Hierzu verwendet man die Doppelschaltung, für die die Beziehung besteht:

$$\alpha = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \alpha t \cdot dt = \frac{1}{c_d} \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_0^T E_t^2 \cdot dt = \frac{1}{c_d} \cdot E^2$$

worin  $E$  den Wert der zu messenden Wechselspannung bedeutet. Da nun die linearen Glieder verschwinden, weil der Mittelwert

$\frac{1}{T} \int_0^T E_t \cdot dt = 0$  ist, so braucht man hierbei nur zwei Ablesungen zu

machen, woraus man  $\alpha = \alpha_1 - \alpha_2 = \alpha_3 - \alpha_2 = \alpha_2 - \alpha_4 = \alpha_1 - \alpha_4$  bildet. Es ist dann

$$E^2 = \frac{D}{b_1} \cdot \alpha.$$

Hat man das Instrument nicht nach der Schultzeschen Vorschrift justiert, so bestimmt man die Konstante  $c_d = \frac{D}{b_1}$  für mehrere Spannungen und stellt sie als Funktion von  $\alpha$  zeichnerisch dar.

<sup>1)</sup> Phys. Z. 1912, S. 480; ETZ. 1913, S. 16.

<sup>2)</sup> Phys. Z. 1913, S. 237; ETZ. 1913, S. 750.

<sup>3)</sup> ZfI. 1909, S. 33; ETZ. 1909, S. 435.



Für Spannungen über 200 Volt ist es angebracht, einen Spannungsteiler zwischenzuschalten und zur Sicherheit einen Punkt zu erden. Damit die auf die Nadel einwirkende Teilspannung aus dem abgezweigten Widerstande einwandfrei berechnet werden kann, darf man besonders bei sehr großen Widerständen wegen der Kapazitätswirkung nur das Ende des Widerstandes erden, d. h. an das Gehäuse anschließen, die Abzweigung dagegen an die Nadel legen. Die zweite Ablenkung erhält man durch Kommutieren von  $U_2$ ;  $U_1$  darf nicht umgeschaltet werden.

Ein praktisch brauchbarer Spannungsteiler bis 1200 Volt ohne Kapazitätswirkung ist von Orlich und Schultze<sup>1)</sup> angegeben worden. Baxmann<sup>2)</sup> führt bis zu 75 000 Volt die Spannungsteilung durch Kondensatoren aus.

Ist es jedoch nicht gestattet, wegen mangelnder Isolation oder veränderter Betriebsbedingungen einen Pol der Hochspannung zu erden, so legt man parallel zum Spannungsteiler einen in der Mitte geerdeten Hilfswiderstand  $R_e$  und das nicht geerdete Gehäuse  $G$  an die Mitte  $c$  des Spannungsteilers  $R_o$ , wie es in Fig. 57 im Spannungskreise angegeben ist.

Auch durch eine Differentialschaltung des Elektrometers läßt sich nach Drexell<sup>3)</sup> eine Wechsellspannung  $E_w$  mit bekannten Gleichspannungen  $E_g$  vergleichen. Man verbindet die Nadel mit dem Gehäuse, legt  $E_w$  zwischen Gehäuse und  $Q_1$  und kompensiert die Ablenkung durch eine Gleichspannung  $E_{g1}$  zwischen  $G$  und  $Q_2$ . Dann vertauscht man die Pole der Gleichspannung und erhält wieder die Ablenkung Null für eine andere Spannung  $E_{g2}$ . Beide Male kontrolliert man die Nulllage in beiden Lagen des Umschalters  $U_2$ .

Infolge des Verschwindens der Konstanten erhält man dann

$$E_w^2 = E_{g1} \cdot E_{g2}.$$

Ein für die Versuche besonders geeigneter Umschalter ist ebenfalls von Orlich<sup>4)</sup> angegeben worden.

2. Messung der Leistung von Wechselströmen. Hierbei wird das Elektrometer in der Quadrantenschaltung benutzt. Will man nun einen Leistungs- oder Arbeitsmesser mit künstlicher Belastung, d. h. getrenntem Hauptstrom- und Span-

<sup>1)</sup> AfE. 1912, S. 1, 88; ETZ. 1913, S. 246. <sup>2)</sup> Phys. Z. 1912, S. 744.

<sup>3)</sup> ZfI. 1903, S. 110. <sup>4)</sup> ETZ. 1909, S. 436.

nungskreis untersuchen, dann macht man nach Fig. 56 folgende Schaltung:

Man verbindet die Klemmen  $G$  und  $Q_1$  miteinander, legt die Nadel an die Hochspannungswicklung  $II$  eines Transformators  $T_1$  und parallel dazu die Spannungsspule  $S$  des Leistungsmessers  $L$ . Die Hauptstromspule  $H$  schließt man mit einem induktionsfreien Widerstand  $R$ , einem Strommesser  $J$  und Regulierwiderstand  $r$  an die Niederspannungswicklung  $I$  eines Transformators  $T_2$  an. Die Transformatoren sind an einen Doppelgenerator<sup>1)</sup>  $G_1$  und  $G_2$  angeschlossen, bei dem der Stator von  $G_2$  gegen  $G_1$  verdrehbar ist, um die Phase des Stromes  $J$  gegen die Spannung  $E$  verändern zu können.

Für große Stromstärken bis zu 1000 Ampère aufwärts muß der Hilfswiderstand  $R$  möglichst induktionsfrei sein. Die günstigsten Konstruktionen sind dafür von Lichtenstein<sup>2)</sup> und nach demselben Prinzip von Campbell<sup>3)</sup>, ferner von Orlich<sup>4)</sup> angegeben worden. Paterson und Rayner<sup>5)</sup> verwenden wassergekühlte Röhren aus Manganin mit induktionsfreien Potentialleitungen nach Campbell bis etwa 2000 Amp. Für stärkere Ströme wird in einer besonderen Konstruktion der PTR<sup>6)</sup> die induktive Wirkung durch eine kleine Hilfsspule in den Potentialleitungen kompensiert.

Für die gezeichneten Lagen von  $U_1$  und  $U_2$  erhält man die Ablenkung

$$D \cdot \alpha_1 = a_0 \cdot M(E_t^2) + a_2 \cdot M(J_t^2 \cdot R^2) + b_2 \cdot M(E_t \cdot J_t \cdot R).$$

Legt man  $U_2$  um, so wird

$$D \cdot \alpha_2 = a_0 \cdot M(E_t^2) + a_2 \cdot M(J_t^2 \cdot R^2) - b_2 \cdot M(E_t \cdot J_t \cdot R).$$

<sup>1)</sup> ETZ. 1891, S. 447; 1902, S. 774; 1907, S. 502 (auch PTR.).

<sup>2)</sup> Dingers Polyt. Journ. 1906, Heft 7.

<sup>3)</sup> El. 1908, S. 1000; ZfI. 1909, S. 87 (Ref.).

<sup>4)</sup> ZfI. 1909, S. 241; ETZ. 1911, S. 420 (Ref.).

<sup>5)</sup> Journ. Inst. El. Eng. 1909, S. 455; ZfI. 1909, S. 238 (Ref.).

<sup>6)</sup> ZfI. 1909, S. 149.

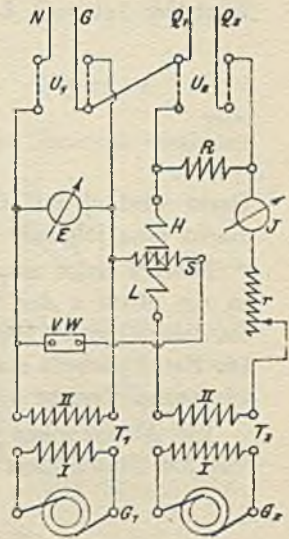


Fig. 56.



Daraus folgt

$$\alpha_1 - \alpha_2 = \alpha = \frac{2b_2}{D} \cdot R \cdot M(E_t \cdot J_t).$$

Setzt man für den Mittelwert  $M(E_t \cdot J_t) = \frac{1}{T} \int_0^T E_t \cdot J_t \cdot dt$  den Wert der Leistung  $L$  ein, so erhält man

$$\alpha = \frac{R}{c_q} \cdot L$$

oder

$$L = \frac{c_q}{R} \cdot \alpha.$$

Darin wird  $c_q$  mit Gleichstrom ermittelt. Für Hochspannung macht man folgende Schaltung (Fig. 57):

Hierbei erdet man  $Q_1$  und legt das ungeerdete Gehäuse ( $G$ ) an die Mitte  $c$  des Spannungsteilers  $R_0$ . Parallel zu  $R_0$  legt man einen großen Hilfswiderstand  $R_s$ , dessen Mitte geerdet wird. Die Nadel schließt man an die um den Widerstand  $r$  gegen  $c$  verschobenen Punkte  $a$  und  $b$  an.

Die Ablenkungen  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  erhält man durch Umlegen des einzigen Umschalters  $U$ . Dann gilt die Beziehung:

$$L = \frac{c_q}{R} \cdot \frac{R_0}{r} \cdot \alpha.$$

Um die in einem Stromverbraucher ( $a \div b$ ) umgesetzte Leistung zu messen, macht man bei Niederspannung folgende Schaltung (Fig. 58):

Für die beiden Lagen des einzigen Umschalters  $U_2$  erhält

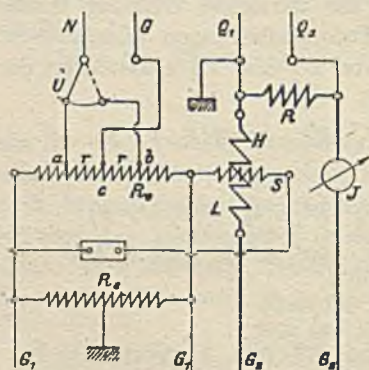


Fig. 57.

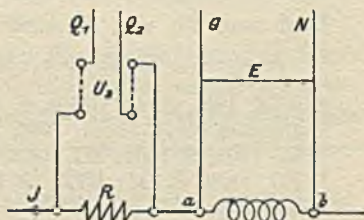


Fig. 58.

man, wenn  $R$  ein induktionsfreier Hilfsmeßwiderstand ist, die Beziehungen:

$$D \cdot \alpha_1 = a_0 \cdot M(E_t^2) + a_1 \cdot M(J_t^2 \cdot R^2) + 0 + b_1 \cdot M(E_t \cdot J_t \cdot R) + 0$$

$$D \cdot \alpha_2 = a_0 \cdot M(E_t^2) + 0 + a_2 \cdot M(J_t^2 \cdot R^2) + 0 - b_2 \cdot M(E_t \cdot J_t \cdot R).$$

Daraus folgt:

$$D \cdot (\alpha_1 - \alpha_2) = D \cdot \alpha = (a_1 - a_2) \cdot M(J_t^2 \cdot R^2) + R \cdot (b_2 - b_1) \cdot M(E_t \cdot J_t)$$

oder

$$\alpha \cdot \frac{D}{R} = (a_1 - a_2) \cdot J^2 \cdot R + (b_2 - b_1) \cdot L = b_2 \cdot J^2 \cdot R + 2b_2 \cdot L.$$

Die wirkliche Leistung zwischen  $a \div b$  ist demnach bestimmt aus:

$$L = \frac{D}{2b_2} \cdot \frac{\alpha}{R} - \frac{1}{2} \cdot J^2 \cdot R$$

oder

$$L = c \cdot \frac{\alpha}{R} - \frac{1}{2} \cdot J^2 \cdot R.$$

Im allgemeinen kann man das Glied  $\frac{1}{2} J^2 \cdot R$  vernachlässigen.

Bei Hochspannung schließt man  $G$  und  $N$  nach Fig. 59 nicht direkt an  $a \div b$ , sondern an einen Spannungsteiler  $R_0$  an.

Dann ist

$$L = \frac{R_0}{r} \cdot c \cdot \alpha + \frac{R_0 - 2r}{2r} \cdot J^2 \cdot R.$$

Diese Messungen sind jedoch bei Spannungen  $E$  unter 10 Volt höchstens auf 1<sup>o</sup>/<sub>100</sub> genau.

Die Schaltung ist von Rayner<sup>1)</sup> zur Messung der Energieverluste in Isoliermaterialien verwendet worden.

Einige Beispiele, welche die fast allgemeine Benutzung des Elektrometers bei Wechselstrommessungen, u. a. auch zum Vergleich der Phasenwinkel von Widerständen bei hoher Frequenz (5000 Per/sec) dartun, sind von Orlich<sup>2)</sup> ebenfalls angegeben worden.

Man kann die Leistung auch nach einer Nullmethode<sup>3)</sup> bestimmen, wobei man eine Gleichstromhilfsspannung zur Kompensation und außerdem ein Normalelement benutzt. Das Pro-

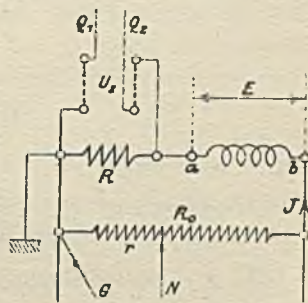


Fig. 59.

<sup>1)</sup> Journ. Inst. El. Eng. 1912, S. 3; ETZ. 1913, S. 1350.

<sup>2)</sup> ETZ. 1909, S. 466; ZfI. 1909, S. 241.    <sup>3)</sup> ZfI. 1903, S. 112.



dukt aus den durch Kommutation erhaltenen zwei Kompensations-  
spannungen und der EMK des Normalelements ist ein Maß für  
die Leistung des Wechselstromes.

Nach Peukert<sup>1)</sup> läßt sich auch ein Drehspulengalvanometer  
als Elektrometer benutzen, indem man das bewegliche Rähmchen  
als Nadel, das Magnetsystem als Quadranten schaltet.

## 26. Strommessung mit dem Voltameter.

Voltameter sind Apparate, die es ermöglichen, aus den elektro-  
lytischen Wirkungen des Stromes die Elektrizitätsmenge bzw.  
Stromstärke zu bestimmen. Fließt ein konstanter Strom von  
 $J$  Amp. während  $t$  sec durch eine Flüssigkeit entsprechend der  
Elektrizitätsmenge  $Q = J \cdot t$  Coulomb, so ergeben sich die von  
ihm abgeschiedenen Stoffmengen nach dem Faradayschen Gesetz

$$G = \varepsilon \cdot J \cdot t \quad \text{mg.}$$

Darin ist  $\varepsilon = \frac{G}{J \cdot t} = \frac{G}{Q}$  definiert als die von der Einheit der  
Elektrizitätsmenge (1 Coulomb) abgeschiedene Stoffmenge in mg  
und heißt das elektrochemische Äquivalentgewicht.

Da  $F = 96\,494$  Coulomb ein chemisches Grammäquivalent  $\frac{a}{w}$   
abscheiden, wo  $a$  das chemische Äquivalentgewicht in g,  $w$  die  
Wertigkeit bedeuten, so ist  $\varepsilon = \frac{a \cdot 1000}{w \cdot F}$ . Für Silber ist

$$\varepsilon = \frac{107,88 \cdot 1000}{1 \cdot 96\,494} = 1,1180 \text{ mg/Coulomb;}$$

für Kupfer aus  $\text{CuSO}_4$  ist

$$\varepsilon = \frac{63,57 \cdot 1000}{2 \cdot 96\,494} = 0,3294.$$

Für genaue Messungen zur Kontrolle von Stromnormalen dient  
das Silbervoltameter<sup>2)</sup>. Es besteht aus einem Platintiegel als  
Kathode oder negativer Pol, in dem die Abscheidung des Silbers  
erfolgt, und einem Stab aus reinem Silber als Anode oder posi-  
tiver Pol. Um zu verhindern, daß kleine Silberteilchen von der  
Anode abfallen und die Messung fehlerhaft machen, unwickelt  
man den Stab mit feiner Seide (gewaschen) oder stellt auf den

<sup>1)</sup> ETZ. 1911, S. 362.

<sup>2)</sup> ETZ. 1913, S. 232, 1168; 1914, S. 789, 819.

Boden des Tiegels ein kleines Glasschälchen. Als Normallösung bringt man in den Tiegel nach Angaben der PTR eine Lösung von 30 g Silbernitrat ( $\text{AgNO}_3$ ) in 100 g destilliertem chlorfreien Wasser<sup>2)</sup>. Die Stromdichte soll an der Kathode etwa 2 Amp./dm<sup>2</sup> betragen. Man stellt nun die Schaltung nach Fig. 60 her.

Darin ist  $E$  ein Akkumulator von 4÷6 Volt Spannung,  $R$  ein Regulierwiderstand,  $G$  ein Galvanoskop oder Strommesser zum Erkennen der Konstanz des Stromes oder zur Eichung,  $V$  das Voltmeter,  $S$  ein Ausschalter.

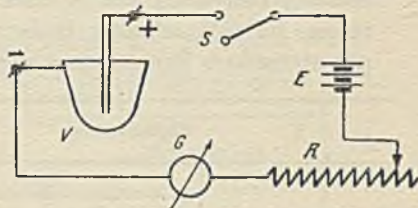


Fig. 60.

Durch einen Vorversuch wird die richtige Stromdichte ein-

gestellt,  $S$  geöffnet und der Platintiegel herausgenommen. Nachdem er mit Salpetersäure gereinigt ist, wird er mit destilliertem Wasser, dann mit Alkohol gespült und schwach gegläht. Nach Abkühlung bestimmt man das Gewicht  $G_1$  in mg, bringt den Tiegel nach Füllung an seinen Platz und schließt  $S$ . Nach  $t$  sec öffnet man den Stromkreis, entfernt die Lösung aus dem Tiegel, spült ihn mit destilliertem Wasser so lange, bis das Spülwasser durch Salzsäurezusatz keine Trübung zeigt, und stellt nach dem Trocknen sein Gewicht  $G_2$  fest. Das Gewicht des Niederschlages im Tiegel ist dann  $G = G_2 - G_1$  mg. War der Strom  $J$  konstant, so rechnet er sich aus:

$$J = \frac{G_2 - G_1}{1,1180 \cdot t} \cdot \text{Amp.}$$

Bei Schwankungen der Stromstärke würde die Formel den Mittelwert ergeben.

## 27. Messung von Spannung und Stromstärke bei hoher Wechselspannung.

Am einfachsten würde sich die Messung in der Weise ausführen lassen, daß man Instrumente für niedrige Spannungen mit entsprechend großen Vorschaltwiderständen versieht, um einen Teil der Spannung in denselben zu vernichten. Abgesehen von

<sup>1)</sup> ETZ. 1901, S. 435.



den teuren und umfangreichen Widerständen würde sich diese Anordnung nicht für Schalttafelinstrumente eignen, da die dem Bedienungspersonal leicht zugänglichen Teile keine lebensgefährliche Potentialdifferenz gegen Erde zeigen sollen.

Vorteilhaft ist die Verwendung eines Spannungsteilers (vgl. Nr. 25), bestehend aus Kondensator mit hintereinandergeschaltetem, induktionsfreiem Widerstand, an dem die Teilspannung mit statischem Spannungsmesser bestimmt wird, wie es von den

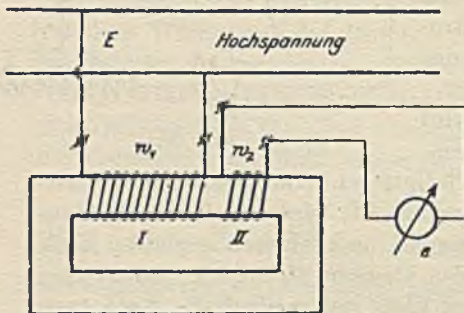


Fig. 61.

Siemens - Schuckertwerken (DRP. 256 041) angegeben ist.

Im allgemeinen schaltet man besser die hohe Spannung auf die primäre Wicklung eines Hilfs- oder Meßtransformators, dessen Sekundärwicklung auf ein Niederspannungsinstrument einwirkt. Die Skala läßt natürlich die

Größe der Hochspannung direkt ohne Umrechnung ablesen. Die Genauigkeit dieser Messungen ist entsprechend der Größe der Spannung und dem Übersetzungsverhältnis etwa  $2 \div 10\%$ . Die dabei auftretenden Schwierigkeiten sind bedingt durch das Vorhandensein des Eisens (Streuung, Permeabilitätsänderung) und die Wirkungen der elektrischen und magnetischen Felder (Phasenverschiebung zwischen Primär- und Sekundärkreis).

Die Ausführung ist als Spannungs- und Stromwandler verschieden. Zur Umformung der Spannung besitzt der Meßtransformator (Fig. 61) auf einem Eisenrahmen eine primäre Wicklung (I) aus vielen Windungen dünnen Drahtes und eine sekundäre (II) mit wenigen Windungen. Die primäre Seite wird an die beiden Leitungen gelegt, zwischen denen die Spannung gemessen werden soll, die sekundäre an den Spannungsmesser. Sind  $w_1$  und  $w_2$  die Windungszahlen, so ist das Umsetzungsverhältnis (s. Transformatoren, Abschnitt IV)

$$u = \frac{w_1}{w_2} = \frac{E}{e} \quad \text{oder} \quad e = \frac{w_2}{w_1} \cdot E.$$

Die für den Spannungsmesser  $e$  am Schaltbrett zulässige

Spannung richtet sich dabei nach den für die betreffende Anlage geltenden Vorschriften.

Für die Messung von Strömen besteht die in dem Stromkreis liegende Primärwicklung (I) (Fig. 62) aus wenigen Windungen  $w_1$  dicken, die sekundäre (II) aus einer großen Anzahl  $w_2$  Windungen dünnen Drahtes. Der Strom  $i$  rechnet sich nach der Gleichung  $i = J \cdot \frac{w_1}{w_2}$ . Damit durch den primären Widerstand  $W$  der Leitungswiderstand nur unmerklich geändert wird,

ordnet man primär oft nur eine Windung an. Eine gute Übersicht über die Meßwandler ist von Gewecke<sup>1)</sup> und ihre Theorie und Berechnung von Wirz<sup>2)</sup> angegeben.

Besonders interessant ist der Aufbau eines Meßtransformators<sup>3)</sup> der Siemens & Halske A.-G. für 60 000 Volt.

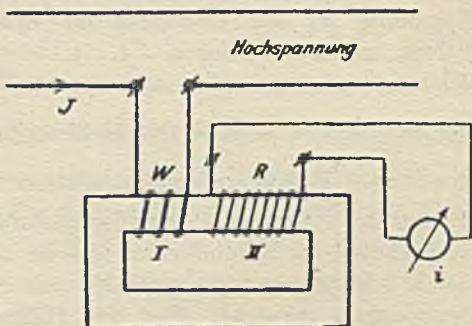


Fig. 62.

Zur Messung der Spannung von weitentfernten Speisepunkten würde die Anordnung von Meßleitungen sehr teuer werden. Man kann sich in diesem Falle durch folgende Meßschaltung (Fig. 63) helfen:

Besitzt dabei die Speiseleitung den Widerstand  $R$  und den induktiven Widerstand  $S$ , so wird in einen Zweig eine Spule  $A$  aus wenigen Windungen mit dem Widerstand  $r$  und dem induktiven Widerstand  $s$  eingeschaltet. Von den

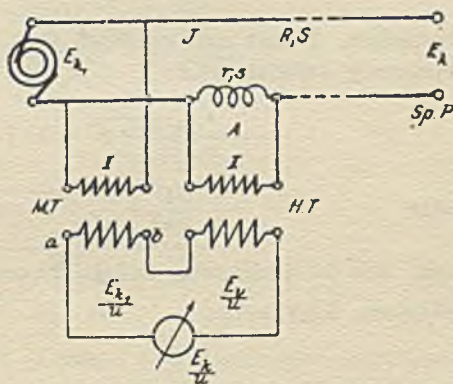


Fig. 63.

<sup>1)</sup> El. Kr. u. Bahnen 1914, Heft 8.

<sup>2)</sup> Bull. SEV. Bd. 44, S. 365.

<sup>3)</sup> ETZ. 1911, S. 1039.



Klemmen des Generators führen Leitungen zu der Primärseite  $I$  eines Meßtransformators  $MT$  mit dem Übersetzungsverhältnis  $u$ . Wird der Leitung kein Strom entnommen, so ist die Generatorspannung  $E_k$ , gleich derjenigen des Speisepunktes  $E_k$ , und an den Klemmen  $a \div b$  des Meßtransformators herrscht die Spannung  $\frac{E_k}{u}$ .

Wird nun ein Strom  $J$  den Speisepunkten zugeführt, so erzeugt er einen Spannungsverlust  $E_v = J \cdot \sqrt{R^2 + S^2}$ , wobei  $r$  und  $s$  in  $R$  und  $S$  enthalten sind. Es muß dann bei konstanter Spannung  $E_k$  der Generator die Spannung  $E_{k_1} = \Sigma (E_k, E_v)$  liefern, worin das Zeichen  $\Sigma (\dots)$  bedeutet, daß die Größen der Klammer geometrisch zu addieren sind. Wir müssen daher von der sekundären Angabe des Meßtransformators  $\frac{E_{k_1}}{u} = \Sigma \left( \frac{E_k}{u}, \frac{E_v}{u} \right)$  den Betrag  $\frac{E_v}{u}$  geometrisch subtrahieren. Zu dem Zweck legt man die primäre Wicklung eines Hilfstransformators  $HT$  an die Spule  $A$  und schaltet die Sekundärseite mit der des Meßtransformators so, daß auf den Spannungsmesser die vektorielle Differenz der beiden Spannungen einwirkt. Hat der Hilfstransformator das Übersetzungsverhältnis  $u_k = 1$ , so muß an seinen Klemmen primär die Spannung

$$\frac{E_v}{u} = \frac{J}{u} \cdot \sqrt{R^2 + S^2}$$

herrschen. Damit nun zwischen den Enden der Spule  $A$  diese Spannung auftritt, muß

$$\frac{J}{u} \cdot \sqrt{R^2 + S^2} = J \cdot \sqrt{r^2 + s^2}$$

oder

$$\frac{R^2}{u^2} + \frac{S^2}{u^2} = r^2 + s^2$$

sein. Aus der Bedingung, daß die Phasen von  $\frac{E_v}{u}$  und  $E_v$  übereinstimmen, folgt weiter

$$r^2 = \frac{R^2}{u^2} \quad \text{oder} \quad r = \frac{R}{u}$$

und

$$s^2 = \frac{S^2}{u^2} \quad \text{oder} \quad s = \frac{S}{u}.$$

Hat der Hilfstransformator allgemein das Übersetzungsver-

hältnis  $u_h$ , so muß primär die Spannung  $\frac{E_v}{u} \cdot u_h$  erzeugt werden, wofür dann

$$\frac{J}{u} \cdot u_h \cdot \sqrt{R^2 + S^2} = J \cdot \sqrt{r^2 + s^2}$$

sein muß. Nach Auflösen dieser Gleichung ergibt sich

$$r = \frac{u_h}{u} \cdot R \quad \text{und} \quad s = \frac{u_h}{u} \cdot S.$$

Ist z. B.  $u = 20$  und  $u_h = \frac{1}{5}$ , so wird

$$r = \frac{R}{100} \quad \text{und} \quad s = \frac{S}{100}.$$

Die genaue Einstellung am Spannungsmesser  $\frac{E_k}{u}$  wird meistens durch Anlegen eines Nebenschlusses an die Spule  $A$  erreicht.

Für Dreiphasenwechselstrom wird die Schaltung nach Fig. 64 ausgeführt. Hierbei werden in zwei Phasen Stromtrans-

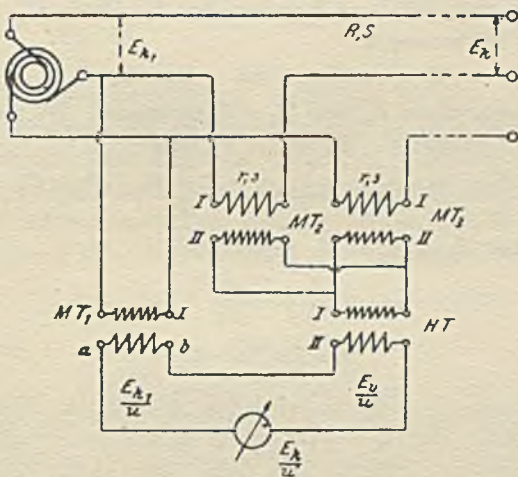


Fig. 64.

formatoren  $MT_2$  und  $MT_3$  mit dem Leistungswiderstand  $r$  und dem induktiven Widerstande  $s$  eingeschaltet und die Sekundärseiten in Parallelschaltung zu der Primärspule des Hilfstransformators  $HT$  geführt. Im übrigen ist die Wirkungsweise dieselbe wie vorher angegeben worden.



Zur Fernspannungsmessung bei Gleichstrom ohne Prüfdrähte ist von Rasch<sup>1)</sup> eine Methode angegeben worden.

Wie man nun für niedrige Spannungen elektrostatische Instrumente nach dem Prinzip der Elektrometer verwendet, so kann man auch für höhere Spannungen elektrostatische Spannungsmesser benutzen. Allerdings gelangt man dabei zu einer Grenze, die zwischen 7000 und 10 000 Volt liegt. Darüber hinaus muß man zur Vergrößerung des Meßbereichs Hilfsmittel anwenden, wie sie von Franke<sup>2)</sup> und Peukert<sup>3)</sup> angegeben sind. Diese beiden Vorschläge beruhen auf dem Prinzip, Kondensatoren in Hintereinander- oder Parallelschaltung zur Vergrößerung des Meßbereichs anzuwenden.

Besitzt der statische Spannungsmesser (Fig. 65) die Kapazität  $C_1$ , der vorgeschaltete Kondensator die Größe  $C_2$ , so würden die Elektrizitätsmengen

$$Q_1 = C_1 \cdot E_1 \quad \text{und} \quad Q_2 = C_2 \cdot E_2$$

bei den Spannungen  $E_1$  und  $E_2$  aufgenommen. Da nun  $Q_1 = Q_2$  ist, so folgt daraus  $C_1 \cdot E_1 = C_2 \cdot E_2$  oder

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{C_1}{C_2} \quad \text{und weiter} \quad \frac{E_1 + E_2}{E_1} = \frac{C_1 + C_2}{C_2}.$$

Nun ist aber  $E_1 + E_2 = E$ , somit auch

$$\frac{E}{E_1} = \frac{C_1 + C_2}{C_2}$$

oder

$$E = \frac{C_1 + C_2}{C_2} \cdot E_1.$$

Wählt man  $C_2 = C_1$ , so wird der Meßbereich verdoppelt, da  $E = 2 E_1$  wird. Für  $C_2 = \frac{1}{9} C_1$  wird  $E = 10 E_1$  und dadurch zehnfacher Meßbereich erzielt. Um dabei sehr kleine Kapazität zu erhalten, kann man entweder Luft als Dielektrikum verwenden oder mehrere Kondensatoren hintereinanderschalten.

Die bisherigen Anordnungen lassen sich jedoch nur insofern benutzen, als die Kapazität  $C_1$  des Meßinstrumentes für beliebige

1) ETZ. 1906, S. 805.

2) Wied. Ann. 1893, Bd. 50.

3) ETZ. 1898, S. 657; 1904, S. 231.

Ablenkungen konstant bleibt. Das ist jedoch im allgemeinen nicht der Fall, so daß man genötigt ist, entweder die Angaben des Meßinstrumentes mit einem Normalinstrument zu vergleichen oder die Kapazität in Abhängigkeit von der Spannung zu bestimmen. Am besten stellt man sich diese dann durch eine Kurve zeichnerisch dar und benutzt sie bei der Messung zur Korrektur der Angaben.

Da jedoch die Kapazität sehr klein ist, so ist es schwierig, dieselbe genau zu bestimmen. Am einfachsten verfährt man in der Weise, daß man das Elektrometer unter Vorschaltung eines

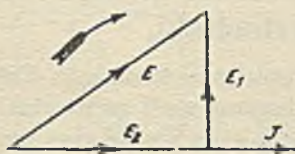


Fig. 66.

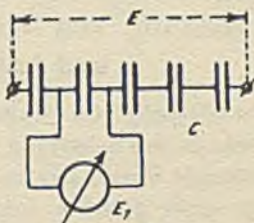


Fig. 67.

sehr großen, induktionsfreien (Graphit-) Widerstandes  $R$  von mehreren Megohm an eine bekannte Wechselspannung  $E$  legt. Dann zeigt das Instrument die an seinen Klemmen herrschende Spannung  $E_1$  an, welche gegen die des Vorschaltwiderstandes um  $90^\circ$  in der Phase verschoben ist (Fig. 66), so daß die Gleichung besteht  $E_2 = \sqrt{E^2 - E_1^2}$ , woraus der Ladestrom des Kondensators  $J = \frac{E_2}{R}$  sich ergibt. Da nun die Periodenzahl  $\nu$  ebenfalls bekannt ist, so erhält man  $C_1 = \frac{J}{E_1 \cdot \omega}$ , wo  $\omega = 2\pi \cdot \nu$  ist.

Indem man  $R$  verändert, kann man verschiedene Spannungen  $E_1$  erhalten und dazu die zugehörige Kapazität berechnen.

Anstatt nun die Kondensatoren vor das Elektrometer zu schalten, kann man auch nach dem Vorschlag von Peukert mehrere Kondensatoren von gleicher Größe hintereinanderschalten (Fig. 67) und von einem derselben Zuleitungen zum Elektrometer abzweigen. Sind im ganzen  $n$  gleich große Kondensatoren, so ist die ganze Spannung  $E = n \cdot E_1$ . Diese Schaltung ist jedoch nur zu empfehlen, wenn sich die Kapazität durchaus nicht ändert, was selten der Fall sein wird, und wenn die Kapazität des In-



struments gegen diejenige eines einzelnen Kondensators verschwindend klein ist. Deswegen verwendet man diese Kombination weniger als die Hintereinanderschaltung.

Für absolute Messungen ist von Tschernyschoff<sup>1)</sup> ein Instrument zur Messung von Spannungen bis 180 000 Volt gebaut. Es enthält ein Schutzringeletrometer nach Thomson in einem Behälter mit Druckluft von etwa 10 kg/qcm. Durch Verdopplung des Apparates ergibt sich ein elektrostatischer Leistungsmesser.

## 28. Messung von Wechselströmen geringer Stärke und hoher Wechselzahl.

Zur Messung schwacher Wechselströme kann man Thermoelemente in der Schaltung von Salomonson<sup>2)</sup> verwenden. Der zu messende Wechselstrom durchfließt nach Fig. 68 zwei parallele Zweige einer geraden Anzahl von Thermoelementen aus Manganin ( $m$ ) und Konstanten ( $k$ ), die so geschaltet sind, daß die infolge der Wärmewirkung auftretenden EMKE in den einzelnen Wechselstromzweigen sich aufheben, dagegen für den Zweig des Galvanometers  $G$  in Reihe geschaltet sind. Der Draht  $d$  mit Schneide dient zur Einstellung der Nullage. Die Drähte sind etwa 0,025 mm dick und 6 mm lang. Die Kühlung erfolgt durch die zwischenliegenden Messingklötze. Die Belastung kann im Vakuum etwa 10 mA. betragen. — Sind die Drähte nicht vollständig frei von einem eventuellen Lotüberzug, so zeigen sie eine kleine, aber konstante Abhängigkeit von der Stromrichtung. Es genügt daher, einmal die Korrektur zu bestimmen, um nach einer Eichung mit Gleichstrom das Instrument für Wechselstrom brauchen zu können. Drähte von 0,3 mm Durchmesser lassen sich vollständig abweichungsfrei zusammenlöten.



Fig. 68.

können. Drähte von 0,3 mm Durchmesser lassen sich vollständig abweichungsfrei zusammenlöten.

Will man kleine Spannungen mit möglichst geringem Energie-

<sup>1)</sup> Diss. Petersburg 1913; ETZ. 1914, S. 656.

<sup>2)</sup> Phys. Z. 1906, S. 463; ZfI. 1907, S. 149 (PTR).

verbrauch messen, so macht man nach Angaben der PTR<sup>1)</sup> folgende Schaltung (Fig. 69) aus Manganin- und Konstantandrähten von  $20 \mu$  Dicke. Hierbei tritt kein Peltiereffekt auf, so daß Abweichungen zwischen Gleich- und Wechselstrom nicht auftreten. Die an den Lötstellen  $a$  und  $b$  auftretenden EMKe addieren sich für den Galvanometerzweig. Der Schleifdraht  $d$  mit Schneide hat den Zweck, den Wechselstrom so auf die parallelen Zweige zu verteilen, daß die Punkte  $a$  und  $b$  gleiches Potential haben. Mit einem solchen Instrument von etwa  $5,1 \text{ Ohm}$  Widerstand lassen

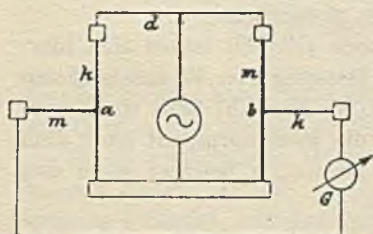


Fig. 69.

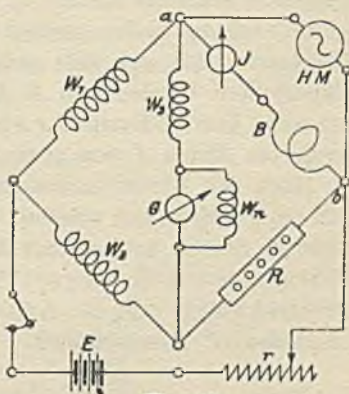


Fig. 70.

sich Ströme bis  $50 \text{ mA}$ . bei  $150$  Skalenteilen Galvanometerablenkung messen. Von Thieme<sup>2)</sup> ist eine Konstruktion mit Hitzdraht angegeben, der auf ein Vakuum-Thermoelement einwirkt. Seine Spannung wird nach dem Kompensationsverfahren gemessen.

Zur Messung von Wechselströmen hoher Frequenz benutzt man die von Kennelly<sup>3)</sup> angegebene Methode, nach der die Stromstärke aus der Widerstandszunahme eines Drahtes von kleiner Masse berechnet wird. Béla Gati<sup>4)</sup> benutzt dazu einen Barreter von Fessenden<sup>5)</sup> mit einem Draht von  $0,5 \mu$  bei  $20 \text{ Ohm}$  Widerstand in der Wheatstoneschen Brückenschaltung (Fig. 70).

1) ZfI. 1909, S. 147. Vgl. ETZ. 1906, S. 467, 1103; ZfI. 1908, S. 143; El. Anz. 1910, S. 588; ETZ. 1912, S. 95.

2) AfE. 1912, S. 309; ETZ. 1912, S. 722.

3) ZfE. 1904, Heft 41.

4) El. World, 30. Juni 1906; El. u. M. Wien. 1906, S. 462 (Ref.).

5) ZfE. 1902, S. 39.



Die Widerstände  $W_1, W_2, W_3, W_n$  und das Galvanometer  $G$  sind hochinduktiv, um dem Strom der Hochfrequenz-Wechselstromquelle  $HM$  möglichst großen Widerstand zu bieten, so daß er den Barretter  $B$  nahezu in voller Stärke durchfließt.  $W_1$  und  $W_2$  besitzen etwa 1000 Ohm Ohmschen Widerstand.

Zur Eichung der Anordnung schließt man an Stelle von  $H$  eine Gleichstromquelle an die Punkte  $a b$  und reguliert für verschiedene bekannte Ströme  $J_g$  den induktionsfreien Widerstand  $R$  so ein, daß das Galvanometer  $G$  keine Ablenkung zeigt. Aus der Eichkurve  $f(R, J_g)$  läßt sich dann bei Hochfrequenz zu den eingestellten Werten von  $R$  die Größe des Wechselstromes entnehmen. Der Widerstand  $r$  wird so bemessen, daß den Barretterzweig ein Strom  $J$  von etwa 2 mA. durchfließt.

Nach der Dreistrommessermethode (Nr. 29) lassen sich hiermit auch Leistungen messen. Zur Messung von Wechselströmen geringer Stärke und solcher hoher Wechselzahl baut die Firma F. Ducretet & E. Roger, Paris, ein Meßinstrument nach dem Drehfeldprinzip von R. Arno<sup>1)</sup>. Larsen<sup>2)</sup> benutzt dazu den „komplexen“ Kompensator.

## 29. Messung elektrischer Leistung.

### a) Mittels Leistungsmessers.

#### 1. Einphasenströme.

Man verwendet dazu allgemein Instrumente, die nach dem dynamometrischen Prinzip mit einer festen Hauptstromspule  $H$  und einer beweglichen Spannungsspule  $S$  gebaut sind, ferner Leistungsmesser mit Drehfeldsystem nach Ferraris und Elektrometer.

Wird nun die Hauptstromspule  $H$  von einem Strom  $J_t$  beliebiger Form durchflossen und die Spannungsspule  $S$  an eine Wechselspannung  $E_t$  gelegt, so daß sie bei einem Ohmschen Widerstande  $\rho$  einen Strom  $i_t = \frac{E_t}{\rho}$  aufnimmt, dann ist die auf das bewegliche System wirkende mittlere Kraft:

$$P = c_1 \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_0^T P_t \cdot dt = c_1 \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_t \cdot i_t \cdot dt$$

<sup>1)</sup> Der Mechaniker 1909, S. 219.

<sup>2)</sup> ETZ. 1910, S. 1039.

gleich der Torsionskraft der Feder  $c_2 \cdot \alpha$ , oder

$$\frac{c_2}{c_1} \cdot \alpha = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_t \cdot i_t \cdot dt.$$

Setzen wir  $i_t = \frac{E_t}{\varrho}$  ein, so erhalten wir

$$c \cdot \alpha \cdot \varrho = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T E_t \cdot J_t \cdot dt = L.$$

Diese Leistung würde auch bei Gleichstrom angezeigt werden, wenn die Spannung und Stromstärke denselben Wert besitzen, wie die Größen des Wechselstromes

$$J = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_t^2 \cdot dt} = M(J_t^2) \quad \text{und} \quad E = M(E_t^2).$$

Das Instrument kann daher auch mit Gleichstrom geeicht werden.

Bei den bisherigen Betrachtungen haben wir die Voraussetzung gemacht, daß Spannung und Strom der Spannungsspule in Phase sind. Diese Voraussetzung wollen wir jetzt fallen lassen und eine durch die Selbstinduktion in der Spannungsspule hervorgerufene Phasenverschiebung  $\delta$  annehmen. Das Diagramm der Ströme zeigt uns dann Fig. 71.

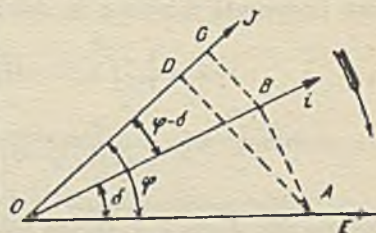


Fig. 71.

Die Leistung, welche das Instrument anzeigen soll, ist  $L = E \cdot J \cdot \cos \varphi$ . Dagegen zeigt es:  $J \cdot i \cdot \cos(\varphi - \delta) = c \cdot \alpha$ . Darin können wir setzen  $i = \frac{E \cdot \cos \delta}{\varrho}$ , voraus folgt

$$c \cdot \alpha \cdot \varrho = J \cdot E \cdot \cos \delta \cdot \cos(\varphi - \delta).$$

Bilden wir durch Einsetzen der Werte das Verhältnis

$$\frac{L}{L'} = F = \frac{\cos \varphi}{\cos \delta \cdot \cos(\varphi - \delta)} = \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \delta}{1 + \operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \delta},$$

so gibt uns  $F$  das Korrektionsglied an, mit dem der abgelesene Wert  $L' = c \cdot \alpha \cdot \varrho$  multipliziert werden muß, um die wirkliche Leistung  $L$  zu erhalten. (Stephans Korrektionsfaktor.)

In manchen Fällen, wo die gemessene Leistung sehr gering ist,



müssen wir wegen des Eigenenergieverbrauchs eine Korrektur anbringen, da das Instrument denselben mitmißt. Zu dem Zweck machen wir folgende Schaltung (Fig. 72), mit welcher die Leistung des Motors  $L = E \cdot J \cdot \cos \varphi$  gemessen werden soll. Der am In-

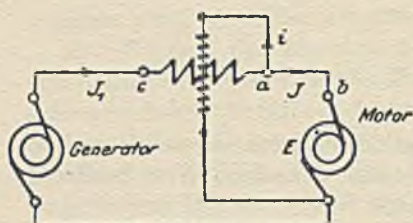


Fig. 72.

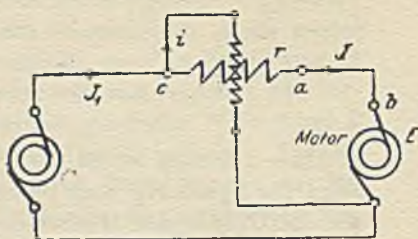


Fig. 73.

strument abgelesene Wert ist dann, abgesehen von dem Einfluß der Phasenverschiebung in der Spannungsspule:

$$\begin{aligned} c \cdot \alpha &= \frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_{11} \cdot i_t \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T (J_t + i_t) \cdot i_t \cdot dt \\ &= \frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_t \cdot i_t \cdot dt + \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i_t^2 \cdot dt. \end{aligned}$$

Setzen wir darin  $i_t = \frac{E_t}{\varrho}$ , so folgt daraus

$$c \cdot \alpha \cdot \varrho = L_1 = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_t \cdot E_t \cdot dt + \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i_t \cdot E_t \cdot dt = L + L_S,$$

worin  $L_S$  die in der Spannungsspule verbrauchte Leistung bedeutet. Unterbrechen wir die Verbindung  $a \div b$  zum Motor, so zeigt das Instrument eine Ablenkung, da Strom- und Spannungsspule in Hintereinanderschaltung an die Klemmen des Stromkreises angeschlossen sind. Da hierbei annähernd derselbe Strom  $i$  wie früher die Strom- und Spannungsspule durchfließt, wird dem-

nach die Ablenkung  $\alpha_S$  eine Leistung  $c \cdot \alpha_S \cdot \varrho = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i_t \cdot E_t \cdot dt$

anzeigen. Das ist aber die Größe  $L_S$ , welche den Eigenverbrauch darstellt. Falls jedoch die Ablenkung  $\alpha_S$  relativ klein ist, wird  $L_S$  ungenau gemessen. Es empfiehlt sich dann, den Eigenverbrauch

rechnerisch nach der Gleichung  $L_S = \frac{E^2}{\varrho}$  zu ermitteln.

Legen wir das eine Ende der Spannungsspule nicht nach  $a$ , sondern nach  $c$  (Fig. 73) (bei hohen Spannungen und schwachen Strömen), so durchfließt zwar der Motorstrom auch die Stromspule, aber die Spannungsspule erhält eine um den Spannungsverlust in der festen Spule zu hohe Spannung.

Die Ablenkung wird dann von den Strömen  $J$  und  $i$  hervorgerufen, so daß die Beziehung besteht:

$$c \cdot \alpha = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_t \cdot i_t \cdot dt, \quad \text{darin ist aber } i_t = \frac{E_t + J_t \cdot r}{\varrho},$$

$$\begin{aligned} \text{somit} \quad c \cdot \alpha \cdot \varrho &= \frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_t \cdot (E_t + J_t \cdot r) \cdot dt \\ &= \frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_t \cdot E_t \cdot dt + \frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_t^2 \cdot r \cdot dt = L + L', \end{aligned}$$

$$\text{wobei} \quad L' = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_t^2 \cdot r \cdot dt = J^2 \cdot r$$

den in der Hauptstromspule auftretenden Leistungsverbrauch bedeutet.

Das Instrument gibt demnach den Leistungsverbrauch des Motors um den Leistungsverlust in der Stromspule zu hoch an.

Wegen der Selbstinduktion in der Spannungsspule müssen diese Angaben außerdem noch korrigiert werden. Besser ist es jedoch, den Fehler möglichst gering zu halten. Zu dem Zweck brauchen wir nur in der Gleichung  $\text{tg } \delta = \frac{\mathcal{E} \cdot \omega}{\varrho}$ , worin  $\mathcal{E}$  den Induktionskoeffizienten der Spule bedeutet, den Nenner  $\varrho$  groß zu machen dadurch, daß wir das Instrument für niedrige Spannungen (ca. 5 bis 20 Volt) bauen, wofür bei kleinem Strom  $i$  der Widerstand (ca. 150 bis 1000 Ohm) ziemlich groß wird.

Über Arbeiten mit dynamometrischen Leistungsmessern und die Berechnung der Korrekturen sind von Orlich<sup>1)</sup> ausführliche Angaben gemacht worden.

Für höhere Spannungen wird ein induktionsfreier Widerstand  $R$  vorgeschaltet, wodurch  $\text{tg } \delta = \frac{\mathcal{E} \cdot \omega}{\varrho + R}$  verschwindend klein wird. Für höhere Spannungen und schwächere Ströme ist deswegen

<sup>1)</sup> Helios 1909, S. 373.



eine Korrektur nicht erforderlich, dagegen für niedrigere Spannungen und starke Ströme. Der Vorschaltwiderstand muß nun so geschaltet werden, daß besonders bei sehr hohen Spannungen zwischen zwei Punkten des Instruments keine dasselbe gefähr-

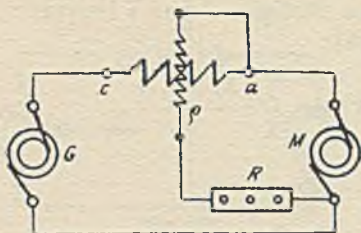


Fig. 74.

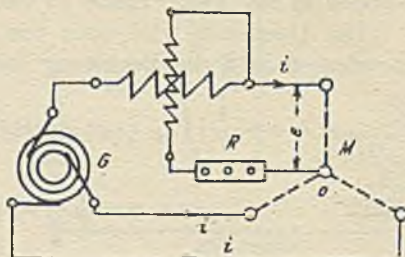


Fig. 75.

dende Potentialdifferenz auftreten kann, wie Fig. 74 zeigt. Als einfachste Regel merke man sich dabei, daß man von einer Klemme *a* der Stromspule direkt zur Spannungsspule gehen muß.

Benutzt man bei starken Strömen Stromwandler, so sind auch hierfür Korrekturen wegen Änderung des Übersetzungsverhältnisses mit der Belastung und Winkelabweichung des Sekundärstroms anzubringen<sup>1)</sup>

## 2. Mehrphasenströme.

Die Leistung eines Mehrphasensystems ist gleich der Summe der Leistungen der einzelnen Phasen, so daß man allgemein setzen kann:  $L = L_1 + L_2 + \dots + L_n$  und für das in der Praxis am meisten gebräuchliche Dreiphasensystem:  $L = L_1 + L_2 + L_3$ . Für ein unverkettetes System können wir daher mit drei Instrumenten die Gesamtleistung bestimmen.

Sind nun die einzelnen Phasen miteinander verkettet, so können wir dabei Stern- und Dreieckschaltung annehmen. Setzen wir vorläufig gleiche Belastung und Phasenverschiebung der drei Phasen voraus, so ist  $L = 3 \cdot e \cdot i \cdot \cos \varphi$ , wo *e* und *i* Spannung und Stromstärke einer Phase bedeuten.

Auf Grund dieser Gleichung ist es bei gleicher Belastung der drei Phasen nur nötig, die Leistung einer Phase  $e \cdot i \cdot \cos \varphi$  zu bestimmen, wozu man folgende Schaltung (Fig. 75) macht, die

<sup>1)</sup> ETZ. 1909, S. 489.

aber nur möglich ist, wenn man den neutralen oder Sternpunkt 0 zum Anschluß benutzen kann.

Für den Fall, daß der Sternpunkt nicht zugänglich ist, kann man sich einen solchen künstlich herstellen, indem man nach Behn - Eschenburg zwei gleich große Widerstände  $r$  (Fig. 76) in Sternschaltung an die Außenleiter anlegt und den Sternpunkt 0

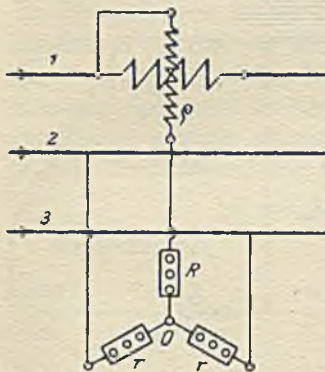


Fig. 76.

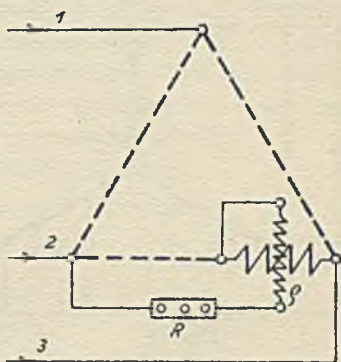


Fig. 77.

mit der Spannungsspule verbindet. Bei Leerlaufmessungen an asynchronen Motoren und Transformatoren sind diese Schaltungen jedoch wegen der Ungleichheit der Ströme und Spannungen nicht brauchbar. Welchen Fehler diese Meßanordnungen bei verschiedener Belastung der Phasen ergeben können, ist von Schmiedel<sup>1)</sup> ausführlich erörtert worden.

Für Dreieckschaltung (Fig. 77) müßte man zur Messung die Verbindung zweier Phasen lösen, um die Stromspule in eine Phase legen zu können, wodurch jedoch der Widerstand der einen Phase verändert würde.

Führen wir in die Gleichung der Drehstromleistung Außenleiterspannungen und Ströme (große Buchstaben) ein, so gilt für Sternschaltung:  $E = e \cdot \sqrt{3}$ ,  $J = i$  und für Dreieckschaltung:  $E = e$ ,  $J = i \cdot \sqrt{3}$ , woraus sich ergibt:

$$L_{\lambda} = \frac{3E}{\sqrt{3}} \cdot J \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot E \cdot J \cdot \cos \varphi$$

und 
$$L_{\Delta} = \frac{3 \cdot E \cdot J}{\sqrt{3}} \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot E \cdot J \cdot \cos \varphi,$$

<sup>1)</sup> ETZ. 1913, S. 53.



wo  $\varphi$  den Phasenverschiebungswinkel zwischen  $e$  und  $i$  bedeutet.

Gehen wir nun von dem allgemeinen Fall aus, daß durch drei Leitungen eine elektrische Leistung übertragen wird und der Sternpunkt nicht zugänglich ist, wobei die Stromempfänger in Sternschaltung angeschlossen sein mögen, wie Fig. 78 zeigt, so

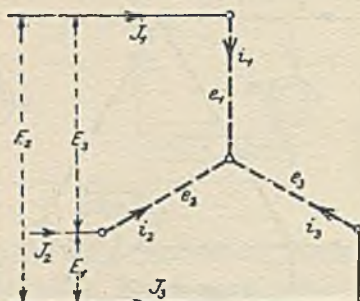


Fig. 78.

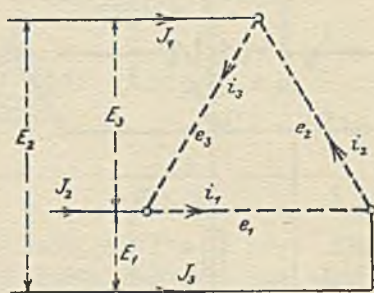


Fig. 79.

können wir bei beliebiger Belastung für einen beliebigen Zeitpunkt die Gesamtleistung  $L_t$  als Summe dreier Augenblicksleistungen in den einzelnen Phasen darstellen nach der Gleichung

$$L_t = L_{1t} + L_{2t} + L_{3t} \quad \text{oder, da } L_{1t} = e_{1t} \cdot i_{1t} \text{ usw.}$$

war, so folgt durch Einsetzen

$$L_t = e_{1t} \cdot i_{1t} + e_{2t} \cdot i_{2t} + e_{3t} \cdot i_{3t}.$$

Wir können aber nur Spannung und Strom der Außenleiter messen, müssen demnach die Gleichung entsprechend umformen, wozu wir leicht mit Hilfe der Gleichungen

$$i_{1t} + i_{2t} + i_{3t} = 0 \quad \text{und} \quad i_{1t} = J_{1t}, \quad i_{2t} = J_{2t}, \quad i_{3t} = J_{3t}$$

gelangen können. Setzen wir nämlich  $i_{3t} = -(i_{1t} + i_{2t})$  in die Gleichung der Leistung ein, so erhalten wir

$$\begin{aligned} L_t &= e_{1t} \cdot i_{1t} + e_{2t} \cdot i_{2t} - e_{3t} \cdot (i_{1t} + i_{2t}) \\ &= i_{1t} \cdot (e_{1t} - e_{3t}) + i_{2t} \cdot (e_{2t} - e_{3t}) \end{aligned}$$

oder, da  $e_{1t} - e_{3t} = -E_{2t}$  und  $e_{2t} - e_{3t} = E_{1t}$  ist,

$$L_t = -i_{1t} \cdot E_{2t} + i_{2t} \cdot E_{1t} = -J_{1t} \cdot E_{2t} + J_{2t} \cdot E_{1t}.$$

Für die Zeit einer Periode ist dann die Gesamtleistung gleich der mittleren Summe der augenblicklichen Leistungen

$$\frac{1}{T} \cdot \int_0^T L_t \cdot dt = L = -\frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_{1t} \cdot E_{2t} \cdot dt + \frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_{2t} \cdot E_{1t} \cdot dt = -L_1 + L_2.$$

Lassen wir nun die zugehörigen Spannungen und Ströme nach der Methode von Aron<sup>1)</sup> auf die Spule zweier Leistungsmesser einwirken, so gibt uns die algebraische Summe der Ablesungen  $(\alpha_1 + \alpha_2)$  die gesamte Drehstromleistung an da die negative Leistung  $L_1$  gemäß der Definition der Richtung der Spannungen durch eine positive Ablenkung  $\alpha_1$  gemessen wird<sup>2)</sup>.

Für Dreieckschaltung (Fig. 79) gilt ebenfalls

$$L_t = e_{1t} \cdot i_{1t} + e_{2t} \cdot i_{2t} + e_{3t} \cdot i_{3t}.$$

Außerdem ist  $e_{1t} + e_{2t} + e_{3t} = 0$

oder  $e_{3t} = -(e_{1t} + e_{2t})$

und  $i_{1t} - i_{3t} = J_{2t}$

$$i_{2t} - i_{3t} = -J_{1t},$$

woraus folgt:

$$\begin{aligned} L_t &= e_{1t} \cdot i_{1t} + e_{2t} \cdot i_{2t} - i_{3t} \cdot (e_{1t} + e_{2t}), \\ &= e_{1t} \cdot (i_{1t} - i_{3t}) + e_{2t} \cdot (i_{2t} - i_{3t}) = E_{1t} \cdot J_{2t} - E_{2t} \cdot J_{1t}. \end{aligned}$$

Für eine Periode ist dann:

$$L = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T E_{1t} \cdot J_{2t} \cdot dt - \frac{1}{T} \cdot \int_0^T E_{2t} \cdot J_{1t} \cdot dt = L_2 - L_1,$$

wobei wieder  $L_1$  auch durch positive Ablenkungen gemessen wird, so daß  $L$  als Summe der Instrumentangaben zu bilden ist. Es ergibt sich demnach für Stern- und Dreieckschaltung dasselbe Ergebnis, wie ja vorauszusehen war, da bei denselben Spannungen und Strömen einer Phase die Leistung von der Schaltung unabhängig sein muß. Diese Methode ist auch für beliebige Kurvenform zu verwenden, da hierüber in der Ableitung keine Annahmen gemacht sind. Die Meßanordnung zeigt Fig. 80.

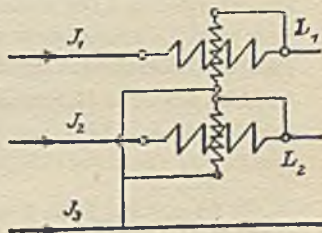


Fig. 80.

<sup>1)</sup> ETZ. 1892, S. 193.

<sup>2)</sup> Görges, ETZ. 1891, S. 213.



Man kann auch mit einem Instrument dabei auskommen, wenn man einen Umschalter (Siemens & Halske) benutzt, mit dem man ohne Unterbrechung des Stromkreises die Stromspule aus der ersten in die zweite Phase schalten kann, wie Fig. 81 zeigt. Zu dem Zweck wird erst  $ab$  kurzgeschlossen,

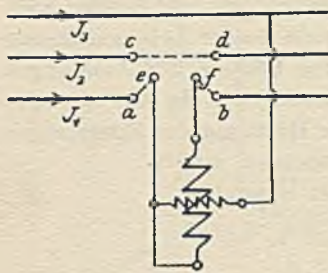


Fig. 81.

dann  $ea$  und  $fb$  nach  $ec$  und  $fd$  umgelegt und schließlich Verbindung  $cd$  entfernt. Zeigen sich beim Umlegen des Schalters Ablenkungen in derselben Richtung, so müssen sie addiert werden, andernfalls wird die kleinere von der größeren abgezogen:

Besitzt das Leitungsnetz jedoch noch einen vierten Leiter zwischen den Sternpunkten bei Sternschaltung, so ist allgemein die

Summe der drei Ströme im neutralen Leiter nicht Null<sup>1)</sup>. Man kann in diesem Fall ebenfalls die Leistung nach den von Aron<sup>2)</sup> und Stern<sup>3)</sup> angegebenen Methoden messen. Die dabei abgeleiteten Formeln sind später von Orlich<sup>4)</sup> auch für den Fall ergänzt worden, daß die Summe der drei Sternspannungen nicht gleich Null ist, d. h. die Kurven höhere Harmonische besitzen, deren Ordnungszahl durch 3 teilbar ist.

Vorwendet man in diesem Fall die Methode von Fröhlich<sup>5)</sup>, bei der drei Leistungsmesser in den Hauptleitungen liegen, so muß man die zu einem Sternpunkt geführten Spannungsspulen über diesen mit dem neutralen Leiter verbinden. Diese Schaltung ist unerläßlich bei der Messung der Leistung von Kleinstmotoren oder Verbrauchern von kleinem Strom, wenn die Hauptstromspulen großen Spannungsabfall erzeugen. Bei Verwendung von zwei Leistungsmessern würde man in diesem Fall nicht den richtigen Betriebszustand erhalten.

Für gleiche Belastungen in den drei Zweigen lassen sich nun auf Grund des Diagramms<sup>6)</sup> Fig. 82 die vorher angegebenen Beziehungen ebenfalls ableiten, wenn wir die Stromspulen der beiden

<sup>1)</sup> Bragstad, ETZ. 1900, S. 252.

<sup>2)</sup> ETZ. 1901, S. 215.

<sup>3)</sup> ETZ. 1901, S. 267; 1903, S. 976.

<sup>4)</sup> ETZ. 1907, S. 71.

<sup>5)</sup> ETZ. 1893, S. 575.

<sup>6)</sup> Vgl. ETZ. 1899, S. 120; 1903, S. 111, 193, 993; Ind. El. 1909, S. 437.

Leistungsmesser in die Zweige 1 und 2, die Spannungsspulen zwischen 1 und 3, bzw. 2 und 3 einschalten. Dann mißt das erste Instrument:

$$L_1 = i_1 \cdot E_2 \cdot \cos \alpha = J_1 \cdot E_2 \cdot \cos [180 - (\varphi + 30^\circ)]$$

und das zweite

$$L_2 = i_2 \cdot E_1 \cdot \cos \beta = J_2 \cdot E_1 \cdot \cos (\varphi - 30^\circ)$$

oder, wenn wir  $J_1 = J_2 = J$  und  $E_1 = E_2 = E$  setzen,

$$L_1 = -J \cdot E \cdot \cos (\varphi + 30^\circ); \quad L_2 = J \cdot E \cdot \cos (\varphi - 30^\circ).$$

Subtrahieren wir beide Gleichungen voneinander, so folgt:

$$L_2 - L_1 = J \cdot E \cdot [\cos (\varphi - 30^\circ) + \cos (\varphi + 30^\circ)],$$

daraus ergibt sich durch Umformen:

$$L = L_2 - L_1 = J \cdot E \cdot 2 \cos 30^\circ \cdot \cos \varphi = J \cdot E \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi.$$

Ersetzt man darin für Sternschaltung

$$J = i \text{ und } E = e\sqrt{3}, \text{ so ist } L_2 - L_1 = 3 \cdot e \cdot i \cdot \cos \varphi,$$

und das war nach früheren Ableitungen die gesamte Dreiphasenleistung  $L$ , so daß auch hier  $L = L_2 - L_1$  wird, wo wieder  $-L_1$  durch eine positive Ablenkung angegeben wird.

Wird darin für  $L_1$  der Winkel  $\varphi > 60^\circ$ , so wird  $\cos (\varphi + 30^\circ)$  negativ, und die Ablenkung ist demnach auch negativ in die Summe einzusetzen.

Auf Grund der beiden Ablesungen kann man auch den  $\sphericalangle \varphi$  der Phasenverschiebung leicht bestimmen, wenn man bildet:

$$\frac{L_2 + L_1}{L_2 - L_1} = \frac{\cos (\varphi - 30^\circ) - \cos (\varphi + 30^\circ)}{\cos (\varphi - 30^\circ) + \cos (\varphi + 30^\circ)} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \operatorname{tg} \varphi = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_2 + \alpha_1},$$

wobei  $L_2 = c \cdot \alpha_2$  und  $-L_1 = c \cdot \alpha_1$  gesetzt ist. Daraus folgt:

$$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{3} \cdot \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_2 + \alpha_1}.$$

Auf Grund dieser Gleichung läßt sich der Leistungsfaktor  $\cos \varphi$  nach Kuderna<sup>1)</sup> mittels einer analytisch-graphischen Methode bestimmen. Sie ist jedoch von ihm dann so weit vereinfacht<sup>2)</sup>

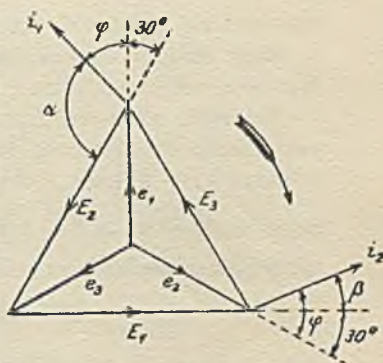


Fig. 82.

<sup>1)</sup> El. u. M. Wien. 1907, S. 987.

<sup>2)</sup> El. u. M. Wien. 1908, S. 109.



worden, daß man ohne Rechnung, nur mit Hilfe des Zirkels den Winkel  $\varphi$  und gleichzeitig  $\cos \varphi$  ermitteln kann.

Nach Fig. 83 macht man  $Oa = L_1$  und  $Ob = L_2$  oder bei gleicher Konstante der Instrumente gleich  $\alpha_1$  bzw.  $\alpha_2$ . Über  $ab$  errichtet man dann das gleichseitige Dreieck  $abc$ , dann ist  $\sphericalangle cOb = \varphi$ , da

$$\operatorname{tg}(cOb) = \frac{ce}{Oe} = \frac{\frac{L_2 - L_1}{2} \cdot \sqrt{3}}{L_1 + \frac{L_2 - L_1}{2}}$$

oder

$$\operatorname{tg}(cOb) = \sqrt{3} \cdot \frac{L_2 - L_1}{L_2 + L_1} \text{ ist.}$$

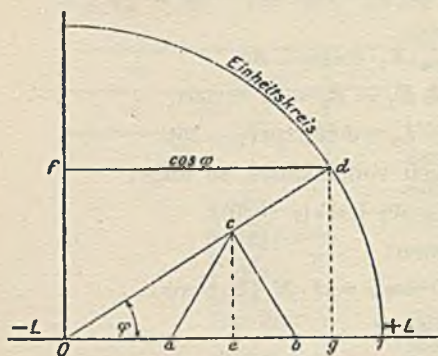


Fig. 83.

Um  $\cos \varphi$  direkt abgreifen zu können, zieht man einen sog. Einheitskreis (z. B.  $O1 = 100$  mm)

und verlängert  $Oc$  bis  $d$ , dann ist  $fd = Og = \cos \varphi$ .

Eine andere zeichnerische Darstellung dieser Formel hat Haidegger<sup>1)</sup> angegeben.

Bei einer größeren Anzahl von Ablesungen wäre eine Tafel vorteilhaft, aus der man durch Eintragung von  $L_1$  und  $L_2$  ohne weiteres  $\cos \varphi$  ablesen kann. Man erhält sie auf folgende Weise:

Setzt man  $\frac{L_1}{L_2} = \operatorname{tg} \beta = b$  und  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi}}{\cos \varphi}$ , so lautet die umgeformte Gleichung:

$$\cos \varphi = \frac{1 + b}{2 \cdot \sqrt{1 - b + b^2}},$$

d. h.  $\cos \varphi$  ist eine Funktion des Verhältnisses  $\frac{L_1}{L_2}$  oder des Winkels  $\beta$ , der zwischen  $+45$  und  $-45^\circ$  gelegen sein muß. Man konstruiert sich nun umgekehrt zu verschiedenen angenommenen Werten von  $\cos \varphi$  den  $\sphericalangle \beta$ , wie Fig. 84 zeigt.

In einem rechtwinkligen Koordinatensystem, dessen Achsen  $L_2$  (horizontal) und  $L_1$  (vertikal) bilden, sei  $Oa$  gleich der Einheit. Trägt man auf dem Lot in  $a$  nach oben  $L_1 = ab = Oa$ , und nach unten  $-L_1 = ac = Oa$  an, so gilt der Strahl  $Ob$  für  $\cos \varphi = 1$ , da  $\operatorname{tg}(aOb) = \operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} 45^\circ$  oder  $b = 1$  ist. Strahl  $Oc$

<sup>1)</sup> ETZ. 1918, S. 335.

gibt dann  $\cos \varphi = 0$  an, da  $\operatorname{tg} a O c = -\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} (-45^\circ)$  oder  $b = -1$  ist.  $O a$  ist die Richtung für  $\cos \varphi = 0,5$ , da  $L_1 = 0$  und damit  $\operatorname{tg} \beta = 0$  ist. Man zeichnet nun über  $a b$  das gleichseitige Dreieck  $a b d$ , dann ist  $b d = O a = L_2$  und der Kreis mit  $b d$  um  $d$ , der durch  $a$  und  $e$  geht, der Einheitskreis aus Fig. 83.

Will man jetzt die Strahlen für 0,9; 0,8; 0,7 usw. oder Zwischenstrahlen zeichnen, so teilt man die Einheitsstrecke  $b d$  danach ein, geht zum Einheitskreis und zieht nach dem gefundenen Punkte des Einheitskreises von  $d$  aus einen Strahl, der die Linie  $c b$  in einem Punkte schneidet, dessen Verbindung mit  $O$  den Strahl für den zugehörigen Wert von  $\cos \varphi$  ergibt. (Diese Konstruktion ist für  $\cos \varphi = 0,9$  und  $\cos \varphi = 0,3$  angegeben.) Diese Strahlen trägt man vorteilhaft auf Millimeterpapier auf, um darin bequem und schnell die Werte für  $L_2$  und

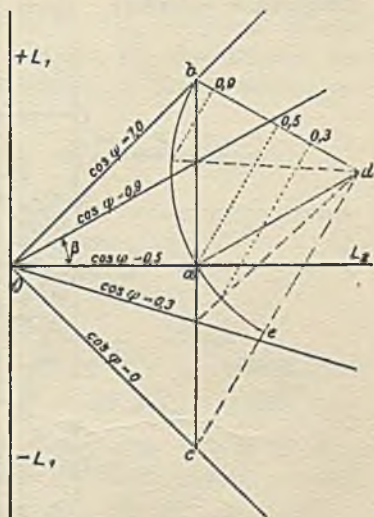


Fig. 84.

$L_1$  einzeichnen zu können. Zu jedem für dieselbe Konstante des Leistungsmessers abgelesenen Wert von  $L_2$  und  $L_1$  ergibt sich ein Punkt, dessen Lage auf einem Strahl den Leistungsfaktor  $\cos \varphi$  ablesen läßt.

Eine andere Methode ist von Radtke<sup>1)</sup> angegeben.

Stellt man danach die Gleichung  $\cos \varphi = \frac{1+b}{2 \cdot \sqrt{1-b+b^2}}$  als Funktion von  $\pm b$  in einem rechtwinkligen Koordinatensystem dar<sup>2)</sup>, so kann man aus der zur Abszisse  $L_2$  symmetrischen Kurve  $f(\cos \varphi, b)$  für das durch Messung gefundene Verhältnis  $\frac{L_1}{L_2} = b$  den Leistungsfaktor  $\cos \varphi$  auf der Ordinate entnehmen.

Bei ungleicher Belastung der Phasen kann man von einem Leistungsfaktor des Mehrphasensystems nicht mehr sprechen,

<sup>1)</sup> El. World 1907, S. 129; Ann. d. El. 1907, S. 398; ETZ. 1907, S. 1177.

<sup>2)</sup> ZfE. 1903, Heft 18; El. u. M. Wien. 1907, S. 12; ETZ. 1918, S. 336.



sondern muß die Leistungsfaktoren der einzelnen Phasen angeben. In diesem Fall ist in jeder Phase ein Leistungsmesser aufzunehmen, was aber, besonders bei Hochspannung, ein umfangreiches Instrumentarium und Herstellung eines künstlichen Nullpunkts erfordert. Nach Sauvage<sup>1)</sup> lassen sich nun für

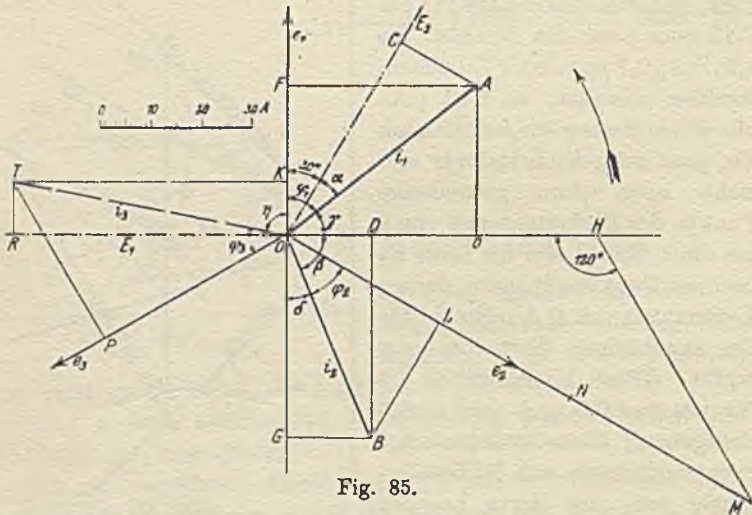


Fig. 85.

Dreiphasenstrom mit zwei Leistungsmessern die drei Phasenwinkel folgendermaßen bestimmen:

Man mißt nach Fig. 78, 80 und 82:

1. Stromstärke  $i_1 = J_1$ ; Spannung  $E_2$ ; Leistung  $L_1 = E_2 \cdot i_1 \cdot \cos \alpha$
2. „  $i_2 = J_2$ ; „  $E_1$ ; „  $L_2 = E_1 \cdot i_2 \cdot \cos \beta$
3. „  $i_1 = J_1$ ; „  $E_1$ ; „  $L_3 = E_1 \cdot i_1 \cdot \cos \gamma$ ,

indem man die Spannungsspule des ersten Leistungsmessers an  $E_1$  zwischen Phase 2 und 3 legt.

4. Stromstärke  $i_3 = J_3$  zur Nachprüfung (allgemein nicht notwendig).

Nun trägt man in einem rechtwinkligen Koordinatensystem (Fig. 85) außer den um  $120^\circ$  gegeneinander verschobenen Spannungen  $e_1, e_2, e_3$  den Strom  $i_1 = OA$  unter den Winkel  $\gamma$  gegen  $E_1$  (Abszisse) an, dann ist auch  $\varphi_1 = 90 - \gamma = 30 + \alpha$  bekannt, wodurch  $\alpha$  aus Messung 1 nachgeprüft werden kann. Dann zeichnet man  $i_2 = OB$  unter dem  $\sphericalangle \beta = \varphi_2 + 30$  geneigt, woraus

<sup>1)</sup> ETZ. 1913, S. 712.

$\sphericalangle \varphi_2$  zwischen  $e_2$  und  $i_2$  gefunden ist. Fällt man nun  $AC$  und  $BD$ , so ist  $OC = i_1 \cdot \cos \alpha = \frac{L_1}{E_2}$  und  $OD = i_2 \cdot \cos \beta = \frac{L_2}{E_1}$ . Macht man also  $DH = OC$ , so gibt  $OH = \frac{L_1}{E_2} + \frac{L_2}{E_1} = \frac{L}{E}$  ein Maß für die Gesamtleistung, wenn  $E_1 = E_2 = E_3 = E$  gesetzt wird. Für die Augenblickswerte, die sich als Projektionen der Stromvektoren auf eine beliebige Gerade (z. B. die Ordinatenachse) darstellen lassen, gilt aber

$$i_{1t} + i_{2t} + i_{3t} = i_1 \cdot \cos \varphi_1 - i_2 \cdot \cos \delta \pm i_3 \cdot \cos \eta = OF - OG \pm OK = 0.$$

Daraus findet man  $\pm OK = OG - OF$ .

Andererseits besteht aber die Beziehung:

$$L = \frac{E}{\sqrt{3}} \cdot (i_1 \cdot \cos \varphi_1 + i_2 \cdot \cos \varphi_2 + i_3 \cdot \cos \varphi_3).$$

Fällt man also das Lot  $BL$  auf  $e_2$ , so ist  $OL = i_2 \cdot \cos \varphi_2$  und  $OF = i_1 \cdot \cos \varphi_1$ . Setzt man noch  $\frac{L}{E} = OH$  ein, so erhält man  $i_3 \cdot \cos \varphi_3 = OH \cdot \sqrt{3} - (OL + OF)$ . Trägt man nun in  $H$  eine Linie unter dem  $\sphericalangle 120^\circ$  an, welche die Verlängerung von  $OL$  in  $M$  schneidet, so ist  $OM = OH \cdot \sqrt{3} = \frac{L}{E} \cdot \sqrt{3}$ . Macht man  $LN = OF$ , so wird  $NM = i_3 \cdot \cos \varphi_3$ .

Auf der Richtung des Vektors  $e_3$  wird nun  $OP = NM$  eingetragen. Errichtet man nun in  $P$  das Lot und zieht durch  $K$  eine Parallele zur Abszisse so schneiden sie sich in  $T$ . So findet man  $OT = i_3$  und  $\sphericalangle TOP = \varphi_3$ . Fällt man die Lote  $AV$  und  $TR$ , so muß  $OR = OD + OV$  sein.

Fig. 85 ist für  $L_1 = 134 \text{ kW}$ ,  $L_2 = 50 \text{ kW}$ ,  $L_3 = 112 \text{ kW}$ ,  $E = 3000 \text{ Volt}$ ,  $i_1 = 48 \text{ Amp.}$ ,  $i_2 = 44 \text{ Amp.}$  gezeichnet, wofür sich  $i_3 = 55 \text{ Amp.}$ ,  $\cos \varphi_1 = 0,626 (51^\circ 15')$ ,  $\cos \varphi_2 = 0,788 (38^\circ)$ ,  $\cos \varphi_3 = 0,751 (41^\circ 20')$  und  $L = L_1 + L_2 = \frac{106 \cdot 3000}{\sqrt{3}} = 184 \text{ kW}$  ergeben.

## b. Methode der drei Spannungsmesser.

Um die Leistung eines Wechselstromes zu messen, kann man auch obige Methode, wie sie von Swineburne, Ayrton und Sumpner angegeben ist, benutzen. Zu dem Zweck legt man



den Verbrauchersapparat  $A$  (Fig. 86) mit einem konstanten induktionsfreien Widerstand  $R_1$  in Reihe geschaltet an eine Wechselstromquelle  $E_3$  und mißt die drei Spannungen  $E_1$ ,  $E_2$ , und  $E_3$ . Dann gilt für jeden Augenblick

$$E_{1t} + E_{2t} = E_{3t}.$$

Quadrirt erhält man

$$E_{1t}^2 + E_{2t}^2 + 2E_{1t} \cdot E_{2t} = E_{3t}^2, \text{ oder, da } E_1 = J_1 \cdot R_1 \text{ ist,}$$

$$2J_{1t} \cdot R_1 \cdot E_{2t} = E_{3t}^2 - E_{1t}^2 - E_{2t}^2.$$

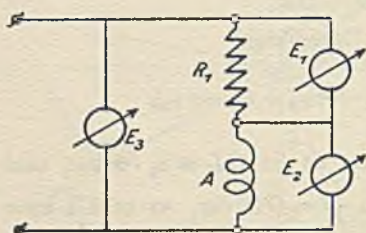


Fig. 86.

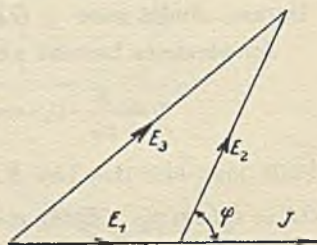


Fig. 87.

Durch Integration ergibt sich:

$$2 \cdot R_1 \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_{1t} \cdot E_{2t} \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T E_{3t}^2 \cdot dt - \frac{1}{T} \cdot \int_0^T E_{1t}^2 \cdot dt - \frac{1}{T} \cdot \int_0^T E_{2t}^2 \cdot dt$$

$$\text{oder} \quad 2 R_1 \cdot L_s^2 = E - E_1^2 - E_2^2,$$

woraus die in  $A$  verbrauchte Leistung

$$L = \frac{E^2 - E_1^2 - E_2^2}{2 R_1}$$

berechnet werden kann.

Behandeln wir die Aufgabe zeichnerisch, so können wir, von dem gemeinsamen Strom  $J$  als Richtlinie ausgehend, die Spannungen ihrer Größe und Richtung nach, wie Fig. 87 zeigt, hinzeichnen.  $E_1$  ist dabei in Phase mit  $J$ ,  $E_2$  ist um den  $\varphi$  gegen  $J$  voreilend verschoben, und  $E_3$  ist als geometrische Summe von  $E_1$  und  $E_2$  die Schlußlinie des Diagramms. Daraus läßt sich folgende Beziehung ableiten:

$$E_3^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2 E_1 \cdot E_2 \cdot \cos \varphi.$$

Setzt man  $E_1 = J \cdot R_1$ , so wird

$$E_3^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2 R_1 \cdot J \cdot E_2 \cdot \cos \varphi = E_1^2 + E_2^2 + 2 R_1 \cdot L$$

oder 
$$L = \frac{E_3^2 - (E_1^2 + E_2^2)}{2 R_1}.$$

Diese Methode ist insofern etwas umständlich, als neben der Unbequemlichkeit einer höheren Spannung  $E_3$  ein regulierbarer induktionsfreier Widerstand für stärkere Ströme teuer und nicht immer zur Hand ist. Sie eignet sich jedoch ganz gut zur Messung des Leistungsverbrauchs der Spannungsspule von Zählern, wenn man ein Elektrometer dazu verwendet<sup>1)</sup>.

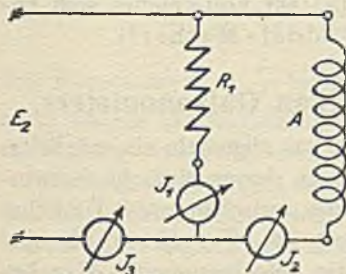


Fig. 88.

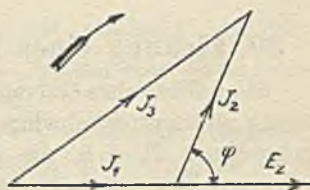


Fig. 89.

Besser ist folgende von Fleming vorgeschlagene

### c. Methode der drei Strommesser.

Hierbei schaltet man den induktionsfreien Widerstand  $R_1$  parallel zum Stromverbraucher  $A$  (Fig. 88). Dann gilt für jeden Augenblick:  $J_{3t} = J_{1t} + J_{2t}$ , oder nach Quadricung

$$J_{3t}^2 = J_{1t}^2 + J_{2t}^2 + 2 J_{1t} \cdot J_{2t} = J_{1t}^2 + J_{2t}^2 + 2 \frac{E_{2t}}{R_1} \cdot J_{2t},$$

da  $J_{1t} = \frac{E_{2t}}{R_1}$  ist.

Nach Integrierung und entsprechender Umformung bzw. aus dem Diagramm (Fig. 89) erhält man die Leistung:

$$L = \frac{R_1}{2} \cdot [J_3^2 - (J_1^2 + J_2^2)].$$

Diese beiden Methoden können um so fehlerhafter werden, je größer der Phasenwinkel  $\varphi$  zwischen Strom und Spannung

<sup>1)</sup> ETZ. 1901, S. 98.



im Stromverbraucher wird. Da das Resultat außerdem am genauesten wird, wenn  $E_1 = E_2$  bzw.  $J_1 = J_2$  gewählt wird, so ist mit dieser Messung ein erheblicher Arbeitsverbrauch verbunden. Man kann diese Messungen dadurch vereinfachen, daß man die Summe und Differenz der Spannungen  $E_1$  und  $E_2$  mißt oder schließlich ein einziges als Differential-Spannungsmesser gebautes Instrument für die Messung beider Spannungen anwendet<sup>1)</sup>.

Um den Leistungsfaktor eines Wechselstromkreises zu bestimmen, kann man nach Lulofs<sup>2)</sup> einen Leistungsmesser mit einer induktiven Spule im Spannungskreis benutzen.

Für Hochspannungsmessungen (30 000 Volt) eignet sich besonders der Leistungsmesser von Duddel - Mather<sup>3)</sup>.

### 30. Eichung eines ballistischen Galvanometers.

Ein ballistisches Galvanometer besitzt allgemein ein möglichst wenig gedämpftes schwingendes System, dessen einfache Schwingungsdauer  $T$ , d. h. die Zeit, welche zwischen zwei Umkehrpunkten liegt, verhältnismäßig groß ist ( $T > 15$  sec für ungedämpfte,  $T > 20$  sec für gedämpfte Schwingungen). Man benutzt es hauptsächlich zur Messung von Elektrizitätsmengen, die in so kurzer Zeit durch das Instrument fließen, daß das bewegliche System infolge des erlittenen Anstoßes erst dann sich zu bewegen beginnt, wenn die Elektrizitätsmenge bereits abgeflossen ist. Die Zeit  $T' = \frac{T}{\pi}$  eines ungedämpften Ausschlags soll dabei  $> 5$  sec sein. Für ein Nadelgalvanometer, dessen dauernder Ablenkungswinkel  $\varphi$  in Abhängigkeit von der Stromstärke  $J$  der Spule der Bedingung  $J = c \cdot \operatorname{tg} \varphi$  genügt (wenigstens für  $\varphi < 5^\circ$ ), kann man die hindurchgeflossene Elektrizitätsmenge bei ungedämpftem System

$$Q = 2c \cdot \frac{T}{\pi} \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \quad \text{cgs-Einh.}$$

setzen, worin  $\varphi$  dann den ersten ballistischen Ablenkungswinkel bedeutet.

Bei Drehspulengalvanometern mit Proportionalität zwischen Ablenkung  $\varphi$  und Stromstärke  $J$  gilt:

$$Q = c \cdot \frac{T}{\pi} \cdot \varphi \quad \text{cgs-Einh.}$$

<sup>1)</sup> ETZ. 1902, S. 221. <sup>2)</sup> ETZ. 1908, S. 227. <sup>3)</sup> ETZ. 1912, S. 1098.

Diese Gleichung genügt auch für Nadelgalvanometer bei genügend kleinen Winkeln  $\varphi$ .

Der Ablenkungswinkel  $\varphi$  ist gegeben durch die Anzahl der Skalenteile  $s$  bei einem Skalenabstand  $a$  (in Skalenteilen) aus der Gleichung  $\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{s}{a}$ . Da für kleine Winkel  $\operatorname{tg} 2\varphi = 2 \operatorname{tg} \varphi \approx 2\varphi$  gesetzt werden kann, so wird  $\varphi = \frac{s}{2a}$ .

Da außerdem  $J = c \cdot \varphi = \frac{c}{2a} \cdot s = c_1 \cdot s$  ist, so erhält man, wenn  $J$  in Amp. gemessen wird,

$$Q = c \cdot \frac{T}{\pi} \cdot \frac{s}{2a} = c_1 \cdot \frac{T}{\pi} \cdot s \quad \text{Coulomb.}$$

Die Konstante  $c_1 = \frac{J}{s}$  bezeichnet man als „statische“ und definiert sie als die Stromstärke in Amp., welche eine dauernde Ablenkung von 1 Skalenteil hervorruft.

Diese Betrachtungen sind unter der Voraussetzung abgeleitet, daß die Schwingungen isochron verliefen, d. h. ungedämpft waren. Im allgemeinen sind die Schwingungen jedoch schon durch den Luftwiderstand gedämpft und besonders bei Drehspulengalvanometern durch elektromagnetische Induktion bei Induktions- und Eisenuntersuchungen. Diese Schwingungsbögen  $\alpha$  nehmen dabei nach einer geometrischen Reihe ab, d. h. es ist  $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_3}$  usw. Das Verhältnis  $k$  zweier aufeinanderfolgender Schwingungen  $\alpha$  ist konstant und heißt das Dämpfungsverhältnis. Somit wäre  $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = k = \frac{\alpha_2}{\alpha_3}$  oder  $\frac{\alpha_1}{\alpha_3} = k^2$  und allgemein

$$\frac{\alpha_m}{\alpha_n} = k^{n-m} \quad \text{oder} \quad k = \sqrt[n-m]{\frac{\alpha_m}{\alpha_n}}.$$

Den Logarithmus von  $k$  nennt man das logarithmische Dekrement, und zwar bezeichnet man  $\log k = \lambda$  und  $\ln k = A = 2,3026 \cdot \lambda$ . Für gedämpfte Schwingungen ergibt sich die Elektrizitätsmenge

$$Q_d = Q \cdot k^{\frac{1}{\pi} \cdot \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\pi}{A}} = c_1 \cdot \frac{T}{\pi} \cdot \left[ k^{\frac{1}{\pi} \cdot \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\pi}{A}} \right] \cdot s$$

oder

$$Q_d = c_b \cdot s.$$

Den Wert in der Klammer bezeichnet man als Dämpfungsfaktor  $K$ .



Ist  $K \leq 2$ , so kann man den Faktor  $K = 1 + 1,16 \cdot \log k$  setzen und damit

$$Q_d = c_1 \cdot \frac{T}{\pi} \cdot s \cdot (1 + 1,16 \cdot \log k).$$

Ist  $k \leq 1,1$ , so wird  $K = \sqrt{k}$  und daraus

$$Q_d = c_1 \cdot \frac{T}{\pi} \cdot s \cdot \sqrt{k}.$$

Zur Berechnung der ballistischen Konstanten

$$c_b = c_1 \cdot \frac{T}{\pi} \cdot \left[ k^{\frac{1}{\pi}} \cdot \arctg \frac{\pi}{\lambda} \right]$$

ist es notwendig, die Schwingungsdauer  $T$  in sec für ungedämpftes System, sowie  $k$  bezogen auf unendlich kleine Bögen zu bestimmen.

Zu dem Zweck ermittelt man erst die Schwingungsdauer  $T_d$  bei Dämpfung, indem man die Zeit  $t$  feststellt, in welcher  $n$  Schwingungen ausgeführt werden, dann ist

$$T_d = \frac{t}{n} \text{ sec.}$$

Für langsame Schwingungen empfiehlt es sich dabei, die Zeitpunkte zu bestimmen, in denen das bewegte System durch die Ruhelage geht.

Die genauere Bestimmung von  $T_d$  zeigt ein Beispiel, bei dem folgende Beobachtungen der Durchgangszeiten durch die Ruhelage gemacht worden sind:

Durchgang	Zeit	Differenz
1	0,0''	
2	8,0''	8,0 sec
3	14,6''	6,6
4	22,4''	7,8
5	29,2''	6,8
6	37,0''	7,8
7	43,8''	6,8
8	51,7''	7,9
		51,7 sec

Daraus würde sich ergeben:

$$t = 51,7 \text{ sec} \quad n = 7$$

oder

$$I. \quad T_d = \frac{51,7}{4} = 7,38 \text{ sec.}$$

Ein Fehler in der Ablesung von  $t$  läßt sich dabei schwer beseitigen.

Oder man teilt eine gerade Anzahl von Beobachtungen in zwei Gruppen und bildet die Differenz der in jeder Gruppe gleich gelegenen Werte, hier z. B.

$$\left. \begin{array}{l} 5-1 = 29,2 \text{ sec} \\ 6-2 = 29,0 \text{ ,,} \\ 7-3 = 29,2 \text{ ,,} \\ 8-4 = 29,3 \text{ ,,} \end{array} \right\} \text{Mittelwert: } t = \frac{116,7}{4} = 29,175 \text{ sec.}$$

Summe = 116,7 sec

Diese Zeit  $t$  umfaßt zwischen dem 1. und 5. Durchgang  $n = 4$  Schwingungen, somit ist der genauere Wert

$$\text{II. } T_d = \frac{29,175}{4} = 7,26 \text{ sec.}$$

Bildet man statt der Differenz das Mittel zwischen zwei symmetrisch zur Mitte gelegenen Beobachtungen, so erhält man die Zeit zwischen zwei Umkehrpunkten, also

$$\begin{array}{ll} 4 \div 5) \quad \frac{22,4 + 29,2}{2} = 25,8 & 3 \div 6) \quad \frac{14,6 + 37}{2} = 25,8 \\ 2 \div 7) \quad \frac{8 + 43,8}{2} = 25,9 & 1 \div 8) \quad \frac{0 + 51,7}{2} = 25,85. \end{array}$$

Das Mittel ist 25,84 sec.

Man läßt nun das Galvanometer, ohne abzulesen, weiter schwingen und beginnt mit einer Ablenkung nach derselben Seite wie bei der ersten Messung eine neue Reihe von acht Schwingungen zu beobachten, wofür sich eine mittlere Zeit von 113 sec für einen neuen Umkehrpunkt ergeben möge. Dann liegt zwischen beiden Umkehrpunkten eine Zeit  $t = 113 - 25,84 = 87,16$  sec. Bei einer Schwingungsdauer von ca. 7,3 sec muß die gerade Anzahl von  $n = \frac{87,16}{7,3} \approx 12$  Schwingungen dazwischen liegen, woraus dann

$$\text{III. } T_d = \frac{t}{n} = \frac{87,16}{12} = 7,263 \text{ sec.}$$

folgt. Dazu findet man  $T$  für ungedämpfte Schwingungen aus

$$T = \frac{T_d}{\sqrt{1 + \left(\frac{\Delta}{\pi}\right)^2}}$$





Wegen der Reduktion auf sehr kleine Bögen ist ferner bei Nadelgalvanometern (mit erdmagnetischer Direktionskraft) eine Korrektur anzubringen nach der Gaußschen Formel:

$$T_{d_0} = T_d \cdot \left(1 - \frac{\alpha_m^2}{256 \cdot a^2}\right),$$

worin  $\alpha_m$  die mittlere Ablenkung von allen bei der Bestimmung von  $T_d$  abgelesenen ist. Bei Drehspulengalvanometern ist diese Korrektur nicht notwendig, da die Schwingungsdauer  $T_d$  bei einem durch Torsion bewegten System von der Amplitude der Schwingungen unabhängig ist.

Das Dämpfungsverhältnis  $k$  bestimmt man nicht aus zwei Ablesungen allein, sondern vorteilhaft aus einer geraden Anzahl von Beobachtungen in folgender Weise:

$$\left. \begin{array}{ll} \alpha_1 = 240 & \alpha_4 = 87,5 \\ \alpha_2 = 171 & \alpha_5 = 62,0 \\ \alpha_3 = 122 & \alpha_6 = 44,5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Aus den Skalenablesungen } \alpha_s \text{ reduziert auf Bogen-} \\ \text{maß nach der Gleichung:} \\ \alpha = \alpha_s \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \frac{\alpha_s^2}{a^2}\right). \end{array}$$

Hieraus findet man:

$$\left. \begin{array}{ll} \frac{\alpha_1}{\alpha_4} = k^3 = 2,74 & k = 1,400 \\ \frac{\alpha_2}{\alpha_5} = k^3 = 2,76 & 1,403 \\ \frac{\alpha_3}{\alpha_6} = k^3 = 2,74 & 1,400 \end{array} \right\} \text{Mittel: } k = 1,401.$$

Weil nun das Dämpfungsverhältnis für Solenoidgalvanometer vom Widerstande des Galvanometerkreises und den in demselben notwendigerweise vorhandenen Eisenmassen (Torroid, Schlußjoch) abhängig ist, so ist es zweckmäßig, für verschiedene Widerstände des Schließungskreises das Dämpfungsverhältnis  $k$  zu bestimmen und aus den Werten von  $k$  als Ordinaten und den Widerständen des Schließungskreises  $R$  als Abszissen die Dämpfungskurve  $f(k, R)$  aufzustellen.

Eine ausführliche Theorie des ballistischen Drehspulengalvanometers ist von Diesselhorst<sup>1)</sup> und Worthing<sup>2)</sup> angegeben worden.

<sup>1)</sup> Ann. d. Ph. 1902, S. 458.

<sup>2)</sup> Phys. Rev. Bd. 6, S. 165.

Methoden zur Bestimmung von  $c_b$ .

Nach der Gleichung  $c_b = \frac{Q}{s}$  ist  $c_b$  definiert als die Elektrizitätsmenge, welche 1 Skalenteil Ablenkung hervorruft. Es ist daher nur notwendig, durch eine bekannte Elektrizitätsmenge  $Q$  eine ballistische Ablenkung  $s$  zu erzeugen.

## a) Mittels Induktionsspule.

Eine im Verhältnis zum Durchmesser  $d$  sehr lange Spule ohne Eisen von der Länge  $l$  ( $> 25 d$ ) und dem Querschnitt  $F$  cm<sup>2</sup> sei mit einer Lage von  $w_1$  Windungen bewickelt. Über der Mitte liegt eine dicht umschließende schmale Sekundärspule von  $w_2$  Windungen, die an das ballistische Galvanometer angeschlossen wird. Führt die lange Primärspule einen Strom  $J_1$  Amp., so wird beim Kommutieren auf  $-J_1$  in der Zeit  $0 \div t$  das Galvanometer eine Ablenkung  $s$  erleiden.

Infolge der von der langen Spule in der Mitte erzeugten Induktion

$$\mathfrak{B}_0 = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{J_1 \cdot w_1}{l} \quad \text{Gauß}$$

wird die Sekundärspule von einer magnetischen Kraftlinienzahl

$$\mathfrak{N} = F \cdot \mathfrak{B}_0 = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{J_1 \cdot w_1 \cdot F}{l} \quad \text{Maxwell}$$

getroffen. Beim Kommutieren entsteht dann in ihr eine EMK

$$\begin{aligned} \text{I.} \quad E_t &= -w_2 \cdot \frac{d\mathfrak{N}}{dt} \cdot 10^{-8} = -\frac{4\pi}{10} \cdot \frac{F \cdot w_1 \cdot w_2}{l} \cdot 10^{-8} \cdot \frac{dJ_1}{dt} \\ &= -\mathfrak{S}_g \cdot \frac{dJ_1}{dt} \quad \text{Volt.} \end{aligned}$$

Diese erzeugt in dem Widerstande  $R_2$  einen Strom  $J_{2t}$ , entsprechend der Gleichung

$$\text{II.} \quad E_t = J_{2t} \cdot R_2 + \mathfrak{S}_2 \cdot \frac{dJ_2}{dt}$$

Aus I und II folgt:

$$-\mathfrak{S}_g \cdot dJ_1 = R_2 \cdot J_{2t} \cdot dt + \mathfrak{S}_2 \cdot dJ_2$$

Für den Zeitraum  $0 \div t$  ist dann

$$-\mathfrak{S}_g \cdot \int_{+J_1}^{-J_1} dJ_1 = R_2 \cdot \int_0^t J_{2t} \cdot dt + \mathfrak{S}_2 \cdot \int_0^0 dJ_2$$



oder

$$\mathcal{E}_g \cdot 2 J_1 = R_2 \cdot Q,$$

woraus folgt:

$$Q = \frac{2 \cdot \mathcal{E}_g \cdot J_1}{R_2} = c_b \cdot s$$

oder

$$c_b = \frac{2 \cdot \mathcal{E}_g \cdot J_1}{R_2 \cdot s},$$

worin

$$\mathcal{E}_g = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{F \cdot w_1 \cdot w_2}{l} \cdot 10^{-8} \quad \text{Henry}$$

aus den Abmessungen berechnet werden kann.

Aus dieser Gleichung ersieht man, daß  $c_b$  von  $R_2$  abhängig ist und daß man auch zwei beliebige Spulen, deren gegenseitiger Induktionskoeffizient  $\mathcal{E}_g$  (Henry) konstant und bekannt ist, zur Eichung des Galvanometers benutzen kann. Solche Spulen sind von Searle<sup>1)</sup> und Campbell<sup>2)</sup> angegeben worden.

#### b) Mittels Kondensators.

Man lädt einen Kondensator ohne Rückstandsladung (Luft- oder Glimmerdielektrikum) von bekannter Kapazität  $C$  mit einer genau bestimmten Spannung  $E$  und entlädt ihn sogleich auf das ballistische Galvanometer, wobei die erste Ablenkung  $s$  (reduziert auf kleine Bögen) auftreten möge. Dann ist die aufgenommene Elektrizitätsmenge

$$Q = C \cdot E = c_{b0} \cdot s$$

oder

$$c_{b0} = \frac{C \cdot E}{s}.$$

Diese Konstante gilt, solange der Galvanometerwiderstand nicht 100 000 Ohm übersteigt, für die geringste Dämpfung  $k_0$ , als wenn der Galvanometerkreis offen wäre.

Arbeitet das Instrument bei einer Messung mit dem Dämpfungsfaktor  $k$ , so wird die dafür gültige Konstante

$$c_b = c_{b0} \cdot \frac{k}{k_0}.$$

#### c) Mit konstantem Magnetfeld.

Zwei Magnetstäbe von gleicher Kraftlinienzahl  $\mathcal{N}$  (Maxwell) sind mit gleichnamigen Polen bei gemeinsamer Achsenrichtung

<sup>1)</sup> El. 1905, S. 318.

<sup>2)</sup> Proc. Phys. Soc. London 1908, S. 69; Phil. Mag. 1908, S. 155; ZfI. 1908, S. 222 (Ref.).

einander bis auf einen kurzen Zwischenraum gegenübergestellt. Von Mitte zu Mitte der Stäbe läßt sich darüber eine Spule von  $w_2$  Windungen verschieben. Bei schneller Bewegung der Spule erhält man dann in einem angeschlossenen Galvanometer die Ablenkung  $s$  bei einem Widerstande  $R_2$  des Galvanometerkreises. Dann gilt die Beziehung:

$$E_t = -w_2 \cdot \frac{d\mathfrak{N}}{dt} \cdot 10^{-8} = J_{2t} \cdot R_2 + \mathfrak{S}_2 \cdot \frac{dJ_2}{dt},$$

$$\text{oder } \int_0^t E_t \cdot dt = -w_2 \cdot 10^{-8} \cdot \int_{+\mathfrak{N}}^{-\mathfrak{N}} d\mathfrak{N} = R_2 \cdot \int_0^t J_{2t} \cdot dt + \mathfrak{S}_2 \cdot \int_0^0 dJ_2,$$

$$\text{woraus folgt } w_2 \cdot 10^{-8} \cdot 2\mathfrak{N} = R_2 \cdot Q = R_2 \cdot c_b \cdot s$$

$$\text{oder } c_b = \frac{2 \cdot w_2 \cdot \mathfrak{N}}{R_2 \cdot s} \cdot 10^{-8}.$$

### 31. Vergleichung von Kapazitäten (ballistisch).

Mit einem Normalkondensator von der Kapazität  $C_1$  kann man die Kapazität  $C_2$  eines anderen bestimmen, indem man beiden Kondensatoren mit derselben Spannung  $E$  die Elektrizitätsmengen  $Q_1$  und  $Q_2$  mitteilt. Dann ist

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{C_1 \cdot E}{C_2 \cdot E} = \frac{C_1}{C_2}.$$

Entlädt man dann beide Kondensatoren durch ein ballistisches Galvanometer, so ist die Elektrizitätsmenge proportional der Ablenkung  $\alpha$ , oder  $Q_1 = c \cdot \alpha_1$  und  $Q_2 = c \cdot \alpha_2$ . Daraus folgt:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{c \cdot \alpha_1}{c \cdot \alpha_2} = \frac{C_1}{C_2}$$

$$\text{oder } \frac{C_1}{C_2} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}.$$

Vor dem Versuch muß jedoch die Proportionalitätsgrenze festgestellt werden, indem man den Normalkondensator an verschiedene Spannungen legt; dann müssen bei Entladung die Ablenkungen den Spannungen proportional sein. Andernfalls muß die Eichkurve  $f(Q, \alpha)$  bestimmt werden.

Besitzt der zu messende Kondensator die Eigenschaft der dielektrischen Absorption oder Rückstandsladung, so kann bei längerem Schließen des Entladekreises infolge des Rückstandes



eine zu große Ablenkung des Galvanometers auftreten. Um Fehler zu vermeiden, hat Zeleny<sup>1)</sup> einen Schlüssel konstruiert, mit Hilfe dessen man imstande ist, die Entladung schnell nach Abschalten von der Stromquelle vorzunehmen und außerdem die Zeitdauer einzustellen, welche für die richtige Entladung der „freien“ Elektrizitätsmengen erforderlich ist. Man wählt dabei eine Entladedauer, die zwischen anderen Zeiten gelegen ist, für welche dieselben Ablenkungen auftreten. Die einzelnen Kontakte können auch durch ein Pendel nacheinander hergestellt werden.

Sobald man für die Messung von Kapazitäten und Induktivitäten Gleichstrom verwendet, sind die gewonnenen Resultate nicht ohne weiteres für Wechselstrom richtig. Infolge der Ladungen und dielektrischen Absorption sowie Vergrößerung des Leitungswiderstandes durch ungleichmäßige Stromdichte über den Leiterquerschnitt, durch Induktion und magnetische Hysteresis zeigen sich bisweilen große Unterschiede bei verschiedenen Stromarten und Frequenzen. Man soll daher, soweit es zugänglich ist, Gebilde mit Kapazitäts- oder Induktionswirkungen mit derjenigen Stromart und Frequenz untersuchen, mit der sie normalerweise arbeiten. Zeigen die zu messenden Größen keine oder nur eine geringe Abhängigkeit von der Frequenz, so ist die Kenntnis derselben bei den vergleichenden oder Relativmessungen nicht erforderlich. Nur bei absoluten Messungen ist es notwendig, die Periodenzahl dem Gebilde anzupassen und während des Versuchs konstant zu halten. Das kann dadurch geschehen, daß man die Periodenzahl durch eine in der Tonhöhe veränderliche Stimmgabel mißt, indem man sie auf einen durch den Wechselstrom erzeugten Ton reguliert. Änderungen der Frequenz zeigen sich sogleich durch das Entstehen von Schwebungen an. Annähernd kann die Frequenz auch durch ein Resonanzrohr nach Schmidt<sup>2)</sup> ermittelt werden, das man auf ein Telephon aufsetzt. Die Frequenz ist aus der Länge der im Innern des Rohres entstehenden Kundtschen Staubfiguren zu entnehmen.

Erzeugt man den Wechselstrom in Maschinen oder durch Vermittlung rotierender Unterbrecher, so braucht man nur die Drehzahl zu messen und konstant zu halten. Dafür ist von Rosa<sup>3)</sup>

<sup>1)</sup> Phys. Rev. 1906, S. 65; Orlich, Ind. u. Kapazität, S. 203.

<sup>2)</sup> Ann. d. Ph. 1902, S. 225.

<sup>3)</sup> Bull. Bur. Stand. 1907, S. 557.

eine Methode angegeben, um die Tourenzahl eines Generators genau zu messen und auf Konstanz einzustellen.

Eine selbsttätige Einrichtung zur Konstanthaltung der Drehzahl ist nach dem von Helmholtz<sup>1)</sup> angegebenen Prinzip eines Zentrifugalregulators von Giebe<sup>2)</sup> in der Reichsanstalt konstruiert worden. Nach den damit angestellten Versuchen ist die Konstanthaltung der Drehzahl bis auf einige Hunderttausendstel möglich. Ebenfalls sind von ihm (a. a. O.) ausführliche Angaben über die Theorie gemacht worden.

Für die folgenden Kapazitäts- und Induktivitätsmessungen benutzt man außer den in Nr. 19 angegebenen, folgende

### Stromquellen:

Der Saitenunterbrecher<sup>3)</sup> ist zuerst von M. Wien<sup>4)</sup> für die Messungen eingeführt und mit einigen Änderungen nach Angaben von Orlich<sup>5)</sup> in der PTR im Gebrauch. Er besitzt eine Kupfersaite, die in einem starken Magnetfeld angeordnet ist und beim Stromdurchgang so weit gehoben wird, daß zwei an ihr befindliche, in Quecksilber tauchende Kontakte geöffnet werden und dadurch der Primärkreis eines Induktoriums stromlos wird. Gegenüber den gewöhnlichen Hammerunterbrechern bleibt hierbei die Periodenzahl konstant und kann außerdem bis etwa 500 verändert werden. Infolge der Stromunterbrechung bildet sich jedoch kein sinusförmiger Wechselstrom aus.

Ein ähnlich gebauter Apparat ist von Cohen<sup>6)</sup> angegeben worden.

Vorteilhafter zur Erzeugung reiner Sinusströme ist der von Siemens & Halske gebaute Summerumformer<sup>7)</sup> nach der Konstruktion von Dolezalek (Fig. 90).

Seine Wirkungsweise besteht darin, daß durch das unter der Membran *M* befindliche Beutelmikrophon *B* Wider-

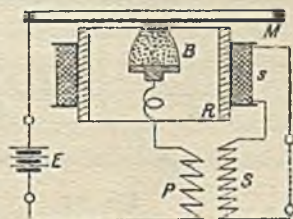


Fig. 90.

<sup>1)</sup> Müller-Pouillet, Lehrb. d. Phys., 8. Aufl. 1881, Bd. III, S. 505.

<sup>2)</sup> ZfI. 1909, S. 152, 205. <sup>3)</sup> Land- und Seekabelwerke Köln-Nippes.

<sup>4)</sup> Wied. Ann. 1891, S. 598. <sup>5)</sup> ZfI. 1904, S. 126.

<sup>6)</sup> Phil. Mag. 1908, S. 480; ZfI. 1909, S. 380.

<sup>7)</sup> Druckschrift 105; ZfI. 1903, S. 242.



stands- und damit Stromänderungen in der Primärspule  $P$  hervorgerufen werden, welche in der Sekundärspule  $S$ , an die der Verbrauchskreis angeschlossen ist (gestrichelt), Ströme von Sinusform erzeugen. Die über dem Stahlzylinder  $R$  liegende Spule  $s$  verstärkt die Bewegungen der Membran. Der Summer arbeitet daher nur bei geschlossenem Sekundärkreis. Die Frequenz kann durch verschieden dicke Membranen zwischen 300 bis 900 gewählt werden.

Für praktische Starkstrommessungen erweist sich die Verwendung des Wellenstromlichtbogens als Wechselstromquelle sehr brauchbar, wie es von Heinke<sup>1)</sup> an vielen Beispielen gezeigt worden ist.

### 32. Vergleichung von Kapazitäten durch Kompensation (W. Thomson).

Die miteinander zu vergleichenden Kondensatoren werden mit einer Batterie  $E$ , einem ballistischen Galvanometer  $G$ , zwei induktionsfreien Widerständen  $R_1$  und  $R_2$  und vier Stromschlüsseln  $S$  zu folgender Schaltung (Fig. 91) vereinigt.

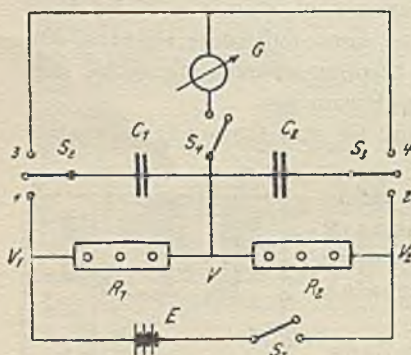


Fig. 91.

Werden die Schlüssel  $S_2$  und  $S_3$  (am besten von der Zele n y schen Form [S. 116]) heruntergedrückt, so nehmen die Kondensatoren die Ladungen

$$Q_1 = C_1 \cdot (V_1 - V)$$

und

$$Q_2 = C_2 \cdot (V - V_2)$$

auf. Schließt man  $S_4$  und legt dann  $S_2$  und  $S_3$  an den oberen Kontakt, so entladen sich die Kondensatoren. Ist nun  $Q_1 = Q_2$  gewesen, so zeigt das Galvanometer keine Ablenkung, und es folgt daraus:

$$C_1 \cdot (V_1 - V) = C_2 \cdot (V - V_2) \quad \text{oder} \quad \text{I.} \quad \frac{C_1}{C_2} = \frac{V - V_2}{V_1 - V}.$$

<sup>1)</sup> ETZ. 1907, S. 913.

Bei dem Strom  $J$ , der beide Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  durchfließt, muß außerdem die Gleichung bestehen

$$[J =] \frac{V_1 - V}{R_1} = \frac{V - V_2}{R_2}$$

oder

$$\text{II.} \quad \frac{V - V_2}{V_1 - V} = \frac{R_2}{R_1}.$$

Aus Gleichung I und II ergibt sich durch Gleichsetzen:

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{R_2}{R_1}.$$

Diese Messung hat gegenüber derjenigen von de Saury (Nr. 33) den Vorteil, daß hier die Lade- und Entladedauer beliebig groß gewählt werden kann, während dort jeder Kondensator gleich-

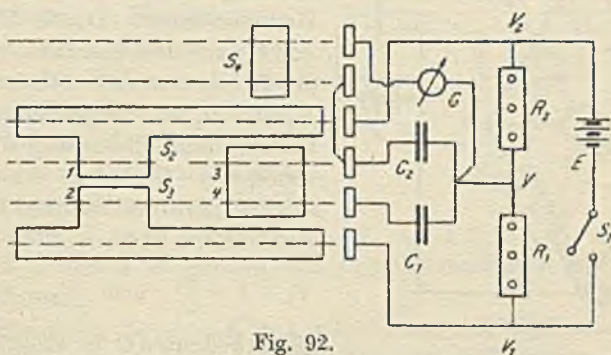


Fig. 92.

lange geladen wird, wodurch bei Kondensatoren mit verschiedenem Dielektrikum und damit verschieden großen Rückstands-ladungen (elektrische Absorption) leicht Fehler auftreten können. Vorteilhaft ist es dabei, die drei Taster  $S_2$ ,  $S_3$ ,  $S_4$  durch einen selbsttätigen Schalter zu ersetzen, der unter der Bezeichnung Heimscher Schlüssel<sup>1)</sup> bekannt ist. Das modifizierte Schema desselben in die Ebene abgewickelt mit der Schaltung zeigt Fig. 92.

Bei dem nach dieser Schaltung ausgeführten Apparat ist der Kontaktstreifen  $S_1$  auf einem gegen die Kontakte  $S_2$  und  $S_3$  verdrehbaren Zylinder angebracht, so daß man auf diese Weise durch geeignete Einstellung von  $S_1$  auch Kondensatoren verschiedener Entladedauer und Rückstandsladung ohne Fehler miteinander

<sup>1)</sup> ETZ. 1890, S. 556.



vergleichen kann. Die richtige Stellung ist dann vorhanden, wenn vor der Abgleichung bei ganz langsamem Drehen des Schalters die Ablenkung des Galvanometers am kleinsten im Verhältnis zu anderen Stellungen ist.

### 33. Vergleichung von Kapazitäten (de Sauty).

Der Normalkondensator mit der Kapazität  $C_1$  und der zu vergleichende  $C_2$  werden mit den induktionsfreien Widerständen  $R_1$  und  $R$  nach dem Schema (Fig. 93) zu einer Wheatstoneschen Brückenkombination geschaltet.

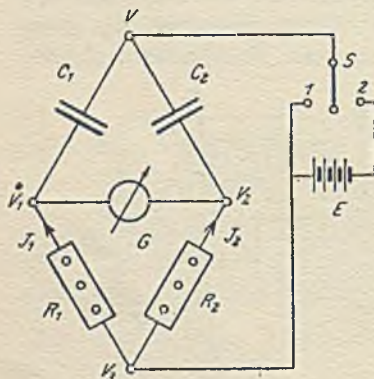


Fig. 93.

Der Schalter  $S$  wird an den Kontakt 2 gelegt, dann laden sich die Kondensatoren. Durch Umlegen von  $S$  nach dem Kontakt 1 werden die Kondensatoren entladen. Sind  $R_1$  und  $R_2$  so abgeglichen, daß bei Ladung und Entladung das Galvanometer  $G$  keine Ablenkung zeigt, so muß das Potential  $V_1 = V_2$  sein. Dann ist:

$$V_1 - V = \frac{Q_1}{C_1} \quad \text{und} \quad V_2 - V = \frac{Q_2}{C_2}.$$

Darin bedeuten  $Q$  die Elektrizitätsmengen. Da die linken Seiten der beiden Gleichungen gleich sind, so muß auch

$$\text{I.} \quad \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2}$$

sein. Andererseits muß, wenn die Ströme  $J_1$  bzw.  $J_2$  sind, aus  $V_3 - V_1 = J_1 \cdot R_1$  und  $V_3 - V_2 = J_2 \cdot R_2$  auch  $J_1 \cdot R_1 = J_2 \cdot R_2$  sein, da  $V_1 = V_2$  ist. Multipliziert man diese Gleichung mit  $dt$  und integriert für die Zeit 0 bis  $t$ , so erhält man

$$R_1 \int_0^t J_{1t} \cdot dt = R_2 \int_0^t J_{2t} \cdot dt.$$

Darin stellen die Integrale die von den Kondensatoren aufgenommenen Elektrizitätsmengen dar, so daß man auch schreiben kann:

$$\text{II.} \quad R_1 \cdot Q_1 = R_2 \cdot Q_2.$$

Aus den Gleichungen I und II ergibt sich die Beziehung

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_2}{C_1}$$

oder

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{R_2}{R_1}.$$

Zur Verfeinerung der Messung benutzt man außerdem statt des Stromschlüssels  $S$  einen rotierenden Doppelkommutator oder Sekohmmeter nach Ayrton und Perry<sup>1)</sup>.

Der Apparat enthält zwei gegeneinander um einen kleinen Winkel verschobene Stromwender,  $BS$  und  $GS$  für Batterie und Galvanometer, die auf gemeinsamer Welle sitzen (Fig. 94). Der erste Stromwender verwandelt den Gleichstrom in Wechselstrom, während der zweite den zum Galvanometer fließenden Strom wieder gleichrichtet, so daß sich die Wirkungen der Stromstöße addieren, wenn die Brücke nicht stromlos ist. Man legt dabei das Element  $E$  an  $a \div b$  und  $V \div V_3$  an  $1 \div 2$ .  $V_1$  und  $V_3$  wird mit  $3$  und  $4$  verbunden und das Galvanometer an  $c \div d$  angeschlossen.

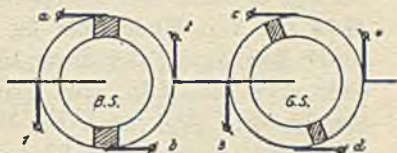


Fig. 94.

An Stelle der Batterie  $E$  legt man besser eine Wechselstromquelle und ersetzt  $G$  durch ein Telefon oder Vibrationsgalvanometer. Bei Kondensatoren mit starker dielektrischer Absorption kann es möglich sein, daß in der Regel ein Schweigen des Telefons oder Ruhelage des Galvanometers nicht erzielt werden kann. Eingehende Untersuchungen über die Fehlerquellen dieser Messung sind von Grover<sup>2)</sup>, Behne<sup>3)</sup> und Giebe<sup>4)</sup> gemacht worden und von Rosa<sup>5)</sup> Methoden zur Beseitigung derselben angegeben worden.

Als Normalkondensatoren eignen sich dabei die Konstruktionen von Schering und Schmidt<sup>6)</sup>. Zur genauen Messung kleiner Kapazitäten hat die Telefunken-Gesellschaft

1) ETZ. 1896, S. 483. 2) Bull. Bur. Stand. 1907, S. 371.

3) El. u. M. Wien. 1909, S. 871. 4) ZfI. 1911, Heft 1.

5) Bull. Bur. Stand. 1907, S. 389.

6) ETZ. 1912, S. 1343.



eine besondere Wechselstrommeßbrücke<sup>1)</sup> mit einer kleinen Änderung obiger Schaltung hergestellt.

Zur Bestimmung der Kapazität von Kabeln hat Howe<sup>2)</sup> einige Versuche nach der Methode von de Sauty angestellt. Um den Ton im Telephon zum Verschwinden zu bringen, legt er in die Zuleitung zwischen Wechselstromquelle und Brückenschaltung die primäre Spule eines Variators der gegenseitigen Induktion und die Sekundärspule an einen Kondensator. Durch Veränderung der gegenseitigen Induktion kann auf Resonanz eingestellt werden, woraus annähernd sinusförmiger Strom resultiert.

Haben die Kondensatoren dielektrische Verluste infolge mangelhafter Isolation (paraffiniertes Papier) und Rückstandsladung, so kann man den Verlustwinkel und die Kapazität mit Hilfe der von Rosa oder M. Wien abgeänderten Schaltungen unter Beseitigung der durch die Meßanordnung hervorgerufenen Störungen ermitteln, wie Grover<sup>3)</sup> an zahlreichen Messungen gezeigt hat. (Vgl. auch Nr. 49.)

Ersetzt man in Fig. 93 z. B. den Widerstand  $R_2$  durch ein Kabel und legt in die Kondensatorzweige induktionsfreie Widerstände, so erhält man eine von Hay<sup>4)</sup> angegebene Schaltung, die den Wechselstromwiderstand und den Phasenwinkel (Dämpfungskonstante) von Kabeln zu messen gestattet.

### 34. Absolute Messung einer Kapazität (Maxwell — J. J. Thomson)<sup>5)</sup>.

Es ist die genaueste und sicherste Methode, die Kapazität von Kondensatoren mit etwa  $\frac{1}{100} \text{‰}$  Genauigkeit zu bestimmen. Nach Fig. 95 legt man den zu messenden Kondensator  $C$  unter Zwischenschaltung eines rotierenden Umschalters  $U$  nach Kurlbaum und Jäger<sup>6)</sup> oder in der verbesserten Form von Giebe<sup>7)</sup> in den vierten Zweig einer Wheatstoneschen Brücke mit den induktionsfreien Widerständen  $R_1, R_2, R_3$ . Als Stromquelle benutzt man einen Akkumulator  $E$  (ca.  $16 \div 20$  Volt) mit Regu-

<sup>1)</sup> ETZ. 1904, S. 526.

<sup>2)</sup> El. 27. 3. 1908; El. u. M. Wien. 1908, S. 389.

<sup>3)</sup> Bull. Bur. Stand. 1911, S. 495; ETZ. 1913, S. 42.

<sup>4)</sup> El. 1912, S. 559; ETZ. 1913, S. 277.

<sup>5)</sup> ZfI. 1901, S. 112; 1906, S. 35; Bull. Bur. Stand. 1905, S. 153.

<sup>6)</sup> ZfI. 1906, S. 325.      <sup>7)</sup> ZfI. 1909, S. 274.

Widerstand  $r$ . Die Konstanz der Unterbrechungszahl wird durch einen Tourenregler nach Giebe<sup>1)</sup> gewahrt. Die Erdung des Punktes  $b$  dient dazu, die Messung von der Kapazität gegen die Umgebung unabhängig zu machen.

Werden die Widerstände so abgeglichen, daß das Galvanometer  $G$  keine Ablenkung zeigt, dann gilt nach J. J. Thomson<sup>2)</sup>

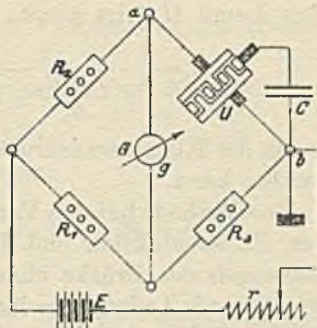


Fig. 95.

$$C' = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{R_1}{R_2 \cdot R_3} \cdot I',$$

worin

$$F = \frac{1 - \frac{R_1^2}{(R_1 + R_3 + r) \cdot (R_1 + R_2 + g)}}{\left[ 1 + \frac{R_1 \cdot r}{R_2 \cdot (R_1 + R_3 + r)} \right] \cdot \left[ 1 + \frac{R_1 \cdot g}{R_3 \cdot (R_1 + R_2 + g)} \right]}$$

nahezu gleich 1 gesetzt werden kann, wenn man den Galvanometerwiderstand  $g$  klein ( $< 200$  Ohm),  $R_1$  klein gegen  $\frac{1}{\nu \cdot C}$  und  $\frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{10} \div \frac{1}{100}$  macht.  $\nu$  ist die Zahl der Ladungen und Entladungen in einer Sekunde durch den Unterbrecher  $U$ . Die Ableitung der Formel ist folgende:

Bei jeder Ladung und Entladung des Kondensators bewegt sich eine Elektrizitätsmenge  $Q = C \cdot E$ . Es fließt daher zwischen den Punkten  $a \div b$  bei  $\nu$  Per/sec ein mittlerer Strom  $J_{mi} = \frac{Q}{T} = \nu \cdot C \cdot E$ . Derselbe Strom würde auch auftreten, wenn man den Kondensator durch einen Widerstand  $R_4$  und die Verzweigung zwischen  $a \div b$  (einschließlich  $g$  und  $r$ ) durch  $R$  ersetzte. Dafür bestände dann die Beziehung:

$$J_{mi} = \frac{E}{R_4 + R} = \nu \cdot C \cdot E$$

oder

$$I. \quad R_4 = \frac{1}{\nu \cdot C} - R.$$

Sobald das Galvanometer keine Ablenkung zeigt, gilt ferner

$$II. \quad R_4 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1}.$$

<sup>1)</sup> ZfI. 1909, S. 205.

<sup>2)</sup> Phil. Tr. Roy. Soc. London 1883, S. 707.



Aus I und II folgt somit:

$$C = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{1}{\frac{R_2 \cdot R_3}{R_1} + R} = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{R_1}{R_2 \cdot R_3} \cdot \left( \frac{1}{1 + \frac{R \cdot R_1}{R_2 \cdot R_3}} \right),$$

worin der Klammerausdruck als Korrektionsglied gleich  $F$  gesetzt werden kann.

Die Methode hat den Vorzug, daß irgendwelche geringen Werte von Selbstinduktion und Kapazität in den Widerständen und Leitungen der Brücke ohne Einfluß auf das Resultat sind, solange sie die Ladung des Kondensators nicht merklich verzögern.

Um Fehler durch unvollständige Ladung des Kondensators zu vermeiden, muß der rotierende Kontaktgeber  $U$  so bemessen sein, daß die Ladezeit  $t$  zur Dauer  $T = \frac{1}{\nu}$  einer Periode groß ist.

Dieses Verhältnis  $\frac{t}{T}$  läßt sich nach Diesselhorst<sup>1)</sup>, der auch einen allgemeinen Beweis der Methode angegeben hat, durch eine Messung feststellen. In diesem Fall ist dann

$$C = \frac{\frac{1}{\nu} \cdot \frac{R_1}{R_2 \cdot R_3} \cdot F}{1 - e^{-\frac{t}{T} \cdot \frac{1}{1-F}}}$$

Inwieweit unvollkommene Isolation des Kondensators und Unterbrechers, Temperatur und Luftdruck Fehler hervorrufen, hat Giebe<sup>2)</sup> analytisch dargelegt und durch Messungen erläutert.

### 35. Absolute Messung einer Kapazität. (Mittels Differentialgalvanometers)<sup>3)</sup>.

Man schaltet den Kondensator  $C$  unter Benutzung des in Nr. 34 angegebenen Unterbrechers  $U$  nach Fig. 96 an die eine Spule  $g_1$  eines Differentialgalvanometers und an eine Gleichstromquelle  $E$ , während die Spule  $g_2$  über die veränderlichen Widerstände  $R_1, R_2, R_3$  direkt mit Gleichstrom gespeist wird.

Nachdem das Galvanometer auf die Bedingung 1 (Messung Nr. 4) eingestellt ist, wird der Kondensator durch den Unterbrecher  $U$  in der Sekunde  $\nu$  mal geladen und entladen und gleich-

<sup>1)</sup> Ann. d. Ph. 1906, S. 382.      <sup>2)</sup> ZfI. 1909, S. 269, 310.

<sup>3)</sup> Bull. Bur. Stand. 1907, S. 433; ZfI. 1908, S. 312 (Ref.).

zeitig die auftretende Ablenkung durch Veränderung der Widerstände  $R_{1 \rightarrow 3}$  beseitigt.

Durch  $g_1$  fließt dann ein mittlerer Strom (vgl. Nr. 34)

$$I. \quad J_1 = v \cdot C \cdot E.$$

Für die Spule  $g_2$  gelten die Beziehungen:

$$1. \quad J_3 = J_2 \cdot \frac{R_2 + g_2}{R_3} ; \quad E - (J_2 + J_3) \cdot R_1 = J_3 \cdot R_3,$$

oder 2. 
$$J_3 = \frac{E - J_2 \cdot R_1}{R_1 + R_3}.$$

Durch Gleichsetzen von 1 und 2 erhält man

$$II. \quad J_2 = \frac{E \cdot R_3}{(R_1 + R_3) \cdot (R_2 + g_2) + R_1 \cdot R_3}.$$

Da nach Bedingung 1 der Strom  $J_1 = J_2$  sein muß, so folgt aus I und II:

$$C = \frac{1}{v} \cdot \frac{R_2}{(R_1 + R_3) \cdot (R_2 + g_2) + R_1 \cdot R_3}$$

oder 
$$C = \frac{1}{v} \cdot \frac{R_3}{R_1 \cdot R_2 \cdot (1 + K)},$$

wo 
$$K = \frac{g_2}{R_2} + R_3 \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{g_2}{R_1 \cdot R_2} \right)$$

gesetzt ist. Durch entsprechende Wahl der Widerstände kann man  $K$  klein halten.

Eine zeichnerische Ableitung der Formeln für die Messung von Kapazität und Selbstinduktion hat König<sup>1)</sup> angegeben.

### 36. Messung von Koeffizienten der Selbstinduktion<sup>2)</sup>.

#### a) Mit ballistischem Differentialgalvanometer.

Der Koeffizient der Selbstinduktion  $\mathcal{S}$  einer eisenlosen Spule wird gemessen durch die in ihr induzierte EMK, wenn der Strom in der Zeiteinheit um die Einheit abnimmt, nach der Gleichung

$$E_{st} = - \mathcal{S} \cdot \frac{dJ}{dt}.$$

<sup>1)</sup> El. Anz. 1904, S. 367, 381.

<sup>2)</sup> Vgl. M. Wien. Wied. Ann. 1891, S. 689; 1894, S. 928; 1898, S. 870.

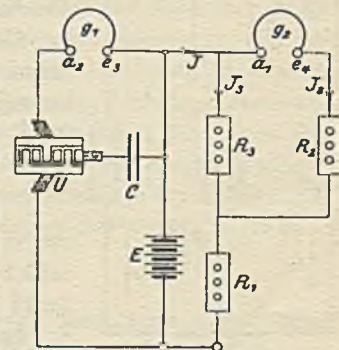


Fig. 96.



Wird die Spannung in Volt und der Strom in Amp. gemessen, so erhält man  $\mathcal{E}$  in (Quadrant oder) Henry, wobei 1 Henry =  $10^9$  abs. Einheiten (cm) ist.

Hierzu benutzen wir ein ballistisches Differentialgalvanometer und machen folgende Schaltung (Fig. 97), wobei die unter Nr. 4 angegebenen Bedingungen erfüllt sein müssen. Schließt man den Stromschlüssel  $S$ , so fließt durch den Strommesser  $A$  ein Strom  $2J$ , der sich gleichmäßig auf die beiden Zweige verteilt, da dieselben gleiche Widerstände haben müssen. Beim Öffnen des Stromschlüssels erzeugt der verschwindende Strom  $J$  eine EMK der Selbstinduktion

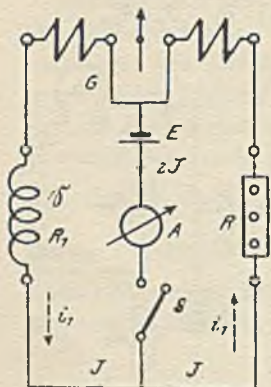


Fig. 97.

$$E_{st} = -\mathcal{E} \cdot \frac{dJ}{dt},$$

die den Strom  $i_1$  durch den Stromkreis schiebt, wobei die Galvanometernadel abgelenkt wird, da die Spulen gleichsinnig von  $i_1$  durchflossen werden. Es muß nun der Widerstand der Selbstinduktionsspule

$R_1 = R$  sein, und dafür ergibt sich der Gesamtwiderstand

$$R_g = 2R + 2g,$$

wenn  $g$  den Widerstand einer Galvanometerspule bedeutet. Nach dem zweiten Kirchhoffschen Satz ist nun

$$E_{st} = -\mathcal{E} \cdot \frac{dJ}{dt} = i_{1t} \cdot R_g$$

oder

$$-\mathcal{E} \cdot \int_J^0 dJ = \int_0^t i_{1t} \cdot dt \cdot R_g.$$

Daraus folgt  $\mathcal{E} \cdot J = Q \cdot R_g$  oder

$$\mathcal{E} = \frac{2Q \cdot (R + g)}{J}.$$

In dieser Formel kann die Elektrizitätsmenge  $Q$  aus der Ablenkung  $s$  berechnet werden nach der Gleichung

$$Q = c_1 \cdot \frac{T}{\pi} \cdot s \cdot \left[ \frac{1}{k^2} \cdot \arg \operatorname{tg} \frac{\pi}{A} \right]$$

oder mit Hilfe eines Kondensators durch Bestimmung der Elektrizitätsmenge, die der Ablenkung eines Skalenteiles entspricht. Bei der praktischen Ausführung muß  $R$  induktionsfrei sein. Ferner ist noch zu prüfen, ob die Selbstinduktion der Galvanometerspulen sich aufhebt, indem man an Stelle von  $\mathfrak{S}$  einen induktionsfreien Widerstand einschaltet; dann darf durch Öffnen oder Schließen von  $S$  keine Ablenkung des Galvanometers auftreten.

Mit einem gewöhnlichen Differentialgalvanometer mißt Chapin<sup>1)</sup> den Selbstinduktionskoeffizienten, indem er den induktiven Widerstand  $W_1$  mit einem induktionsfreien  $R_2$  hintereinanderschaltet und an jeden eine Spule des Galvanometers anschließt. Bei Gleichstrom zeigt das Instrument für einen bestimmten Widerstand  $R_2$  keine Ablenkung. Bei einem Wechselstrom  $J$  dagegen wirkt in der mit  $W_1$  verbundenen Spule die EMK  $E_s = J \cdot \mathfrak{S} \cdot 2\pi \cdot \nu$ , die eine Ablenkung  $\alpha$  hervorruft, woraus

$$\mathfrak{S} = \frac{c \cdot \alpha}{J \cdot 2\pi \cdot \nu}$$

bestimmt werden kann, wenn man die Konstante  $c$  mit einer bekannten Selbstinduktion ermittelt hat.

### b) Mittels Differential-Elektrometers. (Joubert<sup>2)</sup>).

Der zu untersuchende Widerstand  $W_1 = \sqrt{R_1^2 + \mathfrak{S}^2 \cdot \omega^2}$  wird mit einem induktionsfreien Widerstand  $R_2$  in Reihe geschaltet und mit den Klemmen eines Elektrometers nach Fig. 98 verbunden.

Verändert man  $R_2$ , bis das Instrument für beide Lagen von  $U_2$  dieselbe Ablenkung zeigt, dann ist die Spannung  $E_{ab} = E_{bc}$  und

$$R_2 = W_1 = \sqrt{R_1^2 + \mathfrak{S}^2 \cdot \omega^2},$$

oder 
$$\mathfrak{S} = \frac{1}{\omega} \cdot \sqrt{R_2^2 - R_1^2}.$$

Die Empfindlichkeit ist gering, wenn  $R_1$  und  $R_2$  klein sind.

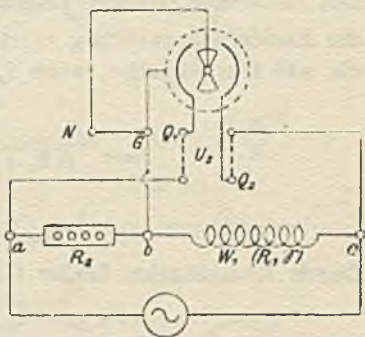


Fig. 98.

<sup>1)</sup> El. World 8. Febr. 1908; El. u. M. Wien. 1908, S. 228 (Ref.).

<sup>2)</sup> Compt. rend. 1880, S. 161.



Für  $R_2$  kann man auch eine Metallsalzlösung<sup>1)</sup> mit Elektroden aus gleichem Metall verwenden.

Ist die Kurvenform des Wechselstromes nicht sinusförmig, so muß man, wie Rosa und Grover<sup>2)</sup> gezeigt haben, die Amplituden der einzelnen Harmonischen des Wechselstromes zwischen  $a$   $c$  ermitteln.

Sind diese  $J_{1\max}$ ,  $J_{3\max}$  ...  $J_{n\max}$ , so ist

$$E_{ab}^2 = \frac{R_2^2}{2} \cdot (J_{1\max}^2 + J_{3\max}^2 + \dots + J_{n\max}^2)$$

$$E_{bc}^2 = \frac{R_1^2}{2} \cdot (J_{1\max}^2 + J_{3\max}^2 + \dots + J_{n\max}^2) + \mathcal{E}^2 \cdot \omega^2 \cdot (J_{1\max}^2 + 9 J_{3\max}^2 + \dots + n^2 \cdot J_{n\max}^2).$$

Durch Gleichsetzen erhält man:

$$\mathcal{E} = \frac{1}{\omega} \cdot \sqrt{R_2^2 - R_1^2} \cdot \sqrt{\frac{J_{1\max}^2 + J_{3\max}^2 + \dots + J_{n\max}^2}{J_{1\max}^2 + 9 \cdot J_{3\max}^2 + \dots + n^2 \cdot J_{n\max}^2}}$$

oder

$$\mathcal{E} = \frac{1}{\omega} \cdot \sqrt{R_2^2 - R_1^2} \cdot k_s,$$

worin der Korrektionsfaktor  $k_s$  durch Analyse des Wechselstromes bestimmt wird. Bei geringen Abweichungen von der Sinusform lassen sich die höheren Harmonischen schwer ermitteln. Man legt in diesem Fall zweckmäßig an  $a$   $c$  einen Kondensator  $C$  in Reihe mit einem induktionsfreien Widerstand und analysiert an diesem den Ladestrom, dessen Teilamplituden  $i_{1\max}$ ,  $i_{2\max}$ ,  $i_{n\max}$  durch die Kondensatorwirkung verstärkt werden. Dabei gilt dann für die  $n$ te Harmonische, wenn  $i_{n\max}$  ermittelt ist:

$$J_{n\max} = \frac{E_{n\max}}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + n^2 \cdot \omega^2 \cdot \mathcal{E}^2}}$$

$$E_{n\max} = \frac{i_{n\max}}{n \cdot \omega \cdot C}.$$

Durch Kombination beider Gleichungen erhält man

$$J_{n\max} = \frac{i_{n\max}}{n \cdot \omega \cdot C \cdot \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + n^2 \cdot \omega^2 \cdot \mathcal{E}^2}}$$

<sup>1)</sup> Phys. Z. 15. Sept. 1907; Ecl. El. 1907, S. 33; Ann. d. El. 1907, S. 480.

<sup>2)</sup> Bull. Bur. Stand. 1905, S. 125; ZfI. 1906, S. 46 (Ref.).

$\mathcal{E}$  braucht jedoch nur angenähert ohne den Faktor  $k$ , bestimmt zu sein. Ferner ist die Kenntnis von  $C$  nicht erforderlich, da es in dem Wert für  $k_s$  herausfällt, ebenso ist es nur notwendig, relative Werte von  $J_{n_{\max}}$  bzw.  $i_{n_{\max}}$  zu ermitteln, da nur ihr Verhältnis in Frage kommt.

Für höhere Periodenzahlen ist diese Methode nur anwendbar, wenn der Widerstand  $R_1$  von der Frequenz unabhängig, d. h. ein induktionsfreier ist und keine Kapazität besitzt.

### 37. Messung von Koeffizienten der Selbstinduktion in der Brücke (Maxwell).

Die Selbstinduktionsspule  $\mathcal{E}$  vom Widerstande  $R_1$ , drei induktionsfreie Widerstände  $R_2, R_3, R_4$ , Strommesser  $A$  und Element  $E$  werden mit einem ballistischen Galvanometer  $G$  zu folgender Schaltung (Fig. 99) vereinigt:

Man schließt  $S$  und gleicht die Widerstände so ab, daß das Galvanometer in Ruhe bleibt. Dann fließe der Strom  $J$  durch den Strommesser  $A$  und  $i$  durch die Induktionsspule  $\mathcal{E}$ . Öffnet man den Schalter  $S$ , so erzeugt der verschwindende Strom  $i$  der Spule eine EMK der Selbstinduktion

$$E_{s_1} = -\mathcal{E} \cdot \frac{di}{dt},$$

die eine Elektrizitätsmenge durch die Widerstände und das Galvanometer bewegt. Nennt man den im ganzen Stromkreis vorhandenen Widerstand  $W$ , so ist

$$-\mathcal{E} \cdot \frac{di}{dt} - \mathcal{E}_0 \cdot \frac{di_0}{dt} = i_1 \cdot W,$$

wenn  $\mathcal{E}_0$  der Koeffizient der Selbstinduktion im Galvanometer ist und die Ströme  $i_1, i_2, i_3, i_4$  in den Widerständen,  $i_0$  im Galvanometer von  $E_s$  hervorgerufen werden. Der Gesamtwider-

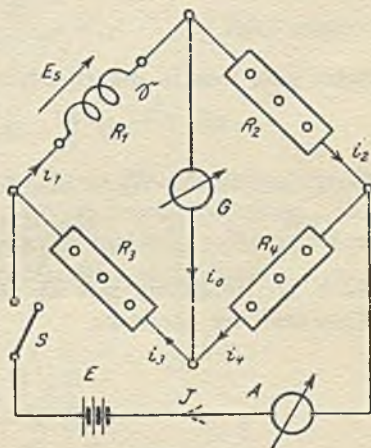


Fig. 99.



stand  $W$  besteht aus den hintereinandergeschalteten Widerständen  $R_1$ ,  $R_3$  und  $\varrho$ , wobei  $\varrho$  den Gesamtwiderstand von  $G$  und  $R_2 + R_4$  bedeutet.

Es ist nun

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{1}{R_2 + R_4} + \frac{1}{G} = \frac{G + R_2 + R_4}{G \cdot (R_2 + R_4)}$$

oder 
$$\varrho = \frac{G \cdot (R_2 + R_4)}{G + R_2 + R_4}.$$

Dann bestimmt sich

$$W = R_1 + R_3 + \varrho = R_1 + R_3 + \frac{G \cdot (R_2 + R_4)}{G + R_2 + R_4}.$$

Es müssen außerdem die Beziehungen bestehen:

$$i_{1t} = i_{3t} = i_{0t} + i_{4t} = i_{0t} + i_{2t}$$

und  $i_{0t} \cdot G = i_{2t} \cdot (R_2 + R_4)$  oder, da  $i_{2t} = i_{1t} - i_{0t}$  ist,

$$i_{0t} \cdot G = (i_{1t} - i_{0t}) \cdot (R_2 + R_4),$$

woraus folgt 
$$i_{1t} = i_{0t} \cdot \frac{(G + R_2 + R_4)}{R_2 + R_4}.$$

Setzt man nun in der Gleichung

$$- \mathcal{E} \cdot \frac{di}{dt} - \mathcal{E}_0 \cdot \frac{di}{dt} = i_{1t} \cdot W$$

für  $i_1$  und  $W$  die Werte ein, so erhält man:

$$- \mathcal{E} \cdot \frac{di}{dt} - \mathcal{E}_0 \cdot \frac{di}{dt} = i_{0t} \cdot \frac{G + R_2 + R_4}{R_2 + R_4} \cdot \left( R_1 + R_3 + \frac{G \cdot (R_2 + R_4)}{G + R_2 + R_4} \right).$$

Nach Multiplikation mit  $dt$  und Integration ergibt sich durch Einsetzen der Grenzen:

$$\begin{aligned} & - \mathcal{E} \cdot \int_0^t di - \mathcal{E}_0 \cdot \int_0^t di \\ & = \int_0^t i_{0t} \cdot dt \cdot \frac{G + R_2 + R_4}{R_2 + R_4} \cdot \left( R_1 + R_3 + \frac{G \cdot (R_2 + R_4)}{G + R_2 + R_4} \right). \end{aligned}$$

Setzt man

$$- \mathcal{E} \cdot \int_0^t di = \mathcal{E} \cdot i, \quad \mathcal{E}_0 \cdot \int_0^t di = 0 \quad \text{und} \quad \int_0^t i_{0t} \cdot dt = Q_0,$$

so findet man:

$$\mathcal{E} \cdot i = Q_0 \cdot \left( \frac{G + R_2 + R_4}{R_2 + R_4} \right) \cdot \left( R_1 + R_3 + \frac{G \cdot (R_2 + R_4)}{G + R_2 + R_4} \right),$$

$$\text{oder } \mathfrak{S} \cdot i = Q_0 \cdot (G + R_2 + R_4) \left( \frac{R_1 + R_3}{R_2 + R_4} + \frac{G}{G + R_2 + R_4} \right).$$

$$\text{Darin ist } \frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4} \quad \text{oder} \quad \frac{R_1 + R_3}{R_3} = \frac{R_2 + R_4}{R_4},$$

$$\text{woraus folgt} \quad \frac{R_1 + R_3}{R_2 + R_4} = \frac{R_3}{R_4}.$$

Dieser Wert wird in die letzte Gleichung eingesetzt, dann erhält man:

$$\begin{aligned} \mathfrak{S} \cdot i &= Q_0 \cdot (G + R_2 + R_4) \cdot \left( \frac{R_3}{R_4} + \frac{G}{G + R_2 + R_4} \right) \\ &= Q_0 \cdot \frac{R_3 \cdot (G + R_2 + R_4) + G \cdot R_4}{R_4} \\ &= Q_0 \cdot \left[ \frac{G \cdot (R_3 + R_4) + R_3 \cdot (R_2 + R_4)}{R_4} \right] \end{aligned}$$

$$\text{und schließlich} \quad \mathfrak{S} \cdot i = Q_0 \cdot R$$

$$\text{oder} \quad \mathfrak{S} = \frac{Q_0 \cdot R}{i},$$

$$\text{wobei} \quad R = \frac{G \cdot (R_3 + R_4) + R_3 \cdot (R_2 + R_4)}{R_4} \quad \text{ist.}$$

Die durch das Galvanometer fließende Elektrizitätsmenge  $Q_0$  wird durch die Ablenkung des Galvanometers gemessen. Der Strom  $i$  wird aus folgender Beziehung bestimmt: Es teile sich der bei geschlossenem Schalter vorhandene Gesamtstrom  $J$  in  $i$  und  $i'$ , dann ist  $J = i + i'$  und

$$i' \cdot (R_3 + R_4) = (J - i) \cdot (R_3 + R_4) = i \cdot (R_1 + R_2);$$

$$\text{daraus folgt} \quad i = \frac{J \cdot (R_3 + R_4)}{(R_1 + R_2 + R_3 + R_4)}.$$

Setzt man diesen Wert ein, so erhält man:

$$\mathfrak{S} = \frac{Q_0}{J} \cdot R \cdot \frac{(R_1 + R_2 + R_3 + R_4)}{R_3 + R_4},$$

worin der Strom  $J$  durch die Angaben des Strommessers gegeben ist.

Eine ähnliche Methode ist von Kapp<sup>1)</sup> angegeben.

<sup>1)</sup> El. 18. Juni 1909.



### 38. Vergleich von Selbstinduktionen miteinander (Maxwell).

Für diesen Versuch macht man folgende Schaltung (Fig. 100).  $\mathfrak{S}_1$  und  $\mathfrak{S}_2$  sind die Koeffizienten der Selbstinduktion zweier Spulen,  $r_1$  und  $r_2$  ihre Gleichstromwiderstände,  $r_3, r_4, R_3, R_4$  sind induktionsfreie Regulierwiderstände. Setzt man

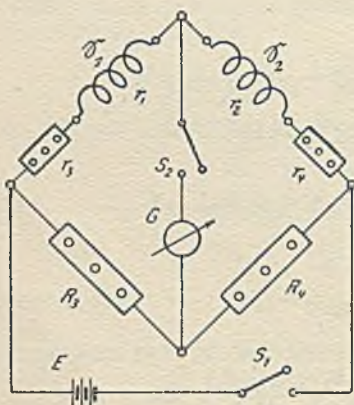


Fig. 100.

$$r_1 + r_3 = R_1$$

$$\text{und } r_2 + r_4 = R_2,$$

so muß bei Stromlosigkeit der Brücke bei Gleichstrom

$$\text{I. } R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3,$$

bei Wechselstrom

$$\text{II. } W_1 \cdot R_4 = W_2 \cdot R_3$$

sein. Nun ist:

$$W_1 = \sqrt{R_1^2 + \mathfrak{S}_1^2 \cdot \omega^2}$$

$$\text{und } W_2 = \sqrt{R_2^2 + \mathfrak{S}_2^2 \cdot \omega^2}.$$

Da beide Gleichungen gleichzeitig bestehen müssen, so erhält man durch Einsetzen der Werte für  $W_1$  und  $W_2$  in Gleichung II und Vereinigung mit Gleichung I

$$R_4 \cdot \sqrt{R_1^2 + \mathfrak{S}_1^2 \cdot \omega^2} = R_3 \cdot \sqrt{R_2^2 + \mathfrak{S}_2^2 \cdot \omega^2}$$

$$\text{oder } R_1^2 \cdot R_4^2 + \mathfrak{S}_1^2 \cdot \omega^2 \cdot R_4^2 = R_2^2 \cdot R_3^2 + \mathfrak{S}_2^2 \cdot \omega^2 \cdot R_3^2.$$

Nach Gleichung I ist

$$R_1^2 \cdot R_4^2 = R_2^2 \cdot R_3^2,$$

daher heben sich diese beiden Glieder fort, und es bleibt nach Fortfall von  $\omega^2$  nur  $\mathfrak{S}_1^2 \cdot R_4^2 = \mathfrak{S}_2^2 \cdot R_3^2$  oder

$$\frac{\mathfrak{S}_1}{\mathfrak{S}_2} = \frac{R_3}{R_4} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Den Beweis kann man auch in folgender Weise führen: Tritt bei Öffnen oder Schließen des Schlüssels  $S_1$  keine Ablenkung im Galvanometer auf, so müssen sich neben der Beziehung

$$R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$$

die in den Zweigen vorhandenen Spannungen ebenso wie die Widerstände verhalten, also  $E_{1t} \cdot E_{4t} = E_{2t} \cdot E_{3t}$ . Nun ist

$$\begin{aligned} E_{1t} &= J_{1t} \cdot R_1 + \mathcal{E}_1 \cdot \frac{dJ_1}{dt}, & E_{2t} &= J_{2t} \cdot R_2 + \mathcal{E}_2 \cdot \frac{dJ_2}{dt}, \\ E_{3t} &= J_{3t} \cdot R_3, & E_{4t} &= J_{4t} \cdot R_4. \end{aligned}$$

Durch Einsetzen erhält man

$$\left( J_{1t} \cdot R_1 + \mathcal{E}_1 \cdot \frac{dJ_1}{dt} \right) \cdot J_{4t} \cdot R_4 = \left( J_{2t} \cdot R_2 + \mathcal{E}_2 \cdot \frac{dJ_2}{dt} \right) \cdot J_{3t} \cdot R_3.$$

Diese Gleichung gilt für jeden Augenblick. Es muß demnach bei Stromlosigkeit der Brücke  $J_{1t} = J_{2t}$  und  $J_{3t} = J_{4t}$  sein, desgleichen die Differentialquotienten

$$\frac{dJ_1}{dt} = \frac{dJ_2}{dt}.$$

Hebt man  $J_{3t}$  gegen  $J_{4t}$  fort und löst die Klammern auf, so bleibt

$$J_{1t} \cdot R_1 \cdot R_4 + \mathcal{E}_1 \cdot \frac{dJ_1}{dt} \cdot R_4 = J_{2t} \cdot R_2 \cdot R_3 + \mathcal{E}_2 \cdot \frac{dJ_2}{dt} \cdot R_3.$$

Darin ist

$$J_{1t} \cdot R_1 \cdot R_4 = J_{2t} \cdot R_2 \cdot R_3,$$

somit muß auch

$$\mathcal{E}_1 \cdot \frac{dJ_1}{dt} \cdot R_4 = \mathcal{E}_2 \cdot \frac{dJ_2}{dt} \cdot R_3$$

sein. Die Differentialquotienten heben sich, da sie gleich groß sind, heraus und es bleibt  $\mathcal{E}_1 \cdot R_4 = \mathcal{E}_2 \cdot R_3$  oder wie vorher

$$\frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} = \frac{R_3}{R_4} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Zur genaueren Messung kann man hierbei auch an Stelle der Batterie  $E$  und des Schlüssels  $S_1$  eine Wechselstromquelle anschließen und für das Galvanometer  $G$  ein Telephon bei Hochfrequenz- oder Sinusströmen, sonst ein Vibrationsgalvanometer (bis 450 Per/sec, vgl. Nr. 24) verwenden. Am genauesten arbeitet auch hier die Brückenschaltung, wenn  $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$  und  $R_3 = R_4$  wird, da eventuell infolge geringer Selbstinduktion<sup>1)</sup> der Widerstände  $r_3$ ,  $r_4$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  sonst auftretende Fehler am leichtesten vermieden werden. In welcher Weise man bei kleinen Selbstinduktionen aus diesem Grunde Korrekturen anbringen muß,

<sup>1)</sup> ZfI. 1908, S. 147 (PTR).



ist von Giebe<sup>1)</sup> ausführlich beschrieben und dazu eine Bifilar-meßbrücke besonders für hohe Frequenzen und ein Verhältnis 1 : 10 der Brückenarme konstruiert worden.

Eine zweite Fehlerquelle bildet die Kapazität der ganzen Meßanordnung gegen Erde. Um infolge der dadurch auftretenden Ladeströme Störungen zu vermeiden, umgibt man die Induktionsspulen mit leitenden Kästen<sup>2)</sup>, die man nach Fig. 101 mit geeigneten Punkten der Brücke verbindet. Die Kenntnis der Kapazität der Kästen ist nicht erforderlich, da sie zu der Schaltung parallel liegen und deswegen keinen Einfluß auf den Telephonzweig ausüben.

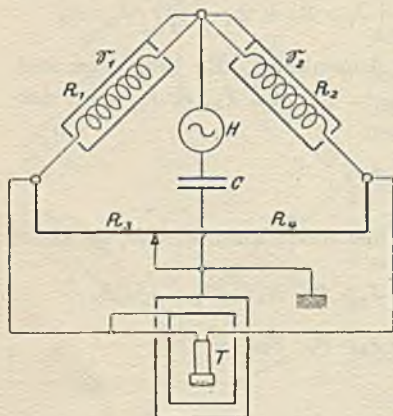


Fig. 101.

Zweckmäßig ist es ferner,  $R_3$  und  $R_4$  möglichst klein zu machen und Widerstände zu benutzen, deren Rollen keine Metallröhren besitzen, oder besser  $R_3$  und  $R_4$  durch einen Schleifdraht zu ersetzen.

Auch das Telephon wird mit einer Schutzhülle umgeben und

zur Beseitigung einer Kapazitätswirkung gegen die induktiven Zweige 1 und 2 in einen zweiten, mit der Erde verbundenen Kasten gesetzt. Durch beide Kästen wird ein Glasrohr nach dem Telephon hin geführt; die Kästen sind innen mit einer wegen der Wirbelströme unterteilten Stanniolbelegung versehen. Der Kondensator  $C$  mit Hochfrequenzstromquelle  $H$  (bis 800 Per/sec) dient zur Abstimmung auf Resonanz. Mit dieser Schaltung läßt sich auch die Streuinduktivität<sup>3)</sup> von Transformatoren bestimmen (vgl. IV, 5).

Für den praktischen Gebrauch fertigen die Firmen Hartmann & Braun<sup>4)</sup> und Siemens & Halske<sup>5)</sup> Apparate zur

<sup>1)</sup> Ann. d. Ph. 1907, S. 941; ZfI. 1908, S. 196 (Ref.).

<sup>2)</sup> ZfI. 1909, S. 150 (PTR).

<sup>3)</sup> ETZ. 1910, S. 1334.

<sup>4)</sup> ETZ. 1911, S. 519.

<sup>5)</sup> Druckschrift 105.

Vergleichung von Selbstinduktionen nach dieser Methode an, wie sie von Dolezalek<sup>1)</sup> angegeben sind.

Als Vergleichsnormale der Selbstinduktion verwendet man nach M. Wien<sup>2)</sup> kurze, flache Spulen aus fein unterteilten Litzen, die auf Marmorrollen gewickelt sind. Außerdem sind noch sog. Selbstinduktions-Variatoren ebenfalls von M. Wien<sup>3)</sup> und in ähnlicher Bauart von Hausrath<sup>4)</sup> gebräuchlich. Sie bestehen aus zwei Spulen, die hintereinandergeschaltet sind und räumlich gegeneinander verschoben oder verdreht werden können. Dadurch ist man imstande, zwischen zwei Grenzen jeden beliebigen Wert zu erhalten und kontinuierlich zu verändern. —

Die Vergleichung von Selbstinduktionen läßt sich nach Hohage<sup>5)</sup> auch in der Brücke mit Hilfe einer Joubertschen Scheibe und nach Larsen<sup>6)</sup> mit dem komplexen Kompensator ausführen. Von Sumpner und Philipps<sup>7)</sup> sowie C. H. Sharp und W. Crawford<sup>8)</sup> sind ebenfalls Apparate und Methoden zur Messung von Induktionskoeffizienten und Kapazitäten angegeben worden.

Die in diesem Abschnitt behandelte Methode ist von M. Wien dadurch zur absoluten Messung von Selbstinduktionskoeffizienten abgeändert worden, daß er zu der zu messenden Spule einen induktionsfreien Widerstand parallel schaltet, wodurch die Messung zurückgeführt wird auf die Bestimmung induktionsfreier Widerstände und der Frequenz des Wechselstromes, wie es von Orlich<sup>9)</sup> ausführlich durch Beispiele erläutert ist. Nach Gibbon<sup>10)</sup> läßt sich diese Schaltung auch zur Messung von Wechselströmen durch Vergleichung mit Gleichstrom in einer Kompensationsschaltung verwenden.

Schließlich möchte ich noch die Benutzung des Phasometers<sup>11)</sup>, des Quadrantenelektrometers<sup>12)</sup>, der Wage<sup>13)</sup> und der Resonanz zwischen Selbstinduktion und Kapazität für die Vergleichung von Induktionskoeffizienten erwähnen.

1) ZfI. 1903, S. 245.

2) Wied. Ann. 1896, S. 553; Ann. d. Ph. 1903, S. 1142.

3) Wied. Ann. 1896, S. 249; ETZ. 1909, S. 560 (Kollert).

4) ZfI. 1907, S. 302. 5) ETZ. 1903, S. 828. 6) ETZ. 1910, S. 1039.

7) El. 24. Juni 1910. 8) Proc. AJEE. 1910, S. 1207.

9) ETZ. 1903, S. 502. 10) El. World Bd. 71, S. 979; ETZ. 1919, S. 9.

11) ETZ. 1897, S. 569. 12) Orlich, Kapazität und Induktivität, S. 274.

13) Peukert, ETZ. 1905, S. 922; 1906, S. 257; 1912, S. 182, 332.



### 39. Vergleichung von Selbstinduktionen mit dem Differentialtelephon.

Von den Land- und Seekabelwerken Köln-Nippes wird ein Apparat gebaut, der den Vergleich zweier Selbstinduktionen mit Hilfe des Differentialtelephons ermöglicht. Ein solches wurde zum ersten Male von Ho<sup>1)</sup>, Duane und Lory<sup>2)</sup> benutzt. Das Telephon besitzt zwei einander gleiche Wicklungen mit demselben Gleichstromwiderstand, derselben Selbstinduktion und der gleichen Wirkung auf die Membran. Jede Spule wird nun in einen aus einer Selbstinduktion  $\mathcal{S}$  und einem induktionsfreien Widerstand  $r$  in Reihe geschalteten Zweig einer Verzweigung geschaltet. In einer Wheatstoneschen Brückenschaltung werden nun die beiden Gleichstrom-Gesamtwiderstände  $R_1 = r_1 + r_{s_1} + r_{T_1}$  und  $R_2$  für Gleichstrom einander gleich gemacht ( $r_s$  und  $r_T$  sind die Ohmschen Widerstände der Induktions- und Telephonspulen). Nun schließt man Wechselstrom an die Verzweigung und reguliert das Induktionsnormal  $\mathcal{S}_2$  so weit, bis das Telephon, dessen Spulen in ihrer Wirkung entgegengesetzt geschaltet sind, keinen Ton abgibt. Dann ist

$$\mathcal{S}_1 = \mathcal{S}_2.$$

Da die Einstellung des Differentialtelephons auf Verschwinden des Tons sehr schwierig ist, hat Trowbridge<sup>3)</sup> die beiden Differentialwicklungen als Primärwindungen eines Transformators angeordnet und an die sekundäre Wicklung ein gewöhnliches Telephon angeschlossen.

Mit Hilfe eines solchen Differential-Transformators ist es nach Hausrath<sup>4)</sup> auch möglich, die Selbstinduktion von eisenhaltigen Spulen von Maschinen und Transformatoren zu messen<sup>5)</sup>.

### 40. Vergleichung von Selbstinduktion mit Kapazität (Maxwell).

Eine Spule mit dem Selbstinduktionskoeffizienten  $\mathcal{S}$  und dem Widerstande  $r$  wird mit vier induktionsfreien Widerständen  $r_1$ ,

<sup>1)</sup> El. 1903, S. 751; El. Anz. 1903, S. 1841 (Ref.).

<sup>2)</sup> Phys. Rev. 1904, S. 275.

<sup>3)</sup> Phys. Rev. 1905, S. 65; ZfI. 1905, S. 220 (Ref.).

<sup>4)</sup> Die Untersuchung elektr. Systeme, S. 61 (Springer 1907).

<sup>5)</sup> Niebuhr, Experimentaluntersuchungen, S. 5 (Springer 1907).

$R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  und einem Galvanometer  $G$  zu folgender Schaltung vereinigt (Fig. 102). Parallel zu  $R_4$  wird der Kondensator mit der Kapazität  $C$  gelegt. Schließt man den Schlüssel  $S$ , so muß für Gleichstrom, damit das Galvanometer keine Ablenkung zeigt,  $(r + r_1) \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$  oder, wenn man  $r + r_1 = R_1$  setzt,

$$\text{I. } R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$$

sein. Öffnet man den Stromkreis in  $S$ , so darf ebenfalls keine Ablenkung des Galvanometers auftreten, wenn die Wirkungen der Kapazität und Selbstinduktion sich aufheben. Es müßte auch für Wechselstrom die Beziehung bestehen

$$\text{II. } W_1 \cdot W_4 = W_2 \cdot W_3,$$

worin  $W_1$  und  $W_4$  Wechselstromwiderstände darstellen, wenn unter  $W_4$  der Gesamtwiderstand des induktionsfreien Widerstandes  $R_4$  und der Kapazität  $C$  verstanden wird.

Nun ist

$$W_4 = \frac{R_4}{\sqrt{1 + C^2 \cdot \omega^2 \cdot R_4^2}},$$

$$W_2 = R_2, \quad W_3 = R_3,$$

$$W_1 = \sqrt{R_1^2 + \mathcal{E}^2 \cdot \omega^2}.$$

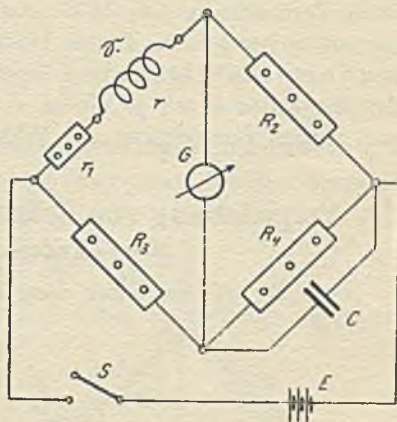


Fig. 102.

Durch Einsetzen der Werte in Gleichung II und Kombination mit Gleichung I erhält man

$$\sqrt{R_1^2 + \mathcal{E}^2 \cdot \omega^2} \cdot \frac{R_4}{\sqrt{1 + C^2 \cdot \omega^2 \cdot R_4^2}} = R_2 \cdot R_3$$

$$\text{oder } R_1^2 \cdot (R_1^2 + \mathcal{E}^2 \cdot \omega^2) = R_2^2 \cdot R_3^2 \cdot (1 + C^2 \cdot \omega^2 \cdot R_4^2).$$

Daraus folgt durch Fortheben von

$$\omega^2 \cdot R_1^2 \quad \text{und} \quad R_2^2 \cdot R_3^2 = R_1^2 \cdot R_4^2$$

weiter

$$\mathcal{E}^2 = C^2 \cdot R_2^2 \cdot R_3^2$$

oder

$$\mathcal{E} = C \cdot R_2 \cdot R_3.$$

Diese Methode ist nur brauchbar, sobald  $\mathcal{E} \cdot \omega$  groß gegen  $r$  ist. Man wählt dann am besten  $R_4$  groß ( $> 5000$  Ohm),  $R_2$  und  $R_3$  niedrig ( $< 200$  Ohm) und  $r_1$  klein und ersetzt  $E$  durch eine Wechselstromquelle und  $G$  durch ein Telefon oder Vibrations-



galvanometer. Bei kleinen Werten von  $\mathcal{S}$  und  $C$  muß man wegen der Kapazität der Normalwiderstände eine Korrektur machen. Am einfachsten geschieht das in der Weise, daß man  $\mathcal{S}$  und  $C$  entfernt und unter Zuschaltung eines dem Widerstande von  $\mathcal{S}$  äquivalenten induktionsfreien Widerstandes  $r$  die Messung ausführt. Ergibt sich dabei eine Ablenkung des Galvanometers, so ist dieselbe als Nullage für den späteren Versuch anzunehmen.

Eine weitere Schwierigkeit bei der praktischen Benutzung besteht darin, daß die Einstellung der Brücke entsprechend den Bedingungen der Gleichungen I und II ziemlich umständlich ist, da die Veränderungen des Widerstandes einer Bedingung gleichzeitig die andere beeinflusst. Diesen Übelstand vermeidet eine Schaltung von Forsythe<sup>1)</sup>, bei der im 4. Zweig die Selbstinduktion  $\mathcal{S}$  parallel zur Kapazität  $C$  mit je einem vorgeschalteten Widerstand liegt und dieser Verzweigung ein Widerstand vorgeschaltet ist.

#### 41. Vergleichung von Selbstinduktion mit Kapazität (Anderson)<sup>2)</sup>.

Nach Fig. 103 zeigt sich diese Methode als eine allerdings vor-

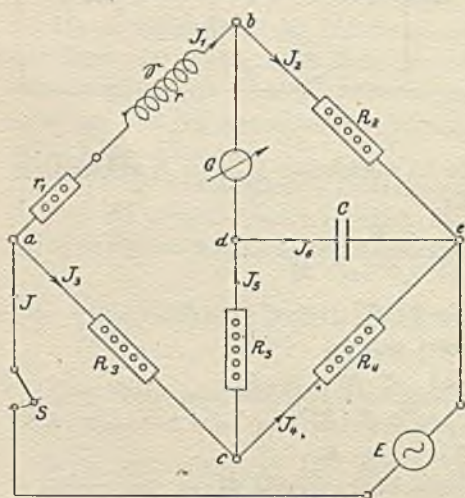


Fig. 103.

teilhafte Modifikation derjenigen von Maxwell (Nr. 40) durch Einfügung des Widerstandes  $R_6$  zwischen Galvanometer und Widerstand  $R_4$ . Nachdem man mit Gleichstrom auf Stromlosigkeit von  $G$  eingestellt hat, wofür, wenn  $r_1 + r = R_1$  ist,

$$I. \quad R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$$

gilt, schaltet man eine Wechselstromquelle  $E$  und an Stelle von  $G$  ein Wechselstrominstrument (Telephon oder Vibrationsgalvanometer) ein und gleicht

<sup>1)</sup> Phys. Rev. 1913, S. 463; ETZ. 1913, S. 1466.

<sup>2)</sup> Phil. Mag. 1891, S. 329.

$R_5$  so weit ab, daß  $G$  keine Ablenkung zeigt; dann bestehen hierfür die Beziehungen:

$$\begin{array}{lll} 1. & E_{ab} = E_{acd} & 2. & E_{be} = E_{de} & 3. & E_{ce} = E_{cde} \\ 4. & J_{1t} = J_{2t} & 5. & J_{5t} = J_{6t} & 6. & J_{3t} = J_{4t} + J_{5t}. \end{array}$$

Daraus folgt:

$$\text{II. } J_{1t} \cdot R_1 + \frac{\mathcal{E} \cdot dJ_1}{dt} = J_{3t} \cdot R_3 + J_{5t} \cdot R_5$$

$$\text{III. } J_{2t} \cdot R_2 = \frac{1}{C} \cdot \int_0^t J_{6t} \cdot dt$$

$$\text{IV. } J_{4t} \cdot R_4 = J_{5t} \cdot R_5 + \frac{1}{C} \cdot \int_0^t J_{6t} \cdot dt$$

Dividiert man II durch III und ersetzt darin  $J_{3t}$  aus Gleichung 6 und  $J_{4t}$  aus Gleichung IV, so erhält man unter Zuhilfenahme der Gleichung I das Resultat:

$$\mathcal{E} = C \cdot R_2 \cdot \left( R_3 + R_5 \cdot \frac{R_3 + R_4}{R_4} \right).$$

Bei der GleichstromEinstellung muß dabei  $R_2$  und  $R_3$  so geregelt werden, daß sie der Bedingung

$$R_2 \cdot R_3 < \frac{\mathcal{E}}{C} \quad \text{genügen.}$$

Vertauscht man in dieser Schaltung Stromquelle  $E$  und Galvanometer  $G$ , so erhält man die Methode von Stroud und Oates<sup>1)</sup> mit derselben Gleichung. Durch Vertauschen von  $R_4$  und  $C$  geht diese Schaltung wiederum in die von Jliovici<sup>2)</sup> über, wofür die Beziehungen bestehen:

$$\text{I. } R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot (R_3 + R_5)$$

$$\text{II. } \mathcal{E} = C \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot \frac{R_4 + R_5}{R_4}.$$

Als Meßinstrument kann auch ein Wechselstromgalvanometer von Taylor<sup>3)</sup> mit Drehspulensystem oder von Abraham<sup>4)</sup> dienen.

Diese Methode besitzt eine große Genauigkeit, wenn man

1) Phil. Mag. 1903, S. 707.      2) Compt. rend. 1904, S. 1411.

3) Phys. Rev. 1907, S. 61.

4) Compt. rend. 1906, S. 993; Zfl. 1906, S. 350 (Ref.).



$R_1 = R_2 = R_3 = R_4$  macht und aus dieser und einer zweiten Ablesung nach Vertauschen von  $R_3$  und  $R_4$  das Mittel nimmt. Rosa und Grover<sup>1)</sup> sowie Taylor und Williams<sup>2)</sup> haben sie dazu benutzt, die geringen Kapazitäten von Widerstandsspulen zu bestimmen und festzustellen, welchen Einfluß eine kleine Selbstinduktionswirkung von  $R_1$  und  $R_2$  ausübt. Auch Fehler durch die dielektrische Absorption eines Kondensators, die sich durch einen vorgeschalteten Widerstand ersetzen läßt, sowie durch schlechten Isolationswiderstand, der einem parallel geschalteten Widerstand gleichwertig ist, lassen sich damit genau und leicht ermitteln. Unter Benutzung eines Selbstinduktionsnormals und einer bekannten Kapazität lassen sich auch Kapazitäten durch Vertauschung miteinander vergleichen.

## 42. Messung der gegenseitigen Induktion.

Der Koeffizient der gegenseitigen Induktion  $\mathfrak{S}_g$  zwischen zwei Leitern wird (analog  $\mathfrak{S}$ ) gemessen durch die in dem einen Leiter induzierte EMK, wenn im anderen der Strom  $J$  in der Zeiteinheit um die Einheit abnimmt nach der Gleichung  $E_t = -\mathfrak{S}_g \cdot \frac{dJ}{dt}$ .

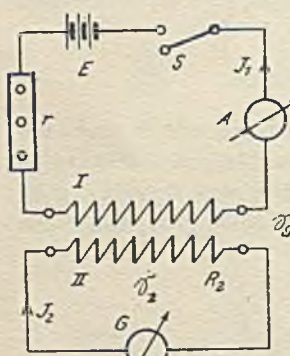


Fig. 104.

Für den Versuch machen wir folgende Schaltung (Fig. 104).

Zum Einstellen des Stromes  $J_1$  dient ein Widerstand  $r$ ;  $S$  ist ein Stromschlüssel,  $A$  ein Strommesser,  $R_2$  der Widerstand der Spule II,  $G$  ein ballistisches Galvanometer. Öffnet man den Stromkreis der Gleichstromquelle  $E$  bei  $S$ , so erzeugt der in Spule I verschwindende Strom  $J_1$  in Spule II eine EMK der gegenseitigen Induktion

$$E_t = -\mathfrak{S}_g \cdot \frac{dJ_1}{dt}.$$

Diese EMK hat einen Strom  $J_2$  in der Spule II zur Folge, der einen Spannungsverlust  $J_2 \cdot (R_2 + G)$  und eine EMK der Selbstinduktion

$$E_{st} = -\mathfrak{S}_1 \cdot \frac{dJ_2}{dt}$$

<sup>1)</sup> Bull. Bur. Stand. 1905, S. 291, 306.

<sup>2)</sup> Phys. Rev. 1908, S. 417; ZfI. 1908, S. 313.

hervorrufft. Nach dem Kirchhoffschen Gesetz muß dann die Beziehung bestehen

$$-\mathcal{E}_g \cdot \frac{dJ_1}{dt} = J_{2t} \cdot (R_2 + G) - \mathcal{E}_2 \cdot \frac{dJ_2}{dt}.$$

Durch Integration und Einsetzen der Grenzen erhält man

$$-\mathcal{E}_g \cdot \int_{J_1}^0 dJ_1 = (R_2 + G) \cdot \int_0^t J_{2t} \cdot dt - \mathcal{E}_2 \cdot \int_0^0 dJ_2$$

oder

$$\mathcal{E}_g \cdot J_1 = (R_2 + G) \cdot Q, \quad \text{wo } Q = \int_0^t J_{2t} \cdot dt$$

die durch das Galvanometer geflossene Elektrizitätsmenge ist. Daraus folgt nun

$$\mathcal{E}_g = (R_2 + G) \cdot \frac{Q}{J_1} = \frac{(R_2 + G)}{J_1} \cdot c_1 \cdot \frac{T}{\pi} \cdot s \cdot (1 + 1,16 \log k).$$

Benutzt man an Stelle von  $S$  einen Umschalter und ändert den Strom von  $+J_1$  über  $0$  in  $-J_1$ , so gilt die Formel:

$$\mathcal{E}_g = \frac{(R_2 + G)}{2J_1} \cdot Q.$$

### 43. Messung der gegenseitigen Induktion (Trowbridge)<sup>1)</sup>.

Zwei Spulen, deren gegenseitiger Induktionskoeffizient  $\mathcal{E}_g$  gemessen werden soll, schaltet man zuerst hintereinander, so daß ihre Felder gleiche Richtung haben, und mißt die Selbstinduktion  $\mathcal{E}_a$  der Kombination. Dann schaltet man beide Spulen gegeneinander und mißt wieder die Selbstinduktion  $\mathcal{E}_b$ . Haben die Einzelspulen die Selbstinduktionskoeffizienten  $\mathcal{E}_1$  und  $\mathcal{E}_2$ , so bestehen bei den Strömen  $J_1$  und  $J_2$  die Beziehungen:

$$\mathcal{E}_a \cdot \frac{dJ_1}{dt} = \mathcal{E}_1 \cdot \frac{dJ_1}{dt} + \mathcal{E}_2 \cdot \frac{dJ_1}{dt} + 2 \cdot \mathcal{E}_g \cdot \frac{dJ_1}{dt}$$

$$\mathcal{E}_b \cdot \frac{dJ_2}{dt} = \mathcal{E}_1 \cdot \frac{dJ_2}{dt} + \mathcal{E}_2 \cdot \frac{dJ_2}{dt} - 2 \cdot \mathcal{E}_g \cdot \frac{dJ_2}{dt}$$

oder

$$\mathcal{E}_a = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + 2\mathcal{E}_g$$

$$\mathcal{E}_b = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 - 2\mathcal{E}_g.$$

<sup>1)</sup> Phys. Rev. 1904, S. 184; Zf. I. 1904, S. 223 (Ref.).



Durch Subtraktion erhält man dann:

$$\mathfrak{S}_g = \frac{\mathfrak{S}_a - \mathfrak{S}_b}{4}.$$

Die Messung ist um so genauer, je weniger  $\mathfrak{S}_1$  von  $\mathfrak{S}_2$  verschieden ist.

#### 44. Vergleichung von gegenseitiger Induktion mit Kapazität (Pirani & Roiti).

Aus der Spule mit den Wicklungen *I* und *II* und dem Koeffizienten der gegenseitigen Induktion  $\mathfrak{S}_g$ , dem Kondensator *C*, den induktionsfreien Widerständen  $R_1$  und  $R_2$ , einem Galvano-

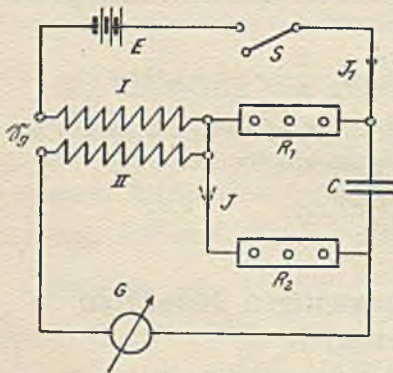


Fig. 105.

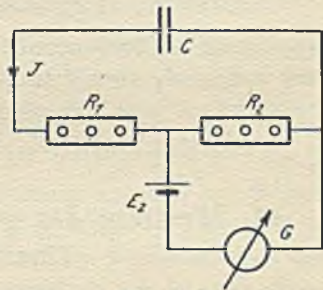


Fig. 106.

meter *G*, der Elektrizitätsquelle *E* und dem Stromschlüssel *S* wird nachstehende Schaltung (Fig. 105) gebildet. Wird *S* geschlossen, so tritt ein Strom  $J_1$  auf, und der Kondensator *C* wird durch die an den Enden des Widerstandes auftretende Potentialdifferenz

$$E_1 = J_1 \cdot R_1,$$

die auch zwischen seinen Belegungen herrscht, mit einer Elektrizitätsmenge

$$Q_1 = E_1 \cdot C = J_1 \cdot R_1 \cdot C$$

geladen. Wird nun *S* geöffnet, so tritt in der Spule *II* eine EMK

$$E_2 = -\mathfrak{S}_g \cdot \frac{dJ_1}{dt}$$

auf. Gleichzeitig entlädt sich der Kondensator durch die Widerstände  $R_1$  und  $R_2$ . Wird durch den Entladestrom *J* des Kondensators

sators der in dem Widerstande  $R_2$  erzeugte Spannungsabfall  $J \cdot R_2$  gleich der induzierten EMK  $E_2$ , so kompensieren sich beide, und das Galvanometer zeigt keine Ablenkung.

Man kann demnach diesen Vorgang in ähnlicher Weise wie bei der Bestimmung von EMK'en nach der Kompensationsmethode behandeln (Fig. 106). Es muß also

$$E_{2t} = - \mathfrak{E}_g \cdot \frac{dJ_1}{dt} = J_t \cdot R_2$$

sein. Daraus folgt durch Integration:

$$- \mathfrak{E}_g \cdot \int_{J_1}^0 dJ_1 = R_2 \cdot \int_0^t J_t \cdot dt \quad \text{oder} \quad \mathfrak{E}_g \cdot J = R_2 \cdot Q,$$

wobei  $Q = \int_0^t J_t \cdot dt$  die vom Kondensator abgegebene Elektrizitätsmenge ist. Treten keine merklichen Verluste auf, so muß auch  $Q$  gleich der aufgenommenen Ladung  $Q_1$  sein oder

$$Q = Q_1 = J_1 \cdot R_1 \cdot C.$$

Setzt man diesen Wert für  $Q$  ein, so erhält man

$$\mathfrak{E}_g \cdot J_1 = J_1 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C$$

oder

$$\mathfrak{E}_g = R_1 \cdot R_2 \cdot C.$$

Hätte man die Selbstinduktionskoeffizienten der beiden Spulen  $I$  und  $II$  gleich  $\mathfrak{E}_1$  und  $\mathfrak{E}_2$  bestimmt, so müßte zur Kontrolle  $\mathfrak{E}_g^2 = \mathfrak{E}_1 \cdot \mathfrak{E}_2$  sein. Das ist jedoch nicht der Fall, sondern es wird wegen der magnetischen Streuung zwischen den beiden Spulen  $\mathfrak{E}_g^2 < \mathfrak{E}_1 \cdot \mathfrak{E}_2$ , und der Wert des magnetischen Streufaktors  $\sigma$  wird dann bestimmt durch die Gleichung

$$\sigma^2 \cdot \mathfrak{E}_g^2 = \mathfrak{E}_1 \cdot \mathfrak{E}_2 \quad \text{oder} \quad \sigma = \frac{\sqrt{\mathfrak{E}_1 \cdot \mathfrak{E}_2}}{\mathfrak{E}_g}.$$

Eine ähnliche Schaltung und Messungen unter Benutzung eines Vibrationsgalvanometers sind von Campbell<sup>1)</sup> angegeben worden.

<sup>1)</sup> El. 1907, S. 60; Phil. Mag. 1908, S. 155; ZfI. 1908, S. 223.



## 45. Vergleichung von gegenseitiger Induktion mit Selbstinduktion (Maxwell).

In der nebenstehenden Schaltung (Fig. 107) ist die Spule *II* so anzuschließen, daß sie das Feld der Spule *I* verstärkt. Schließt man den Stromschlüssel *S*, so fließt durch die Spule *II* ein Strom *J*, der in der Spule *I* eine EMK  $E_{1t} = -\mathfrak{S}_g \cdot \frac{dJ}{dt}$  hervorruft. Der

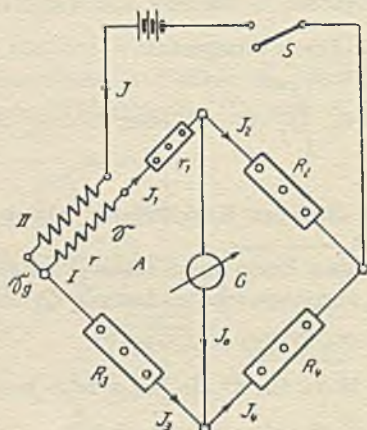


Fig. 107.

Strom *J* teilt sich nun in die Ströme  $J_1$  und  $J_2$  und erzeugt in der Spule *I* eine EMK der Selbstinduktion  $E_{2t} = -\mathfrak{S} \cdot \frac{dJ_1}{dt}$ . Bei veränderlichem Strom muß demnach für die linke Masche *A* die Gleichung bestehen:

$$\mathfrak{S}_g \cdot \frac{dJ}{dt} + \frac{\mathfrak{S} \cdot dJ_1}{dt} + J_{1t} \cdot R_1 + J_{0t} \cdot G - \mathfrak{S}_0 \cdot \frac{dJ_0}{dt} - J_{3t} \cdot R_3 = 0,$$

wobei  $R_1 = r + r_1$  und  $\mathfrak{S}_0$  der Selbstinduktionskoeffizient des Galvanometers ist. Werden die Widerstände so abgeglichen, daß der Galvanometerzweig stromlos bleibt, so wird  $J_0 = 0$  und damit  $J_{0t} \cdot G = 0$  und  $\mathfrak{S}_0 \cdot \frac{dJ_0}{dt} = 0$ . Ferner ist dafür  $J_{1t} = J_{2t}$  und  $J_{3t} = J_{4t}$ .

Die Gleichung lautet dann

$$\text{I. } \mathfrak{S}_g \cdot \frac{dJ}{dt} + \mathfrak{S} \cdot \frac{dJ_1}{dt} + J_{1t} \cdot R_1 - J_{3t} \cdot R_3 = 0.$$

Für konstanten Strom müssen jedoch auch die Spannungsverluste  $J_{1t} \cdot R_1$  und  $J_{3t} \cdot R_3$  einander gleich sein oder

$$\text{II} \quad J_{1t} \cdot R_1 - J_{3t} \cdot R_3 = 0.$$

Somit bleibt von der Gleichung I noch übrig:

$$\text{III.} \quad \mathcal{E}_g \cdot \frac{dJ}{dt} = - \mathcal{E} \cdot \frac{dJ_1}{dt}.$$

Darin ist  $J'_t = J_{1t} + J_{3t}$ . Aus Gleichung II bestimmt sich

$$J_{3t} = J_{1t} \cdot \frac{R_1}{R_3}, \quad \text{so daß jetzt} \quad J'_t = J_{1t}' \cdot \left(1 + \frac{R_1}{R_3}\right)$$

wird. Durch Einsetzen dieses Wertes in Gleichung III erhält man

$$\mathcal{E}_g \cdot \frac{dJ_1}{dt} \left(1 + \frac{R_1}{R_3}\right) = - \mathcal{E} \cdot \frac{dJ_1}{dt}$$

$$\text{oder} \quad \mathcal{E} = - \mathcal{E}_g \cdot \left(1 + \frac{R_1}{R_3}\right) = - \mathcal{E}_g \cdot \left(1 + \frac{R_2'}{R_3}\right).$$

Hierbei kann natürlich zur Vergrößerung der Genauigkeit das Sekohmmeter verwendet werden.

Befindet sich nach Campbell<sup>1)</sup> noch eine Selbstinduktion  $\mathcal{E}_2$  im Zweig 3 außer  $\mathcal{E}_1$  in 1, so gilt für die Gleichgewichtslage:

$$\frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_g}{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_g} = \frac{R_2}{R_4},$$

woraus folgt:

$$\mathcal{E}_g = \frac{\mathcal{E}_2 \cdot R_2 - \mathcal{E}_1 \cdot R_4}{R_2 + R_4}.$$

$$\text{Macht man } R_2 = R_4, \text{ so wird } \mathcal{E}_g = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{2}.$$

Weitere Anwendungen dieser Methode zur Messung von Selbstinduktionskoeffizienten sind ebenfalls von Campbell<sup>2)</sup> angegeben worden.

## 46. Vergleichung von gegenseitigen Induktionen miteinander (Maxwell).

Von einem Variator der gegenseitigen Induktion und der zu messenden Spulenkombination mit dem Koeffizienten  $\mathcal{E}_{g1}$  werden die primären Spulen hintereinandergeschaltet an eine Wechsel-

<sup>1)</sup> Phil. Mag. 1908, S. 155; ZfI. 1908, S. 223 (Ref.).

<sup>2)</sup> Nat. phys. Lab. coll. researches 1908, S. 229.



stromquelle gelegt. Die sekundären Spulen werden mit einem Telephon oder Vibrationsgalvanometer so zu einem Stromkreise verbunden, daß ihre EMKe auf das Telephon gegeneinander wirken. Sobald durch Einstellung des Variators auf einen Wert  $\mathcal{E}_{g_2}$  Stromlosigkeit im Sekundärkreis auftritt, gilt die Beziehung:

$$\mathcal{E}_{g_1} = \mathcal{E}_{g_2}.$$

Als Variator der gegenseitigen Induktion kann eine von Campbell<sup>1)</sup> angegebene Konstruktion dienen.

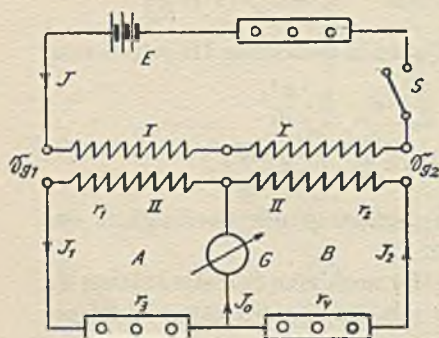


Fig. 108.

Benutzt man dagegen unveränderliche Normale der gegenseitigen Induktion, die aus zwei konzentrischen Spulen<sup>2)</sup> bestehen, so macht man folgende Schaltung (Fig. 108):

Die primären und sekundären Wicklungen der beiden Spulen werden mit einem Meßinstrument  $G$ , Stromquelle  $E$ , Regulierwiderstand  $r$ , Stromschlüssel  $S$  und den Widerständen  $r_3$  und  $r_4$  in zwei Kreisen hintereinandergeschaltet.

Schließt oder öffnet man  $S$ , so erzeugt der entstehende Strom  $J$  in den Spulen  $II$  die EMKe

$$E_{1t} = -\mathcal{E}_{g_1} \cdot \frac{dJ}{dt}$$

und

$$E_{2t} = -\mathcal{E}_{g_2} \cdot \frac{dJ}{dt}.$$

Diese rufen die Ströme  $J_1$  und  $J_2$  in den beiden Zweigen  $A$  und  $B$  und  $J_0$  im Galvanometer hervor. Gleicht man  $r_3$  und  $r_4$  so ab, daß  $J_0 = 0$  wird, so besteht an den Enden des Galvanometers gleiches Potential, und es ergibt sich nach dem Kirchhoffschen Gesetz die Beziehung:

$$\text{I. } \mathcal{E}_{g_1} \cdot \frac{dJ}{dt} = J_{1t} \cdot R_1 \quad \text{II. } \mathcal{E}_{g_2} \cdot \frac{dJ}{dt} = J_{2t} \cdot R_2,$$

<sup>1)</sup> Phil. Mag. 1908, S. 155; ZfI. 1908, S. 222 (Ref.).

<sup>2)</sup> Searle, El. 1905, S. 318; Bull. Bur. Stand. 1908, S. 25.

wobei  $R_1 = r_1 + r_3$  und  $R_2 = r_2 + r_4$  ist. Dividieren wir beide Gleichungen durcheinander, so erhalten wir

$$\frac{\mathcal{E}_{g_1}}{\mathcal{E}_{g_2}} = \frac{J_{1t} \cdot R_1}{J_{2t} \cdot R_2}$$

oder, da  $J_{1t} = J_{2t}$  sein muß, weil  $J_0 = 0$  ist,

$$\frac{\mathcal{E}_{g_1}}{\mathcal{E}_{g_2}} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{r_1 + r_3}{r_2 + r_4}$$

Hierbei kann man wieder bei Gleichstrom das Sekohmmeter verwenden. Auf der Sekundärseite spielen sich die Vorgänge in ähnlicher Weise ab, wie bei der Vergleichung von EMK'en in Hintereinanderschaltung.

Um den Einfluß des Temperaturkoeffizienten beider Spulen zu vernachlässigen, soll man  $r_3$  und  $r_4$  gegenüber  $r_1$  und  $r_2$  möglichst groß wählen. Vertauscht man die Elektrizitätsquelle und das Meßinstrument, so erhält man die Schaltung des Differentialtransformators (s. Nr. 39) nach Trowbridge.

### 47. Vergleichung von gegenseitigen Induktionen miteinander (Campbell)<sup>1)</sup>.

Nach Fig. 109 legt man zuerst die Umschalter  $U_1$  und  $U_2$  auf  $a$   $b$  und gleicht  $R_3$  und  $R_4$  so ab, daß das Telephon schweigt. Dann sind die Selbstinduktionen abgeglichen. Dann legt man nach  $cd$  um und gleicht mittels des bekannten Variators  $\mathcal{E}_{g_2}$  die Brücke wieder ab. Es gilt dann hierfür

$$1. \quad \mathcal{E}_{g_1} \cdot \frac{dJ_1}{dt} = \mathcal{E}_{g_2} \cdot \frac{dJ_2}{dt}.$$

Nun ist

$$2. \quad J_1 \cdot R_3 = J_2 \cdot R_4$$

oder

$$\frac{dJ_1}{dt} : \frac{dJ_2}{dt} = R_4 : R_3.$$

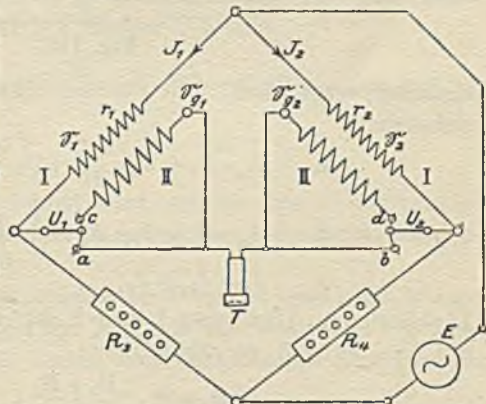


Fig. 109.

<sup>1)</sup> Nat. phys. Lab. coll. researches 1908, S. 233; Phil. Mag. 1908, S. 155; ZfI. 1908, S. 223 (Ref.).



Setzt man diese Werte in Gleichung 1 ein, so erhält man:

$$\frac{\mathcal{E}_{g_1}}{\mathcal{E}_{g_2}} = \frac{R_3}{R_4}.$$

Hierbei ist die Messung vom Temperaturkoeffizienten der Spulen unabhängig.

#### 48. Vergleichung von Induktionen und Kapazität miteinander (Carey Forster)<sup>1)</sup>.

Nach der Fig. 110 kann man hierbei Koeffizienten der Selbstinduktion  $\mathcal{S}$ , gegenseitigen Induktion  $\mathcal{E}_g$  und Kapazität  $C$  mit-

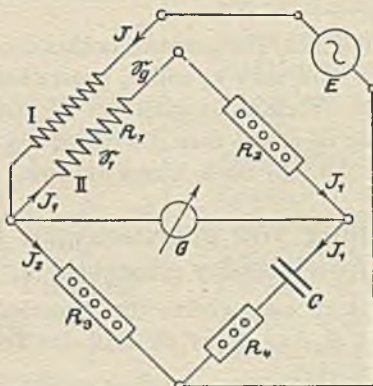


Fig. 110.

einander vergleichen. Für Stromlosigkeit von  $G$  gelten die Beziehungen:

1.  $J_{1t} \cdot R_1 + \mathcal{S}_1 \frac{dJ_1}{dt} + J_{1t} \cdot R_2 = \mathcal{E}_g \cdot \frac{dJ}{dt},$
2.  $J_{2t} \cdot R_3 = J_{1t} \cdot R_4 + \frac{1}{C} \cdot \int_0^t J_{1t} \cdot dt,$
3.  $J_t = J_{1t} + J_{2t}.$

Dividiert man Gleichung 1 und 2 durch einander und vereinigt mit Gleichung 3, so erhält man:

$$\mathcal{S}_1 = \mathcal{E}_g \cdot \frac{R_3 + R_4}{R_3},$$

$$C = \mathcal{E}_g \cdot \frac{1}{R_3 \cdot (R_1 + R_2)}.$$

<sup>1)</sup> ZH. 1901, S. 217.

Am bequemsten ist es dabei, für konstantes  $R_3$  nur  $R_4$  bzw.  $R_2$  zu verändern.

## 49. Messung der Zeitkonstanten großer Widerstände.

Für genaue Wechselstrommessungen, besonders bei höherer Periodenzahl  $\nu$ , müssen die Vergleichswiderstände frei von den Wirkungen der Selbstinduktion  $\mathcal{S}$  und Kapazität  $C$  sein, was sich bei großen Widerständen mit Bifilar- und Chapeyronwicklung<sup>1)</sup> nicht bewerkstelligen läßt. Für Spulen über 10000 Ohm ist von Orlich<sup>2)</sup> und Drysdale<sup>3)</sup> eine besondere Wicklungsart angegeben. Für kleine und mittelgroße Widerstände ist eine neue Bauart von Curtis und Grover<sup>4)</sup> und in ähnlicher Form von Wagner und Wertheimer<sup>5)</sup> und geeignete Meßmethoden dafür angegeben.

Besitzt die Widerstandsspule den Gleichstromwiderstand  $R$  Ohm, die Selbstinduktion  $\mathcal{S}$  Henry und die Kapazität  $C$  Farad, so tritt bei Wechselstrom mit der Kreisfrequenz  $\omega = 2\pi \cdot \nu$ , da man die Kapazität als parallel geschaltet ansehen kann, zwischen ihrer Spannung und dem Strom eine Phasenverschiebung

$$\operatorname{tg} \varphi = \omega \cdot \left( \frac{\mathcal{S}}{R} - C \cdot R - \frac{\omega^2 \cdot C \cdot \mathcal{S}^2}{R} \right)$$

auf. Da  $C$  und besonders  $\mathcal{S}$  klein sind, kann man das letzte Glied vernachlässigen und bei kleinen Winkeln

$$\operatorname{tg} \varphi \approx \varphi = \omega \cdot \left( \frac{\mathcal{S}}{R} - C \cdot R \right) = \omega \cdot T$$

setzen, worin

$$T = T_s - T_c = \frac{\mathcal{S}}{R} - CR$$

als Zeitkonstante bezeichnet wird, welche eine Verschiebung des Stromes gegen die Spannung um den sog. Verlustwinkel  $\varphi$  hervorruft.

Zur Messung dieser Zeitkonstanten  $T$  macht man nach Wagner<sup>6)</sup> folgende Schaltung (Fig. 111) mit der von Giebe<sup>7)</sup> vorgeschlagenen Anordnung. Dabei sind nämlich die Zuleitungen

<sup>1)</sup> Compt. rend. 1889, S. 799.    <sup>2)</sup> Verh. d. d. phys. Ges. 1910, S. 949.

<sup>3)</sup> El. Bd. 77, S. 629; ETZ. 1917, S. 509.

<sup>4)</sup> Bull. Bur. Stand. 1913, Nr. 3.

<sup>5)</sup> ETZ. 1913, S. 613.

<sup>6)</sup> ETZ. 1911, S. 1001; 1913, S. 614.

<sup>7)</sup> Ann. d. Ph. 1907, S. 941.



zu den möglichst nahe aneinander liegenden Eckpunkten  $ABDG$  der Brücke bifilar geführt bzw. verdreht und in geerdeten Metallröhren zur Festlegung der Kapazität und Beseitigung der Influenz verlegt. Die Fernhörerzuleitungen sind zur Vermeidung

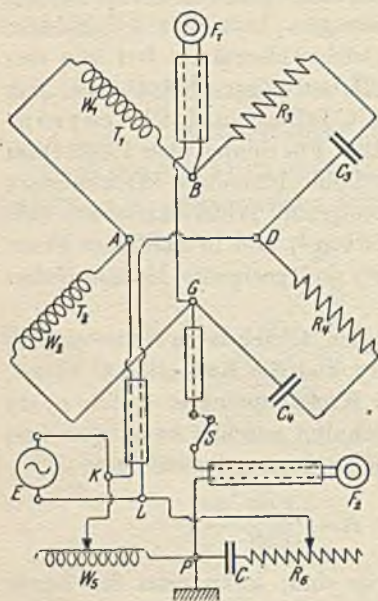


Fig. 111.

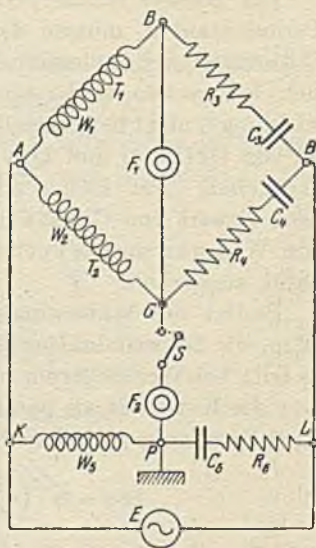


Fig. 112.

von Induktionswirkungen räumlich senkrecht zu allen anderen Leitungen geführt. Die Kapazitäten  $C_3$  und  $C_4$  sind Präzisions-Luftkondensatoren.

Nach dem vereinfachten Schema (Fig. 112) sei nun  $W_1$  der Widerstand, dessen Zeitkonstante  $T_1 = \cdot (T_s - T_c)$  bestimmt werden soll. Die Konstante  $T_2$  des Widerstandes  $W_2$  sei bekannt. Zuerst gleicht man bei offenem Schalter  $S$  die Brückenzweig annähernd ab, so daß der Ton im Hörer  $F_1$  möglichst verschwindet. Um nun die Einflüsse der durch mangelhafte Isolation und Kapazitätswirkungen der Schalter gegen Erde bedingten Erdableitungen zu beseitigen, muß man die Punkte  $B$  und  $G$  auf das Erdpotential bringen. Dazu schließt man  $S$  und stellt im Hilfszweig  $KPL$  die Widerstände  $W_5$  und  $R_6$  sowie Kondensator  $C_6$  so ein, daß im Hörer  $F_2$  der Ton verschwindet. Nun

wird  $S$  geöffnet und die Brücke genau abgeglichen. Dann gilt die Beziehung<sup>1)</sup>:

$$T_1 - T_2 = R_3 \cdot C_3 - R_4 \cdot C_4.$$

Mit Hilfe dieser Schaltung lassen sich nach Wagner<sup>2)</sup> auch die kleinen Kapazitäten und dielektrischen Ableitungen von mehradrigen Fernsprechkabeln bestimmen.

Als Vergleichswiderstand ohne Polarisationskapazität bis  $\nu = 1000$  Per/sec haben Schering und Schmidt<sup>3)</sup> einen Flüssigkeitswiderstand mit einer  $\frac{2}{3}$  normalen Mannit-Borsäurelösung und KCl-Zusatz von 0,04 g/l verwendet, deren spezifischer Widerstand  $\rho = 1000$  Ohm/cm bei  $\vartheta = 18^\circ\text{C}$  und Temperaturkoeffizient  $\alpha \approx 0$  ist.

Auch unter Benutzung einer Stromresonanzschaltung<sup>4)</sup> lassen sich Kapazität und Verlustwinkel großer Spulenwiderstände ermitteln. Butmann<sup>5)</sup> bestimmt diese Größen bei Kondensatoren in einer Brückenschaltung nach Wien (vgl. Nr. 33), deren Meßstrom von einem Hochspannungstransformator bis 10 000 Volt geliefert wird.

Durch Vergleich mit Normalen der gegenseitigen Induktion bestimmt Campbell<sup>6)</sup> kleine Induktivitäten und Verluste in Kondensatoren.

## 50. Bestimmung von Dielektrizitätskonstanten.

Bei flüssigem Dielektrikum bestimmt man die Konstante  $\epsilon$  in der Weise, daß man die Elektrizitätsmenge  $Q_1$  oder Kapazität  $C_1$  eines Luftkondensators bestimmt, der am besten aus drei konzentrischen, unten abgeschlossenen Zylindern<sup>7)</sup> von geringem Abstand besteht, in deren beiden Zwischenräumen zwei andere Zylinder, konzentrisch gelagert, die andere Belegung bilden. Füllt man die Zwischenräume mit dem zu untersuchenden Material und bestimmt wieder dafür die Menge  $Q_2$  oder Kapazität  $C_2$  bei derselben Spannung  $E$ , dann ist

$$Q_1 = C_1 \cdot E \quad Q_2 = C_2 \cdot E = \epsilon \cdot Q_1,$$

woraus folgt

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \epsilon = \frac{C_2}{C_1}.$$

<sup>1)</sup> Phys. Z. 1912, S. 368.    <sup>2)</sup> ETZ. 1912, S. 635.

<sup>3)</sup> AfE. 1912, S. 423.    <sup>4)</sup> Phys. Z. Bd. 17, S. 114.

<sup>5)</sup> El. World Bd. 71, S. 502; ETZ. 1919, S. 366.

<sup>6)</sup> El. Bd. 80, S. 666; ETZ. 1919, S. 389.    <sup>7)</sup> ETZ. 1896, S. 500.



Diesen Versuch wiederholt man für verschiedene Temperaturen  $\vartheta$  und stellt die Abhängigkeit der Größe  $\varepsilon$  von der Temperatur  $\vartheta$  als  $f(\varepsilon, \vartheta)$  zeichnerisch dar, wofür sich im allgemeinen eine Gerade ergibt.

Bei festen Körpern benutzt man Plattenkondensatoren, in deren engen Zwischenraum die zu untersuchenden Körper in Plattenform eingelegt werden. Ist der Plattenabstand  $a$ , die Dicke der dielektrischen Platte  $d$ , die Dielektrizitätskonstante für Luft<sup>1)</sup>  $\varepsilon_0 = 1,000576$  und Platte  $\varepsilon$ , so gilt für Luft allein

$$\frac{1}{C_0} = \frac{4\pi \cdot a}{\varepsilon_0}$$

und beim Vorhandensein des Dielektrikums

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{4\pi \cdot (a-d)}{\varepsilon_0} + \frac{4\pi \cdot d}{\varepsilon} = \frac{4\pi}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon} \cdot [(a-d) \cdot \varepsilon + d \cdot \varepsilon_0].$$

Aus beiden Gleichungen folgt

$$\frac{C}{C_0} = \frac{\alpha \cdot \varepsilon}{(\alpha - d) \cdot \varepsilon + d \cdot \varepsilon_0},$$

woraus  $\varepsilon$  durch Messung von  $C$  und  $C_0$  berechnet werden kann. Infolge der Randwirkung und Teilkapazität gegen die Erde bekommt man jedoch zu kleine Werte. Dabei ist jedoch der Nachteil, daß es schwierig ist, dünne Platten von gleicher Dicke und Dichte herzustellen<sup>2)</sup>. Besser ist jedoch die von Grüneisen und Giebe<sup>3)</sup> angegebene Methode unter Benutzung eines Dreiplatten-Kondensators mit geerdeten äußeren Platten.

Eine andere Methode besteht darin, daß man zwei Metallscheiben  $A$  und  $B$  in gleichem Abstände zu beiden Seiten einer dritten Scheibe  $D$  anordnet und  $A$  und  $B$  zu den beiden Quadranten eines Elektrometers leitet. Die mittlere Scheibe  $D$  wird mit der Elektrometernadel und einem Pol eines Induktoriums verbunden, dessen anderer Pol zur Erde abgeleitet ist. Man stellt nun z. B. Platte  $A$  in einem Abstand  $a$  von  $D$  so ein, daß das Elektrometer keine Ablenkung zeigt (Kapazität  $C_1$ ). Dann bringt man das zu untersuchende Material in Plattenform von der Dicke  $d$  zwischen  $A$  und  $D$ . Infolge der Vergrößerung der Kapazität auf  $C_2$  muß nun Scheibe  $A$  um eine Länge  $b$  ver-

<sup>1)</sup> ETZ. 1914, S. 656.

<sup>2)</sup> Quincke, Wied. Ann. Bd. 19, S. 714, 726.

<sup>3)</sup> Verh. d. d. phys. Ges. 1912, S. 921.

schoben werden, damit die Ablenkung wieder verschwindet, so daß  $C_2 = C_1$  wird. Dann ist:

$$\frac{1}{C_1} = \frac{4\pi \cdot a}{\epsilon_0}; \quad \frac{1}{C_2} = \frac{4\pi \cdot (a + b - d)}{\epsilon_0} + \frac{4\pi \cdot d}{\epsilon}$$

oder daraus 
$$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \frac{d}{d - b}.$$

Boltzmann<sup>1)</sup> bestimmte  $\epsilon$  aus der Anziehung zwischen geladenen Metallkugeln und Kugeln aus dem zu untersuchenden Material. Bei leitendem Dielektrikum kann man eine Stromresonanzschaltung<sup>2)</sup> verwenden.

### 51. Prüfung der Durchschlagsfestigkeit von Isolierstoffen.

Gemäß Fig. 113 legt man die Isolationsplatte  $P$  zwischen die an ein Induktorium  $Ind$ , Influenzmaschine oder Transformator angeschlossenen Kugelelektroden eines mit Paraffinöl oder Petroleum gefüllten Glasgefäßes. Der Kondensator (Leydener Flasche)  $C$  hat den Zweck, das Ansteigen der Spannung so weit zu verlangsamen, daß das Hochspannungs-Elektrometer  $E$  bequem folgen kann. Man beobachtet die Spannung  $E$  im Augenblick des Durchschlags. Zum Vergleich verschiedener Materialien von der Dicke  $d$  om bildet man die spezifische

Durchschlagsspannung  $E_1 = \frac{E}{d}$  und stellt sie als Funktion der Dicke  $f(E_1, d)$  dar. Da die Durchschlagsfestigkeit von den Scheitelwerten  $E_{max}$  abhängig ist, müssen diese entweder durch eine Vormessung mit Nadel-funkenstrecke oder vorteilhafter durch eine von Sharpe<sup>3)</sup> angegebene Meßanordnung ermittelt werden. Diese enthält eine Glühkathodenröhre<sup>4)</sup> (Kenotron) als Gleichrichter in Verbindung mit einem Kondensator und statischen Spannungsmesser.

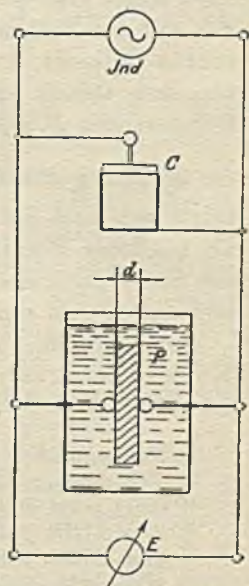


Fig. 113.

<sup>1)</sup> Pogg. Ann. Bd. 153, S. 525.

<sup>2)</sup> Phys. Z. Bd. 17, S. 114.

<sup>3)</sup> Gen. El. Rev. 1919, S. 4; ETZ. 1919, S.354.

<sup>4)</sup> ETZ. 1916, S. 390.



Für die Prüfung von Porzellanisolatoren werden meistens Hochspannungstransformatoren benutzt. Bemerkenswert ist der Aufbau eines Prüftransformators für 500 000 Volt der Westinghouse El.-Ges.<sup>1)</sup> Angaben über derartige Anordnungen und Schutzvorrichtungen sind von Moscicki<sup>2)</sup>, Weicker<sup>3)</sup>, Linker<sup>4)</sup> und Hendricks<sup>5)</sup> gemacht worden.

Creighton<sup>6)</sup> verwendet in dem besonderen Falle der Prüfung von Hochspannungsisolatoren einen Hochfrequenzoszillator. Die Einrichtung läßt sich leicht der Strecke entlang fahren, um jeden Isolator nach seinem Einbau mit einer sehr hohen Frequenz zu prüfen, wie sie bei den Durchschlägen infolge Überspannungswellen durch atmosphärische Entladungen meistens auftritt.

Eingehende Versuche über das Verhalten der Isolierstoffe vom Druck, der Temperatur und Dicke sind von Kock<sup>7)</sup> angegeben. Bei Flüssigkeiten bestimmte er die Durchschlagsfestigkeit unter Benutzung einer Zylinderfunkenstrecke nach Petersen<sup>8)</sup>.

Im Gegensatz zu den Isolierstoffen, deren Widerstand in dem Stoff selbst liegt (Gummi, Porzellan, Harz, Glimmer, Glas) und sich mit der Prüfspannung nur wenig ändert, zeigen die Faserstoffe (Mikanit, Papier, Jute, Baumwolle), deren Widerstand von dem Gehalt an Feuchtigkeit abhängt, eine Abnahme des Widerstandes  $R$  mit der Spannung  $E$ . Evershed<sup>9)</sup> gibt dafür

die Beziehung  $R = c \cdot \sqrt[n]{\frac{1}{E}}$  an, wo  $n = 2$  gefunden wurde. Weiter zeigte sich auch die Erscheinung der Widerstandshysteresis als zeitliches Zurückbleiben der Widerstandsänderungen hinter den Spannungsänderungen, wenn man die Prüfung mit steigender und darauf mit sinkender Spannung vornimmt.

Zur schnellen Prüfung von Isoliermaterialien hat die Firma Koch & Sterzel, Dresden einen tragbaren Prüftransformator<sup>10)</sup> für 500, 1000, 1500 Volt Spannung gebaut.

1) El. World 1912, S. 607; ETZ. 1913, S. 186; 1914, S. 999.

2) ETZ. 1904, S. 527.      3) ETZ. 1911, S. 436, 460.

4) Dingl. polyt. Journ. 1911, Heft 14.

5) Proc. AIEE. 1911, Bd. 30, S. 295; ETZ. 1911, S. 671 (Ref.).

6) Proc. AIEE. Bd. 34, S. 753, 2622; ETZ. 1917, S. 324.

7) ETZ. 1915, S. 85, 99.

8) Hochspannungstechnik S. 42.

9) Journ. Inst. El. Eng. 1913, S. 51; ETZ. 1914, S. 887.

10) ETZ. 1913, S. 535.

Auch hohe Gleichspannungen lassen sich zur Prüfung verwenden. Methoden zu ihrer Erzeugung sind von Delon<sup>1)</sup>, Lichtenstein<sup>2)</sup> und Schenkel<sup>3)</sup> angegeben.

## 52. Eichung und Prüfung von Strom- und Spannungsmessern.

### 1. Eichung.

Ist ein Instrument so weit fertiggestellt, daß seine Eichung erfolgen kann, so versieht man es mit dem Papier für die Skala, zeichnet den Nullpunkt und Endpunkt ein und bestimmt die Zeigerlänge, damit man später den Kreisbogen der Skala genau feststellen kann.

Für Strommesser macht man folgende Schaltung (Fig. 114). Man verändert dabei den der Stromquelle  $E$  entnommenen Strom von Null an bis zu dem Höchstwert des zu eichenden Instruments  $J$  in solchen Abständen,

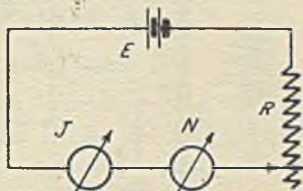


Fig. 114.

daß man kleinere Beträge durch proportionale Teilung genügend genau feststellen kann. Es ist jedoch nicht notwendig, daß man auf ganze Einheiten des Normalinstrumentes  $N$  einstellt. Für jede Zeigerstellung macht man einen kleinen Strich auf dem Skalenpapier, entfernt dasselbe nach der Eichung, befestigt es auf einem größeren Papierblatt und zieht durch die einzelnen Marken vom Drehpunkt aus Strahlen bis zum Schnitt mit einem Kreisbogen von  $3\div 4$ fachem Radius. Auf diesem Bogen zeichnet man nun die Teilung möglichst stetig verlaufend hin und überträgt sie dann auf die wirkliche Skala. Dadurch werden Fehler der Teilung nur mit einem Bruchteil übertragen, der dem Verhältnis der Radien entspricht.

Ist die Skala schon mit gleichmäßiger Teilung versehen, so notiert man sich zu den Angaben des Normalinstrumentes die Ablenkung des Instruments in Skalenteilen, trägt die Angaben von  $J$  als Ordinaten zu denjenigen von  $N$  als Abszissen in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein und zeichnet sich daraus die Eichkurve mit einem stetig verlaufenden Linienzug ohne

<sup>1)</sup> ETZ. 1912, S. 1179. <sup>2)</sup> ETZ. 1914, S. 1009. <sup>3)</sup> ETZ. 1919, S. 333.



Sprünge. Dabei findet man leicht Ablesungsfehler heraus und kann sie bequem beseitigen. Die Kurve benutzt man dann zur Zeichnung der Skala.

Bei manchen Instrumenten (Weicheisen) muß man wegen der Hysteresis nicht nur die ansteigende, sondern auch die fallende Kurve aufnehmen und verwendet die Mittelwerte für die Herstellung der Skala. Ebenso ist der Einfluß der Polarität zu untersuchen.

Ist das Instrument ein Spannungsmesser, so erfolgt die Eichung in derselben Weise, jedoch mit folgender Schaltung

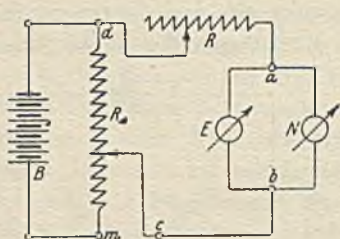


Fig. 115.

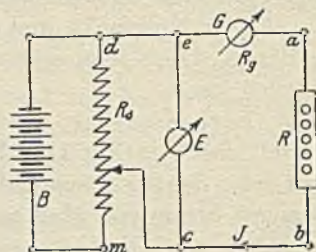


Fig. 116.

(Fig. 115). Mit Hilfe des an die Batterie  $B$  angelegten Spannungsteilers  $R_s$  ( $> 10$  Ohm/Volt) stellt man zwischen den Punkten  $c d$  ungefähr die gewünschte Spannung ein und benutzt den kleinen Hilfswiderstand  $R$  zur feineren Änderung. Diese Anordnung hat den Vorteil, daß man gegenüber einem direkten Vorschaltwiderstande von hohem Betrage nur zwei verhältnismäßig kleine Widerstände braucht und wesentlich mehr Spannungswerte einstellen kann.

Instrumente, deren Widerstand sich beim Stromdurchgang infolge des großen Temperaturkoeffizienten des Kupfers (0,004) ändert, müssen entweder eine Temperaturkorrekturstabelle erhalten oder mit einer Kompensationswicklung (meistens Kupfer- und Manganinwicklung in Reihe geschaltet) versehen sein.

Bei der Eichung von Spannungsmessern für Hochspannung mittels Funkenschlagweiten empfiehlt Clarkson<sup>1)</sup>, das Instrument für eine bestimmte Spannung einzustellen und die Funkenstrecke allmählich zu verkürzen, bis Überschlag erfolgt. Vorteilhaft sind dabei Spitzenelektroden (Nadelfunkenstrecke), da hier-

<sup>1)</sup> El. World 1912, S. 1307; ETZ. 1913, S. 535.

für die Spannung in Abhängigkeit von der Schlagweite nahezu eine gerade Linie ergibt.

Auch Galvanometer lassen sich folgendermaßen für kleine Stromstärken eichen: Da die Ablenkungen  $s$  besonders bei Drehspulensinstrumenten den Stromstärken  $J$  proportional sind, besteht die Beziehung  $J = c \cdot s$ , worin die Konstante  $c = \frac{J}{s}$  die Empfindlichkeit des Instruments, d. h. die Stromstärke angibt, welche einen Skalenteil Ablenkung hervorruft. In diesem Fall ist die Eichkurve  $f(J, s)$  eine Gerade. Zu ihrer Ermittlung macht man nun folgende Schaltung (Fig. 116): Man stellt mittels Spannungsteilers  $R_s$  zwischen  $c$  e eine passende Spannung  $E$  ein und verändert den Präzisionswiderstand  $R$ , so daß das Galvanometer verschiedene Ablenkungen  $s$  zeigt. Ist  $R_g$  der vorher gemessene Galvanometerwiderstand, so kann man  $J = \frac{E}{R + R_g}$  berechnen. Aus den zusammengehörigen Werten von  $J$  und  $s$  zeichnet man dann nach Ausgleichung der Fehler die Eichkurve.

## 2. Prüfung.

Nach öfterem Gebrauch besonders technischer Meßinstrumente (Fehler bis 1%) zeigt es sich, daß dieselben von den richtigen Werten über den zulässigen Fehler hinaus abweichen. Will man dabei keine neue Skala herstellen, so fertigt man auf Grund einer Prüfung eine Korrektionskurve an. Sie ist eine zeichnerische Darstellung der Korrekturen oder negativ genommenen Fehler in Abhängigkeit von dem jeweilig abgelesenen Wert.

a) **Strommesser.** Da die Instrumente einen relativ kleinen Eigenwiderstand besitzen, kann die Spannung der Stromquelle relativ niedrig sein, d. h. es genügen eine oder zwei Akkumulatorenzellen (2 bis 4 Volt). Die Größe der Zellen wächst mit der anzuwendenden Stromstärke. Der Regulierwiderstand  $R$  muß so gebaut sein, daß er den Höchstwert des Meßstromes aushält.

Der Strom wird nun stufenweise von Null an verstärkt und die dabei auftretenden Ablesungen in einer Beobachtungstabelle festgelegt.

Nach dieser Tabelle zeichnet man sich dann eine Kurve  $f(N, J)$ , in welcher die Abhängigkeit der wirklichen Stromstärke  $N$  von der am fehlerhaften Instrument abgelesenen  $J$  zeichnerisch dargestellt ist (Fig. 117).



Die Differenz  $N - J = i$  ist die Korrektur, welche man zu den Angaben  $J$  des Instruments addieren muß, um den wirklichen Wert  $N$  des Stromes zu erhalten, entsprechend der Gleichung  $J + i = N$ . Die Korrektur  $i$  läßt sich nun leicht zeichnerisch aus der Kurve bestimmen.

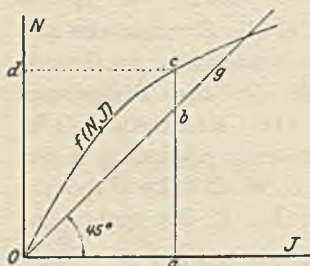


Fig. 117.

Zieht man nämlich bei gleichem Maßstab für  $J$  und  $N$  eine Gerade  $Og$  unter  $45^\circ$  und für eine Ablesung  $J = Oa$  am fehlerhaften Instrument die Ordinaten  $ac$ , so ist  $ac = N$  der zugehörige wirkliche Wert. Zerlegt man  $ac$  in  $ab$  und  $bc$ , so gilt die Beziehung  $bc = ac - ab$ . Da nun  $ac = N$  und  $ab = Oa = J$  war und daraus  $bc = N - J = i$  folgt, so stellen die Ordinatenabschnitte  $bc$  die Korrektur  $i$  dar.

Stellt man jetzt die Abschnitte  $bc = i$ , die zwischen der Geraden  $Og$  und der aufgenommenen Kurve  $f(N, J)$  liegen, in Abhängigkeit von  $J$  zeichnerisch dar, so erhält man die Korrektionskurve  $f(i, J)$ . Ergibt sich für die Korrektionskurve eine unter einem Winkel  $\alpha$  gegen die Abszissenachse geneigte Gerade, so kann man die Korrektur  $p$  in Prozenten des abgelesenen Wertes  $J$  angeben nach der Gleichung:

$$i = \frac{p}{100} \cdot J = J \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Am einfachsten findet man  $p$ , indem man zu einer Abszisse von 100 mm Länge die zugehörige Ordinate aufsucht; dann gibt die Länge der Ordinate in Millimetern direkt den Wert  $p$  an.

Für Wechselstrominstrumente muß bei der Prüfung die Periodenzahl des Meßstromes ebenso groß sein wie diejenige, für welche das Instrument verwendet werden soll. Das ist besonders bei Instrumenten zu beachten, deren Angaben von der Periodenzahl abhängig ist. Dazu gehören die elektromagnetischen oder Weicheiseninstrumente und die nach dem elektrodynamischen und Induktionsprinzip arbeitenden Strommesser.

Ferner darf auch die Kurvenform des Eichstromes nur unwesentlich von derjenigen des zu messenden Stromes abweichen.

Zur Erzeugung der niedrigen Spannung bei entsprechend

großer Stromstärke verwendet man Spartransformatoren mit einer Wicklung und einer Anzahl Abzweigstellen, oder Transformatoren mit getrennter Primär- und Sekundärwicklung.

b) Spannungsmesser. Die Schaltung wird nach Fig. 115 hergestellt. Die Messung geschieht in derselben Weise, wie bei a) angegeben. Ebenso findet man die Korrektionskurve  $f(e, E)$  nach der Gleichung  $e = N - E$ .

### 53. Untersuchung von Leistungs- und Arbeitsmessern (Zählern).

Wegen des den beiden Meßinstrumenten gleichen Grundprinzips, mit Hilfe einer Hauptstromspule  $H$  und einer Spannungsspule  $S$  die in Frage kommenden Größen zu messen, wollen wir beide Arten gemeinsam an Hand der Schaltung der Arbeitsmesser oder Elektrizitätszähler behandeln.

In den Fällen, wo es nicht auf äußerste Genauigkeit ankommt, kann man die Prüfung durch Vergleich mit einem Normal-Arbeits- oder Leistungsmesser vornehmen. Besser ist es jedoch, die zu messende Größe  $L = E \cdot J$  oder  $A = E \cdot J \cdot t = L \cdot t$  aus einer Spannungs-, Strom- und Leistungs- bzw. Zeitmessung zu ermitteln, wenn es sich nicht um Massenprüfungen gleichartiger Instrumente handelt, die man auch mit einem sog. Normal-Eichzähler<sup>1)</sup> auch bei hohen Stromstärken<sup>2)</sup> ausführen kann. Die Untersuchung der Arbeitsmesser erstreckt sich dabei auf folgende Punkte<sup>3)</sup>:

a) Leerlauf. Die Spannungsspule liegt allein an der Stromquelle. Der Einfluß der verschiedenen Spannungen (bis 120%) mit Angabe der Leerlaufsleistung (evtl. bei Erschütterungen) ist festzustellen.

b) Anlauf. Bei der normalen Spannung ist zu untersuchen, mit welchem kleinsten Strom, gemessen in Prozent des normalen, der Zähler sicher anläuft.

c) Konstante. Die Änderungen der Konstante gegenüber dem Sollwert sind bei verschiedenen Belastungsströmen (z. B. 5, 10, 20, 50, 100, 120% von  $J$ ) zu untersuchen. Bei Wechsel-

<sup>1)</sup> ZfL. 1908, S. 154.

<sup>2)</sup> El. World 1912, S. 1309; ETZ. 1913, S. 1324.

<sup>3)</sup> ETZ. 1900, S. 1035; 1901, S. 94.



stromzählern ist außerdem die Konstante mit normaler Stromstärke  $J$  bei verschiedenem Leistungsfaktor  $\cos \varphi$  (0,2; 0,5; 0,8; 1) für Nach- und Voreilung zu untersuchen. Bei normaler Spannung (und Periodenzahl für Wechselstrom) soll der Konstantenfehler bei Belastungen zwischen Nennstrom  $J_n$  und  $\frac{1}{20} \cdot J_n$  nicht mehr betragen<sup>1)</sup> als

$$\pm F = \left(3 + \frac{3}{10} \cdot \frac{A_n}{A}\right) \quad \text{bzw.} \quad 3 + 0,2 \cdot \frac{A_n}{A} + \left(1 + 0,2 \cdot \frac{J_n}{J}\right) \cdot \text{tg } \varphi.$$

Hierin ist  $J_n$  bzw.  $A_n$  der Nennstrom bzw. Arbeitsverbrauch, für den der Zähler bestimmt ist,  $J$  bzw.  $A$  der jeweilige Belastungsstrom bzw. Verbrauch, für den  $F$  der Grenzwert des Fehlers in Prozent des jeweiligen wirklichen Verbrauchs sein soll;  $\varphi$  ist der Phasenverschiebungswinkel.

Im übrigen vergleiche man die Ausführungsbestimmungen<sup>2)</sup> des Gesetzes betr. die elektr. Maßeinheiten<sup>3)</sup> vom 1. Juni 1898, sowie die Leitsätze<sup>4)</sup> des V. d. E.

d) Überlastung. Starke Ströme in den Hauptstromspulen dürfen durch ihr Feld die Stärke des Stahlmagnets der Wirbelstromdämpfung nicht beeinflussen. Schließt man daher den Belastungskreis kurz, so darf die Konstante danach keine Änderungen zeigen.

Bei den Untersuchungen muß nun die Spannungsspule so geschaltet sein, daß die von ihr verbrauchte Leistung nicht mitgemessen wird. Zweckmäßig benutzt man bei der Prüfung zwei besondere Stromquellen, nämlich eine solche mit niedriger Spannung und genügender Stromstärke für die Hauptstromspule und eine andere mit der für die Spannungsspule erforderlichen höheren Spannung, die nur kleine Ströme zu liefern hat. Bei Wechselstrom schließt man die Spule an entsprechende Transformatoren an und legt in den Spannungskreis zur Veränderung der Phase einen sog. Phasenregler<sup>5)</sup>. Es ist ein nach Art eines Dreiphasenmotors mit dem Übersetzungsverhältnis  $u = 1$  gebauter Transformator, dessen sekundäre (Läufer-)Wicklung durch Schneckentrieb festgehalten bzw. gedreht werden kann (vgl. auch Fig. 49).

Um die Zähler auch während des Betriebs prüfen zu können, besitzen diese sog. Prüfklemmen.

<sup>1)</sup> ETZ. 1914, S. 601.

<sup>2)</sup> ETZ. 1901, S. 435, 471, 531.

<sup>3)</sup> ETZ. 1898, S. 195ff.

<sup>4)</sup> ETZ. 1910, S. 520, 715; 1914, S. 601.

<sup>5)</sup> ETZ. 1902, S. 774.

Entsprechend der Bauart der Arbeitsmesser nach dem Pendel- oder Motorprinzip kann man folgende Methoden der Prüfung unterscheiden:

### 1. Gleichstrominstrumente.

a) **Motorzähler.** Bei kleinen Zählern wird von den Elektrizitätswerken meistens volle Spannung  $E$  und ein besonderer Belastungswiderstand  $R$  zur Prüfung benutzt (Fig. 118). Der Generator wird an die Klemmen  $M$ , die Belastung an  $L$  angeschlossen. Zur Prüfung der Konstanten zählt man die Anzahl der Umdrehungen  $u$ , welche die Motorachse in  $t$  Sekunden ausführt, und liest die während der Messung konstant zu haltende Spannung  $E$  sowie den Strom  $J$  ab. Im allgemeinen genügt eine Zeit von 3 Minuten, nur bei geringer Belastung wählt man sie länger (bei Leerlauf ist etwa 1 Stunde erforderlich). Die Zeit  $t$  mißt man mit

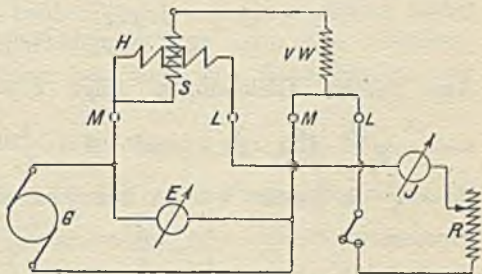


Fig. 118.

einer Stoppuhr oder einem Doppelzeitschreiber. Zur genauen selbsttätigen Aufzeichnung der Drehgeschwindigkeit haben Gewecke und v. Krukowski<sup>1)</sup> ein besonderes Verfahren angegeben.

Das mit der Ankerwelle verbundene Zählwerk hat nun ein unveränderliches Übersetzungsverhältnis. Zwischen der Umlaufzahl und der Eichung des Zählwerks in elektrischen Arbeitseinheiten besteht nun die Beziehung, die man als die Konstante  $c$  des Zählers bezeichnet. Nach der Gleichung  $c = \frac{u}{A_z}$  ist sie definiert als die Anzahl der Umdrehungen für die Arbeitseinheit (kWh).

Für  $u$  Umläufe in  $t$  sec zeigt nun der Zähler eine Arbeit

$$A_z = \frac{1}{c} \cdot u \quad \text{kWh.}$$

Gemessen wurde dagegen

$$A = \frac{E \cdot J \cdot t}{3600 \cdot 1000} \quad \text{kWh,}$$

<sup>1)</sup> ETZ. 1918, S. 356.



worin  $E$  und  $J$  konstante oder mittlere Werte der Ablesungen sind. Zeigt der Zähler richtig so ist  $A = A_z$  oder

$$\frac{E \cdot J \cdot t}{3,6 \cdot 10^6 \cdot u} \cdot c = 1.$$

Ist die rechte Seite nicht gleich 1, sondern  $m$ , dann ist der Fehler  $1 - m$ . Die Korrektion ist der negative Fehler und beträgt in Prozent ausgedrückt  $a = (m - 1) \cdot 100$ .

Ist die richtige Konstante  $c_r$ , so gilt dafür

$$\frac{E \cdot J \cdot t}{3,6 \cdot 10^6 \cdot u} \cdot c_r = 1,$$

während für die Instrumentenkonstante  $c$  die Gleichung besteht:

$$\frac{E \cdot J \cdot t}{3,6 \cdot 10^6 \cdot u} \cdot c = m.$$

Aus beiden Gleichungen folgt  $c_r = \frac{c}{m}$ . Da nun auch

$a = \frac{A - A_z}{A_z} \cdot 100$  ist, und  $A = \frac{1}{c_r} \cdot u$ , die Zählerangabe  $A_z = \frac{1}{c} \cdot u$  gesetzt werden kann, so wird

$$a = \frac{\frac{u}{c_r} - \frac{u}{c}}{\frac{u}{c}} \cdot 100 = \frac{c - c_r}{c_r} \cdot 100.$$

Ist  $c_r > c$ , so zeigt der Zähler zu viel an, da die Korrektion negativ ist.

Stellt man die prozentualen Korrektionen  $a$  in Abhängigkeit von dem Belastungsstrom  $J$  zeichnerisch dar, so erhält man die Korrektionskurve  $f(a, J)$ . Vorteilhafter ist es dabei, wenn die Kurve positive und negative Werte zeigt, anstatt nur auf einer Seite der Abszissenachse zu verlaufen. Der mittlere Fehler soll im allgemeinen  $\pm 1\%$  nicht übersteigen.

Simons<sup>1)</sup> schlägt vor, die Prüfung bei verschiedenen Belastungsströmen mit gleicher Drehzahl der Spannungsspule vorzunehmen und gibt ein neues Verfahren zur Zeichnung einer Korrektionskurve an.

Arbeitsmesser für stärkere Ströme prüft man mit getrennten Strom- und Spannungskreisen, d. h. mit künstlicher Belastung.

b) **Pendelzähler von Aron.** Eine direkte Beobachtung der Ablesung am Zählwerk ist nur bei großen Stromstärken möglich.

<sup>1)</sup> ETZ. 1916, S. 260.

Dabei muß man jedoch bei den neueren Instrumenten 2 Umschaltperioden abwarten, d. h. 20 min lang prüfen. Will man jedoch die Zeit der Messung abkürzen, besonders wenn die Belastung gering ist, so schlägt man folgendes Verfahren ein: Bei den älteren Zählern setzt man vorläufig ein Pendel still und stellt fest, daß  $s_1$  Schwingungen des anderen Pendels  $A_2$  kWh des Zählwerks entsprechen; dann ist die Konstante  $c = \frac{s_1}{A_2}$ .

Schaltet man nun einen Strom  $J$  eine Zeit von  $t$  sec ein, so zeigt sich zwischen beiden schwingenden Pendeln eine Schwingungsdifferenz  $s$ , die man aus den Koinzidenzen, d. h. den Lagen ermitteln kann, in denen beide Pendel nur einen Schlag hören lassen. Zwischen zwei Koinzidenzen liegt dann eine Differenzschwingung. Die Korrektur bestimmt sich dann ähnlich wie vorher aus:

$$a = (m - 1) \cdot 100, \quad \text{worin } m = \frac{E \cdot J \cdot t \cdot s_1}{3,6 \cdot 10^6 \cdot s \cdot A_2} \text{ ist.}$$

Bei den neueren Zählern ist das rechte Pendel länger als das linke und macht  $s_r = \frac{222,5}{9}$  gegenüber  $s_l = \frac{227,5}{9}$  Schwingungen des linken oder ein ganzes Vielfaches davon, um eine Umdrehung des Zeigers für den kleinsten Meßbereich hervorzurufen. Bei unbelasteten Hauptstromspulen möge ferner das rechte Pendel  $p_r$ , das linke  $p_l$  Schwingungen in 1 sec ausführen. Beim Stromdurchgang hätte man  $p_r'$  und  $p_l'$  Schwingungen in 1 sec gezählt, wobei  $p_l' > p_l$  (Beschleunigung) und  $p_r' < p_r$  (Verzögerung) sein möge. Dann hat das linke Pendel den Zeiger um  $\frac{p_l'}{s_l}$ , das rechte um  $-\frac{p_r'}{s_r}$  in 1 sec vorwärts gedreht. Beide zusammen ergeben also  $\frac{p_l'}{s_l} - \frac{p_r'}{s_r}$  Umdrehungen des Zeigers in 1 sec. Nach der Umschaltung seien  $p_l''$  und  $p_r''$  Schwingungen in 1 sec gezählt, wobei  $p_l'' < p_l$  und  $p_r'' > p_r$  ist. Außerdem ist die Drehrichtung des Zeigers umgeschaltet. Er macht dann  $\frac{p_r''}{s_r} - \frac{p_l''}{s_l}$  Umdrehungen in 1 sec. Ist  $T$  die Zeitdauer einer Umschaltperiode, so hat der Zeiger nach 2 Umschaltungen, also in  $2T$  Sekunden

$$T \cdot \left( \frac{p_l'}{s_l} - \frac{p_r'}{s_r} + \frac{p_r''}{s_r} - \frac{p_l''}{s_l} \right)$$



Umdrehungen vorwärts gemacht. Hat der Zähler die Konstante  $c = \frac{u}{A_z}$  Umdr/kWh, so zeigt er nach 2 Umschaltungen die Arbeit

$$A_z = \frac{u}{c} = \frac{T}{c} \cdot \left( \frac{p'_l}{s_l} - \frac{p'_r}{s_r} + \frac{p''_r}{s_r} - \frac{p''_l}{s_l} \right) \text{ kWh}$$

an. Gemessen wurde dabei

$$A = \frac{E \cdot J \cdot 2T}{3,6 \cdot 10^6} \text{ kWh.}$$

Aus der Gleichung  $A = A_z$  für den Richtiggang folgt:

$$\text{I. } \frac{E \cdot J \cdot 2 \cdot c}{3,6 \cdot 10^6 \cdot \left( \frac{p'_l}{s_l} - \frac{p'_r}{s_r} + \frac{p''_r}{s_r} - \frac{p''_l}{s_l} \right)} = 1.$$

Da man die raschen Schwingungen schwer zählen kann, führen wir dafür die Zeit  $t$  zwischen zwei Koindidenzen ein, die man leicht ermitteln kann. Für die erste Umschaltperiode bei  $t'$  sec zwischen zwei Koindidenzen haben nämlich beide Pendel die Schwingungen  $q'_l = p'_l \cdot t'$  und  $q'_r = p'_r \cdot t'$

gemacht. Da ihre Differenz gleich 1 Schwingung ist, so ergibt sich

$$1 = q'_l - q'_r = t' \cdot (p'_l - p'_r)$$

oder 
$$p'_l - p'_r = \frac{1}{t'}$$

Ebenso erhält man analog

$$p''_r - p''_l = \frac{1}{t''}$$

Führt man  $p'_r = p'_l - \frac{1}{t'}$  und  $p''_r = p''_l + \frac{1}{t''}$  in die Gleichung ein, so erhält man nach Umformung

$$\text{II. } \frac{E \cdot J \cdot 2 \cdot c \cdot s_r}{3,6 \cdot 10^6 \cdot \left[ \frac{1}{t'} + \frac{1}{t''} + (p'_l - p''_l) \cdot \left( \frac{s_r}{s_l} - 1 \right) \right]} = 1.$$

Setzt man nach Aron

$$p'_l = p_l \cdot \left( 1 + \frac{k}{2} \cdot L - k' \cdot L^2 \right)$$

$$p''_l = p_l \cdot \left( 1 - \frac{k}{2} \cdot L - k' \cdot L^2 \right),$$

wo  $L = E \cdot J$  die Leistung bedeutet, so wird

$$p'_l - p''_l = p_l \cdot k \cdot L = K \cdot L.$$

Außerdem ist

$$\frac{s_r}{s_l} = \frac{89}{91} \quad \text{und} \quad \frac{s_r}{s_l} - 1 = -\frac{2}{91}.$$

Führt man diese Werte ein, so ergibt sich bei fehlerhafter Angabe

$$\frac{E \cdot J \cdot s_r \cdot c}{3,6 \cdot 10^6 \cdot \left( \frac{1}{t'} + \frac{1}{t''} - \frac{2}{91} \cdot K \cdot J \right)} = m.$$

Die richtige Konstante ist dann wieder, wie vorher,  $c_r = \frac{c}{m}$  und die Korrektion

$$a = (m - 1) \cdot 100 \quad \%.$$

Die einzelnen Größen der Gleichung bestimmt man nun folgendermaßen:

$E$  und  $J$  werden abgelesen, woraus  $L$  ebenfalls bekannt ist.  $s_r$  wird vor der Messung bei unbelastetem Zähler gemessen, indem man das linke Pendel festhält. Hat man z. B. 50 Schwingungen des rechten Pendels für eine Umdrehung des Zeigers ermittelt, so ist

$$s_r = x \cdot \frac{222,5}{9} = 50.$$

Da  $x$  eine ganze Zahl sein muß, erhält man

$$x = \frac{9 \cdot 50}{222,5} = \sim 2, \quad \text{d. h.} \quad s_r = \frac{445}{9}.$$

$c$  ist aus dem Übersetzungsverhältnis des Zählwerks bestimmt.

$t'$  und  $t''$  findet man, indem man bei der betr. Belastung für jede Umschaltperiode  $n$  Koinzidenzen (ungleichsinnige) in  $t$  sec beobachtet; dann ist  $t'$  bzw.  $t''$  gleich dem Quotienten  $\frac{t}{n}$  der zusammengehörigen Werte. Es kann dabei vorkommen, daß  $t''$  negativ wird, da das rechte längere Pendel trotz der Beschleunigung langsamer schwingen kann als das verzögerte linke. Für die Konstante  $K = \frac{p_i' - p_i''}{E \cdot J}$  findet man  $p_i'$  und  $p_i''$ , indem man bei Belastung für jede Umschaltperiode die Schwingungszahl des linken Pendels  $z_l$  in einer bestimmten Zeit  $t$  (sec) feststellt und beide Werte durch einander dividiert ( $p_l = \frac{z_l}{t}$ ).

## 2. Instrumente für Einphasen-Wechselstrom.

Außer dem Spannungs- und Strommesser ist noch ein Leistungsmesser  $L$  zur Bestimmung der Leistung und Phasen-



verschiebung aufzunehmen. Im übrigen geschieht die Messung, wie bei 1. angegeben. Für größere Stromstärken trennt man Strom- und Spannungskreis (Fig. 119).

Am besten verwendet man dabei als Stromquelle einen Drehstromgenerator  $DG$ , da man ihn dann gleichzeitig zur Erregung des Phasenreglers  $Ph$  benutzen kann. An den durch Schneckengetriebe verstellbaren Sekundärteil II des Reglers wird ein Trans-

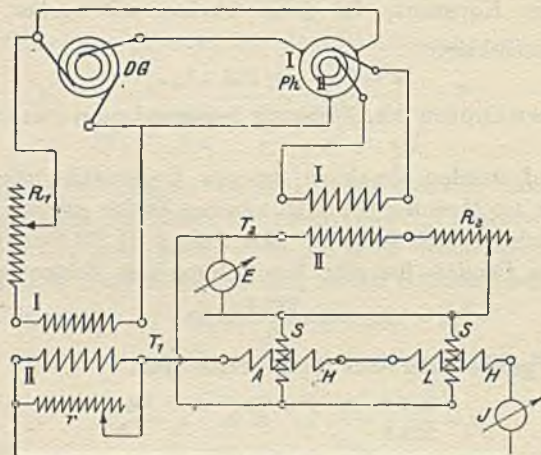


Fig. 119.

formator  $T_2$  angeschlossen, an dessen Sekundärwicklung II die Spannungskreise  $S$  des Arbeitsmessers  $A$  und Leistungsmessers  $L$  liegen. Da nun bei Regulierung der Phase die Spannung  $E$  sich ändert, dient der Widerstand  $R_2$  zur genauen endgültigen Einstellung derselben. Die Hauptstromspulen  $H$  sind an die Sekundärseite II des Transformators  $T_1$  angelegt. Der Widerstand  $R_1$  dient dabei zur groben,  $r$  zur feineren Einstellung des Stromes  $J$ . Bei dieser künstlichen Belastung ist die Gleichheit der Kurvenform der Transformatoren anzustreben. Sonst kann der Fall eintreten, daß bei Phasengleichheit zwischen  $E$  und  $J$  doch  $L < E \cdot J$  werden kann, wie Orlich<sup>1)</sup> gezeigt hat.

### 3. Instrumente für Dreiphasen-Wechselstrom.

Hierbei macht man die für Leistungsmesser angegebene Aronsche Schaltung (S. 99) unter Zwischenschaltung von Drei-

<sup>1)</sup> ETZ. 1902, S. 543.

phasen-Transformatoren. Als Stromquelle empfiehlt sich ein Doppel-Drehstromgenerator <sup>1)</sup> (vgl. auch S. 79). Zur Prüfung des richtigen Anschlusses der verschiedenen Phasen kann man eine Hilfsfigur, in der die Phasen- und Außenleiter-Stromstärken und Spannungen dargestellt sind, anwenden, wie sie von Orlich <sup>2)</sup> angegeben ist.

#### 54. Untersuchung von Sammlern (Akkumulatoren).

Über diese Messungen bestehen in den Fabriken verschiedene Vorschriften, von denen hier nur die hauptsächlichsten und für die Praxis notwendigsten besprochen werden mögen. Dazu gehören die Bestimmung des Wirkungsgrades, Aufnahme von Lade- und Entladekurven, Säuredichtemessungen, Untersuchung des Plattenpotentials usw.

Der Akkumulator wird mit verdünnter Schwefelsäure vom spezifischen Gewicht 1,18 gefüllt und vollständig aufgeladen, bis er starke Gasblasen erzeugt und die EMK nicht mehr steigt. Meistens besitzt dann eine Zelle eine EMK  $E_1 = 2,7$  Volt. Nun machen wir folgende Schaltung (Fig. 120), stellen den Widerstand  $R$  so ein, daß dem Akkumulator  $A$  der normale Entladestrom  $J_1$  entnommen wird, für

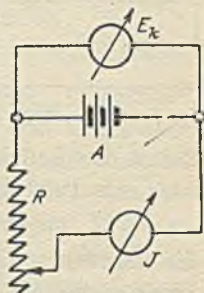


Fig. 120.

den wir die Untersuchung machen wollen, und beobachten nun die Klemmenspannung  $E_{k_1}$  unter Konstanthaltung des Stromes  $J_1$ . Vor Beginn des Versuches ist es dabei zweckmäßig, die infolge der verschiedenen Konzentration entstandene Überspannung von etwa 0,6 Volt, welche nach einigen Stunden von selbst verschwinden würde, in kurzer Zeit zu beseitigen, indem man den Akkumulator etwa 1 min lang mit dem Normalstrom belastet. Die EMK sinkt dann etwa auf 2,1 Volt und kann als die Entladespannung gelten, wenn sie ohne Belastung nicht weiter sinkt.

Stellt man  $E_{k_1}$  in Abhängigkeit von der Entladezeit  $t$  zeichnerisch dar, so erhält man die Entladekurve  $f(E_{k_1}, t)$  für  $J_1 = \text{konst.}$  (Fig. 121). Ist der Strom  $J_1$  nicht konstant geblieben, sondern hat Schwankungen gezeigt, so nimmt man die Werte von  $J_1$  als Funktion von  $t$  auf und zeichnet die Stromkurve  $f(J_1, t)$ . Bildet

<sup>1)</sup> ETZ. 1907, S. 502.

<sup>2)</sup> ETZ. 1901, S. 97.



man für jeden Zeitpunkt das Produkt von  $E_{k_1}$  und  $J_1$ , so erhält man den Verlauf der abgegebenen Leistung  $f(L_a, t)$  bei Entladung. Die Entladung gilt als beendet, wenn die Spannung  $E_{k_1}$  einer Zelle bei normaler Belastung 1,83 Volt erreicht.

Darauf laden wir mit normalem Strom  $J_2$  und stellen uns ähnlich der vorigen Messung aus der Ladespannung  $E_{k_2}$  und der

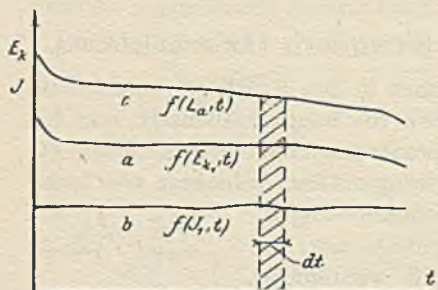


Fig. 121.

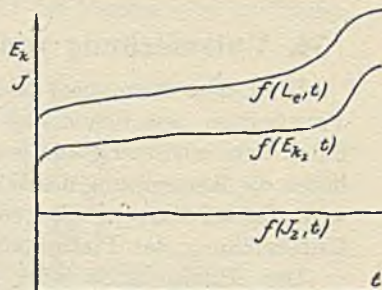


Fig. 122.

Zeit  $t$  die Ladekurve  $f(E_{k_2}, t)$  und die Kurve  $f(J_2, t)$  (Fig. 122) dar. Als Produkt der Ordinaten beider erhält man

$$E_{k_2} \cdot J_2 = L_e$$

die eingeführte Leistung und daraus  $f(L_e, t)$ . Die Ladung gilt als beendet, wenn die EMK (nicht Klemmenspannung!) auf 2,7 Volt gestiegen ist. (Zur Ablesung schaltet man den Strom  $J_2$  einige Sekunden lang aus.)

Diese Kurven verwenden wir nun folgendermaßen: Ist die Zeit  $t$  in Stunden gemessen, so stellt ein schmaler Flächenstreifen der  $f(J_1, t)$  von der Größe  $f_{i_1}$  für eine kleine Zeit  $dt$  eine kleine Elektrizitätsmenge  $c_{i_1} \cdot f_{i_1} = J_1 \cdot dt = dQ$  Ah

dar. Darin ist der Maßstabsfaktor  $c_{i_1} = \frac{dQ}{f_{i_1}}$  definiert als die Elektrizitätsmenge, welche der Flächeneinheit ( $1 \text{ cm}^2$ ) entspricht. Stellt z. B. 1 cm Ordinate 2 A und 10 cm Abszisse 1 h dar, so entsprechen  $1 \cdot 10 = 10 \text{ cm}^2 = 2 \text{ Ah}$ , woraus  $c_{i_1} = \frac{2}{10} \frac{\text{Ah}}{\text{cm}^2}$  folgt. Für die Entladezeit  $t_1$  ist die gesamte Elektrizitätsmenge die Summe der einzelnen Elementarmengen, also

$$Q_1 = \int_0^{t_1} dQ = c_{i_1} \cdot \int_0^{t_1} f_{i_1} = c_{i_1} \cdot [F_{i_1}]_0^{t_1}.$$

Es ist also die Fläche  $[F_{i_1}]_0^{t_1}$  zwischen den Grenzen 0 und  $t_1$  ein Maß für die vom Akkumulator bei der Entladung gelieferte Elektrizitätsmenge  $Q_1$  oder Kapazität in Amperestunden (Ah).

In gleicher Weise ist  $c_{i_2} \cdot [F_{i_2}]_0^{t_2} = Q_2$

die eingeführte Elektrizitätsmenge

$$\text{Das Verhältnis} \quad \eta_c = \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{c_{i_1}}{c_{i_2}} \cdot \frac{[F_{i_1}]_0^{t_1}}{[F_{i_2}]_0^{t_2}}$$

nennt man das elektrische Güteverhältnis des Akkumulators. Es liegt zwischen 0,94 und 0,97.

Macht man den Maßstab beider Kurven gleich, so ist  $c_{i_1} = c_{i_2}$  und  $\eta_c = \frac{F_{i_1}}{F_{i_2}}$ . Man bestimmt also den Inhalt der beiden Flächen bis zu den Ordinaten  $t_1$  bzw.  $t_2$  durch Planimeter, Integrator oder Zeichnung der Integralkurve (vgl. Fig. 152) und bildet den Quotienten. Auch direkt ließen sich die Mengen durch Instrumente (Amperestundenzähler) bestimmen, doch ist die indirekte Messung genauer, da Spannungs- und Strommesser kleinere Fehler als die Zähler besitzen.

Weiter gilt für einen schmalen Streifen  $f_{e_1}$  der Spannungskurve

$$c_{e_1} \cdot f_{e_1} = E_{k_1} \cdot dt.$$

Ist  $J_1 = \text{konst.}$  oder der konstante Mittelwert aus den Einzelangaben, dann erhält man durch Multiplikation und Summierung bzw. Integration

$$c_{e_1} \cdot J_1 \cdot \int_0^{t_1} f_{e_1} = \int_0^{t_1} E_{k_1} \cdot J_1 \cdot dt = \int_0^{t_1} L_a \cdot dt = A_1 \quad \text{Wh}$$

oder

$$c_{e_1} \cdot J_1 \cdot [F_{e_1}]_0^{t_1} = A_1 \quad \text{Wh.}$$

Ebenso ergibt sich aus der Ladekurve (Fig. 122)

$$c_{e_2} \cdot J_2 \cdot [F_{e_2}]_0^{t_2} = A_2 \quad \text{Wh.}$$

Das Verhältnis

$$\eta = \frac{A_1}{A_2} = \frac{c_{e_1}}{c_{e_2}} \cdot \frac{F_{e_1}}{F_{e_2}} \cdot \frac{J_1}{J_2}$$

stellt den praktisch wichtigen Wirkungsgrad (für Bleisammler 0,75 ÷ 0,85) dar. Für  $c_{e_1} = c_{e_2}$  läßt sich  $\eta$  wieder durch Aus-



messen der Flächen oder einfacher durch Zeichnen der Integralkurve ermitteln.

Will man die Schwankungen der Stromstärke berücksichtigen, so kann man die Arbeiten  $A$  bei Ladung und Entladung aus den Flächen zwischen den Leistungskurven  $f(L, t)$  direkt bestimmen.

Schließlich kann man sich die Mühe der punktweisen Aufnahme der Kurven ersparen, wenn man registrierende Instrumente anwendet. Über den Ladezustand eines Sammlers kann man sich auch aus der Säuredichte ein relatives Urteil bilden. Es müssen daher öfters Dichtemessungen vorgenommen werden. Die Grenzen für die Dichte werden von den Fabriken in der Bedienungsanweisung angegeben. Im allgemeinen beträgt die Änderung etwa 3%. Angaben über den Ladezustand der einzelnen Platten erhält man durch Messung des Potentials derselben aus der Potentialdifferenz gegen eine neutrale Zwischenelektrode. Am besten ist dabei ein Stück einer gut geladenen Sammlerplatte, die außerhalb der Platten in das Gefäß eingesenkt wird. Zink- oder Kadmiumpplatten zeigen wegen der nicht aufgeklärten Konzentration der Ionen etwas schwankende Werte.

Bei mehreren zu einer Batterie zusammengestellten Zellen muß man die Untersuchungen hin und wieder auch an den einzelnen Zellen vornehmen, insbesondere wenn sich ein abweichendes Verhalten der ganzen Batterie gegenüber dem Anfangszustand zeigen sollte. Die Spannung der Lademaschine muß sich dabei etwa um 40% gegen den Anfangswert steigern lassen. Bei großen Stromstärken wählt man zur Belastung einen Flüssigkeitswiderstand mit Soda- oder Pottaschelösung. Zur Prüfung der Selbstentladung ermittelt man die Elektrizitätsmengen gleich nach der Ladung und später, nachdem der Sammler aufgeladen ist und etwa eine Woche unbenutzt gestanden hat. Die Bestimmung des Widerstandes geschieht nach den vorher angegebenen Methoden, welche die Polarisierung berücksichtigen.

## 55. Untersuchung einer Thermosäule.

Am meisten in der Praxis gebräuchlich ist die mit Leuchtgas betriebene Thermosäule von Pintsch, Berlin. Nachdem die Gasleitung unter Zwischenschaltung eines Gasmessers angeschlossen

und das Gas entzündet ist, wartet man eine Weile den stationären Zustand ab und nimmt dann die äußere Charakteristik  $f(E_k, J)$ , d. h. die Klemmenspannung  $E_k$  in Abhängigkeit vom Strom  $J$  bzw. äußeren Widerstande  $R$  auf, die man zeichnerisch darstellt. Dann bildet man die abgegebene Leistung  $L_a = E_k \cdot J$  und stellt sie als  $f(L_a, J)$  ebenfalls dar. Diese Kurve gibt an, für welchen Strom die Leistung am größten ist. Bildet man ferner  $\frac{E - E_k}{J} = R_i$ , so erhält man den inneren Widerstand  $R_i$ , wenn  $E$  die EMK oder Klemmenspannung für  $J = 0$  ist.

Um den thermischen Wirkungsgrad  $\eta_{th}$  zu bestimmen, messen wir für einen konstanten äußeren Widerstand  $R$  bzw. Strom  $J$  die Klemmenspannung  $E_k$ , den Gasverbrauch  $V$  in Litern sowie die Zeitdauer der Energieabgabe  $t$  in sec.

Bei einem Heizwert  $H \frac{\text{cal}}{\text{l}}$  des Gases beträgt die eingeführte Arbeit

$$A_e = 4,190 \cdot V \cdot H \text{ Joule.}$$

Die abgegebene elektrische Arbeit ist  $A = E_k \cdot J \cdot t$  Joule, somit ist der Wirkungsgrad

$$\eta_{th} = \frac{E_k \cdot J \cdot t}{4,190 \cdot V \cdot H} = 0,239 \cdot \frac{E_k \cdot J \cdot t}{V \cdot H}.$$

Für die Praxis ist jedoch wichtiger die Beantwortung der Frage, wieviel die Kosten  $K$  der elektrischen Energie in Pf. für 1 kWh betragen. Dafür gilt die Beziehung

$$K = \frac{k \cdot V \cdot 3,6 \cdot 10^3}{E_k \cdot J \cdot t} \text{ Pf/kWh,}$$

worin  $k$  den Preis in Pf. für 1 cbm Gas angibt und  $V$  in Litern gemessen ist.

## 56. Untersuchung eines elektrischen Kochers.

Zunächst will man die Kosten für den Elektrizitätsverbrauch beim elektrischen Kochen bestimmen oder, um Vergleiche zwischen verschiedenen Apparaten anzustellen, wieviel die Erwärmung eines Liters Wasser von  $0^\circ$  auf  $100^\circ\text{C}$  kostet. Dazu macht man einen Kochversuch. Andererseits hat man noch den Wirkungsgrad  $\eta = \frac{A}{A_e}$  zu ermitteln, der sich als das Verhältnis der in



Dampf umgesetzten Arbeit  $A$  zu der eingeleiteten elektrischen Arbeit  $A_e$  darstellt. Dazu dient der Verdampfungsversuch.

a) **Kochversuch.** Man schließt den mit  $G$  Gramm Wasser gefüllten Kochapparat mit einem Strommesser  $J$  und Vorschaltwiderstand  $R$  an eine Stromquelle an und hält mit diesem die Spannung  $E$  an seinen Klemmen konstant. Beim Einschalten des Stromes zur Zeit  $t_1$  sei die Temperatur des Wassers  $\vartheta_1^\circ\text{C}$ . Nun nimmt man die (zuerst stark sinkende) Stromstärke  $J$  in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  auf. Zur Zeit  $t_2$  sei die Temperatur des Wassers auf  $\vartheta_2^\circ\text{C}$  (etwa  $95\div 97^\circ$ ) gestiegen. Bestimmt man nun aus der Stromkurve  $f(J, t)$  den Mittelwert

$$J_{mi} = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} J \cdot dt,$$

so verbrauchte das Kochgefäß eine elektrische Arbeit

$$A = \frac{E \cdot J_{mi} \cdot (t_2 - t_1)}{1000 \cdot 3600} \text{ kWh},$$

wenn  $t$  in sec gemessen ist. (Man kann auch

$$Q = J_{mi} \cdot (t_2 - t_1) = \int_{t_1}^{t_2} J \cdot dt$$

aus der Integralkurve bestimmen.) Hiermit wurden  $G \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)$  cal erzeugt. Beträgt der Elektrizitätspreis  $k$  Pf/kWh, so kostet die Erwärmung von 1 l Wasser um  $100^\circ\text{C}$ , d. h. die Erzeugung von  $10^5$  cal

$$K = \frac{E \cdot J_{mi} \cdot (t_2 - t_1) \cdot k}{36 \cdot G \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)} \text{ Pfennige.}$$

b) **Verdampfungsversuch.** Man stellt das Kochgefäß auf eine Wage und bringt das Wasser zum Sieden. Bei konstanter Spannung  $E$  Volt und Stromstärke  $J$  Amp. stellt man zur Zeit  $t_1$  das Gesamtgewicht  $G_1$  Gramm und nach einer Weile zur Zeit  $t_2$  das Gewicht  $G_2$  fest. Dann sind in der Zeit  $t = t_2 - t_1$  sec  $G = G_1 - G_2$  Gramm Wasser verdampft. Nun beträgt die Verdampfungswärme des Wassers  $535,9$  cal/g bei  $100^\circ\text{C}$ . Demnach sind  $A = 535,9 \cdot G$  cal als Dampf abgegeben. Zugeführt wurden  $A_e = E \cdot J \cdot t$  Joule  $= 0,239 \cdot E \cdot J \cdot t$  cal. Somit ergibt sich der Wirkungsgrad

$$\frac{A}{A_e} = \eta = 2250 \cdot \frac{G_1 - G_2}{E \cdot J \cdot (t_2 - t_1)}.$$

## II. Magnetische Messungen.

Zur Messung der magnetischen Eigenschaften des Eisens können Methoden dienen, die auf folgenden Erscheinungen beruhen:

1. Kraftwirkung zwischen zwei magnetischen Feldern (Magnetometer von Gauß);
2. Induktion (ballistische Methode, Schlußjoch);
3. Magnetische Zugkraft (Permeameter, Wage);
4. Änderung des elektrischen Widerstandes (Wismut) durch magnetische Felder (Hallsches Phänomen);
5. Kraftwirkung zwischen Stromleitern und magnetischem Feld (Apparat von Köpsel, Kurvenzeichner von Ewing);
6. Drehung der Polarisationsenebene eines Lichtstrahls durch ein magnetisches Feld (magneto-optische Methode von Kerr und Du Bois<sup>1)</sup>).

Von diesen Methoden sollen jedoch nur die in der Praxis gebräuchlichsten behandelt werden, zu denen die unter 1. bis 5. angegebenen gehören, welche man allgemein als magneto-statische bezeichnet. Nun wird aber das Eisen in den elektrischen Maschinen, Transformatoren und Apparaten infolge drehender und Wechselstrom-Magnetisierung besonders bei höherer Wechselzahl anders beansprucht und ein anderes Verhalten durch das Auftreten von Wirbelströmen zeigen. Außerdem tritt infolge der entmagnetisierenden Wirkung, die in der Mitte des Querschnitts am stärksten ist, eine ungleichmäßige Verteilung der Induktion auf (sog. Schirmwirkung)<sup>2)</sup>. Man verwendet daher in diesem Fall Anordnungen, welche die sog. dynamische Magnetisierung zu messen gestatten, indem man die infolge der Hysterisis und Wirbelströme dabei verbrauchte Leistung bestimmt. Zur

---

<sup>1)</sup> Ewing, Magnet. Ind. im Eisen S. 151.

<sup>2)</sup> ETZ. 1898, S. 669, 688.



zeichnerischen Darstellung der Magnetisierungskurven und Hysterisisverluste empfiehlt Weißhaar<sup>1)</sup> das Logarithmenpapier von Schleicher & Schüll, Düren.

## 1. Magnetometrische Methode.

In diesem Fall können nur magnetisierte Stäbe untersucht werden oder wenigstens solche Formen, welche freie Pole besitzen, die Ringform ist daher ausgeschlossen. Als Instrument zur Untersuchung benutzen wir einen Magnetometer, d. h. eine an einem feinen Kokonfaden frei unter dem Einfluß der Erdkraft schwingende kleine Magnetnadel, deren Ablenkungswinkel durch Spiegel und Fernrohr oder objektiv durch einen reflektierten Lichtstrahl beobachtet werden kann. Der zu untersuchende Stab von der Länge  $l$  wird nun in einer Entfernung  $L$  von dem Magnetometer in eine lange Spule gelegt, so daß er sich in derselben Horizontalebene mit der Nadel  $ns$  (Fig. 123) befindet und senkrecht zur Richtung des Meridians steht.

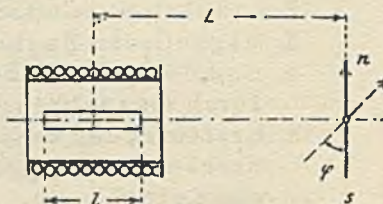


Fig. 123.

Schickt man jetzt einen Strom durch die Spule, so wird der Stab zu einem Magnet, der die Nadel um den Winkel  $\varphi$  ablenkt. Um den Einfluß des Polabstandes<sup>2)</sup> zu beseitigen, machen wir noch eine zweite Messung bei der Länge  $L_1$ , für welche sich der  $\varphi_1$  ergibt. Dann besteht die Beziehung (nach Gauß):

$$\frac{M}{\mathfrak{B}_e} = \frac{1}{2} \cdot \frac{L^5 \cdot \operatorname{tg} \varphi - L_1^5 \cdot \operatorname{tg} \varphi_1}{L^2 - L_1^2},$$

woraus sich das magnetische Moment ( $\mathfrak{B}_e$  = magnetische Induktion des Erdfeldes)

$$M = \mathfrak{B}_e \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{L^5 \cdot \operatorname{tg} \varphi - L_1^5 \cdot \operatorname{tg} \varphi_1}{L^2 - L_1^2}$$

berechnet. Nun ist die Intensität der Magnetisierung oder das magnetische Moment für 1 ccm Volumen  $\mathfrak{J} = \frac{M}{V}$ , und wir erhalten dann

$$\mathfrak{J} = \frac{\mathfrak{B}_e}{V} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{L^5 \cdot \operatorname{tg} \varphi - L_1^5 \cdot \operatorname{tg} \varphi_1}{L^2 - L_1^2}.$$

<sup>1)</sup> ETZ. 1910, S. 400, 598.

<sup>2)</sup> ETZ. 1907, S. 528.

Sind die  $\angle \varphi$  klein, so daß die trigonometrische Tangente gleich dem Bogen gesetzt werden kann, dann läßt sich  $\operatorname{tg} \varphi$  durch die Anzahl der Skalenteile ersetzen. Ist  $\mathfrak{B}_0$  bekannt, so kann man  $\mathfrak{H}$  und nach der Gleichung  $\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_0 + 4\pi \cdot \mathfrak{H}$  auch die magnetische Induktion  $\mathfrak{B}$  Gauß berechnen, da die magnetische Induktion  $\mathfrak{B}_0$  aus den Dimensionen der Magnetisierungsspule gegeben ist. Damit das Feld  $\mathfrak{H}$  der Spule, welches die Induktion  $\mathfrak{B}_0$  in Luft erzeugt, möglichst gleichmäßig wird, macht man die Spule im Verhältnis zum Durchmesser sehr lang (z. B. 40 cm lang, 1 cm Durchmesser). Der Eisenstab wird etwas kürzer gewählt (etwa 30 cm) bei einem Durchmesser  $d = 2$  bis 3 mm.

In diesem Fall kann man die im Innern der Spule herrschende Feldstärke  $\mathfrak{H} = \frac{J \cdot w}{l}$  AW/cm und die Induktion in Luft

$$\mathfrak{B}_0 = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{J \cdot w}{l} \text{ Gauß}$$

aus der Stromstärke  $J$  Amp.,  $w$  Windungen und der Länge der Spule  $l$  cm berechnen.

Trägt man jetzt die Werte von  $\mathfrak{B}$  als Ordinaten zu  $\mathfrak{H}$  als Abszissen in ein Koordinatensystem ein, so erhält man die Magnetisierungskurve  $f(\mathfrak{B}, \mathfrak{H})$ .

In derselben Weise verfahren wir, um eine Hysteresis-schleife aufzunehmen, wobei wir die Feldstärke von 0 bis  $+\mathfrak{H}_{\max}$  steigern (Fig. 124), dann über  $\mathfrak{H} = 0$  bis  $-\mathfrak{H}_{\max}$  abnehmen lassen und von da wieder bis  $+\mathfrak{H}_{\max}$  steigern. So können wir viele Schleifen aufnehmen und erhalten durch stetige Verbindung aller Schleifen mit dem Koordinatenanfang ebenfalls die Magnetisierungskurve.

Diese Aufnahmen sind jedoch insofern nicht ganz der Wirklichkeit entsprechend, als die auf den Stab wirkende Induktion nicht gleich der aus den Dimensionen der Spule berechneten ist, wie sie auftreten würde, wenn der Magnet nicht in der Spule vorhanden wäre. Durch sein Vorhandensein üben nämlich seine mit freiem Magnetismus belegten Enden einen entmagnetisierenden Einfluß auf das Feld

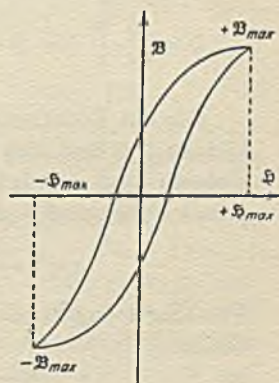


Fig. 124.



aus, da seine Pole denen der Spule entgegenwirken, so daß die wirkliche Feldstärke  $\mathfrak{H}_w$  kleiner als die berechnete  $\mathfrak{H}$  ist. Je länger der Stab ist, um so geringer ist seine Einwirkung auf das Feld.

Um den Einfluß der freien Pole einer Berechnung zugänglich zu machen, müssen wir annehmen, daß die Form des Körpers ein Ellipsoid ist. Bei anderen Formen, z. B. bei kurzen zylindrischen Stäben mit ebenen Endflächen, ist die exakte Lösung der Aufgabe schon sehr schwierig. Lange Stäbe kann man dagegen als gestreckte Ellipsoide ansehen. In einem Ellipsoid ist nämlich die Magnetisierung  $\mathfrak{J}$  eine gleichförmige, so daß also jede Volumeneinheit dieselbe Einwirkung ausübt. Erzeugt nun die Spule ohne Eisenstab ein Feld  $\mathfrak{H} = \frac{J \cdot w}{l}$  AW/cm, so wird der eingelegte Eisenstab infolge seiner Magnetisierung dasselbe um einen Betrag  $\mathfrak{H}'$  (Fig. 125) schwächen, so daß das wirksame Feld  $\mathfrak{H}_w$ , welches für die Erzeugung des Kraftflusses in Frage kommt, sich nach der Gleichung  $\mathfrak{H}_w = \mathfrak{H} - \mathfrak{H}'$  bestimmt. Das entmagnetisierende Feld  $\mathfrak{H}'$  kann man aber bei gleichförmiger Magnetisierung, wie es bei Ellipsoiden der Fall ist, der Intensität  $\mathfrak{J}$  proportional setzen, woraus folgt

$$\mathfrak{H}' = c \cdot \mathfrak{J} \quad \text{oder} \quad \mathfrak{H}_w = \mathfrak{H} - c \cdot \mathfrak{J}.$$

Die Konstante  $c$  bezeichnet man darin als Entmagnetisierungsfaktor. Ersetzen wir  $\mathfrak{H}_w$  durch  $\frac{10}{4\pi} \cdot \frac{\mathfrak{J}}{x}$ , wo  $1 + 4\pi x = \mu = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}_0}$  ist, so wird

$$\mathfrak{H} = \frac{10}{4\pi} \cdot \frac{\mathfrak{J}}{x} + c \cdot \mathfrak{J} = \mathfrak{J} \cdot \left( \frac{\frac{10}{4\pi} + c \cdot x}{x} \right) \quad \text{und} \quad \mathfrak{J} = \mathfrak{H} \cdot \frac{x}{\frac{10}{4\pi} + c \cdot x}.$$

Für ein Rotationsellipsoid mit der großen Achse  $2a$  und der kleinen  $2b$  läßt sich der Entmagnetisierungsfaktor  $c$  leicht berechnen und beträgt, wenn die Richtung der Magnetisierung parallel zur großen Achse verläuft,

$$c = 4\pi \cdot \left( \frac{1}{e^2} - 1 \right) \cdot \left( \frac{1}{2e} \cdot \ln \frac{1+e}{1-e} - 1 \right).$$

Für sehr langgestreckte Formen nähert sich dieser Ausdruck der Größe

$$c' = 4\pi \cdot \frac{b^2}{a^2} \cdot \left( \ln \frac{2a}{b} - 1 \right).$$

Nehmen wir für das Verhältnis  $\frac{a}{b}$  die Werte 50, 100, 200, 300, 400, 500 cm an, so ergibt sich  $c$  nach folgender Tabelle:

$a/b$	50	100	200	300	400	500
$c$	0,01817	0,00540	0,00157	0,00075	0,00045	0,00030

Daraus ist ersichtlich, daß für Stäbe, deren Länge mehr als die 300fache des Durchmessers beträgt, der Einfluß der mit freiem Magnetismus versehenen Enden zu vernachlässigen ist.

Anstatt nun die Korrekturen für jeden einzelnen Wert von  $\mathfrak{I}$  oder  $\mathfrak{B}$  rechnerisch vorzunehmen, kann man auch die von Lord Rayleigh<sup>1)</sup> angegebene Methode der Rückseherung anwenden, um die wahre Magnetisierung ohne Rücksicht auf die Gestalt des Körpers zu bestimmen. Ist die Kurve  $f(\mathfrak{B}, \mathfrak{H})$  aufgenommen, so kann man daraus durch Änderung des Maßstabes eine  $f(\mathfrak{I}, \mathfrak{H})$  bilden, wenn man nach der Gleichung

$$\mathfrak{I} = \frac{\mathfrak{B} - \mathfrak{B}_0}{4\pi}$$

bei Medien mit großer Suszeptibilität  $\mathfrak{B}_0$  gegen  $\mathfrak{B}$  vernachlässigt

und  $\mathfrak{I} = \frac{\mathfrak{B}}{4\pi}$  setzt. Multipliziert man jetzt z. B. den zu  $ab$

(Fig. 125) gehörigen Wert von  $\mathfrak{I}$  mit dem aus den Dimensionen des Stabes berechneten Faktor  $c$ , so hat man daraus das für diesen Wert von  $\mathfrak{I}$  auftretende entmagnetisierende Feld  $\mathfrak{H}' = c \cdot \mathfrak{I} = de$ , so daß als wirksames Feld  $\mathfrak{H}_w = \mathfrak{H} - \mathfrak{H}' = Oa - de = be$  übrig bleibt. Um nun die richtige Kurve zu erhalten, trägt man  $bf = de$  von  $b$  aus ab, so ist  $f$  ein Punkt derselben. So könnte man für alle anderen Punkte die Konstruktion wiederholen. Zur Umgehung der einzelnen Rechnungen brauchen wir jedoch nur

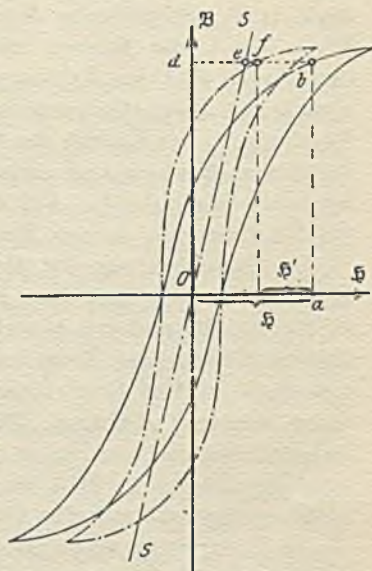


Fig. 125.

<sup>1)</sup> Phil. Mag. 1886, S. 175.



durch die Punkte  $e$  und  $O$  die Gerade  $SS$ , welche man als Scherungslinie bezeichnet, zu legen, so geben uns die horizontalen Stücke zwischen Ordinatenachse und der Linie  $SS$  die Strecken an, um welche die in derselben Höhe liegenden Punkte der Hysteresisschleife zurückgeschert werden müssen, so daß sich als Verbindungslinie derselben die strichpunktierte Kurve ergibt.

Aus diesen Untersuchungen erkennt man, daß bei allen Methoden, für die der untersuchte Eisenstab freie Pole besitzt, d. h. wo in dem magnetischen Kreise Luftzwischenräume vorhanden sind (z. B. Schlußjoch, Köpselscher Apparat, magnetische Wage usw.), die Kurven zurückgeschert werden müssen. Zu dem Zweck sind den Apparaten die Scherungslinien für auf und absteigende Magnetisierung beigefügt, nachdem dieselben durch Vergleichung der Kurven des Apparates mit denen einer magnetometrischen Messung und ellipsoidisch abgedrehtem Eisenstab gefunden worden sind<sup>1)</sup>. Auf den Flächeninhalt der Schleife übt die Rückscherung keinen Einfluß aus.

Die Durchführung der Messung ist mühsam und beschwerlich, besonders wegen des „Kriechens“ der Nadel, einer Erscheinung, die dadurch bewirkt wird, daß in schwachen magnetischen Feldern das Eisen seinen vollen magnetischen Zustand erst nach Verlauf einer längeren Zeit (mehrere Sekunden oder sogar Minuten) annimmt. Diese Methode ist demnach nur für Laboratorien geeignet, wo es darauf ankommt, magnetische Normale in absolutem Maß zu eichen oder magnetische Untersuchungsapparate auf ihre Genauigkeit zu prüfen.

Als Instrument verwendet man zweckmäßig das von Kohlrausch und Holborn<sup>2)</sup> angegebene störungsfreie Magnetometer und benutzt zur Regulierung des Magnetisierungsstromes möglichst stetig veränderliche Flüssigkeitsrheostaten, da sich bei sprungweiser Magnetisierung leicht andere Eigenschaften herausstellen<sup>3)</sup>. Für kleine Abmessungen des Probekörpers ist von Haupt<sup>4)</sup> ein besonders konstruiertes Magnetometer angegeben worden.

Wird der untersuchte Gegenstand sehr nahe an das Magnetometer herangebracht, wodurch die Ablenkung leicht über die

<sup>1)</sup> ETZ. 1901, S. 691.      <sup>2)</sup> Ann. d. Ph. 1903, S. 287.

<sup>3)</sup> ETZ. 1900, S. 233; 1901, S. 691; 1906, S. 988.

<sup>4)</sup> ETZ. 1907, S. 1069; 1908, S. 352.

Skala hinausgehen kann, dann empfiehlt es sich, die Nadel durch einen permanenten Stabmagnet nach der Ruhelage hin eine Strecke zurückzuführen. Er darf aber dabei keine richtende sondern nur eine ablenkende Wirkung besitzen, d. h. er soll einen Teil der Wirkung des Magnetstabes aufheben, muß demnach senkrecht zum Meridian in der Verlängerung des Magnetstabes liegen. Der Winkel bzw. die Zahl der Skalenteile, um welche die Nadel vom Kompensationsmagnet zurückgedreht wurde, sind zu den abgelesenen Werten zu addieren. Besonders bei der Untersuchung von Stäben im oberen Teil der Magnetisierungskurve ist dieses Verfahren zu empfehlen.

An Stelle des permanenten Magnets kann man auch eine Kompensationsspule anwenden, deren Wirkungen von demselben Strom durchflossen werden wie die Magnetisierungsspule. Für den besonderen Fall, daß sich die Wirkungen der beiden Spulen auf die Magnetnadel aufheben, ist die Ablenkung nur von der Magnetisierung des Eisens allein abhängig, so daß die von der Magnetisierungsspule erzeugte Induktion der Luft nicht mit gemessen wird. Diese Anordnung kommt besonders bei kurzen Stäben und beim Differentialmagnetometer zur Anwendung.

Für sehr lange Stäbe oder Drähte empfiehlt es sich, die sog. unipolare Methode zu benutzen, bei welcher der Stab in eine vertikale Magnetisierungsspule hineingesteckt wird. Damit die magnetisierende Kraft über die ganze Länge des Drahtes gleichförmig ist, läßt man die Spule auf beiden Seiten über den Drahtkern hinausragen. Da nun infolge der senkrechten Stellung die vertikale Komponente des Erdfeldes den Stab magnetisiert, so muß man diese Einwirkung durch eine über die Hauptspule gewickelte Kompensationsspule beseitigen, indem man sie von einem konstanten Strom durchfließen läßt, der ein dem Erdfeld entgegengesetzt gleich großes Feld erzeugt. Es genügt dazu ein Daniellelement und ein kleiner Flüssigkeitsrheostat.

Ein auf dieser Anordnung beruhendes Instrument zur direkten Messung der Suszeptibilität ist von Murdoch<sup>1)</sup> angegeben.

Zur objektiven Darstellung der nach dieser Methode aufzunehmenden Hysteresisschleifen ordnete Ångström<sup>2)</sup> eine

<sup>1)</sup> El. 1913, S. 976.

<sup>2)</sup> Oefversigt af Kongl. Vetenskaps-Akadem.-Förhandlingar. 1899, S. 251; Zfl. 1900, S. 222 (Ref.).



Braunsche Röhre zwischen zwei gleichachsig oder parallel gelegenen Magnetisierungsspulen und dazu senkrecht stehenden Hilfsspulen an, wobei der Eisenstab in eine Magnetisierungsspule gelegt war. Versuche mit Gleich- und Wechselstrom zeigten den Einfluß der abrundenden Wirkung der Wirbelströme auf die Spitzen der Schleife.

Wollen wir die Einwirkung der freien Enden auf die Magnetisierung beseitigen, so müssen wir dem magnetisierten Stück die Form eines Ringes geben. Da nämlich ein Ring keine freien Pole besitzt, so wird die magnetisierende Kraft, welche auf ihn einwirkt, von seinem Magnetismus nicht beeinflusst, d. h. er übt keine Rückwirkung auf das magnetisierende Feld aus. Eine solche Form ohne freie Pole ist jedoch für die magnetometrische Messung unbrauchbar. Dazu benutzen wir die folgende Methode.

## 2. Ballistische Methoden.

Hierbei kann man jede Änderung der magnetischen Induktion durch die Elektrizitätsmenge des Stromstoßes messen, der in einer um den Ring gewickelten Spule erzeugt wird, indem man dazu wegen der nur kurze Zeit dauernden Stromstöße ein ballistisches Galvanometer verwendet. Für unsere Unter-

suchung wählen wir einen Ring aus homogenem Material, wenn möglich nicht geschweißt, und umgeben ihn mit einer gleichmäßigen Drahtwicklung (Kirchhoff) (*I*), die auch nach Möllinger<sup>1)</sup> unter Benutzung von Steckkontakten abnehmbar sein kann und den Magnetisierungsstrom *J* führen soll (Fig. 126). Darüber wickeln wir eine kurze (sekundäre) Spule (*II*) aus vielen Windungen dünnen Drahtes und verbinden die Enden unter Zwischenschaltung eines gro-

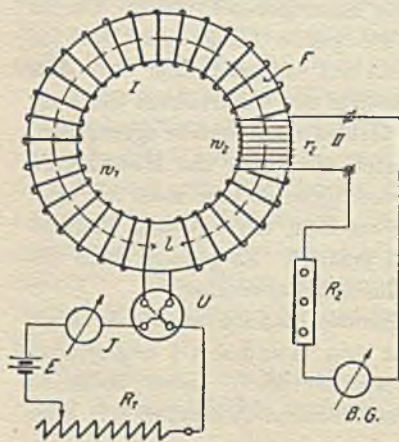


Fig. 126.

<sup>1)</sup> ETZ. 1901, S. 379.

Ben Widerstandes mit den Klemmen des ballistischen Galvanometers  $BG$ . Die Spule  $II$  muß dicht auf das Eisen gewickelt sein, sonst würde man für  $\mathfrak{B}$  im Eisen einen zu großen Wert erhalten. Die primäre Spule wird in Hintereinanderschaltung mit dem Widerstand  $R_1$ , einem Stromwender  $U$  und einem Strommesser  $J$  an eine Stromquelle  $E$  gelegt. Ist der Ring (Torroid) schon einmal magnetisch gewesen, so wird er vor dem Versuch entweder durch Einschalten eines Kommutators und Flüssigkeitsrheostats oder durch allmählich schwächer werdenden Wechselstromentmagnetisiert. Zur Bestimmung der Hysteresisschleife bzw. Magnetisierungskurve nach der Methode von Weber und Rowland verfahren wir nun folgendermaßen:

Nachdem durch einen Vorversuch der Vorschaltwiderstand des ballistischen Galvanometers eingestellt ist, wird der Ring entmagnetisiert. Nun schaltet man den Widerstand  $R_1$  ein, so daß ein Strom  $J$  die Magnetisierungsspule durchfließt. Dabei entsteht in dem Ring ein Feld, dessen Kraftlinien die Windungen  $w_2$  der sekundären Spule schneiden, wobei in ihr eine EMK auftritt, die entsprechend dem Widerstand des Sekundärkreises eine Elektrizitätsmenge und damit eine Ablenkung im Galvanometer hervorruft. So ist die Ablenkung ein Maß für den entstandenen magnetischen Kraftfluß. Nun bringen wir das Galvanometer durch augenblicklichen Kurzschluß oder Gaußschen Induktor, d. h. eine im Stromkreis liegende Spule, in der durch Verschiebung eines Magnetstabes eine EMK induziert wird, auf Null zurück, verringern den Widerstand  $R_1$  um einen gewissen Betrag und beobachten wieder die dazugehörige Ablenkung. In dieser Weise verfahren wir bis zu einem Strom  $J_{\max}$ , dann lassen wir den Strom stufenweise durch Null bis  $-J_{\max}$  abnehmen und vergrößern ihn von da an wieder bis  $+J_{\max}$ . So durchläuft der Strom eine volle Periode und die Magnetisierung einen Zyklus. Notieren wir jetzt zu den gemessenen Strömen die Ablenkung des Galvanometers, so können wir durch Rechnung die Größen  $\mathfrak{S}$  und  $\mathfrak{B}$  finden und daraus die Hysteresisschleife zeichnen. Der für irgendeinen Zustand vorhandene Magnetismus ist in diesem Falle durch die Summe aller vorangegangenen Ablenkungen bekannt. Zur Erhöhung der Meßgenauigkeit kann man auch die sogenannte Multiplikationsmethode<sup>1)</sup> anwenden. Ein

<sup>1)</sup> Kohlrausch, Lehrb. d. prakt. Physik 1905, S. 484.



selbsttätiger Umschalter ist dafür von Guillet<sup>1)</sup> angegeben worden.

Hat der Ring die mittlere Länge  $l$  und  $w_1$  Windungen, so ist

$$\mathfrak{H} = \frac{J \cdot w_1}{l} \text{ AW/cm,}$$

wenn  $J$  in Ampere gemessen ist. Infolge dieser magnetisierenden Kraft der Spule erhält der Eisenring eine Induktion  $\mathfrak{B}$  Gauß bei einem Querschnitt  $F$  qcm, und es ist der gesamte Kraftfluß  $\mathfrak{N} = F \cdot \mathfrak{B}$  Maxwell. Ändert sich nun infolge des Stromes  $J$  der Kraftfluß des Ringes in der Zeit  $dt$  um  $d\mathfrak{N}$ , so tritt nach dem Grundgesetz der elektromagnetischen Induktion ( $E_t = -w \cdot \frac{d\mathfrak{N}}{dt}$ ) eine EMK in der sekundären Spule auf von der Größe  $e_t = w_2 \cdot \frac{d\mathfrak{N}}{dt}$ , wenn wir das Vorzeichen unberücksichtigt lassen, da es nur die Richtung des Induktionsstromes angibt. Diese EMK erzeugt im Gesamtwidestande  $R$  des Sekundärkreises (Vorschalt-, Galvanometer- und Sekundärwicklungswiderstand) einen Strom  $i_t = \frac{e_t}{R}$ , woraus durch Einsetzung in obige Gleichung  $d\mathfrak{N} = \frac{R}{w_2} \cdot i_t \cdot dt$  folgt, oder auch

$$e_t \cdot dt = R \cdot i_t \cdot dt = R \cdot dQ.$$

Änderte sich der Strom  $J$  in der Zeit  $t_1 \div t_2$ , so ist die gesamte Kraftflußänderung  $\mathfrak{N}$  gleich der Summe der Einzelwerte  $d\mathfrak{N}$  oder

$$\mathfrak{N} = \int_{t_1}^{t_2} d\mathfrak{N} = \frac{R}{w_2} \cdot \int_{t_1}^{t_2} i_t \cdot dt = \frac{R}{w_2} \cdot Q.$$

Die in dieser Zeit dem Galvanometer, welches um  $s$  Skalenteile aus seiner Ruhelage bewegt wird, mitgeteilte Elektrizitätsmenge ist nach den beim ballistischen Galvanometer (S. 109) gemachten Angaben bei der Dämpfung  $K$  bestimmt durch

$$Q = Q_d = c_1 \cdot \frac{T}{\pi} \cdot s \cdot K = c_2 \cdot s \cdot K.$$

Setzen wir nun für  $Q$  den Wert in die Gleichung für  $\mathfrak{N}$  ein, so ergibt sich:

$$\mathfrak{N} = \frac{R}{w_2} \cdot c_2 \cdot s \cdot K.$$

<sup>1)</sup> Compt. rend. 1908, S. 45; ZfL. 1909, S. 202 (Ref.).

Da bei der Eisenuntersuchung die Schwingungen des Galvanometers gedämpft sind, so würde sich eine dieser Gleichung entsprechende Anordnung besser zur Bestimmung der Konstanten  $c_2$  eignen als ein Kondensator. Zu dem Zweck umwickeln wir einen Holzring vom Querschnitt  $F_3$  und der mittleren Länge  $l_3$  mit  $w_3$  Windungen in  $1 \div 2$  Lagen und darüber mit einer schmalen Spule von  $w_4$  Windungen ähnlich wie beim Torroid. Wird jetzt ein Strom von  $J_3$  Amp. durch die primäre Spule geschickt, so entsteht ein Kraftfluß

$$\mathfrak{R}_3 = F_3 \cdot \mathfrak{B}_{0_3} = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{J_3 \cdot w_3 \cdot F_3}{l_3},$$

der auch die sekundäre Hilfsspule durchdringt und bei seinem Entstehen oder Verschwinden im ballistischen Galvanometer die Ablenkung  $s_3$  bei einem Widerstande  $R_3$  des Sekundärkreises erzeugt. Somit ist

$$\cdot [\mathfrak{R}_3 =] \frac{R_3}{w_4} \cdot c_2 \cdot s_3 \cdot K_3 = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{J_3 \cdot w_3 \cdot F_3}{l_3}$$

oder

$$c_2 = \left[ \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{w_3 \cdot w_4 \cdot F_3}{l_3} \right] \cdot \frac{J_3}{R_3 \cdot s_3 \cdot K_3}.$$

Hierin braucht man den Klammerausdruck nur einmal zu berechnen, und nimmt man dazu mehrere Werte für  $s_3$  für verschiedene Ströme  $J_3$  auf, so läßt sich daraus  $c_2$  als Mittel aus den Einzelwerten bestimmen. Ferner ermittelt man  $K_3$  für verschiedene Widerstände  $R_3$  und die dazugehörige Kurve  $f(K_3, R_3)$ . Ist die Ablenkung  $s_3$  zu klein, so kann man die Genauigkeit dadurch vergrößern, daß man den Strom von  $+J_3$  nach  $-J_3$  kommutiert. Da nun beim Verschwinden des Stromes die Ablenkung  $s_3'$  und beim Ansteigen auf  $-J_3$  in derselben Richtung ein neuer Zuwachs von  $s_3''$  Skalenteilen auftritt, so entspricht der Stromänderung  $2J_3$  eine gesamte Ablenkung  $s_{3g} = s_3' + s_3''$ , woraus man für den Strom  $J_3$  die Ablenkung  $s_3 = \frac{s_{3g}}{2} = \frac{s_3' + s_3''}{2}$  findet.

Nachdem auf diese Weise das Galvanometer geeicht ist, kann man die Änderung des Kraftflusses in dem zu untersuchenden Eisenring aus den Ablenkungen  $s$ , welche sie erzeugt, nach der Gleichung

$$\mathfrak{R} = \frac{R}{w_2} \cdot c_2 \cdot s \cdot K$$

bestimmen, worin  $K$  den Dämpfungsfaktor zu dem Widerstande  $R$



des Sekundärkreises (mit Galvanometer) bedeutet. Da es jedoch hierbei nur auf eine Vergleichung verschiedener Ablenkungen ankommt, so kann man auch zur Vereinfachung der Messung den Dämpfungsfaktor  $K$  innerhalb gewisser Grenzen als konstant ansehen, wenn nur Proportionalität zwischen den Ablenkungen und Änderungen des Kraftflusses besteht, was man dadurch feststellt, daß mittels der Hilfsspule für verschiedene Ströme  $J_3$  die Ablenkungen  $s_3$  abgelesen werden. Trägt man dann  $s_3$  als Funktion von  $J_3$  in rechtwinkligen Koordinaten auf, so muß die Kurve  $f(J_3, s_3)$  eine Gerade sein.

Nach Königsberger<sup>1)</sup> kann man zur Messung von  $Q$  ein ballistisches Elektrometer anwenden, indem man

$$R \cdot Q = \int_{t_1}^{t_2} e_t \cdot dt = c_e \cdot s_e \cdot K$$

durch den ballistischen Ausschlag  $s_e$  bestimmt.

Ist nun die sekundäre Spule direkt auf das Eisen gewickelt, so wird  $\mathfrak{B} = \frac{\mathfrak{N}}{F}$ . Liegt sie aber über der primären, so ist die Induktion im Eisen

$$\mathfrak{B} = \frac{\mathfrak{N} - (F_3 - F) \cdot \mathfrak{B}_0}{F},$$

da ein Teil des Kraftflusses innerhalb des ringförmigen Luftraumes zwischen Eisen und Sekundärspule verläuft. Diese Korrektion ist aber im allgemeinen sehr klein, so daß sie vernachlässigt werden kann.

Die Methode hat den Vorteil, daß jede auch noch so kleine Änderung des Kraftflusses sich genau bestimmen läßt, aber den Nachteil, daß ein bei den Einzlablenkungen gemachter Fehler sich durch die ganze Messung hinzieht und damit sämtliche folgenden Punkte der Hysteresisschleife beeinflußt. Man hat jedoch noch eine Kontrolle für die Richtigkeit der Aufnahme durch die Tatsache, daß bei mehrmaliger zyklischer Magnetisierung zwischen denselben Grenzen die gleichen Hysteresisschleifen erscheinen müssen.

Ist eine Schleife in dieser Weise aufgenommen, so empfiehlt es sich, die Magnetisierung bis zu einem Wert  $+\mathfrak{H}_{1\max}$  zu steigern und eine neue Kurve zwischen den Grenzen  $+\mathfrak{H}_{1\max}$  und  $-\mathfrak{H}_{1\max}$

<sup>1)</sup> Ann. d. Ph. 1901, S. 506; ZfI. 1902, S. 287 (Ref.).

aufzunehmen. So würde man eine Schar von ineinanderliegenden Hysteresisschleifen (Fig. 127) erhalten. Die Verbindung der Schleifenspitzen durch eine stetige Kurve ergibt dann die Magnetisierungskurve  $f(\mathfrak{B}, \mathfrak{H})$ , welche strichpunktiert eingezeichnet ist. Eine Verbesserung dieser Methode ist von Ytterberg<sup>1)</sup> angegeben.

Eine andere Methode beruht darauf, den Strom in der Magnetisierungsspule von  $+J$  auf  $-J$  umzuschalten. Es wird daher die für diesen Strom auftretende Magnetisierung annähernd durch die Hälfte der gemessenen Ablenkung bestimmt.

Allerdings erhält man hierbei keine Hysteresisschleife, sondern eine mittlere Magnetisierungskurve. Außerdem muß man vor jeder Aufnahme eines neuen Punktes der Kurve zur Errichtung eines stationären Zustandes mehrmals kommutieren, bis die Galvanometerablenkung konstant ist. Dabei muß die Schwingungsdauer des Galvanometers sehr groß sein. Zweckmäßig ist es daher, die Klemmenspannung  $E_k$  groß zu wählen und einen großen Vorschaltwiderstand aufzunehmen.

Bei starken Selbstinduktionswirkungen schließt man parallel zur Primärspule einschließlich Strommesser einen großen Widerstand als Ausgleichskreis an.

Evershed und Vignoles<sup>2)</sup> umgehen die Nachteile der Methode von Weber und Rowland durch folgende Anordnung: Die Primärwicklung besteht aus zwei gleichförmig verteilten Magnetisierungsspulen, von denen die eine  $w_1'$ , die andere doppelt soviel Windungen  $w_1'' = 2w_1'$  erhält. In der ersten Spule wird ein dem negativen Höchstwert  $-\mathfrak{B}_{\max}$  entsprechender Strom  $J'$  konstant gehalten. Schickt man nun durch die zweite Spule ( $w_1''$ ) einen Strom  $J''$  von gleicher Größe, aber entgegengesetzter Wirkung wie  $J'$ , dann erhält man den positiven Höchstwert der In-

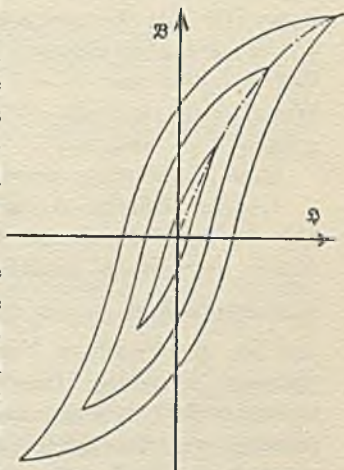


Fig. 127.

<sup>1)</sup> AfE. 1914, S. 339; ETZ. 1915, S. 375.

<sup>2)</sup> El. 1892, Bd. 29, S. 583; ETZ. 1894, S. 111, 672.



duktion  $+ \mathfrak{B}_{\max}$  Unterbricht man  $J''$ , dann durchläuft der magnetische Zustand alle Werte von  $+ \mathfrak{B}_{\max}$  bis  $- \mathfrak{B}_{\max}$ . Schickt man nun einen kleinen Strom  $J''$  durch die zweite Spule, so erhält man eine Ablenkung im Galvanometer entsprechend der Abnahme der Induktion und daraus einen Punkt der Magnetisierungskurve  $f(\mathfrak{B}, \mathfrak{H})$ . Vor der Aufnahme eines neuen Punktes läßt man den magnetischen Zustand immer erst einen halben Zyklus durchlaufen, indem man  $J'' = J'$  macht und unterbricht. In gleicher Weise macht man die Aufnahmen mit umgekehrten Stromrichtungen  $-J'$  und  $-J''$ .

Eine Abänderung dieser Methode ist von Holm<sup>3)</sup> angegeben.

Unsere bisherige Annahme, daß die Induktion  $\mathfrak{B}$  im Ring sich aus dem durch die Ablenkung des ballistischen Galvanometers gefundenen Kraftfluß  $\mathfrak{N}$  durch Division mit dem Ringquerschnitt  $F$  nach der Gleichung  $\mathfrak{B} = \frac{\mathfrak{N}}{F}$  berechnen läßt, ist nur bei gleichmäßiger Verteilung des Feldes über den ganzen Querschnitt richtig. Das ist jedoch bei Ringen im allgemeinen nicht der Fall, weil die magnetisierende Kraft mit größerer Entfernung von der Achse des Ringes abnimmt. Hat die Spule nämlich  $w_1$  Windungen, so ist die Feldstärke

$$\mathfrak{H}_1 = \frac{J_1 \cdot w_1}{2\pi \cdot r_1} = \frac{c}{r_1}$$

für den inneren Radius  $r_1$  (Fig. 128). Für den äußeren Radius  $r_2$  dagegen wird

$$\mathfrak{H}_2 = \frac{J_1 \cdot w_1}{2\pi \cdot r_2} = \frac{c}{r_2}$$

Da nun  $r_2 > r_1$  ist, so muß  $\mathfrak{H}_2 < \mathfrak{H}_1$  werden und damit die Induktion am äußeren Rande  $\mathfrak{B}_2 < \mathfrak{B}_1$  am inneren Rande sein. Darin liegt ein Nachteil dieser Form des untersuchten Körpers,

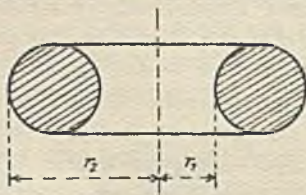


Fig. 128.

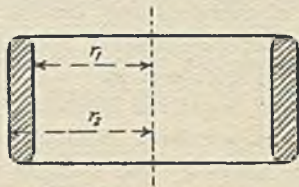


Fig. 129.

<sup>1)</sup> Diss. Berlin 1912, S. 12.

deren Einfluß wir aber dadurch vermindern können, daß wir die Differenz  $r_2 - r_1$ , d. h. die Dicke des Ringes gegenüber dem Radius  $r_1$  möglichst klein machen. Im allgemeinen wählt man

$$\frac{r_2 - r_1}{r_1} \leq \frac{1}{25}.$$

Um dabei keinen zu kleinen Querschnitt zu erhalten, empfiehlt es sich, denselben rechteckig mit abgerundeten Kanten anzuordnen, wie Fig. 129 zeigt.

Andernfalls ist bei größerer Dicke des Ringes zur Bestimmung der Feldstärke  $\mathfrak{H}$  die mittlere Länge

$$l_{mi} = \frac{2\pi \cdot (r_2 - r_1)}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

einzuführen. Untersuchungen von Kirstädter<sup>1)</sup> zeigen die Verschiedenheiten der Magnetisierung bei eisernen Hohl- und Vollringen.

Für den Werkstattgebrauch ist von Drysdale<sup>2)</sup> ein auf dieser Methode beruhendes Permeameter gebaut worden, dessen neuere Form<sup>3)</sup> von Ducretet & Roger, Paris ausgeführt wird. Es ist dem Wunsche entsprungen, an den zur Konstruktion verwendeten Materialien direkt die Messungen vornehmen zu können. Dazu wird in das zu prüfende Eisen ein Loch von 2 cm Tiefe und 4 mm Durchmesser mit dazu passendem Fräser gebohrt und in dieses ein oben schwach konischer Stöpsel, der die Primär- und Sekundärwicklung enthält, dicht schließend eingesteckt. Der durch die Primärschleife gesandte Strom wird kommutiert und der sekundär auftretende Stromstoß mit einem daran angeschlossenen sog. „Fluxmeter“ gemessen, das die Induktion  $\mathfrak{B}$  direkt abzulesen gestattet. Die Anbohrungen können z. B. an Stellen vorgenommen werden, wo später Löcher oder Schraubengewinde vorhanden sein sollen.

Einige meßtechnische Erleichterungen verbindet die Methode von Schleicher<sup>4)</sup> mit dem Vorteil, daß jeder Punkt der

<sup>1)</sup> Ann. d. Ph. 1898, S. 65.

<sup>2)</sup> El. 1901, S. 267; Journ. Inst. El. Eng. 1902, S. 283; ZfI. 1902, S. 130 (Ref.).

<sup>3)</sup> El. Anz. 1909, S. 971; Rev. prat. de l'Electr. 1910, S. 257; Ann. d. El. 1910, S. 139 (Ref.); Der Mechaniker 1909, S. 220.

<sup>4)</sup> ETZ. 1918, S. 393.



Schleife unabhängig vom anderen wiederholt aufgenommen werden kann.

Die ballistischen Methoden haben den Vorteil, daß die Induktion im Eisen über den ganzen Kraftlinienweg meistens gleich groß ist, keine Korrekturen (Rückscherung) erforderlich sind und Beeinflussungen durch äußere Felder fehlen. Nachteilig ist der Zusammenbau des Versuchskörpers sowie die Schwierigkeit der Eichung und nicht ohne Einfluß auf das Ergebnis die sprungweise Magnetisierung und Viskosität, wie Gümlich und Schmidt<sup>1)</sup> und Rücker<sup>2)</sup> gezeigt haben. Dagegen hat die magnetometrische Methode den Vorteil der Einfachheit wegen des Wegfalls einer Eichung. Sie eignet sich daher für vergleichende Messungen. Infolge der Stetigkeit der Magnetisierung werden molekulare Erschütterungen vermieden. Der Hauptnachteil besteht in der Ungleichförmigkeit der Induktion längs des Stabes, die in der Mitte am größten ist, und in den geringen Versuchsmengen, deren Eigenschaften leicht durch Schneiden oder Bearbeiten verändert werden.

Ein einfaches Instrument zur Untersuchung des Eisens ist der magnetische Spannungsmesser von Rogowski<sup>3)</sup>. Er besteht aus einer längeren biegsamen Spule mit gleichmäßiger Bewicklung. Der in ihr durch das zu messende Feld induzierte Spannungsstoß wird durch ein ballistisches Galvanometer ermittelt. Goltze<sup>4)</sup> beschreibt ausführlich die Verwendung des Apparats zur Eisenprüfung.

### 3. Isthmusemethode (Ewing).

Zur Untersuchung stärkerer Induktionen ( $> 20\,000$  Gauß), die man mit den bisher verwendeten Hilfsmitteln nicht erreichen kann, ist obige von Ewing und Low<sup>5)</sup> angegebene Methode besonders geeignet. Das zu prüfende Eisenstück wird als „Isthmus“ oder Brücke zwischen die kegelförmigen Polschuhe eines kräftigen Magnets eingeschaltet. Die kleine zylindrische Eisenprobe trägt eine an ein ballistisches Galvanometer angeschlossene Induktions-

1) ETZ. 1900, S. 233.      2) ETZ. 1905, S. 904.

3) AfE. 1912, S. 141; 1913, S. 511; ETZ. 1913, S. 719, 779.

4) AfE. 1914, S. 303.

5) Proc. Roy. Soc. London, März 1887; Phil. Trans. 1889 A, S. 221.

spule. Um den Kraftfluß in der Spule zu bestimmen, wird derselbe nicht durch Ausschalten des Magnetisierungsstromes zum Verschwinden, sondern auf den entgegengesetzten Wert durch Drehen des Eisenstücks um  $180^\circ$  gebracht. Der Nachteil des dafür gebauten Apparates bestand darin, daß aus jedem Probestück die beiden drehbar gelagerten Kegelstücke mit dem Isthmus zusammen hergestellt werden mußten. Ferner war die an der Verengung herrschende Feldstärke  $\mathfrak{H}$  schwer zu ermitteln.

Diese Übelstände sind bei dem von der PTR für den praktischen Gebrauch hergestellten Apparat<sup>1)</sup> vermieden. Darin ist nur der den Isthmus darstellende Probekörper als Zylinder von 3 mm Durchmesser und 28 mm Länge auswechselbar angeordnet, während die Kegelstücke dieselben bleiben. Über dem beiderseits je 4 mm eingelassenen Probestab befindet sich dicht anschließend eine Induktionsspule von 20 mm Länge und mit einem konzentrischen festen Zwischenraum darüber eine zweite.

Legt man die untere Spule allein an das ballistische Galvanometer, so mißt man durch die Ablenkung beim Umlegen der Kegelstücke die Induktion  $\mathfrak{B}$  im Probestab. Schaltet man dagegen beide Spulen gegeneinander auf das Galvanometer, so gibt die Ablenkung nur die im Zwischenraum zwischen den Spulen vorhandene Feldstärke  $\mathfrak{H}$  in Luft an.

Unter Verwendung eines Du Bois'schen Halbringelektromagnets (Hartmann & Braun) lassen sich Magnetisierungen bis zu 4000 AW/cm und durch Aufschieben von schmalen Ringen auf den Probestab zur Verkürzung des Isthmus sogar solche bis zu 6000 AW/cm herstellen. Dabei besteht noch der Vorteil, daß man andererseits bis auf  $\mathfrak{H} = 100$  AW/cm heruntergehen kann, wodurch eine Vergleichung der Werte mit denjenigen einer Schlußjochmessung ermöglicht ist. Einem Bedürfnis der Technik ist mit diesem Apparat entsprochen worden, da man z. B. bei den Zähnen der Anker elektrischer Maschinen sehr hohe Induktionen anwendet und die Benutzung legierter Bleche beim Bau von Wechselstrommotoren und Transformatoren eine Bestimmung der Sättigungsgrenze wünschenswert erscheinen läßt.

<sup>1)</sup> ETZ. 1909, S. 1065, 1096.



#### 4. Eisenuntersuchung mit dem Schlußjoch (Hopkinson).

Hopkinson<sup>1)</sup> beseitigte die Übelstände der vorigen Methoden dadurch, daß er die Enden des Probestabes (Fig. 130) in den Ausbohrungen eines massiven Rahmens oder Jochs von großem Querschnitt endigen ließ. Dieser Rahmen diente daher als magnetischer Schluß für den Kraftfluß des Stabes, so daß auch hier,

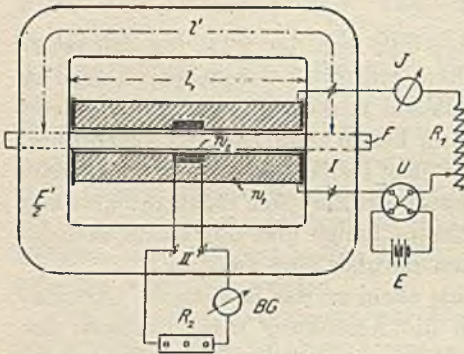


Fig. 130.

abgesehen von dem Einfluß der Trennungsfugen, ein geschlossener magnetischer Kreis vorhanden ist. Um dabei den Widerstand des Schlußjochs gegenüber dem des Stabes vernachlässigen zu können, muß es neben dem großen Querschnitt eine gute Leitfähigkeit oder große Permeabilität  $\mu$  besitzen, daher aus feinstem

geglühten Eisen bestehen; oder es dürfen nur Stäbe von relativ kleiner Permeabilität, z. B. aus Stahl oder hartem Eisen, nach dieser Methode untersucht werden. Man vermindert den durch die Trennungsfugen bedingten Fehler durch Anwendung kegelförmiger Klemmbacken für die Ausbohrungen.

Über dem Stabe befindet sich nun der ganzen Länge nach die Magnetisierungsspule von  $w_1$  Windungen und der Länge  $l_1$ , deren mittlerer Teil über oder besser innerhalb der Primärspule die Sekundärspule aus  $w_2$  Windungen sehr feinen Drahtes trägt. Zur Ausführung der Messung macht man folgende Schaltung (Fig. 130):

Man verbindet die Primärspule ( $I$ ) unter Zwischenschaltung eines Stromwenders  $U$ , Widerstandes  $R_1$  und eines Strommessers  $J$  mit einer Stromquelle  $E$ . Die Sekundärspule ( $II$ ) wird über einen Vorschaltwiderstand  $R_2$  an ein ballistisches Galvanometer  $BG$  angeschlossen. Die Messung wird nun in derselben Weise vorgenommen, wie bei der ballistischen Methode mit der Ringspule

<sup>1)</sup> Phil. Trans. 1885, S. 455.

angegeben ist. Jedoch ist bei der Angabe der aufgenommenen Kurven noch eine Rücksicherung vorzunehmen, da zur Magnetisierung des Jochs und des Luftspalts schon eine magnetomotorische Kraft verbraucht wird, infolgedessen wird die auf den Stab wirkende Feldstärke  $\mathfrak{H}_w$  kleiner als  $\mathfrak{H} = \frac{J \cdot w_1}{l_1}$  AW/cm sein. Besitzt nämlich jede Jochhälfte den Querschnitt  $\frac{F'}{2}$  und eine mittlere Länge  $l'$ , so wird nach dem Hopkinsonschen Gesetz für einen geschlossenen magnetischen Kreis:

$$\text{MMK} = \text{Kraftfluß} \times \text{magn. Widerstand} \quad \text{oder} \quad \mathfrak{M} = \mathfrak{N} \cdot \mathfrak{R}$$

die Beziehung bestehen:

$$J \cdot w_1 = \mathfrak{N} \cdot \frac{10}{4\pi} \left[ \frac{l_1}{F \cdot \mu} + \frac{l'}{F' \cdot \mu'} + \frac{\delta}{F''} \right],$$

worin  $\delta$  und  $F''$  Länge und Querschnitt des äquivalenten Luftspalts darstellen. Der Kraftfluß  $\mathfrak{N} = \mathfrak{B} \cdot F$  wird durch die Ablenkung des ballistischen Galvanometers gemessen. Setzen wir diesen Wert ein, so ergibt sich

$$J \cdot w_1 = 0,8 \cdot \left[ \frac{\mathfrak{B} \cdot l_1}{\mu} + \mathfrak{B} \cdot \frac{l' \cdot F}{F' \cdot \mu'} + \mathfrak{B} \cdot \frac{\delta \cdot F}{F''} \right].$$

Dividiert man die Gleichung durch  $l_1$  und setzt  $\frac{\mathfrak{B}}{\mu} = \mathfrak{B}_0 = \frac{1}{0,8} \cdot \mathfrak{H}_w$ , so folgt daraus:

$$\begin{aligned} \mathfrak{H}_w &= \frac{J \cdot w_1}{l_1} - \mathfrak{B} \cdot 0,8 \cdot \frac{l' \cdot F}{l_1 \cdot F' \cdot \mu'} - \mathfrak{B} \cdot 0,8 \cdot \frac{\delta \cdot F}{l_1 \cdot F''} \\ &= \mathfrak{H} - \mathfrak{B} \cdot (c_1 + c_2) = \mathfrak{H} - \mathfrak{H}'. \end{aligned}$$

Das erste Glied der rechten Seite ist leicht zu bestimmen. Ist die Magnetisierungskurve des Jochmaterials gegeben, so ist auch  $\mu'$  bekannt, woraus sich das zweite Glied ebenfalls berechnen läßt, da die anderen Größen meßbar sind. Im letzten Glied ist  $\delta$  und  $F''$  schwer zu bestimmen. Man kann jedoch den Fehler klein halten, wenn man  $\mu'$ ,  $F$  und  $F''$  groß und  $\delta$  klein macht, d. h. feinstes Material und großen Querschnitt wählt und außerdem die Stabenden möglichst sorgfältig mit dem Joch vereinigt. Im allgemeinen wird man sich jedoch für genaue Messungen die Scherungslinien  $f(\mathfrak{H}', \mathfrak{B})$  des Jochs vorher experimentell bestimmen und bei späteren Versuchen verwerten, wenn auch die in dem Faktor  $c_1$  enthaltene Größe  $\mu'$  nicht absolut konstant



bleibt, sondern als Funktion von  $\mathfrak{B}$  in geringem Maße von den vorhergehenden Magnetisierungen abhängig ist.

Die Viskosität des magnetischen Materials kann bewirken, daß die Induktion bei sehr weichem Material, schwachem Feld, großem Querschnitt des Stabes und kleinen Sprüngen gegenüber den durch direkte Kommutierung bestimmten Werten um mehrere Prozent zu klein ausfällt, da wegen der relativ kleinen Schwingungsdauer des Galvanometers im Vergleich zur Zeit der Nachwirkung des magnetischen Zustandes ein Teil der Kraftlinien nicht gemessen wird. Daher ist es richtiger, die Hysteresisschleife auf den mit der gleichen höchsten magnetisierenden Kraft durch Kommutation gefundenen Wert zu beziehen, da dieser frei von dem Einfluß der Viskosität zu sein scheint.

Durch magnetometrische Bestimmung der Koerzitivkraft läßt sich ferner nach Gumlich und Schmidt<sup>1)</sup> für die Maximalpermeabilität die Scherungskurve ermitteln.

Trotz dieser Erhöhung der Genauigkeit steht die allerdings praktische und bequeme Jochmessung hinter der magnetometrischen und Ringmethode zurück. Doch sind die Resultate für die Praxis genügend genau, da die durch die Ungleichmäßigkeit des betreffenden Materials entstehenden Fehler größer als die methodischen sind.

Um den Einfluß des Schlußjochs und der Luftzwischenräume zu beseitigen, verwendet Ewing<sup>2)</sup> zwei Stäbe aus dem zu prüfenden Material, die durch zwei Jochstücke miteinander verbunden werden. Für die Entfernung  $l_1$  der Joche und  $w_1$  magnetisierende Windungen findet man bei verschiedenen Strömen  $J$  mit Hilfe einer Sekundärspule durch ballistischen Ausschlag die Induktionen  $\mathfrak{B}$  zu den Feldstärken  $\mathfrak{H}_1 = \frac{J \cdot w_1}{l_1}$  AW/cm, woraus man eine Kurve  $f(\mathfrak{B}, \mathfrak{H}_1)$  zeichnet. Nun wechselt man die Magnetisierungsspulen gegen solche von  $w_2 = \frac{w_1}{2}$  Windungen und der Länge  $l_2 = \frac{l_1}{2}$  aus und verschiebt die Joche auf die Länge  $l_2 = \frac{l_1}{2}$ . Dafür bestimmt man dann eine neue Kurve  $f(\mathfrak{B}, \mathfrak{H}_2)$ .

Bedeutet  $\mathfrak{H} \cdot l_1$  bzw.  $\mathfrak{H} \cdot l_2$  in beiden Fällen die bei gleicher Induktion  $\mathfrak{B}$  für die Stäbe allein und  $m$  die für die Jochstücke

<sup>1)</sup> ETZ. 1901, S. 696.

<sup>2)</sup> ETZ. 1897, S. 8.

einschließlich Luftfugen erforderliche MMK, dann gelten die Gleichungen

$$1. \quad \mathfrak{H}_1 \cdot l_1 = \mathfrak{H} \cdot l_1 + m$$

$$2. \quad \mathfrak{H}_2 \cdot l_2 = \mathfrak{H} \cdot l_2 + m.$$

Setzt man  $l_2 = \frac{l_1}{2}$  und subtrahiert Gleichung 2 von 1, so erhält man

$$3. \quad \mathfrak{H}_2 - \mathfrak{H}_1 = \frac{m}{l_1}.$$

Aus Gleichung 3 und 1 folgt dann

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_1 - (\mathfrak{H}_2 - \mathfrak{H}_1).$$

Man findet demnach die wahre Magnetisierungskurve  $f(\mathfrak{B}, \mathfrak{H})$  der Stäbe, wenn man für denselben Wert von  $\mathfrak{B}$  die Abszissendifferenz  $\mathfrak{H}_2 - \mathfrak{H}_1$  von dem zu  $\mathfrak{B}$  gehörenden Abszissenwert der Kurve  $f(\mathfrak{B}, \mathfrak{H}_1)$  abzieht, d. h. die zuerst aufgenommene Kurve um die zwischen beiden Kurven gelegenen Stücke zurückschert.

Ähnlich ist eine von Burrows<sup>1)</sup> angegebene Anordnung.

Auf einem anderen, schon von Schmöller<sup>2)</sup> angegebenen Prinzip beruht das Permeameter von Picou<sup>3)</sup>.

Hierbei wird das mit Primär- und Sekundärspule versehene Probestück durch beiderseitiges Anlegen von Jochen geschlossen, die ebenfalls Magnetisierungsspulen tragen. Die Joche werden von einem Strom  $i$  so erregt, daß durch den Probekörper axial kein Kraftfluß hindurchgeht. Dann wendet man den Strom in einer Jochspule und erregt die Spule von  $w$  Windungen des Probekörpers durch einen Strom  $J$ , bis im Joch derselbe Kraftfluß wie vorher herrscht, was man durch einen kleinen Hilfstransformator mit veränderlichem Luftspalt prüft, indem man die Primärwicklung mit der Jocherregung in Reihe schaltet und die Sekundärwicklung gegen die Sekundärspule des Probekörpers auf das ballistische Galvanometer wirken läßt. Der Kraftfluß im Joch ist in beiden Fällen derselbe, wenn das Galvanometer keine Ablenkung zeigt. Darauf schaltet man den Transformator ab und kommutiert die Ströme  $i$  und  $J$ . Dann ist die Ablenkung des Galvanometers ein Maß für die im Probekörper herrschende Induktion  $\mathfrak{B}$ . Hierdurch wird der Einfluß der Joche und des Luftzwischenraumes beseitigt, so daß man  $\mathfrak{H} = \frac{J \cdot w}{l}$  genau ermitteln

<sup>1)</sup> ETZ. 1917, S. 10.      <sup>2)</sup> ETZ. 1892, S. 406.

<sup>3)</sup> EL 9. 11. 1906; El. u. M. Wien. 1907, S. 36 (Ref.).



kann, worin  $l$  die freie Länge des Probekörpers zwischen den Jochen ist.

Ähnlich gebaut ist der Eisenprüfer von Kapp<sup>1)</sup>.

Bei dem Torsionspermeameter von Baily<sup>2)</sup>, das von Carpentier ausgeführt ist, besitzt das Schlußjoch eine Ausparung, in der eine Magnetnadel drehbar gelagert ist. Die von dem Magnetfeld hervorgerufene Drehung kann durch eine Torsionsfeder ausgeglichen werden.

Lamb und Walker<sup>3)</sup> bestimmen die Permeabilität mit einem Joch, in welchem der magnetische Widerstand des Probestabes durch den eines verstellbaren Luftschlitzes ausgeglichen wird.

Zur Bestimmung hoher Induktionen unter Erzielung von Feldstärken bis 6000 AW/cm wendet Gumlich<sup>4)</sup> die Isthmusmethode auf die Jochmessung an.

## 5. Zugkraftmethode.

Da die magnetische Zugkraft in bestimmter Beziehung zu der magnetischen Induktion  $\mathfrak{B}$  steht, konstruierte Bosanquet<sup>5)</sup> einen Apparat und später S. Thompson<sup>6)</sup> eine Vorrichtung, die er als Permeameter bezeichnete.

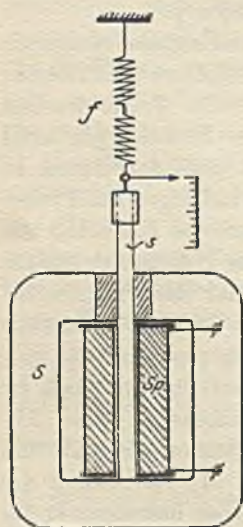


Fig. 131.

Der zu untersuchende Eisenstab  $s$  steht vertikal in der Ausbohrung eines Schlußjochs  $S$  (Fig. 131) und berührt mit seinem unteren sorgfältig geschliffenen Ende die innere ebenso bearbeitete Fläche. Die Magnetisierung wird dabei durch eine Spule  $Sp$  erzeugt. Oben hängt der Stab an einer Federwaage  $f$ . Ist die Spule stromlos, so zeigt die Federwaage nur das Gewicht  $P_1$  des Stabes an. Schickt man jetzt einen Strom hindurch, so wird der Stab magnetisch und haftet am Joch fest an. Beim Senken des Jochs wird die Federwaage immer mehr gespannt, bis schließlich der Stab abgerissen

1) ETZ. 1908, S. 833. 2) El. 1901, S. 172; ZfI. 1902, S. 258 (Ref.).

3) ETZ. 1901, S. 967; Journ. Inst. El. Eng. Bd. 30, S. 930.

4) AfE. Bd. 2, S. 461; ETZ. 1916, S. 123.

5) El. Bd. 13, S. 83.

6) Journ. Soc. Arts. Sept. 1890.

wird, wobei die Zugkraft  $P_2$  abgelesen wurde. Die Zugkraft der magnetischen Wirkung beträgt dann  $P = P_2 - P_1$ .

Nach Maxwell beträgt die Zugkraft eines Magnetstabes

$$P = \frac{F \cdot \mathfrak{B}^2}{8\pi \cdot 981 \cdot 10^3} \text{ kg,}$$

wenn wir die Entmagnetisierung und Streuung als verschwindend klein annehmen. Sind  $P$  und  $F$  in kg bzw. qcm gemessen, so kann

$$\mathfrak{B} = \sqrt{8\pi \cdot 981 \cdot 10^3} \cdot \sqrt{\frac{P}{F}} = 4963 \cdot \sqrt{\frac{P}{F}} \text{ Gauß}$$

berechnet werden.

In unserem Fall, wo die Magnetisierungsspule noch eine Induktion von  $\mathfrak{B}_0$  Gauß erzeugt, ist die Zugkraft nur von der Größe  $\mathfrak{B} - \mathfrak{B}_0$  abhängig, da die Spule beim Abziehen des Stabes nicht fortgezogen wird, so daß für den Apparat

$$P = \frac{F \cdot (\mathfrak{B} - \mathfrak{B}_0)^2}{8\pi \cdot 981 \cdot 10^3} \quad \text{oder} \quad \mathfrak{B} = 4963 \cdot \sqrt{\frac{P}{F}} + \mathfrak{B}_0$$

gesetzt werden muß.

Infolge des veränderlichen Widerstandes der Trennungsfuge und des unregelmäßigen Verlaufs der Induktionslinien vom dünnen Stab nach dem breiten Joch ist die Genauigkeit des Apparates nicht sehr groß, jedoch ist die Methode bequem für schnelle und vergleichende Messungen einzelner Eisenproben.

Kapp<sup>1)</sup> änderte diese Vorrichtung insofern, als er den Schnitt in den Stab hineinlegte und nicht den ganzen Probestab, sondern nur den unteren Teil desselben abzog und diesen zur Verminderung der Reibungswiderstände in einer sauber gearbeiteten Bronzeführung anordnete. Trotzdem sind die Resultate höchstens bis auf 5% genau, wenn die Induktion  $\mathfrak{B} > 10\,000$  ist.

Der Apparat kann erst dann einwandfreie Resultate liefern, wenn kein Abreißen zweier sich berührender Eisenteile stattfindet. Ein solcher ist z. B. die von H. du Bois angegebene magnetische Wage (Nr. 6).

W. Gill<sup>2)</sup> änderte diese Methode dahin, daß er die magnetisierende Spule von einem Stabe abzieht und wieder auf schiebt. Dabei beschreibt der magnetische Zustand eine halbe

<sup>1)</sup> El. Bd. 32, S. 498; Lum. cl. Bd. 51, S. 584; ETZ. 1894, S. 264.

<sup>2)</sup> El. 24. Sept. 1897; ETZ. 1898, S. 5.





ment ist allerdings nur brauchbar, solange der magnetische Widerstand der Luft gegen den des Probestabes groß ist, d. h. für den proportionalen Teil der Magnetisierungskurve.

## 6. Magnetische Wage.

Ebenfalls auf der Wirkung der Zugkraft beruhen die magnetischen Wagen. Die erste Konstruktion<sup>1)</sup> ist von Du Bois angegeben und nach eingehenden Versuchen in der PTR<sup>2)</sup> mit einigen Verbesserungen in die neuere Form<sup>3)</sup> der Fig. 132 gebracht worden. Die Konstruktion und Wirkungsweise ist folgende:

Auf einer Rotgußgrundplatte  $G$  sind zwei Stahlgußsockel  $S_1$  und  $S_2$  durch Schrauben befestigt und an ihrem oberen Ende durch eine warm aufgezugene Rotgußbrücke  $B$  starr miteinander verbunden. In den Sockeln sind Öffnungen für die Vollbacken  $V_2$  bzw. Klemmbacken  $K_o$  und  $K_u$  zur Aufnahme der Eisenprobe vorgesehen. Die Brücke  $B$  trägt nebst einer Feststellvorrichtung die Lager für die Schneide  $Q$  des als Wagebalken ausgebildeten Schlußjochs  $J$ , welche in 4,0 cm Entfernung von der Mitte des Wagebalkens exzentrisch angebracht ist. Die parallelen, polierten und gut zentrierten Kreisflächen der Sockel und des Jochs haben je 18 qcm Inhalt und begrenzen zwei Luftschlitze von nahezu 0,025 cm Dicke.

Das mit zwei Anschlägen aus harter unoxydierbarer Phosphorbronze versehene Stahlgußjoch schwebt mit einem Spielraum von ca. 0,01 cm über der Regulierschraube  $R$  und der Anschlagsschraube  $A$ . Der obere Teil des Jochs ist als Schlitten für ein Laufgewicht  $L$  ausgebildet, welches an einer quadratisch geteilten Skala  $T$  verschoben werden kann. Zur rohen Tarierung dienen zwei eingelassene Bleikörper  $M_1$  und  $M_2$ . Die feinere Einstellung ermöglichen ein vertikal verschiebbares Gewicht  $C$  und ein horizontal bewegliches  $H$ . Die Eisenprobe erhält normal den Querschnitt von 0,5 qcm mit einem Durchmesser von 0,798 cm bei kreisrundem, einer Kantenlänge von 0,707 cm bei quadratischem Querschnitt. Für genauere Arbeiten empfiehlt es sich, den Stab an den Enden mit konvexen Kugelkontakten von 0,5 cm Radius zu versehen und zwischen zwei

<sup>1)</sup> El. 1892, S. 448, 501; ZfL. 1892, S. 404; ETZ. 1892, S. 579.

<sup>2)</sup> ZfL. 1896, S. 353; ETZ. 1897, S. 208.    <sup>3)</sup> ZfL. 1900, S. 113, 129.



mit entsprechenden Konkavschliffen versehenen Vollbacken einzuklemmen. Eine Feder  $F_2$  von etwa 3 kg Druckkraft preßt den Kugelkontakt fest an den Stab. Die Länge der Probe zwischen den beiden Scheiteln soll 25,4 cm betragen, so daß bei 0,2 cm Kuppenhöhe die lichte Weite zwischen den Stirnflächen der Vollbacken 25 cm und die mittlere Länge des Stabes  $l = 25,2 = 8 \pi$  cm beträgt. Werden die Klemmbacken benutzt, so müssen die Stäbe 33 cm lang sein.

Über dem Probestab ist die auf zwei parallelen Querschienen der Grundplatte verschiebbare Erregerspule angeordnet. Sie besteht aus einer inneren mit 12 Lagen von je 200 Windungen 1 mm dicken Kupferdrahtes versehenen Spule  $D_1$  und einer äußeren auf ein weiteres Messingrohr gewickelten Spule  $D_2$  mit zwei Lagen von je 200 Windungen. Diese beiden Spulen werden in Hintereinanderschaltung vom Erregerstrom durchflossen und sind so geschaltet, daß die Felder in entgegengesetztem Sinne wirken, damit die zwischen Erregerspule und Probestab in Luft auftretende Induktion beseitigt wird.

Die MMK der Erregerspule hat nun den Wert

$$\mathfrak{M} = J \cdot (w_1 - w_2) = J \cdot 2000 \text{ Amperewindungen}$$

Für die Länge des Stabes von  $l = 8 \pi$  cm beträgt demnach die Feldstärke  $\mathfrak{H} = \frac{\mathfrak{M}}{l} = 80 \cdot J$  AW/cm.

Zur Einstellung der allerdings labilen Gleichgewichtslage dienen je nach der Empfindlichkeit Laufgewichte von 65 und 2,6 g Gewicht, welche so weit verschoben werden, daß der Anschlag von der Schraube  $R$  gerade abreißt. Die an der Skala abgelesenen Zahlen (das größere Gewicht gilt für die obere schwarze Skala, das kleinere für die untere rote) geben durch Multiplikation mit 100 den Betrag der Induktion  $\mathfrak{B}$  in Gauß direkt an. Das größere Gewicht wird für Induktionen von 5000 Gauß aufwärts benutzt.

Zur Untersuchung von Eisenproben wird nun die Wage mit ihrer Längsrichtung ost-westlich aufgestellt, um azimutale Einflüsse des Erdfeldes zu vermeiden, und nach Abhebung des Jochs die Sockelflächen horizontal gestellt. Dann wird das Joch mit den Schneiden auf zwei Glasplättchen gelegt, mittels des vertikalen Gewichts  $C$  die Schwingungsdauer auf etwa  $30 \div 40$  Sek. reguliert, durch das horizontale Gewicht  $H$  die obere Kante des

Jochs ungefähr wagerecht eingestellt und schließlich das Joch auf die Arretierung gelegt. Zum Ausgleich der Vertikalkomponente des Erdfeldes und anderer auf den Apparat evtl. von außen her einwirkender Felder dienen die senkrecht stehenden, auf der Grundplatte verschieblichen Ausgleichsmagnete *n s.*

Die Schaltung des Apparates wird jetzt nach Fig. 133 ausgeführt, wobei *U* ein Umschalter, *J* ein Strommesser für etwa 5 Amp., *E* eine Batterie von etwa 30 Volt Spannung und *R* ein veränderlicher Widerstand von etwa 10 000 Ohm ist. Enthält der Strommesser einen Magnet, so muß er möglichst weit von der Wage entfernt werden, ebenso wie Gegenstände aus Stahl oder Eisen, sowie induktive Vorschaltwiderstände.

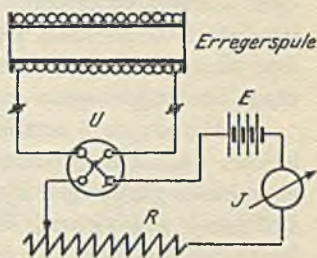


Fig. 133.

Zur Einstellung des Nullpunktes wird nun ein Stab aus weichem Material eingeklemmt und für verschiedene Richtungen eines bestimmten Erregerstromes (etwa 1,5 Amp.) die Induktionen abgelesen, welche im allgemeinen voneinander verschieden sein werden. Nach mehrmaligem Wenden des Stromes werden die Ausgleichsmagnete so weit eingestellt, daß die Ungleichheit der Ablesung verschwindet. Darauf wird der ganze Apparat durch abnehmende Stromwendung auf das sorgfältigste entmagnetisiert und das Gewicht *H* so eingestellt, daß der Wagebalken von der Schraube *R* gerade abreißt, wenn das Laufgewicht auf Null zeigt. Entfernt man nun den Eisenstab und erregt die Spule, so müssen die Angaben des Instruments gleich der Induktion  $\mathfrak{B}_0$  der Spule sein. Darauf wird der zu untersuchende Probestab eingeklemmt, sorgfältig entmagnetisiert und nach etwa 10 maligem zyklischen Ummagnetisieren innerhalb derselben Grenzen durch allmähliche Änderung des Vorschaltwiderstandes *R* eine vollständige Hysteresisschleife aufgenommen. Die abgelesenen Werte von  $\mathfrak{B}$  werden als Funktion der Feldstärke  $\mathfrak{H}$  zeichnerisch dargestellt und schließlich die Kurve mit Hilfe der dem Apparat beigegebenen, nur von den Dimensionen und dem Material der Wage abhängigen Scherungslinien zurückgeschert.

Auch Bleche können mit dem Apparat untersucht werden, indem man sie in der Größe  $0,707 \times 33$  cm über-



einanderschichtet und mit dem Klemmbacken  $K$  zusammenpreßt.

Die von Siemens & Halske ausgeführte magnetische Präzisionswaage nach Du Bois eignet sich dazu, Eisenuntersuchungen in möglichst kurzer Zeit ohne umständliche Hilfsmittel vorzunehmen. Dabei ist der Fehler der Messungen etwa 1%.

Auf einem ähnlichen Prinzip beruht die von Ewing<sup>1)</sup> für den Werkstattgebrauch bestimmte magnetische Waage. Hierbei ist jedoch nicht eine Bearbeitung des ganzen Stabes, sondern nur einer Seitenfläche erforderlich. Die Genauigkeit ist allerdings etwas geringer.

F. Murdoch<sup>2)</sup> bestimmt bei seinem Permeameter die Zugkräfte, welche notwendig sind, um den auf den glatten Flächen eines hufeisenförmigen Elektromagnets aufliegenden prismatischen Probestab abzuziehen. Eine Fehlerquelle besteht darin, daß der Reibungskoeffizient für die Ruhe anders als für die Bewegung ist. Ferner ist der Einfluß der Streuung und ungleichmäßigen Verteilung des Kraftflusses in dem Probekörper nicht berücksichtigt. Die Ungenauigkeit soll  $< 5\%$  sein.

Für hohe Induktionen ist von Cotton<sup>3)</sup> ebenfalls eine magnetische Waage angegeben worden.

## 7. Magnetisierungsapparat nach Köpsel.

(Siemens & Halske.)

Die Ablenkung eines Strommessers mit beweglicher Spule in einem magnetischen Felde läßt sich ausdrücken durch die Gleichung  $\alpha = c \cdot i \cdot \mathfrak{B}$ . Hält man dabei den Strom  $i$  der Spule konstant, so sind die Ablenkungen nur der Induktion  $\mathfrak{B}$  proportional ( $\alpha = c \cdot \mathfrak{B}$ ), und man kann ein solches Instrument zur Messung magnetischer Felder benutzen, wie es beim Köpselschen Apparat<sup>4)</sup> von Siemens & Halske geschieht.

Die Bauart zeigt Fig. 134. Der in einer Magnetisierungsspule  $S$  liegende Probestab  $P$  wird durch ein Joch  $J$  aus weichem Schmiedeeisen unter Benutzung der Klemmbacken  $K$  magnetisch

<sup>1)</sup> Journ. Inst. El. Eng. 1898, S. 526; ETZ. 1898, S. 325; EL 1898, S. 110, 148; ZfL 1899, S. 222 (Ref.).

<sup>2)</sup> El. Eng. 28. Nov. 1907; EL u. M., Wien. 1908, S. 36 (Ref.).

<sup>3)</sup> Journ. de phys., 3. Serie, IX, 1900, S. 383; ETZ. 1909, S. 449.

<sup>4)</sup> ETZ. 1894, S. 214; 1898, S. 411; ZfL 1898, S. 39.

geschlossen. Das Joch besitzt einen zylindrischen Spalt zur Aufnahme einer kleinen, aus vielen Windungen dünnen Drahts bestehenden Spule  $s$ . Zum Ausgleichen des Einflusses der überschüssigen Windungsfläche der Erregerspule sind auf dem Joch zwei Hilfsspulen angeordnet, welche ein schwaches, der Spule  $S$  entgegengesetzt gerichtetes Feld hervorrufen (vgl. Magnetische Wage, Kap. 6).

Schickt man nun durch die bewegliche Spule  $s$  einen konstanten Hilfsstrom  $i$  und erregt die Spule  $S$  durch den Magnetisierungsstrom  $J$ , so wird die Spule  $s$  eine der Induktion  $\mathfrak{B}$  proportionale Ablenkung erhalten, die durch einen Zeiger auf einer Skala angegeben wird. Die Spule  $S$  und die Hilfsspulen besitzen bei einer freien Länge des Stabes von  $4\pi \approx 13$  cm eine solche Windungszahl, daß die Feldstärke  $\mathfrak{H} = 80 \cdot J$  AW/cm wird. Durch passende Wahl des Hilfsstromes  $i$  kann man erreichen, daß die Ablenkungen des Instruments für jeden beliebigen Querschnitt  $F$  der Probe  $P$  ohne Umrechnung die Kraftlinienzahl für

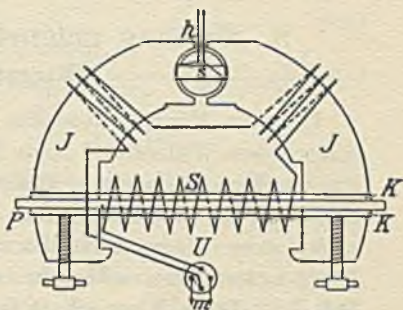


Fig. 134.

$F = 1$  qcm oder die Induktion  $\mathfrak{B}$  in Gauß direkt angeben. Der für einen bestimmten Querschnitt während der Dauer des Versuchs konstant zu haltende Strom wird nach der Gleichung  $i = \frac{c}{F}$  bestimmt, worin  $c$  eine auf der Skala angegebene Konstante des Apparats bedeutet. Der Apparat gehört bei einfacher und bequemer Handhabung zu den im praktischen Gebrauch genauesten.

Zur objektiven Darstellung von Hysteresisschleifen ist schon von Ewing<sup>1)</sup> der sog. Kurvenzeichner angegeben worden. Die Kurve wird durch die gleichzeitige Bewegung eines Punktes in zwei zueinander senkrecht stehenden Richtungen beschrieben (vgl. auch Gruhns<sup>2)</sup> Telautograph). Die Einstellung nach diesen Richtungen wird bewirkt durch zwei nach dem Prinzip des elektrodynamischen Antriebs eines Stromleiters in einem Magnetfelde von dem Magnetisierungsstrom durchflossene Drähte, von denen

<sup>1)</sup> ETZ. 1893, S. 451.

<sup>2)</sup> ETZ. 1902, S. 117; 1905, S. 382.



der eine in einem konstanten Felde (Strommesser), der andere in dem des zu prüfenden Stabes (Magnetometer) angeordnet ist. Cotton<sup>1)</sup> mißt ebenfalls die Kraftwirkung  $P$ , welche eine Seite von der Länge  $l$  einer von konstantem Strom  $i$  Amp. durchflossenen Spule in dem zu untersuchenden Magnetfeld erleidet, wobei die Kraft  $P = \frac{\mathfrak{B} \cdot i \cdot l}{10 \cdot g}$  Gramm ist. Dabei hat die an dem einen Ende eines Wagebalkens befestigte Spule eine kreisbogenförmige Gestalt, damit die nach dem Drehpunkt der Wage einwirkenden Kräfte der gebogenen Spulenseiten keinen Einfluß auf die Einstellung ausüben.

## 8. Messung magnetischer Felder mit der Wismutspirale.

Die von Righi entdeckte Eigenschaft des Wismuts, seinen elektrischen Widerstand beim Einführen in ein magnetisches Feld gemäß dem Hallschen Phänomen zu ändern, kann man zur Messung der Induktion von magnetischen Feldern benutzen, wenn man einen unvollkommen geschlossenen magnetischen Kreis untersuchen will, wie es z. B. bei Dynamomaschinen der Fall ist. Diese Eigenschaft ist zum ersten Male von Leduc<sup>2)</sup> zur Messung magnetischer Felder benutzt worden, jedoch stellten Lenard und Howard<sup>3)</sup> erst ein praktisch brauchbares Instrument her, indem sie chemisch reinen gepreßten Wismutdraht von 0,5 mm Dicke isoliert zu einer bifilaren Flachspirale aufwickelten und zum Schutz zwischen zwei Glimmerplättchen einkitteten. Die Enden der Spirale sind mit flachen Kupferstäben verlötet, welche in einen Hartgummigriff mit zwei daran befindlichen Anschlußklemmen endigen. Die Dicke der Spirale einschließlich Schutzkapsel beträgt ungefähr 1 mm, so daß sie auch in sehr schmale Lufträume an elektrischen Maschinen eingeführt werden kann.

Als Maß für die Induktion dient die Änderung des Widerstandes, und zwar entspricht einer Induktion von  $\mathfrak{B} = 1000$  Gauß im Mittel etwa 5% Zunahme des Widerstandes. Zur genauen Bestimmung der Felder wird von der Firma Hartmann & Braun,

<sup>1)</sup> Journ. de phys. 1900, S. 383; ZfL. 1900, S. 307 (Ref.).

<sup>2)</sup> Journ. de phys. 1887, S. 184; Serie 6.      <sup>3)</sup> ETZ. 1888, S. 340.

welche diese Spiralen herstellt, jedem Instrument eine Eichkurve beigegeben.

Auch zur Untersuchung der Eisenproben nach der Schlußjochmethode wird von Hartmann & Braun die Wismutspirale benutzt. Dieselbe ist in der Mitte der Magnetisierungsspule so angeordnet, daß der aus zwei Teilen bestehende Prüfstab die Spirale zwischen den gut geschliffenen Enden einschließt und der in ihm erzeugte Kraftfluß die Fläche der Spirale senkrecht durchsetzt.

Zur Messung der Widerstandszunahme

$$Z = \frac{R_r - R_0}{R_0}$$

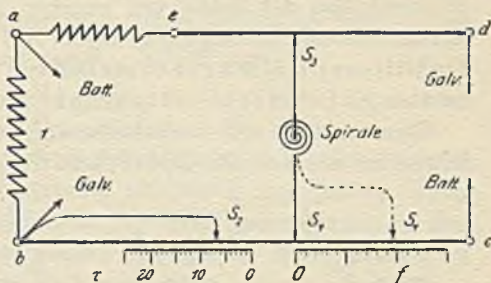


Fig. 135.

benutzt man zweckmäßig folgende Brückenordnung (Fig. 135): An einen Meßdraht  $bc$  mit den Schleifkontakten  $S_1$  und  $S_2$  schließen sich die Widerstände  $ba = 1$  Ohm und  $ae$  gleich dem Spiralenwiderstand bei niedrigster Temperatur, dann ein zweiter Meßdraht  $ed$  mit dem Schleifkontakt  $S_3$  an. Nun wird  $S_1$  auf Null,  $S_2$  auf die der herrschenden Temperatur  $\vartheta$  entsprechende Zahl eingestellt und  $S_3$  soweit verschoben, bis Gleichgewicht in der Brücke herrscht. Nach Einlegen der Spirale in das zu messende Feld wird  $S_1$  nach  $f$  verschoben, bis wieder Gleichgewicht eintritt. Dann stellt  $of = Z$  die Widerstandszunahme dar, welche direkt an der Skala ablesbar ist. Bei Benutzung derselben Spirale kann die Skala gleich in dem Maß der Induktion, d. h. in Gauß, geeicht werden.

Eine Modifikation dieser Methode ist von Peukert<sup>1)</sup> angegeben.

## 9. Nullmethoden zur Eisenuntersuchung.

Da für den magnetischen Ausgleich ähnliche Beziehungen wie für den elektrischen bestehen, so kann man ähnlich den Brückenschaltungen von Wheatstone magnetische Materialien in ähn-

<sup>1)</sup> ETZ. 1910, S. 636.



licher Schaltung untersuchen. Dabei lassen sich zwei Methoden anwenden. Entweder man macht die beiden MMKe der miteinander zu vergleichenden Eisenkörper gleich groß und verändert den magnetischen Widerstand des einen Körpers, bis eine in den Streufluß beider Zweige gebrachte Nadel keine Ablenkung zeigt, oder man bestimmt zu den verschiedenen magnetischen Widerständen der Stäbe von gleichen Dimensionen die MMKe, welche derselben Bedingung genügen. Auf dem ersten Prinzip beruht das Differentialmagnetometer von Eickemeyer<sup>1)</sup>, auf dem zweiten die Permeabilitätsbrücken von Ewing und Holden.

Genauer und mit verhältnismäßig einfachen Mitteln auszuführen ist die von R. Goldschmidt<sup>2)</sup> angegebene Methode.

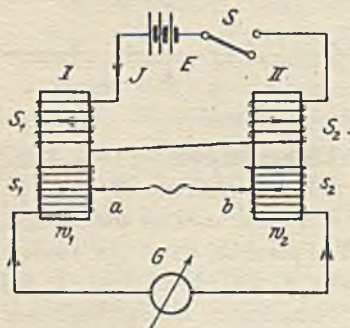


Fig. 136.

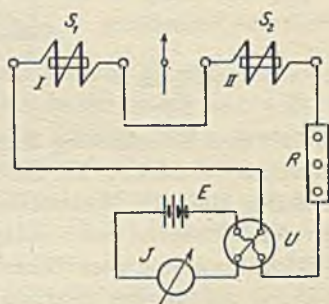


Fig. 137.

Sie beruht im Prinzip auf folgender Anordnung (Fig 136):

Zwei Erregerspulen  $S_1$  und  $S_2$  enthalten die beiden Eisenstücke  $I$  und  $II$ , deren Enden zwei Hilfsspulen  $s_1$  und  $s_2$  mit  $w_1$  bzw.  $w_2$  Windungen tragen. Beide Spulen sind so geschaltet, daß die in ihnen beim Verschwinden des Feldes induzierten EMKE sich entgegenwirken, was an einem in dem Stromkreis liegenden Spannungsmesser festgestellt werden kann. Zur Veränderung der Windungszahlen  $w_1$  und  $w_2$  dienen zwei miteinander leitend verbundene Nadeln  $a$   $b$ , mit denen man die Isolation leicht durchstechen kann. Treten in den Eisenkörpern die Kraftflüsse  $\mathfrak{N}_1$  und  $\mathfrak{N}_2$  auf, so sind die in den Spulen  $s_1$  und  $s_2$  induzierten EMKE

$$E_{1t} = -w_1 \cdot \frac{d\mathfrak{N}_1}{dt} \quad \text{und} \quad E_{2t} = -w_2 \cdot \frac{d\mathfrak{N}_2}{dt},$$

<sup>1)</sup> ETZ. 1891, S. 381.

<sup>2)</sup> ETZ. 1902, S. 314.

woraus folgt

$$\int_0^t E_{1t} \cdot dt = -w_1 \cdot \int_0^{\mathfrak{N}_1} d\mathfrak{N}_1 = -w_1 \cdot \mathfrak{N}_1$$

und

$$\int_0^t E_{2t} \cdot dt = -w_2 \cdot \int_0^{\mathfrak{N}_2} d\mathfrak{N}_2 = -w_2 \cdot \mathfrak{N}_2.$$

Wird nun die Windungszahl so eingestellt, daß beim Ausschalten der Erregung der Spannungsmesser keine Ablenkung zeigt, so ist

$$E_1 = E_2 \quad \text{und damit} \quad w_1 \cdot \mathfrak{N}_1 = w_2 \cdot \mathfrak{N}_2$$

oder

$$\frac{\mathfrak{N}_1}{\mathfrak{N}_2} = \frac{w_2}{w_1},$$

d. h. die Felder verhalten sich umgekehrt wie die Windungszahlen der Hilfsspulen. Obige Gleichung ist jedoch nur richtig, wenn die Zeitdauer des Verschwindens der Kraftlinien gegenüber der Schwingungsdauer des beweglichen Systems im Instrument klein ist, was aber meistens der Fall sein wird.

Zur schnellen Vergleichung von Eisenproben wird von Th. Edelmann, München, ein Differentialmagnetometer gebaut, das im Prinzip dem Differentialgalvanometer entspricht. Nach Fig. 137 sind dabei die auf die Magnetnadel einwirkenden Eisenproben horizontal in die Spulen  $S_1$  und  $S_2$  eingelegt, so daß bei entsprechender Schaltung nur die Differenz der Kraftwirkungen zur Geltung kommt. Darin sind  $S_1$  und  $S_2$  die beiden Magnetisierungsspulen,  $R$  ein Regulierwiderstand,  $U$  ein Umschalter,  $E$  die Stromquelle und  $J$  ein Strommesser. Die Ablesung geschieht durch Fernrohr oder Lichtzeiger. Nachdem die Spulenebenen in die Meridianrichtung eingestellt sind (s. Differentialgalvanometer), werden die Spulen so geschaltet, daß sie bei demselben Strom einander entgegenwirken, und so weit durch Verschieben reguliert, bis die Ablenkung der Nadel bei verschiedenen Stromstärken Null ist.

Nun wird in die Spule  $S_1$  das Normaleisen  $I$  und in Spule  $S_2$  die Probe  $II$  mit gleichen Dimensionen wie  $I$  eingelegt. Durch Veränderung des Widerstandes  $R$  wird dann der magnetisierende Strom  $J$  zwischen einem positiven und negativen Maximum geändert und die zu den einzelnen Werten gehörenden Ablenkungen  $\alpha$  notiert. Die zeichnerische Darstellung der  $f(\alpha, J)$  stellt eine allerdings nur relative Hysteresisschleife dar, deren Flächeninhalt die Differenz der Güte beider Eisensorten angibt. Um festzu-



stellen, welches Eisen besser ist, entfernt man den Probestab aus der Spule; wird dabei die vorhandene Ablenkung größer, so ist die Probe schlechter und umgekehrt. Je geringer die Abweichungen sind, um so mehr nähert sich die Kurve der Abszissenachse (Fig. 138 und 139) und fällt schließlich bei gleichen Eigenschaften mit ihr zusammen. Diese Methode ist sehr bequem und schnell

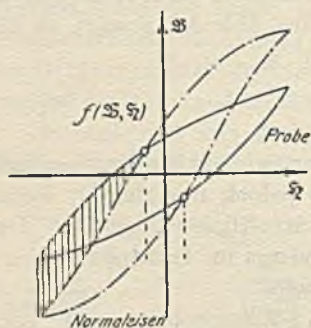


Fig. 138.

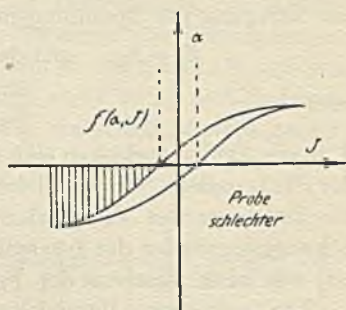


Fig. 139.

auszuführen bei Untersuchung von Neusendungen, zur Kontrolle von Blechtafeln in bezug auf Gleichmäßigkeit an verschiedenen Stellen und zur Beurteilung von Glühprozessen.

Zur Messung schwacher Felder bis 80 AW/cm ist von Voegel<sup>1)</sup> ein leicht zu bedienender, einfach gebauter Apparat konstruiert worden.

Durch Anwendung zweier festen und einer beweglichen von Gleichstrom durchflossenen Hilfsspulen in Verbindung mit einem Differentialmagnetometer kann man nach Kaufmann<sup>2)</sup> bei Magnetisierung durch Wechselstrom den Verlauf der Induktion  $\mathfrak{B}$ , in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  bzw. dem Strom  $J$ , aufnehmen (s. auch Kap. 13).

## 10. Bestimmung des Streukoeffizienten.

Im Eisengestell einer Dynamomaschine (Fig. 140) entsteht in dem Magnetpol als Folge einer MMK ein magnetischer Kraftfluß, der sich durch den Luftraum zwischen Pol und Anker, das Ankereisen und das Joch schließt. Infolge des magnetischen Nebenschlusses, welches die das Gestell umgebende Luft bildet,

<sup>1)</sup> ETZ. 1909, S. 871.

<sup>2)</sup> Verh. d. d. phys. Ges. 1899, S. 42.

wird ein Teil der Kraftlinien sich durch die Luft schließen, so daß von allen im Pol erzeugten Kraftlinien  $\mathfrak{N}_m$  nur ein Teil  $\mathfrak{N}$  in den Anker eintritt, der zur Erzeugung der EMK im Anker dient. Die Differenz  $\mathfrak{N}_m - \mathfrak{N} = \mathfrak{N}_s$  gibt dann diejenigen Linien an, welche für die induzierte EMK verloren gehen. Diesen Betrag bezeichnet man im allgemeinen als Streulinien und die Er-

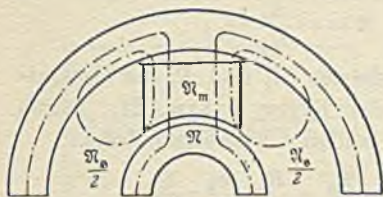


Fig. 140.

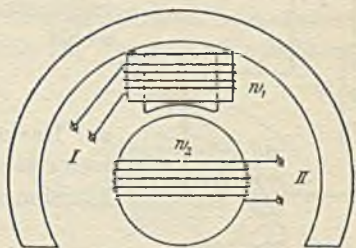


Fig. 141.

scheinung als Streuung. Für die logarithmische Rechnung ist es jedoch bequemer, statt der Differenz  $\mathfrak{N}_m - \mathfrak{N}$  den Quotienten  $\frac{\mathfrak{N}_m}{\mathfrak{N}} = \sigma$  zu benutzen, worin  $\sigma$  der Streukoeffizient der betreffenden Type genannt wird und natürlich größer als 1 ist. Dieser Koeffizient ist jedoch keine Konstante, sondern ändert sich mit der Induktion im Eisen.

Es empfiehlt sich daher bei Dynamomaschinen, den Streukoeffizienten bei verschiedenem Ankerstrom  $J_a$  als  $f(\sigma, J_a)$  festzustellen, weil sich mit der Belastung auch das Feld der Maschine ändert.

Zur Messung des Koeffizienten hätte man nach seiner Definitionsgleichung nur die beiden Felder  $\mathfrak{N}_m$  und  $\mathfrak{N}$  zu bestimmen. Am besten eignet sich dazu die ballistische Methode, indem wir um die Wicklung des Magnetspols und ebenso um den Anker Hilfsspulen I und II von einigen Windungen legen (Fig. 141), in denen beim Entstehen oder Verschwinden des Kraftflusses EMKe induziert werden. Verbindet man die Klemmen der Spulen über einen Umschalter  $U$  mit einem ballistischen Galvanometer  $BG$  (Fig. 142) unter Zwischenschaltung eines Regulierwiderstandes  $R$ , so wird beim Ausschalten des Feldes, wenn Spule I mit  $w_1$  Windungen eingeschaltet ist, eine Ablenkung  $s_1$  im Galvanometer



auftreten, die in einfacher Beziehung zum Felde  $\mathcal{N}_m$  steht nach der Gleichung

$$\mathcal{N}_m = c \cdot \frac{R_1}{w_1} \cdot s_1.$$

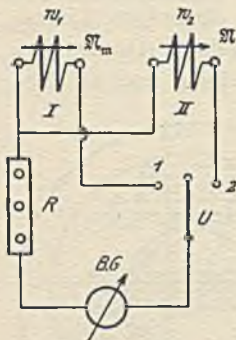


Fig. 142.

Nach Umlegen des Umschalters auf Kontakt 2 wirkt beim Ausschalten des Feldes die Spule II mit  $w_2$  Windungen auf das Galvanometer und erzeugt die Ablenkung  $s_2$ , wobei

$$\mathcal{N} = c \cdot \frac{R_2}{w_2} \cdot s_2$$

ist. Darin bedeuten  $R_1$  und  $R_2$  die Gesamtwiderstände der Kreise I bzw. II. Durch Division der beiden Gleichungen folgt:

$$\sigma = \frac{\mathcal{N}_m}{\mathcal{N}} = \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{w_2}{w_1} \cdot \frac{s_1}{s_2}$$

oder, wenn  $R_1 = R_2$  und  $w_1 = w_2$  gemacht ist,

$$\sigma = \frac{s_1}{s_2}.$$

Für mehrpolige Maschinen umfaßt die Ankerhilfsspule eine Polteilung und liegt in der neutralen Zone.

Anstatt nun die Felder durch ihre ballistischen Wirkungen miteinander zu vergleichen, kann man auch nach Rotth<sup>1)</sup> die von ihnen erzeugten EMKe:

$$E_1 = c \cdot w_1 \cdot \mathcal{N}_m \quad \text{und} \quad E_2 = c \cdot w_2 \cdot \mathcal{N}$$

nach der Kompensationsmethode bestimmen, indem man folgende Schaltung (Fig. 143) nach Bosscha ausführt:

Nachdem die richtige Polarität festgestellt ist, wird die Spule I (höhere EMK  $E_1$ ) mit einem sehr großen Widerstand  $a + b$  verbunden und Spule II ( $E_2$ ) in den Kompensationszweig mit einem Galvanometer  $G$  gelegt. Nun werden die Schleifkontakte so eingestellt, daß beim Ausschalten des Feldes im Galvanometer  $G$  keine Ablenkung auftritt. Dann besteht unter Vernachlässigung des Spulen- und Zuleitungswiderstandes die Beziehung

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{a + b}{a},$$

<sup>1)</sup> ETZ. 1902, S. 654.

woraus folgt 
$$\frac{w_1 \cdot \mathcal{R}_m}{w_2 \cdot \mathcal{R}} = \frac{w_1}{w_2} \cdot \sigma = \frac{a+b}{a}$$

oder 
$$\sigma = \frac{a+b}{a} \cdot \frac{w_2}{w_1} \quad \text{bzw.} \quad \sigma = \frac{a+b}{a},$$

wenn  $w_1 = w_2$  gemacht ist.

Eine absolute Nullage des Galvanometers während der ganzen Entladezeit wird selten zu erreichen sein, da wegen des allmählich abnehmenden Feldes der Streuungskoeffizient sich ändert und damit das Verhältnis der EMKE für die ganze Entladezeit

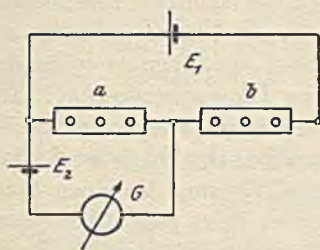


Fig. 143.

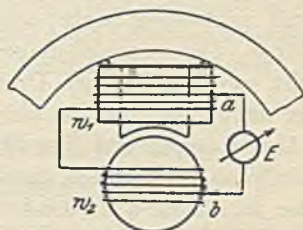


Fig. 144.

nicht konstant bleibt. Man beobachtet daher nur, ob im Zeitpunkt des Ausschaltens das Galvanometer in Ruhe bleibt.

Die in Nr. 9 angegebene Methode von Goldschmidt läßt sich auch zur Streuungsmessung benutzen. Zu dem Zweck legt man um die Magnetwicklung (Fig. 144) und den Anker einige Drahtwindungen und schließt sie durch einen empfindlichen Spannungsmesser  $E$ , so daß sie mit ihren EMKEN gegeneinandergeschaltet sind. Stellt man die Nadelkontakte  $ab$  so ein, daß keine Ablenkung des Instruments beim Ausschalten des Feldes auftritt, wobei  $w_1$  bzw.  $w_2$  Windungen im Hilfsstromkreis liegen, dann ist

$$\frac{\mathcal{R}_m}{\mathcal{R}} = \sigma = \frac{w_1}{w_2}.$$

Auch zur Zentrierung des Ankers einer Gleichstrommaschine (besonders bei Parallelschaltung) und zur Bestimmung der entmagnetisierenden (Gegen-)Windungen des Ankers läßt sich diese Methode verwenden.

Eine Zusammenstellung einiger bequemer Methoden zur Messung von Streuungskoeffizienten ist ferner von R. Pohl<sup>1)</sup> angegeben.

<sup>1)</sup> Ecl. El. 1907, S. 93; Ann. d. El. 1907, S. 354 (Ref.).



## 11. Praktische Hysteresismesser.

Die bisherigen Methoden gestatten zwar die Aufnahme von Hysteresisschleifen, sind jedoch für den Werkstattgebrauch zu fein oder infolge der durch Störungen hervorgerufenen Fehler unbrauchbar. Es ist daher von Ewing<sup>1)</sup> ein Apparat zur bequemen Messung des Hysteresisverlustes angegeben worden, der folgendermaßen arbeitet:

Zwischen den Polen eines auf Schneiden montierten und mit Zeiger versehenen Hufeisenmagnets ist ein schmales Blechbündel der zu prüfenden Sorte von  $1,6 \times 7,6$  cm Fläche drehbar angeordnet. Die den magnetischen Schluß des Magnets bildenden Bleche erleiden bei der Drehung eine Ummagnetisierung. Die Folge davon ist, daß die hierdurch verbrauchte Hysteresisarbeit ein Drehmoment auf den Magnet ausübt, da bei jeder halben Umdrehung des Bündels die anziehende Wirkung des einen Poles größer ist als die abstoßende des anderen Poles gegenüber einem Pol des Hufeisenmagnets. Die an einer Skala ablesbare Größe der Ablenkung des Zeigers ist ein Maß für den Hysteresisverlust der Blechprobe.

Zur Eichung des Apparates benutzt man Normalbleche mit bekanntem Verlust, deren Ablenkungen man als Abszissen, die dazugehörigen Hysteresisverluste als Ordinaten zeichnerisch zu einer Kurve zusammengestellt. Ist  $A$  der Arbeitsverlust in Erg/ccm für eine Periode, dann gilt die Beziehung

$$M_d \cdot \omega = A \cdot \nu \quad \text{Erg/sec für 1 ccm.}$$

Setzt man hierin für  $\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60}$  und für die Periodenzahl  $\nu = \frac{n}{60}$  bei zwei Polen, so wird das Drehmoment

$$M_d = \frac{A}{2\pi} = c \cdot \alpha \quad \text{Erg/ccm,}$$

d. h. der Drehwinkel  $\alpha$  ist von der Drehzahl unabhängig, solange sie nicht so hoch ist, daß im Eisen merkliche Wirbelströme induziert werden.

Auf einem ähnlichen Prinzip beruht der Hysteresismesser von Blondel (Carpentier)<sup>2)</sup>. Nur dreht sich hierbei ein Hufeisenmagnet um eine vertikale Achse, während die zu untersuchende

<sup>1)</sup> ETZ. 1895, S. 292; El. 1895, 26. April.

<sup>2)</sup> ETZ. 1899, S. 178; ZfI. 1899, S. 259.

Probe in Form eines kleinen Ringes oder eines schmalen rechteckigen Bündels auf einer vertikalen Achse drehbar gelagert ist, die durch eine Spiralfeder in einer gewissen Lage gehalten wird. Wird bei der Drehung in einer Richtung die Ablenkung  $\alpha_1$ , in der entgegengesetzten der Winkel  $\alpha_2$  abgelesen, dann ist die Hysteresisarbeit

$$A = 2\pi \cdot c \cdot (\alpha_1 - \alpha_2) \text{ Erg/ccm.}$$

Ist der Torsionskoeffizient  $c$  der Feder durch Beobachtung der Schwingungsdauer in *cgs*-Einheiten (Erg für  $1^\circ$  Ablenkung) ermittelt, so lassen sich mit dem Apparat auch absolute Messungen ausführen. Zur Kontrolle dient ein geeichter Probekörper.

## 12. Praktische Eisenuntersuchung mit dem Eisenprüfer (Epstein).

Die bisher behandelten Methoden, welche man als magneto-statische bezeichnet, beschränken sich nur darauf, die statische Magnetisierung oder Permeabilitätskurve sowie die Eigenschaft des Eisens in bezug auf Hysteresis festzustellen, während die Wirbelstromverluste damit nicht gemessen werden. Für den Berechnungsingenieur hat jedoch die dynamische Magnetisierung sowie der bei Wechselstrom auftretende Verlust durch Hysteresis und Wirbelströme größere Bedeutung.

Dazu eignet sich besonders der von Epstein<sup>1)</sup> angegebene Apparat. Seine Konstruktion (Fig. 145) ist folgende: Auf einer Holzplatte werden vier als Seiten eines Quadrates angeordnete Blechpakete von Holzbacken fest zusammengehalten. Die Dimensionen sind in der Figur angegeben. Für die Eisenkerne werden die Bleche mindestens vier Tafeln entnommen und in Streifen von  $500 \times 30$  mm mit Zwischenlagen von Seidenpapier bei einem Mindestgewicht von  $2\frac{1}{2}$  kg jedes Kernes so übereinandergeschichtet, daß an keiner Stelle eine Berührung eintritt. Nach dem Zusammenpressen im Schraubstock und Umschnüren mit Isolierband werden die vier Kerne unter Zwischenlegen von 0,15 mm dickem Preßspan an den Stoßfugen zu einem magnetischen Kreis vereinigt. Über jeden Kern wird eine Preßspanspule  $38 \times 38$  mm lichter Weite und 435 mm Länge geschoben,

<sup>1)</sup> ETZ. 1900, S. 303; 1903, S. 684.



die mit 150 Windungen Kupferdrahtes von 14 qmm Querschnitt (zwei parallele Flachkantdrähte von  $2 \times 3,5$  mm) gleichmäßig

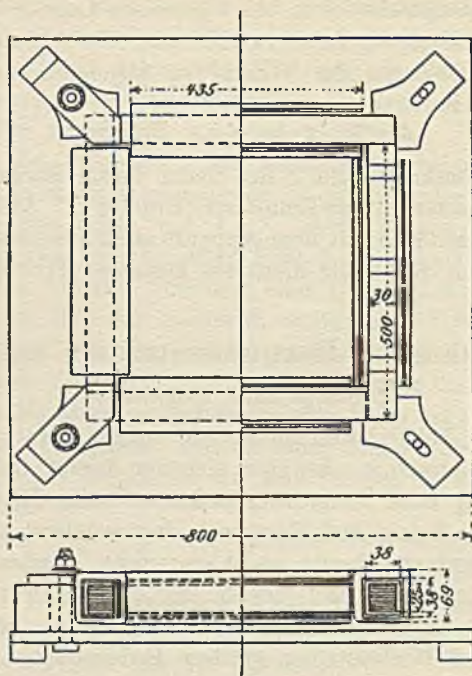


Fig. 145.

bewickelt ist. Die Streuung ist dabei infolge der gleichmäßigen Magnetisierung auf das geringst mögliche Maß herabgedrückt.

Die vier Spulen werden nun hintereinandergeschaltet und nach Fig. 146 unter Benutzung eines Strom-, Spannungs- und Leistungsmessers an eine Wechselstromquelle von nicht zu kleiner Leistung angelegt, damit die durch das Anlegen des Eisenprüfers evtl. auftretende Verzerrung der Spannungskurve bei verschiedenen Strömen konstant bleibt.

Nach den Vorschriften<sup>1)</sup> des VdE. soll nun der Gesamtverlust im Eisen für 1 kg bei einer Induktion  $B_{\max} = 10\,000$  und  $15\,000$  Gauß und  $\nu = 50$  Per/sec für eine Temperatur von  $\vartheta = 20^\circ\text{C}$  angegeben werden. Diese Zahl, bezogen auf sinus-

<sup>1)</sup> ETZ. 1914, S. 512.

förmigen Verlauf der Spannungskurve, heißt „Verlustziffer“ ( $V_{10}$  bzw.  $V_{15}$ ).

Nun ist die Induktion  $\mathfrak{B}$  von der EMK  $E$  der Spule abhängig. Bedeutet

$w$  = Windungszahl des Apparats,

$F$  = Eisenquerschnitt eines Kerns,

$\nu$  = Periodenzahl des Wechselstroms,

$f_e$  = Formfaktor der Spannungskurve bei dem Versuch,

$\mathfrak{B}_{\max}$  = Höchste Induktion im Eisen, so kann man aus

$$E = 4 \cdot f_e \cdot \nu \cdot w \cdot F \cdot \mathfrak{B}_{\max} \cdot 10^8 \text{ Volt}$$

zu einem gegebenen  $\mathfrak{B}_{\max}$  die EMK  $E$  berechnen, wenn durch

irgendeine Methode (IV, 19) der Formfaktor  $f_e = \frac{E}{E_{mi}}$  bestimmt worden ist. Der Querschnitt  $F$  wird dabei am besten aus dem Gewicht  $G$ , dem spezifischen Gewicht  $\gamma$  und der Länge  $l$  der vier Kerne berechnet, wobei  $\gamma = 7,7$  für Dynamoblech, 7,5 für legiertes Blech zu setzen ist, wenn keine besonderen Messungen vorliegen. Die Messung wird nun in folgender Weise durchgeführt: Durch einen Vorversuch mit einer für  $\mathfrak{B}_{\max} = 10\,000$  Gauß und einem Formfaktor  $f'_e = 1,11$  berechneten Klemmenspannung  $E'_k = E'$  wird die Leistung  $L'$ , Strom  $J'$  und der Verlauf der Spannungskurve ermittelt, woraus  $\cos \varphi' = \frac{L'}{E'_k \cdot J'}$

und der Formfaktor  $f_e$  sich ergibt. Nun berechnet man (vgl. Fig. 148) die erforderliche Klemmenspannung

$$E_k \approx E + J' \cdot r \cdot \cos \varphi',$$

indem man  $E'$  für den wirklichen Formfaktor  $f_e$  bestimmt und dazu die Leistungskomponente  $J' \cdot r \cdot \cos \varphi'$  des Spannungsverlustes in dem Widerstande  $r$  der Magnetisierungsspule addiert. Mit dieser direkt an den Klemmen der Spule gemessenen Spannung  $E_k$ , die im allgemeinen nur wenig von  $E'_k$  abweichen wird, wiederholt man die Messung und findet die Stromstärke  $J$ , Leistung  $L$  und  $\cos \varphi$ . In welcher Weise diese Aufnahmen zur Er-

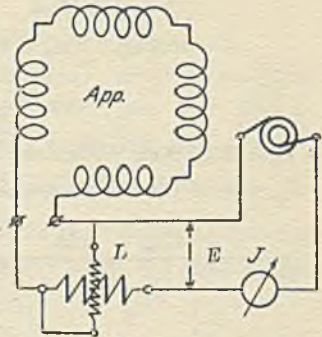


Fig. 146.





oder nach dem binomischen Lehrsatz entwickelt und vereinfacht

$$J_0 \approx J - (J_S + J_{S_l}) \cos \varphi + \frac{(J_S + J_{S_l})^2}{2J} \cdot (1 - \cos^2 \varphi)$$

und in Zahlen:

$$J_0 \approx 4,21 - 0,005 + 0,000025 = 4,205.$$

Bei der praktischen Untersuchung ist daher diese Korrektur nicht notwendig, solange  $J_S + J_{S_l} \ll J$  ist. Die zur Induktion  $\mathfrak{B}_{\max}$  gehörige EMK  $E$  rechnet sich nach Fig. 148 aus

$$E = \sqrt{E_k^2 + E_v^2 - 2 \cdot E_k \cdot E_v \cdot \cos \varphi_0}$$

wofür man, da der in der Spule auftretende Spannungsverlust  $E_v = J_0 \cdot r = 4,205 \cdot 0,16 = 0,76$  Volt relativ klein und  $\varphi_0$  groß ist,

$$E \approx E_k - E_v \cdot \cos \varphi_0$$

setzen kann. Ist  $L_e$  die in den Apparat eingeführte Leistung, so wird

$$\cos \varphi_0 = \frac{L_e}{E_k \cdot J_0}.$$

Man findet  $L_e$  nach Abzug der in  $R_S$  und  $R_{S_l}$  verbrauchten Leistungen zu

$$L_e = L - \frac{E_k^2}{R_S} - \frac{E_k^2}{R_{S_l}} = 44 - \frac{95^2}{3200} - \frac{95^2}{5400} = 39,5 \text{ W}$$

und 
$$\cos \varphi_0 = \frac{39,5}{95 \cdot 4,205} = 0,099.$$

Somit wird 
$$E \approx 95 - 0,67 \cdot 0,099 = 94,93 \text{ V},$$

d. h. man kann praktisch  $E = E_k$  setzen.

Daraus folgt nun

$$\mathfrak{B}_{\max} = \frac{E \cdot 10^8}{4 \cdot f \cdot e_1 \cdot r \cdot w \cdot F} = \frac{94,93 \cdot 10^8}{4 \cdot 1,13 \cdot 50 \cdot 600 \cdot 7} = 9920 \text{ Gauß},$$

d. h. nur 0,8% kleiner, als gefordert wird. Die im Eisen verbrauchte Leistung ist ferner

$$L_0' = L_e - J_0^2 \cdot r = 39,5 - 2,84 = 36,66 \text{ W}.$$

Demnach erhält man als Verlustziffer

$$V_{10}' = \frac{L_0'}{G} = \frac{36,66}{10,8} = 3,4 \text{ W/kg bei } \vartheta' = 34^\circ \text{C}.$$

Da nach den „Normalien zur Prüfung von Eisenblech“ die Ziffer auf  $\vartheta = 20^\circ \text{C}$  bezogen werden soll, ist deswegen eine Korrek-



tion anzubringen. Nun übt die Temperatur besonders auf den Verlust durch Wirbelströme  $L_w$ , d. h. auf das zweite Glied des durch die Gleichung von Steinmetz<sup>1)</sup>

$$L_0 = L_h + L_w = (\eta_h \cdot \nu \cdot \mathfrak{B}_{\max}^{1.6} + \xi \cdot \nu^2 \cdot \mathfrak{B}_{\max}^2) \cdot V \cdot 10^{-7} \text{ Watt}$$

dargestellten Gesamtverlustes einen zu berücksichtigenden Einfluß aus, indem nämlich der elektrische Widerstand des Eisens mit höherer Temperatur zunimmt, wodurch  $L_w$  kleiner wird.

In welcher Weise  $L_w$  sich mit der Temperatur ändert, zeigt die durch die folgende Ableitung gewonnene Endformel:

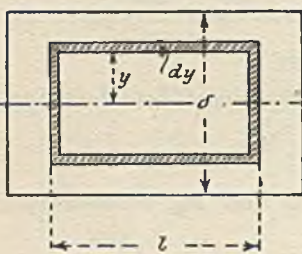


Fig. 149.

Denkt man sich ein einzelnes dünnes Blech von der Dicke  $\delta$  cm vom magnetischen Kraftfluß mit der überall gleich groß angenommenen Induktion  $\mathfrak{B}_{\max}$  Gauß in der Richtung senkrecht zur Zeichenebene durchsetzt. Dann werden EMKe und von diesen Ströme erzeugt, welche im Eisen in geschlossenen Bahnen verlaufen.

Greifen wir davon (Fig. 149) einen Stromfaden von rechteckiger Form mit der Dicke  $dy$  und der Länge  $l$  heraus, der im Abstand  $y$  parallel zur Mittellinie des Bleches verläuft, so umschließt der oberhalb der Mittellinie liegende Teil eine Fläche  $F = l \cdot y$ , und die in dem Stromfaden induzierte EMK ist (in *cgs*-Einheiten)

$$dE = 4 \cdot f_e \cdot \nu \cdot F \cdot \mathfrak{B}_{\max} = 4 \cdot f_e \cdot \nu \cdot l \cdot y \cdot \mathfrak{B}_{\max}$$

Der elektrische Widerstand der Strombahn in absolutem Maß ist

$$dR = \frac{(l + 2y) \cdot \rho \cdot (1 + \alpha \cdot \vartheta) \cdot 10^5}{b \cdot dy}$$

worin  $b$  die in der Richtung der Kraftlinien gemessene Breite und  $\rho$  der spezifische Widerstand in Ohm bei  $0^\circ\text{C}$  für 1 m/qmm derselben ist (1 Ohm/m, qmm =  $\frac{10^9}{10^2 \cdot 10^4} = 10^5$  abs. Einh/cm/qcm)

<sup>1)</sup> Richter schlägt dafür (ETZ 1910, S. 1241) vor:

$L_0 = a \cdot \mathfrak{B}_{\max} + (b + c) \cdot \mathfrak{B}_{\max}^2$ ; vergl. auch: AfE. 1918, Bd. 6, S. 437.

Daraus rechnet sich unter Vernachlässigung von  $2y$  gegenüber der Leistungsverlust

$$dL_w = \frac{(dE)^2}{dR} = \frac{16 \cdot f_e^2 \cdot \nu^2 \cdot \mathfrak{B}_{\max}^2 \cdot l \cdot b \cdot y^2 \cdot dy}{\varrho \cdot (1 + \alpha \cdot \vartheta) \cdot 10^5}$$

oder für das ganze Blech, wenn  $\delta$  in mm gemessen ist,

$$L_w = \frac{16 \cdot f_e^2 \cdot \nu^2 \cdot \mathfrak{B}_{\max}^2 \cdot l \cdot b}{\varrho \cdot (1 + \alpha \cdot \vartheta) \cdot 10^5} \cdot \int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} y^2 \cdot dy$$

$$= \frac{4}{3} \cdot \frac{f_e^2 \cdot \nu^2 \cdot \mathfrak{B}_{\max}^2 \cdot l \cdot b \cdot \delta^3 \cdot 10^{-8}}{\varrho \cdot (1 + \alpha \cdot \vartheta)} \quad \text{Erg/sec.}$$

Die Wirbelstromverluste sind demnach proportional  $(f_e \cdot \mathfrak{B}_{\max})^2$ .

Setzt man noch für  $l \cdot b \cdot \frac{\delta}{10}$  das Volumen  $V$  in ccm ein, so wird

$$L_w = \frac{4}{3} \cdot \frac{f_e^2 \cdot \delta^2 \cdot \nu^2}{\varrho \cdot (1 + \alpha \cdot \vartheta)} \cdot \mathfrak{B}_{\max}^2 \cdot V \cdot 10^{-7} = \xi \cdot \nu^2 \cdot \mathfrak{B}_{\max}^2 \cdot V \quad \text{Erg/sec}$$

$$= \xi \cdot \nu^2 \cdot \mathfrak{B}_{\max}^2 \cdot V \cdot 10^{-7} \quad \text{Watt,}$$

worin

$$\xi = \frac{4}{3} \cdot \frac{f_e^2}{\varrho \cdot (1 + \alpha \cdot \vartheta)} \cdot \delta^2 \cdot 10^{-7} \quad \text{Erg/sec für } \nu = 1 \text{ Per/sec und } \mathfrak{B}_{\max} = 1 \text{ Gauß}$$

von der Temperatur  $\vartheta$  der Bleche abhängig ist, wenn  $\alpha$  den Temperaturkoeffizienten des Eisens bedeutet. Sind  $L_{w_1}$  und  $L_{w_2}$  die Verluste bei den Temperaturen  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$ , dann besteht zwischen ihnen die Beziehung:

$$\frac{L_{w_1}}{L_{w_2}} = \frac{\xi_1}{\xi_2} = \frac{1 + \alpha \cdot \vartheta_2}{1 + \alpha \cdot \vartheta_1}$$

oder

$$L_{w_1} = L_{w_2} \cdot \frac{1 + \alpha \cdot \vartheta_2}{1 + \alpha \cdot \vartheta_1}.$$

Zur Trennung der Eisenverluste in Hysteresisverluste  $L_h$  und Wirbelstromverluste  $L_w$  nehmen wir für  $\mathfrak{B}_{\max} \approx 10\,000$  den Gesamtverlust  $L_{hw}$  bei verschiedener Periodenzahl  $\nu$  und möglichst gleicher Temperatur  $\vartheta$  auf. Bildet man nun  $A = \frac{L_{hw}}{\nu}$  durch Division von  $L_{hw}$  durch die zugehörige Periodenzahl  $\nu$  und stellt  $f(A, \nu)$  zeichnerisch dar, so erhält man eine Gerade. Ist dagegen die Temperatur gestiegen, so biegt die Kurve mit höherer Perioden-



zahl allmählich von der Geraden nach unten ab, da  $L_w$  relativ kleiner wird als bei konstanter Temperatur. In diesem Fall legen wir durch die niedrigsten Punkte eine Gerade tangential zum Kurvenanfang.

Nun stellt für  $\mathfrak{B}_{\max} = \text{konst.}$  der Quotient

$$A = \frac{L_{hw}}{\nu} = \frac{L_h}{\nu} + \frac{L_w}{\nu} = h + w \cdot \nu$$

die Gleichung einer Geraden dar, deren Ordinatenachsenabschnitt

$h = \frac{L_h}{\nu}$ , d. h. die Hysteresisverluste einer Periode angibt, da für  $\nu = 0$  auch  $\frac{L_w}{\nu} = 0$  sein muß. Darin ist

$h = \eta_h \cdot \mathfrak{B}_{\max}^{1,6} \cdot V \cdot 10^{-7}$  Watt/Per und  $w = \xi \cdot \mathfrak{B}_{\max}^2 \cdot V \cdot 10^{-7}$  Watt/Per gesetzt, woraus  $\eta_h$  und  $\xi$  berechnet werden können.

Ein Beispiel möge diese Messung erläutern:

Für eine bestimmte Eisensorte ( $\gamma = 7,61$  g/ccm) seien die in folgender Tabelle enthaltenen Werte bei konstanter Temperatur  $\vartheta = 34^\circ\text{C}$  aufgenommen:

$\mathfrak{B}_{\max}$	$\nu$	$E_k$	$J$	$L_e$	$J^2 \cdot r$	$L_{hw}$	$A = \frac{L_{hw}}{\nu}$
10000	50	113,10	2,61	82,8	1,70	81,10	8,42
	40	90,65	2,58	60,7	1,65	59,05	7,66
=	35	79,50	2,58	50,7	1,65	49,10	7,27
	30	68,10	2,52	41,3	1,56	39,79	6,88
konst.	25	56,65	2,50	32,5	1,50	31,00	6,45
	20	45,35	2,42	24,6	1,44	23,16	6,00
beobachtet					berechnet		

Die aus den berechneten Werten gezeichnete Gerade  $f(A, \nu)$  in Fig. 150 ergibt nun als Schnitt mit der Ordinatenachse

$$h = \frac{L_h}{\nu} = 4,38 \text{ W/Per für } 100 \text{ kg.}$$

Für  $\nu = 50$  ist dann  $w \cdot \nu = \frac{L_w}{\nu} = 8,46 - 4,38 = 4,08$  W/Per für 100 kg.

Multiplizieren wir die Werte  $h$  und  $w \cdot \nu$  mit den verschiedenen Periodenzahlen, so erhalten wir  $L_h$  und  $L_w$ , deren Abhängigkeit von der Periodenzahl bei der Temperatur  $\vartheta = 34^\circ\text{C}$  Fig. 151 darstellt.

In derselben Weise kann man für mehrere Induktionen  $\mathfrak{B}_{\max}$  verfahren und erhält eine Kurvenschar, aus welcher die Verluste (für 100 kg) für konstante Periodenzahl  $\nu$  als Funktion der In-

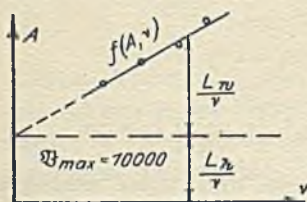


Fig. 150.

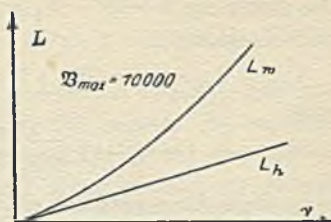


Fig. 151.

duktion, nämlich  $f(L_h, \mathfrak{B}_{\max})$  bzw.  $f(L_w, \mathfrak{B}_{\max})$  entnommen werden können.

Dem Gewicht von 100 kg entspricht ein Volumen

$$V = \frac{G \cdot 1000}{\gamma} \text{ ccm} = \frac{100 \cdot 1000}{7,61} = 13160 \text{ ccm},$$

woraus sich jetzt auch

$$\eta_h = \frac{h \cdot 10^7}{V \cdot \mathfrak{B}_{\max}^{1,6}} = \frac{4,38 \cdot 10^7}{13160 \cdot 10^{6,4}} = 1,33 \cdot 10^{-3} \text{ Erg/ccm}$$

$$\text{und } \xi = \frac{w \cdot 10^7}{V \cdot \mathfrak{B}_{\max}^2} = \frac{4,08 \cdot 10^7}{50 \cdot 13160 \cdot 10^3} = 6,22 \cdot 10^{-7} \text{ Erg/ccm}$$

bestimmen läßt.

Nach dieser Methode sei nun der Eisenverlust (S. 215)  $L_0' = L_h + L_w' = 36,66 \text{ W}$  in  $L_h = 19,30 \text{ W}$  und  $L_w' = 17,36 \text{ W}$  getrennt worden. Nun ist  $L_w = L_w' \cdot \frac{1 + \alpha \cdot \vartheta'}{1 + \alpha \cdot \vartheta}$  und

$$L_0'' = L_h + L_w' \cdot \frac{1 + \alpha \cdot \vartheta'}{1 + \alpha \cdot \vartheta} = L_0' - L_w' + L_w' \cdot \frac{1 + \alpha \cdot \vartheta'}{1 + \alpha \cdot \vartheta}$$

$$\text{oder } L_0'' = L_0' + L_w' \cdot \frac{\alpha \cdot (\vartheta' - \vartheta)}{1 + \alpha \cdot \vartheta}.$$

Setzt man  $\alpha = 4,5 \cdot 10^{-3}$  und  $\vartheta = 20^\circ \text{C}$ , so erhält man

$$L_0'' = L_0' + 4,1 \cdot 10^{-3} \cdot L_w' \cdot (\vartheta' - 20) = 36,66 + 0,99 = 37,65 \text{ Watt}$$

und  $L_w = 18,35 \text{ Watt}$ .

Somit ergibt sich die Verlustziffer

$$V_{10}'' = \frac{L_0''}{G} = \frac{37,65}{10,8} = 3,5 \text{ W/kg bei } \vartheta = 20^\circ \text{C}.$$



Eine zweite Korrektur ist dafür erforderlich, daß die Leistung  $L_1$  für eine Induktion  $\mathfrak{B}_1$  gemessen ist, während die wirkliche Leistung  $L_0$  für eine Induktion  $\mathfrak{B}$  ermittelt werden soll. Die Differenz  $b = \mathfrak{B} - \mathfrak{B}_1$  ist jedoch klein, so daß man die wirkliche Leistung

$$L_0 = [\eta_h \cdot \nu \cdot (\mathfrak{B}_1 + b)^{1,6} + \xi \cdot \nu^2 \cdot (\mathfrak{B}_1 + b)^2] \cdot V \cdot 10^{-7}$$

oder

$$L_0 = \left[ \eta_h \cdot \nu \cdot \mathfrak{B}_1^{1,6} \cdot \left(1 + \frac{b}{\mathfrak{B}_1}\right)^{1,6} + \xi \cdot \nu^2 \cdot \mathfrak{B}_1^2 \cdot \left(1 + \frac{b}{\mathfrak{B}_1}\right)^2 \right] \cdot V \cdot 10^{-7}$$

nach dem Binomialsatz entwickeln kann und unter alleiniger Berücksichtigung der linearen Glieder

$$L_0 = \left( \eta_h \cdot \nu \cdot \mathfrak{B}_1^{1,6} + \xi \cdot \nu^2 \cdot \mathfrak{B}_1^2 + 1,6 \frac{b}{\mathfrak{B}_1} \cdot \eta_h \cdot \nu \cdot \mathfrak{B}_1^{1,6} + 2 \frac{b}{\mathfrak{B}_1} \cdot \xi \cdot \nu^2 \cdot \mathfrak{B}_1^2 \right) \cdot V \cdot 10^{-7}$$

erhält. Die beiden ersten Glieder entsprechen  $L_1$ , das dritte und vierte sind die Korrektionsglieder. Es ist demnach

$$L_0 = L_{h_1} \cdot \left(1 + 1,6 \cdot \frac{b}{\mathfrak{B}_1}\right) + L_{w_1} \cdot \left(1 + \frac{2b}{\mathfrak{B}_1}\right).$$

In unserem Beispiel war  $\mathfrak{B}_1 = 9920$  Gauß, somit  $b = 80$  und

$$L_0 = 19,3 \cdot \left(1 + 1,6 \cdot \frac{8}{992}\right) + 18,35 \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{8}{992}\right)$$

oder

$$L_0 = 19,55 + 18,65 = 38,20 \text{ Watt,}$$

woraus folgt:

$$V_{10} = \frac{L_0}{G} = \frac{38,20}{10,8} = 3,54 \text{ W/kg für } \mathfrak{B} = 10000 \text{ Gauß.}$$

Eine Änderung der Periodenzahl  $\nu$  in  $\nu_1$  bei  $\mathfrak{B}_{\max} = \text{konst.}$  ergibt eine gemessene Leistung  $L_1 = L_{h_1} + L_{w_1}$ . Da nun

$L_h = \frac{\nu}{\nu_1} \cdot L_{h_1}$  und  $L_w = \left(\frac{\nu}{\nu_1}\right)^2 \cdot L_{w_1}$  ist, so ergibt sich der zu  $\nu$  gehörende Leistungsverbrauch

$$L_h + L_w = L_0 = \frac{\nu}{\nu_1} \cdot L_{h_1} + \left(\frac{\nu}{\nu_1}\right)^2 \cdot L_{w_1}.$$

Eine Änderung des Formfaktors  $f_e$  erfordert folgende Korrektur: Da nach früherem  $L_w = c \cdot f_e^2$  war und  $L_w = L_{w_1} \cdot \left(\frac{f_e}{f_{e_1}}\right)^2$ ,

so wird

$$L_0 = L_{h_1} + L_{w_1} \cdot \left(\frac{f_e}{f_{e_1}}\right)^2,$$

wenn man  $L_{w_1}$  für  $f_{e_1}$  ermittelt hat.

In unserem Beispiel ist nun  $f_{e_1} = 1,13$  statt  $f_e = 1,11$  für Sinusform. Somit erhält man

$$L_0 = 19,55 + 18,65 \cdot \left(\frac{1,11}{1,13}\right)^2 = 19,55 + 18,0 = 37,55 \text{ Watt}$$

und  $V_{10} = \frac{37,55}{10,8} = 3,47 \text{ W/kg}$  für  $\vartheta = 20^\circ\text{C}$ ;  $\mathfrak{B} = 10000 \text{ G}$ ;  $f_e = 1,11$ .

Eine Änderung des Formfaktors um  $+1,8\%$  ruft nun eine Änderung der Verlustziffer um  $-2\%$  hervor. Es ist daher möglichst eine Sinuslinie als Spannungskurve bei den Untersuchungen anzustreben. Aus diesem Grunde sind im Hauptstromkreise die Spannungsabfälle klein zu halten. Nach Untersuchungen am Epstein-Apparat durch Goltze<sup>1)</sup> übt dabei die Stromspule des dynamometrischen Leistungsmessers einen großen Einfluß auf den Formfaktor aus. Um daher diesen Fehler zu beseitigen, empfiehlt es sich, zur Spannungs- und Leistungsmessung Quadrantenclektrometer zu verwenden, wie Schmiedel<sup>2)</sup> gezeigt hat.

Da nach den Verbandsvorschriften auch die Magnetisierbarkeit des Eisens als  $f(\mathfrak{B}, \mathfrak{H})$  geprüft werden soll, hat Epstein<sup>3)</sup> außer einer Unterteilung der Magnetisierungsspule noch eine Hilfswicklung über den Eisenbündeln angebracht, die dazu dient, mit Hilfe eines ballistischen Galvanometers bei Gleichstromerregung die statische Magnetisierungskurve aufzunehmen. Gegen die Unterteilung wenden sich Gumlich und Rogowski<sup>4)</sup> und zeigen an einer neuen Anordnung<sup>5)</sup>, daß es durch Einbau von flachen Hilfsspulen zwischen Magnetisierungsspule und Eisen möglich ist, die in der Mitte der Eisenbündel herrschende Feldstärke in ähnlicher Weise wie bei der Isthmusmethode (S. 188) zu bestimmen und damit eine absolute Messung der Permeabilität zu erzielen. Versuche von Goltze<sup>6)</sup> an einem von der Allg. Elektrizitäts-Ges. gebauten Apparat haben die Einfachheit dieser Methode dargetan.

Durch Erweiterung der Methode zur Vergleichung von Koeffizienten der gegenseitigen Induktion (S. 146, Fig. 108) hat Longhuyzen<sup>7)</sup> eine ballistische Nullmethode zur Bestimmung der

1) ETZ. 1913, S. 967.      2) ETZ. 1912, S. 370.

3) ETZ. 1911, S. 334, 363.      4) ETZ. 1911, S. 613, 1314.

5) ETZ. 1912, S. 262, 1180; 1913, S. 146, 147.

6) AfE. 1913, S. 148; ETZ. 1914, S. 474.      7) ETZ. 1911, S. 1131.



Permeabilität des Eisens mit Hilfe einer Normalprobe von bekannten Eigenschaften erhalten. Um nun bei der Ermittlung der Verlustziffer schwierige Umrechnungen zu vermeiden und dadurch den Apparat auch für ungeschulte Arbeiter geeignet zu machen, wurde ein besonders gebauter Differentialeistungsmesser bei dem neuen Apparat der Siemens & Halske A.-G. verwendet<sup>1)</sup>. Damit erzielt diese Messung eine äußerst große Genauigkeit, Einfachheit und Schnelligkeit und ist frei von den durch Änderung der Temperatur, Spannung, Induktion, Frequenz und Kurvenform hervorgerufenen Fehlerquellen bei vorhandener Eindeutigkeit der Meßergebnisse.

Ähnlich ist eine von Angermann<sup>2)</sup> angegebene Methode.

Zur Untersuchung fertiger Eisenkörper, z. B. gestanzter Blechringe, eignet sich der von Möllinger<sup>3)</sup> angegebene Apparat. Hierbei kann die magnetisierende Wicklung mit Hilfe von Steckkontakten schnell und einfach um den Eisenring gelegt werden. Er hat den Vorteil, daß der magnetische Kreis keine Fugen besitzt. Die Induktion im Eisen ist jedoch ungleichmäßig über den Querschnitt verteilt. Will man die Eigenschaften von Eisenblechen untersuchen, ohne die Blechtafeln zu zerschneiden, so kann man den von Richter<sup>4)</sup> konstruierten Apparat benutzen. Vergleichende Versuche mit diesen drei Apparaten sind von Gumlich und Rose<sup>5)</sup> in der PTR. gemacht und nur geringe Abweichungen in den Angaben derselben gefunden worden. Ebenso ist von ihnen<sup>6)</sup> das Verhältnis der Magnetisierung mit Gleich- und Wechselstrom eingehend geprüft worden, wobei gezeigt wird, daß die Steinmetzsche Formel für Induktionen bis  $\mathfrak{B}_{\max} = 12\,000$  eine geringe Änderung erfordert, und daß infolge der Viskosität des Materials die statische und dynamische Magnetisierungskurve nicht zusammenfallen.

Zur Untersuchung von Blechbündeln ohne eisengeschlossenen magnetischen Kreis ist von Beattie<sup>7)</sup> eine Methode angegeben, bei der die Verluste durch Messung der Summe und Differenz der Spannung einer Sekundärspule und eines im primären Kreise

<sup>1)</sup> ETZ. 1912, S. 531.      <sup>2)</sup> ETZ. 1912, S. 631, 669.

<sup>3)</sup> ETZ. 1901, S. 379.      <sup>4)</sup> ETZ. 1902, S. 491; 1903, S. 341.

<sup>5)</sup> ETZ. 1905, S. 403.

<sup>6)</sup> ETZ. 1905, S. 503; Wiss. Abh. d. PTR. 1905, S. 207.

<sup>7)</sup> EL. 6. 11. 1908; EL. u. M. Wien. 1908, S. 1156.

liegenden induktionsfreien Widerstandes ermittelt werden. Durch Vergleich der Selbstinduktion einer den Eisenkörper enthaltenden Spule mit einer bekannten Selbstinduktion mittels Differentialtransformators bestimmt Hund<sup>1)</sup> die Induktion und Magnetisierungskurve.

Bei drechender Ummagnetisierung ergeben sich nach Herrmann<sup>2)</sup> dieselben Verluste wie für lineare.

### 13. Aufnahme charakteristischer Kurven des Eisens mit Wechselstrom.

Diese Messung läßt sich im Anschluß an die in Nr. 12 angegebene Eisenprüfung vornehmen, so daß man die Schaltung

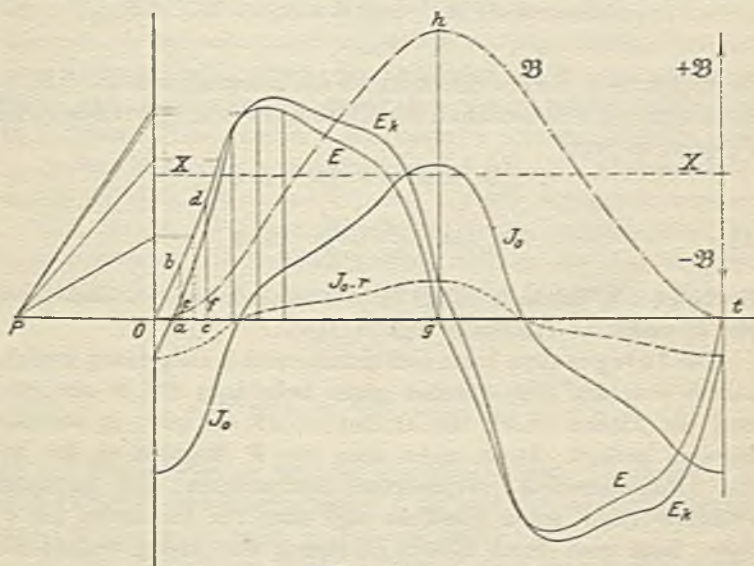


Fig. 152.

Fig. 146 beibehalten kann. Dazu ist noch vor den Apparat ein induktionsfreier Widerstand  $R$  vorzuschalten, der in Verbindung mit einem Kontaktapparat (IV, 18) auch die Stromkurve  $f(J_{0,t}, t)$  neben der Kurve der Klemmenspannung  $f(E_{k,t}, t)$  aufzunehmen

<sup>1)</sup> El. u. M. Wien. Bd. 35, S. 53; ETZ. 1919, S. 22.

<sup>2)</sup> ETZ. 1910, S. 363.



gestattet. ( $R$  darf nicht zu groß sein, da sonst die Kurvenform verändert wird.)

Beide Kurven seien in Fig. 152 dargestellt. Multipliziert man die Augenblickswerte  $J_{0t}$  mit dem Widerstande  $r$  der Magnetisierungsspule, so erhält man die Kurve des Spannungsverlusts  $f(J_{0t} \cdot r, t)$  im Maßstabe von  $E_k$ , deren Ordinaten von denjenigen der  $f(E_t, t)$  abgezogen werden. Dadurch findet man die EMK-Kurve  $f(E_t, t)$ , aus deren Verlauf die Kurve der Induktion  $f(\mathfrak{B}_t, t)$  folgendermaßen erhalten wird. Nach dem Faraday-Maxwellschen Induktionsgesetz ergibt sich für unsere Versuchsanordnung die Gleichung:

$$\int_0^{\frac{T}{2}} E_t \cdot dt = w \cdot v \cdot F \cdot 10^{-8} \cdot \int_{-\mathfrak{B}_{\max}}^{+\mathfrak{B}_{\max}} d\mathfrak{B} = w \cdot v \cdot F \cdot 10^{-8} \cdot 2 \mathfrak{B}_{\max}.$$

Es ist demnach die Induktionskurve die Integralkurve der  $f(E_t, t)$ . Setzt man den Flächeninhalt der EMK-Kurve für  $1/2$  Periode gleich  $F_E$  qcm, so wird

$$c \cdot F_E = w \cdot v \cdot F \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot \mathfrak{B}_{\max}$$

oder 
$$\mathfrak{B}_{\max} = \frac{c \cdot F_E \cdot 10^8}{2 \cdot w \cdot v \cdot F} \quad \text{Gauß}$$

Darin ist  $c$  in Voltsec/qcm als Maßstabsfaktor aus den Maßstäben für  $E_t$  und  $t$  zu ermitteln (vgl. S. 168).

Die Integration kann nun zeichnerisch<sup>1)</sup> ausgeführt werden, indem man auf der Abszisse einen beliebigen Pol  $P$  annimmt und die Fläche durch die Ordinaten  $ab, cd$  usw. in schmale Streifen zerlegt. Dann zieht man von  $P$  Strahlen zu den auf die Ordinatenachse projizierten Endpunkten der mittleren Ordinate eines jeden Streifens und dazu die Parallelen  $oe, ef$  usw. Legt man durch diesen Linienzug eine stetig verlaufende Kurve, so stellt diese  $f(\mathfrak{B}_t, t)$  dar. Die größte Ordinate  $gh$  ist ein Maß für den Flächeninhalt  $F_E$  der EMK-Kurve, und zwar ist

$$F_E = gh \cdot PO.$$

Daraus ergibt sich nun

$$\mathfrak{B}_{\max} = \frac{c \cdot gh \cdot PO \cdot 10^8}{2 \cdot w \cdot v \cdot F}.$$

<sup>1)</sup> Integrant von Naatz. ZVI. 1919, S. 826.

womit auch der Maßstab für die Ordinaten der  $f(\mathfrak{B}_t, t)$  bestimmt ist. Trägt man die zu gleichen Zeiten  $t$  gehörenden Ordinaten von  $J_t$  als Abszissen,  $\mathfrak{B}_t$  (gemessen von einer durch die Mitte von  $gh$  gehenden Linie  $x x$ ) als Ordinaten in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein, so erhält man als Kurve eine dynamische Hysteresisschleife.

Der Inhalt der Schleife stellt den Wert

$$\int_{-J_{0\max}}^{+J_{0\max}} d\mathfrak{B} \cdot J_{0t} = \int_{-J_{0\max}}^{+J_{0\max}} E_t \cdot dt \cdot J_{0t} = A$$

dar, d. h. die bei einer Ummagnetisierung vom Strom  $J_0$  bei der Spannung  $E$  geleistete Arbeit durch Hysteresis und Wirbelströme. Gegenüber den statischen Hysteresisschleifen sind diese Kurven daher etwas verbreitert und an den Spitzen abgerundet, da wegen der Wirbelstromdämpfung die Induktion  $\mathfrak{B}$  bei ansteigendem Strom relativ kleiner, bei sinkendem Strom relativ größer ist. In gleicher Weise nimmt man mehrere solcher Schleifen auf.

Andere Methoden zur Aufnahme der  $f(\mathfrak{B}_t, t)$  sind von Kaufmann (S. 206), Townsend<sup>1)</sup> und Lyle<sup>2)</sup> angegeben worden.

Um daraus die dynamische Magnetisierungskurve zu erhalten, müssen wir berücksichtigen, daß sie die Abhängigkeit der Eiseninduktion  $\mathfrak{B}_{\max}$  von der Feldstärke  $\mathfrak{H}$  darstellt. Nun ist

$$\mathfrak{H} = J_{0s} \frac{w}{l},$$

worin 
$$J_{0s} = J_0 \cdot \sin \varphi_0 = \frac{J_{0\max}}{s_i} \cdot \sin \varphi_0 = \sqrt{J_0^2 - \frac{L_0}{E_k}}$$

die zur Magnetisierung erforderliche Komponente des Stromes  $J_0$  (Fig. 147) mit dem Scheitelfaktor  $s_i$  ist und sich aus den Kurven- und Leistungsaufnahmen bestimmen läßt.

Zu den Feldstärken  $\mathfrak{H}$  als Abszissen trägt man nun als Ordinaten die zu den Spitzen der Schleifen gehörigen Werte von  $\mathfrak{B}_{\max}$  auf (in Wirklichkeit fällt  $J_{0\max}$  mit  $\mathfrak{B}_{\max}$  nicht ganz zusammen) und erhält daraus durch stetige Verbindung der Punkte die dynamische Magnetisierungskurve. Die Induktion  $\mathfrak{B}_{\max}$  kann man auch aus der in einer auf den Eisenkörper gewickelten Sekun-

<sup>1)</sup> Tr. AIEE. 1901, S. 5.

<sup>2)</sup> Phil. Mag. 1903, S. 549; ZfL. 1904, S. 63 (Ref.).



därspule induzierten EMK  $E_2$  ermitteln, deren Klemmenspannung  $E_{k_2}$  gemessen wird. Es ist dann

$$E_2 \approx E_{k_2} + \frac{E_{k_2}}{R_{S_2}} \cdot r_2.$$

Darin bedeuten  $R_{S_2}$  den Widerstand des Spannungsmessers und  $r_2$  den Widerstand der Sekundärspule.

Die auf diese Weise aufgenommenen Magnetisierungskurven können bis zu 70% von der statischen Kurve abweichen, wie Bragstad und Liska<sup>1)</sup> in einem Aufsatz gezeigt haben, in welchem sie außerdem eine Methode zur Bestimmung der Magnetisierungskurve für die Grundwelle und die höheren Harmonischen aus der dynamischen Kurve angeben. Zur Eisenprüfung bei Hochfrequenz bis 200 000 Per/sec hat Alexanderson<sup>2)</sup> eine neue Methode angegeben.

#### 14. Aufnahme von Feldverteilungskurven elektrischer Maschinen (Poldiagramm).

Die Feldverteilungskurven  $f(\mathfrak{B}, \alpha)$  stellen die Abhängigkeit der Induktion  $\mathfrak{B}$  in der Nähe der Ankeroberfläche von dem Bogen  $\alpha$  des Ankerumfanges dar. Man benutzt dazu Methoden, mit denen man die Induktion  $\mathfrak{B}$  bestimmen kann.

##### a) Mit der Wismutspirale (vgl. S. 202).

Man befestigt die Spirale an einem beweglichen Arm, der an einer in Grad geteilten Scheibe entlang parallel zur Achse der Maschine bewegt werden kann, und führt die Spirale bei stillstehender und normal erregter Maschine in den Luftspalt zwischen Anker und Polschuh ein. Die für die verschiedenen Stellungen bzw. Drehwinkel  $\alpha$  aus der Eichkurve der Spirale ermittelten Werte

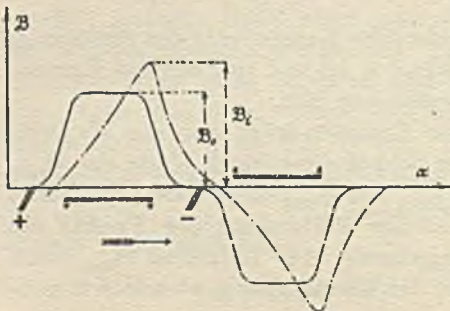


Fig. 153.

<sup>1)</sup> ETZ. 1908, S. 713; 1911, S. 611.

<sup>2)</sup> ETZ. 1911, S. 1078.

von  $\mathfrak{B}_0$  stellt man nun in Abhängigkeit von  $\alpha$  dar, wie Fig. 153 zeigt. Außerdem wird die Lage der Pole in demselben Maß bestimmt und mit der Bürstenstellung und Drehrichtung des Ankers in das Diagramm eingetragen. In gleicher Weise läßt sich die Kurve für das Ankerfeld  $f(\mathfrak{B}_a, \alpha)$  allein aufnehmen, wenn man bei unerregtem Felde den der betr. Belastung entsprechenden Strom  $J_a$  durch den stillstehenden Anker leitet. (Bei selbst-erregten Nebenschlußmaschinen ist  $J_a = J + J_n$ ). Will man ferner die Feldverteilung für den normalen Betrieb mit belastetem Anker ermitteln, so kann man die Ordinaten  $\mathfrak{B}_0$  und  $\mathfrak{B}_a$  der beiden Kurven addieren oder auch die Feldkurve bei Belastung  $f(\mathfrak{B}_i, \alpha)$  (gestrichelt) experimentell aufnehmen, indem man den Anker bei voller Erregung festklemmt und ihm nur eine Spannung gleich dem Spannungsverlust  $E_{r_a}$  im Anker liefert, die den betreffenden Strom im Anker bei Stillstand erzeugt.

Bei der Messung ist möglichst die Temperatur einzuhalten, für welche die Spirale geeicht ist.

#### b) Mittels schmaler Prüfspule.

Auch hierbei muß die Maschine still stehen. Die Methode hat ebenso wie die unter a) angegebene den Vorteil, daß man die Untersuchungen auch für Bürstenstellungen ausführen kann, bei denen die Maschine sonst feuern würde. Man befestigt an dem beweglichen Arm eine schmale L-förmige Messingschiene als Führung für eine darin befindliche schmale (ca. 5–8 mm) Prüfspule von der Länge des Ankers.

Schließt man die Spule an ein geeichtes ballistisches Galvanometer und zieht sie schnell aus dem Luftspalt heraus, dann ist die ballistische Ablenkung  $s$  ein Maß für die in dem von der Spule umschlungenen Streifen des Feldes herrschende mittlere Induktion  $\mathfrak{B}$ . Der absolute Wert läßt sich bei bekannter Windungszahl und Windungsfläche ebenfalls berechnen. In gleicher Weise kann man die Messung des von dem Ankerstrom erzeugten Ankerfeldes ohne und mit voller Erregung durchführen. Morphy und Oschwald<sup>1)</sup> bestimmen in ähnlicher Weise die relative Dichte und Richtung des Feldes mittels schmaler Prüfspule.

Will man den Einfluß des remanenten Feldes auf das bei unerregter Magnetwicklung vorhandene Ankerfeld beseitigen,

<sup>1)</sup> El. 1912, S. 583; ETZ. 1912, S. 462.



so muß man bei stromlosem Anker ohne Felderregung die Kurve des remanenten Feldes  $f(\mathcal{B}_r, \alpha)$  aufnehmen und die Ordinaten von denen der  $f(\mathcal{B}_a, \alpha)$  abziehen. Anstatt die Spule aus dem Felde herauszuziehen, kann man sie bei größeren Lufträumen auch um ihre Achse um  $180^\circ$  umlegen, wobei die doppelte Ablenkung  $2s$  sich ergibt. Eine dritte Methode würde darin bestehen, für die verschiedenen Lagen der Spulen die für die Erzeugung der zu messenden Felder in Frage kommenden Ströme auszuschalten und den dabei auftretenden Induktionsstoß zu messen. Wegen der Wirkung der Selbstinduktion könnte man diese Methode nur bei kleinen Maschinen anwenden oder müßte zum Schutz gegen Durchschlagen der Wicklungen besondere Anordnungen (elektrolytische Zellen, große Widerstände parallel zur Wicklung) treffen.

### c) Mit zwei verschiebbaren Hilfsbürsten.

Zwei dünne schmale Bürsten möglichst aus hartem Kupferblech (zur Vermeidung von Thermo-EMK'en) sind auf einem beweglichen Arm befestigt, der wie bei a) und b) an einer Scheibe mit Gradeinteilung verschiebbar ist. Die beiden Bürsten (Fig. 154) sind über einen Umschalter  $U$  mit einem Spannungsmesser  $e$  verbunden.

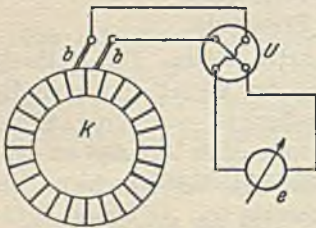


Fig. 154.

Die Entfernung zwischen den Bürsten ist so zu wählen, daß sie die gleichliegenden Kanten derjenigen Lamellen berühren, die um den Kommutatorschritt  $y_k$  gegeneinander verschoben sind. Der Schritt  $y_k$  oder die Entfernung zwischen den Kommutatorlamellen, welche eine Spule begrenzen, ist entsprechend der Schaltung verschieden. Wenn man nun für Schleifen- und Spiralwicklungen die Hilfsbürsten um eine bzw.  $m$  (für  $m$ -fache Parallelschaltung) Lamellenbreiten gegeneinander verschoben einstellen muß, so ist bei Wellenwicklungen, bei denen eine Spule zwischen  $y_k$  Lamellen oder  $p$  Spulen zwischen  $a$  Lamellen liegen und das Verhältnis  $\frac{p}{a}$  ( $2p$  Pole,  $2a$  Ankerzweige) eine ganze Zahl ist, die Spannung zwischen  $y_k$  (angenähert auch zwischen benachbarten) Lamellen zu messen, dagegen beträgt die Entfernung der Hilfsbürsten, wenn  $\frac{p}{a}$  ein Bruch ist,  $a$  Lamellen. Im letzteren Fall mißt

man jedoch den Mittelwert aller Komponenten des Feldes, welches von  $p$  Spulen umschlossen wird, die außerdem vor verschiedenen Polen liegen, so daß man die mittlere Feldstärke von  $p$  Polen erhält. Läßt man jetzt die Maschine mit normaler und konstanter Erregung laufen, so werden die einzelnen Ankerspulen entsprechend ihrer Stellung  $\alpha$  (bezogen auf irgendeine Anfangslage) zum Feld verschieden große EMKe aufweisen, von denen aber nur die mit den Bürsten verbundenen auf den Spannungsmesser einwirken können. Derselbe zeigt dann eine Ablenkung, welche beim Verlassen der in diesem Augenblick wirksamen Spule von der EMK der nächstfolgenden aufrechterhalten wird. Dreht man den Arm mit den Bürsten um ein Stück weiter, so erhält man die EMK für eine andere Stellung  $\alpha$  der Spule im Felde. Durch Darstellung der abgelesenen Werte  $e$  als Funktion von  $\alpha$  erhält man die Kurven der Verteilung des Feldes im Spannungsmaßstab für

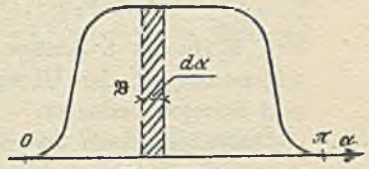


Fig. 155.

Leerlauf. In derselben Weise werden auch noch Kurven bei verschiedenem Belastungsstrom aufgenommen. Da die Spule Strom führt, so ist zur gemessenen Spannung noch der in ihr auftretende positive oder negative Spannungsverlust zu addieren, je nachdem Strom und induzierte EMK der betreffenden Ankerspule gleiche oder entgegengesetzte Richtung haben. Aus den Kurven ist die Verzerrung und Verschiebung des Feldes durch die Quermagnetisierung und die Schwächung durch Entmagnetisierung erkennbar.

Es ist nämlich die von der Kurve eingeschlossene Fläche ein Maß für den gesamten Kraftfluß  $\mathfrak{N}$  eines Pols.

Für einen schmalen Streifen (Fig. 155) von der Breite  $d\alpha$  und der Höhe  $\mathfrak{B}$  ist der Inhalt desselben  $\mathfrak{B} \cdot d\alpha$  der Kraftfluß, welcher für  $l$  cm Ankerlänge und den Winkel  $d\alpha$  in den Anker eintritt. Für die Ankerlänge  $l$  ist dann

$$l \cdot \mathfrak{B} \cdot d\alpha = d\mathfrak{N}$$

die zum Winkel  $d\alpha$  gehörige Linienzahl, und für eine Polteilung ist, bezogen auf eine zweipolige Maschine,

$$\int_0^{\pi} l \cdot \mathfrak{B} \cdot d\alpha = \int_0^{\mathfrak{N}} d\mathfrak{N} = \mathfrak{N} \text{ Maxwell}$$



der von einem Pol in den Anker eintretende Kraftfluß. Zieht man  $l$  als Konstante vor das Integralzeichen, so stellt  $\int_0^{\pi} \mathfrak{B} \cdot d\alpha$  den Inhalt  $F$  der Kurvenfläche dar, folglich ist  $\mathfrak{N} = l \cdot F$ . Die Fläche ist also ein Maß für  $\mathfrak{N}$ .

Um den Einfluß der Quermagnetisierung allein festzustellen, muß man die Wirkung der Entmagnetisierung beseitigen, indem man die Erregung für Belastung so weit vergrößert, daß die im Anker induzierte EMK  $E_a'$  gleich der bei Leerlauf auftretenden  $E_a$  ist, d. h. es muß

$$E_k = E_a \mp J_a \cdot (R_a + R_u) = c \mp J_a \cdot (R_a + R_u)$$

sein, worin das  $\mp$ -Zeichen für einen Motor gilt und  $R_a$  den Ankerwiderstand,  $R_u$  den Übergangswiderstand zwischen Kommutator und Bürsten bedeutet.

Im allgemeinen ist es nicht notwendig, die Kurven im Induktionsmaßstab zu zeichnen, da für manche Zwecke (z. B. Wirkungsgrad) nur das Verhältnis  $\frac{\mathfrak{B}_i}{\mathfrak{B}_0}$ , welches gleich  $\frac{e_i}{e_0}$  ist, in Frage kommt.

Will man die Kurven nicht relativ, sondern absolut als  $f(\mathfrak{B}, \alpha)$  bestimmen, so muß man bei der Aufnahme berücksichtigen, daß das Instrument nicht die wirkliche EMK  $e$ , sondern einen etwas kleineren Wert  $e'$  angibt. Dieser Fehler ist zwar sehr geringfügig, kann aber bei dicken Isolationsschichten zwischen den Kommutatorlamellen und niedriger Drehzahl von Einfluß sein, und zwar rührt er davon her, daß entweder bei größerer Auflagefläche der Hilfsbürsten die induzierte Spule zweitweise kurzgeschlossen oder, wenn das bei schmalen Bürsten nicht der Fall sein sollte, der Stromkreis des Instruments für kurze Zeit unterbrochen wird, so daß der Spannungsmesser nicht einen kontinuierlichen Gleichstrom erhält, für den er geeicht ist, sondern einen pulsierenden, dessen Mittelwert  $e'$  vom Instrument angezeigt wird. Zur Vermeidung dieses Fehlers eicht man vorher den Spannungsmesser für die betreffende Unterbrechungszahl, indem man (Fig. 156) parallel zu den beiden Punkten  $a b$ , deren Spannung  $e$  bekannt und beliebig regulierbar ist, den Spannungsmesser  $e'$  in Reihe mit den Hilfsbürsten anlegt, und die zu verschiedenen Werten von  $e$  abgelesenen Spannungen  $e'$  zeichnerisch

darstellt. Damit außerdem die infolge von Remanenz in den Ankerspulen induzierten EMKE die Angaben nicht beeinflussen, wird das Feld so weit in entgegengesetzter Richtung erregt, daß ein an den Hauptbürsten liegender Spannungsmesser  $E$  keine Ablenkung zeigt.

Diese Methode ist jedoch nur in dem einzigen Falle zur genauen Aufnahme der Feldstärke verwendbar, wenn der Anker Durchmesserwicklung hat, d. h. die Spulenweite gleich der Polteilung ist. Bei Sehnenwicklungen mit stark verkürztem Schritt ist daher nur eine relative Messung des Feldes möglich.

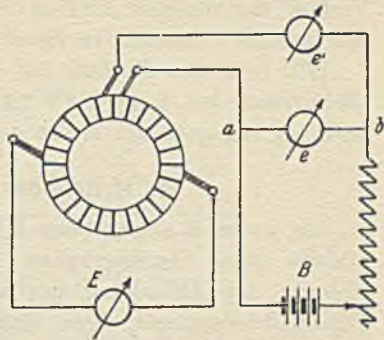


Fig. 156.

#### d) Mit rotierender Hilfsspule.

Für genaue Messungen empfiehlt es sich, eine Hilfsspule von der Weite einer Polteilung und einigen Windungen um den Anker zu wickeln und die Enden zu zwei Schleifringen zu führen. Für die in verschiedenen Stellungen der Spule zum Feld auftretende EMK können die Augenblickswerte dann durch einen drehbaren Kontaktgeber (Joubertsche Scheibe) und ein ballistisches Galvanometer aufgenommen werden (IV, 18a).

Auch der Verlauf des Ankerfeldes allein kann auf diese Weise genau festgestellt werden, indem man dazu den vom normalen Strom durchflossenen

Anker bei unerregtem Feld rotieren läßt. Der Anker erzeugt dann ein zu dem Magnetfeld senkrechtes, aber stillstehendes Feld, welches die Ankerleiter bzw. die Hilfsspule schneidet

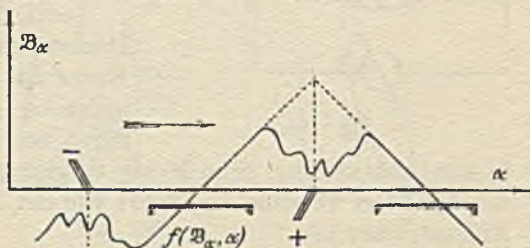


Fig. 157.

und daher in ihnen eine EMK induziert. Die absoluten Werte von  $e$  bzw.  $\mathfrak{B}$  können nach Fig. 156 durch Eichung er-



mittelt werden. Das Diagramm  $f(\mathcal{B}_a, \alpha)$  dieses Feldes (Fig. 157) zeigt um die neutrale Zone bzw. Bürstenlage herum einen zackigen Verlauf, der von dem Einfluß der kurzgeschlossenen bzw. aus dem Kurzschluß austretenden Spule herrührt.

Will man den Einfluß der Quermagnetisierung auf das Feld allein feststellen, so ist die Wirkung der Entmagnetisierung in der unter c) angegebenen Weise aufzuheben.

### e) Mittels des Oszillographen.

Die unter d) angegebene Hilsspule läßt man auf eine Meßschleife eines Oszillographen (IV, 18b) einwirken. Zur Einstellung der Ablenkung des schwingenden Spiegels dient ein Vorschaltwiderstand. Den Maßstab der Ordinaten erhält man, indem man durch Umschalten auf eine bekannte Spannung  $E$  bei unveränderlichem Widerstand der Meßleitung eine zur Abszisse parallele Linie aufzeichnen läßt.

### f) Aus der Potentialkurve des Kommutators.

Nimmt man die Potentialdifferenz  $e_1$  zwischen einer feststehenden Hauptbürste und verschiedenen Punkten des Kommutators nach Fig. 158 auf, indem man den Spannungsmesser zwischen

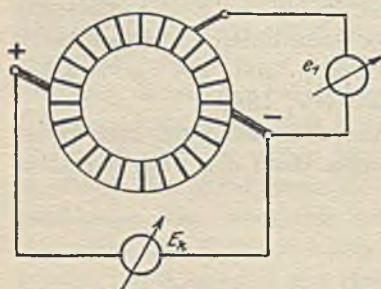


Fig. 158.

eine Hauptbürste (-) und eine Hilfsbürste legt, so ergibt die zeichnerische Darstellung eine Kurve, die man als Potentialkurve des Kommutators  $f(e_1, \alpha)$  bezeichnet (Fig. 159).

Die Differenz zwischen dem Höchst- und Niedrigstwert der Kurve ist gleich der Klemmenspannung  $E_k$ . Die Belastungskurve ist bei einem Generator

in der Drehrichtung, beim Motor entgegengesetzt derselben verschoben. Die Verschiebung rührt von der Ankerrückwirkung des Ankerstromes her.

Die Ordinaten der Kurve stellen sich dar als die Summe aller Einzelpotentiale  $e_k$  des Kommutators zwischen der Hauptbürste und dem zu der betreffenden Ordinate gehörenden Punkt des Kommutators. Stellt man die Einzelpotentiale als Funktion

des Kommutatorumfanges  $\alpha$  zeichnerisch dar, so erhält man die sogenannte **Kommutatorkurve**  $f(e_k, \alpha)$ . Da nun  $e_1 = \sum_0^\alpha e_k$

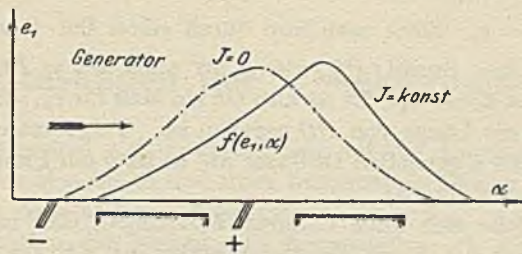


Fig. 159.

oder für unendlich kleine Winkel  $\alpha$  auch  $e_1 = \int_0^\alpha e_k \cdot d\alpha$  gesetzt werden kann, so ist  $e_k = \frac{de_1}{d\alpha}$  und die Kurve  $f(e_k, \alpha) = f\left(\frac{de_1}{d\alpha}, \alpha\right)$ .

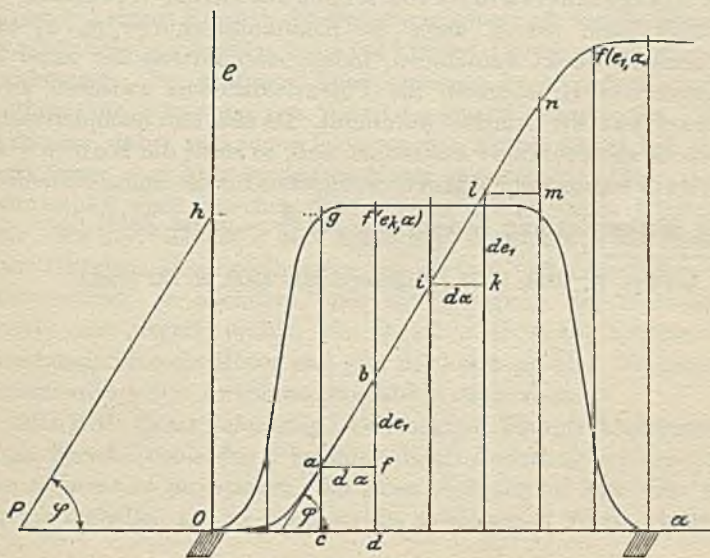


Fig. 160.

Die Kommutatorkurve ist demnach die Differentialkurve der Potentialkurve und läßt sich aus ihr nach folgender geometrischen Methode ableiten (Fig. 160), welche die Umkehrung



der in Fig. 152 angegebenen ist. Man teilt die Fläche in schmale, senkrechte Streifen, legt in den Ordinatenendpunkten  $a b i l$  usw. die geometrischen Tangenten an die Kurve, dann ist  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{de_1}{d\alpha} = e_k$ . Zieht man nun durch einen Pol  $P$  unter dem Winkel  $\varphi$  den Strahl  $Ph$ , dann ist auch  $Oh = PO \cdot \operatorname{tg} \varphi = \operatorname{konst} \operatorname{tg} \varphi = \operatorname{konst} \cdot e_k$ . Es ist also  $Oh$  ein Maß für  $e_k$ , dessen Maßstab durch die Länge von  $PO$  gegeben ist. Trägt man  $cg = Oh$  auf der durch  $a$  gehenden Ordinate ab, so ist  $g$  ein Punkt der gesuchten Kurve  $f(e_k, \alpha)$ .

Diese ließe sich auch dadurch bestimmen, daß man durch die Punkte  $a, b, i, l$  usw. die Horizontalen  $af, ik, lm$  zieht und die dadurch entstehenden Ordinatenunterschiede  $de_1$  z. B.  $fb, kl, mn$  usw. von der Abszissenachse aus aufträgt, solange die Breite  $cd$  klein ist.

Zur punktweisen Ermittlung der Differentialkurve kann man den Spiegelderivator<sup>1)</sup> von Ernecke, Berlin, verwenden.

Man kann jedoch auch die Kommutatorkurve  $f(e_k, \alpha)$  experimentell direkt aufnehmen, indem man mittels der unter c) angegebenen Hilfsbürsten die Potentialdifferenz zwischen zwei benachbarten Lamellen aufnimmt. Da sich nun nach derselben Methode die Feldkurve bestimmen ließ, so stellt die Kommutatorkurve auch die Feldkurve wenigstens für die Spiral-Schleifen- und Wellenwicklung (jedoch nur bei  $\frac{p}{a} = \text{ganze Zahl}$ ) dar.

<sup>1)</sup> Phys. Z. 1909, S. 57 (Wagener); ZfL 1909, S. 122 (Ref.).

### III. Messungen der Gleichstromtechnik.

Sie erstrecken sich hauptsächlich auf die Untersuchung der elektrischen Maschinen und ihres Zusammenarbeitens mit Akkumulatoren oder anderen Maschinen.

Vor Beginn der Messung ist festzustellen, ob die Maschine sich in dem für die Untersuchung erforderlichen Zustand befindet. Insbesondere ist die Bürstenlage, Drehrichtung und die Schaltung zu prüfen. Die Bürsten sollen auf denjenigen Lamellen des Kommutators aufliegen, zwischen denen die höchste Potentialdifferenz oder Klemmenspannung auftritt, ohne zu feuern.

Ist bei einem Versuch die Spannung innerhalb weiter Grenzen zu verändern, so benutzt man bei kleinen Leistungen Vorschaltwiderstände. Bei größeren Energiemengen ist es jedoch zweckmäßiger, die Schaltung von Ward Leonard anzuwenden. Man verbindet dabei mit einer Klemme des Netzes einen Pol eines durch einen vom Netz gespeisten Motor angetriebenen Generators; dann erhält man zwischen den anderen beiden freien Klemmen von Netz und Generator eine Spannung, die sich aus der Summe oder Differenz der Spannungen des Netzes und Generators zusammensetzt, je nachdem man die Erregung des Generators positiv oder negativ wählt. Bei negativer Erregung arbeitet die Zusatzmaschine als Motor und gibt die Leistung über den generatorisch wirkenden Antriebsmotor ans Netz zurück.

Mit Hilfe dieser Schaltung ist es möglich, Hauptschlußmotoren ohne Vorschaltwiderstand lediglich durch Änderung der Erregung des Generators anzulassen. Zu allen Aufnahmen legt man sich vorher Tabellen an, in die man die abgelesenen Werte einträgt.

#### 1. Aufnahme der charakteristischen Kurven.

Die Gleichstrommaschinen lassen sich nach der Erzeugung ihres Magnetfeldes in zwei Gruppen einteilen, und zwar in solche



mit Fremderregung oder Selbsterregung. Zu den letzteren gehören die Nebenschluß-, Hauptschluß- und Doppelschlußmaschinen.

Besitzen die Maschinen Wendepole, so ist zu berücksichtigen, daß bei Verschiebung der Bürsten in der Drehrichtung bei Generatoren die EMK, bei Motoren die Drehzahl sinkt.

Die Vorgänge, welche sich nun beim Betriebe in den Maschinen abspielen, lassen sich experimentell aufnehmen und am besten durch Diagramme, sogenannte Charakteristiken, darstellen.

### a) Fremderregte Generatoren.

#### $\alpha$ ) Leerlaufcharakteristik:

$$f(E_a, J_e), \quad J = 0, \quad n = \text{konst.}$$

Sie gibt die Abhängigkeit der im Anker induzierten EMK  $E_a$  bei Leerlauf ( $J = 0$ ) von der MMK des Feldes  $\mathfrak{M}_f$  oder vom Erregerstrom  $J_e$  an, da  $J_e = c \cdot \mathfrak{M}_f$  ist. Die Drehzahl  $n$  ist während des ganzen Versuches konstant zu halten. Der Antrieb geschieht am besten durch einen Elektromotor. Die Schaltung zur Aufnahme der Charakteristik zeigt Fig. 161.

An die Feldwicklung  $F$  wird die Erregerstromquelle  $B$  mit Regulator  $r_e$  und Strommesser  $J_e$  angeschlossen und an den Anker  $A$  ein Spannungsmesser  $E_a$ . Nachdem die Maschine in Betrieb gesetzt ist, wird bei einer beliebigen Erregung die richtige Bürstenlage eingestellt, wobei nämlich der Spannungsmesser für funkenfreien Gang die größte Ablenkung zeigen muß. Dann schaltet man den Erregerstrom  $J_e$  wieder aus, reguliert auf die normale Drehzahl und liest die EMK  $E_a$  ab, welche vom remanenten Felde ( $J_e = 0$ ) erzeugt wird. Nun schaltet man den Strom  $J_e$  ein, steigert ihn allmählich bis zu einem Höchstwert, der über dem normalen liegen kann, und bestimmt die zugehörigen Werte der EMK  $E_a$ . Geht man jetzt mit der Erregerstromstärke herunter, so erhält man eine neue Reihe von Werten für  $E_a$ , die infolge der Hysterisis höher als die zuerst aufgenommenen sind.

Fig. 161.

Nach der Tabelle

$$|J_e| E_a \quad n = \text{konst.}, \quad J = 0$$

stellt man den Verlauf der EMK  $E_a$  abhängig von  $J_e$  als stetige Kurve dar (Fig. 162) mit der (gestrichelten) Leerlaufcharakteristik, welche aus dem Mittelwert der gezeichneten ausgeglichenen Kurven gebildet ist.

Da nun  $E_a = c \cdot \mathfrak{B}_a$  ist, so stellt  $f(E_a, J_e)$  in einem anderen Maßstabe auch die Abhängigkeit der Ankerinduktion  $\mathfrak{B}_a$  von der Erregung dar. Man nennt daher die  $f\left(\frac{E_a}{c}, J_e\right)$  auch die Magnetisierungskurve der Maschine. Dieselbe ist im Gegensatz zur Leerlaufcharakteristik von der Drehzahl unabhängig, da diese in der Konstanten  $c$  enthalten ist.

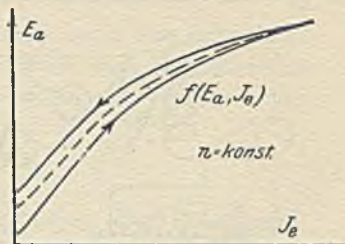


Fig. 162.

Kann die Drehzahl nicht konstant gehalten werden, so muß man die gefundenen Werte  $E_a'$  auf die normale Drehzahl umrechnen. Da nämlich  $E_a = c \cdot n$  und  $E_a' = c \cdot n'$  ist, so folgt daraus

$$\frac{E_a}{E_a'} = \frac{n}{n'} \quad \text{oder} \quad E_a = E_a' \cdot \frac{n}{n'}$$

Für die Aufnahme ist die normale Bürstenstellung der belasteten Maschine einzuhalten. Werden die Bürsten in der Drehrichtung verschoben, so liegt die  $f(E_a, J_e)$  wegen der längsmagnetisierenden Windungen der Kurzschlußströme höher und umgekehrt<sup>1)</sup>.

### β) Belastungscharakteristik:

$$f(E_k, J_e), \quad J = \text{konst.}, \quad n = \text{konst.}$$

Lassen wir die Maschine nach Fig. 163 geschaltet auf einen äußeren Widerstand  $R$  arbeiten und regulieren  $R$  so ein, daß bei veränderlicher Stromstärke  $J_e$  der Belastungsstrom  $J$  konstant bleibt und lesen die zu  $J_e$  gehörige Klemmspannung  $E_k$  ab, so ergibt sich die Tabelle

$$| J_e | E_k | \quad n = \text{konst.}, \quad J = \text{konst.}$$

und daraus die Belastungscharakteristik —  $f(E_k, J_e)$ ,  $J = \text{konst.}$  — für den normalen Strom (Fig. 164).

<sup>1)</sup> ETZ. 1902, S. 822; Pohl, Kurzschlußströme in Gleichstromankern. Samml. el. Vortr. VI, 10.



In derselben Weise kann man auch für andere Belastungen  $J_2 = \frac{3}{4}J$ ,  $J_3 = \frac{1}{2}J$  usw. Kurven aufnehmen. Für  $E_k = 0$  muß  $\frac{E_k}{J} = R$  ebenfalls Null werden, d. h. wir beginnen die Aufnahme,

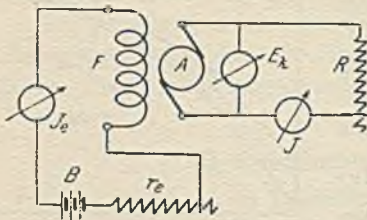


Fig. 163.

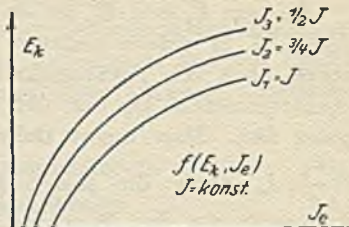


Fig. 164.

indem wir  $R$  kurzschließen, wozu ein Lampenstativ mit parallel geschalteten Glühlampen nicht genügt, da der Gesamt Widerstand aller Lampen niemals Null werden kann. Zweckmäßig schaltet man daher noch einen Kurbelwiderstand zu den Lampen parallel.

;) Äußere Charakteristik:  
 $f(E_k, J)$ ,  $n = \text{konst.}$

Sie gibt die Abhängigkeit der Klemmenspannung  $E_k$  von dem Belastungsstrom  $J$  an, wobei durch einen Vorversuch der Regulierwiderstand  $r_e$  so eingestellt wird, daß bei dem normalen Strom  $J$  die normale Klemmenspannung  $E_k$  auftritt, und es bleibt der Widerstand während der ganzen Aufnahme unverändert.

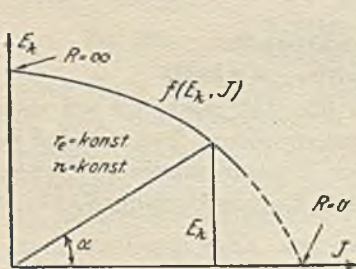


Fig. 165.

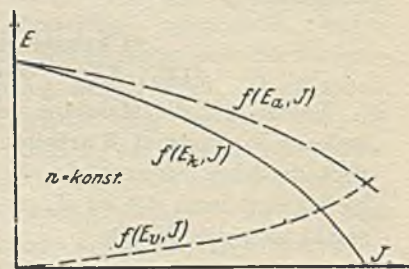


Fig. 166.

Nach Ausschalten der Belastung ändern wir nun bei derselben Schaltung wie in Fig. 163 den äußeren Widerstand  $R$  allmählich von seinem höchsten Wert beginnend und lesen zu den verschie-

denen Belastungsströmen  $J$  die Klemmenspannung  $E_k$  ab, woraus sich die Tabelle

$$J | E_k | \quad r_e = \text{konst.}, \quad n = \text{konst.}$$

und die Kurve Fig. 165 ergibt. Zieht man darin von einem beliebigen Punkt der Kurve einen Strahl nach dem Koordinatenanfang, der den  $\alpha$  mit der Abszissenachse einschließt, so ist

$$\text{tg } \alpha = \frac{E_k}{J} = R.$$

Für  $J = 0$  ist  $\alpha = 90^\circ$  und damit  $R = \infty$ . Der Belastungswiderstand  $R$  muß also von seinem größten Wert allmählich abnehmen, bis für  $R = 0$  die Maschine kurzgeschlossen wäre. Diesen Zustand wird man jedoch niemals einstellen, da sonst der Belastungsstrom  $J$  einen unzulässig hohen Wert (ca. den 5fachen) annehmen würde, wodurch die Maschine beschädigt werden könnte. Die Kurve läßt sich auch aus einer Schar von Belastungscharakteristiken ermitteln, indem man für den betreffenden Erregerstrom  $J_e$  eine Ordinate zieht und die zu den Kurven hierfür gehörenden Spannungen  $E_k$  als Funktion der den Kurven entsprechenden Ströme  $J$  zeichnerisch darstellt.

Bestimmt man durch Spannungs- und Strommessung oder genauer nach den bei der Wirkungsgradbestimmung (Nr. 6, c.) gemachten Angaben für verschiedene Ströme  $J$  den Widerstand  $R_a + R_u$  für den Anker und Übergang von den Bürsten zum Kommutator, so kann man  $E_v = J \cdot (R_a + R_u)$  als Funktion von  $J$  bilden (Fig. 166) und nach der Gleichung  $E_a = E_k + J \cdot (R_a + R_u)$  auch die Kurve  $f(E_a, J)$ , indem man die Ordinaten von  $f(E_k, J)$  und  $f(E_v, J)$  addiert.

Diese Kurve  $f(E_a, J)$ ,  $n = \text{konst.}$  bezeichnet man als innere Charakteristik. Für die Generatoren hat sie jedoch geringere Bedeutung, dagegen mehr für Motoren, wie wir später sehen werden.

### b) Nebenschlußgeneratoren.

Mit einigen kleinen Änderungen der Schaltung lassen sich hierbei die charakteristischen Kurven genau wie bei der fremderregten Maschine aufnehmen, so daß hier nur die Tabellen und Schaltung (Fig. 167) angegeben werden sollen.



$\alpha$ ) Leerlaufcharakteristik:

$$f(E_a, J_n), \quad J = 0, \quad n = \text{konst.}$$

Hierbei läßt man den äußeren Stromkreis ausgeschaltet, d. h.  $R = \infty$ .

Ist die Maschine noch nicht als Generator gelaufen, so wird sie im allgemeinen keine Spannung liefern, da kein Feld vorhanden

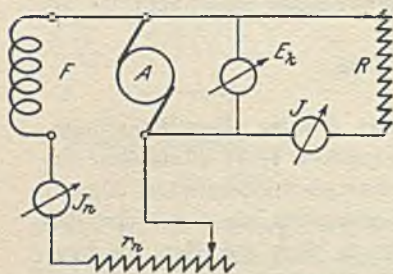


Fig. 167.

ist. Man magnetisiert daher bei ausgeschaltetem Nebenschlußregulator ( $r_n = \infty$ ) das Feld mit Hilfe einiger Akkumulatorzellen oder Elemente und schaltet dann  $r_n$  ein. Steigt dann die Spannung  $E_a$ , so erregt sich die Maschine selbst, während im anderen Falle beim Einschalten von  $r_n$  die durch Remanenz bedingte Spannung verschwindet. Die Ankerklemmen

müssen dann umgelegt werden, wenn man nicht die Drehrichtung umkehren will.

Die Aufnahme wird nun entsprechend der Tabelle

$$| J_n | E_a | \quad n = \text{konst.},$$

ausgeführt, woraus sich ähnliche Kurven wie in Fig. 162 ergeben. Bezüglich der Bürstenstellung gilt hier ebenfalls das bei der Leerlaufcharakteristik der fremderregten Maschine Gesagte.

 $\beta$ ) Belastungscharakteristik:

$$f(E_k, J_n), \quad J = \text{konst.}, \quad n = \text{konst.}$$

Hierbei schaltet man den Widerstand  $R$  so ein, daß bei veränderlichem Strom  $J_n$  der äußere Strom  $J$  konstant bleibt. Nach der Tabelle

$$| J_n | E_k | \quad n = \text{konst.}, \quad J = \text{konst.}$$

erhält man dann Kurven, wie in Fig. 164 angegeben.

 $\gamma$ ) Äußere Charakteristik:

$$f(E_k, J), \quad r_n = \text{konst.}, \quad n = \text{konst.}$$

Mit derselben Schaltung (Fig. 167) wird auch diese Kurve aufgenommen, indem man durch einen Vorversuch  $r_n$  so einstellt, daß bei normaler Belastung  $J$  die normale Klemmen-

spannung  $E_k$  auftritt, worauf die Belastung allmählich ausgeschaltet und die eigentliche Messung bei  $J = 0$  begonnen wird. Aus der Tabelle

$$| J | E_k | \quad r_n = \text{konst.}, \quad n = \text{konst.}$$

ergibt sich dann eine Kurve (Fig. 168), welche von der bei Fremderregung aufgenommenen stark abweicht. Es ergeben sich nämlich zu einer bestimmten Stromstärke  $J$  zwei verschiedene Werte der Klemmenspannung  $E_k$ , von denen der größere,  $E_{k_1}$ , zu einem größeren Belastungswiderstande  $R_1$  gehört. Für  $E_k = 0$  bzw.  $R = 0$  ist der Strom  $J = 0a$ . Derselbe würde verschwinden, wenn kein remanentes Feld vorhanden wäre (punktirierte Kurve). Jedenfalls ist aber  $0a$  kleiner als der normale Strom, so daß bei einer Nebenschlußmaschine ein allmählich eintretender Kurzschluß für die Wicklung ungefährlich ist, weil das Feld bis auf einen kleinen Betrag verschwindet, und damit der Strom nur kurze Zeit verhältnismäßig hoch bleibt.

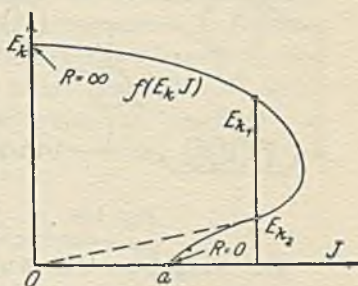


Fig. 168.

Für die Antriebsmaschine dagegen ist ein plötzlicher Kurzschluß unter voller Spannung schädlich, da infolge der magnetischen Trägheit das volle Feld noch einige Zeit bestehen bleibt, wodurch ein starker Belastungsstrom auftritt, der bei seinem plötzlichen Auftreten leicht einen Bruch des Gestänges oder Riemens hervorrufen kann.

Aus der Aufnahme läßt sich auch die Spannungsänderung  $\frac{E_{k_0} - E_k}{E_k} \cdot 100\%$  ermitteln. Die äußere Charakteristik ließe sich auch aus einer Schar von Belastungscharakteristiken konstruieren, indem man in Fig. 164 vom Koordinatenanfang aus eine sogenannte Widerstandsgerade zieht deren Neigung  $\varphi$  die Bedingung erfüllt, daß  $\text{tg } \varphi = \frac{E_k}{J_n} = r_n$  ist. Die zu den Schnittpunkten der Geraden mit den Kurven gehörenden Klemmenspannungen  $E_k$  werden dann als Ordinaten zu den den Kurven zugehörigen Belastungsströmen  $J$  zeichnerisch dargestellt.



## c) Hauptschlußgeneratoren.

Da hierbei die Leerlauf- und Belastungscharakteristiken für Selbsterregung nicht aufgenommen werden können, so verwendet man Fremderregung, wofür dann dieselben Schaltungen und Vorschriften wie für die fremderregten Generatoren gelten.

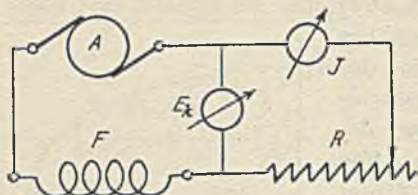


Fig. 169.

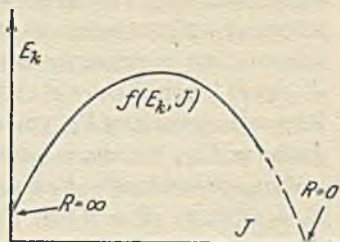


Fig. 170.

Zur Aufnahme der äußeren Charakteristik  $f(E_k, J)$ ,  $n = \text{konst.}$  macht man die Schaltung Fig. 169 und nimmt nach folgender Tabelle

$$| J | E_k | \quad n = \text{konst.}$$

durch Veränderung des äußeren Widerstandes  $R$  die Klemmenspannung  $E_k$  für verschiedene Stromstärken  $J$  auf, woraus sich die Kurve Fig. 170 ergibt. Für  $J = 0$  muß  $R = \infty$  werden, für  $R = 0$ , d. h. bei Kurzschluß der Klemmen, würde der Strom  $J$  sehr groß, so daß er die Maschine beschädigen könnte.

## d) Doppelschlußgeneratoren.

Diese Maschinen sind im Prinzip Nebenschlußgeneratoren und besitzen zum Ausgleich des bei Belastung auftretenden Spannungsabfalls eine den Nebenschluß unterstützende Hauptschlußwicklung. Wir hätten demnach hier nur noch die Aufnahme der äußeren Charakteristik  $f(E_k, J)$ ,  $n = \text{konst.}$  zu besprechen, für welche folgende Schaltung (Fig. 171) gemacht wird. Nun wird der Nebenschlußregulator  $r_n$  so eingestellt, daß für Leerlauf ( $J = 0$ ) die normale Spannung  $E_k$  auftritt. Darauf wird  $R$  für eine bestimmte Stellung des Hauptschlußregulators  $r_c$  allmählich verkleinert und zu den verschiedenen Werten von  $J$  die Spannung  $E_k$  abgelesen, woraus sich nach folgender Tabelle

$$| J | E_k | \quad n = \text{konst.}, \quad r_n = \text{konst.}, \quad r_c = \text{konst.}$$

die Kurve Fig. 172 ergibt. Daraus kann man nun ersehen, ob die Doppelschlußwicklung innerhalb der zulässigen Grenzen ( $\pm 1\%$ ) die Spannung konstant hält.

### c) Motoren.

Legt man einen Motor an eine Klemmspannung  $E_k$ , so wird er einen Strom  $J_a$  im Anker aufnehmen und bei bestimmtem Felde mit einer konstanten Drehzahl  $n$  laufen. Infolge dieser Bewegung wird in dem Anker eine EMK  $E'$  induziert, wie wenn die Maschine von

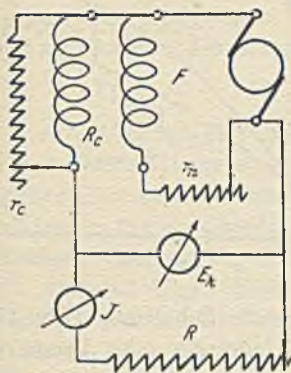


Fig. 171.



Fig. 172.

außen als Generator angetrieben würde. Für den Stromkreis des rotierenden Motors muß demnach auf Grund des zweiten Kirchhoffschen Gesetzes  $\sum E = \sum J \cdot R$  die Beziehung bestehen

$$E_k + E' = J_a \cdot (R_a + R_u).$$

Nach dem Lenzschen Gesetz wirkt  $E'$  der Klemmspannung  $E$  entgegen. Man bezeichnet daher  $E' = -E_g$  als die elektromotorische Gegenkraft des Ankers. Dieselbe ist demnach Ursache nach mit der EMK  $E_a$  eines Generators identisch. Für einen Motor gilt daher die Beziehung allgemein:

$$E_k - E_g = J_a \cdot (R_a + R_u) \quad \text{oder}$$

$$E_g = E_k - J_a \cdot (R_a + R_u),$$

während für einen Hauptschlußmotor mit dem Widerstande  $R_h$  in der Magnetwicklung

$$E_g = E_k - J \cdot (R_a + R_u + R_h) \quad \text{wird.}$$

Wie bei den Generatoren kann man auch hierfür Charakteristiken aufnehmen.



### α) Hauptschlußmotoren.

Hauptsächlich interessiert uns die Aufnahme der äußeren Charakteristik

$$f(E_k, J), \quad n = \text{konst.},$$

da sie die Grundlage für die Konstruktion der anderen Kurven bietet.

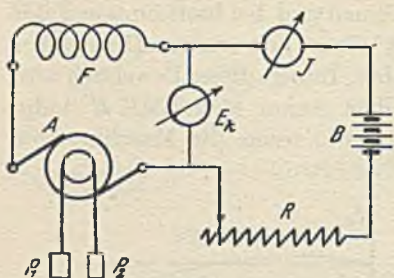


Fig. 173.

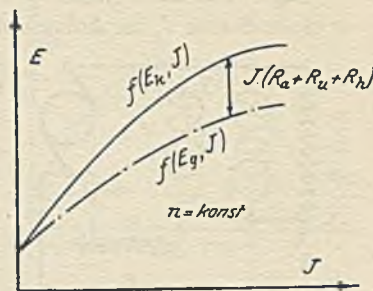


Fig. 174.

Zu dem Zweck machen wir folgende Schaltung (Fig. 173) und belasten den Motor durch einen Generator oder Bremsvor-

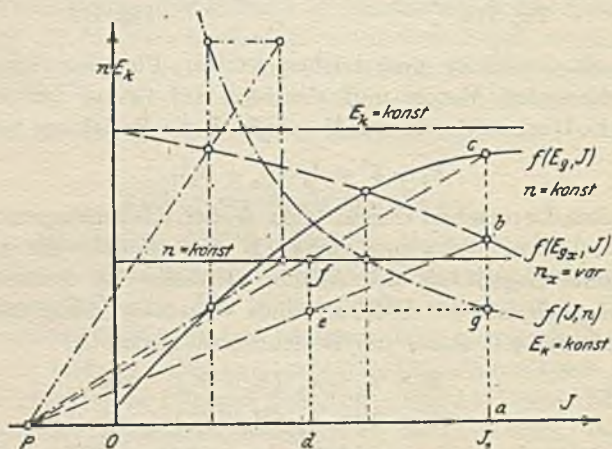


Fig. 175.

richtung, so daß für verschiedene Spannungen  $E_k$  die Drehzahl  $n$  konstant bleibt, und lesen dazu den Strom  $J$  ab. Außerdem messen wir bei Stillstand die Spannungsverluste  $E_{va} = J \cdot (R_a + R_u)$

und  $E_{v_h} = J \cdot R_h$  als Funktion von  $J$  und vermerken alle Werte nach folgender Tabelle

$$| J | E_k | E_{v_a} | E_{v_h} | \quad \text{für } n = \text{konst.}$$

Bildet man daraus  $f(E_k, J)$  (Fig. 174) und subtrahiert von dieser Kurve  $J \cdot (R_a + R_u + R_h) = E_{v_a} + E_{v_h}$ , so ergibt sich eine neue Kurve  $f(E_g, J)$  für  $n = \text{konst.}$ , die man als innere Charakteristik bezeichnet.

Aus dieser Kurve kann dann durch Zeichnung die Geschwindigkeitskurve des Motors

$$f(J, n), \quad E_k = \text{konst.},$$

d. h. die Abhängigkeit der Drehzahl  $n$  vom Belastungsstrom  $J$  bei konstanter Klemmspannung  $E_k$  gefunden werden. Dazu ziehen wir für die normale Spannung  $E_k$  eine Parallele zur Abszisse (Fig. 175.) und tragen für verschiedene Ströme  $J$  von den Ordinaten die zugehörigen Stücke  $E_{v_a} + E_{v_h}$  ab, woraus die Kurve  $f(E_{g_x}, J)$ ,  $n_x = \text{variabel}$  folgt. Nun wird für den Strom  $J_1 = Oa$  ein Lot errichtet, welches die beiden Kurven in  $b$  und  $c$  schneidet. Es ist dann  $ac = E_g$  für  $n = \text{konst.}$ , und  $ab = E_{g_1}$  für die zu suchende Drehzahl  $n_x = n_1$ .

Nach früherem muß aber die Beziehung bestehen

$$\frac{n_1}{n} = \frac{E_{g_1}}{E_g} = \frac{ab}{ac}, \quad \text{woraus } n_1 = \frac{ab}{ac} \cdot n$$

folgt. Dieses Verhältnis kann man zeichnerisch finden, indem man von einem beliebigen Pol  $P$  Strahlen nach  $b$  und  $c$  zieht und vom Schnitt  $f$  des Strahles  $Pc$  mit einer Horizontalen für die zu  $f(E_g, J)$  gehörende Drehzahl  $n$  das Lot  $fd$  fällt, welches von  $Pb$  in  $e$  geschnitten wird. Dann gilt

$$\frac{de}{n} = \left[ \frac{ab}{ac} \right] = \frac{n_1}{n}, \quad \text{oder } de = n_1.$$

Trägt man  $ag = de$  in  $J_1$  auf, so ist  $g$  ein Punkt der Geschwindigkeitskurve  $f(J, n)$ , deren andere Punkte auf dieselbe Weise gefunden werden können.

Ebenso kann die Drehmomentkurve  $f(M_d, J)$  aus der inneren Motorcharakteristik  $f(E_g, J)$ ,  $n = \text{konst.}$  zeichnerisch ermittelt werden. Die auf den Anker übertragene elektrische

Leistung 
$$E_g \cdot J = 9,81 \cdot M_d \cdot \omega$$



äußert sich als Drehmoment  $M_d$  kgm bei der Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 2\pi \cdot \frac{n}{60}$ . Daraus ergibt sich

$$M_d = \frac{E_g \cdot J}{9,81 \cdot \omega} = c \cdot E_g \cdot J.$$

Es ist demnach das aus den zusammengehörigen Koordinaten  $E_g$  und  $J$  eines Punktes der  $f(E_g, J)$  gebildete Produkt ein Maß für das Drehmoment  $M_d$ .

Zeichnerisch läßt sich darnach  $f(M_d, J)$  folgendermaßen bestimmen (Fig. 176):

Von einem Punkt  $b$  der  $f(E_g, J)$ ,  $n = \text{konst}$ , geht man horizontal nach  $c$  zur Ordinatenachse hinüber, zieht von einem festen

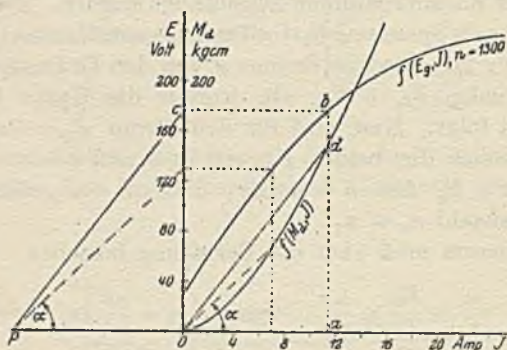


Fig. 176.

Pol  $P$  den Strahl  $Pc$  und durch den Koordinatenanfang  $O$  eine Parallele  $Od$  zu  $Pc$ , welche die Ordinate  $ab$  in  $d$  schneidet. Dann ist  $d$  ein Punkt der Drehmomentkurve  $f(M_d, J)$ .

Da  $\triangle Oad \sim \triangle POC$  ist, folgt  $ad : Oa = Oc : PO$  oder  $ad = \frac{Oc \cdot Oa}{OP}$

$= \frac{E_g \cdot J}{OP}$ . Setzt man  $E_g \cdot J = 9,81 \cdot \omega \cdot M_d$  ein, so ergibt sich

$ad = \frac{9,81 \cdot \omega}{PO} \cdot M_d$  oder  $M_d = c \cdot ad$ , wo  $c = \frac{PO}{9,81 \cdot \omega}$  ist.

Um den Maßstab von vornherein festzulegen, berechnet man für einen Punkt  $b$  das Drehmoment  $M_d$  und trägt dafür die Strecke  $ad$  auf. Dann verbindet man  $d$  mit  $O$  und zieht von  $c$  aus eine Parallele  $cP$  zu  $dO$ , wodurch der Pol  $P$  für die weitere Zeichnung der anderen Punkte festgelegt ist. Ferner läßt sich die

innere Motorcharakteristik auch dazu benutzen, die in Gleichstrommaschinen auftretenden Verluste zu trennen<sup>1)</sup>.

### β) Doppelschlußmotoren.

Man unterscheidet hierbei 2 Arten:

1. Nebenschlußmotoren mit zusätzlicher Hauptschlußwicklung, die heutzutage nur wenig verwendet werden, da man Nebenschlußmotoren mit fast konstanter Drehzahl bei verschiedener Belastung bauen kann.

2. Hauptschlußmotoren mit einer zusätzlichen Nebenschlußwicklung, die den Zweck hat, die Drehzahl des leerlaufenden Motors nach oben hin auf einen für ihn ungefährlichen Wert

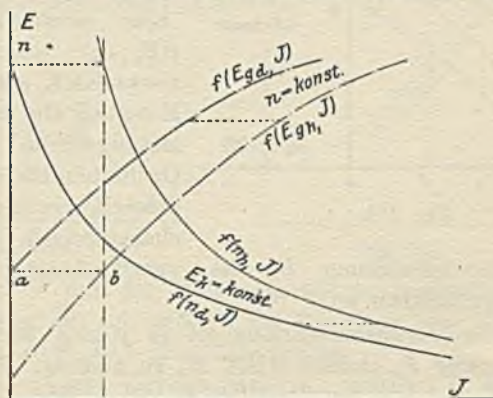


Fig. 177.

zu begrenzen, wobei er dann gewissermaßen nur mit dem Nebenschlußfeld arbeitet, da das Hauptschlußfeld klein ist.

Bei dieser Art verschiebt sich (Fig. 177) die innere Charakteristik um einen dem Hilfsfeld entsprechenden Betrag  $a b$  nach links und ebenso die Geschwindigkeitskurve. Infolge des Zusatzfeldes wird auch das Drehmoment größer, da  $f(Eg_d, J)$  höher liegt.

## 2. Bestimmung der Ankerrückwirkung.

Betrachtet man für einen Generator die Leerlauf- und Belastungscharakteristik (Fig. 178), so zeigt sich, daß für eine bestimmte Erregung  $Oa$  die Spannung bei Belastung um ein zwischen

<sup>1)</sup> Journ. Inst. El. Eng. 1906, S. 79.



den Kurven gelegenes Stück  $bc$  kleiner ist, welches man als Spannungsabfall bezeichnet. Trägt man nun den Spannungsverlust

$$J_a \cdot (R_a + R_u) = E_{v_a}$$

als Strecke  $bd$  ein, so bleibt noch ein Stück  $dc = E_r$  übrig, welches der EMK entspricht, die infolge des durch Ankerrückwirkung verlorenen Feldes im Anker nicht induziert wird. Es stellt demnach  $ad$  die bei Belastung induzierte EMK  $E_a$  dar. Durch

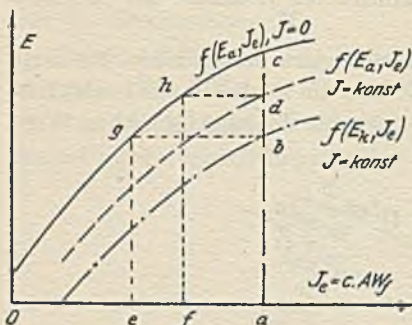


Fig. 178.

Verschiebung der Belastungscharakteristik um das Stück  $bd = E_{v_a}$  erhält man daher eine (gestrichelte) Kurve  $f(E_a, J_e)$ , welche die induzierte EMK als Funktion der Erregung für konstanten Belastungsstrom angibt. Die Ordinatendifferenzen zwischen dieser Kurve und der Leerlaufcharakteristik geben dann

die Ankerrückwirkung  $E_r$  bei verschiedener Erregung im Spannungsmaßstab an.

Für die Vorausberechnung ist es jedoch vorteilhafter, die der Spannung  $E_r$  gleiche MMK  $\mathfrak{M}_r$  zu kennen. Zu dem Zweck ziehen wir durch  $b$  eine Parallele  $bg$  zur Abszisse und fällen das Lot  $ge$ , so sind zur Erzeugung der Spannung  $ge = ab$  bei Leerlauf  $Oe$ , bei Belastung  $Oa$  Amperewindungen erforderlich. Die Differenz  $Oa - Oe = ea$  entspricht demnach der Amperewindungszahl zur Kompensierung des gesamten Spannungsabfalls  $bc$ . Legt man nun die Horizontale  $dh$  und fällt das Lot  $hf$ , so gibt  $fa = dh$  die durch Ankerrückwirkung unwirksam gemachte MMK  $\mathfrak{M}_r$ , und  $ef$  die dem Spannungsverlust  $E_{v_a} = bd$  entsprechende an.

Eine andere Methode,  $\mathfrak{M}_r$  direkt durch Messung des Erregerstromes und der Windungszahl zu bestimmen, ist folgende: Man läßt die Maschine bei normaler Drehung laufen und erregt (am besten fremd) das Feld so weit, daß bei Leerlauf die normale Spannung  $E_{k_0}$  auftritt, wofür  $E_{k_0} = E_a$  ist. Bei Belastung würde nun das Feld geschwächt, so daß die induzierte EMK

$E_a' < E_a$  bei Leerlauf wird. Die Differenz  $E_a - E_a' = E_r$ , welche durch die Ankerrückwirkung verloren geht, gleichen wir nun dadurch aus, daß wir die Erregung um einen Betrag  $\mathfrak{M}_r$  vergrößern, so daß  $E_a' = E_a$  wird. Das kann aber nur dann der Fall sein, wenn die Klemmenspannung bei Belastung  $E_k = E_{k_0} - J_a \cdot (R_a + R_u)$  ist. Wir rechnen daher für verschiedene Ströme  $J_a$  die Spannungen  $E_k$  aus und nehmen nach folgender Tabelle

$$| J_a | E_k | J_e | \quad E_a = \text{konst.}, \quad n = \text{konst.}$$

für verschiedene Belastungen  $J_a$  die Erregungen  $J_e$  auf. Dann gibt die Differenz zweier aufeinander folgen-



Fig. 179.

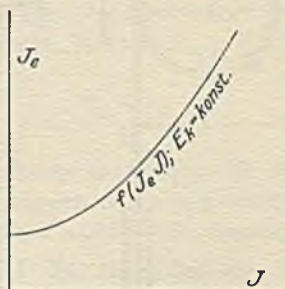


Fig. 180.

der Werte von  $J$  mit der Windungszahl  $w_a$  multipliziert die Ankerrückwirkung  $\mathfrak{M}_r$  an, welche, als Funktion von  $J_a$  dargestellt, die Kurve  $f(\mathfrak{M}_r, J_a)$  (Fig. 179) ergibt.

Hält man bei diesem Versuch nicht  $E_a$ , sondern  $E_k$  konstant bei verschiedenem Belastungsstrom  $J$ , so erhält man die sog. Regulierungskurve  $f(J_e, J)$ ,  $E_k = \text{konst.}$  (Fig. 180.)

Die Regulierungskurve läßt sich auch zeichnerisch darstellen, indem man in Fig. 164 für eine gewisse Klemmenspannung  $E_k$  eine Horizontale zieht, die die Belastungscharakteristiken in Punkten schneidet, deren Abszissenwerte  $J_e$  als Ordinaten zu den für die betreffende Kurve gültigen Belastungsströmen  $J$  als Abszissen eingetragen werden. Die Verbindungslinie der Endpunkte ergibt dann die in Fig. 180 dargestellte Kurve.

### 3. Messung des Drehmoments von Motoren.

Das Drehmoment ist entsprechend der Gleichung

$$M_d = c \cdot J_a \cdot \mathfrak{N}$$

vom Ankerstrom  $J_a$ , dem Feld  $\mathfrak{N}$  und einer Konstanten  $c$  ab-



hängig, welche durch die Dimensionen des Motors gegeben ist.  $M_d = P \cdot r$  kgm kann als Produkt der Umfangskraft  $P$  (kg) und des Radius  $r = \frac{d}{2}$  in m der Riemenscheibe einschließlich der halben Riemendicke bestimmt werden, indem man um die Riemenscheibe bei kleineren Motoren einen Lederriemen schlingt, von dem das eine Ende mit der Scheibe fest verbunden, das andere an eine Federwage ( $f$ ) angeschlossen ist (Fig. 181). Für größere Motoren befestigt man an der Welle einen Hebel, dessen Ende

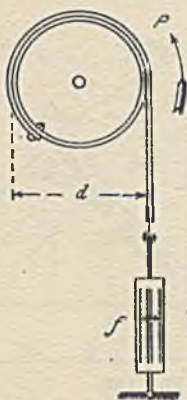


Fig. 181.

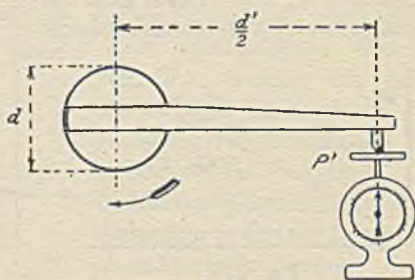


Fig. 182.

auf eine Teller- oder Dezimalwage einwirkt (Fig. 182). Wird dabei für den Hebelarm  $\frac{d'}{2}$  die Kraft  $P'$  angezeigt, so ist, bezogen auf den Umfang der Riemenscheibe  $P = \frac{P' \cdot d'}{d}$ . Ist der Hebel nicht ausbalanciert, so muß man den Anfangswert bei stromlosem Motor von den beim Stromdurchgang abgelesenen Werten abziehen, um  $P'$  zu erhalten.

Infolge der Reibung in den Lagern und an den Bürsten kann jedoch die Umfangskraft  $P$  nicht direkt bestimmt werden, sondern wird mehr oder weniger von der Reibungskraft  $P_e$  gefälscht; auch die Nutenteilung beeinflusst die Messung, indem der Anker immer diejenigen Lagen einzunehmen sucht, in welchen dem Kraftfluß der geringste magnetische Widerstand geboten wird. Besonders stark tritt diese Erscheinung bei Maschinen mit wenigen Nuten eines Pols auf und verschwindet bei glatten Ankern. Man kann aber die beiden Werte  $P$  und  $P_e$  gesondert aufnehmen, wenn man einmal  $P_m = P + P_e$  und dann  $P_0 = P - P_e$  bestimmt.

Dreht man nämlich den Anker etwas in der Richtung der Umfangskraft und läßt ihn dann allmählich von der Feder zurückziehen, so wird ein Gleichgewichtszustand eintreten, wenn die Federkraft  $P_m$  gleich der Summe von Umfangskraft  $P$  und Reibung  $P_e$  ist, wofür die Gleichung  $P_m = P + P_e$  gilt.

Jetzt wird der Anker ein Stück in entgegengesetzter Richtung gedreht; dann hat die Umfangskraft  $P$ , durch welche man den Anker allmählich zurückdrehen läßt, die widerstrebende Reibung  $P_e$  und die Federkraft  $P_0$  zu überwinden, woraus folgt  $P = P_0 + P_e$ , oder der an der Wage abgelesene Betrag  $P_0 = P - P_e$ . Aus den beiden gefundenen Werten  $P_m$  und  $P_0$  erhält man dann

$$P = \frac{P_m + P_0}{2} \quad \text{und} \quad P_e = \frac{P_m - P_0}{2}.$$

Für diese Aufnahme ist eine Spannung notwendig, die wegen des Widerstandes der Verbindungsleitungen nur wenig größer ist als der für den größten Strom im Anker auftretende Spannungsverlust

$$E_v = J \cdot (R_a + R_u + R_h) \quad \text{bei Hauptschluß-}$$

und

$$E_{v_a} = J_a \cdot (R_a + R_u) \quad \text{bei Nebenschlußmotoren.}$$

Am besten zeichnet man die beiden zwischen den aufgenommenen Werten ausgeglichenen Kurven  $f(P_m, J_a)$ , die oberhalb des Koordinatenanfanges beginnt, und  $f(P_0, J_a)$ , die um  $2P_e$  tiefer liegt, und trägt die Mittelkurve beider dazwischen als  $f(P, J_a)$  ein. Um das Gewicht des Hebelarms abzugeben, verschiebt man die Abszissenachse bis zum Schnittpunkt der Mittelkurve mit der Ordinatenachse. Will man nun aus der Kurve  $f(P, J_a)$  die Drehmomente ablesen, so multipliziert man die Werte  $P$  der Ordinatenachse mit dem Hebelarm  $\frac{d'}{2}$  und trägt sie neben  $P$  als Ordinaten auf.

Gleichzeitig mit der Aufnahme des Drehmoments kann man den Widerstand

$$R_a + R_n = \frac{E_{v_a}}{J_a}$$

aus dem Spannungsverlust  $E_{v_a}$  des Ankers und gegebenenfalls

$$R_h = \frac{E_{v_h}}{J}$$

für die Hauptschlußwirkung in Abhängigkeit vom Strome ermitteln. Im allgemeinen nimmt man die Kurven  $f(E_{v_a}, J_a)$



bzw.  $f(E_{v_h}, J)$  für Stromstärken bis zum doppelten normalen Wert auf. Die zeichnerische Bestimmung der Widerstände erfolgt nach Fig. 7.

### a) Hauptschlußmotoren.

Für den Versuch macht man folgende Schaltung (Fig. 183) und ändert mit dem Widerstand  $R$  nur den Strom  $J_a$  stufenweise, da  $\mathcal{R} = f(J_a)$  und damit auch  $M_d = c \cdot J_a \cdot f(J_a)$  hauptsächlich

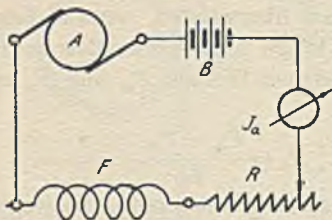


Fig. 183.

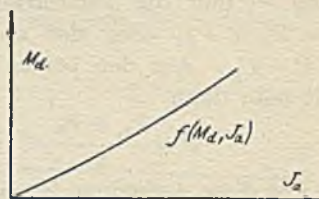


Fig. 184.

von  $J_a$  abhängig ist. Gleichzeitig liest man die zugehörigen Werte von  $P_m$  und  $P_0$  ab, zeichnet nach folgender Tabelle

$$| J_a | P_m | P_0 | E_{v_a} | E_{v_h} |$$

die ausgeglichenen Kurven für  $P_m$ ,  $P_0$ ,  $E_{v_a}$ ,  $E_{v_h}$  und ermittelt daraus die Umfangskraft  $P$  und die Reibungskraft  $P_e$  sowie  $R_a + R_u$  und  $R_h$ . Nach Multiplikation der Ordinaten von  $P$  bzw.  $P_e$  mit  $\frac{d'}{2}$  erhält man aus der  $f(P, J_a)$  bzw.  $f(P_e, J_a)$  die Drehmomente  $M_d$  und  $M_{d_e}$  als Funktion vom Ankerstrom  $J_a$  (Fig. 184).

In derselben Weise werden auch Doppelschlußmotoren untersucht, nur muß der Nebenschluß eine besondere Erregung haben.

### b) Nebenschlußmotoren.

Hierbei ist für die Erregung die normale Spannung erforderlich; daher wird man bei größeren Motoren zwei Stromquellen verwenden (Fig. 185), und zwar für die Erregung eine Batterie  $B_e$  mit normaler Spannung für kleine Ströme, und für den Anker eine solche ( $B_a$ ) mit niedriger Spannung für große Stromabgabe. Bei Benutzung der Batterie  $B_e$  allein muß dieselbe den Strom

$J = J_a + J_n$  liefern können, wobei außerdem der Widerstand  $R$  bedeutend größer sein muß, als bei dieser Schaltung.

Da das Feld  $\mathcal{N} = f(J_n)$  vom Erregerstrom  $J_n$  abhängig ist, so kann man das Drehmoment  $M_d$  als Funktion vom Ankerstrom  $J_a$  nach Gleichung

$$M_d = c \cdot J_a \cdot f(J_n)$$

für verschiedene Erregungen nach folgender Tabelle

$$J_a \mid P_m \mid P_v \mid E_{r_a} \quad \text{für } J_n = \text{konst.}$$

aufnehmen und erhält damit eine Kurvenschar  $f(M_d, J_a)$  für  $J_n = \text{konst.}$ , wie sie in Fig. 186 dargestellt ist.

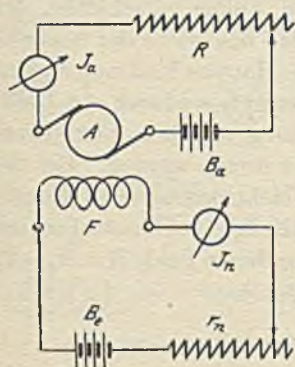


Fig. 185.

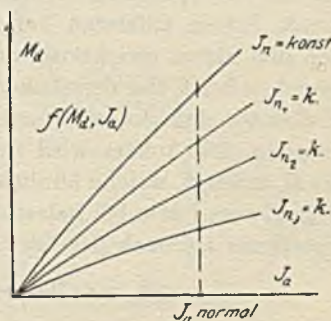


Fig. 186.

Zieht man darin für einen bestimmten Strom  $J_a$ , z. B. den normalen, eine Vertikale und trägt die Abschnitte derselben von der Abszissenachse gerechnet als Funktion von  $J_a$  auf, so erhält man eine Kurve  $f(M_d, J_n)$  für  $J_a = \text{konst.}$

welche angibt, wie sich das Drehmoment bei normalem Strom mit der Erregung ändert.

#### 4. Aufnahme von Geschwindigkeitskurven.

Die Geschwindigkeitskurve

$$f(n, J_a), E_k = \text{konst.}$$

stellt die Abhängigkeit der Drehzahl eines Motors von der Ankerstromstärke  $J_a$  bei konstanter Klemmenspannung  $E_k$  dar. Mehr theoretisches als praktisches Interesse hat die Kurve

$$f(n, E_k), J_a = \text{konst.},$$



welche die Änderung der Drehzahl mit der Klemmenspannung bei konstantem Strom  $J_a$  angibt. Wir wollen uns hier vorläufig der ersteren zuwenden.

Würde man einen Motor an die volle Spannung  $E_k$  direkt anschließen, so würde er im ersten Augenblick einen Strom

$$J'_a = \frac{E_k}{R_a + R_u}$$

aufnehmen, der bei dem kleinen Widerstand<sup>1)</sup> sehr groß sein und daher den Kommutator und die Bürsten beschädigen könnte. Man muß daher einen Widerstand dem Anker vorschalten, der einen Teil der Spannung vernichtet, so daß höchstens der doppelte normale Strom auftreten kann. Beim Hauptschlußmotor wird durch den Strom gleichzeitig das Feld erregt, wodurch ein Drehmoment auftritt, das den Anker in Drehung versetzt. Ein Nebenschlußmotor dagegen muß erst vorher erregt werden. Bei der Bewegung des Ankers wird nun eine elektromotorische Gegenkraft  $E_g$  erzeugt, welche ähnlich der EMK  $E_a$  eines Generators der Drehzahl  $n$  und dem bei Belastung vorhandenen Felde  $\mathfrak{N} = \mathfrak{N}_0 - \mathfrak{N}_r$ , proportional ist nach der Gleichung

$$E_g = c \cdot \mathfrak{N} \cdot n = c \cdot (\mathfrak{N}_0 - \mathfrak{N}_r) \cdot n.$$

Setzen wir  $E_g = E_k - J_a \cdot (R_a + R_u)$ ,

so ergibt sich  $E_k - J_a \cdot (R_a + R_u) = c \cdot (\mathfrak{N}_0 - \mathfrak{N}_r) \cdot n$

oder 
$$n = \frac{E_k - J_a \cdot (R_a + R_u)}{c \cdot (\mathfrak{N}_0 - \mathfrak{N}_r)}.$$

Die Drehzahl ist auch von der Bürstenstellung abhängig. Verschiebt man die Bürsten des Motors gegen die Drehrichtung, so läuft er wegen der entmagnetisierenden Wirkung des Ankerfeldes schneller, bei Verschiebung in der Drehrichtung sinkt die Drehzahl, da das Hauptfeld durch die längsmagnetisierende Komponente verstärkt wird. In erhöhtem Maße zeigt sich diese Erscheinung noch beim Vorhandensein von Wendepolen.

Dabei kann es sich ereignen, daß bei starkem Wendefeld, geringer Belastung und genügender Bürstenverstellung gegen die

<sup>1)</sup> Für einen Hauptschlußmotor ist im folgenden immer  $R_a + R_u + R_b$  zu setzen.

Drehrichtung Pendelerscheinungen auftreten können, wie es von Breslauer<sup>1)</sup>, Siebert<sup>2)</sup> und Arnold<sup>3)</sup> angegeben ist.

Die geometrische Form der Geschwindigkeitskurve  $f(n, J_a)$   $E_k = \text{konst.}$  läßt sich nun in folgender Weise experimentell aufnehmen.

### a) Hauptschlußmotoren.

Nachdem die Schaltung (Fig. 187) ausgeführt ist, legt man um die Riemenscheibe ein Bremsband oder Pronyschen Zaum, oder schließt eine Wirbelstrombremse (vgl. auch Kap. 6 b) an, mit denen man den Motor beliebig belasten kann, wobei die an der Riemenscheibe geleistete Arbeit durch Reibung oder durch

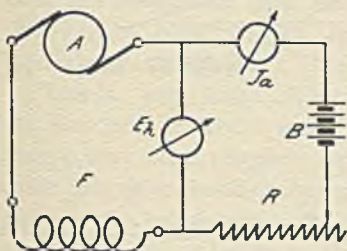


Fig. 187.

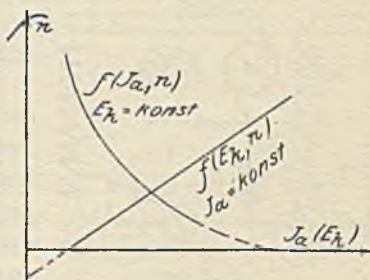


Fig. 188.

Induktion in Wärme umgesetzt wird. Dann wird der Anlaßwiderstand  $R$  eingeschaltet und bei etwas angezogener Bremse allmählich so weit verkleinert, bis die normale Klemmenspannung  $E_k$  vorhanden ist, welche während des ganzen Versuches konstant gehalten wird. (Unbelastet würde der Motor eine sehr hohe Tourenzahl annehmen.)

Entsprechend der Tabelle

$$| J_a | n | E_k = \text{konst.}$$

wird jetzt der Strom  $J_a = J$  und die Drehzahl  $n$  abgelesen und dasselbe für andere Ströme durchgeführt, indem man durch stärkeres Anziehen der Bremse den Motor immer mehr belastet. Die zeichnerische Darstellung dieser Werte ergibt dann (Fig. 188) eine Kurve  $f(n, J_a)$ , welche ungefähr die Form einer Hyperbel besitzt.

<sup>1)</sup> ETZ. 1905, S. 644.

<sup>2)</sup> ETZ. 1906, S. 523.

<sup>3)</sup> ETZ. 1906, S. 715.



Hält man  $J_a$  konstant und ändert  $E_k$ , so wird die Geschwindigkeitskurve  $f(n, E_k)$  eine Gerade; für  $n = 0$  ist dabei  $E_k = J_a \cdot (R_a + R_u + R_h) = E_{v_a} + E_{v_h}$ .

### b) Nebenschlußmotoren.

Die Schaltung für die Messung zeigt Fig. 189. Hierbei liegt das Feld unter Vorschaltung eines Nebenschlußregulators  $r_n$  direkt an der Stromquelle oder Batterie  $B$ . Nachdem das Feld normal erregt ist, wird der Widerstand  $R$  so weit eingeschaltet,

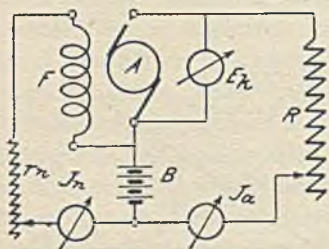


Fig. 189.

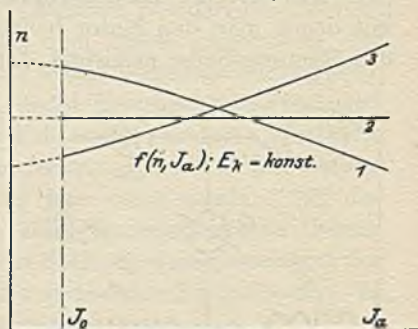


Fig. 190.

bis der Motor die volle Spannung  $E_k$  erhält. Er wird dann für einen gewissen Leerlaufstrom  $J_0$  die Drehzahl  $n_0$  annehmen. Nun wird durch Bremsung die Stromaufnahme  $J_a$  stufenweise gesteigert und die dazugehörige Drehzahl  $n$  abgelesen. Die zeichnerische Darstellung der Größen  $n$  als Funktion von  $J_a$  (Fig. 190) zeigt jedoch, daß dabei je nach der Bauart der Maschine eine der drei Kurven sich ergeben kann, und zwar gilt 1 für stark gesättigte Maschinen, bei welchen der Einfluß der Ankerrückwirkung gegenüber der tourenerniedrigenden Wirkung des Spannungsverlustes klein ist. Umgekehrt ist es bei Kurve 3, welche für schwach gesättigte Maschinen gilt. Für mittlere Sättigung, für welche der Einfluß von Ankerrückwirkung und Spannungsverlust sich aufheben, erhalten wir nahezu konstante Drehzahl (2) bei veränderlicher Belastung. Es ist also möglich, durch geeignete Erregung die Drehzahl  $n$  eines Motors bei verschiedenen Belastungen konstant zu halten.

Die Aufnahme mehrerer Geschwindigkeitskurven für ver-

schiedene Erregung ließe sich daher auch dazu benutzen, die Größe der Ankerrückwirkung festzustellen, wenn man außerdem noch die Leerlaufscharakteristik bestimmen würde.

## 5. Parallelschaltung von Generatoren.

Angenommen, es gäbe ein Nebenschlußgenerator I schon Strom an die Sammelschienen eines Leitungsnetzes ab, dann wird der Generator II entsprechend der Fig. 191 unter Zwischenschaltung eines Strommessers  $J_2$  und des Ausschalters  $S_2$  so an die Schienen angeschlossen, daß gleiche Pole zusammenliegen. (Bei Elektrizitätswerken sind noch Arbeitsmesser oder Zähler in dem Stromkreis vorhanden.)

Damit nun beim Einschalten die Maschine II weder einen Strom aufnehmen noch abgeben soll, um schädliche Stromstöße zu vermeiden, müssen die miteinander zu verbindenden Punkte gleiches Potential besitzen. Es wird daher die zuzuschaltende Maschine in Betrieb gesetzt und so weit erregt, daß ihre

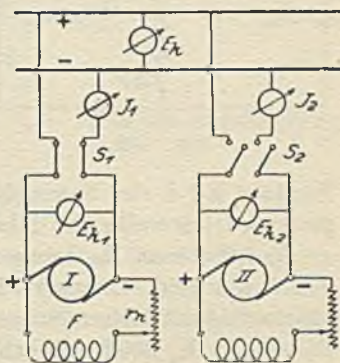


Fig. 191.

EMK  $E_{a_2}$  gleich der Spannung  $E_k$  an den Sammelschienen ist, zur genauen Messung schließt man an die Unterbrechungsstelle eines Trennmessers einen Spannungsmesser  $E_d$  (bis etwa 10 Volt mit Ausschalter) und legt das andere Trennmesser ein. Zeigt  $E_d = E_{a_2} - E_k = 0$ , so legt man den Schalter  $S_2$  ein. Es wird dann der Generator II noch keinen Strom abgeben, da seine EMK von der Spannung  $E_k$  kompensiert wird. Erregt man aber das Magnetfeld stärker, so daß  $E_{a_2} > E_k$  wird, dann muß naturgemäß die Maschine II ebenfalls Strom an das Netz abgeben.

Zur Untersuchung dieser Vorgänge wollen wir annehmen, daß beide Maschinen bei gleichem Anker- und Zuleitungswiderstand  $R$  bis zu den Sammelschienen den gleichen Strom  $J$  abgeben, so müßte auch  $E_{a_1} = E_{a_2}$  sein. Der Einfachheit wegen zeichnen wir uns die Schaltung in Fig. 192 noch einmal schematisch hin, woraus wir erkennen, daß die Maschinen durch die Zulei-



tungen unter sich gegeneinandergeschaltet sind. Wird jetzt  $E_{a_1}$  vergrößert, so muß nach dem zweiten Kirchhoffschen Satz  $\Sigma E = \Sigma J \cdot R$  die Gleichung bestehen

$$E_{a_1} - E_{a_2} = (J + i) \cdot R - (J - i) \cdot R$$

oder

$$E_{a_1} - (J + i) \cdot R = E_{a_2} - (J - i) \cdot R.$$

Der Strom  $i$  erzeugt demnach in dem Zweige der Maschine I einen Spannungsverlust, in dem Zweige II eine Spannungserhöhung, so daß die Klemmenspannungen  $E_{k_1} = E_{a_1} - (J + i) \cdot R$  und  $E_{k_2} = E_{a_2} - (J - i) \cdot R$  werden. Da aber nach Obigem die rechten Seiten gleich sind, so muß auch  $E_{k_1} = E_{k_2} = E_k$  sein. Der Strom  $i$  entlastet also die Maschine II und bewirkt, daß die Klemmenspannung  $E_k$  an den

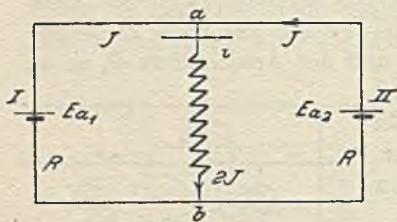


Fig. 192.

Punkten  $a \div b$  der Sammelschienen für beide Maschinen gleich groß wird; wir wollen ihn daher als Ausgleichsstrom bezeichnen.

So kann man  $E_{a_1}$  immer mehr steigern, bis für Maschine II  $J - i = 0$  wird. Dieses Verfahren hat aber zur Folge, daß damit gleichzeitig die Klemmenspannung  $E_k$  an den Punkten  $ab$  steigt. Für  $E_{a_1} = E_{a_2}$  wäre nämlich

$$E_k = E_{a_1} - J \cdot R = E_{a_2} - J \cdot R.$$

Da  $E_{a_2}$  konstant bleiben soll, so wird für den Ausgleichsstrom  $i$  die Spannung zwischen  $ab$

$$E_{k_2} = E_{a_2} - J \cdot R + i \cdot R$$

um den Betrag  $i \cdot R$  größer sein als  $E_k$ .

Um beim Verändern der Belastung die Spannung  $E_k$  konstant zu halten, wird man daher zweckmäßig  $E_{a_1}$  um so viel steigern, als man  $E_{a_2}$  verringert und umgekehrt.

## 6. Bestimmung des Wirkungsgrades von Gleichstrommaschinen.

Allgemein läßt sich der Wirkungsgrad  $\eta$  einer Maschine definieren als das Verhältnis der abgegebenen Leistung  $L_a$  zu der eingeführten  $L_e$  nach der Gleichung

$$1. \quad \eta = \frac{L_a}{L_e}.$$

Danach hätte man  $L_a$  und  $L_e$  direkt durch Messung zu bestimmen, was bei kleinen Maschinen leicht durchzuführen ist. Bei großen dagegen wäre es unter Umständen schwierig, die zum Antrieb notwendige Energie zu erzeugen und sie dann wieder mit geeigneten Hilfsmitteln zu verbrauchen.

Außerdem würde ein solcher Versuch ziemlich teuer werden, so daß man sich nach anderen Methoden umsehen muß, welche eine bequemere und billigere Arbeitsweise ermöglichen. Zerlegt man z. B. die eingeführte Leistung  $L_e$  in die abgegebene  $L_a$  und die zum Ausgleich der Verluste notwendige  $L_v$  nach der Gleichung  $L_e = L_a + L_v$ , so ließe sich der Wirkungsgrad auch in der Form

$$2. \quad \eta = \frac{L_a}{L_a + L_v}$$

bestimmen. Setzen wir ferner  $L_a = L_e - L_v$  in die ursprüngliche Gleichung ein, so ergibt sich

$$3. \quad \eta = \frac{L_e - L_v}{L_e}$$

Gerade diese beiden letzten Gleichungen sind für die Praxis bequemer, da in den meisten Fällen die abgegebene oder eingeführte Leistung  $L_a$  bzw.  $L_e$  gegeben sind und für diese Leistungen der Wirkungsgrad bestimmt werden soll. Man hätte dann nur die Verluste  $L_v$  festzustellen, was im allgemeinen mit geringerem Energieverbrauch und kleineren Kosten verbunden ist. Man unterscheidet demnach direkte

$$\eta = \frac{L_a}{L_e}$$

und indirekte

$$\eta = \frac{L_a}{L_a + L_v} = \frac{L_e - L_v}{L_e}$$

Methoden der Wirkungsgradbestimmung, deren Anwendung nun geschildert werden soll.

### a) Direkte elektrische Methode.

Sie läßt sich in den Fällen anwenden, wo man  $L_a$  und  $L_e$  mit elektrischen Meßinstrumenten direkt bestimmen kann, also bei Motorgeneratoren, rotierenden Umformern und, wie wir später sehen werden, auch bei Transformatoren.

Zu dem Zweck schließen wir den als Motor wirkenden Teil ( $M$ )



der Maschine mit entsprechenden Anlaßvorrichtungen an eine Elektrizitätsquelle  $E$  (Fig. 193) unter Zwischenschaltung eines Strommessers  $J_1$  an und verbinden die Generatorklemmen  $G$  mit einem Belastungswiderstand  $R$ . Gibt der Generator dann den Strom  $J_2$  bei einer Klemmenspannung  $E_{k_2}$  an den Stromverbraucher  $R$  ab, und nimmt der Motor den Gesamtstrom  $J_1$  bei der Spannung  $E_{k_1}$  auf, so ist der Wirkungsgrad des Aggregats

$$\eta = \frac{E_{k_2} \cdot J_2}{E_{k_1} \cdot J_1}.$$

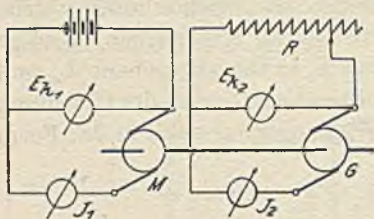


Fig. 193.

Zweckmäßig ist es dabei, den Wirkungsgrad bei  $E_{k_1} = \text{konst.}$  in Abhängigkeit von der Leistung  $L_2 = E_{k_2} \cdot J_2$  zu bestimmen

und als  $f(\eta, L_2)$  in ein rechtwinkliges Koordinatensystem einzutragen. Will man außerdem den Wirkungsgrad jeder einzelnen Maschine ermitteln, so bestimmt man die auf den Generator übertragene Leistung für die Spannung  $E_{k_1}$ , Stromstärke  $J_1$  und Drehzahl  $n$ , die bei der betr. Belastung auftrat, nach einer der späteren Methoden.

In derselben Weise verfahren wir auch bei Einankerumformern.

### b) Bremsmethode.

Dieselbe kommt mehr in Verwendung bei Motoren und ist ausnahmsweise zulässig für kleinere Generatoren, wenn die Verhältnisse so gewählt werden, daß die magnetische, mechanische und elektrische Beanspruchung bei der Prüfung als Motor möglichst wenig von den entsprechenden Größen beim Arbeiten als Generator abweichen. Wie man die betreffenden Beanspruchungen beurteilt, wird bei der Leerlaufmethode (e) angegeben werden.

Für die Bremsung der Motoren verwendet man entweder ein Seil, Bremsband (Differentialbandbremse nach Amsler), den Pronyschen Zaum, Bremsdynamometer nach Brauer<sup>1)</sup>, Hubert<sup>2)</sup>, Fischinger (Pöge, Chemnitz), v. Hefner-Alteneck, Spiegel-torsionsmesser von Görges<sup>3)</sup> und Amsler<sup>4)</sup> Wirbelstrom-

<sup>1)</sup> ZVI. 1888, S. 56.

<sup>2)</sup> ETZ. 1901, S. 340.

<sup>3)</sup> ETZ. 1913, S. 701, 739.

<sup>4)</sup> ZVI. 1912, S. 1326; 1913, S. 1227.

bremsen<sup>1)</sup> von Pasqualini<sup>2)</sup>, Grau<sup>3)</sup>, Feußner<sup>4)</sup>, Siemens und Halske, Rieter<sup>5)</sup>, Flüssigkeitsbremsen<sup>6)</sup>, Kreiselpumpen als Wasserbremsen<sup>7)</sup> bis 8000 KW und 4000 Uml/min, oder einen Gleichstromgenerator, dessen Wirkungsrad bekannt ist (indirekte Bremsmethode).

Nachdem der Anker durch allmähliches Kurzschließen des Anlaßwiderstandes in Gang gesetzt ist, wird mittels eines im Hauptstromkreise liegenden Regulierwiderstandes die Spannung  $E_k$  eingestellt und konstant gehalten.

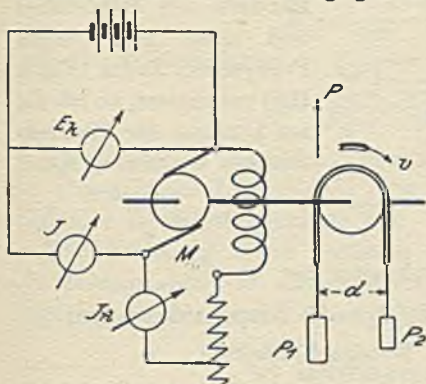


Fig. 194.

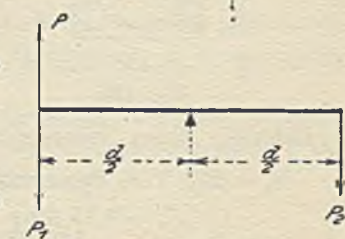


Fig. 195.

Die an der Riemenscheibe abgegebene Leistung (Fig. 194) ist  $L_a = P \cdot v$  kgm/sec =  $P \cdot v \cdot 9,81$  Watt, wenn  $P$  in kg und  $v$  in m/sec gemessen werden. Der Umfangskraft  $P$  wirkt nun die Reibungskraft des Bremsbandes entgegen, und für die Gleichgewichtslage der Gewichte  $P_1$  und  $P_2$  muß dann bei gleichen Momenten und Hebelarmen (Fig. 195) die Beziehung bestehen  $P = P_1 - P_2$ .

Die Umfangsgeschwindigkeit rechnet sich nach der Gleichung

$$v = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{60} \text{ m/sec,}$$

wenn  $d$  der in  $m$  gemessene Durchmesser,  $n$  die Drehzahl in der

1) Journ. Inst. El. Eng. 1904, S. 445.

2) Fortschr. d. Phys. 1892, S. 421.

3) ETZ. 1900, S. 365; 1902, S. 467.

4) ETZ. 1901, S. 608.

5) ETZ. 1901, S. 194.

6) ZVI. 1907, S. 607.

7) ZVI. 1913, S. 1083.



Minute der Riemenscheibe bedeuten. Durch Einsetzen dieser Größen ergibt sich dann der Wirkungsgrad des Motors

$$\eta = \frac{(P_1 - P_2) \cdot \pi \cdot d \cdot n \cdot 9,81}{E_k \cdot J \cdot 60} = \frac{P' \cdot d' \cdot \pi \cdot n \cdot 9,81}{E_k \cdot J \cdot 60}.$$

Liegen die Angriffspunkte der Kräfte nicht am Umfange der Riemenscheibe, sondern außerhalb derselben, wie es z. B. bei Bändern mit Holzleisten und noch mehr beim Pronyschen Zaum (Figur 196) vorkommt, so ist die am Umfang der Riemenscheibe wirkende Kraft

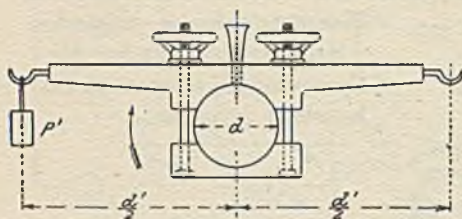


Fig. 196.

$$P = \frac{P' \cdot d'}{d}.$$

Beispiel: Einen Nebenschlußmotor für

$E_k = 220$  Volt Spannung,  $J_a = 30$  Amp. Ankerstrom,

$J_n = 0,75$  Amp. Nebenschlußstrom,

ließ man vor dem Versuch zur Erreichung eines dem normalen Betriebe entsprechenden Zustandes mehrere Stunden laufen, bis der Leerlaufstrom konstant blieb.

Darauf wurde er bei konstanter Klemmenspannung  $E_k$  und verschiedener Belastung  $J_a$  durch Pronyschen Zaum mit Wasserkühlung abgebremst, wobei sich aus den Beobachtungen folgende Tabelle (1) ergab:

Tabelle 1.

$E_k = 220$  Volt = konst.

$J_n = 0,75$  Amp. = konst.

$d' = 1,00$  m,  $d = 0,15$  m

$J_a$ A	$P'$ kg	$n$ U/min	$P$ kg	$J$ A	$L_a$ kW	$\eta$ %
2,1	0	1500	0	2,85	0	0
5,5	0,56	1490	3,73	6,25	0,43	31,0
11,0	1,84	1485	12,25	11,75	1,40	54,0
14,0	2,72	1485	18,10	14,75	2,08	64,0
20,0	4,65	1490	31,00	20,75	3,56	78,0
24,0	5,80	1490	38,70	24,75	4,45	81,6
28,0	6,85	1495	45,60	28,75	5,26	83,3
30,0	7,35	1500	49,00	30,75	5,67	84,0
33,0	8,00	1500	53,40	33,75	6,16	83,1
beobachtet			berechnet			

Aus den beobachteten Werten  $J_a$ ,  $P'$  und  $n$  der Tabelle berechnet man dann die Umfangskraft

$$P = P' \cdot \frac{d'}{d},$$

die Gesamtstromstärke  $J = J_a + J_n$ ,  
die abgegebene Leistung

$$L_a = \frac{P' \cdot d'}{102} \cdot \frac{\pi \cdot n}{60} \text{ kW}$$

und den Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{P' \cdot d'}{E_k \cdot J} \cdot \frac{\pi \cdot n}{60} \cdot 9,81.$$

Der Übersicht wegen trägt man alle Werte in Abhängigkeit von der abgegebenen Leistung  $L_a$  oder Stromstärke  $J_a$  in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein.

Zur Erzielung einer größeren Genauigkeit ordnet Jobst<sup>1)</sup> alle Instrumente auf einem Brett an und photographiert die Angaben für die verschiedenen Belastungen.

### c) Indikatormethode.

Nehmen wir an, daß der Generator mit einer Dampfmaschine direkt gekuppelt ist, so ist der Wirkungsgrad nach den Verbandsvorschriften aus der Leistung und den meßbaren Verlusten ohne Berücksichtigung der Reibungsverluste zu bestimmen.

Bevor wir jedoch auf die Methode näher eingehen, wollen wir erst feststellen, welche Verluste überhaupt in einer Gleichstrommaschine auftreten können. Denken wir uns vorläufig den Anker im Magnetfelde rotierend, ohne daß er einen Strom führt, so wird zur Überwindung der Reibung in den Lagern und an den Bürsten, des Luftwiderstandes und der Ventilation des Ankers eine Leistung verbraucht, die wir  $L_e$  nennen wollen. Infolge Umagnetisierung des Eisens tritt im Anker ein Verlust durch Hysterisis  $L_h$  auf, zu dem noch der Wirbelstromverlust  $L_w$  hinzukommt, der sich teils aus der Drehung der Eisenmassen in einem magnetischen Feld herleitet, teils in den massiven Polschuhen entsteht, wenn der Anker Nuten besitzt, durch welche Fluktuationen des magnetischen Kraftflusses hervorgerufen werden.

Außerdem bilden sich in dem Ankerkupfer und den massiven

<sup>1</sup> ETZ. 1902, S. 630.



Metallteilen, soweit sie sich in veränderlichen Magnetfeldern befinden, ebenfalls Wirbelströme, die hier nur einen geringen Prozentsatz ausmachen.

Führt die Maschine einen Strom  $J_a$ , so kommt neben den Wirbelstromverlusten im Ankerkupfer  $L_{w_a}$  noch der Verlust durch Stromwärme  $L_{r_a} = J_a^2 \cdot R_a$  und der Übergangsverlust zwischen Kommutator und Bürsten  $L_{r_u} = J_a^2 \cdot R_u$  dazu, worin  $R_a$  und  $R_u$  den Anker- bzw. Bürstenübergangswiderstand darstellen. Für die Erregung des Magnetfeldes ist allgemein der Verlust  $L_{r_e} = E_k \cdot J_e$  und speziell  $L_{r_n} = E_k \cdot J_n$  bei Nebenschluß- oder  $L_{r_h} = J^2 \cdot R_h$  bei Hauptschlußmaschinen einzuführen: Für die Wirkungsgradbestimmung nach den direkten Methoden wird nun angenommen, daß der Reibungsverlust sich mit der Belastung nicht ändert, sondern konstant bleibt, wenn  $n$  sich nicht ändert.

Bezüglich der Eisenverluste tritt insofern eine Änderung bei Belastung auf, als das Feld sich ändert. Der Unterschied ist aber von so geringem Einfluß auf das Resultat, daß wir auch  $L_h + L_w$  als annähernd konstant ansehen können, wenn die Induktion  $\mathfrak{B}$  konstant bleibt.

Zur Bestimmung der Verluste läßt man die Maschine ohne Erregung des Feldes mit normaler Drehzahl laufen und nimmt dabei ein Indikatordiagramm auf, vermittels dessen man die zum Leerlauf ohne Erregung notwendige Leistung  $L_1$  berechnet.

In gleicher Weise verfahren wir bei erregter Dynamo, wobei sich eine Leistung  $L_2$  ergibt. Die Differenz  $L_2 - L_1$  dient dann zum Ausgleich der Verluste durch Hysteresis und Wirbelströme im Eisen  $L_h + L_w$  sowie zur Erzeugung der eventuellen Erregerverluste  $L_{r_e}$  einschl. derjenigen im Nebenschlußregulator, woraus folgt

$$L_2 - L_1 = L_h + L_w + L_{r_e}.$$

Es bleiben jetzt noch die Verluste durch Stromwärme im Anker  $L_{r_a}$  und infolge des Bürstenübergangswiderstandes  $L_{r_u}$ , die man leicht durch Messung des Ankerwiderstandes  $R_a$  und des Übergangswiderstandes  $R_u$  bestimmen kann. Dagegen vernachlässigen wir hier die Verluste  $L_{w_a}$ .

Zur Messung des Widerstandes  $R_a$  verwendet man die Thomsonsche Doppelbrücke, indem man den Strom an zwei bestimmten Lamellen des Kommutators zuführt und von hier auch die Spannungsdrähte der Brücke fortführt.

Die Entfernung  $y_m$  zwischen den beiden Lamellen, durch welche die Wicklung in zwei gleiche Teile zerlegt wird, lassen sich nach folgender Tabelle (2)<sup>1)</sup> bestimmen, wenn man die Schaltung kennt.

Tabelle 2.

Wicklung	Lamellen- zahl $K$	Kommutator- schritt $y_k$	$y_m$
Parallel-, Reihen- und Reihen-Parallelschaltung	gerade	gerade oder ungerade	$\frac{K}{2}$
Reihen und Reihen-Parallel	ungerade	gerade	$\frac{\pm y_k}{2}$
		ungerade	$\frac{K \pm y_k}{2}$
Parallel- schaltung	ungerade	gerade	$\frac{K + 1}{2}$
		ungerade	$\frac{K - a/p}{2}$

Darin ist  $K$  die Kommutatorlamellenzahl,  $y_k = \frac{y_1 \pm y_2}{2}$  der Kommutatorschritt, wobei  $y_1 + y_2$  bei Wellen- und  $y_1 - y_2$  bei Schleifenwicklungen benutzt werden muß.

Hat man auf Grund einer solchen Messung den Widerstand zwischen den oben bezeichneten Lamellen gleich  $r$  gefunden, so ist der ganze Widerstand aller hintereinandergeschalteten Spulen  $4r$  und demnach der Ankerwiderstand  $R_a = \frac{4r}{(2a)^2} = \frac{r}{a^2}$  für einfach und  $R_a = \frac{r}{a^2} \cdot \frac{1}{m}$  für  $m$  fach geschlossene Wicklungen, worin  $2a$  die Anzahl der Ankerzweige bedeutet. Am besten führt man diese Messungen nach einer Belastungsprobe aus oder nachdem der Meßstrom einige Zeit den Anker durchflossen hat, wobei es vorteilhaft ist, den Widerstand in Abhängigkeit vom Ankerstrom als  $f(R_a, J_a)$  durch mehrere Versuche zu bestimmen.

Der Bürstenübergangswiderstand  $R_u$  kann in folgender Weise gemessen werden: Auf einen Bürstenstift wird eine Bürste direkt und eine isoliert aufgesetzt und bei normaler Umdrehungs-

<sup>1)</sup> Wettler, ETZ. 1902, S. 8.



zahl ein Meßstrom  $J$  durch beide hindurchgeleitet. Mißt man noch den an den Bürsten auftretenden Spannungsverlust  $E_u$ , so ergibt sich der Übergangswiderstand einer Bürste  $r_u = \frac{E_u}{2J}$ , aus dem dann  $R_u$  leicht gefunden werden kann (vgl. auch Kap. 8, S. 317).

Wichtig ist dabei, daß neben richtiger Drehrichtung beide Bürsten gut eingelaufen sind, und daß  $R_u$  für verschiedene Stromstärken  $J$  bestimmt wird, so daß man durch zeichnerische Darstellung eine Kurve  $f(R_u, J)$  erhält.

Besitzt die Maschine mehr als zwei Bürstenstifte, so kann man folgende von Dettmar<sup>1)</sup> angegebene Methode verwenden, ohne daß Fehler durch die remanente Spannung zu befürchten sind. Zwei Bürstenstifte gleicher Polarität werden nach Lösung ihres Verbindungsstückes an eine Stromquelle angeschlossen und die infolge des Meßstromes  $J$  zwischen den Bürsten auftretende Potentialdifferenz  $E_u$  bei normaler Geschwindigkeit des Kommutators gemessen, woraus der Widerstand  $r_u = \frac{E_u}{2J}$  eines Stifts folgt. Sind im ganzen  $s$  Stifte gleicher Polarität vorhanden, so erhält man als Übergangswiderstand  $R_u = \frac{2 \cdot r_u}{s}$ . Bei dieser Messung ist allerdings noch eine Ankerspule vom Meßstrom durchflossen, deren Widerstand als verschwindend kleiner Teil des Gesamtwidestandes vernachlässigt werden kann. Diese Windung beeinflußt auch die Messung gar nicht, da sie in der neutralen Zone gelegen ist. Will man jedoch ganz sicher gehen, so mißt man mit kommutiertem Strom und nimmt das Mittel aus beiden Werten. Diese Messung führt man auch an den anderen Bürstenstiften aus und nimmt das Mittel aus allen Beobachtungen.

Im allgemeinen wird man jedoch davon absehen können, die Widerstände  $R_a$  und  $R_u$  getrennt zu bestimmen, besonders wenn man den Wirkungsgrad größerer installierter Maschinen an Ort und Stelle bestimmen soll, und umständliche Hilfsmittel wie Doppelbrücke, Galvanometer usw. nicht zur Verfügung stehen. In diesem Falle bestimmen wir den Gesamtwidestand  $R_k = R_a + R_u$  zwischen den Ankerklemmen, indem wir die Maschine mit normaler Drehzahl laufen lassen, wobei an den Klemmen eine remanente Spannung  $e'$  auftreten wird. Schicken

<sup>1)</sup> ETZ. 1900, S. 732.

wir dann einen Meßstrom  $+J$  durch die Wicklung, so kommt noch ein Spannungsverlust  $E_{v_a} = J \cdot (R_a + R_u)$  dazu, so daß wir im ganzen  $e_1 = e' + E_{v_a}$  am Spannungsmesser ablesen, wenn das Instrument mehr anzeigt, als wenn der Meßstrom  $J$  Null ist. Kommutieren wir jetzt den Meßstrom, so entspricht die Ablesung nach derselben Seite dem Werte  $e_2 = e' - E_{v_a}$ .

Daraus rechnet sich dann

$$E_{v_a} = \frac{e_1 - e_2}{2} \quad \text{und damit} \quad R_a + R_u = R_k = \frac{e_1 - e_2}{2J}.$$

Auch hierbei wird man den Widerstand in Abhängigkeit von dem für den Wirkungsgrad maßgebenden Strom feststellen, da speziell der Übergangswiderstand  $R_u$  wesentlich vom Strome abhängt, weil sich der spezifische Widerstand der Kohle mit der Stromdichte sehr stark ändert, und zwar mit kleiner Stromdichte größer wird.

Will man sich vom Einfluß der Remanenz freimachen, so kann man dieselbe durch ein gleich großes entgegengesetztes Feld vernichten, indem man die Magnetwicklung durch eine besondere Stromquelle von einem solchen Strom durchfließen läßt, daß der Spannungsmesser bei normaler Umdrehungszahl der Maschine keine Ablenkung zeigt.

Würden diese Messungen des Widerstandes  $R_a$  und  $R_u$  dazu benutzt, um daraus für die belastete Maschine die Verluste  $L_{r_a}$  und  $L_{r_u}$  zu berechnen, so würden die zusätzlichen Verluste durch Wirbelströme im Ankerkupfer  $L_{v_a}$ , die infolge des Ankerfeldes auftreten, nicht berücksichtigt sein. Es empfiehlt sich daher, für genaue Messungen den effektiven Widerstand  $R_a + R_u$  durch Messung der Kurzschlußleistung  $L_k$  bei verschiedenen Stromstärken zu bestimmen, woraus dann  $R_a + R_u = \frac{L_k}{J^2}$  folgt.

Sind diese Messungen an einer Maschine ausgeführt, so findet man daraus die Leistungsverluste

$L_{r_a} = J_a^2 \cdot R_a$  und  $L_{r_u} = J_a^2 \cdot R_u$  bzw. ihre Summe  $L_{v_a} = L_{r_a} + L_{r_u}$  und damit den Wirkungsgrad eines Generators

$$\eta = \frac{E_k \cdot J}{E_k \cdot J + J_a^2 \cdot R_a + J_a^2 \cdot R_u + L_h + L_w + L_{r_s}}.$$

Trotzdem in bezug auf die Genauigkeit dieser Methode, wegen



der Ungenauigkeit der bei Leerlauf aufgenommenen Indikator diagramme manche Bedenken geäußert worden sind, so kann man doch genaue Resultate erzielen, wenn man mit der richtigen Füllung arbeitet. Außerdem ist diese Methode für direkt gekuppelte Maschinen die einfachste und jedenfalls genauer als die bisher übliche durch Aufnahme eines Leerlaufs- und eines Belastungsdiagramms, die man allgemein in einwandfreier Weise nicht miteinander in Verbindung setzen darf.

#### d) Differential- oder Zurückarbeitungsmethode.

Nach den Vorschriften des VdE führt diese Messung die Bezeichnung „indirekte elektrische Methode“. In der Praxis ist sie meistens als „Sparschaltung“ bekannt. Voraussetzung ist dabei, daß mindestens zwei Maschinen derselben Bauart, Spannung und Leistung zur Verfügung stehen, wie es besonders bei einer Massenfabrikation oder auch bei Straßenbahnmotoren der Fall ist.

Die beiden Maschinen werden nach Hopkinson<sup>1)</sup> miteinander mechanisch und elektrisch so gekuppelt, daß eine von ihnen als Motor, die andere als Generator arbeitet. Der Antrieb erfolgt durch einen geeichten Hilfsmotor<sup>2)</sup>.

Da hierbei die beiden Maschinen verschiedenartig magnetisch und elektrisch beansprucht werden, erhält man nur angenäherte Werte für  $\eta_g$  und  $\eta_m$  des Generators und Motors, die um so fehlerhafter werden, je kleiner die Leistung wird, welche die beiden Maschinen unterhalb der normalen Belastung liefern. Die Methode ist daher von Kapp<sup>3)</sup> dahin abgeändert worden, daß er den Hilfsmotor fortläßt und die eine Maschine als Motor direkt vom Netz aus antreibt (Fig. 197), so daß die beiden Maschinen gewissermaßen parallel zueinander arbeiten. Um eine bequeme Regulierung der Spannung zu erhalten, wählt man am besten Fremd-erregung, für die der Strom bei Hauptschlußmaschinen einer Hilfsbatterie von niedriger Spannung entnommen wird.

Nachdem die Magnetfelder erregt sind, können beide Maschinen auch zu gleicher Zeit mittels des Anlaßwiderstandes eingeschaltet werden, und es wird dann die Erregung des Generators

<sup>1)</sup> Phil. Tr. Roy. Soc. 1886, I, und: Original papers 1901, Bd. I, S. 106.

<sup>2)</sup> ETZ. 1909, S. 866.

<sup>3)</sup> El. Eng. Bd. 9, S. 87, 102; Fortschr. d. EL 1892, S. 1, 9.

stärker als die des Motors reguliert, so daß die normale Drehzahl, Spannung und die mittlere Stromstärke auftritt. Sobald der stationäre Zustand erreicht ist, liest man die Spannung  $E_k$  und die Ströme  $J_g$  und  $J_z$  ab. Dann würde der Wirkungsgrad der ganzen Anordnung allgemein durch die Gleichung

$$\eta_g \cdot \eta_m = \frac{E_{k_g} \cdot J_g}{E_{k_m} \cdot J_g + E \cdot J_z}$$

dargestellt werden können, worin  $E_{k_g}$  die Klemmenspannung des Generators,  $E_{k_m}$  die des Motors bedeutet. In diesem Fall ist

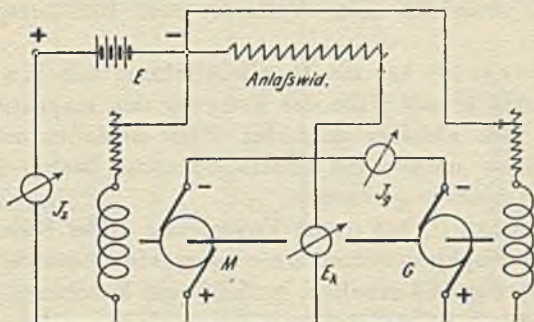


Fig. 197.

$E_{k_g} = E_{k_m} = E_k = E$ , so daß wir unter der allerdings nicht ganz einwandfreien Annahme, daß  $\eta_g \approx \eta_m \approx \eta$  ist, erhalten

$$\eta \approx \sqrt{\frac{J_g}{J_g + J_z}}$$

Sind die Maschinen nicht direkt gekuppelt, sondern durch Riemen oder Transmissionen miteinander verbunden, so muß auch der Wirkungsgrad der Übertragung  $\eta_u$  berücksichtigt werden,

wofür dann  $\eta \approx \sqrt{\frac{J_g}{(J_g + J_z) \cdot \eta_u}}$  wird.

Eine andere Anordnung ist von Müller und Mattersdorf<sup>1)</sup> für Hauptschlußmotoren angegeben.

Da bei dieser Methode die vom Motor aufgenommene Leistung zum größten Teil durch den Generator an das Netz zurückgegeben wird, so sind nur die Verluste in beiden Maschinen von der Strom-

<sup>1)</sup> Die Bahnmotoren.



quelle zu bestreiten. Daher eignet sich diese Methode auch für größere Maschinen nicht nur für die Bestimmung des Wirkungsgrades, sondern auch für Belastungsproben, weswegen sie in den Fabriken ziemlich gebräuchlich ist, trotzdem die Genauigkeit der Messung keine sehr große ist, da die Stromstärke im Motor  $J_m = J_g + J_z - (J_{ng} + J_{nm})$  größer als  $J_g$  im Generator ist und dieser wieder eine höhere magnetische Beanspruchung als der Motor erleidet. Hierbei ist es auch möglich, die beiden Maschinen gegeneinandergeschaltet ans Netz anzuschließen. French<sup>1)</sup> benutzt für Bahnmotoren zur Konstanthaltung der Motorspannung und Ausgleich aller Verluste zwei fremderregte Hilfsmaschinen.

Hutchinson<sup>2)</sup> hat die Parallelschaltung von Kapp dahin geändert, daß er mit Hilfe der Erregung den magnetischen Zustand auf den gleichen normalen Wert einstellte und die im Generatorkreis notwendige höhere Spannung durch Einführen einer Zusatzspannung erzeugte.

Erst Blondel<sup>3)</sup> hat durch Vereinigung dieser Schaltung mit der ersten Hopkinsonschen Anordnung eine einwandfreie Methode nach Fig. 198 erhalten, wobei beide Maschinen elektrisch und magnetisch normal beansprucht werden.

Die beiden Maschinen werden zuerst von einem geeichten Zusatzmotor  $Z$  angetrieben und auf gleiche EMKE  $E_g = E_a$  (d. h.  $E_{kg} = E_{ka}$ ) für  $J_g = 0$  ( $R = \infty$ ) erregt. ( $E_g =$  elektromotorische Gegenkraft des Motors,  $E_a =$  EMK des Generators). Der Motor hat dann die Reibungs- und Eisenverluste  $2 \cdot (L_c + L_{hw}) = E_z \cdot J_z \cdot \eta_z$  zu überwinden. Nun schließt man  $R$  über einen Zellschalter  $ZS$  und stellt den erforderlichen Strom  $J_g$  ein. Dann wird

$$\begin{aligned} E_{kg} &= E_a - E_{rg} - J_g \cdot (R_{ag} + R_{ug}) \\ E_{km} &= E_g - E_{rm} + J_g \cdot (R_{am} + R_{um}), \end{aligned}$$

worin  $E_{rg}$  und  $E_{rm}$  den Spannungsabfall infolge Rückwirkung (und eventueller Bürstenverstellung) bedeuten.

Aus beiden Gleichungen folgt:

$$E_{km} - E_{kg} = e = J_g \cdot [(R_{ag} + R_{ug}) + (R_{am} + R_{um})] + (E_{rg} - E_{rm})$$

<sup>1)</sup> El. 1913, S. 729; ETZ. 1913, S. 597.

<sup>2)</sup> El. Eng. 1893; Ind. El. 1905, S. 39 (Baldine); ETZ. 1909, S. 866.

<sup>3)</sup> Traction El. 1898, Bd. II, S. 370.

oder, wenn man  $E_{r_g} = E_{r_m}$  setzt,

$$e = J_g \cdot [(R_{u_g} + R_{u_g}) + (R_{a_m} + R_{u_m})] = E_{v_{a_g}} + E_{v_{a_m}}.$$

Die im Ankerwiderstand  $R_a + R_u$  verbrauchte Leistung ist dann

$L_{v_a} = \frac{e \cdot J}{2}$  für jede Maschine, wenn man die Ankerwider-

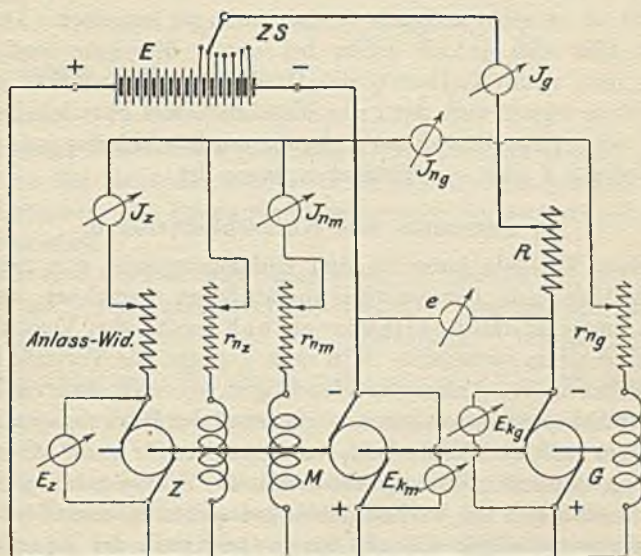


Fig. 198.

stände  $R_{k_g}$  und  $R_{k_m}$  gleich groß setzt. Zur Erregung sind

$$L_{r_{n_m}} = E \cdot J_{n_m} \quad \text{und} \quad L_{r_{n_g}} = E \cdot J_{n_g} \quad \text{Watt}$$

verbraucht.

Es rechnet sich daher der Wirkungsgrad (nach Gl. 3, S. 259) für den Motor

$$\eta_m = \frac{E_{k_m} \cdot J_g - \frac{e \cdot J_g + E_z \cdot J_z \cdot \eta_z}{2}}{E_{k_m} \cdot J_g + E \cdot J_{n_m}}$$

und für den Generator (Gl. 2, S. 259)

$$\eta_g = \frac{E_{k_g} \cdot J_g}{E_{k_g} \cdot J_g + \frac{e \cdot J_g + E_z \cdot J_z \cdot \eta_z}{2}}.$$



Diese Methode ist ebenfalls für Dauerversuche zur Feststellung der Temperaturerhöhung brauchbar. Wenn sie auch die Bestimmung des Wirkungsgrades mit großer Genauigkeit zuläßt, so ist sie doch wegen des mechanischen Antriebs etwas umständlich. Man wird daher allgemein aus praktischen Gründen die einfachere Methode von Hutchinson anwenden.

Oft ist es nicht möglich, 2 Maschinen zu benutzen. Die Methode läßt sich jedoch schon bei einer Maschine ausführen, wenn man nach Kolben<sup>1)</sup> die Hälfte der Pole stärker erregt. Allerdings eignen sich dazu nur Maschinen mit Parallelschaltung ohne oder mit abnehmbaren Äquipotentialverbindungen, wenn die Polzahl 4 oder ein Vielfaches davon ist.

### e) Leerlaufs- und Kurzschlußversuch.

Diese Methode kann zu den einfachsten und mit geringen Hilfsmitteln am bequemsten ausführbaren gerechnet werden, wenn man nur den Leerlaufversuch gemäß den Vorschriften des VdE allein vornimmt. Will man dagegen die Verluste durch Wirbelströme im Anker berücksichtigen, so muß man noch den Kurzschlußversuch machen, da sonst der Wirkungsgrad ohne diesen zu groß ausfallen würde, was besonders für große Maschinen in Frage kommt. Man ist dabei von der Voraussetzung ausgegangen, daß sich die Verluste einer belasteten Maschine mit ausreichender Genauigkeit durch Superposition der Leerlauf- und Kurzschlußverluste bestimmen lassen<sup>2)</sup>.

α) Leerlaufversuch. Legt man einen Motor an eine Stromquelle an, so wird der Anker bei der Spannung  $E_{k_0}$  für Leerlauf einen Strom  $J_0$  aufnehmen. Da er an der Riemenscheibe keine Leistung abgibt, so dient die aufgenommene Energie  $L'_0 = E_{k_0} J_0$  zum Ausgleich der bei Leerlauf auftretenden Verluste. Diese setzen sich nun bei Belastung aus folgenden Teilen zusammen:

1. Stromwärmeverlust  $L_{v_a} = J_a^2 \cdot (R_a + R_u) = J_a^2 \cdot R_k$ ,
2. Reibungsverlust  $L_g = c \cdot n^{1.5}$ ,
3. Hysteresis- und Wirbelstromverlust im Eisen  
 $L_{h+w} = L_h + L_w$ ,
4. Erregerverlust für das Magnetfeld  $L_{r_e}$ .

<sup>1)</sup> El. u. M. Wien. 1908, S. 25, 125, 348.

<sup>2)</sup> ETZ. 1903, S. 476.

Letzterer ist bei Hauptschlußmaschinen  $L_{r_h} = J^2 \cdot R_h$ , bei Nebenschlußmaschinen  $L_{r_n} = E_k \cdot J_n$ .

Haben wir nun durch eine Messung den Widerstand zwischen den Ankerklemmen  $R_k$  oder  $f(E_{v_a}, J_a)$  bestimmt, so wird, da wir die Maschine im allgemeinen mit Fremderregung untersuchen wollen,

$$L_0' = E_{k_0} \cdot J_0 = J_0^2 \cdot R_k + L_e + L_h + L_w$$

sein, woraus folgt

$$L_e + L_h + L_w = E_{k_0} \cdot J_0 - J_0^2 \cdot R_k = L_0.$$

Die auf diese Weise gemessenen drei Verluste können jedoch nur den bei Belastung auftretenden gleichgesetzt werden, wenn die Ursachen, von denen sie hervorgerufen werden, dieselben geblieben sind.

Nun sind die Reibungsverluste von der Drehzahl  $n$ , die Hysterisis- und Wirbelstromverluste von der magnetischen Induktion  $\mathfrak{B}_a$  im Ankereisen und der Periodenzahl  $\nu$  der Ummagnetisierung abhängig. Da die Periodenzahl  $\nu = \frac{p \cdot n}{60}$  der Drehzahl proportional ist, so müssen wir beim Leerlaufversuch dieselbe Drehzahl  $n$  und dieselbe magnetische Induktion  $\mathfrak{B}_a$  im Anker wie bei Belastung haben. Die Ermittlung der Drehzahl  $n$  geschieht nach Methode h, 2. Die Induktion können wir zwar direkt nicht messen, sie ist aber bestimmend für die Größe der im Anker induzierten EMK, und diese steht in einem einfachen Zusammenhang mit der Klemmenspannung  $E_k$  der Maschine. Dabei muß man natürlich berücksichtigen, ob ein Motor oder Generator untersucht werden soll. Für einen Motor ist die induzierte EMK (Gegenkraft) bei Belastung  $E_{g_b} = E_k - J_a \cdot R_k$ , wobei  $E_k$  und  $J_a$  die für normalen Betrieb in Frage kommenden Größen sind. Bei Leerlauf wird

$$E_{g_0} = E_{k_0} - J_0 \cdot R_k.$$

Da nun  $E_g = c \cdot \mathfrak{B}_a$  ist und  $\mathfrak{B}_a$  konstant bleiben soll, so muß  $E_{g_0} = E_{g_b}$  sein, woraus folgt:

$$E_{k_0} - J_0 \cdot R_k = E_k - J_a \cdot R_k.$$

Es muß demnach dem Motor bei dem Versuch zur Feststellung der Verluste eine Klemmenspannung bei Leerlauf

$$E_{k_0} = E_k - J_a \cdot R_k + J_0 \cdot R_k$$



geboden werden. Hierin ist ja  $R_k$  durch Messung in Abhängigkeit von  $J$  und  $J_0$  gefunden.

$J_0$  wird durch einen Vorversuch bestimmt, indem man den Motor bei der Spannung  $E_k - J_a \cdot R_k$  laufen läßt.

Ist die zu untersuchende Maschine ein Generator, so können die Verluste  $L_e + L_h + L_w$  ebenfalls aus der Leistung gefunden werden, welche der als Motor laufende Generator bei Leerlauf aufnimmt. Da in diesem Fall als belasteter Generator

$$E_{ab} = E_k + J_a \cdot R_k$$

und als leerlaufender Motor

$$E_{g_0} = E_{k_0} - J_0 \cdot R_k$$

ist, so folgt aus der Beziehung

$$E_{g_0} = E_{ab} \text{ auch } E_{k_0} - J_0 \cdot R_k = E_k + J_a \cdot R_k,$$

oder dem als Motor laufenden Generator muß die Klemmenspannung

$$E_{k_0} = E_k + J_a \cdot R_k + J_0 \cdot R_k$$

geboden werden, worin  $J_0$  ebenfalls durch einen Vorversuch bei der Spannung  $E_k + J_a \cdot R_k$  festgestellt wird.

Die Verluste  $L_{ra} + L_{ru} = J_a^2 \cdot R_k$  werden aus  $f(E_{v_a}, J_a)$  durch Multiplikation zusammengehöriger Koordinaten (gemäß Fig. 176) und  $L_{re}$  nach S. 264 berechnet. Dann ist

$$\eta = \frac{L_e - L_v}{L_e} = \frac{L_a}{L_a + L_v},$$

wo  $L_v$  sich als Summe der meßbaren Verluste  $L_e + L_h + L_w$  und der berechneten Verluste  $L_{ra} + L_{ru} + L_{re}$  bestimmt.

Darin wird  $L_{wa}$  nicht berücksichtigt. Zur Ausführung der Messung benutzt man zweckmäßig folgende Tabelle:

Gegeben:  $E_k = \text{konst. } J, J_e, n = \text{konst.}$  für einen Generator

$E_k = \text{konst. } J_a, J_e, n$  (nach Methode h, 2) für einen Motor.

Vorher ist gemessen:  $f(E_{v_a}, J_a)$ .

$J$	$J_a$	$n_0$	$E_{k_0}$	$J_0$	$L_0'$	$J_0^2 \cdot R_k$	$L_0$	$L_{ra}$	$L_{re}$	$L_v$	$L_a$	$L_e$	$\eta_g$	$\eta_m$
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
vorher berechnet				gemessen	Z 3 · 4	$f(E_{v_a}, J_a)$	Z 5 - 6	$f(E_{v_a}, J_a)$	$E_e \cdot J_e$	Z 7 + 8 + 9	Generator	Motor	11 $\frac{11 + 10}{12 - 10}$	$\frac{12 - 10}{12}$

Will man jedoch  $L_{ua}$  zusammen mit  $L_{ra}$  und  $L_{ru}$  experimentell bestimmen, so dient dazu

**β) der Kurzschlußversuch:** Ein Hilfsmotor wird für verschiedene Belastung geeicht, d. h. sein Wirkungsgrad in Abhängigkeit von der eingeführten elektrischen Energie bestimmt und dann mit der zu untersuchenden Maschine gekuppelt, die er mit der normalen Drehzahl als Generator im richtigen Sinne antreibt. Schließt man die Klemmen durch einen Strommesser kurz und erregt das Feld, falls die Remanenz nicht ausreichen sollte, durch eine Hilfsbatterie so weit, bis der für den Wirkungsgrad in Frage kommende Strom  $J_a$  vom Anker abgegeben wird, dann verbraucht der Generator beim Kurzschluß die Leistung  $L_k'$ , welche aus der eingeführten des Motors mit Hilfe der Eichkurve oder des Wirkungsgrades leicht bestimmt werden kann. In diesem Wert  $L_k'$  sind nach der Gleichung

$$L_k' = L_{ra} + L_{ru} + L_{wa} + L_e + L_{hw}'$$

sämtliche Verluste enthalten, wobei  $L_{hw}'$  ein ganz kleiner Eisenverlust infolge der schwachen Erregung ist.

Hierbei sei darauf hingewiesen, daß die Bürsten keinesfalls in Motorstellung, d. h. gegen die Drehrichtung verschoben stehen dürfen. Wie gefährlich das werden kann, zeigt sich aus der Tatsache, daß bei einem 1100 kW-Generator, der bei voller Drehzahl ( $n = 90$ ) ohne Erregung kurzgeschlossen wurde, in demselben Augenblick das Ankerkreuz durchbrach, da die Maschine infolge der längsmagnetisierenden Wirkung der Ankerströme ein starkes Feld erzeugte und sich mit ungewöhnlich hoher Stromstärke im Anker fast plötzlich bremste.

Nun öffnen wir den Kurzschluß und erhalten aus Ablesung und Eichkurve eine andere dem Generator zugeführte Leistung

$$L_k'' = L_e + L_{hw}'$$

die nur die mechanischen und Eisenverluste der Kurzschlußleistung  $L_k$  enthält. Aus beiden Werten folgt dann:

$$L_k = L_k' - L_k'' = L_{ra} + L_{ru} + L_{wa}.$$

Dieser Versuch wird für einen Motor oder Generator in gleicher Weise ausgeführt, und erhalten wir dann als Ergebnis den Wirkungsgrad für einen Generator

$$\eta_g = \frac{E_k \cdot J}{E_k \cdot J + L_k + L_0 + L_{re}}$$



und für einen Motor

$$\eta_m = \frac{E_k \cdot J - (L_0 + L_k + L_{r_n})}{E_k \cdot J},$$

wenn  $E_k$  in beiden Fällen die Klemmenspannung und  $J = J_a - J_n$  den Netzstrom für den Generator, dagegen  $J = J_a + J_n$  den Gesamtstrom beim Motor mit Nebenschlußschaltung bezeichnet.

In ähnlicher Weise könnte man vermittels des Hilfsmotors auch die Verluste  $L_e + L_h + L_w$  bestimmen, wenn sich in einzelnen Fällen (z. B. bei Wechselstrommaschinen) der direkten Bestimmung Schwierigkeiten entgegenstellen oder eine gleichartige Stromquelle, wie sie die zu untersuchende Maschine erfordert, nicht vorhanden ist. (Vgl. Hilfsmotormethode h.)

Beispiel: Für einen Nebenschlußmotor soll bei  $E_k = 220$  Volt Klemmenspannung,  $n = 1650$  U/min und  $J_a = 15$  Amp. Belastungsstrom der Wirkungsgrad  $\eta_m$  bestimmt werden, wenn der normale Erregerstrom  $J_n = 0,42$  Amp., der Widerstand  $R_k = 0,7$  Ohm bei 2 Amp. und 0,63 Ohm bei 15 Amp. beträgt.

Durch einen Vorversuch wurde festgestellt, daß der Leerlaufstrom nach ca. dreistündigem Betrieb konstant blieb und 2 Amp. betrug. Daraus ergibt sich die für die Untersuchung notwendige Spannung

$$E_{k_0} = E_k - J_a \cdot R_k + J_0 \cdot R_k = 220 - 15 \cdot 0,63 + 2 \cdot 0,7 = 212,9 \text{ Volt.}$$

Bei dieser Klemmenspannung wurde nun die Erregung so eingestellt, daß der Motor  $n = 1650$  U/min machte, wobei ein Leerlaufstrom  $J_0 = 2,05$  Amp. gemessen wurde. Hieraus folgt:

$$L_0 = E_{k_0} \cdot J_0 - J_0^2 \cdot R_k = 212,9 \cdot 2,05 - 4 \cdot 0,7 = 433 \text{ Watt.}$$

Darauf wurde für den Kurzschlußversuch die Maschine mit einem Hilfsmotor gekuppelt und durch einen Strommesser kurzgeschlossen. Da die Remanenz sehr gering war, wurde durch eine Hilfsbatterie von ca. 20 Volt Spannung das Feld so weit verstärkt, bis der normale Strom von  $J_a = 15$  Amp. bei  $n = 1650$  U/min auftrat. Gleichzeitig wurde die Spannung des Antriebsmotors an den Ankerklemmen aus mehreren Werten im Mittel zu  $E'_k = 215$  Volt und der Ankerstrom  $J'_0 = 4,75$  Amp. bestimmt, woraus

$$L'_k = E'_k \cdot J'_0 = 215 \cdot 4,75 = 1020 \text{ Watt}$$

folgt. Nach Öffnung des Kurzschlusses betrug die Aufnahme nur

$$L''_k = E''_k \cdot J''_0 = 214 \cdot 3,74 = 800 \text{ Watt}$$

Unter der Annahme, daß der Wirkungsgrad des Antriebsmotors bei diesen Stromaufnahmen als konstant angesehen werden kann, ergibt die Differenz

$$L'_k - L''_k = L_k = L_{r_a} + L_{r_u} + L_{w_a} = 1020 - 800 = 220 \text{ Watt}$$

die für den normalen Strom auftretenden Ankerverluste, während man durch Rechnung nach der Gleichung

$$L_{r_a} + L_{r_u} = J_a^2 \cdot R_k \quad \text{nur} \quad 15^2 \cdot 0,63 = 142 \text{ Watt}$$

erhalten hätte.

Der Wirkungsgrad des Motors wird demnach, wenn

$$J = J_a + J_n = 15,0 + 0,42 = 15,42 \text{ Amp. ist,}$$

$$\eta_m = \frac{E_k \cdot J - (L_0 + L_k + L_{r_e})}{E_k \cdot J} \\ = \frac{220 \cdot 15,42 - (433 + 220 + 220 \cdot 0,42)}{200 \cdot 15,42} = 0,781 \approx 78 \%$$

Würde man diese Maschine als Generator laufen lassen, so könnte man bei  $J_n = 0,42$  Amp. Erregung und  $n = 1650$  U/min nur eine Klemmenspannung von  $E_k = 200$  Volt bei 15 Amp. Nutzstrom erhalten.

In diesem Fall ließ man zur Bestimmung des Wirkungsgrades die Maschine als Motor mit einer Spannung

$$E_{k_0} = E_k + J_a \cdot R_k + J_0 \cdot R_k = 200 + 15,42 \cdot 0,63 + 2 \cdot 0,7$$

oder  $E_{k_0} = 211,1$  Volt laufen, wobei der Leerlaufstrom  $J_0 = 2,0$  Amp. betrug.

Hieraus ergibt sich  $L_0 = 211,1 \cdot 2,0 - 4 \cdot 0,7 = 419$  Watt.

Die Verluste bei belastetem Generator ergeben sich für den Ankerstrom  $J_a = 15,42$  Amp. durch den Kurzschlußversuch zu

$$L'_k = 1029 \quad \text{und} \quad L''_k = 800 \text{ Watt,}$$

woraus folgt  $L_k = 1029 - 800 = 229$  Watt.

Der Erregerverlust beträgt  $L_{r_e} = 200 \cdot 0,42 = 84$  Watt, so daß

$$\eta_g = \frac{E_k \cdot J}{E_k \cdot J + L_0 + L_k + L_{r_e}} = \frac{200 \cdot 15}{200 \cdot 15 + 419 + 229 + 84} = 0,804$$

wird. Die Verluste bei Kurzschluß hätte man auch nach der sogenannten Auslaufmethode (s. unter g) bestimmen können, wenn kein Hilfsmotor zur Verfügung sein sollte.

In einzelnen Fällen ist es sehr erwünscht, die Verluste durch Reibung, Hysteresis und Wirbelströme voneinander trennen



zu können, besonders wenn es sich darum handelt, Bearbeitungs- und Fabrikationsmethoden gegeneinander auf ihre Vorzüge und Nachteile zu vergleichen, ob man z. B. gefräste oder gestanzte Nuten, Papier- oder Lackzwischenlagen beim Zusammenbau des Ankers usw. verwenden soll. Diesem Zweck dient folgende Messung:

### f) Trennungsmethode.

Läßt man eine Maschine als Motor leer laufen, so nimmt sie eine Leistung  $L_0' = E_{k_0} \cdot J_0$  bei einer bestimmten Drehzahl  $n$  auf, wie wir früher gesehen haben, und zwar dient  $L_0'$  zum Ausgleich der Verluste  $L_e + L_h + L_w + J_0^2 \cdot R_k$ , so daß

$$L_0 = L_e + L_h + L_w = L_0' - J_0^2 \cdot R_k$$

wird. Verringert man  $E_{k_0}$  und hält durch Schwächung des Feldes die Drehzahl konstant, so erhält man neue Werte für  $L_0$ . Trägt man diese in Abhängigkeit von  $E_{k_0}$  in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein (Fig. 199), so erhält man als  $f(L_0, E_{k_0})$  ein Kurvenstück, welches seiner Form nach zwischen einer Geraden und einer Parabel gelegen ist. Wird nun diese Kurve bis zum Schnittpunkt  $a$  mit der Ordinatenachse verlängert, dann stellt die

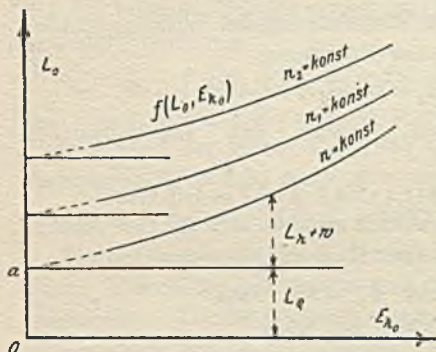


Fig. 199.

Strecke  $Oa$  den Verlust dar, der bei normaler Drehzahl für die Spannung  $E_{k_0} = 0$  auftritt. Da in diesem Falle keine Eisenverluste vorhanden sind, muß die Strecke  $Oa$  die Reibungsverluste  $L_e$  darstellen. Um diese Werte möglichst genau zu erhalten, empfiehlt es sich, mit der Spannung  $E_{k_0}$  so weit als möglich herunterzugehen.

Zur Erhöhung der Genauigkeit

trägt man  $L_0$  als Funktion von  $E_{k_0}^2$  auf (s. S. 280), wodurch die Punkte für Spannungen unterhalb der Einheit näher an die Ordinatenachse heranrücken und die Kurve im allgemeinen in eine Gerade übergeht (vgl. Fig. 201).  $L_e$  könnte man nach *Dettmars*<sup>1)</sup> auch aus zwei Gleichungen der Form  $L_0 = L_e + c \cdot E_{k_0}^2$  bestimmen.

<sup>1)</sup> ETZ. 1899, S. 203.

nachdem man durch eine Proberechnung festgestellt hat, daß die  $f(L_0, E_{k_0})$  von dieser Gleichung wenig abweicht.

In derselben Weise werden nun für andere Drehzahlen  $n_1, n_2$  usw. die zugehörigen Kurven aufgenommen und die Werte  $L_{e_1}, L_{e_2}$  usw. bestimmt. Durch Eintragen des Reibungsverlustes als Funktion der Drehzahl  $n$  in ein rechtwinkliges Koordinatensystem erhält man dann (Fig. 200) als  $f(L_e, n)$  eine Kurve, die ungefähr der 1,5. Potenz von  $n$  proportional ist nach der Gleichung

$$L_e = c \cdot n^{1,5}.$$

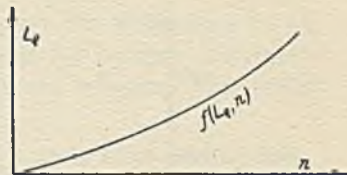


Fig. 200.

Beispiel: Gleichstromgenerator für  $E_k = 110$  Volt,  $J = 550$  Amp.,  $n = 550$  U/min,  $R_k = 0,005$  Ohm,  $J_n = 5,5$  Amp.

Nachdem die Maschine als Motor so lange unbelastet gelaufen war, bis ein stationärer Zustand auftrat, veränderte man die Klemmenspannung  $E_{k_0}$  und die Erregung  $J_n$ , so daß die Drehzahl  $n$  konstant blieb, und notierte die aufgenommenen Ankerströme  $J_0$ . Dasselbe führte man für andere Drehzahlen  $n_1, n_2$  usw. aus, wie folgende Tabelle (3) zeigt:

Tabelle 3.

		$n = 625$					
beobachtet	$E_{k_0}$	111,2	95,6	78	60	43	35
	$J_0$	38,6	35,8	36,8	39,8	48,4	56
berechnet	$L_0$	4270	3416	2864	2376	2070	1945
		$n = 550$					
beobachtet	$E_{k_0}$	110,8	100	87,6	64	50	31
	$J_0$	36,3	35,1	34,2	35,2	38,6	52,3
berechnet	$L_0$	4010	3504	2990	2248	1922	1606
		$n = 450$					
beobachtet	$E_{k_0}$	108	91	62	45	27	
	$J_0$	34,4	31,6	30,4	33,3	44,5	
berechnet	$L_0$	3710	2870	1878	1492	1190	
		$n = 300$					
beobachtet	$E_{k_0}$	95	80	66	50	34	22
	$J_0$	30,2	28,1	26,5	25	25,8	31,4
berechnet	$L_0$	2860	2240	1748	1246	872	686



Aus  $E_{k_0}$ ,  $J_0$  und  $R_k$  ist nun

$$L_0 = E_{k_0} \cdot J_0 - J_0^2 \cdot R_k$$

berechnet und als Funktion von  $E_{k_0}$  in Fig. 201 eingezeichnet. Durch Verlängerung der Kurven ergeben sich die Verluste  $L_0$ ,

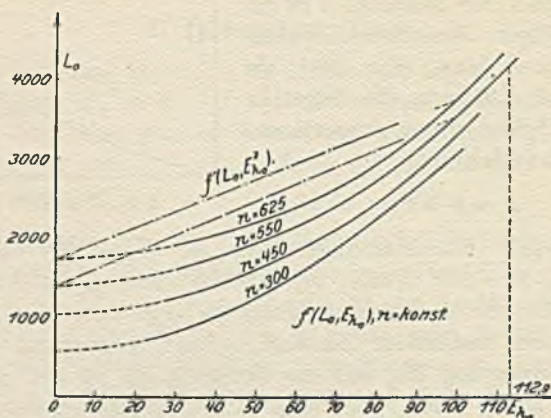


Fig. 201.

deren Abhängigkeit von  $n$  in Fig. 202 nach folgenden Angaben (Tabelle 4) dargestellt ist.

Tabelle 4.

$n$	625	550	450	300
$L_0$	1725	1380	1030	570

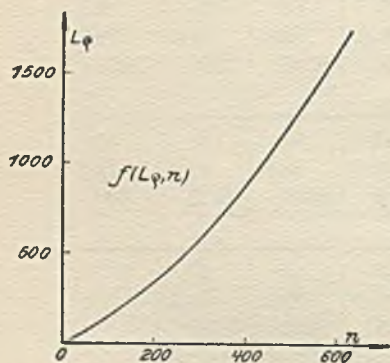


Fig. 202.

Um den Schnitt mit der Ordinatenachse genauer zu bestimmen, zeichnet man statt der normalen Skala für  $E_{k_0}$  eine Funktionsskala<sup>1)</sup>, gebildet aus  $E_{k_0}^2$ , so erhält man als  $f(L_0, E_{k_0}^2)$  in Fig. 201 eine Gerade (strichpunktiert).

Bestimmt man  $L_0$  analytisch durch die Gleichung

$$L_0 = L_2 + c \cdot E_{k_0}^2,$$

<sup>1)</sup> v. Pirani, Graph. Darstellung, Göschen Nr. 728; Mehmke, Leitf. z. graph. Rechnen, Teubner 1917.

z. B. aus den beiden Gleichungen:

$$\text{I. } 4270 = L_0 + c \cdot 111,2^2$$

$$\text{II. } 1945 = L_0 + c \cdot 35^2,$$

so findet man  $L_0 = 1695$  nur um ca. 1% gegen den zeichnerisch ermittelten Wert verschieden.

Aus diesen Aufnahmen läßt sich jetzt der Wirkungsgrad für den Generator leicht bestimmen. Damit die bei dem leerlaufenden Motor gefundenen Verluste für die des belasteten Generators gesetzt werden können, muß

$E_{k_0} = E_k + (J_a + J_0) \cdot R_k = 110 + (550 + 36,3) \cdot 0,005 = 112,9$  Volt sein. Dafür entnehmen wir aus der Kurve (Fig. 201) für  $n = 550$ ,  $L_0 = 1380$  Watt und  $L_0 = 4140$  Watt, so daß  $L_{hw} = 2760$  Watt wird. Dazu kommt noch

$$L_{v_a} = L_{r_a} + L_{r_u} = 555,5^2 \cdot 0,005 = 1545$$

$$L_{r_n} = 110 \cdot 5,5 = 605,$$

und man erhält dann:

$$\eta = \frac{110 \cdot 550}{110 \cdot 550 + 1380 + 2760 + 1545 + 605} = \frac{60500}{66790} \approx 90 \text{ \%}.$$

In manchen Fällen ist es verhältnismäßig schwierig, die oben angegebenen Kurven  $f(L_0, E_{k_0})$  für konstante Drehzahl bei veränderlicher Erregung so weit aufzunehmen, daß aus ihrer Verlängerung die Reibungsverluste genau festgestellt werden können.

Außerdem lassen sich die Kurven schlecht zur Trennung von  $L_h$  und  $L_0$  benutzen. Dann kann man sich dadurch helfen, daß man bei Leerlauf die Leistungen  $L_0$  als Funktion der Klemmenspannung  $E_{k_0}$  bei konstanter Erregung  $J_0$  und veränderlicher Drehzahl  $n$  bestimmt und entsprechend verschiedenen Erregerstromstärken eine Schar von Kurven aufnimmt (Fig. 203), die natürlich im Koordinatenanfang endigen müssen. Gleichzeitig notiert man die Ankerströme  $J_0$  und trägt sie als Funktion von  $E_{k_0}$  zeichnerisch auf (Fig. 204).

Um nun  $L_0$  bei konstanter Drehzahl und veränderlicher Erregung zu erhalten, zeichnen wir uns in Fig. 203 die Kurven  $f(n, E_{k_0})$ ,  $J_n = \text{konst.}$  hin, ziehen für eine bestimmte Drehzahl  $n = \text{konst.}$  eine Parallele zur Abszissenachse, welche die Drehzahlkurven in  $a, b, c$  schneidet. Von diesen Punkten ziehen wir vertikale Linien bis zum Schnitt mit den zugehörigen Kurven



$d, e, f$ , so ergibt uns eine stetige Verbindung der Schnittpunkte die verlangte (strichpunktierte) Kurve  $f(L_0, E_{k_0})$  für konstante Drehzahl bei veränderlicher

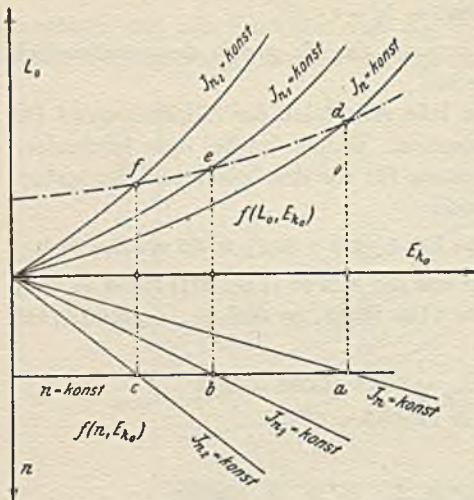


Fig. 203.

Erregung. Dieselbe Konstruktion führen wir für die Drehzahlen  $n_1, n_2$  usw. aus. Am besten zeichnet man sich die Kurven besonders heraus und bestimmt nach den früheren Erklärungen die Kurve der Reibungsverluste als Funktion der Drehzahl  $f(L_0, n)$ , wie sie in Fig. 200 angegeben ist.

Zur weiteren Trennung der Eisenverluste in Hysteresis- und Wirbelstromverluste kann

man folgenden Weg einschlagen:

Man zeichnet die Kurven der Ankerströme  $J_0$  als Funktion von  $E_{k_0}$  auf, von denen vorläufig nur eine für die normale Erregung  $J_n = \text{konst.}$  betrachtet werden soll (Fig. 205). In diesem Strom  $J_0$  sind die den Leistungsverlusten  $J_0^2 \cdot R_k, L_0, L_h$  und  $L_w$  gleichwertigen Stromstärken  $J_r, J_e, J_h, J_w$  enthalten, und zwar

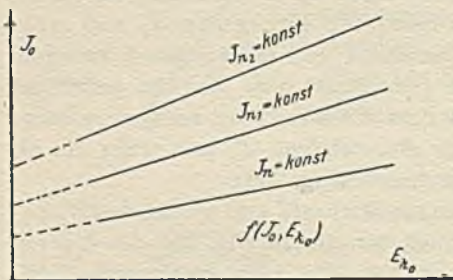


Fig. 204.

ist  $J_r = \frac{J_0^2 \cdot R_k}{E_{k_0}}$ . Nun

berechnen wir für verschiedene Spannungen  $E_{k_0}$  und Ströme  $J_0$  diesen Wert und verkürzen die Ordinaten um die zugehörigen Stücke von  $J_r$ , woraus sich die Kurve  $ab$  ergibt. Im allgemeinen kann man  $J_r$  wegen des

geringen Einflusses vernachlässigen. Zur Bestimmung von  $J_e$  wählt man einige Spannungen aus und entnimmt der Fig. 203 die dazu-

gehörigen Drehzahlen. Für diese ergeben sich dann aus Fig. 200 die

Reibungsverluste  $L_g$ , woraus nach der Gleichung  $J_g = \frac{L_g}{E_{k_0}}$  die

dem Reibungsverlust entsprechende Stromstärke gefunden wird. Subtrahiert man von den Ordinaten der Linie  $ab$  die Größen  $J_g$ , so erhält man durch Verbindung der gefundenen Punkte eine annähernd gerade Linie  $cd = f(J_{hw}, E_{k_0})$ , deren Verlängerung die Ordinatenachse in  $c$  schneidet.

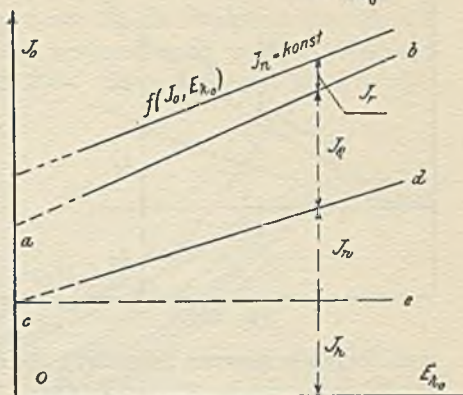


Fig. 205.

Für konstante Erregung ist darin  $J_h = \text{konst.}$ ,  $J_w$  dagegen ändert sich pro-

portional mit  $E_{k_0}$ . Denn es ist  $L_w = E_{k_0} \cdot J_w = \frac{E_{k_0}^2}{R_w}$ , worin  $R_w$  den Widerstand des Wirbelstromkreises bedeutet. Daraus folgt  $J_w = \frac{1}{R_w} \cdot E_{k_0} = c \cdot E_{k_0}$ . Addiert man auf beiden Seiten  $J_h$ , so ergibt sich  $J_w + J_h = c \cdot E_{k_0} + J_h$

als Gleichung einer Geraden, deren Ordinatenachsenabschnitt

gleich  $J_h$  sein muß, da für  $E_{k_0} = 0$  die Wirbelstromverluste verschwinden. Es stellt somit die Strecke  $Oc$  den zum Ausgleich der Hysteresisverluste notwendigen Strom  $J_h$  dar. Zieht man zur Abszissenachse die Parallele  $ce$ , so entsprechen die Ordinaten zwischen den Linien  $ce$  und  $cd$  den Strömen  $J_w$ .

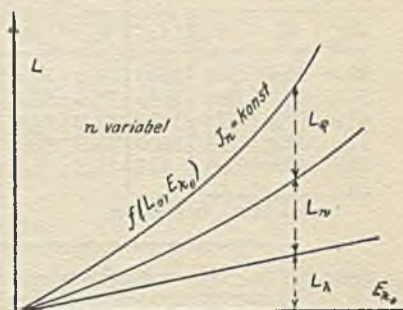


Fig. 206.

Multipliziert man die so gefundenen Ströme mit den zugehörigen Klemmenspannungen und trägt die Produkte als Funktion von  $E_{k_0}$  auf, so erhält man übersichtlichere Kurven (Fig. 206),



welche direkt die Verluste in Watt für konstante Erregung bei veränderlicher Drehzahl angeben. In derselben Weise

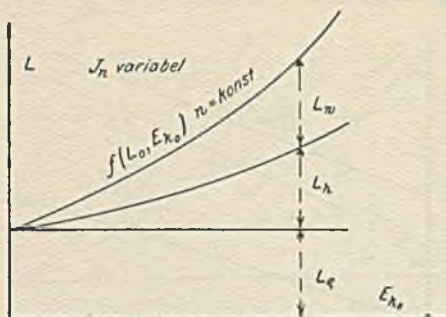


Fig. 207.

kann man nun die Konstruktion für die anderen Erregungen durchführen und erhält dann eine Kurvenschar, aus der man die zu einer konstanten Drehzahl bei veränderlicher Erregung gehörenden Verluste entnehmen kann. Trägt man die so gefundenen Werte als Funktion von  $E_{k_0}$  auf, so erhält

man folgende Kurven (Fig. 207), die dann leicht zur Bestimmung des Wirkungsgrades dienen können.

Beispiel: Bei demselben Generator, wie vorher, für

$$E_k = 110 \text{ Volt}, \quad J = 550 \text{ Amp.}, \quad n = 550 \text{ U/min.},$$

$$J_n = 5,5 \text{ Amp.}, \quad R_k = 0,005 \text{ Ohm}$$

wurden für mehrere Erregerstromstärken folgende Aufnahmen gemacht:

Tabelle 5.

$J_n = 10,0 \text{ Amp.}$				$J_n = 7,0 \text{ Amp.}$				$J_n = 5,5 \text{ Amp.}$			
$E_{k_0}$	$J_0$	$n$	$L_0$	$E_{k_0}$	$J_0$	$n$	$L_0$	$E_{k_0}$	$J_0$	$n$	$L_0$
98,5	30,5	358	3000	99,6	32,4	432	3220	99,7	33,9	510	3370
77,5	26,7	281	2065	77,5	28,0	337	2165	77,0	29,2	396	2244
61,8	23,9	223	1474	61,2	24,8	266	1513	60,7	25,6	308	1550
47,4	21,2	173	1000	39,0	20,3	168	788	35,0	19,9	178	693
23,4	17,9	85	415	18,8	16,7	81	312	19,6	16,8	99	326

beobachtet      berechnet

$J_n = 3,0 \text{ Amp.}$				$J_n = 1,4 \text{ Amp.}$			
$E_{k_0}$	$J_0$	$n$	$L_0$	$E_{k_0}$	$J_0$	$n$	$L_0$
98	43,6	783	4255	47,9	55,4	730	2635
71,6	35,2	576	2510	31,0	42,6	476	1312
52,9	29,9	427	1578				
21,1	20,1	168	421				

Die Größe  $L_0$  in der vierten Spalte ist nach der Formel

$$L_0 = E_{k_0} \cdot J_0 - J_0^2 \cdot R_k$$

berechnet worden. Nun tragen wir  $L_0$  als Funktion von  $E_{k_0}$  als  $f(L_0, E_{k_0})$ ,  $J_n = \text{konst.}$  auf und zeichnen nach unten die Geraden  $f(n, E_{k_0})$  für  $J_n = \text{konst.}$  (Fig. 208). Dann lege<sub>n</sub> wir für  $n = 625$ ,

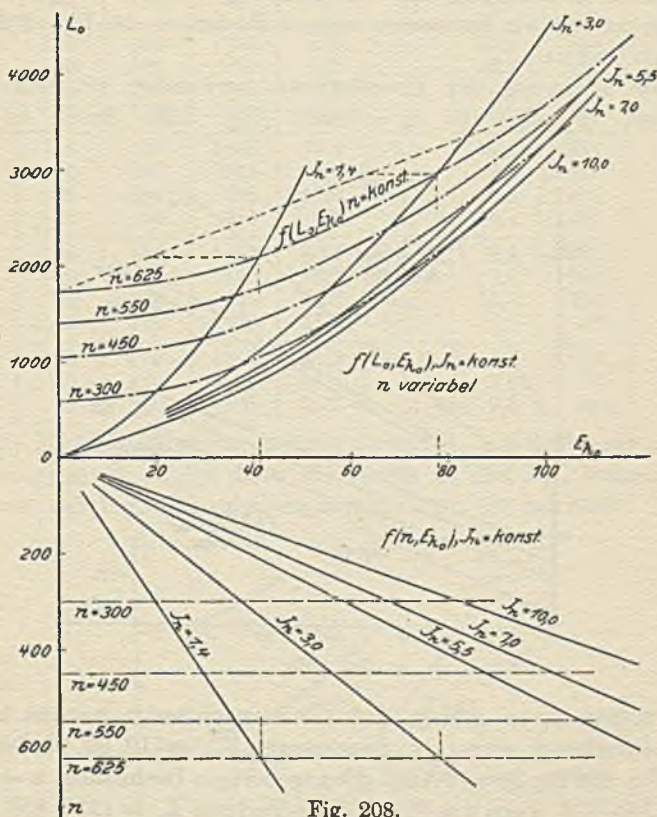


Fig. 208.

550, 450, 300 Parallele zur Abszissenachse, gehen von den Schnittpunkten nach oben zu den ausgezogenen Kurven  $f(L_0, E_{k_0})$ ,  $J_n = \text{konst.}$  und erhalten durch Verbindung der Schnittpunkte die  $f(L_0, E_{k_0})$  für  $n = \text{konst.}$  (strichpunktierte Kurven). Die Ordinatenachsenabschnitte der verlängerten bzw. durch Quadrierung der Abszissen (s. S. 280 und Fig. 201) als (gestrichelte)



Gerade erscheinenden Kurven stellen den Reibungsverlust  $L_g$  dar und sind in folgender Tabelle (6) angegeben.

Tabelle 6.

$n$	625	550	450	300
$L_g$	1720	1380	1030	565

Die Übereinstimmung mit den früheren Werten ist eine sehr große, so daß wir für unsere weitere Rechnung die Fig. 202 benutzen wollen.

Zur Trennung der Eisenverluste verwenden wir jetzt die Kurven  $f(J_0, E_{k_0})$  für  $J_n = \text{konst.}$  (Fig. 209). Darin ist die

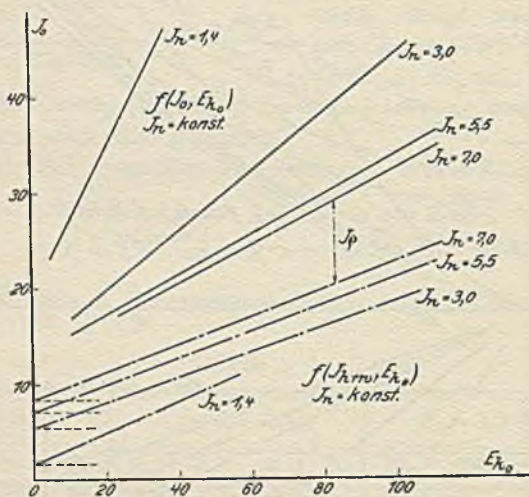


Fig. 209.

Korrektur  $J_r$  so gering, daß sie vernachlässigt werden kann. Nun entnehmen wir zu den Spannungen  $E_{k_0} = 110, 90, 60, 30$  Volt aus Fig. 208 für  $J_n = 7$  Amp. die zugehörigen Drehzahlen  $n = 480, 395, 260, 130$ , wozu aus Fig. 202 die Verluste  $L_g = 1132, 850, 475, 192$  Watt und nach der Gleichung

$$J_g = \frac{L_g}{E_{k_0}}$$

die Ströme  $J_g = 10,3; 9,5; 7,9; 6,4$  Amp. gehören.

Vermindern wir die entsprechenden Ordinaten in Fig. 209 um diese Größen, so ergibt sich für  $J_n = 7,0$  eine (strichpunkt-

tierte) Gerade, deren Verlängerung bis zur Ordinatenachse dem Strom  $J_h = 8,6$  Amp. entspricht. Diese Maßnahme führen wir auch für die anderen Erregungen durch und erhalten folgende Werte (Tabelle 7).

Tabelle 7.

$J_n$	$E_{t_0}$	$n$	$L_e$	$J_e$	$J_h$	$J_w$	$L_h$	$L_w$
7,0	110	480	1132	10,3	8,6	15,6	946	1716
„	90	395	850	9,5	„	12,7	774	1142
„	60	260	475	7,9	„	8,2	516	492
„	30	130	192	6,4	„	4,1	258	123
5,5	110	565	1458	13,3	7,4	15,4	814	1695
„	90	460	1055	11,7	„	12,8	616	1152
„	60	307	598	10,0	„	8,3	444	498
„	30	153	231	7,7	„	4,1	222	123
3,0	70	560	1435	20,5	5,1	9,4	357	658
„	60	480	1130	18,8	„	7,8	306	468
„	30	240	425	14,2	„	3,5	152	105
„	15	120	170	11,3	„	1,7	76	26
1,4	40	610	1650	41,3	1,7	6,5	68	260
„	30	460	1060	35,4	„	3,0	51	150
„	15	230	400	26,7	„	2,5	25,5	38

Die Multiplikation der Ströme  $J_h$  und  $J_w$  mit den zugehörigen Spannungen  $E_{t_0}$  ergibt dann die Werte  $L_h$  und  $L_w$ , woraus die Kurven der Fig. 210 erhalten wurden. Zu der normalen Dreh-

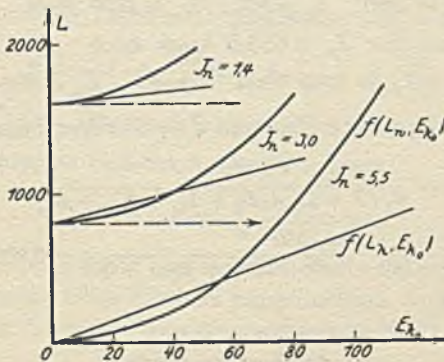


Fig. 210.

zahl  $n = 550$  gehören aus Fig. 208 für die Erregungen 1,4 bis 5,5 Amp. die Spannungen  $E_{t_0} = 36, 68, 107$  Volt. Entnehmen wir dazu aus der Fig. 210 die entsprechenden Verluste  $L_h$  und  $L_w$



und  $L_Q$  aus Tabelle 6 bzw. Fig. 202, so erhalten wir die Tabelle 8,

Tabelle 8.  $n = 550$ .

$J_a$	$E_{k_0}$	$L_h$	$L_w$	$L_Q$
1,4	36	61	210	1380
3,0	68	347	629	1380
5,5	107	792	1610	1380

welche die Verluste bei der konstanten Drehzahl  $n = 550$  als Funktion von  $E_{k_0}$  angibt, und die Fig. 211. Aus diesen Kurven

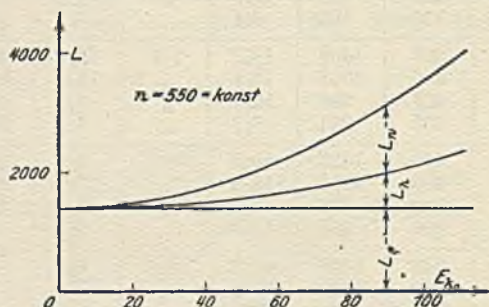


Fig. 211.

finden wir für die Berechnung des Wirkungsgrades bei  $E_{k_0} = 112,9$  Volt die Verluste

$$L_Q = 1380, \quad L_h = 950, \quad L_w = 1800 \text{ Watt.}$$

Dazu kommen für  $J_a = 555,5$  Amp. noch

$$L_{v_a} = L_{r_a} + L_{r_u} = 1545 \text{ Watt} \quad \text{und} \quad L_{r_n} = 605 \text{ Watt,}$$

woraus sich bei  $E_k = 110$  Volt und  $J = 550$  Amp. der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{E_k \cdot J}{E_k \cdot J + L_Q + L_h + L_w + L_{v_a} + L_{r_n}}$$

$$\eta = \frac{110 \cdot 550}{110 \cdot 550 + 1380 + 950 + 1800 + 1545 + 605} = 0,905 \approx 90\%.$$

ergibt (s. S. 281).

### g) Auslaufsmethode.

Diese Methode ist zuerst von Marcel Deprez (1884) und Dettmar<sup>1)</sup> angegeben und von Peukert<sup>2)</sup> erweitert worden.

<sup>1)</sup> ETZ. 1899, S. 203, 380.

<sup>2)</sup> ETZ. 1901, S. 393.

Wird einem um eine Achse drehbaren Körper durch eine äußere Kraft eine bestimmte Winkelgeschwindigkeit erteilt, so besitzt er nach Aufhören der Einwirkung eine gewisse kinetische Energie oder Arbeitsfähigkeit. Überläßt man nun den Körper sich selbst, so wird die kinetische Energie verbraucht, um die bei der Drehung auftretenden Verluste auszugleichen, so daß der Körper eine immer mehr abnehmende Drehzahl zeigt und allmählich zur Ruhe kommt. Die Zeit, welche dabei verfließt, bezeichnet man als Auslaufszeit. Da die kinetische Energie von der Umdrehungszahl des Körpers abhängig ist, so wird uns eine Kurve, welche die Drehzahl  $n$  als Funktion der Auslaufszeit  $t$  darstellt, auch für jeden Augenblick die dem System inwohnende Energie angeben. Man bezeichnet diese Funktion als **Auslaufskurve**  $f(n, t)$ .

Hat der gedrehte Körper die Masse  $m$ , das Trägheitsmoment  $J$  bezogen auf die Drehachse und die Geschwindigkeit  $v$  für den Punkt, in dem wir uns die Masse vereinigt denken, so ist seine Arbeitsfähigkeit  $A = m \cdot \frac{v^2}{2} = \frac{J \cdot \omega^2}{2}$  kgm.

Ändert sich nun die kinetische Energie in der Zeit  $dt$  um den kleinen Betrag  $-dA$ , so ist die dabei abgegebene Leistung

$$L = -\frac{dA}{dt} \text{ kgm/sec.}$$

Werten wir den Differentialquotienten aus, wo wird

$$L = -J \cdot \omega \cdot \frac{d\omega}{dt} = -J \cdot \left(\frac{\pi}{30}\right)^2 \cdot n \cdot \frac{dn}{dt},$$

da  $\omega = \pi \cdot \frac{n}{30}$  ist. Für einen bestimmten Körper ist  $J \cdot \left(\frac{\pi}{30}\right)^2 = c$  eine Konstante, so daß man schreiben kann:

$$L = -c \cdot n \cdot \frac{dn}{dt} \text{ kgm/sec.}$$

Diese Gleichung setzt uns auch in die Lage,  $c$  und daraus das Trägheitsmoment eines Körpers experimentell zu ermitteln.

Messen wir  $L$  nicht in kgm/sec, sondern in Watt, so müssen wir

$$c = 9,81 \cdot J \cdot \left(\frac{\pi}{30}\right)^2$$

setzen. Bei einfachen Hohlzylindern ist  $c$  leicht zu bestimmen, da

$$J = \frac{G}{9,81} \cdot \left(R^2 + \frac{h^2}{4}\right)$$



ist, wenn  $G$  das Gewicht in kg,  $R$  der Radius für den Schwerpunkt des Querschnitts und  $h$  die radiale Dicke der Zylinderwandung in m gemessen ist (Fig. 212).

Für die Untersuchung von elektrischen Maschinen können wir jedoch diese Formel nicht benutzen, da der Anker eine verwickelte Form besitzt, wohl aber läßt sich die Konstante  $c$  experimentell auf folgende Weise bestimmen:

Legt man den Anker an eine Klemmenspannung  $E_{k_0}$ , so wird

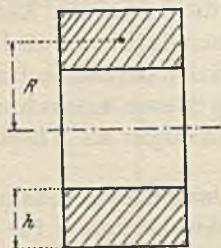


Fig. 212.

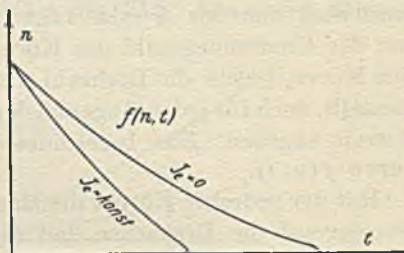


Fig. 213.

er bei  $n$  U/min einen Strom  $J_0$  aufnehmen. Dann dient die eingeführte Leistung  $L_0' = E_{k_0} \cdot J_0$  dazu, die Verluste

$$L_{v_0} = J_0^2 \cdot R_k \text{ durch Stromwärme, } L_e \text{ durch Reibung,}$$

$L_h$  durch Hysteresis,  $L_w$  durch Wirbelströme auszugleichen, woraus folgt:

$$L_0' - L_{v_0} = L_0 = L_e + L_h + L_w.$$

Diese Leistung  $L_0$  verbraucht nun die kinetische Energie  $-c \cdot n \cdot \frac{dn}{dt}$  des Systems, und es muß daher in jedem Augenblick

$$-c \cdot n \cdot \frac{dn}{dt} = L_e + L_h + L_w$$

sein. Die Größe  $\frac{dn}{dt}$  können wir aus der Auslaufkurve bestimmen.

Zur Aufnahme derselben versetzen wir den Anker der Maschine durch irgendeine äußere Kraft oder durch den elektrischen Strom in Drehung, indem wir das Magnetfeld mit dem im Betriebe normalen Strom  $J_e$  erregen. Sobald der Anker die normale Drehzahl  $n$  erreicht hat, wird die äußere Energiezufuhr unterbrochen und von diesem Augenblick an zu verschiedenen Zeiten  $t$  (in sec) des Auslaufens die dazugehörige Drehzahl  $n$  bestimmt. (Im allgemeinen steigert man anfangs die Drehzahl etwas über den normalen Betrag.) Diese Werte stellt man zeichnerisch dar

(Fig. 213) und erhält daraus die Auslaufkurve  $f(n, t)$  für  $J_e = \text{konst.}$  In derselben Weise nehmen wir auch für  $J_e = 0$ , d. h. ohne Erregung eine neue Kurve auf.

Am leichtesten und schnellsten werden diese Kurven mit einem registrierenden Tachometer oder Tachographen ermittelt. Da derselbe jedoch nicht immer zur Hand sein wird, so kann man sich auch in folgender Weise helfen:

Man legt einen Spannungsmesser an die Klemmen des Ankers, mißt die induzierte EMK  $E_a$  desselben in Abhängigkeit von der Auslaufzeit  $t$  und erhält als zeichnerische Darstellung eine nur durch den Maßstab von der Auslaufkurve verschiedene Kurve, da  $E_a = c \cdot n$  für  $J_e = \text{konst.}$  ist.

Nun treibt man die Maschine durch einen Hilfsmotor bei derselben Erregung an und bestimmt für verschiedene EMKe  $E_a$  die zugehörige Drehzahl  $n$  (es genügen schon wenige Punkte, da  $f(E_a, n)$  geradlinig ist). Aus dieser Aufnahme entnimmt man nun die zu den Größen  $E_a$  der  $f(E_a, t)$  gehörenden Werte von  $n$  und erhält damit auch  $f(n, t)$ . Bei unerregtem Felde genügt der remanente Magnetismus, wenn man ein entsprechend empfindliches Instrument benutzt.

Zur Prüfung der mit dem Tachometer festgestellten Auslaufkurven mißt man die vom Augenblick des Abschaltens an zurückgelegten Umdrehungen  $u$  für verschiedene Zeiten mit Hilfe eines einfachen Tourenzählers und trägt sie als Funktion der Zeit  $t$  in sec auf (Fig. 214). Es gibt dann die Endordinate der Kurve für die Zeit  $t$ , in welcher der Anker zur Ruhe kommt, die gesamte Umdrehungszahl  $u$  während des Auslaufs an. Diese Ordinate steht aber in einer bestimmten Beziehung zur Auslaufkurve. Für einen schmalen Streifen der Auslaufkurve  $f(n, t)$  von der Breite  $dt$  (Fig. 215) ist die Fläche in einem bestimmten Maß  $c_1 \cdot df = n \cdot dt = du$ . Die von den Ordinaten  $t = 0$  und  $t = t_1$  eingeschlossene Fläche  $abcd$  stellt demnach

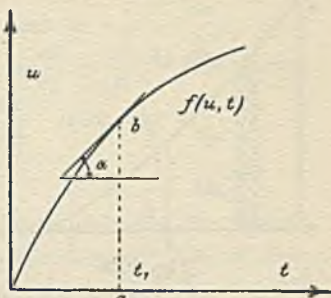


Fig. 214.

$$\int c_1 \cdot df = c_1 \cdot f = \int_0^{t_1} n \cdot dt = \int_0^{t_1} du = [u]_0^{t_1},$$



d. h. die in der vom Beginn des Auslaufs an verfloßenen Zeit  $t_1$  gemessene Umdrehungszahl  $u$  dar. Da nun die Ordinaten der Umdrehungszahlkurve  $f(u, t)$  den Inhalt des entsprechenden

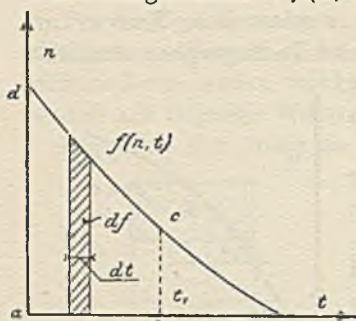


Fig. 215.

Flächenstück der Auslaufkurve angeben, so stellen sie das Integral des betreffenden Kurvenstücks dar. Die Umdrehungszahlkurve  $f(u, t)$  ist daher die Integralkurve  $\int f(n, t) \cdot dt$  der Auslaufkurve  $f(n, t)$ . Hat man die  $f(u, t)$  aufgenommen und legt (Fig. 214) für die Zeit  $t_1 = ab$  eine Tangente in  $b$  an die Kurve, so ist

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{du}{dt} = \frac{n \cdot dt}{dt} = n$$

in dem betreffenden Maß die zu  $t_1$  gehörende Drehzahl in der Minute  $cb = n$  (Fig. 215). Man findet daher zeichnerisch (s. Fig. 160) die Auslaufkurve  $f(n, t)$  als Differentialkurve  $d \frac{f(u, t)}{dt}$  der Umdrehungszahlkurve  $f(u, t)$ .

Für kleine Motoren, bei denen die Auslaufzeit unter etwa 15 sec liegt, kann man nach Linke<sup>1)</sup> aus der gesamten Auslauf-

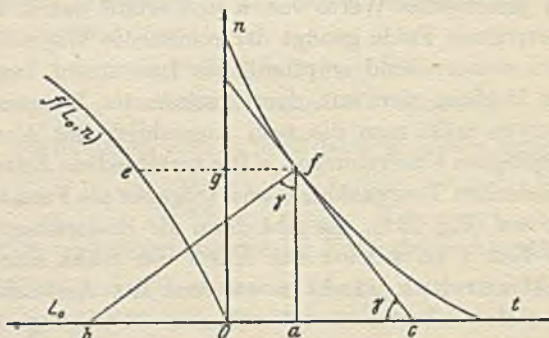


Fig. 216.

zeit und der bei Leerlauf und konstanter Erregung für verschiedene Drehzahlen  $n$  aufgenommenen Leistungskurve  $f(L_0, n)$  die Auslaufkurve ermitteln.

Legt man nun (Fig. 216) an die Auslaufkurve für normale

<sup>1)</sup> ETZ. 1905, S. 610.

Erregung  $J_e$  in einem beliebigen Punkt  $f$  eine Tangente  $fc$ , errichtet in  $f$  die Normale  $fb$  und fällt das Lot  $fa$ , so wird

$$\operatorname{tg}(fca) = -\frac{dn}{dt}.$$

Bezeichnen wir den  $\sphericalangle(bfa)$  mit  $\gamma$ , so ist  $\operatorname{tg}(fca) = \operatorname{tg}\gamma$ , da  $\sphericalangle(fca) = \sphericalangle(bfa)$  ist, und damit auch  $\operatorname{tg}\gamma = -\frac{dn}{dt}$ .

In dem Dreieck  $abf$  ist aber  $\operatorname{tg}\gamma = \frac{ab}{af} = \frac{ab}{n}$ . Aus diesen beiden Gleichungen folgt:  $\frac{ab}{n} = -\frac{dn}{dt}$  oder die

$$\text{Subnormale} \quad ab = -n \cdot \frac{dn}{dt}.$$

Bestimmen wir demnach aus der Auslaufkurve für irgendeinen Punkt die Subnormale  $ab$ , so könnten wir die in dem Augenblick abgegebene Leistung  $L_0 = L_e + L_h + L_w = c \cdot ab$  sofort berechnen, wenn die Konstante  $c$  bekannt wäre.

Nach der Formel hat  $ab$  die Dimension  $\frac{n^2}{t}$ . Da aber aus dem Diagramm  $ab$  in Sekunden ( $t$ ) abgelesen wird, so müssen wir den abgelesenen Wert mit  $\left(\frac{n}{t}\right)^2$  multiplizieren, um die richtige Dimension zu erhalten. Das Verhältnis  $\frac{n}{t}$  ist uns durch den Maßstab des Koordinatensystems gegeben. Bedeutet z.B. 1 cm Ordinate 100 U/min, 1 cm Abszisse 10 sec, so wäre  $ab$  mit  $\left(\frac{100}{10}\right)^2$  zu multiplizieren.

Zur Bestimmung der Konstanten  $c$  nehmen wir eine Kurve  $f(L_0, n)$  an der Maschine auf, welche die Leistung  $L_0 = E_{k_0} \cdot J_0 - J_0^2 \cdot R_k$  als Funktion der Drehzahl  $n$  angibt, indem wir dem Motor bei konstanter Erregung eine veränderliche Spannung  $E_{k_0}$  liefern und den aufgenommenen Strom  $J_0$  und die Drehzahl  $n$  notieren. Die daraus gebildete Kurve  $f(L_0, n)$  wird in Fig. 216 nach links so eingetragen, daß  $L_0$  als Abszisse,  $n$  als Ordinate erscheint. Daraus entnimmt man die zu der Drehzahl  $f_a$  gehörige Leistung  $g_e$ , so daß nach der Gleichung  $g_e = c \cdot ab$  die Konstante aus  $c = \frac{g_e}{ab} \cdot \left(\frac{t}{n}\right)^2$  bestimmt ist.

In derselben Weise verfahren wir mit anderen Punkten  $f_1, f_2, \dots, f_n$  und erhalten daraus mehrere Werte für  $c$ , aus denen dann das Mittel genommen wird.



Auch rechnerisch läßt sich die Konstante  $c$  in folgender Weise bestimmen:

Hat man aus dem Auslaufversuch für eine bestimmte Zeit  $t_1$  die Drehzahl  $n_1$  und für  $t_2$  die entsprechende  $n_2$  entnommen, so ist der Tourennachlaß  $n_1 - n_2$  in der Zeit  $t_2 - t_1$  ein Maß für die abgegebene Leistung. Ist die in dem Augenblick  $t_1$  zum Lauf des Motors mit der Drehzahl  $n_1$  notwendige Leistung  $L_0$  aus der experimentell aufgenommenen Kurve  $f(L_0, n)$  bekannt, so wird nach der Gleichung

$$L_0 = c \cdot \frac{n_1^2 - n_2^2}{t_2 - t_1}$$

die Konstante  $c = \frac{L_0}{n_1^2 - n_2^2} \cdot (t_2 - t_1)$ .

Nach Bragstad<sup>1)</sup> läßt sich bei Maschinen mit Kugellagern die Konstante  $c$  durch Beobachtung der Schwingungszeit  $T$  (sec) des Ankers bestimmen, der durch ein Gewicht  $G$  (kg) im Abstand  $r$  (cm) von der Drehachse in Pendelschwingungen versetzt wird. Dann ist das Trägheitsmoment

$$J \doteq \pi \cdot \sqrt{\frac{T}{G \cdot r}} \quad \text{und} \quad c = 9,81 \cdot \left(\frac{\pi}{30}\right)^2 \cdot J.$$

Ähnlich ist eine Methode<sup>2)</sup>, bei der man den Anker mit Stahl-drähten oder Bändern an einem schneidenartigen Träger aufhängt und ihn dann in Schwingungen versetzt.

Kuhlmann<sup>3)</sup> stellt die Auslaufkurve als arithmetische Reihe 3. Ordnung mit der Bildungsfunktion  $n = n_0 + a \cdot t + b \cdot t^2 + d \cdot t^3$  dar und berechnet dafür aus 3 Werten von  $n$  die Konstanten  $a, b, d$ . Nun ist für  $t = 0$  die Leistung  $L = E_{k_0} \cdot J_0$  und  $n = n_0$ ,  $\left[\frac{dn}{dt}\right]_{t=0} = a$ , so daß man  $E_{k_0} \cdot J_0 = -c \cdot n_0 \cdot a$  oder  $c = \frac{E_{k_0} \cdot J_0}{n_0 \cdot a}$  erhält. Dazu ergibt sich dann die Leistung

$$L_t = -c \cdot n \cdot (a + b \cdot t + d \cdot t^2),$$

wofür man die Drehzahl  $n$  zu dem zugehörigen Wert von  $t$  aus der Auslaufkurve entnimmt. So ermittelt man zu verschiedenen Zeiten  $t$  bzw.  $n$  die Werte von  $L_t$  bzw.  $L_n$  und kann daraus die Leistungskurve  $f(L_t, t)$  bzw.  $(L_n, n)$  zeichnen.

Um nun die Reibungsverluste  $L_e$  festzustellen, nimmt man

<sup>1)</sup> EL u. ML Wien. 1905, S. 381.

<sup>2)</sup> ETZ. 1912, S. 1160; 1917, S. 182, 263.

<sup>3)</sup> ETZ. 1901, S. 443.

eine zweite Auslaufkurve für die unerregte Maschine ( $J_e = 0$ ) auf und bildet dazu für verschiedene Punkte  $f_0$  (Fig. 217) die Subnormale  $a_0 b_0$ , so ist  $c \cdot a_0 b_0 = L_e = e_0 g_0$

der Reibungsverlust, da bei unerregter Maschine nur geringe Eisenverluste vorhanden sind. Diese Werte tragen wir als Funktion der betreffenden Drehzahl  $f_0 a_0$  zeichnerisch auf und erhalten durch Verbindung der gefundenen Punkte eine neue Kurve, nämlich  $f(L_e, n)$ , die wir in Fig. 217 links einzeichnen. Die beiden Kurven  $f(L_0, n)$  und  $f(L_e, n)$  ergeben durch Subtraktion der

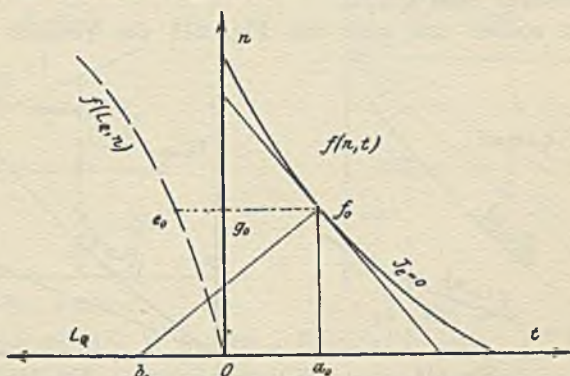


Fig. 217.

Ordinaten (Fig. 218) die Eisenverluste als Funktion der Drehzahl  $f(L_{hw}, n)$  für  $J_n = \text{konst.}$  In welcher Weise man nun diese Verluste trennt, soll in den nächsten Zeilen gezeigt werden.

Nach Steinmetz (S. 216) sind die Eisenverluste

$$L_h + L_w = (\eta_h \cdot \nu \cdot \mathfrak{B}_{\max}^{1,6} + \xi \cdot \nu^2 \cdot \mathfrak{B}_{\max}^2) \cdot \nu \cdot 10^{-7} \text{ Watt,}$$

worin  $V$  das Volumen in ccm,  $\eta_h$  und  $\xi$  Eisenkonstanten,  $\nu = \frac{p \cdot n}{60}$  die Periodenzahl der Ummagnetisierung und  $\mathfrak{B}_{\max}$  die höchste Induktion im Eisen bedeuten. Für veränderliche Drehzahl  $n$  und konstante Induktion  $\mathfrak{B}_{\max}$  könnte man die Gleichung in folgender Form schreiben:

$$L_h + L_w = h \cdot n + w \cdot n^2,$$

worin

$$h = \eta_h \cdot \mathfrak{B}_{\max}^{1,6} \cdot \frac{p}{60} \cdot V \cdot 10^{-7}$$

und

$$w = \xi \cdot \left(\frac{p}{60}\right)^2 \cdot \mathfrak{B}_{\max}^2 \cdot V \cdot 10^{-7} \text{ gesetzt ist.}$$



Da für eine Kurve die Erregung  $J_n = \text{konst.}$  war, so ist in diesem Falle  $\mathfrak{B}_{\text{max}} = \text{konst.}$ , und wir können diese Gleichung zur Trennung der Eisenverluste benutzen, indem wir sie durch  $n$  dividieren.

$$\text{Wir erhalten dann } \frac{L_h}{n} + \frac{L_w}{n} = h + w \cdot n,$$

d. h. die  $f\left(\frac{L_{h+w}}{n}, n\right)$  ist eine gerade Linie, deren Ordinatenachsenabschnitt  $h$  uns den Verlust  $\frac{L_h}{n}$  oder den Hysteresisverlust für die Drehzahl Eins angibt.

Wir stellen uns nun aus Fig. 218 die Verluste  $L_{h+w}$  als

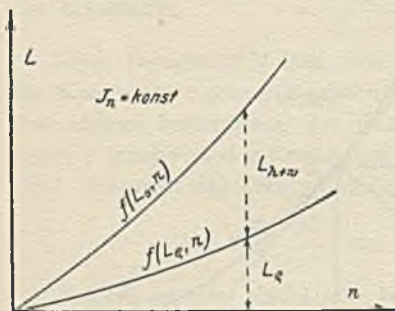


Fig. 218.

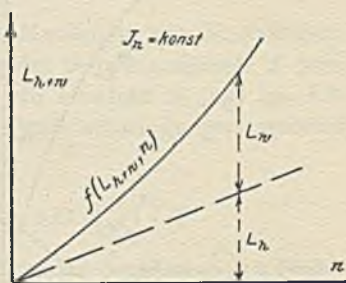


Fig. 219.

Funktion von  $n$  dar (Fig. 219), dividieren die Ordinaten durch die zugehörige Drehzahl und tragen diese Quotienten  $\frac{L_{h+w}}{n}$  als Funktion von  $n$  (Fig. 220), woraus sich eine Gerade ergibt, deren Verlängerung von der Ordinatenachse die Strecke

$$Og = h = \frac{L_h}{n}$$

abschneidet. Die Ordinatenabschnitte zwischen den Parallelen zur Abszissenachse durch  $g$  und der Geraden stellen dann die Größe  $w \cdot n = \frac{L_w}{n}$  oder den Verlust durch Wirbelströme für eine Umdrehung/sec dar. Multiplizieren wir jetzt den Wert  $Og = h$  mit der normalen Drehzahl  $n$ , so erhalten wir den Hysteresisverlust  $L_h$  für die betreffende Erregung und Drehzahl. Diesen Wert von  $L_h$  tragen wir als Funktion von  $n$  in Fig. 219 ein (gestrichelte Gerade), dann ergeben die Ordinatenstücke zwischen

dieser und der ursprünglichen Kurve die Verluste durch Wirbelströme  $L_w$  für  $J_n = \text{konst.}$

Sind mehrere Auslaufkurven für verschiedene Erregungen aufgenommen, so kann man in derselben Weise die Einzelverluste auch für andere Erregungen trennen und zeichnerisch darstellen (Fig. 221 und 222).

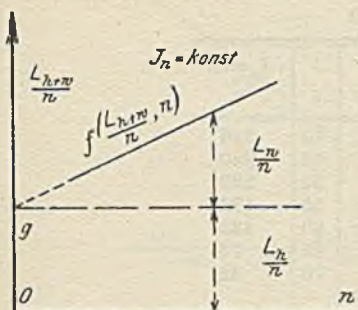


Fig. 220.

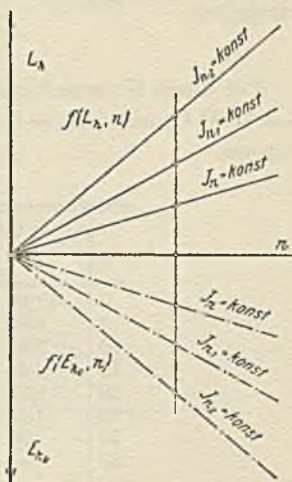


Fig. 221.

Zieht man darin z. B. für die normale Drehzahl  $n$  eine Vertikale, so geben die Abschnitte derselben zwischen Abszisse und den einzelnen Kurven die Größen  $L_h$  bzw.  $L_w$  als Funktion der Erregung  $J_n$  für  $n = \text{konst.}$

an. Für die Berechnung des Wirkungsgrades ist es jedoch notwendig, die Verluste in Abhängigkeit von der Klemmenspannung  $E_{k_0}$  zu kennen. Diese Umrechnung kann man zeichnerisch leicht ausführen, wenn man in Fig. 221 aus den aufgenommenen Werten die

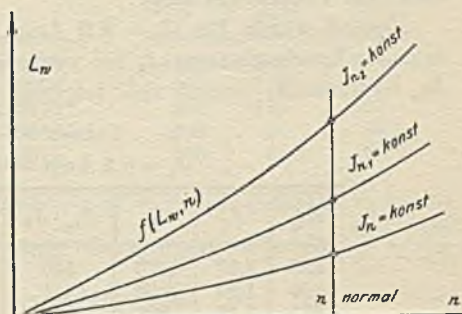


Fig. 222.

Spannungen  $E_{k_0}$  als Funktion von  $n$  für verschiedene Erregungen  $J_n = \text{konst.}$  nach unten aufzeichnet, dann geben die Abschnitte der nach unten verlängerten Vertikalen die den einzelnen Erregungen zukommenden Spannungen  $E_{k_0}$  an. Trägt man die



Verluste  $L_h$ ,  $L_w$  und  $L_e$  als Funktion dieser Spannungen auf (s. Fig. 207), so erhält man Kurven, welche die Verluste bei konstanter Drehzahl und veränderlicher Erregung oder Spannung darstellen.

## Beispiel:

Für einen Nebenschlußmotor von  $E_k = 440$  Volt,  $J = 25$  Amp,  $n = 1000$  U/min,  $R_k = 0,5$  Ohm sollen die Verluste bestimmt werden.

Tabelle 9.

$t$	$J_e = 0,6$	$J_e = 0$	$t$	$J_e = 0$
	$n$	$n$		$n$
0	1124	1140	40	346
5	884	1016	45	280
10	640	884	50	222
15	438	774	55	172
20	267	670	60	122
25	132	580	65	72
30	32	490	70	32
35	—	420		

Nachdem der Motor mit der normalen Erregung von  $J_e = 0,6$  Amp. einige Zeit gelaufen war, wurden mittels eines in Drehzahlen vorher geeichten Spannungsmessers die Auslaufkurven für  $J_e = 0,6$  Amp. und  $J_e = 0$  aufgenommen, wie vorstehende Tabelle (9) zeigt:

Darauf wurde für  $J_e = 0,6$  Amp. Erregung die Drehzahl  $n$  und der Leerlaufstrom  $J_0$  bei veränderlicher Klemmenspannung  $E_{k_0}$  festgestellt, woraus sich folgende Tabelle (10) ergab:

Tabelle 10.

 $J_e = 0,6$  Amp. = konst.

$E_{k_0}$	$J_0$	$n$	$E_{k_0} \cdot J_0$	$J_0^2 \cdot R_k$	$L_0$
425	1,27	1070	540	0,80	539,20
420	1,24	1032	521	0,76	520,24
373	1,20	920	447	0,72	446,28
327	1,13	805	369	0,64	368,36
255	1,09	641	278	0,60	277,40
234	1,06	600	248	0,50	247,50
174	0,87	435	151	0,36	150,64

Die aus den Werten der Tabelle 9 gezeichneten Kurven sind in Fig. 223 dargestellt. Dabei ist für  $J_e = 0$  die Zeit  $t_0$  mit halbem

Maßstab gezeichnet. Für den Punkt  $n = 400$  findet man die Subnormale  $ab = 36 \text{ sec}$  und  $L_0 = 140$ , woraus

$$c = \frac{L_0}{ab \cdot \left(\frac{n}{t}\right)^2} = \frac{140}{36 \cdot \left(\frac{100}{5}\right)^2} = 0,00972$$

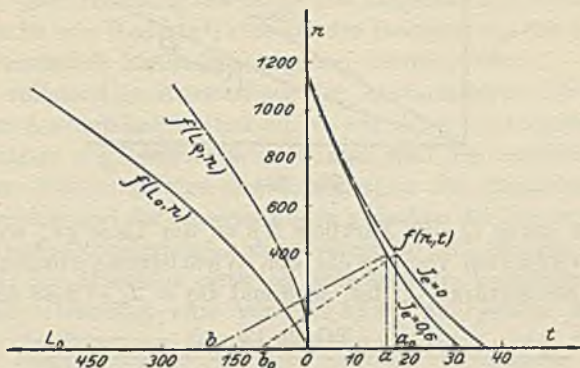


Fig. 223.

folgt. In derselben Weise wurden folgende Werte (Tabelle 11) für  $\frac{n}{t} = \frac{100}{5}$  bestimmt.

Tabelle 11.

$n$	$ab$	$L_0$	$c$
800	96	372	0,00968
600	64	250	0,00976
400	36	140	0,00972
300	24	94	0,00980
Mittel =			0,00974

Tabelle 12.

$n$	$a_0 b_0$	$L_2$
1100	288	280
800	172	167,5
600	110	107
400	56	55,5
300	37,5	36,5

Mit Hilfe dieser Konstanten und der Subnormalen  $a_0 b_0$  für  $J_s = 0$  finden wir dann obige Reibungsverluste für  $\frac{n_0}{t_0} = \frac{100}{10}$  (Tabelle 12) aus

$$L_2 = c \cdot a_0 b_0 \cdot \left(\frac{n_0}{t_0}\right)^2.$$

Die Differenz der Ordinaten dieser in Fig. 223 gestrichelten Kurve  $f(L_2, n)$  und der  $f(L_0, n)$  ergibt die Verluste  $L_{h+w}$ , die in Fig. 224 dargestellt sind. Dahinein tragen wir noch die Spannungen  $E_{h_0}$  für die betreffenden Drehzahlen ein, dividieren  $L_{h+w}$  durch die zugehörigen Werte von  $E_{h_0}$ , woraus sich



$J_h + J_w$  als Funktion von  $E_{k_0}$  ergibt, entsprechend folgender Tabelle (13), die in Fig. 225 zeichnerisch dargestellt ist. Zieht

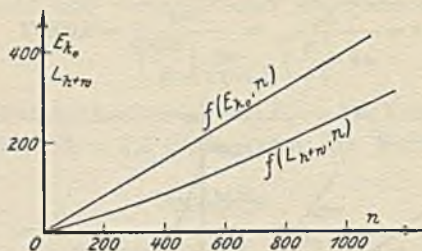


Fig. 224.

man nun durch  $O$  eine Parallele  $Op$  zu der Linie  $qr$ , so stellen uns die Ordinaten von  $Op$  die den Wirbelstromverlusten gleichwertige Stromstärke  $J_w$  dar, während  $Oq = J_h = 0,48$  Amp. ist.

Tabelle 13.

$E_{k_0}$	$L_{h+w}$	$J_{h+w}$	$J_h$	$J_w$	$L_h$	$L_w$
440	294	0,668	0,48	0,188	211	83
402	263	0,654	0,48	0,174	193	70
324	202	0,621	0,48	0,141	156	46
243	142	0,584	0,48	0,104	117	25
162	89	0,550	0,48	0,070	78	11

Durch Multiplikation der Ströme  $J_h$  und  $J_w$  mit  $E_{k_0}$  ergeben sich die Verluste  $L_h$  und  $L_w$  (Tabelle 13 und Fig. 226) für konstante Erregung und veränderliche Drehzahl.

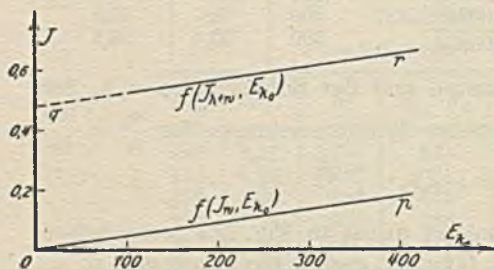


Fig. 225.

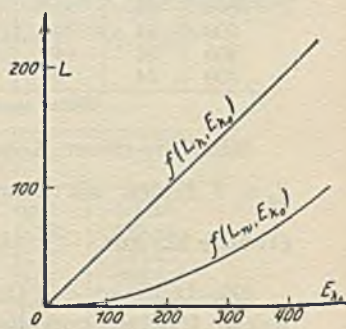


Fig. 226.

Hätte man noch einige Auslaufkurven für andere Erregungen  $J_e$  aufgenommen, so könnte man durch Bestimmung ähnlicher

Verlustkurven für eine konstante Drehzahl  $n$  nach Fig. 221 und 222 die Verluste als Funktion von  $E_{k_0}$ , wie es in Fig. 207 geschehen ist, angeben. Für die Wirkungsgradbestimmung hätte man dann die dem Belastungszustande entsprechende Klemmenspannung  $E_{k_0}$  festzustellen und dafür die Verluste  $L_0$ ,  $L_h$  und  $L_w$  zu entnehmen. Zur Trennung der Luft- und Lagerreibungsverluste voneinander ist von Roehle<sup>1)</sup> eine auf der Bestimmung der Auslaufkurve beruhende Methode angegeben worden.

Die vollständige Auswertung der Auslaufkurve zur Ermittlung der Auslaufkonstanten ergibt nur ihren mittleren Wert. Die Methode zeigt daher Abweichungen von den unmittelbar gemessenen Werten infolge der Unsicherheit der Bestimmung der Subnormalen und der Abweichungen zwischen den bei unstabilem Lauf (Drehzahländerung) aufgenommenen und den im stabilen Zustand der Maschine wirklich auftretenden Verlusten. Diese Nachteile vermeidet eine von Hensu<sup>2)</sup> angegebene Methode, bei der die Trennung der Verluste ohne Bestimmung der Konstanten leicht durchführbar ist.

Ytterberg<sup>3)</sup> benutzt außer dem auf S. 291 zur Bestimmung der Drehzahl  $n$  verwendeten Spannungsmesser noch einen Kondensator mit einem in seinem Stromkreis liegenden empfindlichen Strommesser, dessen Angaben dem Drehmoment  $M_d$  proportional sind. Zur genauen Aufzeichnung der Auslaufkurve empfiehlt sich hierbei die kinematographische oder oszillographische Aufnahme der Instrumentenablesungen.

### h) Hilfsmotormethode.

Diese Methode hat vor den vorher behandelten den Vorzug, daß sie für Maschinen beliebiger Stromart und Schaltung auch dann anwendbar ist, wenn keine gleichartige Stromquelle zur Verfügung steht. Nur in den Fällen, wo die Drehzahl labil ist, d. h. wenn das beschleunigende Drehmoment bei Steigerung der Drehzahl zunimmt (Dreiphasenmotor im Anlauf) oder das bremsende Moment abnimmt (Wirbelstrombremse bei zu großer Drehzahl), versagt diese Methode. Ihr Prinzip läßt sich nun kurz folgendermaßen darlegen: Die zu untersuchende Maschine wird möglichst durch direkte Kupplung mit dem geeichten Hilfsmotor

<sup>1)</sup> ETZ. 1905, S. 794.

<sup>2)</sup> ETZ. 1918, S. 435.

<sup>3)</sup> ETZ. 1912, S. 1158.



für Gleichstrom mit Nebenschlußerregung verbunden. Ist dieses wegen der verschiedenartigen Drehzahl nicht angängig, so muß ein Riemen- oder Rädervorgelege zwischengeschaltet werden, deren Verluste zu ermitteln sind bzw. geschätzt werden müssen.

Die Eichung des Motors hat den Zweck, festzustellen, welche Leistung er an der Welle bei gegebener Energieraufnahme an seinen Klemmen abgibt. Sie würde also darauf hinauslaufen, das Umsetzungsverhältnis  $\eta'$  des Motors in Abhängigkeit von der eingeführten Leistung  $L_e$  zu bestimmen, was nach der Leerlaufmethode leicht zu bewerkstelligen ist, da die passende Stromquelle ja zur Verfügung steht.

Läßt man den Motor erst mit der Maschine zusammenlaufen, dann ohne diese, so werden die Leistungsaufnahmen des Motors verschieden sein. Ihre Differenz ist dann der Reibungsverlust  $L_g$ . Erregt man nun die Maschine, so ist die Mehraufnahme an Leistung ein Maß für die Eisenverluste  $L_{hw}$  und Wirbelstromverluste  $L_{ra}$  in den Ankerleitern. Schließt man dagegen, ohne das Feld zu erregen, die Ankerklemmen kurz und mißt die Leistungsaufnahme bei Kurzschluß und offenem Anker, so gibt die Differenz der Leistungsaufnahmen die Größe des Verlustes  $L_{ra} = J_a^2 \cdot R_k$  bei dem im Anker auftretenden Kurzschlußstrom  $J_a$  an.

Der Verlust durch Erregung  $L_{re}$  kann durch eine Strom- und Spannungsmessung bestimmt werden. In welcher Weise die Messungen durchzuführen sind, soll nun gezeigt werden.

### 1. Generatoren.

Von einem Generator für  $E_k$  Volt Klemmenspannung,  $J$  Amp. Stromstärke,  $n$  U/min ist der Wirkungsgrad  $\eta$  in Abhängigkeit von der abgegebenen Leistung  $L_a = E_k \cdot J$  bzw. dem Strom  $J$  zu ermitteln.

Für die Versuche ist nun zuerst das Umsetzungsverhältnis  $\eta'$  des Hilfsmotors zu bestimmen. Es ist definiert durch die Gleichung

$$1. \quad \eta' = \frac{L_{am}}{L_{em}},$$

worin  $L_{am}$  bzw.  $L_{em}$  die abgegebene bzw. eingeführte Leistung des Motors bedeuten.

Man mißt nun bei konstanter Erregung des Magnetfeldes, wie sie bei den späteren Versuchen vorhanden sein soll, die eingeführte Leistung bei Leerlauf  $L_0 = E_{0m} \cdot J_0$  bei verschiedenen

Drehzahlen  $n$ , d. h. bei verschiedenen Klemmenspannungen  $E_{0m}$ , dann ist

$$2. \quad L_0 = L_{em} + L_{hw_m} + J_0^2 \cdot R_{km},$$

worin  $L_{em}$  = Reibungsverluste,  $L_{hw_m}$  = Eisenverluste,  $J_0^2 \cdot R_{km}$  = Stromwärmeverluste des Hilfsmotors bedeuten. Man ermittelt also den Widerstand  $R_{km}$  und zieht das Glied  $J_0^2 \cdot R_{km}$  von  $L_0$  ab, so erhält man als Rest

$$L_0 - J_0^2 \cdot R_{km} = L_0' = L_{em} + L_{hw_m}.$$

$L_{em}$  ist nur von der Drehzahl  $n$  bei gegebener Maschine abhängig, dagegen  $L_{hw_m}$  auch von der im Anker vorhandenen Induktion  $\mathfrak{B}_{\max}$ , für welche die dem Motor gebotene Klemmenspannung  $E_m$  ein Maß ist. Da jedoch, wie wir später sehen werden, für die Drehzahl  $n$  bei konstantem Feld nur die im Anker induzierte elektromotorische Gegenkraft

$$3. \quad E_{gm} = E_m - J_m \cdot R_{km}$$

bestimmend ist, so können wir die gefundenen Verluste  $L_{em} + L_{hw_m} = L_0'$  als Funktion von  $E_{gm}$  darstellen (Fig. 227) und für den belasteten Motor in Rechnung ziehen.

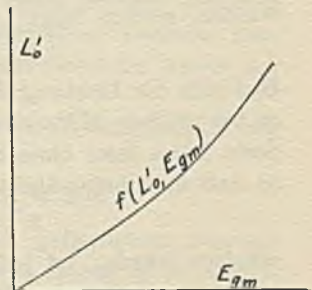


Fig. 227.

Setzt man  $L_{am} = L_{em} - L_{v_m}$  und die im Motor bei dem betreffenden Belastungsstrom  $J_m$  und der Spannung  $E_m$  auftretenden Verluste

$$4. \quad L_{v_m} = L_{hw_m} + L_m + J_m^2 \cdot R_{km} = L_0' + J_m^2 \cdot R_{km},$$

so wird 5. 
$$\eta' = \frac{E_m \cdot J_m - L_0' - J_m^2 \cdot R_{km}}{E_m \cdot J_m}.$$

Man könnte jedoch auch ohne die Berechnung von  $\eta'$  auskommen, indem man direkt die abgegebene Leistung des Motors

$$L_{am} = E_m \cdot J_m - L_0' - J_m^2 \cdot R_{km}$$

berechnet.

Für eine beliebige Spannung  $E_m$  und Stromstärke  $J_m$  läßt sich die zugehörige EMK  $E_{gm}$  nach Gleichung 3 ermitteln. Dazu entnimmt man dann (Fig. 227) aus der Kurve  $f(L_0', E_{gm})$  den Wert von  $L_0'$ .



α) Das Feld sei mit Hauptschlußwicklung versehen.

Der Hilfsmotor wird nun allein mit der dem Generator entsprechenden Drehzahl  $n$  angetrieben, wobei er einen Strom  $J_{0m}$  bei  $E_{0m}$  Volt Spannung aufnimmt. Die Leistung  $L_{0m} = E_{0m} \cdot J_{0m}$  dient zum Ausgleich der in dem Hilfsmotor auftretenden Verluste, da er ja keine Leistung abgibt.

Nun kuppelt man den Generator mit dem Motor, der jetzt bei  $E_{1m}$  Volt und  $J_{1m}$  Amp. eine Leistung

$$6. \quad L_{1m} = E_{1m} \cdot J_{1m}$$

aufnimmt. Diese dient dazu, die Motorverluste  $L_{vm}$  auszugleichen und den Reibungsverlust  $L_e$  des Generators zu überwinden, woraus folgt

$$7. \quad L_{1m} = L_{vm} + L_e.$$

Hat sich die Leistung  $L_1$  gegenüber  $L_0$  nur wenig geändert, wie es bei großem Hilfsmotor und kleinem Generator der Fall wäre, dann kann man ohne nennenswerten Fehler  $L_{vm} = L_{0m}$  wählen, so daß man angenähert

$$8. \quad L_e \approx L_{1m} - L_{0m}$$

erhalten würde. Ist jedoch diese Annahme nicht zulässig, dann muß man aus der eingeführten Leistung  $L_{1m}$  und dem Umsetzungsverhältnis  $\eta'$  oder den Verlusten im Motor  $L_{vm} = L_0' + J_m^2 \cdot R_{km}$  die dazugehörige abgegebene Leistung  $L_{a1} = \eta' \cdot L_{1m} = L_{1m} - L_{vm}$  ermitteln und erhält somit

$$9. \quad L_e \approx L_{a1}.$$

Zur Bestimmung der Eisenverluste  $L_{hw}$  und Wirbelstromverluste in den Ankerleitern  $L_{wa}$  erregt man das Feld durch eine Hilfsstromquelle, deren Spannung wegen der Zuleitungswiderstände nur etwas größer als der in dem Widerstande  $R_h$  der Feldwicklung auftretende Spannungsverlust

$$10. \quad E_{vh} = J \cdot R_h$$

zu sein braucht. Damit nun die Verluste dieselbe Größe wie bei der belasteten Maschine besitzen, muß die Periodenzahl  $\nu$  der Ummagnetisierung und die magnetische Induktion  $\mathfrak{B}_{\max}$  im Ankerisen die gleiche Größe wie bei derjenigen Belastung  $J$  der Maschine besitzen, für die der Wirkungsgrad bestimmt werden soll (vgl. Leerlaufs- und Kurzschlußversuch S. 272).

Bestimmt man den magnetischen Zustand aus der EMK  $E_a = c \cdot \mathfrak{B}_a$ , so tritt eine Ungenauigkeit insofern auf, als die Induktion  $\mathfrak{B}_a$ , welche in die Formel als mittlerer Wert einzuführen ist, für verschiedenartige Verteilung des Feldes dieselbe sein kann, dagegen der Höchstwert  $\mathfrak{B}_{\max}$  verschieden sein wird. Wir haben nun bei Leerlauf und Belastung wegen der Quermagnetisierung des Ankers nicht dieselbe Feldverteilung, so daß die Bestimmung der Verluste für die belastete Maschine aus der Leerlaufmessung ungenau wird. Die VdE-Vorschriften geben daher wegen der Schwierigkeit der Bestimmung der bei der Belastung auftretenden zusätzlichen Verluste an, daß die Änderung der Eisenverluste mit der Belastung nicht zu berücksichtigen ist. Wie wir jedoch beim Kurzschlußversuch sehen werden, kommen diese vom Ankerfeld herrührenden zusätzlichen Verluste zum Teil bei der Ermittlung der Stromwärmeverluste im Anker vor und werden mitgemessen.

Nun ist bei belasteter Maschine für die Klemmenspannung  $E_k$  die im Anker induzierte EMK

$$11. \quad E_a = E_k + J \cdot (R_a + R_u + R_h).$$

Sollen daher die durch den Versuch gefundenen Verluste gleich denjenigen der mit einem gewissen Strom  $J$  belasteten Maschine sein, dann muß die EMK  $E_{a_0}$  beim Versuch gleich der EMK  $E_a$  bei Belastung sein.

Nach Gleichung 11 erhält man dann

$$12. \quad E_a = E_{a_0} = E_k + J \cdot (R_a + R_u + R_h).$$

Nachdem nun das Magnetfeld so weit erregt ist, daß im Anker die gewünschte EMK  $E_{a_0}$  bei normaler Drehzahl  $n$  auftritt, ermittelt man die Leistungsaufnahme des Motors

$$13. \quad L_{2m} = E_{2;n} \cdot J_{2m}$$

aus den Angaben der Instrumente. Die daraus sich ergebende, auf den Generator übertragene Leistung  $L_{a_2} = \eta' \cdot L_{2m}$  enthält dann die Reibungsverluste  $L_e$ , Eisenverluste  $L_{hw}$  und Wirbelstromverluste  $L_{w_a}$  in den Ankerleitern und Metallmassen nach der Gleichung

$$14. \quad L_{a_2} = L_e + L_{hw} + L_{w_a}.$$

Durch Subtraktion der Gleichungen 9 und 14 erhält man somit die Verluste

$$15. \quad L_{h_1} + L_{w_a} = L_{a_2} - L_{a_1}.$$



Die noch fehlenden Verluste in dem Widerstand  $R_k$  zwischen den Klemmen  $L_{v_a} = J^2 \cdot R_k$  und der Feldwicklung  $L_{r_h} = J^2 \cdot R_h$  lassen sich leicht berechnen, da man  $J$  kennt und  $R_k = R_a + R_u$  sowie  $R_h$  vorher gemessen sind. (Vgl. auch unter  $\beta$ .)

$\beta$ ) Das Feld besitzt Nebenschluß-Wicklung.

Die Ermittlung der Reibungs-, Eisen- und Wirbelstromverluste  $L_e + L_{h_w} + L_{w_a}$  geschieht, wie vorher angegeben. Die Verluste  $L_{v_a}$  im Anker- und Bürstenwiderstand ließen sich ebenfalls durch Rechnung finden. Dabei kann jedoch leicht ein Fehler auftreten, der davon herrührt, daß man  $R_k$  bei ruhendem Anker gemessen hat.

Nun zeigt der Widerstand aber wegen der veränderlichen Lage der Bürsten auf den Lamellen des Kommutators verschiedene Werte, so daß es richtiger ist, ihn bei sich drehendem Anker festzustellen, was nach S. 266 möglich ist. Einfacher gestaltet sich die Ermittlung von  $R_k$  durch Bestimmung des Leistungsverlustes  $L_{v_a} = J_a^2 \cdot R_k$  auf Grund einer Kurzschlußmessung, worin  $J_a = J + J_n$  ist, wenn  $J_n$  den Nebenschlußstrom bedeutet.

Zu dem Zweck schließt man den Anker durch einen Strommesser von geringem Eigenverbrauch kurz (Bürsten nicht in Motorstellung!) und erregt das Magnetfeld, falls die Remanenz nicht genügen sollte, durch einen kleinen Strom, wozu einige Akkumulatorenzellen genügen, so weit, daß der gewünschte Ankerstrom  $J_a$  auftritt. Der Motor nimmt dann die Leistung  $L_{3_m} = E_{3_m} \cdot J_{3_m}$  auf entsprechend einer übertragenen Leistung  $L_{a_3} = \eta' \cdot L_{3_m}$ , welche die Reibungsverluste  $L_e$ , geringe Eisenverluste  $L_{h_w}''$  und die Stromwärmeverluste  $L_{v_a}$  enthält nach der Gleichung:

$$16. \quad L_{a_3} = L_e + L_{h_w}'' + L_{v_a}.$$

Öffnet man darauf den Kurzschluß, so nimmt der Motor eine Leistung  $L_{4_m} = E_{4_m} \cdot J_{4_m}$  auf, bei einer Leistungsabgabe

$$17. \quad L_{a_4} = L_e + L_{h_w}''.$$

Aus Gleichung 16 und 17 folgt demnach

$$18. \quad L_{v_a} = L_{a_3} - L_{a_4}.$$

Will man jedoch die infolge des Ankerfeldes auftretende Steigerung der höchsten Induktion  $\mathfrak{B}_{\max}$  und die damit zusammenhängenden zusätzlichen Eisenverluste  $L_{h_w}'$  bei Belastung

berücksichtigen, so könnte man  $L'_{hw} \approx L''_{hw}$  setzen; dann würde man nach Gleichung 9 und 16 bezw. 17 erhalten:

$$19. \quad L_{va} + L'_{hw} = L_{a_3} - L_{a_1}$$

bzw.

$$20. \quad L''_{hw} = L_{a_4} - L_{a_1}$$

Zur Bestimmung des Leistungsverlustes für die Felderregung ist es erforderlich, den bei dem Belastungsstrom  $J_a$  und der zugehörigen EMK  $E_a$  notwendigen Nebenschlußstrom  $J_n$  zu kennen.

Nun wird aber das von der Erregerwicklung erzeugte Feld durch die Ankerrückwirkung insofern beeinflußt, als zur Erzielung eines gewissen Kraftflusses im Anker für die Induzierung der bei Belastung erforderlichen EMK  $E_a$  eine größere MMK und damit ein größerer Nebenschlußstrom  $J_n$  erforderlich ist, als wenn die Wirkung des Ankerfeldes nicht vorhanden oder beseitigt wäre. Dieser Einfluß des Stromes ist jedoch nur zu berücksichtigen, wenn die Bürsten aus der geometrisch neutralen Zone verschoben sind, und keine Kompensationswicklung vorhanden ist. Liegen die Bürsten dagegen in der neutralen Zone, so kommt für die Erregung ein Strom  $J_n$  in Frage, der sonst bei Leerlauf eine EMK  $E_{a_0} = E_k + J_a \cdot R_k = E_k + J \cdot R_k + J_n \cdot R_k$  erzeugen würde. Hierin wird  $J_n$  durch einen Vorversuch annähernd bestimmt. Das Glied  $J_n \cdot R_k$  übt keinen großen Einfluß auf  $E_{a_0}$  aus, da beide Faktoren klein sind. Ist die Leerlaufcharakteristik  $f(E_a, J_n)$ ,  $n = \text{konst.}$  aufgenommen, so kann man  $J_n$  schätzen und für den betreffenden Strom  $J_a$  die EMK  $E_{a_0}$  berechnen, wozu sich dann aus der Kurve ein gewisser Wert für den Nebenschlußstrom  $J_n$  ablesen läßt. Dieser muß möglichst mit dem geschätzten übereinstimmen.

Sind dagegen die Bürsten verschoben, so kann man  $J_n$  nur genau bestimmen, wenn die Regulierungskurve  $f(J_n, J_n)$ ,  $E_k = \text{konst.}$  aufgenommen ist, was jedoch nur bei belasteter Maschine direkt möglich ist. Man kann sich nun dadurch helfen, daß man den zusätzlichen Erregerstrom  $i_n$  zum Ausgleich der Ankerrückwirkung schätzungsweise etwa zu  $5 \div 2\%$  des für die EMK  $E_a$  erforderlichen Stromes  $J'_n$  annimmt, so daß  $J_n = J'_n + i_n = (1,05 \div 1,02) \cdot J'_n$  gesetzt werden kann. Eine Ungenauigkeit in der Schätzung übt nur einen geringen Einfluß auf das Ergebnis aus, zumal der Erregerverlust nur einen kleinen Teil der gesamten



Verluste ausmacht. Der Verlust infolge der Erregung des Feldes wäre demnach

$$21. \quad L_{r_n} = E_k \cdot J_n.$$

$\gamma$ ) Das Feld besitzt Doppelschlußwicklung.

Hierbei sind die Messungen für eine Wicklung so auszuführen, wie unter  $\alpha$  oder  $\beta$  angegeben. Dazu sind dann die Verluste in der Zusatzwicklung zu addieren.

## 2. Motoren.

Die Aufgabe würde hierfür lauten: Es ist der Wirkungsgrad eines Motors für  $E_k$  Volt Spannung bei  $J_a$  Amp. im Anker und  $n$  Umdr/min zu bestimmen.

Der Wirkungsgrad eines Motors ist

$$\eta = \frac{L_a}{L_a + L_v} \quad \text{oder} \quad \eta = \frac{L_e - L_v}{L_e}$$

entweder als Funktion der abgegebenen  $f(\eta, L_a)$  oder der eingeführten Leistung  $f(\eta, L_e)$  zu bestimmen. Im ersten Falle ist es schwierig, den aufgenommenen Strom festzustellen, da er von dem erst zu suchenden Wirkungsgrad abhängig ist. Es ist daher einfacher, den eingeführten Strom  $J$  anzunehmen. Ist erst die Kurve des Wirkungsgrades für verschiedene Leistungsaufnahme  $L_e$  bzw. zugeführte Ströme  $J$  bestimmt, dann läßt sich aus  $L_e \cdot \eta = L_a$  auch eine Kurve  $f(\eta, L_a)$  ableiten.

Ein zweite Schwierigkeit bei der Bestimmung der Verluste besteht noch darin, daß man die dem betreffenden Belastungsstrom  $J_a$  zukommende Drehzahl  $n$  nicht kennt. Man muß sich daher erst die Geschwindigkeitskurve  $f(n, J_a)$  für  $E_k = \text{konst.}$  ermitteln. Im allgemeinen stehen die Bürsten bei einem Motor in der geometrisch neutralen Zone oder nur wenig dagegen verschoben, so daß eine Schwächung des Feldes durch Ankerrückwirkung unberücksichtigt bleiben kann.

### $\alpha$ ) Hauptschlußmotoren.

Die Bestimmung der Verluste für Lager-, Luft- und Bürstenreibung  $L_e = c \cdot n^{1.5}$  sind von der Drehzahl  $n$  abhängig, und diese ist eine Funktion des Belastungsstromes  $J$  nach der Gleichung

$$22. \quad n = \frac{E_k - J \cdot (R_a + R_u + R_h)}{c \cdot (\mathfrak{R}_j + \mathfrak{R}_r)}$$

Man muß demnach für die Untersuchung die jeweilige Drehzahl  $n$  kennen, die sich aus der nach Fig. 175 konstruierten Geschwindigkeitskurve  $f(n, J)$  ermitteln läßt. Dabei ist es zulässig, die äußere Motorcharakteristik  $f(E_k, J)$ ,  $n = \text{konst.}$  zur Konstruktion der  $f(n, J)$  für eine kleinere Drehzahl  $\frac{n}{3} \div \frac{n}{4}$  aufzunehmen, wie ich in einem Beispiel<sup>1)</sup> gezeigt habe.

Der Reibungsverlust  $L_e$  ist dann für die verschiedenen Drehzahlen  $n$  entsprechend den dazugehörigen Belastungsströmen  $J$  in der früher angegebenen Weise zu bestimmen.

Die Bestimmung der Eisenverluste  $L_{hw}$  und Wirbelstromverluste  $L_w$  in den Ankerleitern geschieht in der Weise, daß man den Anker des Motors vom Hilfsmotor mit der dem Belastungsstrom entsprechenden Drehzahl antreibt und das Feld durch eine Stromquelle niedriger Spannung so weit erregt, daß die auftretenden Verluste gleich denjenigen des belasteten Motors werden. Das ist nun der Fall, wenn die im Anker als Generator induzierte EMK  $E_{a_0}$  gleich der elektromotorischen Gegenkraft

$$23. \quad E_g = E_k - J \cdot (R_a + R_u + R_h)$$

des belasteten Motors ist, oder

$$24. \quad E_{a_0} = E_k - J \cdot (R_a + R_u + R_h).$$

Die Berechnung von  $L_{hw} + L_{wa}$  aus dem Versuch geschieht dann, wie in Gleichung 15 angegeben.

Die Stromwärmeverluste  $L_{va} = J^2 \cdot R_k$  werden durch den Kurzschlußversuch entsprechend Gleichung 18 ermittelt. Sie können nicht zusammen mit den Erregerverlusten des Feldes gemessen werden, da die Maschine bei Kurzschluß nicht voll erregt sein darf. Man rechnet daher die Verluste im Magnetfeld  $L_{rh} = J^2 \cdot R_h$  aus dem Strom  $J$  und dem vorher gemessenen Widerstand  $R_h$  der Feld-Wicklung. (Temperatur berücksichtigen!)

### β) Nebenschlußmotoren.

Auch hierbei muß man zuerst die Geschwindigkeitskurve  $f(n, J_a)$ ,  $E_k = \text{konst.}$  kennen, bevor man zur Feststellung der Verluste schreiten kann. Da die Bürsten nur wenig verschoben sind, und die Sättigung der Polschuhe sehr groß ist, so kann man

<sup>1)</sup> EL u. masch. Betr. 1911, S. 46.





$ab = E_{g_0} = E_k - J_0 \cdot (R_a + R_u)$ . Nun trägt man  $Oc = n_0$  in einem bestimmten Maßstab ab und zieht durch  $c$  eine Horizontale. Will man nun für einen Belastungsstrom  $J_a = Od$  die zugehörige Drehzahl  $n$  ermitteln, so errichtet man in  $d$  die Ordinate, verbindet deren Schnitte  $e$  und  $f$  mit  $O$ , fällt vom Schnittpunkt  $g$  ein Lot, welches den Strahl  $Oj$  in  $h$  schneidet, und geht horizontal hinüber nach  $i$ . Dann verhält sich  $\frac{kh}{kg} = \frac{df}{de} = \frac{E_g}{E_{g_0}}$ . Da nun  $kh = di$  und  $kg = n_0$  ist, so erhält man  $\frac{di}{n_0} = \frac{E_g}{E_{g_0}}$  oder  $di = n$ .

So bestimmt man für verschiedene Ströme  $J_a$  die zugehörigen Drehzahlen  $n$  durch die Punkte  $i$ ; dann ist die Verbindungslinie der Punkte  $i$  die gesuchte Geschwindigkeitskurve  $f(n, J_a)$ ,  $E_k = \text{konst.}$ ,  $J_n = \text{konst.}$

Ist nun für die normale Belastung die Drehzahl  $n$  vorgeschrieben, so ermittelt man die zugehörige Erregerstromstärke  $J_n$  dadurch, daß man die Leerlaufscharakteristik  $f(E_a, J_n)$  beim Betriebe als Generator zu der gewünschten Drehzahl  $n = \text{konst.}$  aufnimmt und für eine EMK  $E_a$  gleich der EM-Gegenkraft  $E_g$  bei normalem Strom  $J_a$  die zugehörige Erregerstromstärke  $J_n$  aus der gezeichneten Kurve abliest (s. auch S. 307).

Nun lassen sich die Verluste in entsprechender Weise wie beim Hauptschlußmotor ermitteln. Bei der Bestimmung der Verluste  $L_{hw} + L_{wa}$  hat man jedoch darauf zu achten, daß die Maschine als Generator mit der EMK  $E_a = E_g = E_k - J_a \cdot (R_a + R_u)$  arbeitet.

## 7. Temperaturerhöhung von Gleichstrommaschinen.

Für die Bestimmung der Temperaturerhöhung ist die Maschine eine bestimmte Zeit entsprechend den VdE-Vorschriften dauernd zu belasten, und zwar für intermittierenden Betrieb eine Stunde, für Dauerbetrieb zehn Stunden, bei kleinen Maschinen auch nur so lange, bis der stationäre Zustand erreicht sein kann. Dabei dürfen betriebsmäßig vorgesehene Umhüllungen, Abdeckungen usw. nicht entfernt werden.

Die Übertemperatur der Magnetspulen wird durch Widerstandsmessung ermittelt.

Ist  $R_{e_1}$  der bei  $\vartheta_1^\circ\text{C}$  durch Messung der Erregerspannung  $E_e$



und des Erregerstromes  $J_e$ ,  $R_{e_2}$  der bei  $\vartheta_2$  °C gefundene Widerstand, so ergibt sich

$$R_{e_2} = R_{e_1} \cdot [1 + \alpha \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)],$$

oder bei  $\alpha = 0,004$  für Kupfer die Temperaturzunahme

$$\vartheta_2 - \vartheta_1 = \vartheta = 250 \cdot \frac{R_{e_2} - R_{e_1}}{R_{e_1}}.$$

Die Kommutator- und Ankertemperatur wird direkt durch ein auf einen Zahn oder eine Lamelle gelegtes Thermometer bestimmt, dessen Kugel zur Erzielung einer guten Wärmeleitung mit Stanniol umgeben und durch Watte oder Putzwolle gegen Strahlung geschützt wird. Die Differenz  $\vartheta_2 - \vartheta_1$  zwischen höchster gemessener Temperatur  $\vartheta_2$  an der Maschine und der in Höhe der Maschinenmitte für 1 m Abstand gefundenen Lufttemperatur  $\vartheta_1$  stellt die Übertemperatur dar.

Zur Erzeugung der im normalen Betriebe auftretenden Temperatur macht man eine Dauerprobe. Bei großen Maschinen ist jedoch damit eine beträchtliche Energievergeudung verbunden. Es empfiehlt sich dann, die Zurückarbeitungsmethode (s. S. 268) anzuwenden oder, wenn das nicht möglich ist, künstliche Belastung vorzunehmen<sup>1)</sup>.

## 8. Untersuchung der Kommutation.

Dieser Versuch hat den Zweck, festzustellen, in welcher Weise die Kommutation der Maschine sich gestaltet. Insbesondere kann man danach die richtige Auswahl der Bürstensorte treffen. Feuert eine Maschine, so kann es möglich sein, daß eine Ankerspule unterbrochen ist. Der Ort des Fehlers kann dabei folgendermaßen<sup>2)</sup> ermittelt werden.

Man trennt ein Ableitungskabel von der Maschine und legt die Bürsten an eine Stromquelle. Es werden dann nur die umgekehrten Ankerzweige von einem Strom durchflossen. Mittels eines empfindlichen Strommessers oder Galvanoskops prüft man, ob zwischen zwei benachbarten Lamellen eine Potentialdifferenz vorhanden ist oder nicht. Zeigt das Instrument keine Ablenkung, so befindet man sich im fehlerhaften Ankerzweig. Tritt nun in

<sup>1)</sup> Ind. El. 1907, S. 320.

<sup>2)</sup> El. 1907, S. 88.

diesem zwischen 2 Lamellen eine starke Ablenkung auf, so liegt zwischen diesen die beschädigte Spule, da auf das Galvanoskop jetzt fast die ganze Spannung der Stromquelle einwirkt.

Ist der Anker in Ordnung befunden, dann kann ein Feuern eventuell durch richtige Bürstenstellung beseitigt werden. Hat dieses Mittel jedoch nicht den erhofften Erfolg, so wird man die

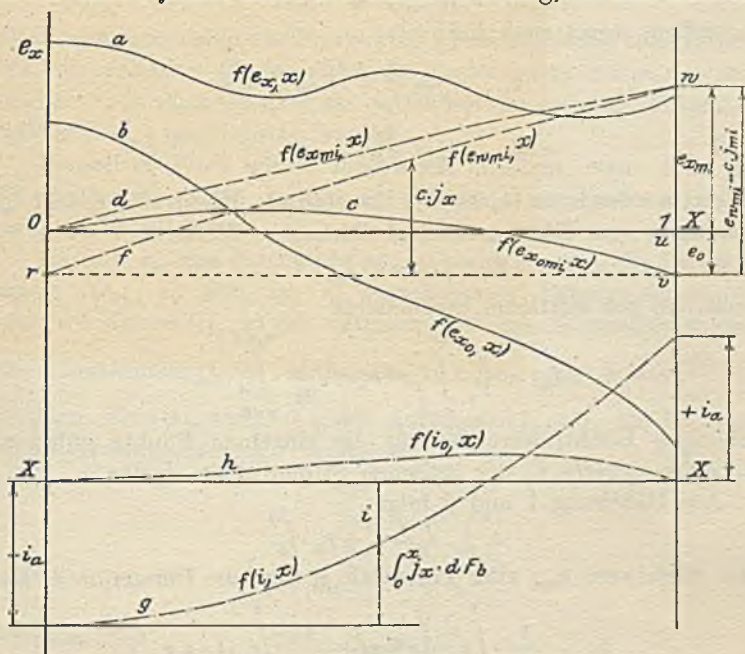


Fig. 229.

Kommutation untersuchen. Zu dem Zweck nehmen wir nach Arnold<sup>1)</sup> die als Kommutationsdiagramme bezeichneten mittleren örtlichen Bürstenpotentialkurven  $f(e_x, x)$  auf, indem wir mittels Spannungsmessers und zweier Kontaktnadeln die mittlere örtliche Potentialdifferenz  $e_x$  zwischen einem Punkt des innerhalb der Kanten einer Bürste gelegenen Kommutatorumfangs und einem radial gegenüberliegenden Punkt der Bürste messen. Die Entfernung  $x$  für die einzelnen Punkte wird von der auflaufenden Kante ( $x = 0$ ) an gemessen (ablaufende Kante  $x_1 = 1$ ). Für normale Belastung sei z. B. folgende in Fig. 229

<sup>1)</sup> ETZ. 1903, S. 469; GL M. 1906, Bd. I, S. 438ff.



mit  $a$  bezeichnete Kurve für einen Generator mit einer Bürsterverschiebung in der Drehrichtung aufgenommen.

Bezeichnet  $j_x$  die mittlere örtliche Stromdichte an dem Punkt  $x$  und  $r_u$  den Übergangswiderstand zwischen Bürste und Kommutator für 1 qcm Bürstenfläche  $F_b$ , dann läßt sich

$$1. \quad e_x = j_x \cdot r_u$$

darstellen, worin nach Kahn<sup>1)</sup>

$$2. \quad r_u = \frac{e_0}{j_x} + \frac{e_w}{j} = \frac{e_0}{j_x} + r_w$$

und

$$3. \quad j_x = \frac{di}{dF_b}$$

gesetzt werden kann ( $r_w$  ist eine Konstante). Hierin sind  $e_0$  und  $e_w$  konstante vom Bürstenmaterial abhängige Werte.

$$3a. \quad j = f_i \cdot j_{mi}$$

stellt den zur mittleren Stromdichte

$$j_{mi} = \frac{1}{F_b} \cdot \int_{x=0}^{x_1=1} j_x \cdot dF_b = \frac{1}{x_1} \cdot \int_{x=0}^{x_1=1} j_x \cdot dx$$

gehörigen Effektivwert der für die einzelnen Punkte gültigen Augenblickswerte  $j_{xt}$  der örtlichen Stromdichten  $j_x$  dar.

Aus Gleichung 1 und 2 folgt:

$$4. \quad e_x = e_0 + r_w \cdot j_x$$

Der Mittelwert  $e_{xmi}$  aller Potentiale  $e_x$  über die Bürstenbreite ist

$$5. \quad \frac{1}{x_1} \cdot \int_0^1 e_x \cdot dx = e_0 + \frac{1}{x_1} \cdot \int_0^1 r_w \cdot j_x \cdot dx$$

Hierin ist das zweite Glied der rechten Seite auch

$$r_w \cdot \frac{1}{x_1} \cdot \int_0^1 j_x \cdot dx = r_w \cdot j_{mi}$$

somit erhält man

$$6. \quad e_{xmi} = e_0 + r_w \cdot j_{mi} = e_0 + e_{wmi}$$

Für Leerlauf ist nun die mittlere Stromdichte  $j_{mi}$  über die ganze Bürstenbreite gleich Null, wofür  $e_0 = e_{x0mi}$  wird.

Man nimmt daher noch die Potentialkurve bei Leerlauf

<sup>1)</sup> Übergangswiderstand bei Kohlebürsten, Samml. el. Vortr. III, 12.

$f(e_{x_0}, x)$  auf (Kurve  $b$ ), dann erhält man durch Planimetrierung der Kurvenfläche die mittlere Ordinate  $e_0$ . Bildet man den Flächeninhalt durch zeichnerische Ermittlung der Integralkurve ( $c$ ), so ist ihre Endordinate  $uv = e_0$  (s. S. 224)

Aus Gleichung 6 folgt ferner

$$7. \quad e_{x_{mi}} - e_0 = r_w \cdot j_{mi} = e_{w_{mi}}.$$

Bestimmt man daher zur Kurve  $f(e_x, x)$  bei Belastung zeichnerisch die Integralkurve ( $d$ ), so stellt die Endordinate  $uw = e_{x_{mi}}$  dar. Addiert man dazu  $-e_0 = uv$ , so ist  $vw$  die mittlere Potentialdifferenz  $e_{w_{mi}}$  im Maßstab von  $e_x$ .

Denselben Wert würde man auch erhalten, wenn man die Integralkurve ( $f$ ) von der um die Strecke  $e_0$  verschobenen Achse  $rv$  gezeichnet hätte.

Da nun  $r_w$  eine Konstante ist, so stellt Kurve  $f$  als Integralkurve  $f(e_{w_{mi}}, x)$  der um  $e_0$  verschobenen Potentialkurve ( $a$ ) auch die Kurve  $f(j_x, x)$  der mittleren örtlichen Stromdichten dar.

Zur Bestimmung des Maßstabes müßte man  $r_w = \frac{e_{w_{mi}}}{j_{mi}}$  berechnen. Nun ist, wenn  $-i_a$  den Anfangswert,  $+i_a$  den Endwert des Kurzschlußstromes  $i$  bedeuten,

$$8. \quad \int_{x=0}^{x_1=1} j_x \cdot dF_b = \int_{-i_a}^{+i_a} di$$

oder

$$9. \quad j_{mi} \cdot F_b = 2 \cdot i_a.$$

Hieraus folgt

$$10. \quad j_{mi} = \frac{2 \cdot i_a}{F_b},$$

worin der Strom eines Ankerzweiges  $i_a = \frac{J_a}{2a}$  durch die Belastungsstromstärke  $J_a$  und die Zahl der Ankerzweige  $2a$  gegeben ist. Andererseits ist daraus ersichtlich, daß der Maßstab der Kurve  $f(j_x, x)$  direkt gegeben ist durch die Beziehung

$$\frac{1}{r_w} \cdot e_{w_{mi}} = c \cdot e_{w_{mi}} = j_{mi} = c \cdot wv.$$

Für einen beliebigen Punkt  $x$  rechnet sich der Kurzschlußstrom  $i$  aus der Gleichung

$$11. \quad \int_{-i_a}^i di = \int_0^x j_x \cdot dF_b$$



bzw. 12. 
$$i + i_a = \int_0^x j_x \cdot dF_b$$

oder 13. 
$$i = -i_a + \int_0^x j_x \cdot dF_b.$$

Die Kurzschlußstromkurve  $f(i, x)$  ist daher nach Gleichung II die Integralkurve ( $g$ ) der Kurve ( $f$ ) der mittleren örtlichen Stromdichten  $f(j_x, x)$ .

Die Konstruktion ergibt jedoch nur dann den richtigen Verlauf der  $f(i, x)$ , wenn (Gleichung 3)  $j_x = \frac{di}{dF_b}$  gültig ist. Das ist der Fall, sobald die Bürste eine größere Lamellenzahl gleichzeitig bedeckt, d. h. das Verhältnis  $\alpha = \frac{\beta}{b}$  von Bürstenbreite  $\beta$  zur Lamellenbreite  $b$  groß ist; je kleiner  $\alpha$  ist, um so mehr weicht die hiernach ermittelte Kurzschlußstromkurve von der wirklichen ab, da die Gleichung 3 für die Grenzen  $x = 0$  und  $x_1 = 1$  nur angenähert gilt. So fand Czeija<sup>1)</sup> bei Metallbürsten genügende Übereinstimmung für  $\alpha > 1,6$  bei funkenfreiem Lauf und größerer Stromdichte. Kohlebürsten jedoch zeigen Abweichungen, da der Übergangswiderstand sich mit der Stromdichte stärker ändert als bei Metallbürsten.

Um weiter den Übergangswiderstand  $r_u$  in Gleichung 2 zu ermitteln, berechnen wir darin

$$14. \quad e_w = j \cdot r_w = f_i \cdot j_{mi} \cdot r_w.$$

worin der Formfaktor

$$f_i = \frac{\sqrt{\int_{x=0}^{x_1=1} \frac{1}{x} \cdot j_x^2 \cdot dx}}{j_{mi}}$$

aus der Form der Kurve  $f(j_x, x)$  nach einer der im Abschnitt IV, Kap. 19a, angegebenen Methoden bestimmt wird.

Der „Widerstand  $r_u$ “ stellt keinen eigentlichen Gleichstromwiderstand dar, da er von der Stromdichte unter der Bürste abhängig ist.

Bezeichnet  $E_u$  die Übergangsspannung zwischen Bürste und

<sup>1)</sup> Untersuchung der Kommutationsvorgänge, Samml. el. Vortr. VI, 9/10.

Kommutator beim Strom  $2 i_a$  einer Bürste bzw. eines Bürstenstifts, dann ließe sich

$$r_u = \frac{E_u}{2 i_a} = \frac{E_u}{F_b \cdot j_{mi}}$$

durch direkte Messung von  $E_u$  (nach S. 265) ermitteln.

Diese Messung führt man für verschiedene Ströme  $i_a$  bzw.  $j_{mi}$  durch und zeichnet dazu die Bürstencharakteristiken  $f(E_u, i_a)$  bzw.  $f(E_u, j_{mi})$  oder  $f(r_u, j_{mi})$ .

Aus den aufgenommenen Kurven und Werten für  $e_0$  und  $e_w$  läßt sich nun der Leistungsübergangsverlust  $L_u$  folgendermaßen berechnen:

Für eine Bürste ist

$$15. \quad L_{1u} = \frac{1}{x_1} \cdot \int_0^1 \int_{x=0}^{x_1=1} e_x \cdot i \cdot dx = \frac{1}{x_1} \cdot \int_0^1 \int_0^{F_b} e_x \cdot j_x \cdot dF_b \cdot dx$$

oder

$$16. \quad L_{1u} = \frac{1}{x_1} \cdot \int_0^1 \int_0^{F_b} e_0 \cdot j_x \cdot dF_b \cdot dx + \frac{1}{x_1} \cdot \int_0^1 \int_0^{F_b} \frac{e_w}{j} \cdot j_x^2 \cdot dF_b \cdot dx.$$

Führt man die Integration über die Bürstenfläche  $F_b$  aus und zieht konstante Faktoren heraus, so erhält man:

$$17. \quad L_{1u} = e_0 \cdot F_b \cdot \frac{1}{x_1} \cdot \int_0^1 j_x \cdot dx + \frac{e_w}{j} \cdot F_b \cdot \frac{1}{x_1} \cdot \int_0^1 j_x^2 \cdot dx \\ = e_0 \cdot F_b \cdot j_{mi} + \frac{e_w}{j} \cdot F_b \cdot j^2 = F_b \cdot j_{mi} \cdot (e_0 + e_w \cdot f_i).$$

Setzt man nach Gleichung 9 für  $F_b \cdot j_{mi} = 2 i_a$ , so wird

$$L_{1u} = 2 i_a \cdot (e_0 + e_w \cdot f_i).$$

Für Spiral- und Schleifenwicklung verteilt sich der gesamte Strom  $J_a$  gleichmäßig auf  $2a$  Ankerzweige.

Daher ist  $J_a = 2a \cdot i_a$ . Der gesamte Bürstenübergangsverlust für  $2a$  Bürsten ist dann

$$L_u = 2a \cdot L_{1u} = 4a \cdot i_a \cdot (e_0 + e_w \cdot f_i)$$

oder

$$L_u = 2 \cdot J_a \cdot (e_0 + e_w \cdot f_i).$$

Für Wellenwicklungen mit selektiver Stromverteilung müßte man für jede Bürste den Verlust einzeln berechnen und

$$L_u = \sum_0^{2a} L_{1u}$$



bilden, da die Kurve der mittleren örtlichen Stromdichte und damit  $f_i$  für die einzelnen Bürsten verschieden ist.

Bei gleichmäßiger Stromdichte ist  $f_i = 1$ .

Durch die Aufnahme der Bürstenpotentialkurven  $f(e_x, x)$  ist man ferner imstande, sich ein Urteil über die Güte der Kommutation zu bilden. Man nennt sie daher auch „Kommutationsdiagramme.“

Im allgemeinen kann man als Funkengrenze für Kupferbürsten  $e_x = 0,25$  Volt, für Kohlebürsten  $e_x = 2 \div 3$  Volt je nach der Kohlensorte und Kommutatortemperatur annehmen.

Ebenso wie bei der Bestimmung des Wirkungsgrades zur Vermeidung der Untersuchung bei Belastung eine Prüfung bei Leerlauf und Kurzschluß bequemer und wirtschaftlicher ist, lassen sich die Kommutationsdiagramme bei Belastung durch Superposition der bei Leerlauf und Kurzschluß aufgenommenen Potentialkurven mit genügender Genauigkeit darstellen, wie Arnold<sup>1)</sup> durch zahlreiche Versuche festgestellt hat.

Um ferner aus dem Kurzschlußversuch ein richtiges Urteil über die Kommutation bei verschiedenen Belastungsströmen zu erhalten, müßte man den Kommutierungsvorgang in einem zusätzlichen Felde untersuchen, das der Feldänderung zwischen Leerlauf und normaler Belastung entspricht. Dieses Feld erhält man, wenn der Kurzschlußstrom die Hälfte des normalen Stromes beträgt und die Bürsten in der für den halben Normalstrom richtigen Lage stehen. Will man die Maschine unter den für den normalen Betrieb ungünstigsten Bedingungen untersuchen, so stellt man die Bürsten in die neutrale Zone und läßt sie bei Kurzschluß mit dem normalen Strome längere Zeit laufen. So prüft die Maschinenfabrik Örlikon (Schweiz) ihre Maschinen in dieser Weise, wobei sie 6 Stunden lang funkenfrei laufen müssen.

Weitere Versuche zur Bestimmung der Kommutierungskonstanten  $\zeta_k$  sind von Pichelmayr<sup>2)</sup> angegeben. Eine Zusammenstellung sämtlicher Kommutationsuntersuchungen enthält das Buch von Mauduit<sup>3)</sup>.

<sup>1)</sup> ETZ. 1903, S. 474.      <sup>2)</sup> ETZ. 1912, S. 1100, 1129.

<sup>3)</sup> Rech. expér. et théorie sur la commutation. Paris 1912; Dunod et Penat.

## IV. Messungen der Wechselstromtechnik.

### 1. Untersuchung von Wechselstromwiderständen.

Schließt man nach Fig. 230 eine Drosselspule  $D$  mit Eisenkern an eine Wechselstromquelle mit sinusförmiger Spannungs-kurve an, so wird sie einen Strom

$$J = \frac{E_k}{W}$$

bei der Klemmenspannung  $E_k$  und dem Wechselstromwiderstände

$$W = \sqrt{R_l^2 + S^2} \quad \text{aufnehmen.}$$

Der gleichwertige Leistungswiderstand  $R_l = \frac{L_s}{J^2}$  läßt sich aus der aufgenommenen Leistung  $L_s$  (nach Abzug des Eigenverbrauchs im Instrument, wenn dasselbe nicht kompensiert ist) und dem Strom  $J$  berechnen.  $R_l$  ist infolge des Vorhandenseins von Hysteresis- und Wirbelstromverlusten im Eisen  $L_{hw}$  und der Kupferwicklung  $L_{wk}$  sowie wegen des Hauteffektes  $L_v$  größer als der mit Gleichstrom bestimmte Spulenwiderstand  $R$ , so daß man setzen kann:

$$R_l = R + R_{hw} + R_{wk} + R_v.$$

Um Korrekturen wegen des Stromverbrauchs im Spannungsmesser zu vermeiden (S. 214), ist es vorteilhaft, ein statisches Instrument (Multizellularelektrometer) zu verwenden, welches dann direkt an  $D$  angeschlossen wird.

Nun ist  $S = \mathcal{C} \cdot \omega = \mathcal{C} \cdot 2\pi \cdot \nu$ , so daß man auf diese Weise den Selbstinduktionskoeffizienten  $\mathcal{C}$  ermitteln kann und zwar wird

$$\mathcal{C} = \frac{1}{2\pi \cdot \nu} \cdot \sqrt{W^2 - R_l^2} = \frac{1}{2\pi \cdot \nu} \cdot \sqrt{\frac{E_k^2}{J^2} - \frac{L_s^2}{J^4}}$$

oder

$$\mathcal{C} = \frac{\sqrt{E_k^2 \cdot J^2 - L_s^2}}{2\pi \cdot \nu \cdot J^2}.$$



Im allgemeinen wird man  $\mathcal{C}$  in Abhängigkeit von der Stromstärke  $J$  darstellen wollen. Man muß dann entweder  $E_k = \text{konst.}$  oder  $\nu = \text{konst.}$  einstellen und erhält auf diese Weise je eine Kurvenschar für

$f(\mathcal{C}, J); E_k = \text{konst.}$  bei verschiedenen Periodenzahlen  $\nu$ ,

$f(\mathcal{C}, J); \nu = \text{konst.}$  bei veränderlichen Werten der Klemmenspannung  $E_k$ .

Soll schließlich noch die Induktion  $\mathcal{B}$  im Eisen konstant bleiben, so muß man (vgl. S. 213 u. 215) nach der Gleichung  $E_k \approx 4f_e \cdot \nu \cdot w \cdot F \cdot \mathcal{B} \cdot 10^{-8}$  bei veränderlicher Periodenzahl  $\nu$  den Quotient  $\frac{E_k}{\nu}$  auf gleicher Höhe halten, was man annähernd durch konstante Erregung der Wechselstrommaschine erreichen kann.

Zeigt die Spannung der Maschine keine reine Sinusform, so erhält man für den induktiven Widerstand  $S$  infolge des Vorhandenseins der höheren Harmonischen zu große Werte nach der vorigen Gleichung. Sind die Höchstwerte der Teilströme  $J_{1\max}, J_{3\max} \dots J_{n\max}$ , dann ist

$$\mathcal{C} = k_s \cdot \frac{\sqrt{E_k^2 \cdot J^2 - I_s^2}}{2\pi \cdot \nu \cdot J^2},$$

worin der Korrektionsfaktor

$$k_s = \sqrt{\frac{J_{1\max}^2 + J_{3\max}^2 + J_{5\max}^2 + \dots + J_{n\max}^2}{J_{1\max}^2 + 9J_{3\max}^2 + 25J_{5\max}^2 + \dots + n^2 \cdot J_{n\max}^2}}$$

berechnet werden kann, wenn man die Form der Stromkurve aufgenommen hat. Praktisch kann man jedoch  $k_s \approx 1$  setzen, solange

die Kurve der Spannung nicht sehr stark verzerrt ist, da außerdem die Stromkurve wegen der dämpfenden Wirkung der Selbstinduktion nur wenig von der Sinusform abweicht (vgl. auch S. 128).

Northrup<sup>1)</sup> mißt den Wechselstromwiderstand mittels Leistungsmessers und Vergleichswiderstandes. Eine Verbesserung dieser Leistungs-

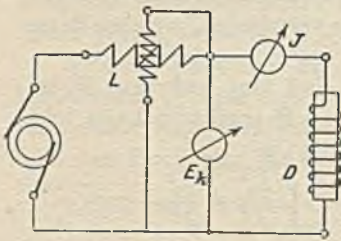


Fig. 230.

<sup>1)</sup> Proc. AJEE. 1912, S. 1311; ETZ. 1913, S. 363.

messer-Methode zur Bestimmung des induktiven und kapazitiven Feldwiderstandes  $S$  bzw.  $S_c$  hat Drysdale<sup>1)</sup> angegeben. Dagegen bestimmt Burgess<sup>2)</sup> den Feldwiderstand, indem er vor den Wechselstromwiderstand  $D$  (Fig. 230) mit dem induktiven Widerstand  $S$  und Leistungswiderstand  $R_l$  einen induktionsfreien Widerstand  $R_v$  vorschaltet. Wird die Spannung  $E_k$  konstant gehalten, so tritt bei Änderung von  $R_v$  in Abhängigkeit von  $S$  ein Höchstwert der Leistung

$$L_S = E_k \cdot J \cdot \cos \varphi = E_k \cdot \frac{E_k}{W} \cdot \frac{R_v + R_l}{W} = \frac{E_k^2 \cdot (R_v + R_l)}{(R_v + R_l)^2 + S^2} \text{ für } R_v + R_l = S$$

auf, nämlich  $L_{S_{\max}} = \frac{E_k^2}{2 \cdot S}$ , woraus  $S = \frac{E_k^2}{2 L_{S_{\max}}}$  folgt.

Zur Untersuchung von Hochspannungskabeln nach der Verlegung hat Laue<sup>3)</sup> eine fahrbare Prüfstation mit Transformatoren bis 25 000 Volt und 50 kVA angegeben. Da nun eine solche Einrichtung für Wechselspannungen über 40 000 Volt sehr teuer und umfangreich wird, hat Delon<sup>4)</sup> einen Gleichrichter zur Umwandlung von Wechselstrom in hochgespannten Gleichstrom verwendet, der, wie Lichtenstein<sup>5)</sup> angibt, bei 100 000 Volt Gleichspannung nur einen Transformator von 10 kVA Leistung erfordert. Eine andere Methode zur Erzeugung hoher Gleichspannungen unter Benutzung von Vakuumventilröhren und Kondensatoren ist von Schenkel<sup>6)</sup> angegeben. Die zu entnehmende Stromstärke ist jedoch gering.

## 2. Messung der Kapazität von Wechselstromapparaten.

Zu den kondensatorähnlich wirkenden Wechselstromapparaten gehören Fernleitungskabel, elektrolytische Zellen und übererregte Synchronmotoren. Während man bei einem Kondensator mit hoher Isolation und verschwindend kleinen dielektrischen Verlusten den aufgenommenen Strom  $J$  annähernd gleich dem Verschiebungsstrom  $J_c$  dem absoluten Betrage nach setzen kann, ist das bei den technischen Kondensatoren nicht zulässig. In

1) El. 1910, S. 643.

2) El. 1913, S. 102; ETZ. 1914, S. 21.

3) ETZ. 1913, S. 1080. 4) ETZ. 1912, S. 1179.

5) ETZ. 1914, S. 1009. 6) ETZ. 1919, S. 333.



diesem Fall muß man zur Messung der Kapazität  $C$  noch einen Leistungsmesser  $L$  (Fig. 231) aufnehmen.

Zeigt dieser die Leistung  $L$  an, so ist davon der Eigenverbrauch in der Spannungsspule sowie der des Spannungsmessers (s. S. 215) abzuziehen, und man erhält dann die im Kondensator verbrauchte

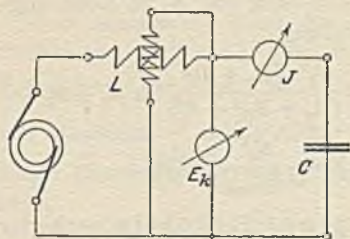


Fig. 231.

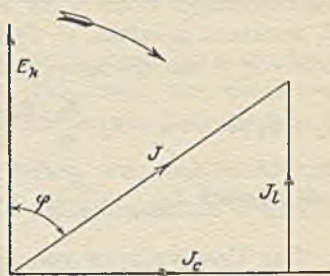


Fig. 232.

Leistung  $L_c$ . (Bei Verwendung eines statischen Spannungsmessers ist für ihn keine Korrektion erforderlich.) Aus den abgelesenen

Werten von  $E_k$  und  $J$  ergibt sich dann  $\cos \varphi = \frac{L_c}{E_k \cdot J}$  und damit auch der Winkel  $\varphi$  oder auch der Leistungsstrom  $J \cdot \cos \varphi = J_l = \frac{L_c}{E_k}$ .

Daraus kann man unter der Annahme, daß die Leistung  $L_c$  in einem zum verlustlosen Kondensator parallelen Widerstande  $R_l = \frac{E_k}{J_l}$  verbraucht wird, das Diagramm Fig. 232 zeichnen und findet den Kondensatorstrom  $J_c$ , der um  $90^\circ$  der Klemmenspannung  $E_k$  voreilt.

Bei sinusförmiger Spannungskurve ist dann der kapazitative Widerstand

$$S_c = \frac{E_k}{J_c} = \frac{1}{C \cdot 2\pi \cdot \nu}$$

Setzt man  $J_c^2 = J^2 - J_l^2$ , so folgt

$$C = \frac{1}{2\pi \cdot \nu} \cdot \frac{J_c}{E_k} = \frac{1}{2\pi \cdot \nu} \cdot \frac{\sqrt{E_k^2 \cdot J^2 - J_l^2}}{E_k^2}$$

Rein analytisch würde man  $C$  unter der Annahme eines vorgeschalteten Widerstandes  $r_l$  folgendermaßen finden: Da

$$\frac{E_k}{J} = W = \sqrt{r_l^2 + S_c^2}$$

ist, und  $r_l = \frac{L_c}{J^2}$  berechnet werden kann, so wird

$$S_c = \sqrt{\frac{E_k^2 \cdot L_c^2}{J^2} - \frac{L_c^2}{J^4}} = \frac{1}{C \cdot 2\pi \cdot \nu}$$

oder

$$C = \frac{J^2}{2\pi \cdot \nu \cdot \sqrt{E_k^2 \cdot J^2 - L_c^2}}$$

Hat die Spannungskurve keine reine Sinusform, dann bilden sich im Gegensatz zur Wirkung eines induktiven Widerstandes in der Stromkurve die höheren Harmonischen sehr kräftig aus, so daß die Stromkurve stark verzerrt ist.

In diesem Fall wird

$$C = \frac{J^2}{2\pi \cdot \nu \cdot \sqrt{E_k^2 \cdot J^2 - L_c^2}} \cdot k_c,$$

worin

$$k_c = \sqrt{\frac{J_{1\max}^2 + \frac{1}{9} \cdot J_{3\max}^2 + \frac{1}{25} \cdot J_{5\max}^2 + \dots + \frac{1}{n^2} \cdot J_{n\max}^2}{J_{1\max}^2 + J_{3\max}^2 + J_{5\max}^2 + \dots + J_{n\max}^2}}$$

ebenfalls durch Aufnahme der Stromkurve ermittelt werden kann. Da bei stark ausgeprägten Oberschwingungen der Nenner von  $k_c$  bedeutend größer als der Zähler wird, so muß man den Korrektionsfaktor  $k_c$  berücksichtigen, andernfalls leicht Fehler bis zu 60% und mehr auftreten können, d. h. die Kapazität  $C$  viel zu groß erhalten wird.

Man kann jedoch den Fehler klein halten, wenn man zur Abdämpfung der Oberschwingungen einen möglichst großen induktiven Widerstand in den Kondensatorkreis einschaltet, so daß man in diesem Falle die Aufnahme der Spannungskurve vermeiden kann.

Ein anderes Mittel, die Wirkung der höheren Harmonischen verschwindend klein zu machen, besteht darin, durch Resonanz die Grundschiwingung  $E_1$  der Stromkurve besonders stark hervortreten zu lassen, so daß der Gesamtstrom  $J$  nur in geringem Maße von den Oberschwingungen beeinflußt wird.

Allgemein versteht man nun unter elektrischer Resonanz zwischen einer Selbstinduktion und Kapazität den wechselseitigen Ausgleich ihrer beiden entgegengesetzt gerichteten Wirkungen. Entsprechend der Schaltung unterscheidet man dabei 2 Arten der Resonanz.



## a) Spannungsresonanz.

Schaltet man den zu messenden Kondensator  $C$ ,  $R_{12}$  mit einer Induktionsspule  $S$ ,  $R_{11}$  hintereinander an eine Wechselstromquelle (Fig. 233), dann besteht zwischen den Punkten  $a$   $c$  eine Spannung

$$E_k = J \cdot \sqrt{R_i^2 + \left( \mathfrak{S} \cdot \omega - \frac{1}{C \cdot \omega} \right)^2},$$

wo  $R_i = R_{11} + R_{12}$  ist. Hält man  $E_k = \text{konst.}$ , so wird  $J$  ein Maximum, wenn sich die Wirkungen der Selbstinduktion und Kapazität aufheben oder

$$\mathfrak{S} \cdot \omega = \frac{1}{C \cdot \omega}$$

ist. Daraus ergibt sich die für das Zustandekommen der Resonanz erforderliche Periodenzahl

$$\nu_r = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{\mathfrak{S} \cdot C}}$$

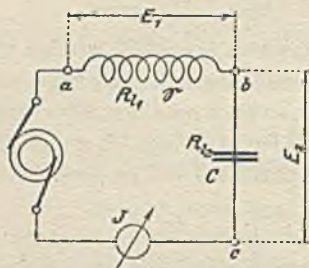


Fig. 233.

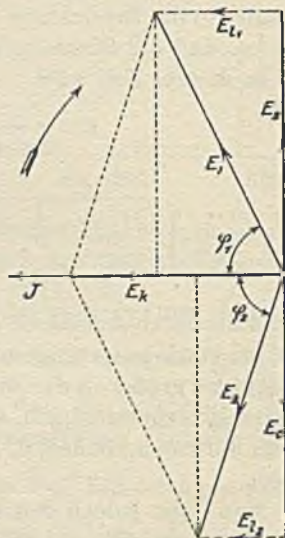


Fig. 234.

Diese Schaltung wendet man daher zweckmäßig an bei kleinen Kapazitäten  $C$  in Verbindung mit Spulen von großem Induktionskoeffizienten  $\mathfrak{S}$ .

Nach Fig. 234 setzen sich nun bei Resonanz die Teilspannungen  $E_1$  und  $E_2$  zur Resultierenden  $E_k$  in der Weise zusammen, daß  $E_s = E_c$  ist. Die Klemmenspannungen  $E_1$  und  $E_2$  sind dagegen wegen der verschiedenen Leistungsspannungen  $E_{11}$  und  $E_{12}$  nicht genau gleich groß.

Um nun die Resonanzperiodenzahl  $\nu_r$  zu ermitteln, bestimmt man für eine Spannung  $E_k = \text{konst.}$  den Verlauf des Stromes  $J$  in Abhängigkeit von der Periodenzahl  $\nu$  (Fig. 235). Trägt man außer-

dem die Kurven der Teilspannungen  $E_1$  und  $E_2$  ein, so erkennt man, daß das Maximum des Stromes  $J$  annähernd für diejenige Periodenzahl auftritt, bei der die Teilspannungskurven sich schneiden. Mit Hilfe von  $E_k$  und der aus Fig. 235 zu der Periodenzahl  $\nu_r$  ent-

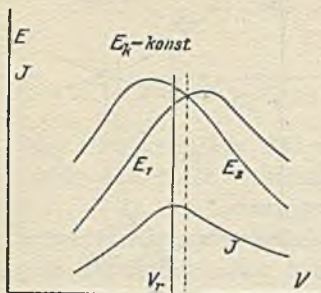


Fig. 235.

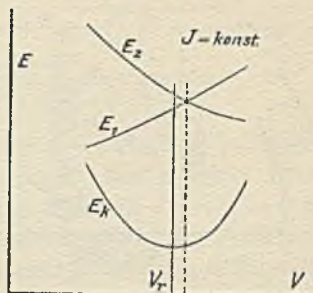


Fig. 236.

nommenen Spannungen  $E_1$  und  $E_2$  läßt sich das Diagramm Fig. 234 zeichnen und daraus  $E_o$  sowie  $E_{l_1}$  und  $E_{l_2}$  entnehmen. Es ist dann

$$E_o = \frac{J}{C \cdot \omega_r} \quad \text{oder} \quad C = \frac{J}{2\pi \cdot \nu_r \cdot E_o}.$$

Zur Messung der Spannungen bedient man sich hierbei zweckmäßig statischer Spannungsmesser. Benutzt man eine Spule mit bekannter Induktion  $\mathcal{S}$ , dann könnte man ohne Zeichnung des Diagramms schon aus Fig. 235 den Wert  $\nu_r$  entnehmen und nach S. 324 aus  $\mathcal{S} \cdot \omega_r = \frac{1}{C \cdot \omega_r}$  die Kapazität

$$C = \frac{1}{4\pi^2 \cdot \nu_r^2 \cdot \mathcal{S}}$$

berechnen.

Die Resonanzperiodenzahl  $\nu_r$  läßt sich auch dadurch ermitteln, daß man bei konstantem Strom  $J$  den Verlauf der Klemmenspannung  $E_k$  bei veränderlicher Periodenzahl  $\nu$  aufnimmt (Fig. 236).

### b) Stromresonanz.

Bei größeren Kapazitäten und Spulen mit kleiner Selbstinduktion bildet man die Resonanz zwischen den Strömen durch Parallelschaltung derselben nach Fig. 237.

Als Strommesser verwendet man dabei zweckmäßig induktionsfreie Hitzdrahtinstrumente. Man nimmt nun entweder für



$E_k = \text{konst.}$  die Ströme  $J$ ,  $J_1$  und  $J_2$  (Fig. 238) oder für  $J = \text{konst.}$  die Ströme  $J_1$  und  $J_2$  sowie  $E_k$  in Abhängigkeit von der Periodenzahl  $\nu$  auf (Fig. 239).

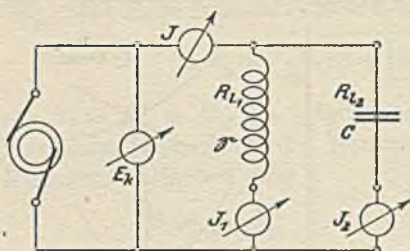


Fig. 237.

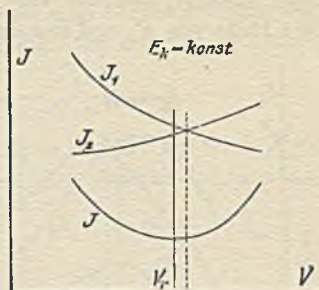


Fig. 238.

In diesem Fall gilt die Beziehung  $J = E_k \cdot \frac{1}{W}$

$$= E_k \cdot \sqrt{\left( \frac{R_{l_1}}{R_{l_1}^2 + S^2} + \frac{R_{l_2}}{R_{l_2}^2 + \frac{1}{C^2 \cdot \omega^2}} \right)^2 + \left( \frac{S}{R_{l_1}^2 + S^2} - \frac{\frac{1}{C \cdot \omega}}{R_{l_2}^2 + \frac{1}{C^2 \cdot \omega^2}} \right)^2}$$

Der Strom  $J$  wird bei  $E_k = \text{konst.}$  ein Minimum, wenn Re-

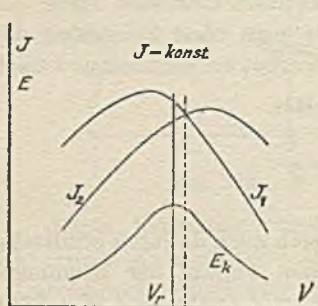


Fig. 239.

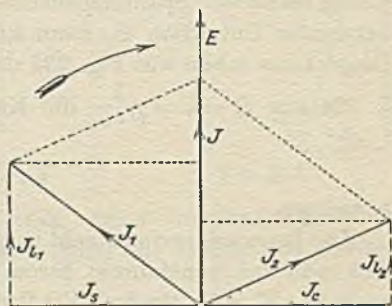


Fig. 240.

sonanz bei der Periodenzahl  $\nu_r$  vorhanden ist, d. h. das zweite Glied der Wurzel verschwindet. Es ist dann

$$\frac{S}{R_{l_1}^2 + S^2} = \frac{\frac{1}{C \cdot \omega}}{R_{l_2}^2 + \frac{1}{C^2 \cdot \omega^2}}$$

Setzt man  $\frac{1}{C \cdot \omega} = S_c$ , so erhält man  $\frac{S}{R_{l_1}^2 + S^2} = \frac{S_c}{R_{l_2}^2 + S_c^2}$ ,

woraus folgt:

$$S_c = \frac{1}{C \cdot \omega_r} = \frac{R_{l_1}^2 + S^2 + \sqrt{(R_{l_1}^2 + S^2)^2 - 4 \cdot S^2 \cdot R_{l_2}^2}}{2 \cdot S}$$

oder 
$$C = \frac{1}{2\pi \cdot \nu_r} \cdot \frac{2S}{R_{l_1}^2 + S^2 + \sqrt{(R_{l_1}^2 + S^2)^2 - 4 \cdot S^2 \cdot R_{l_2}^2}}$$

Das Diagramm Fig. 240 stellt die Stromverteilung bei Stromresonanz dar. Man erkennt daraus, daß der gesamte Strom  $J = J_{l_1} + J_{l_2}$  nur Leistungsstrom ist, während  $J_k - J_c = 0$  ist, d. h. der Kondensator liefert der Induktionsspule den Feldstrom. Besitzt der Kondensator keine Verluste, so daß  $R_{l_2} \approx 0$  gesetzt werden kann, dann vereinfacht sich die Gleichung in

$$C = \frac{1}{2\pi \cdot \nu_r} \cdot \frac{S}{R_{l_1}^2 + S^2}.$$

Aus den aufgenommenen Strömen läßt sich das Diagramm zeichnen und daraus  $J_c$  entnehmen. Aus Fig. 239 ergibt sich  $\nu_r$  und dazu  $E_k$ , so daß man

$$C = \frac{J_c}{2\pi \cdot \nu_r \cdot E_k}$$

berechnen kann. Ist dagegen  $S$  und  $R_{l_1}$  bzw.  $R_{l_2}$  bekannt, so läßt sich  $C$  direkt aus den obigen Gleichungen ermitteln.

Nach Angaben von A k e m a n n <sup>1)</sup> läßt sich die wirksame Kapazität von Starkstromkabeln auch mit Gleichstrom bestimmen.

### 3. Prüfung der praktischen Brauchbarkeit eines Transformators.

Dazu gehört die Feststellung der Leistung durch

#### a) Dauerbelastung.

Die direkte normale Belastung eines Transformators würde einen großen Energieverbrauch und außerdem der Spannung entsprechende Belastungswiderstände erfordern, deren Beschaffung unter Umständen schwer möglich wäre. Für den Fall, daß zwei

<sup>1)</sup> ETZ. 1907, S. 6.



Transformatoren gleicher Größe und Spannung vorhanden sind, kann man dieselben nach der Zurückarbeitungsmethode (s. Kap. 6a) so schalten, daß nur ein Energieverbrauch stattfindet, der den gesamten Verlusten entspricht.

Die Dauerprobe hat außerdem den Zweck, die Temperaturerhöhung für stationären Zustand zu bestimmen. In diesem Fall

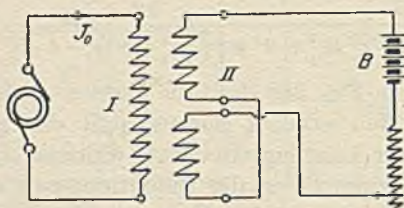


Fig. 241.

kann man mit einer geringen Energiemenge auskommen, wenn man den Belastungsstrom möglichst leistungslos, d. h. mit großer Phasenverschiebung, durch stark induktive Widerstände entnimmt.

Ein anderes Mittel besteht in der künstlichen Belastung durch Gleichstrom, wie sie von Goldschmidt<sup>1)</sup> angegeben ist.

Für Einphasentransformatoren läßt sich diese Methode nur in dem Fall anwenden, wo die sekundäre Wicklung aus einer geraden Anzahl von einzelnen Spulen besteht. Man schließt dann die primäre Seite an die Wechselstromquelle (Fig. 241), schaltet

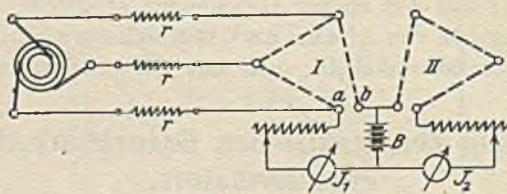


Fig. 242.

die sekundäre in zwei gleichen Hälften gegeneinander und schickt aus einer Batterie  $B$  Gleichstrom von der Größe des normalen Wechselstromes hindurch. Dann erwärmt dieser das Kupfer, während das Eisen durch die Ummagnetisierung infolge des Leerlaufstromes  $J_0$  auf die entsprechende Temperatur gebracht wird.

Zahlreicher sind die Schaltungen zur Erwärmung der Drei-

<sup>1)</sup> ETZ. 1901, S. 682.

phasentransformatoren mit Gleichstrom. Dabei wird die primäre Wicklung (Fig. 242) in Dreieckschaltung unter Einfügung von Widerständen  $r$  an die Stromquelle gelegt und zwischen  $a$  und  $b$  von der Gleichstrombatterie gespeist. Für  $120^\circ$  Phasenverschiebung ist nun die Summe der drei Phasenspannungen in jedem Augenblick Null, d. h. zwischen den Punkten  $a$  und  $b$  ist keine

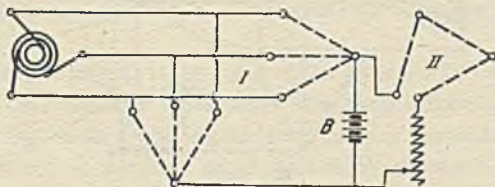


Fig. 243.

Potentialdifferenz vorhanden, welche durch die Batterie einen Wechselstrom schicken könnte. Der Gleichstrom  $J_1$  belastet den Generator nicht, da nur Ströme und Spannungen gleicher Periodenzahl sich zu einer Leistung zusammensetzen können (vgl. Kap. 19a). Die Widerstände  $r$  schützen den Generator vor zu starkem Anwachsen des Gleichstromes, während sie für den kleinen Leerlaufstrom  $J_0$  nur einen geringen Spannungsabfall hervorrufen.

Besteht die Wicklung eines jeden Schenkels aus einer geraden

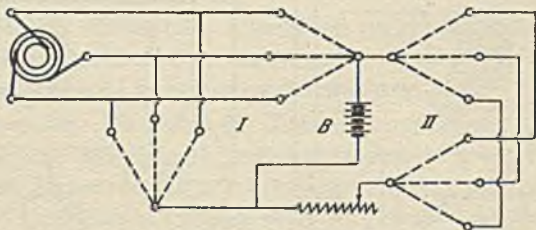


Fig. 244.

Anzahl von Spulen, so kann man die Vorschaltwiderstände vermeiden, wenn man die primären Spulen in zwei parallelen Gruppen in Stern schaltet (Fig. 243) und den Gleichstrom zwischen den neutralen Punkten einführt. Die Sekundärseite wird dabei in Dreieck wie vorher angeschlossen. Die primäre Spannung beträgt in diesem Fall natürlich nur die Hälfte der normalen.

Für die gleichzeitige Belastung von zwei oder mehr gleich großen



Transformatoren führt man die Schaltung in derselben Weise aus, wobei die primären Seiten jedoch immer in Sternschaltung parallel zueinander angeschlossen werden müssen. Die sekundären Spulen dagegen können in Sternschaltung (Fig. 244) parallel zueinander

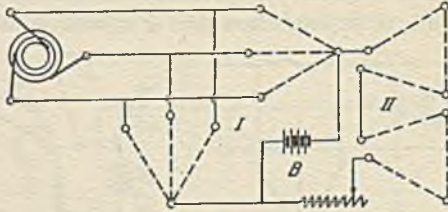


Fig. 245.

oder in Dreieck (Fig. 245) hintereinandergeschaltet an die Gleichstrombatterie angeschlossen werden.

Als Nachteil der Goldschmidtschen Methode ist die besondere Regulierung der Ströme in der Hoch- und Niederspannungswicklung anzusehen, was besonders bei großen Leistungen unangenehm ist, da die Batterie die dreifachen Phasenströme für jede Wicklung liefern muß.

Benutzt man jedoch nach Molnár<sup>1)</sup> statt des Gleichstroms

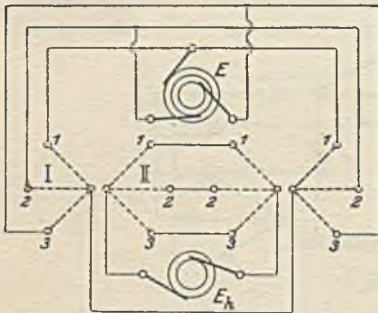


Fig. 246.

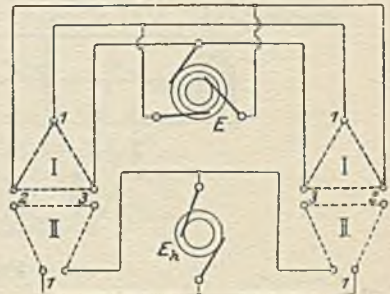


Fig. 247.

Wechselstrom, so kann man schon mit einer kleinen Stromquelle Transformatoren für große Leistungen untersuchen. Nach Fig. 246 hat die Hilfsstromquelle  $E_h$  hierbei nur den dreifachen Phasenstrom bei Sternschaltung und eine etwa 20% mehr als die Kurzschluß-

<sup>1)</sup> ETZ. 1909, S. 450.

spannung betragende Klemmenspannung zu liefern. Dabei wählt man zum Anschluß diejenige Seite der Transformatoren, deren Spannung zu der Hilfsstromquelle paßt. Zweckmäßig legt man die Stromquelle  $E_h$  an die Nullpunkte der Hochspannungsseite und schließt die Nullpunkte der Niederspannungsseite durch eine allen Phasen gemeinsame Rückleitung. In gleicher Weise läßt sich diese Schaltung auch bei Zweiphasen-Transformatoren verwenden.

Bei Dreieckschaltung der einen oder beider Seiten legt man nach Fig. 247 die zur Aufnahme des Magnetisierungsstroms bestimmten Seiten in Parallelschaltung an die normale Stromquelle  $E$ , die anderen in Dreieck geschalteten Wicklungen an die Hilfsstromquelle  $E_h$  in der Weise an, daß man je einen Eckpunkt des Dreiecks öffnet und die beiden Enden in Parallelschaltung an die Klemmen anschließt.

Auf diese Weise ist es auch möglich, einzelne Transformatoren künstlich zu belasten, indem man in Fig. 247 den zweiten Transformator fortläßt.

Will man keine Hilfsstromquelle verwenden, so kann man nach Gustrin<sup>1)</sup> eine Selbstbelastungsschaltung dadurch herstellen, daß man den normal angeschlossenen Transformator sekundär in Dreieck schaltet, wobei man eine Phase mit geringerer Windungszahl arbeiten läßt.

Ist jedoch eine solche Anzapfung nicht ausführbar, so kann man sich dadurch helfen, daß man auf eine Phase eine entsprechende Anzahl von Zusatzwindungen wickelt.

Eine andere Methode, die Temperaturerhöhung bei normaler Belastung zu bestimmen, besteht darin, die Übertemperaturen bei einem Dauerversuch für Leerlauf und Kurzschluß zu bestimmen und zu addieren. Dieser Wert ist gewöhnlich etwas zu hoch, so daß man den Versuch hauptsächlich zur schnellen Kontrolle einer großen Zahl von Transformatoren benutzen wird, wenn für ein Stück der genaue Betrag ermittelt ist.

Die Messung der Temperaturerhöhung wird meistens im Anschluß an die Dauerprobe vorgenommen und hat bei Wechselstrom ausschließlich mit Weingeist- oder Toluolthermometern zu erfolgen, da Quecksilber durch Entstehen von Wirbelströmen er-

<sup>1)</sup> ETZ. 1907, S. 574, 911.



wärmt werden kann. Zur sicheren Übertragung der Wärme an das Thermometer umgibt man die Thermometerkugel mit Stanniol und bedeckt sie zum Schutz gegen Wärmeverluste und Strahlung mit Watte oder Putzwolle.

Diese Ablesungen sind gegenüber der im Innern des Transformators herrschenden Temperatur viel zu klein. Man berechnet daher besser die Temperaturerhöhung aus der Widerstandszunahme der Wicklung. Ist für den Anfang des Versuchs der Widerstand kalt  $R_1$ , nach der Dauerprobe  $R_2$ , so ist für den Temperaturkoeffizienten des Kupfers  $\alpha = 0,004$  die Übertemperatur

$$\vartheta = 250 \cdot \frac{R_2 - R_1}{R_1} \text{ } ^\circ\text{C.}$$

Für Öl wird die Temperatur der oberen Ölschicht bestimmt.

Die Untersuchung der Transformatoren erstreckt sich ferner auf die Prüfung der

### b) Isolationsfestigkeit.

Schon während der Fabrikation empfiehlt es sich, die einzelnen Spulen auf gute Isolation zu untersuchen, indem man sie nach Fig. 248 als sekundäre Wicklung *II* eines Transformators schaltet, dessen Eisenrahmen geteilt ist<sup>1)</sup>.

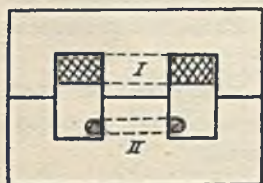


Fig. 248.

Besitzt die Spule einen Isolationsfehler, so ruft die in den Windungen erzeugte EMK einen Strom hervor, der sich nicht nur durch starke Erwärmung der schadhafte Stellen kenntlich macht, sondern auch die primäre Stromaufnahme erhöht.

Für einen fertigen Transformator hat die Untersuchung der Isolierfestigkeit bei normaler Erwärmung, d. h. im Anschluß an eine Belastungsprobe, zu erfolgen. Sie umfaßt folgende drei Fälle:

1. Primär- gegen Sekundärwicklung,
2. Primärwicklung gegen Eisen,
3. Sekundärwicklung gegen Eisen.

Die Wicklungen werden nun (Fig. 249) jede in sich kurzgeschlossen, um eine möglichst gleichmäßige Verteilung des Potentials über die ganze Spule zu erzielen, und die Prüfspannung zuerst

<sup>1)</sup> ETZ. 1907, S. 1133.

zwischen  $1 \div 2$ , dann zwischen  $1 \div 3$  und zuletzt zwischen  $2 \div 3$  angelegt.

Die Höhe der Prüfspannung ist durch die Vorschriften des VdE festgelegt.

Transformatoren, welche in Reihenschaltung arbeiten, sind außerdem mit einer der Spannung des ganzen Systems entsprechenden Prüfspannung gegen Erde zu prüfen. Eine betriebsmäßig zwischen einer Wicklung und dem Eisenkörper vorhandene leitende Verbindung ist für die Prüfung zu unterbrechen; außerdem richtet sich dabei die Prüfspannung nur nach der zwischen einem Punkte der Wicklung und dem Gestell im Betriebe vorkommenden höchsten Spannung.

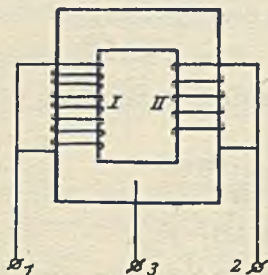


Fig. 249.

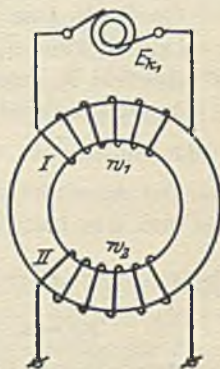


Fig. 250.

Zur Prüfung von Meßwandlern sind von Sharp und Crawford <sup>1)</sup> einige Nullmethoden angegeben, wie sie auch schon Campbell, Agnew und Fitch behandelt haben. Alberti und Vieweg <sup>2)</sup> beschreiben ein Kompensationsverfahren zur Bestimmung des Magnetisierungsstromes sowie eine neue Methode zur Ermittlung seiner Größe und Phase mittels des magnetischen Spannungsmessers (II, 2) und ihre Beeinflussung durch die Kurvenform. Möllinger und Gewecke <sup>3)</sup> geben für Spannungs- und Stromwandler ein Diagramm an, das durch eine Leerlaufs- und Kurzschlußmessung ermittelt werden kann und über die Eigenschaften bei allen Belastungen Aufschluß gibt. Auf Veranlassung

<sup>1)</sup> Proc. AJEE. 1910, S. 1207; ETZ. 1911, S. 697.

<sup>2)</sup> AfE. 1913, S. 208; ETZ. 1914, S. 394.

<sup>3)</sup> ETZ. 1911, S. 922; 1912, S. 270.



des VdE ist dann eine technisch einfache Kompensationsmethode von Schering und Alberti<sup>1)</sup> zur Messung des Übersetzungsverhältnisses und der Phasenabweichung von Stromwandlern gemäß den Leitsätzen des VdE<sup>2)</sup> ausgearbeitet worden.

#### 4. Das Transformator diagramm.

Ein Transformator besteht aus mehreren Spulen, die durch einen gemeinsamen magnetischen Kraftfluß miteinander verkettet sind. Als die für unsere Betrachtungen einfachste Form wählen wir (Fig. 250) einen Eisenring, der eine primäre Spule ( $I$ ) von  $w_1$  und eine sekundäre ( $II$ ) von  $w_2$  Windungen trägt.

Wird die Spule  $I$  an eine Wechselspannung  $E_{11}$  angelegt, so nimmt sie einen Strom  $J_0$  auf, der in dem Eisenring ein magnetisches Wechselfeld  $\mathcal{N}_0$  erzeugt. Da dieses Feld die Windungen der Spule  $I$  schneidet, so wird in ihr nach dem Faraday-Maxwell'schen Induktionsgesetz eine EMK  $E_t' = -w_1 \cdot \frac{d\mathcal{N}_0}{dt}$  induziert.

Unter der Annahme, daß der Kraftfluß  $\mathcal{N}_0$  sinusartig verläuft, wird die von ihm induzierte EMK

$$E_t' = -w_1 \cdot \frac{d(\mathcal{N}_{0\max} \cdot \sin \omega t)}{dt}$$

oder 
$$E_t' = w_1 \cdot \mathcal{N}_{0\max} \cdot \omega \cdot \sin(\omega t - 90^\circ).$$

Nach dem zweiten Kirchhoffschen Satz muß nun für den primären Stromkreis in jedem Augenblick die Beziehung bestehen:  $E_{k_{1t}} + E_t' = J_{0t} \cdot R_1$ , wo  $R_1$  der Leistungswiderstand der Spule  $I$  ist, oder

$$E_{k_{1t}} = -E_t' + J_{0t} \cdot R_1.$$

Setzt man darin  $-E_t' = E_{1t}$ ,

so wird 
$$E_{k_{1t}} = E_{1t} + J_{0t} \cdot R_1.$$

Dabei ist  $R_1 = \frac{L_{01}}{J^2}$  mit Hilfe eines Leistungsmessers zu ermitteln.

Von der Klemmenspannung  $E_{k_1}$  kommt demnach nur ein Teil  $E_1$  zur Erzeugung des Magnetfeldes  $\mathcal{N}_0$  in Frage, und zwar ist  $E_1$  dann um  $90^\circ$  gegen  $\mathcal{N}_0$  voreilend.

Man kann sich nun für die Feststellung der bei den magne-

<sup>1)</sup> AfE. 1913, S. 263; ETZ. 1914, S. 360; AfE. 1918, Bd. 7, S. 47; ETZ. 1919, S. 587.

<sup>2)</sup> ETZ. 1914, S. 602.

tischen Induktionserscheinungen auftretenden Verschiebung folgende Regel merken:

Ist eine Größe die Folge einer anderen, so folgt sie der Ursache zeitlich um einen Verschiebungswinkel von  $90^\circ$  nach.

Um nun die Gleichung der Primärseite zeichnerisch darstellen zu können, muß noch der Verlauf von  $J_0$  festgestellt werden, da  $J_0 \cdot R_1$  mit  $J_0$  in Phase ist. Unter der Annahme eines sinusartigen Feldes  $\mathcal{N}_0$  wird bei Vorhandensein von Hysterisis im Eisen die Kurve des magnetisierenden Stromes  $J'$  von der Sinusform abweichen. Ist die Hysterisisschleife als  $f(\mathcal{N}_0, J')$  gegeben, so

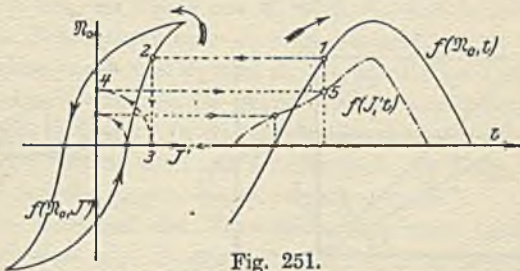


Fig. 251.

kann man (Fig. 251) zu verschiedenen Werten von  $\mathcal{N}_0$  der Feldkurve aus der Hysterisisschleife  $J'$  finden und als Funktion von  $t$  rückwärts eintragen. (Die Zahlen geben die Reihenfolge der Operationen an.)

Aus dem Diagramm folgt, daß die Stromkurve  $f(J', t)$  gegenüber dem Felde eine Voreilung besitzt. Da aber diese Form für die Verwendung von Mittelwertdiagrammen wenig geeignet ist, so müssen wir dafür eine gleichwertige Sinuslinie einsetzen, d. h. eine solche, welche dieselbe Leistung liefert, wie die wirkliche Kurve so daß wir schreiben können:

$$J_t' = J_{\max}' \cdot \sin(\omega t + \gamma).$$

Der sog. magnetische Verzögerungs- oder Hysterisiswinkel  $\gamma$  wird folgendermaßen gefunden:

Die Hysterisis ruft einen gewissen Leistungsverlust

$$L_h = E_1 \cdot J' \cdot \cos \delta$$

hervor, der einem Strom  $J_h = \frac{L_h}{E_1} = J' \cdot \cos \delta$  entspricht. Dieser wird nun, da er in Phase mit  $E_1$  ist, auf  $E_1$  abgetragen (Fig. 252),





d. h. zur Aufrechterhaltung eines Magnetfeldes wird keine Leistung verbraucht.

Diese Zerlegung des Leerlaufstromes in zwei Komponenten ist natürlich nur eine mathematische, jedoch erweist sie sich für die Behandlung der Vorgänge als sehr vorteilhaft, und zwar bezeichnet man  $J_s$  als Feldkomponente und  $J_l = J_{hw}$  als Leistungskomponente von  $J_0$ , wobei die Beziehung besteht

$$J_0 = \sqrt{J_l^2 + J_s^2}.$$

Zur Darstellung des Leerlaufdiagramms gehen wir von dem Felde  $\mathfrak{N}_0$  aus (Fig. 253) und zeichnen dazu senkrecht um  $90^\circ$  voreilend  $E_1$  ein. In Phase mit  $E_1$  wird  $J_{hw}$  und in der Richtung von  $\mathfrak{N}_0$  die Feldkomponente  $J_s$  eingezeichnet, deren Resultante  $J_0$  ist. Im Endpunkt von  $E_1$  wird  $J_0 \cdot R_1$  parallel zu  $J_0$  angetragen; dann gibt die Schlußlinie die primäre Klemmenspannung  $E_{k_1}$  an. Das Feld  $\mathfrak{N}_0$  induziert in der Sekundärwicklung die EMK  $E_2$ , welche, ihrem Wesen nach mit  $E'$  identisch, als Folge des Feldes um  $90^\circ$  nacheilend gegen dieses eingetragen ist.

Für den Leerlauf des Transformators kann man nun den Spannungsverlust  $J_0 \cdot R_1$  gegenüber  $E_1$  vernachlässigen, so daß

$$E_1 \approx E_{k_1} = 4 f_s \cdot \nu \cdot \mathfrak{N}_{0\max} \cdot w_1 \cdot 10^{-8}$$

gesetzt werden kann. Für die sekundäre EMK gilt ebenfalls

$$E_2 \approx E_{k_2} = 4 f_s \cdot \nu \cdot \mathfrak{N}_{0\max} \cdot w_2 \cdot 10^{-8},$$

woraus folgt

$$\frac{E_{k_1}}{E_{k_2}} = \frac{w_1}{w_2} = u.$$

Die Größe  $u$ , welche sich jedoch mit der Belastung ändert, heißt dabei das Übersetzungsverhältnis bei Leerlauf.

Um nun beim Zeichnen der Diagramme die Verschiedenheit der Maßstäbe zu umgehen, sollen dieselben fortan im Maßstabe der Sekundärseite mit dem Übersetzungsverhältnis  $u = 1$  dargestellt werden.

Schließt man die sekundäre Spule durch einen Widerstand,

so erzeugt die EMK  $E_{2t} = -w_2 \cdot \frac{d\mathfrak{N}_0}{dt}$

einen Strom  $J_{2t}$ . Dieser ruft eine MMK  $\mathfrak{N}_2 = J_{2t} \cdot w_2$

und demnach ein Feld  $\mathfrak{N}_2$  hervor, welches nach dem Lenzschen Gesetz dem primären Feld  $\mathfrak{N}_0$  entgegenwirkt. Das resultierende



Feld hätte aber eine kleinere EMK  $E'$  zur Folge, wodurch der Strom  $J_0$  auf  $J_1$  anwächst, dessen MMK  $\mathfrak{M}_1 = J_1 \cdot w_1$  das Feld  $\mathfrak{N}_0$  auf  $\mathfrak{N}_1$  erhöht, so daß das resultierende Feld

$$\mathfrak{N} = \mathfrak{N}_1 - \mathfrak{N}_2$$

wird. Demnach lautet jetzt die Gleichung des Primärkreises für den belasteten Transformator

$$E_{k1} = w_1 \cdot \frac{d\mathfrak{N}}{dt} + J_{1t} \cdot R_{1t}.$$

Da nun der Spannungsverlust  $J_1 \cdot R_1$  praktisch kleiner als 1% ist, so wird für  $E_{k1} = \text{konst.}$  das Glied

$$w_1 \cdot \frac{d\mathfrak{N}}{dt} \text{ nahezu gleich } w_1 \cdot \frac{d\mathfrak{N}_0}{dt}$$

sein, oder  $\mathfrak{N} \approx \mathfrak{N}_0$ . Wir können daher mit großer Annäherung

$$\mathfrak{N}_1 - \mathfrak{N}_2 = \mathfrak{N}_0$$

setzen. Strenggenommen müßten die beiden Felder  $\mathfrak{N}_1$  und  $\mathfrak{N}_2$  geometrisch subtrahiert werden, da sie aber nahezu um 180° gegeneinander verschoben sind, so ergibt sich der absoluten Größe nach bei algebraischer Subtraktion kein großer Fehler. Ersetzt man darin die Felder durch die gleichwertigen MMKe, so erhält man

$$J_1 \cdot w_1 - J_2 \cdot w_2 = J_0 \cdot w_1$$

oder

$$J_1 = J_0 + J_2 \cdot \frac{w_2}{w_1},$$

eine Gleichung, welche die Abhängigkeit des Primärstromes vom Sekundärstrom  $J_2$  angibt, wie Fig. 254 zeigt. In Wirklichkeit ist es keine Gerade, sondern eine Kurve (gestrichelt), welche etwas tiefer liegt, da  $\mathfrak{N}_0 > \mathfrak{N}$  ist, und infolgedessen bei Belastung der zur Erzeugung des Feldes und Kompensierung der Eisenverluste notwendige Strom gegenüber dem Leerlaufstrom  $J_0$  kleiner ist.

$$J_2 \cdot \frac{w_2}{w_1} = \frac{J_2}{u}$$

ist der auf die primäre Wicklung reduzierte Sekundärstrom, welcher mit dem Strom  $J_1$  nach der Gleichung

$$J_1 - \frac{J_2}{u} = J_0$$

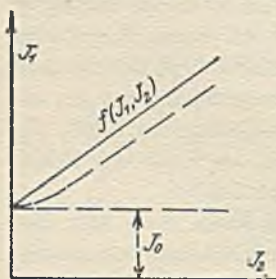


Fig. 254.

den Leerstrom  $J_0$  ergibt, woraus  $\frac{J_2}{u} = J_1 - J_0$

oder, wenn  $J_0$  gegen  $J_1$  vernachlässigt wird,  $J_2 \approx J_1 \cdot u$  folgt.

Bei der genauen Darstellung im Diagramm ( $u = 1$ ) werden wir jedoch  $J_0$  als Resultante von  $J_1$  und  $J_2$  bilden.

Für die Sekundärseite kann man nun ebenfalls die Spannungsgleichung aufstellen, indem man berücksichtigt, daß der Strom  $J_2$  einen Spannungsverlust  $J_2 \cdot R_2$  sekundär hervorruft,

so daß man  $-w_2 \cdot \frac{d\mathcal{N}}{dt} = E_{k_2t} + J_2 \cdot R_2$  erhält.

Die bisherigen Betrachtungen waren unter der Annahme angestellt, daß das primäre Feld  $\mathcal{N}_1$  sich vollständig mit dem

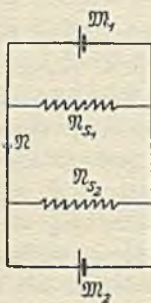


Fig. 255.

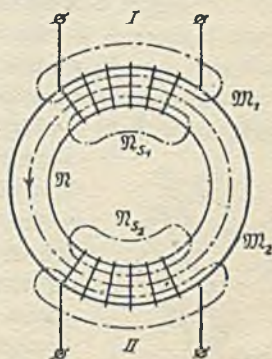


Fig. 256.

sekundären  $\mathcal{N}_2$  zu dem resultierenden  $\mathcal{N}$  zusammensetzt. Das ist jedoch nicht der Fall. Da nämlich die den Eisenrahmen umgebende Luft ebenfalls Kraftlinien leitet, so bildet sie gewissermaßen einen magnetischen Isolationsfehler oder Nebenschluß zum Eisen. Von dem ganzen Felde  $\mathcal{N}_1$  vereinigt sich daher (Fig. 255 und 256) nur ein Teil  $\mathcal{N}'$  mit einem Teil  $\mathcal{N}''$  von  $\mathcal{N}_2$  zu dem wirksamen Felde  $\mathcal{N}$ , während  $\mathcal{N}_1 - \mathcal{N}' = \mathcal{N}_{s_1}$  und  $\mathcal{N}_2 - \mathcal{N}'' = \mathcal{N}_{s_2}$  sich durch die Luft schließen und für die Induktion verloren gehen. Man nennt daher  $\mathcal{N}_{s_1}$  und  $\mathcal{N}_{s_2}$  die Streufelder und die von ihnen induzierten

EMKe  $-w_1 \cdot \frac{d\mathcal{N}_{s_1}}{dt}$  bzw.  $-w_2 \cdot \frac{d\mathcal{N}_{s_2}}{dt}$

die Streuspannungen, welche von gleichgroßen aber entgegengesetzten Spannungen  $E_{s_{1t}}$  bzw.  $E_{s_{2t}}$  kompensiert werden müssen.



Mit Berücksichtigung der Streuung lauten demnach die Gleichungen des Transformators

$$\text{I.} \quad E_{k_{1t}} = w_1 \cdot \frac{d\mathcal{N}}{dt} + J_{1t} \cdot R_1 + w_1 \cdot \frac{d\mathcal{N}_{s_1}}{dt} = E_{1t} + J_{1t} \cdot R_1 + E_{s_{1t}}$$

$$\text{und} \quad -w_2 \cdot \frac{d\mathcal{N}}{dt} = E_{k_{2t}} + J_{2t} \cdot R_2 + w_2 \cdot \frac{d\mathcal{N}_{s_2}}{dt}$$

$$\text{oder} \quad \text{II.} \quad E_{2t} = E_{k_{2t}} + J_{2t} \cdot R_2 + E_{s_{2t}},$$

die wir abgekürzt folgendermaßen schreiben wollen:

$$\text{I.} \quad E_{k_1} = \Sigma(E_1, J_1 \cdot R_1, E_{s_1})$$

$$\text{II.} \quad E_2 = \Sigma(E_{k_2}, J_2 \cdot R_2, E_{s_2}),$$

worin  $\Sigma(\dots)$  angibt, daß die in der Klammer befindlichen Größen geometrisch summiert werden sollen.

Es soll nun das Diagramm des induktionsfrei belasteten Transformators mit Streuung gezeichnet werden. Ausgehend von dem gemeinsamen Feld  $\mathcal{N}$  (Fig. 257) zeichnet man erst das sekun-

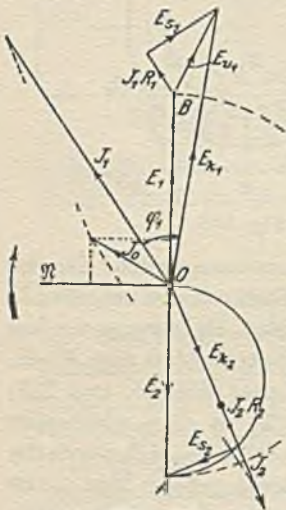


Fig. 257.

däre Diagramm und trägt deswegen  $E_2$  um  $90^\circ$  nach links gedreht an. Da für induktionsfreie Belastung  $J_2$  und  $E_{k_2}$  in Phase sind, so müssen  $E_{1_2}$  und  $J_2 \cdot R_2$  in derselben Richtung verlaufen.  $E_{s_2}$  dient zur Kompensation der von dem Streufeld  $\mathcal{N}_{s_2}$  erzeugten Spannung  $E'_{s_2}$ ; da diese aber um  $90^\circ$  nachteilig gegen das Feld und damit auch gegen den Strom  $J_2$ , welcher  $\mathcal{N}_{s_2}$  hervorruft, verschoben sein müßte, so wird  $E_{s_2}$  gegenüber  $J_2$  um  $90^\circ$  voreilend oder nach rechts gedreht einzutragen sein. Es bildet somit  $E_2$ ,  $E_{1_2}$ ,  $J_2 \cdot R_2$  und  $E_{s_2}$  ein rechtwinkliges Dreieck, welches man darstellen kann, indem man über  $E_2$  einen Halbkreis schlägt und von  $O$  aus als Sehne  $E_{1_2} + J_2 \cdot R_2$  einträgt; dann ist die andere

Kathete gleich der Spannung  $E_{s_2}$ . In Phase mit  $J_2 \cdot R_2$  wird  $J_2$  eingezeichnet, woraus  $J_1$  bestimmt werden kann, wenn man nach dem Parallelogramm der Kräfte zu  $J_0$  als Resultante und  $J_2$  als Komponente die andere Komponente  $J_1$  bildet. Man kann aber auch

$J_1$  als geometrische Summe von  $J_0$  und einem Strom  $J_2' = -J_2$ , der als Äquivalent des Stromes  $J_2$  von der Primärseite aufgenommen werden muß, ansehen; trägt man  $J_2'$  an  $J_0$  an, so ergibt die Schlußlinie den Strom  $J_1$ .

Nun wird  $E_1$  senkrecht zu  $\mathfrak{N}$  um  $90^\circ$  voreilend eingetragen und  $J_1 \cdot R_1$  parallel zu  $J_1$  daran angeschlossen. Senkrecht zu  $J_1$  mit Voreilung steht  $E_{s_1}$  als Kompensation zur Streuspannung  $E_{s_1}'$ , welche dem Felde  $\mathfrak{N}_{s_1}$  und damit auch  $J_1$  gegenüber um  $90^\circ$  nach-eilend wäre. Die Schlußlinie ist dann die Klemmenspannung  $E_{k_1}$ .

Während in diesem Diagramm die Vektoren ihrer zeitlichen Lage nach dargestellt sind, entspricht unter der Annahme, daß je ein Pol der beiden Wicklungen gesetzt ist und damit dasselbe Potential besitzt, welches gleich dem des Punktes  $O$  sein soll, jeder Punkt des Linienzuges dem Potential eines Punktes der Wicklung. Bei dem Übersetzungsverhältnis  $u = 1$  fällt das Potential des Punktes  $A$  mit  $B$  zusammen. Dann erhält das sogenannte Potentialdiagramm eine einfachere Gestalt.

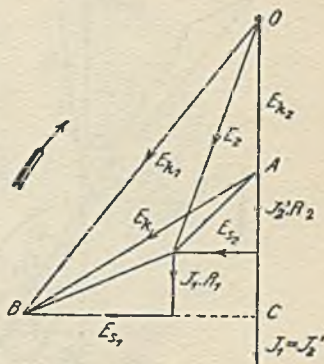


Fig. 258.

Vernachlässigt man noch  $J_0$  gegen  $J_1$ , so fällt  $J_2' = -J_2$  mit  $J_1$  zusammen und, es läßt sich das vereinfachte Potentialdiagramm (Fig. 258) folgendermaßen zeichnen:

Gehen wir dabei von dem Strom  $J_1 \approx J_2'$  als Richtlinie aus, so ist  $E_{l_2}$  und  $J_2' \cdot R_2$  in der Richtung von  $J_2'$  und senkrecht dazu  $E_{s_2}$  einzutragen. Die Schlußlinie ist dann  $E_2$ . Daran wird  $J_1 \cdot R_1$  parallel zu  $J_1$  und  $E_{s_1}$  senkrecht zu  $J_1$  angeschlossen; dann ist  $OB = E_{k_1}$ . Verbinden wir  $A$  mit  $B$  und verlängern  $E_{s_1}$  bis  $C$ , so stellt  $AC$  die Summe der Spannungsverluste

$$J_1 \cdot R_1 + J_2' \cdot R_2 \approx J_1 \cdot (R_1 + R_2)$$

und  $CB = E_{s_1} + E_{s_2}$  die gesamte Streuspannung des Transformators dar.  $AB = E_k$  entspricht dann dem gesamten Spannungsabfall. Aus der Figur folgt nun die Beziehung  $E_{k_1} = \Sigma(E_{l_2}, E_k)$ . Ist darin  $E_{l_2} = 0$ , so wird  $E_{k_1} = E_k$ , d. h.  $E_k$  ist diejenige Klemmenspannung, welche primär erforderlich ist, um für  $E_{l_2} = 0$ , d. h.



Kurzschluß des Transformators, sekundär den normalen Strom  $J_2$  zu erzeugen.

Für induktive Belastung mit einer Phasenverschiebung  $\varphi_2$  zwischen  $E_{k_2}$  und  $J_2$  ändert sich nur das Diagramm der Sekundärseite (Fig. 259). Gehen wir wiederum vom Felde  $\mathcal{N}$  aus, so wird  $E_2 = \Sigma(E_{k_2}, J_2 \cdot R_2, E_{s_2})$  um  $90^\circ$  nachteilend gegen  $\mathcal{N}$  eingezeichnet. In Phase mit  $J_2$  ist jedoch nicht  $E_{k_2}$ , sondern  $E_{k_2} \cdot \cos \varphi_2$ , während

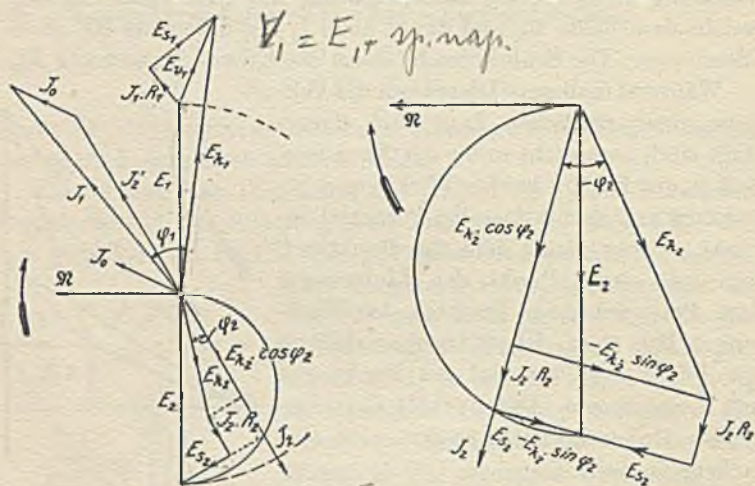


Fig. 259.

 $V_2 = E_2 - y. \text{map.}$  Fig. 260.

die andere Komponente  $E_{k_2} \cdot \sin \varphi_2$  senkrecht dazu, also in Phase mit  $E_{s_2}$  ist. Man schlägt nun einen Halbkreis über  $E_2$ , trägt von  $O$  aus  $E_{k_2} \cdot \cos \varphi_2 + J_2 \cdot R_2$  als Sehne ein, dann ist die andere Kathete  $E_{s_2} + E_{k_2} \cdot \sin \varphi_2$ . Zieht man noch die Lote in den Endpunkten von  $E_{k_2} \cdot \cos \varphi_2$  und  $E_{s_2}$ , so ergibt die Verbindung von  $O$  mit deren Schnittpunkt die Klemmenspannung  $E_{k_2}$ . Das Primär-diagramm ist in derselben Weise wie vorher zu zeichnen.

Für eine negative Phasenverschiebung, wie sie bei Belastung durch eine Kapazität vorkommt, wird  $\cos(-\varphi_2) = \cos \varphi_2$ ,

aber

$$\sin(-\varphi_2) = -\sin \varphi_2.$$

Es wird dann

$$E_{k_2} \cdot \cos \varphi_2 + J_2 \cdot R_2$$

als Sehne in dem Kreise über  $E_2$  auf der rechten oder linken Seite liegen, je nachdem  $E_{s_2} - E_{k_2} \cdot \sin \varphi_2$  positiv oder negativ ist (Fig. 260).

Nehmen wir wieder  $J_2' \approx J_1$

an, so ergibt sich folgendes vereinfachte Potentialdiagramm (Fig. 261) für eine Phasenverschiebung  $+\varphi_2$ . Darin wird  $E_{k_2}$  unter dem Winkel  $\varphi_2$  gegen  $J_2'$  eingetragen und die anderen Stücke genau wie in Fig. 258 eingezeichnet.

Verbindet man  $A$  mit  $B$  und verlängert  $E_{s_1}$  bis  $C$ , so zeigt sich, daß das Dreieck  $ABC$  von der Phasenverschiebung  $\varphi_2$  unabhängig

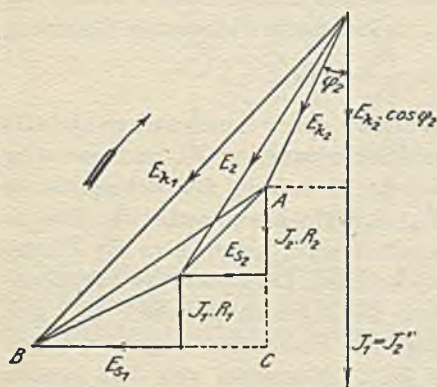


Fig. 261.

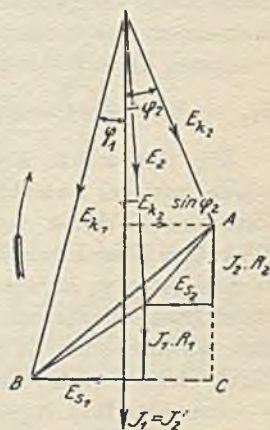


Fig. 262.

ist und nur durch den sekundären Belastungsstrom  $J_2$  und die Streuverhältnisse des Transformators beeinflusst wird. Da es die Eigenschaft des Transformators charakterisiert, so nennt man es das „charakteristische Dreieck“. Das vereinfachte Potentialdiagramm für eine Phasenverschiebung  $-\varphi_2$  zeigt Fig. 262, wobei der kapazitive Widerstand des äußeren Stromkreises  $S_o = \frac{1}{C \cdot \omega}$  größer als der induktive  $S = \mathcal{C} \cdot \omega$  ist. Für den besonderen Fall  $\mathcal{C} \cdot \omega - \frac{1}{C \cdot \omega} = 0$  wäre  $\varphi_2 = 0$ .

## 5. Bestimmung des Spannungsabfalls eines Transformators.

Der Spannungsabfall  $E_o$  eines Transformators wird dargestellt als die Differenz  $E_o = E_{k_{20}} - E_{k_2}$  der sekundären Klemmen-



spannung  $E_{k_2_0}$  bei Leerlauf und  $E_{k_2}$  bei Belastung, wenn  $E_{k_1}$  konstant gehalten wird, oder prozentual

$$\varepsilon = 100 \cdot \frac{E_{k_2_0} - E_{k_2}}{E_{k_2_0}} \%,$$

bezogen auf die Spannung  $E_{k_2_0}$ . Da nun für das Übersetzungsverhältnis  $u = 1$  die Spannung  $E_{k_1} = E_{k_2_0}$  ist, so muß man erst durch einen Leerlaufversuch das Übersetzungsverhältnis  $u$  bestimmen, indem man bei konstanter Periodenzahl  $\nu$  primär die Spannung  $E_{k_1}$  so weit reguliert, daß sekundär die normale Spannung  $E_{k_2_0}$  vorhanden ist, wofür  $u = \frac{E_{k_1}}{E_{k_2_0}}$  wird.

Zur direkten Bestimmung des Spannungsabfalls würde man bei konstanter Primärspannung  $E_{k_1}$  und normaler Periodenzahl durch veränderliche Belastung der Sekundärseite die äußere Charakteristik  $f(E_{k_2}, J_2)$  aufnehmen, wobei die Phasenverschiebung  $\varphi_2$  konstant gehalten wird, indem man als Widerstand Drosselspulen mit veränderlichem Luftspalt oder Synchronmotoren anwendet, da letztere die Eigenschaft haben, daß sich durch verschiedene Erregung die Phase des aufgenommenen Stromes ebenfalls regulieren läßt. Abgesehen von dem großen Energieverbrauch hat diese Methode den Nachteil, daß bei der geringen Empfindlichkeit der Hochspannungsinstrumente die Ablesungen ungenau werden, und damit der Wert

$$\varepsilon = \frac{\frac{E_{k_1}}{u} - E_{k_2}}{\frac{E_{k_1}}{u}} \cdot 100 \%$$

fehlerhaft wird, wenn man nicht für Hoch- und Niederspannung zwei genau zusammenpassende Instrumente benutzt, wobei  $\frac{E_{k_1}}{u}$  direkt durch Zwischenschaltung eines Meßtransformators abgelesen wird.

Einfacher und genauer stellt sich die indirekte Bestimmung des Spannungsabfalls durch

#### a) Leerlaufs- und Kurzschlußversuch.

Die vereinfachten Potentialdiagramme zeigen, daß zu ihrer Konstruktion neben dem Übersetzungsverhältnis  $u$  die Kenntnis

des charakteristischen Dreiecks erforderlich ist. Ersteres ergibt sich aus dem Leerlaufs-, letzteres aus dem Kurzschlußversuch, wie er von Kapp<sup>1)</sup> angegeben ist. Zur Aufnahme des charakteristischen Dreiecks schließt man die Sekundärwicklung durch einen Strommesser  $J_2$  (Fig. 263) von sehr kleinem Widerstande und steigert die primäre Spannung, bis sekundär der normale Belastungsstrom  $J_2$  auftritt. Gleichzeitig wird primär die Leistung

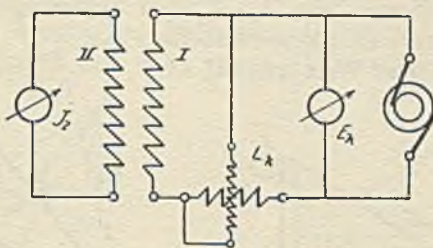


Fig. 263.

$L_k$  und Spannung  $E_k$  abgelesen. Für die Konstruktion des Diagramms reduzieren wir sämtliche primär gemessenen Größen auf die Sekundärseite und unterscheiden diese durch zwei Striche, z. B.

$$E_k'' = \frac{E_k}{u}.$$

Bezogen auf die sekundäre Seite ist der primäre Widerstand

$$R_1'' = \frac{E_v''}{J''} = \frac{\frac{E_v}{u}}{J \cdot u} = \frac{E_v}{J \cdot u^2} = \frac{R_1}{u^2}.$$

wenn  $E_v$ ,  $J$  und  $R_1$  primär gemessen sind. Die Leistung  $L_k$  stellt nur die Kupferverluste dar und ist dann, da  $J_2 \approx J_1 \cdot u = J_1''$  war,

$$L_k = J_1''^2 \cdot R_1'' + J_2^2 \cdot R_2 = J_2^2 \cdot \left( \frac{R_1}{u^2} + R_2 \right) = J_2^2 \cdot R'',$$

wobei  $R''$  dem auf die sekundäre Seite übertragenen Gesamtwiderstand der beiden Wicklungen entspricht. Würde man  $R_1$  und  $R_2$  mit Gleichstrom messen, so erhielte man für  $R''$  einen kleineren Wert als den beim Kurzschluß gefundenen Quotienten  $\frac{L_k}{J_2^2}$ .

Aus  $E_k'' = \frac{E_k}{u}$  als Hypotenuse und  $J_2 \cdot R'' = \frac{L_k}{J_2^2}$  läßt sich

<sup>1)</sup> ETZ. 1895, S. 260.



das charakteristische Dreieck (Fig. 264) zeichnen, woraus auch

$$\text{die Streuspannung } E_s'' = E_{s_1}'' + E_{s_2} = \frac{E_{s_1}}{u} + E_{s_2}$$

berechnet werden kann nach der Gleichung

$$E_s'' = \sqrt{(E_k'')^2 - (J_2 \cdot R'')^2} \quad \text{oder} \quad E_s'' \approx E_k''.$$

Ist der Widerstand des Strommessers  $r$  nicht zu vernachlässigen, so hat man von  $J_2 \cdot R''$  den Spannungsverlust  $J_2 \cdot r$  abzuziehen; dann ist die gestrichelte Linie der wirkliche Wert von  $E_k''$ .

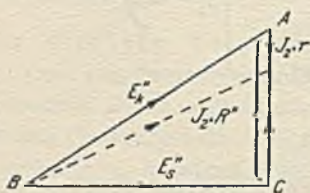


Fig. 264.

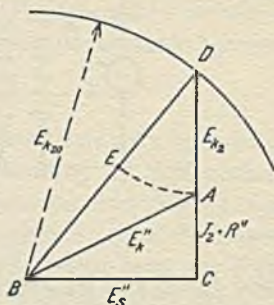


Fig. 265.

Schlägt man um  $B$  mit  $E_{k_{20}} = E_k'' = \frac{E_{k_1}}{u}$  einen Kreis (Fig. 265) und verlängert  $CA$  bis zum Schnitt  $D$  desselben, dann ist für die induktionsfreie Belastung  $DA = E_{k_2}$  und  $BD = E_{k_{20}}$ . Trägt man  $DA = DE$  von  $DB$  ab, so ist  $EB$  der Spannungsabfall. Diese Konstruktion ist jedoch für die Bestimmung des Spannungsabfalls in Abhängigkeit vom Belastungsstrom zu um-

ständiglich, daher schlagen wir (Fig. 266) mit  $E_{k_{20}}$  um  $A$  einen Kreisbogen, verlängern  $AC$  bis  $D$ , ziehen durch  $B$  zu  $AD$  eine Parallele  $BE$  und durch  $E$  eine solche  $EF$  zu  $BA$ ; dann ist

$$FD = AD - AF = E_{k_{20}} - E_{k_2} = E_s$$

der Spannungsabfall für den normalen Strom  $J_2$ . Da die Seiten  $AC$  und  $BC$  dem Strom  $J_2$  proportional sind, so muß  $AB$  für verschiedene Belastungen auf Grund der Ähnlichkeit der

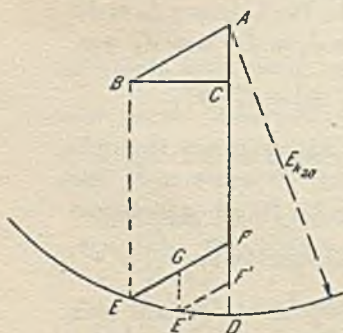


Fig. 266.

Dreiecke seine Neigung behalten und ebenfalls  $J_2$  proportional sein.

Für den halben normalen Strom hätten wir daher durch die Mitte von  $AB$  bzw.  $EF$  eine Parallele  $GE'$  zu  $AD$ , und durch  $E'$  eine solche  $E'F'$  zu  $EF$  zu ziehen, denn  $E'$  soll auf dem Kreisbogen und  $F'$  auf  $AD$  liegen. Dann ist  $F'D$  der Spannungsabfall und  $AF'$  die sekundäre Klemmenspannung  $E_{k_2}$  für  $\frac{J_2}{2}$ .

Für einen konstanten Phasenverschiebungswinkel  $\varphi_2$  wird (Fig. 267)  $AD$  um den  $\sphericalangle \varphi_2$  gegen  $AC$  verschoben gezeichnet

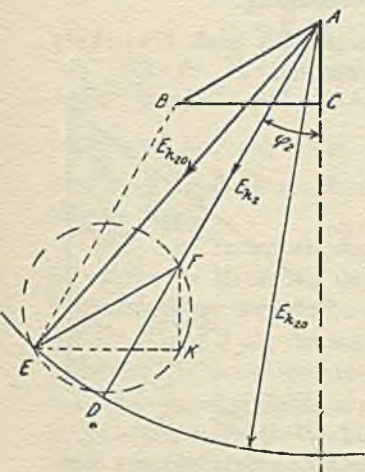


Fig. 267.

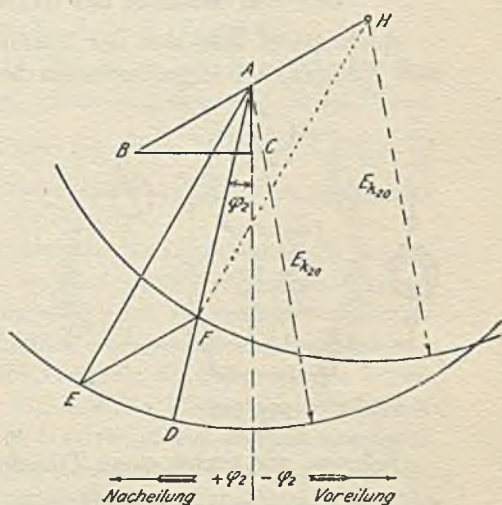


Fig. 268.

und die Linie  $EF$  parallel zu  $AB$  so eingetragen, daß  $E$  auf dem Kreisbogen und  $F$  auf dem Strahl  $AD$  liegt. Dann ist  $FD$  der Spannungsabfall.

In ähnlicher Weise bestimmen wir für Unter- und Überbelastung die Größen  $E_v = E_{k_2_0} - E_{k_2}$ .

Für konstanten Belastungsstrom  $J_2$  und veränderliche Phasenverschiebung  $\varphi_2$  bleibt das Dreieck  $ABC$  unverändert und damit  $EF$  gleich und parallel  $BA$ . Außerdem muß  $F$  immer auf  $AD$  liegen, wobei sich jedoch  $AF$  mit  $\varphi_2$  ändert. Verlängert man daher (Fig. 268)  $BA$ , macht  $AH = BA$  und schlägt um  $H$  mit  $E_{k_2_0}$  einen Kreisbogen, dann ist die Parallele



$FE$  zu  $AH$  für jeden beliebigen  $\sphericalangle \varphi_2 = \sphericalangle FAC$  gleich  $AH$  und auch gleich  $AB$ , da  $AE = HF = E_{k_2_0}$  gemacht ist. Es stellt somit der Strahl  $AF$ , welcher von  $A$  nach dem um  $H$  geschlagenen Kreisbogen gezogen wird, die Spannung  $E_{k_2}$  und die Strecke  $FD$  zwischen beiden Kreisen als Verlängerung von  $AF$  den Spannungsabfall  $E_v$  dar.

Eine vereinfachte Methode zur Ermittlung des Spannungsabfalls ist ferner von Hahne mann <sup>1)</sup> angegeben worden.

### b) Methode der Gegenschaltung.

Auch direkt läßt sich der Spannungsabfall nach Heinke <sup>2)</sup> und Bragstad <sup>3)</sup> folgendermaßen bestimmen.

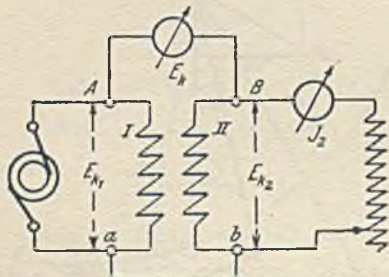


Fig. 269.

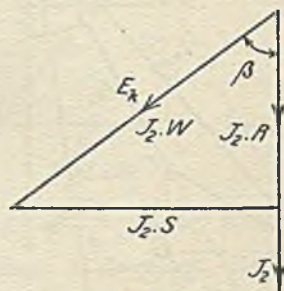


Fig. 270.

Nehmen wir zuerst einen Transformator (Fig. 269) mit dem Übersetzungsverhältnis  $u = \frac{E_{k_1}}{E_{k_2_0}} = 1$  an und belasten ihn sekundär bei konstanter Primärspannung  $E_{k_1} = E_{k_2_0}$ , so wird, wenn wir eine primäre Klemme  $a$  mit einer sekundären  $b$  verbinden und zwischen die beiden anderen Klemmen  $A$  und  $B$  einen Spannungsmesser  $E_k$  einlegen, derselbe je nach der Schaltung die vektorielle Summe oder Differenz der Spannungen  $E_{k_1} = E_{k_2_0}$  und  $E_{k_2}$  anzeigen. Sind die Wicklungen gegeneinander geschaltet, dann stellt der gemessene Wert  $E_k$  die geometrische Differenz von  $E_{k_1}$  und  $E_{k_2}$ , d. h. den gesamten Spannungsabfall

$$E_k = J_2 \cdot W = J_2 \cdot \sqrt{R^2 + S^2}$$

<sup>1)</sup> ETZ. 1905, S. 700.

<sup>2)</sup> Wechselstrommessungen, S. 156.

<sup>3)</sup> ETZ. 1901, S. 821; 1905, S. 828.

des Transformators dar, wobei  $W$  den Wechselstromwiderstand,  $R$  den Leistungs- und  $S = \mathfrak{C} \cdot \omega$  den induktiven Widerstand der beiden Wicklungen bedeutet. Dividiert man daher die Gleichung durch  $J_2$ , so folgt daraus

$$\frac{E_k}{J_2} = W = \sqrt{R^2 + S^2}.$$

Die Größe  $E_k = J_2 \cdot W$  bildet aber mit  $J_2 \cdot R$  und  $J_2 \cdot S$  ein rechtwinkliges Dreieck (Fig. 270), welches dem charakteristischen entspricht. Legt man noch die Stromspule eines Leistungsmessers in die Sekundärseite II und schließt die Spannungsspule desselben an  $AB$  an, so zeigt das Instrument eine Leistung

$$L_k = E_k \cdot J_2 \cdot \cos(E_k, J_2) = E_k \cdot J_2 \cdot \cos \beta$$

an. Nun ist  $E_k \cdot \cos \beta = J_2 \cdot R$  und damit  $L_k = J_2^2 \cdot R$ . Der Leistungsmesser gibt also den gesamten Kupferverlust des Transformators an, aus dem dann die eine Kathete  $J_2 \cdot R = \frac{L_k}{J_2}$  bestimmt und damit das charakteristische Dreieck gezeichnet werden kann.

Hat der Transformator das Übersetzungsverhältnis  $u > 1$ , so würde ein Meßfehler das Resultat stark beeinflussen. Jedoch läßt sich diese Methode sinngemäß auch verwenden, wenn man die Wicklung I als die sekundäre eines Hilfstransformators von gleichem Übersetzungsverhältnis ansieht. Da dieser nur den Zweck hat, die primäre Spannung  $E_{k_1}$ , auf das Übersetzungsverhältnis  $u = 1$  bezogen auf die Wicklung II zu reduzieren, so kann man dafür einen kleinen Meßtransformator von geringer Leistung benutzen.

Für diese Messung macht man folgende Schaltung (Fig. 271) Die Sekundärwicklung I des Hilfstransformators  $HT$  wird mit der Sekundärseite II des zu untersuchenden Transformators gegeneinander geschaltet. Bei konstanter Primärspannung  $E_{k_1}$  stellt man dann den normalen Belastungsstrom  $J_2$  mit Hilfe der Drosselspule  $D$  und eines induktionsfreien Widerstandes ein und liest in Stellung 1 des Spannungsmesser-Umschalters  $SU$  außer dem Strom  $J_2$  die Klemmenspannung des Transformators bei Belastung  $E_{k_2}$  und am Leistungsmesser

$$L_2 = E_{k_2} \cdot J_2 \cdot \cos \varphi_2$$

ab, woraus sich  $\cos \varphi_2 = \frac{L_2}{E_{k_2} \cdot J_2}$  ergibt.



In Stellung 2 wird  $E_{k_1}'' = \frac{E_{k_1}}{u} = E_{k_{20}}$  und in Stellung 3 nach Kurzschließen des Vorschaltwiderstandes  $VW$  durch den Hebel  $K$  die Leistung  $L_k = J_2^2 \cdot R''$  und Spannung  $E_k'' = J_2 \cdot W''$  bestimmt. Es ist dann  $J_2 \cdot R'' = \frac{L_k}{J_2^2}$  und  $E_v = E_{k_{20}} - E_{k_2}$  für den Strom  $J_2$  und die Phasenverschiebung  $\varphi_2$  bekannt.

So könnte man für verschiedene Phasenwinkel  $\varphi_2$  bei konstantem Strom  $J_2$  oder verschiedene Ströme  $J_2$  bei konstanter Phasen-

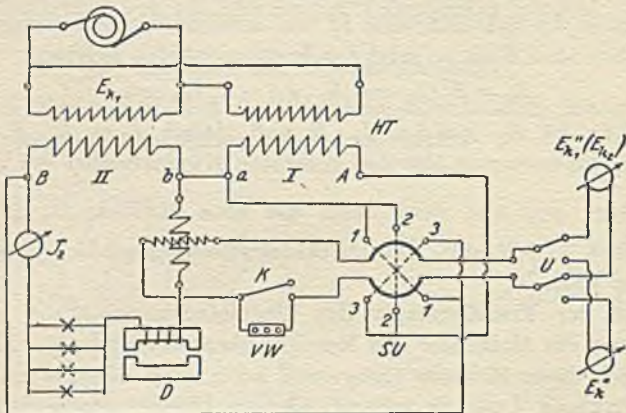


Fig. 271.

verschiebung  $\varphi_2$  die zugehörigen Werte direkt aufnehmen. Bequemer ist es jedoch, aus den abgelesenen Daten das charakteristische Dreieck zu zeichnen und damit das ganze Diagramm für die Bestimmung des Spannungsabfalls  $E_k$  zu verwenden, wie es vorher beschrieben ist.

Nach den Vorschriften des VdE gilt als Spannungsänderung der durch Leistungs- und Strommesser ermittelte Spannungsverlust  $J_2 \cdot R''$  für induktionsfreie, die Kurzschlußspannung  $E_k''$  für induktive Belastung. Ähnliche Schaltungen sind von Kade <sup>1)</sup> angegeben.

Zur Bestimmung der Streuspannung muß man nach Rogowski <sup>2)</sup> beiden Wicklungen Strom zuführen und durch Gegenschaltung (bei  $u = 1$ ) oder Hilfstransformator das Gesamtfeld

<sup>1)</sup> ETZ. 1908, S. 181.

<sup>2)</sup> ETZ. 1910, S. 1033.

zum Verschwinden bringen. Dann erhält man nur die Wirkung der Streufelder, die mittels Strom-, Spannungs- und Leistungsmessung oder mit der Wechselstrombrücke (I, 38,39) ermittelt werden kann.

## 6. Wirkungsgrad eines Transformators.

Nach der Gleichung  $\eta = \frac{L_a}{L_e}$  könnte man den Wirkungsgrad berechnen, wenn man direkt die abgegebene Leistung  $L_a$  und die eingeführte  $L_e$  mittels Leistungsmessers bestimmt. Hierbei treten aber zwei Nachteile auf:

Erstens sind die Leistungen zu erzeugen und dann zu verbrauchen, zweitens würde ein Meßfehler sich vollständig in das Meßresultat übertragen, zumal der Wirkungsgrad eines Transformators im allgemeinen größer als 90% ist. Der Fehler wird relativ größer, je größer der Wirkungsgrad ist.

Deswegen ist es vorteilhafter, die indirekten Methoden anzuwenden, bei denen nach der Gleichung

$$\eta = \frac{L_a}{L_a + L_v} = \frac{L_e - L_v}{L_e}$$

bei gegebenen Leistungen  $L_a$  oder  $L_e$  nur der Leistungsverlust  $L_v$  zu bestimmen ist. Hierbei ergibt ein Fehler von 5% bei  $L_v$  nur einen Fehler von  $-\frac{1}{3}\%$  bei  $\eta$ .

Zur Bestimmung des Leistungsverlustes  $L_v$  verwendet man folgende Methoden:

### a) Zurückarbeitungsmethode (Sumpner).

Der zu untersuchende Transformator wird mit einem anderen gleichgroßen als Glied eines Energiekreislaufes (Fig. 272) untersucht, wobei gleichzeitig auch eine Dauerprobe gemacht werden kann. Hierbei werden sämtliche Messungen nur auf der Niederspannungsseite gemacht, was besonders für die Bestimmung der Leistung von Vorteil ist.

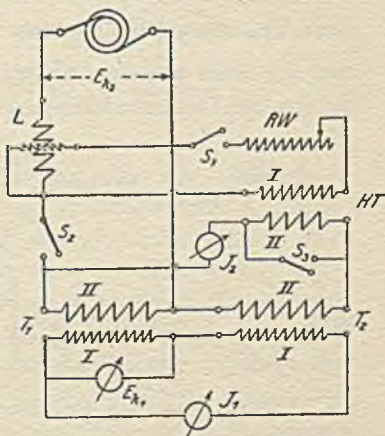


Fig. 272.



Die beiden Transformatoren  $T_1$  und  $T_2$  sind mit ihren Primärwicklungen gegeneinander geschaltet. Schließt man die Schalter  $S_2$  und  $S_3$ , so wird bei der normalen Klemmenspannung  $E_{k_2}$  der Niederspannungsseite der Strommesser  $J_1$  bei vollkommen gleichen Transformatoren keine Ablenkung zeigen. Der Leistungsmesser zeigt dann nur eine Leistung  $L_0 \approx 2 L_{hw}$ , entsprechend den Eisenverlusten der beiden Transformatoren an. Nun öffnet man den Kurzschlußschalter  $S_3$  des Hilfstransformators  $HT$ , schließt  $S_1$  und stellt den Regulierwiderstand  $RW$  so ein, daß der normale Strom  $J_2$  bzw.  $J_1$  erscheint. Dann verbrauchen beide Transformatoren nur so viel Energie, als ihren Gesamtverlusten entspricht.

Zeigt der Leistungsmesser den Betrag  $L'$  an, und ist der für den Strom  $J_2$  vorher bestimmte Leistungsverbrauch des Hilfstransformators  $HT$  einschl. Regulierwiderstand  $L''$ , dann ergibt sich unter der Annahme einer gleichmäßigen Verteilung der Verluste auf beide Transformatoren der einzelne Verlust

$$L_v = \frac{L' - L''}{2}.$$

Hat man in die Verbindungsleitung der Spulen  $II$  keinen Leistungsmesser aufgenommen, so genügt es, die mittlere Leistung der beiden Transformatoren  $L_{mi} \approx E_{k_2} \cdot J_2$

zu setzen, da  $\cos \varphi_2 \approx 1$  ist. Die eingeführte Leistung des einen Transformators ist dann  $L_e \approx E_{k_2} \cdot J_2 + L_v$

und die vom anderen abgegeben  $L_a \approx E_{k_2} \cdot J_2 - L_v$ ,  
woraus der Gesamtwirkungsgrad

$$\eta_1 \cdot \eta_2 \approx \frac{E_{k_2} \cdot J_2 - \frac{L' - L''}{2}}{E_{k_2} \cdot J_2 + \frac{L' - L''}{2}}$$

oder

$$\eta \approx \eta_1 \approx \eta_2 \approx \sqrt{\frac{E_{k_2} \cdot J_2 - \frac{L' - L''}{2}}{E_{k_2} \cdot J_2 + \frac{L' - L''}{2}}}$$

ist. Öffnet man den Schalter  $S_2$  und führt der Sekundärseite den Strom  $J_2$  zu, so entstehen nur Verluste durch Stromwärme

im Kupfer  $L_k = J_2^2 \cdot R''$ , welche der Hilfstransformator zu bestreiten hat. Zeigt in diesem Fall der Leistungsmesser den Wert  $L'_k$  an, so wird  $L'_k = L' - L''$ .

Wiederholt man diesen Versuch für andere Stromstärken  $J_2$ , so kann man den Wirkungsgrad als Funktion des Belastungsstromes durch eine Kurve  $f(\eta, J_2)$  zeichnerisch darstellen.

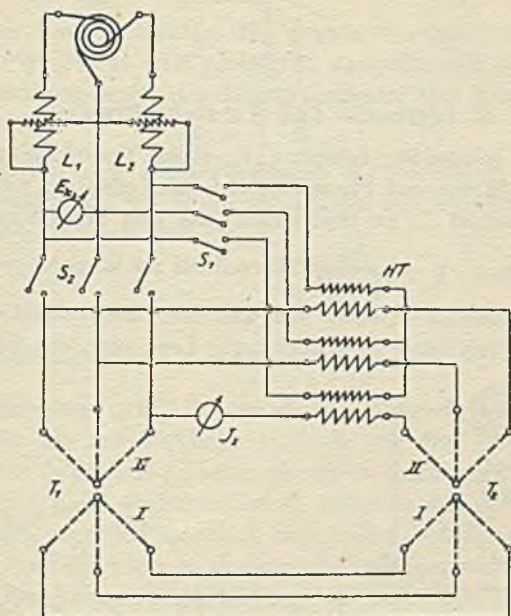


Fig. 273.

Für Dreiphasentransformatoren ist die Versuchsanordnung bei Sternschaltung der Transformatoren folgende (Fig. 273). Die richtige Schaltung der einzelnen Phasen der Primärseite I (Hochspannung) kann man vor dem Versuch dadurch feststellen, daß man in die Leitung provisorisch Glühlampen einschaltet, die Sekundärspannung zuerst niedrig einstellt und dann allmählich steigert. Bei richtiger Ausführung leuchten die Lampen nicht (s. Parallelschaltung von Generatoren. Kap. 10).

Ist nun nach Entfernung der Lampen die normale Spannung  $E_{k2}$  und Stromstärke  $J_2$  eingestellt, wofür sich an den beiden



Leistungsmessern die Ablesungen  $L_1$  und  $L_2$  ergeben, dann ist

$$L_v = \frac{L_1 + L_2 - L''}{2}$$

und

$$L_{mi} \approx \sqrt{3} \cdot E_{k_2} \cdot J^2.$$

Daraus folgt  $L_e \approx L_{mi} + L_v$  und  $L_a \approx L_{mi} - L_v$ ,

somit wird

$$\eta \approx \sqrt{\frac{L_{mi} - L_v}{L_{mi} + L_v}}.$$

### b) Leerlauf- und Kurzschlußversuch.

Ist die sekundäre Leistung  $L_a$  eines Transformators durch Spannung, Strom und Phasenverschiebung gegeben, so haben wir nur den Verlust  $L_v$  zu bestimmen, um den Wirkungsgrad nach der Gleichung  $\eta = \frac{L_a}{L_a + L_v}$  berechnen zu können.

Der Verbrauch  $L_v$  setzt sich aus den Eisenverlusten  $L_{hv}$  und den Kupferverlusten  $L_k$  zusammen. Legt man die Sekundär-

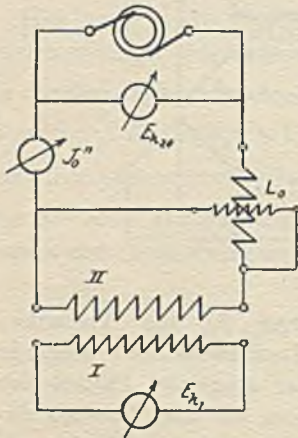


Fig. 274.

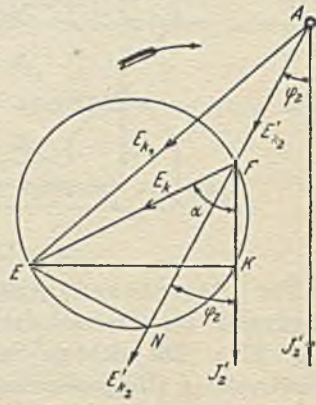


Fig. 275.

wicklung des Transformators an eine Stromquelle mit der Spannung  $E_{i_2_0} = E_{i_2}$  (Fig. 274) mit den entsprechenden Meßinstrumenten an, so nimmt sie bei offener Primärwicklung einen Leerlaufstrom  $J_0''$  und eine Leistung  $L_0$  auf, die, abgesehen vom

Eigenverbrauch, die Eisenverluste  $L_{hw}$  und Kupferverluste  $J_0''^2 \cdot R_2$  enthält. Daraus ergibt sich

$$L_{hw} = L_0 - J_0''^2 \cdot R_2 \approx L_0,$$

da  $J_0''^2 \cdot R_2$  gegen  $L_0$  vernachlässigt werden kann. Wird primär die Spannung  $E_{k1}$  abgelesen, so hat man auch das Übersetzungsverhältnis  $u = \frac{E_{k1}}{E_{k2_0}}$ . Nun wird die sekundäre Seite mit einem

Strommesser kurzgeschlossen und primär die Spannung bei der Schaltung Fig. 263 so weit gesteigert, daß sekundär der normale Strom  $J_2$  auftritt, wofür der Leistungsmesser eine Leistung.

$$L_k = J_2^2 \cdot R''$$

anzeigt, die nur den Kupferverlusten bei normalem Sekundärstrom entspricht, da die Eisenverluste bei der kleinen Spannung vernachlässigt werden können.

Dann ergibt sich aus beiden Versuchen

$$L_a = L_0 + L_k$$

und der Wirkungsgrad  $\eta = \frac{L_a}{L_a + L_0 + L_k}$ .

Im allgemeinen wird der in dieser Weise gefundene Wert etwas größer als der wirkliche sein, da wir die Verluste unter Verhältnissen bestimmt haben, wie sie bei normaler Spannung und Belastung nicht vorhanden sind. Soll nämlich die Klemmenspannung  $E_{k2}$  zwischen Leerlauf und voller Belastung konstant bleiben, so muß die primäre Spannung  $E_{k1}$  immer mehr gesteigert werden. Diese Spannungserhöhung ist aber fast gleich dem Spannungsabfall, der auftritt, wenn  $E_{i1} = \text{konst.}$  ist, so daß wir sie, bezogen auf die Primärseite, prozentual auch ausdrücken können durch die Gleichung

$$\varepsilon = \frac{E_{k1} - E_{k2}'}{E_{k2}'} \cdot 100 \%$$

Diese Größe kann man zeichnerisch leicht bestimmen, wenn man die Gleichung in

$$\varepsilon = \left( \frac{E_{k1}}{E_{k2}'} - 1 \right) \cdot 100 \%$$

umformt. Gehen wir aus von dem Diagramm Fig. 275, welches wir aber auf die Primärseite beziehen wollen, da für das charak-



teristische Dreieck die einzelnen Stücke primär gemessen sind, so können wir von  $E$  ein Lot  $EN$  auf den Strahl  $AF$  fällen; dann wird, wenn wir  $NF = \pm a$  und  $EN = b$  setzen

$$E_{k_1}^2 = (E'_{k_2} \pm a)^2 + b^2 = E_{k_2}^2 \pm 2a \cdot E'_{k_2} + a^2 + b^2$$

sein, oder

$$\frac{E_{k_1}}{E'_{k_2}} = \sqrt{1 \pm \frac{2a}{E'_{k_2}} + \left[\frac{a}{E'_{k_2}}\right]^2 + \left[\frac{b}{E'_{k_2}}\right]^2},$$

woraus

$$\varepsilon = \left( \sqrt{1 \pm \frac{2a}{E'_{k_2}} + \left[\frac{a}{E'_{k_2}}\right]^2 + \left[\frac{b}{E'_{k_2}}\right]^2} - 1 \right) \cdot 100 \%$$

folgt. Setzt man für  $\frac{a}{E'_{k_2}} \cdot 100 = p \%$  und  $\frac{b}{E'_{k_2}} \cdot 100 = q \%$ , so wird

$$\varepsilon = \left( \sqrt{1 \pm \frac{2p}{100} + \left[\frac{p}{100}\right]^2 + \left[\frac{q}{100}\right]^2} - 1 \right) \cdot 100 \%$$

und, in eine unendliche Reihe entwickelt,

$$\varepsilon = \frac{\pm 2p + \frac{p^2}{100} + \frac{q^2}{100}}{2} + \frac{\frac{4p^2}{100} \pm 4p \cdot \left[ \left(\frac{p}{100}\right)^2 + \left(\frac{q}{100}\right)^2 \right] + \left[ \left(\frac{p}{100}\right)^2 + \left(\frac{q}{100}\right)^2 \right]^2 \cdot 100}{8} + \dots$$

oder 
$$\varepsilon = \pm p + \frac{q^2}{200} \mp \frac{p \cdot (p^2 + q^2)}{20000} - \dots$$

Vernachlässigt man das letzte Glied, so ergibt sich

$$\varepsilon = \pm p + \frac{q^2}{200} \%$$

Das negative Vorzeichen bei  $p$  ist für eine Phasenverschiebung  $-\varphi > (90^\circ - \alpha)$  einzufügen, da für diesen Fall  $FN = -a$  wird.

Die Stücke  $p$  und  $q$ , welche in Prozenten von  $E'_{k_2}$  dargestellt werden müssen, lassen sich leicht dem Diagramm entnehmen, wenn man  $EF$  ebenfalls in Prozenten der Spannung  $E'_{k_2}$  bestimmt, nach der Gleichung

$$EF = \frac{E_k}{E'_{k_2}} \cdot 100 \%$$

Berücksichtigt man noch, daß die Winkel bei  $K$  und  $N$   $90^\circ$  betragen, so müssen die Punkte  $K$  und  $N$  auf einem Kreisbogen

über dem Durchmesser  $EF$  liegen. Ausgehend von dem Strom  $J_2'$  als Richtlinie (Fig. 276) trägt man

$$FK = \frac{J_2' \cdot R'}{E'_{k_2}} \cdot 100 = \frac{\frac{L_k}{J_2'}}{E'_{k_2}} \cdot 100 = \frac{L_k \cdot 100}{E_{k_2} \cdot J_2}$$

darauf ab, da  $J_2' = \frac{J_2}{u}$  und  $E_{k_2}' = u \cdot E_{k_2}$  ist, errichtet in  $K$  ein Lot, welches von dem um  $F$  mit

$$\frac{E_k}{E_{k_2}'} \cdot 100 = \frac{E_k \cdot 100}{E_{k_2} \cdot u}$$

geschlagenen Kreis in  $E$  geschnitten wird. Über  $EF$  als Durchmesser wird nun ein Kreis gezeichnet. Will man jetzt für einen bestimmten sekundären Phasenverschiebungswinkel  $\varphi_2$  die Stücke  $p$  und  $q$  erhalten, so zieht man von  $F$  aus als Richtung der Klemmenspannung  $E_{k_2}'$  einen Strahl unter dem Winkel  $\varphi_2$  gegen  $J_2'$  verschoben, welcher den Kreisbogen in  $N$  schneidet; dann ist

$$FN = p \quad \text{und} \quad EN = q.$$

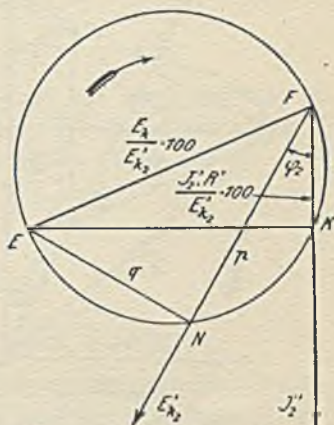


Fig. 276.

Dieses durch den Kurzschlußversuch gefundene Diagramm heißt das Kurzschlußdiagramm des Transformators.

Wie wir früher gesehen haben, war zur Erzeugung der sekundären Klemmenspannung  $E_{k_2}$  der auf die sekundäre Seite bezogene Leerlaufstrom  $J_0''$  erforderlich. Zur Vereinfachung der Konstruktion hatten wir  $J_0''$  gegen  $J_2$  vernachlässigt, so daß  $J_1'' \approx J_2$  gesetzt wurde. Es muß daher auch für die Stromänderung des Transformators eine Korrektur eingeführt werden. Analog den früheren Betrachtungen kann man hier von einem Stromverlust im Transformator sprechen, der zur Folge hat, daß bei normaler Belastung der Primärstrom  $J_1''$  größer als der bei Kurzschluß auftretende  $J_2$  wird. Die Differenz  $J_0 = J_1'' - J_2$  stellt daher die Zunahme des Primärstromes dar, wenn wir, vom Kurzschluß ausgehend, die Spannung bis zum normalen Wert





Auch hier ist  $-p_0$  für eine Phasenverschiebung  $-\varphi > (90^\circ - \alpha)$  einzusetzen.

Da die Winkel bei  $R$  und  $P$   $90^\circ$  betragen, so liegen die Punkte  $P$  und  $R$  auf einem Kreis über  $TM = J_0$ . Zur Bestimmung der Größen  $p_0$  und  $q_0$  können wir daher ein dem Kurzschlußdiagramm ähnliches konstruieren, welches als Leerlaufdiagramm (Fig. 278) bezeichnet wird.

Auf der Richtung von  $E_{k_2}$  wird

$$MP = \frac{J''_{hw}}{J_2} \cdot 100 = \frac{I_0}{E_{k_2} \cdot J_2} \cdot 100$$

abgetragen, in  $P$  ein Lot errichtet,  $M \cdot T = \frac{J''_0}{J_2} \cdot 100$

gemacht und über  $MT$  als Durchmesser ein Kreis geschlagen. Der unter dem bestimmten Winkel  $\varphi_2$  gegen  $E_{k_2}$  geneigte Strahl für  $J_2$  wird von dem Kreis in  $R$  geschnitten; dann ist

$$MR = \pm p_0 \quad \text{und} \quad TR = q_0,$$

woraus  $j$  berechnet werden kann.

Für den Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{L_a}{L_a + L_v} = \frac{L_a}{L_a + L_{hw} + J_1^2 \cdot R_1 + J_2^2 \cdot R_2}$$

sind nun als Verluste die in der Gleichung angegebenen Größen einzusetzen. Von Leerlauf bis Vollast muß bei konstanter Klemmenspannung  $E_{k_2}$  die EMK  $E_{2_0}$  auf  $E_2$  um  $\frac{\varepsilon}{2}$  steigen, wenn wir den Spannungsabfall  $\varepsilon$  gleichmäßig auf beide Seiten verteilen. Damit steigt auch das Feld  $\mathfrak{H}$  proportional

$$E_2 = E_{k_2} \cdot \left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right).$$

Demnach wird der Eisenverlust von seinem Werte bei Leerlauf

$$L_{hw_0} = E_{1_0} \cdot J_{hw} \approx \frac{E_{1_0}^2}{R_1} \approx \frac{E_{2_0}^2}{R_2}$$

(hierin war  $E_{1_0}^2 = u^2 \cdot E_{2_0}^2$  und  $R_1 = u^2 \cdot R_2$ ) für Belastung auf

$$L_{hw} = \frac{E_2^2}{R_2} \approx \frac{E_{k_2}^2}{R_2} \cdot \left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right)^2 \approx \frac{E_{2_0}^2}{R_2} \cdot \left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right)^2$$

ansteigen, da  $E_{2_0} = E_{k_2_0} = E_{k_2}$  ist.



Setzt man darin  $\frac{E_{20}^2}{R_2} \approx L_{hw_0} \approx L_0$

und  $\left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right)^2 \approx 1 + \varepsilon$ ,

so wird  $L_{hw} \approx L_0 \cdot (1 + \varepsilon)$ .

Die Kupferverluste sind bei Kurzschluß

$$L_k = J_2'^2 \cdot R'$$

gemessen. Bei normaler Sekundärspannung steigt aber der Primärstrom von  $J_2'$  auf  $J_1$ , d. h. um  $j$  %, so daß die Verluste

$$\begin{aligned} J_1^2 \cdot R_1 + J_2^2 \cdot R_2 &\approx \left(\frac{J_1 + J_2'}{2}\right)^2 \cdot R' \\ &= \left(\frac{J_2' \cdot (1 + j) + J_2'}{2}\right)^2 \cdot R' = J_2'^2 \cdot \left(1 + \frac{j}{2}\right)^2 \cdot R' \quad \text{werden.} \end{aligned}$$

Setzt man darin  $J_2'^2 \cdot R' = L_k$  und  $\left(1 + \frac{j}{2}\right)^2 = 1 + j$

so wird  $J_1^2 \cdot R_1 + J_2^2 \cdot R_2 = L_k \cdot (1 + j)$ .

Somit lautet die Gleichung des Wirkungsgrades

$$\eta = \frac{L_a}{L_a + L_0 \cdot (1 + \varepsilon) + L_k \cdot (1 + j)}$$

in der alle Größen durch Messung bestimmt werden können.

## 7. Temperaturerhöhung von Wechselstromgeneratoren.

Vor der Messung ist die Maschine entsprechend den Vorschriften des VdE zu belasten. Dabei dürfen betriebsmäßig vorgesehene Umhüllungen, Abdeckungen usw. nicht entfernt werden.

Bei Synchronmaschinen mit Gleichstromerregung wird die Übertemperatur der Magnetspulen durch Widerstandsmessung, die Ankertemperatur durch Thermometer bestimmt, wie es bei den Gleichstrommaschinen (S. 311) angegeben ist.

Auch aus den Temperaturerhöhungen  $\vartheta_0$  bei Leerlauf und  $\vartheta_k$  bei Kurzschluß läßt sich die Übertemperatur  $\vartheta$  durch einfache Addition  $\vartheta = \vartheta_0 + \vartheta_k$  bestimmen, da nämlich die Temperaturerhöhung nahezu proportional den Verlusten ist, und der Gesamtverlust bei normaler Belastung sich als Summe der Leerlaufs-

und Kurzschlußverluste darstellt. Allgemein ist dieser Wert von  $\vartheta$  etwas zu groß, so daß man bei dieser Methode sicher ist, den zulässigen Wert nicht überschritten zu haben.

Bei großen Maschinen wäre eine Dauerprobe mit einer beträchtlichen Arbeitsvergeudung verbunden.

Es empfiehlt sich dann, entweder die Zurückarbeitungsmethode (IV, 15a) anzuwenden, oder, wenn das nicht möglich sein sollte, künstliche Belastung vorzunehmen.

GoIdschmidt<sup>1)</sup> läßt die Maschine mit normaler Spannung leer laufen, wodurch das Eisen infolge der Hysterisis- und Wirbelstromverluste geheizt wird, während für die Erwärmung des Ankerkupfers Gleichstrom durch die Wicklung geleitet wird, ohne daß jedoch die Gleichstromquelle Wechselstrom erhält. Am bequemsten läßt sich das bei Drehstrommaschinen mit Dreieckschaltung ausführen, indem man die geschlossene Wicklung an den Punkten *a* und *b* (Fig. 279) öffnet und daselbst den Gleichstrom einführt. Das geschieht am besten vor der Erregung der Wechselstrommaschine auf normale Spannung. Bei Hochspannungsmaschinen verbindet man außerdem einen Pol der Hilfsquelle mit dem Gestell, damit bei mangelhafter Isolation keine Beschädigung derselben eintritt. Eine Sternschaltung ist dabei in Dreieckschaltung umzuwandeln. Da die Gleichstromquelle nur die Kupferverluste auszugleichen hat, so braucht ihre Leistung nur  $2 \div 4\%$  von der Maschinenleistung zu betragen. Ein Nachteil der Methode besteht darin, daß die künstliche Belastung nicht den wirklichen Verhältnissen entspricht.

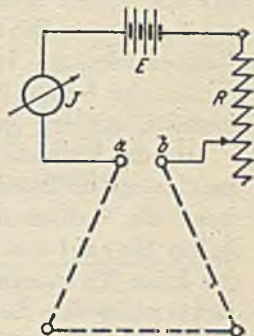


Fig. 279.

Mordey belastet die Maschine durch den eigenen Wechselstrom, indem er die induzierten Spulen des Ankers in zwei ungleichen Teilen gegeneinanderschaltet, so daß die Differenz der EMKe den erforderlichen Strom hervorruft.

Ayrton nahm eine ähnliche Schaltung an den Magnetspulen des Feldes vor, während Behrend<sup>2)</sup> die Zahl der parallel ge-

<sup>1)</sup> ETZ. 1901, S. 652.

<sup>2)</sup> El. World. 31. Okt. 1903; ETZ. 1903, S. 314 (Ref.).



schalteten Spulen gleich groß machte und die beiden Zweige verschieden stark erregte. Da nun die Spulen des einen Zweiges generatorisch, die des anderen motorisch wirken, entsteht ein wechselnder magnetischer Zug bei der Drehung. Will man daher bei den beiden Methoden der Feldumschaltung für gewisse Erregungen starke Schwingungen und damit gefährliche mechanische Beanspruchungen vermeiden, so muß man nach Smith<sup>1)</sup> die Spulen der beiden Zweige so miteinander erregen, daß sie symmetrisch auf den Ankerumfang verteilt sind.

Da die Methode der Polumschaltung nur für Maschinen mit mindestens 60 Polen und vierfacher Unterteilung anwendbar ist, wenn die Verluste sich nahezu wie bei Vollast verteilen sollen, haben Hobart und Punga<sup>2)</sup> eine Prüfungsmethode angegeben, die keine Veränderung der Schaltung erfordert, und bei der die Erwärmung wie bei der wirklichen Belastung auftreten soll, ohne daß eine größere Energie aufgewendet werden muß, als zur Deckung der Verluste erforderlich ist. Dabei müssen die Einzelverluste bekannt sein.

## 8. Aufnahme von charakteristischen Kurven an Generatoren.

Wie wir schon früher gesehen haben, läßt sich eine elektrische Maschine durch Aufnahme von charakteristischen Kurven u. a. in bezug auf Spannungsabfall, Ankerrückwirkung und Überlastungsfähigkeit direkt untersuchen. Am einfachsten bestimmt sich wieder

### a) die Leerlaufcharakteristik

$$f(E_a, J), \quad J = 0, \quad \nu = c \cdot n = \text{konst.}$$

Der Wechselstromgenerator wird nach der Schaltung Fig. 280 erregt und für den ganzen Versuch mit konstanter Drehzahl  $n$  angetrieben. Dabei ist die Periodenzahl  $\nu = \frac{p \cdot n}{60}$ , worin  $p$  die Anzahl der Polpaare oder gleichnamigen Pole bedeutet. Ändert man die Erregung von  $J_e = 0$  bis zu einem Höchstwert und liest dazu  $E_a$  ab, so erhält man durch zeichnerische Darstellung der

<sup>1)</sup> El. 14. Juli 1905.

<sup>2)</sup> ETZ. 1905, S. 441.

Werte  $E_a$  als Funktion von  $J_e$  die Leerlaufcharakteristik (Fig. 281) in der schon bei Gleichstrom bekannten Form.

Bei Mehrphasenmaschinen mißt man für die verschie-

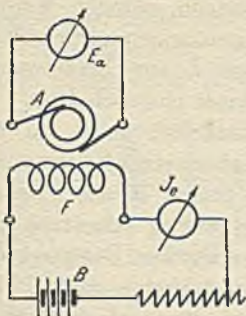


Fig. 280.

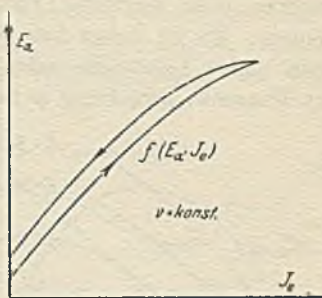


Fig. 281.

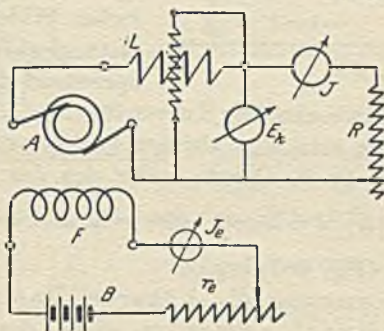


Fig. 282.

denen Phasen die Spannungen, wodurch man gleichzeitig die Wicklung auf Symmetrie und richtige Schaltung prüft.

### b) Belastungscharakteristik.

$$f(E_k, J_e), \quad J = \text{konst.}, \quad v = \text{konst.}, \quad \cos \varphi = \text{konst.}$$

Schließt man die Klemmen durch einen Widerstand  $R$  mit eingeschaltetem Strommesser  $J$ , so gibt die Maschine einen Strom  $J$  (Fig. 282) ab. Als Belastung verwendet man induktionsfreie, induktive und kapazitative Widerstände. Zu ersteren rechnet man im allgemeinen Glühlampen, Wasserwiderstände und bifilar- oder zickzackförmig gewickelte Drähte, wobei der Strom  $J$  mit der Spannung  $E_k$  nahezu in Phase ist. Zu den induktiven



Widerständen gehören Drosselspulen und Transformatoren. Kondensatoren wirken kapazitativ, Synchronmotoren gelten als Universalwiderstände, mit denen durch Änderung der Erregung positive oder negative Phasenverschiebungen erzeugt werden können. Es ist daher bei Wechselstrommessungen erforderlich, noch einen Leistungs- oder Phasemesser  $L$  zur Bestimmung der Phasenverschiebung  $\varphi$  in den Stromkreis einzuschalten.

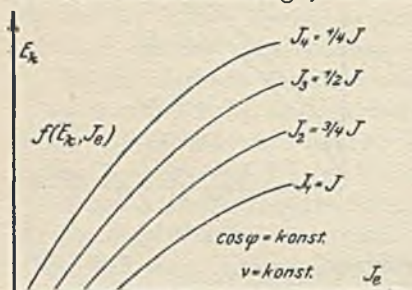


Fig. 283.

Natürlich muß für die Aufnahme einer Kurve außer dem Strom  $J$  die Phasenverschiebung konstant gehalten werden. Das geschieht am einfachsten durch Parallelschaltung einer Drosselspule zu einem induktionsfreien Widerstande als Belastungswiderstand  $R$ . Entsprechend den Vorschriften

des VdE wird man zweckmäßig Kurven für  $\cos \varphi = 1$  und  $\cos \varphi = 0,3$  aufnehmen, indem man, von kleinem Widerstande  $R$  ausgehend,  $J_e$  steigert und dazu  $E_k$  abliest, wofür sich das Protokoll

$$|J_e| |E_k| |L| \quad J = \text{konst.}, \quad \cos \varphi = \text{konst.}, \quad v = \text{konst.}$$

und Diagramm (Fig. 283) ergibt.

Für die Bestimmung der höheren Harmonischen des Stromes eines Synchronmotors sowie des Spannungsabfalls der Synchrongeneratoren ist die Belastungscharakteristik  $f(E_k, J_e)$  bei  $J = \text{konst.}$  und  $\cos \varphi = 0$  ( $\varphi = \pm 90^\circ$ ) von Wichtigkeit.

Zur Aufnahme dieser Charakteristik benutzt man vorteilhaft einen zweiten Generator von gleicher Spannung und Stromstärke, den man durch einen Gleichstrommotor antreibt. Man stellt nun bei der zu untersuchenden Maschine die der Leerlaufspannung entsprechende Erregung ein, reguliert dann den Antriebsmotor der zweiten Maschine so, daß der Leistungsmesser immer auf Null steht, dann kann man durch Veränderung der Erregung des Hilfsgenerators den gewünschten konstanten Strom einstellen, und zwar nacheilenden bei schwächerer, voreilenden bei stärkerer Erregung.

c) Äußere Charakteristik

$$f(E_k, J), r_e = \text{konst}, v = \text{konst}, \cos \varphi = \text{konst.}$$

Nachdem die Schaltung (Fig. 284) ausgeführt ist, wird die Erregung so eingestellt, daß für den normalen Belastungsstrom  $J$  bei entsprechendem  $\cos \varphi$  die gewünschte Spannung  $E_k$  auftritt. Durch stufenweise Verkleinerung des Widerstandes  $R$  von  $\infty$  ab

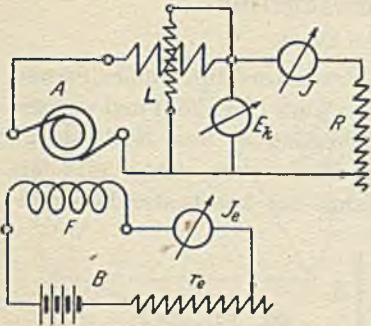


Fig. 284.

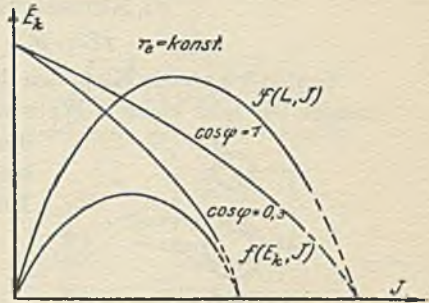


Fig. 285.

wird nun der Belastungsstrom  $J$  gesteigert und dazu  $E_k$  und  $L$  abgelesen. Im allgemeinen wird man die Charakteristiken für  $\cos \varphi = 1$  und  $\cos \varphi = 0,3$  nach dem Protokoll

$$| J | E_k | L | \cos \varphi, v, r_e = \text{konst.}$$

aufnehmen und erhält dafür die Kurven  $f(E_k, J)$  (Fig. 285). Man kann auch  $f(L, J)$  noch eintragen, woraus die Belastungsfähigkeit der Maschine ersichtlich ist.

Die äußere Charakteristik gibt ein direktes Maß für die Spannungsänderung der Maschine. Stellt man die Erregung so ein, daß die Spannung  $E_{k_0}$  bei Leerlauf gleich der normalen Belastungsspannung  $E_k$  wird, dann erhält man bei Belastung eine Spannung  $E'_k$  und es stellt dann

$$\varepsilon = \frac{E_{k_0} - E'_k}{E_{k_0}} \cdot 100 \%$$

den prozentualen Spannungsabfall dar.

Reguliert man dagegen die Klemmenspannung beim normalen Strom  $J$  auf ihren normalen Wert  $E_k$  und entlastet den



Generator, so erscheint bei Leerlauf eine höhere Spannung  $E'_{k_0}$ . In diesem Falle ist dann

$$\varepsilon' = \frac{E'_{k_0} - E_k}{E_k} \cdot 100 \%$$

die prozentuale Spannungserhöhung, welche nach den Vorschriften des VdE als Spannungsänderung in Frage kommt.

#### d) Kurzschlußcharakteristik

$$f(J_k, J_e), \nu = \text{konst.}$$

Schließt man die Klemmen des Generators durch einen Strommesser von sehr kleinem Widerstande kurz (Fig. 286) und steigert die Erregung  $J_e$  von Null bis zu einem Höchstwert, dann gibt die Maschine bei konstanter Perioden-

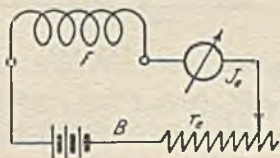
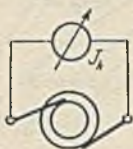


Fig. 286.

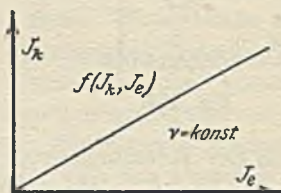


Fig. 287.

zahl  $\nu$  einen Strom  $J_k$  (Kurzschlußstrom genannt) ab, dessen Abhängigkeit von  $J_e$  nach dem Protokoll

$$|J_e | J_k | \nu = \text{konst.}$$

in Fig. 287 dargestellt ist.

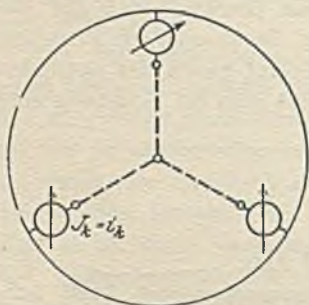


Fig. 288.

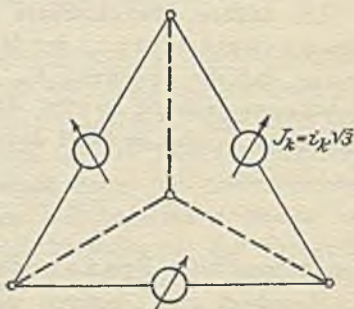


Fig. 289.

Diese Kurve verläuft für niedrige Sättigungen, soweit die Magnetisierungskurve noch geradlinig ist, als gerade Linie; für höhere Induktionen neigt sie jedoch mehr der Abszissenachse zu.

Bei Dreiphasengeneratoren sind zur Aufnahme der Charakteristik verschiedene Schaltungen möglich, wie die Fig. 288÷291 zeigen,

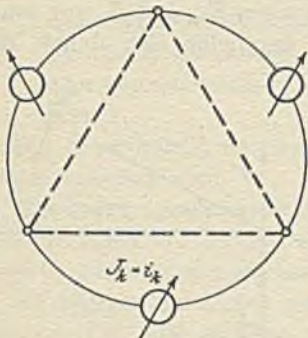


Fig. 290.

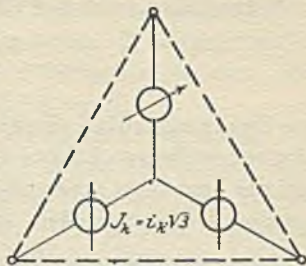


Fig. 291.

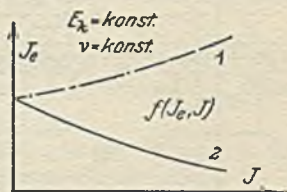


Fig. 292.

wobei die drei Instrumente vollkommen gleiche Widerstände besitzen müssen.

### e) Regulierungskurve

$$f(J_e, J), E_k = \text{konst.}, \nu = \text{konst.}, \cos \varphi = \text{konst.}$$

Sie stellt die Abhängigkeit des Erregerstromes  $J_e$  vom Belastungsstrom  $J$  dar, wenn die Klemmenspannung  $E_k$  und der Leistungsfaktor  $\cos \varphi$  konstant gehalten werden. Die Aufnahme derselben geschieht nach der Schaltung Fig. 284, woraus zu ersehen ist, daß diese Kurve am besten im Anschluß an die äußere Charakteristik bestimmt wird.

Nach dem Protokoll

$$|J|J_e|L| E_k, \nu, \cos \varphi = \text{konst.}$$

ergeben sich dann Kurven (Fig. 292), von denen 1 für Phasen-  
nacheilung, 2 für starke Voreilung gilt.



## 9. Bestimmung des Spannungsabfalls von Generatoren.

Würde man nach der Gleichung

$$\varepsilon = \frac{E_{k_0} - E_k}{E_{k_0}} \cdot 100 \%$$

den Spannungsabfall direkt durch einen Belastungsversuch bestimmen wollen, so könnte das Resultat ziemlich ungenau werden, weil die beiden zu messenden Spannungen  $E_{k_0}$  und  $E_k$  nur wenig voneinander verschieden sind. Es empfiehlt sich daher, den

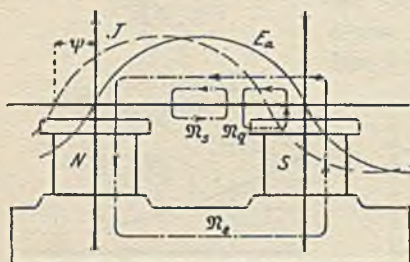


Fig. 293.

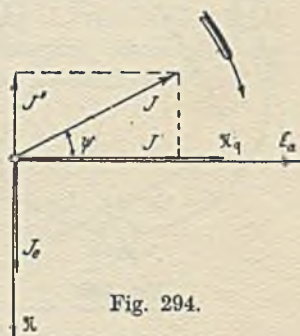


Fig. 294.

Spannungsabfall durch Aufnahme der Belastungscharakteristik für  $\cos \varphi = 0$  (s. S. 364) oder besser indirekt durch eine Leerlauf- und Kurzschlußmessung in ähnlicher Weise wie beim Transformator zu bestimmen.

Dazu wollen wir aber erst die Ursache des Spannungsabfalls feststellen.

Von dem rotierenden Magnetfeld  $\mathfrak{N}$  wird in dem Anker eine EMK  $E_a$  induziert, welche bei geschlossenem Ankerstromkreis einen Strom  $J$  hervorruft. Dieser erzeugt um seinen eigenen Leiter ein Feld  $\mathfrak{N}_a$ , dessen Verwendung aber für die weiteren Untersuchungen insofern unbequem ist, als sein magnetischer Widerstand an verschiedenen Stellen nicht gleich groß ist, da er aus Materialien von verschiedener Permeabilität besteht. Es ist daher zweckmäßiger,  $\mathfrak{N}_a$  entsprechend den verschiedenen Leitfähigkeiten in folgende Teile<sup>1)</sup> zu zerlegen (Fig. 293):

<sup>1)</sup> Blondel, Ecl. El. 1895.

1. Streufluß  $\mathfrak{N}_s$ , der sich um die Nuten herum und durch den Luftraum schließt. Derselbe erzeugt in der Ankerwicklung die EMK  $E_s$ .
2. Kraftfluß  $\mathfrak{N}_e$ , der sich durch die Lufträume, Pole und das Joch schließt. Da er dem Magnetfeld  $\mathfrak{N}$  entgegenwirkt, so kann er als entmagnetisierend betrachtet werden. Die von ihm im Anker induzierte EMK sei  $E_e$ .
3. Kraftfluß  $\mathfrak{N}_q$ , der sich durch den Luftraum und den Polschuh schließt. Er entspricht in seiner Einwirkung dem Querfeld eines Gleichstromankers, da er die eine Polecke schwächt, die andere verstärkt. Wir nennen ihn daher quermagnetisierend. Derselbe ruft im Anker eine EMK  $E_q$  hervor.

Der Streufluß  $\mathfrak{N}_s$  ist immer vorhanden, auch wenn das Feldsystem entfernt wird.

Die Quermagnetisierung  $\mathfrak{N}_q$  ist am stärksten, wenn der Höchstwert der EMK des Ankers, sobald sie mit dem Strom  $J$  in Phase ( $\psi = 0$ ) ist, mitten zwischen den Polen liegt.

Ist dagegen der Strom gegen die EMK um den Winkel  $\psi$  verschoben (Fig. 293), so kann man ihn mathematisch in zwei Komponenten (Fig. 294) zerlegen, von denen die eine in Phase mit  $E_a$  als Leistungskomponente  $J' = J \cdot \cos \psi$  quermagnetisierend, die andere dazu senkrechte  $J'' = J \cdot \sin \psi$  dem Erregerstrom  $J_e$ , welcher das Hauptfeld  $\mathfrak{N}$  hervorruft, mit ihrer MMK entgegengerichtet ist und daher entmagnetisierend wirkt. Für  $\psi = -90^\circ$  (Nacheilung) ist, wie aus der Figur zu erschen,  $J' = 0$  und  $J'' = J$ , d. h. der Strom  $J$  wirkt vollständig entmagnetisierend, während er für  $\psi = +90^\circ$  das Feld  $\mathfrak{N}$  verstärkt.

Betrachten wir vorläufig die Vorgänge in einem Drehstromgenerator (für einen Motor ist der Strom und alle damit zusammenhängenden Erscheinungen negativ zu setzen), so müssen die im Anker induzierten Ströme nach dem Lenzschen Gesetz eine solche Richtung haben, daß sie der Ursache ihres Entstehens, nämlich dem erregenden Felde, entgegenwirken. Da das in jedem Augenblick der Fall ist, so muß das Ankerdrehfeld sich mit derselben Geschwindigkeit wie das Erregerfeld bewegen, d. h. es steht dem Hauptfeld  $\mathfrak{N}$  gegenüber relativ still. Die gegenseitige-Lage kann sich jedoch entsprechend der Phasenverschiebung  $\psi$  verschieben.



Der Einfachheit wegen kann man nach Leblanc auch bei Einphasenmaschinen das Wechselfeld des Ankers in zwei Drehfelder zerlegen<sup>1)</sup>, von denen sich das eine synchron mit dem Magnetfeld, das andere inverse dagegen in entgegengesetzter Richtung mit gleicher Geschwindigkeit bewegt. Der Höchstwert eines jeden der beiden Felder ist gleich der Hälfte des Höchstwerts des Wechselfeldes. Während das synchrone Drehfeld die Rückwirkung hervorruft, kommt das inverse wenig zur Geltung, da es mit der doppelten Drehzahl rotiert und infolgedessen Ströme doppelter Periodenzahl im Magnetfeld erzeugt, durch welche es sehr stark gedämpft wird. Wir werden es später durch einen besonderen Faktor berücksichtigen.

Bei Mehrphasenmaschinen kann man ebenfalls eine solche Zerlegung des Feldes jeder einzelnen Spule vornehmen. Hierbei heben sich aber bei reiner Sinusform die inversen Drehfelder auf, und nur die synchronen ergeben ein resultierendes synchrones Drehfeld. Es werden daher in diesem Fall die Verluste durch Wirbelströme im Magnetsystem sehr klein sein.

Weicht die Kurve des Wechselstromes von der Sinusform ab, so schwankt das Ankerfeld zwar stärker infolge der von Strömen höherer Periodenzahl erzeugten Felder, die Schwankung ist aber verhältnismäßig gering und wird von den Wirbelströmen stark gedämpft, so daß sie für die Untersuchung nicht berücksichtigt werden soll.

Nach diesen Erörterungen ist man nun imstande, den Zusammenhang der einzelnen Größen zeichnerisch darzustellen, wie das Spannungsdiagramm für eine Phasennacheilung  $\varphi$  (Fig. 295) zeigt. Auch hierbei kann man in derselben Weise wie bei den Untersuchungen der Transformatoren von dem rotierenden Magnetfeld  $\mathcal{N}$  ausgehen, welches dem Erregerstrom  $J_e$  proportional die primäre Seite darstellt. Dieses Feld induziert im Anker (sekundär) die um  $90^\circ$  nacheilende EMK  $E_a$ . Belastet man den Generator induktiv, so wird der Ankerstrom  $J$  um einen Winkel  $\psi$  gegen  $E_a$  nacheilen. Seine beiden Komponenten  $J'$  und  $J''$  erzeugen das Querfeld  $\mathcal{N}_q$  und das entmagnetisierende Feld  $\mathcal{N}_e$ , von denen die EMKe  $-E_q$  und  $-E_e$  induziert werden. Zu ihrem

<sup>1)</sup> Ferraris, Eng. 1895, S. 62; Arnold, ZfE. 1894; Eichberg, ETZ. 1900, S. 484.

Ausgleich besitzt die EMK  $E_a$  die Komponenten  $E_e$  und  $E_g$ , welche gleich groß, aber entgegengesetzt gerichtet mit ersteren, an  $E_a$  angetragen werden. In Phase mit dem Ankerstrom  $J$  ist das Streufeld  $\mathfrak{N}_s$ , dessen EMK  $-E_s$  die Komponente  $E_s$  senkrecht zu  $J$  erfordert. Daran anschließend wird in Phase mit  $J$  der

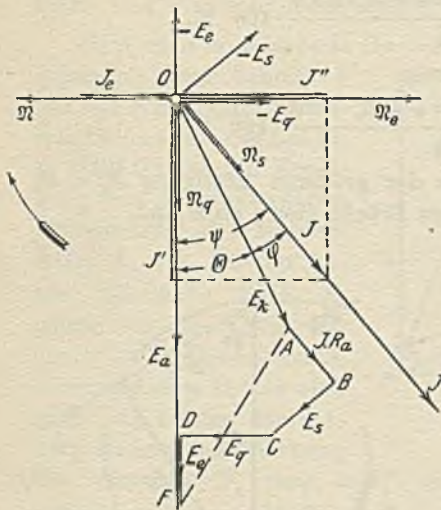


Fig. 295.

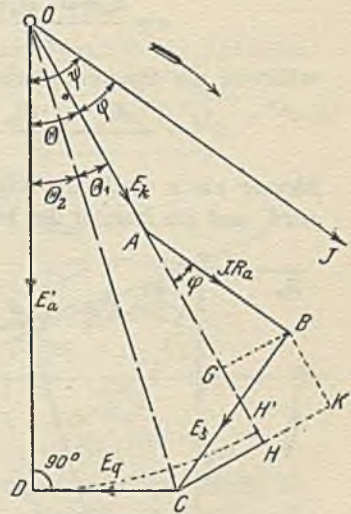


Fig. 296.

Spannungsverlust  $J \cdot R_a$  im Leistungswiderstand des Ankers  $R_a$  eingezeichnet; dann ist  $OA = E_k$  die Klemmenspannung, welche um den Winkel  $\varphi$  gegen  $J$  voreilend ist.

Der prozentuale Spannungsabfall ist demnach:

$$\varepsilon = \frac{E_a - E_k}{E_a} \cdot 100 = \frac{OF - OA}{OF} \cdot 100 \quad \%.$$

Setzt man  $OF = OD + E_e$ , worin  $OD = E'_a$  die bei Belastung erzeugte EMK bedeutet, so wird

$$\varepsilon = \frac{E_e + OD - OA}{E_a} \cdot 100 \quad \%.$$

Zur Bestimmung von  $OD - OA$  zeichnen wir uns den Linienzug  $ODCBAO$  besonders heraus (Fig. 296) und schlagen um  $O$  mit  $OD$  einen Kreisbogen, welcher den Strahl  $OA$  in  $H'$  trifft. Dann ist  $OD - OA = AH'$ . Fällt man von  $C$  ein Lot  $CH$  auf



$OA$ , so wird  $H$  mit  $H'$  zusammenfallen, wenn  $CH$  als Tangente zum Kreisbogen gleich  $DC$  ist. Das ist jedoch im allgemeinen der Fall, und man kann mit großer Annäherung  $AH \approx AH'$  setzen. Da nun  $\sphericalangle BCH = \varphi$  ist, so folgt daraus  $AH = AG + GH = J \cdot R_a \cdot \cos \varphi + E_s \cdot \sin \varphi$  und damit der Spannungsabfall

$$\varepsilon = \frac{E_s + J \cdot R_a \cdot \cos \varphi + E_s \cdot \sin \varphi}{E_a} \cdot 100 \%,$$

während die Spannungserhöhung

$$\varepsilon' = \frac{E_s' + J \cdot R_a \cdot \cos \varphi + E_s \cdot \sin \varphi}{E_k} \cdot 100 \%$$

kleiner als  $\varepsilon$  wird, da infolge der größeren Sättigung  $E_s' < E_s$  wird, und die Nenner der beiden Brüche gleich groß sind.

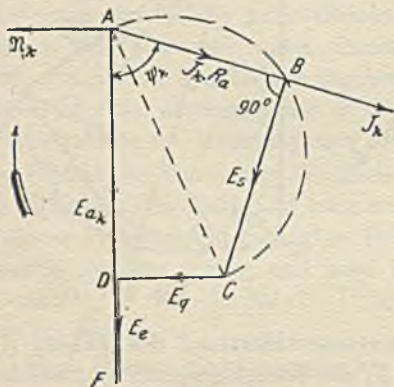


Fig. 297.

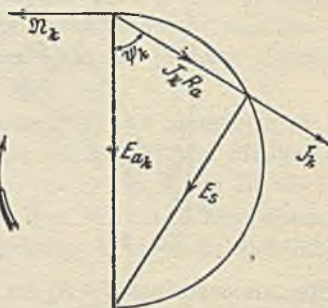


Fig. 298.

Die Größen  $R_a$  und  $E_s$  lassen sich nun experimentell durch einen Kurzschlußversuch bestimmen.

Schließt man bei einem bestimmten Erregerstrom  $J_k$  die Klemmen des Generators durch einen Strommesser kurz, so wird die Klemmenspannung  $E_k = 0$ , und das Diagramm (Fig. 295) erhält folgende Form (Fig. 297): Darin ist der Winkel  $\psi_k$  nur wenig geringer als  $90^\circ$ , d. h. der Kurzschlußstrom  $J_k$  wirkt, wie wir früher gesehen haben, fast vollständig entmagnetisierend, es kann daher  $E_q \approx 0$  gesetzt werden. Dann fällt aber  $AC$  mit  $AD$  zusammen, und das Diagramm nimmt folgende einfache Gestalt an (Fig. 298), woraus  $E_s = \sqrt{E_a^2 - (J_k \cdot R_a)^2}$  folgt.





$f_{w_1}$  ergibt sich aus folgender Tabelle<sup>1)</sup>:

1. Einphasenmaschinen:

$Q$  Löcher für einen Pol, von denen  $q$  bewickelt sind:

$$f_{w_1} = \frac{\sin \frac{q}{Q} \cdot 90^\circ}{q \cdot \sin \frac{1}{Q} \cdot 90^\circ}$$

2. Verteilte Einphasenwicklungen: Spulenbreite  $S$ , Polteilung  $\tau$ :

$$f_{w_1} = \frac{\sin \frac{S}{\tau} \cdot 90^\circ}{\frac{S}{\tau} \cdot \frac{\pi}{2}}$$

3. Mehrphasenwicklungen: dafür ist bei  $m$  Phasen  $q = \frac{Q}{m}$  für einen Pol und Phase:

$$f_{w_1} = \frac{\sin \frac{1}{m} \cdot 90^\circ}{q \cdot \sin \frac{1}{q \cdot m} \cdot 90^\circ}$$

Der Faktor  $k_0$  kann aus der Tabelle S. 375 entnommen werden.

Trägt man  $\frac{A W_{e_k}}{w_e} = c e$

(Fig. 299) auf der Abszissenachse ab, so ist die Ordinate

$$e f = E_{a_k} \quad \text{und} \quad d g = E_{e_k}$$

Ist der Kurzschlußstrom  $J_k$  gleich dem Belastungsstrom  $J$ , so sind die Größen  $J \cdot R_a$  und  $E_s$  aus dem Kurzschlußversuch gegeben. Es fehlt dann nur noch  $E_s$  für normale Belastung. Da diese Spannung aber nach der Gleichung

$$A W_s = k_0 \cdot f_{w_1} \cdot m \cdot w \cdot J \cdot \sin \psi$$

von dem Winkel  $\psi = \varphi + \Theta$  abhängt, so muß erst  $\Theta$  bestimmt werden.

Bildet man in Fig. 296 die Projektion  $CK$  von  $CB$  und verbindet  $O$  mit  $C$ , so ist

$$\Theta = \sphericalangle HOC + \sphericalangle COD = \Theta_1 + \Theta_2$$

<sup>1)</sup> Arnold, Wechselstromtechnik III, S. 259.

$$\text{Nun ist} \quad \text{tg } \theta_1 = \frac{CH}{OH} \quad \text{und} \quad \text{tg } \theta_2 = \frac{CD}{OD},$$

wobei für die sehr kleinen Winkel die Tangente durch den Bogen ohne merklichen Fehler ersetzt werden kann. Es wird dann

$$\theta_1 + \theta_2 = \theta = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \left( \frac{CH}{OH} + \frac{CD}{OD} \right), \quad \text{oder da}$$

$$OD \approx OH = OA + AH = E_k + J \cdot R_a \cdot \cos \varphi + E_s \cdot \sin \varphi = E'_a$$

ist, so gilt für die Verwendung zur Berechnung der Spannungserhöhung

$$\theta' = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{CH + CD}{OH} = 57,3 \cdot \frac{CK - KH + CD}{E'_a}$$

$$\theta' = 57,3 \cdot \frac{E_s \cdot \cos \varphi - J \cdot R_a \cdot \sin \varphi + E_g}{E_k + J \cdot R_a \cdot \cos \varphi + E_s \cdot \sin \varphi}.$$

Für die Bestimmung des Spannungsabfalls ist im Nenner  $E_k$  unbekannt; man kann aber mit großer Annäherung

$$E'_a = E_k + J \cdot R_a \cdot \cos \varphi + E_s \cdot \sin \varphi \approx E_a$$

setzen. Dann erhält man für die Untersuchung des Spannungs-

$$\text{abfalls} \quad \theta = 57,3 \cdot \frac{E_s \cdot \cos \varphi - J \cdot R_a \cdot \sin \varphi + E_g}{E_a}.$$

Hierin ist noch  $E_g$  zu bestimmen. Auch diese Größe ist wie  $E_s$  der Rechnung direkt nicht zugänglich, wohl aber ihre gleichwertige MMK

$$\begin{aligned} AW_g &= k_q \cdot f_{v_1} \cdot m \cdot w \cdot J \cdot \cos \psi \\ &\approx k_q \cdot I_{v_1} \cdot m \cdot w \cdot J \cdot \cos \varphi, \end{aligned}$$

da  $\psi = \varphi + \theta$  war, und  $\cos \psi$  von  $\cos(\varphi + \theta)$  nur wenig verschieden ist.

$\alpha = \frac{b}{\tau}$	1	0,9	0,8	0,75	0,7	0,65	0,55	0,45
$k_0 = 0,9 \cdot \frac{\sin \alpha \cdot 90^\circ}{\alpha \cdot \frac{\pi}{2}}$	0,57	0,63	0,66	0,70	0,73	0,75	0,79	0,83
$k_q = \frac{2}{\pi \cdot f_B} \left( \alpha - \frac{1}{\pi} \sin \alpha \cdot 90^\circ \right)$	0,638	0,495	0,37	0,305	0,245	0,192	0,121	0,063



Der Faktor  $k_q$  kann dabei aus vorstehender Tabelle<sup>1)</sup> entnommen werden. Darin bedeuten:  $b$  = Polbogen des Magnetpols in cm,  $\tau$  = Polteilung,  $f_B$  = Formfaktor der Feldkurve.

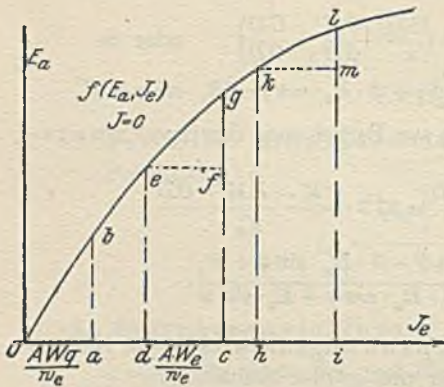


Fig. 300.

Zu dem nach der Formel berechneten Wert von  $AW_q$  ergibt sich aus der Leerlaufcharakteristik  $f(E_a, J_e)$  für einen Strom

$$\frac{AW_q}{w_e} = Oa$$

(Fig. 300) die EMK  $ab = E_q$ , und zwar muß dieselbe für den geradlinigen Teil der Kurve abgelesen werden, wo das Feld dem Erregerstrom proportional, d. h. die Permeabilität konstant ist.

Das ist aber für den Kraftfluß  $\mathfrak{N}_q$  der Fall, da er hauptsächlich in der Luft und sehr wenig im Eisen verläuft, dessen magnetischer Widerstand gegenüber demjenigen der Luft vernachlässigt werden kann.

Hat man auf diese Weise  $E_q$  und damit  $\Theta$  bestimmt, so kann auch

$$AW_e = k_0 \cdot f_{w_1} \cdot m \cdot w \cdot J \cdot \sin(\varphi + \Theta)$$

berechnet werden. Der dazugehörige Wert von  $E_e$  muß aber für denjenigen Teil der Kurve ermittelt werden, bei welchem die der induzierten EMK entsprechende Sättigung des Magnetfeldes vorhanden ist.

Für die Bestimmung des Spannungsabfalles  $\varepsilon$  muß  $E_e$  von  $E_a$  subtrahiert werden. Daher trägt man von der zu  $E_a = cg$

gehörenden Erregerstromstärke  $Oc$  die Strecke  $dc = \frac{AW_e}{w_e}$

ab, errichtet das Lot  $de = E'_a$ , so schneidet die Horizontale  $ef$  die Größe  $E_e = gf$  von  $gc$  ab. Soll dagegen die Spannungserhöhung  $\varepsilon'$  berechnet werden, so ist  $E'_e$  zu

$$E'_e = E_k + J \cdot R_a \cdot \cos \varphi + E_s \cdot \sin \varphi$$

<sup>1)</sup> Arnold, Wechselstromtechnik IV, S. 67.

zu addieren. Ist  $hk = E'_a$  berechnet, so vergrößert man die dazu gehörende Erregung  $Oh$  um die Strecke  $hi = \frac{AW_e}{w_e}$ ;

dann ist  $il = E_a$  die bei Leerlauf induzierte EMK und  $li - hk = lm$  die Spannung  $E'_a$ . Wird  $\psi$  negativ, so ändert auch  $AW_e$  seine Richtung, d. h.  $cd$  und  $hi$  sind dafür in entgegengesetztem Sinne, wie früher angegeben, einzutragen.

Für Einphasenmaschinen gelten diese Ableitungen ebenfalls für das synchrone Drehfeld. Da aber noch ein inverses vorhanden ist, so müssen wir den Einfluß desselben mit berücksichtigen. Zu dem Zweck schickt man einen Wechselstrom von doppelter Periodenzahl durch die Armatur bei stillstehendem Magnet-system und bestimmt den kleinsten induktiven Widerstand  $S_{\min}$  für die Stellung der Ankerspulen in der neutralen Zone und darauf den Höchstwert  $S_{\max}$ , wenn die Spulen vor der Mitte des Pol-schuhs liegen. Das Mittel daraus ist

$$S_{mi} = \frac{S_{\max} + S_{\min}}{2}.$$

Wegen des inversen Drehfeldes vergrößert sich dieser Widerstand um einen gewissen Betrag, der von dem Teil des Wechsel-feldes doppelter Periodenzahl herrührt, welcher sich durch das Eisen des Magnetsystems schließt. Da die Stärke des inversen Drehfeldes nur die Hälfte des normalen beträgt, so ist der Zuschlag zum niedrigsten Wert  $S_{\min}$  nur gleich der Hälfte der Differenz zwischen Mittel- und Niedrigstwert.

Anstatt des experimentell gefundenen Wertes von  $E_s$  hat man bei der Bestimmung des Spannungsabfalles von Einphasenmaschinen die Streuspannung  $E'_s = k_e \cdot E_s$  einzuführen, worin der Faktor  $k_e$  durch die Gleichung

$$k_e = 1 + \frac{S_{mi} - S_{\min}}{2 \cdot S_{\min}} = \frac{1}{2} + \frac{S_{mi}}{2 \cdot S_{\min}}$$

gegeben ist. Ist  $k_e$  für eine Maschine nicht bekannt, so kann man mit einem Näherungswert  $k_e = 1,2$  rechnen.

Beispiel: Drehstromgenerator

$$L_a = 280 \text{ kW}; \quad \cos \varphi = 0,8; \quad E_* = 3200 \text{ V}; \quad J = 100 \text{ A.}$$

$$n = 50 \text{ Per/sec}; \quad u = 94 \text{ U/min}; \quad \text{Polbogen } b = 21,0 \text{ cm, Pol-}$$



teilung  $\tau = 20,1$  cm,  $w = 448$  Windungen einer Phase, Feld  $w_e = 3072$  Windungen.

Zur Bestimmung des prozentualen Spannungsabfalls sind die Leerlauf- und Kurzschlußcharakteristik aufgenommen und nach der nebenstehenden Tabelle für  $\nu = \text{konst.}$  in Fig. 301 gezeichnet.

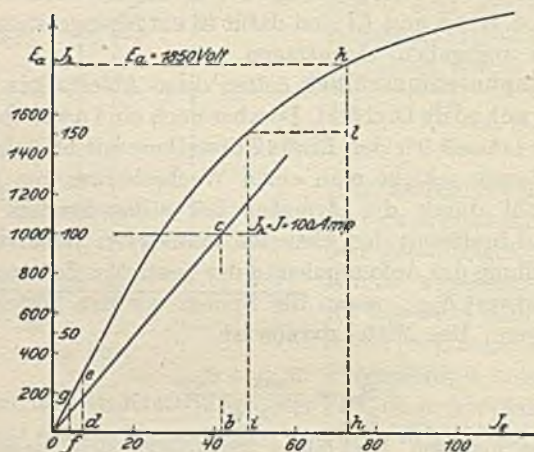


Fig. 301.

$J_e$	20	30	40	50	60	80	100	120	140	160	180
$E_a$	780	1080	1330	1540	1690	1910	2030	2120	2180	2240	2290
$J_k$	47	72	96	120	143	—	—	—	—	—	—

Außerdem ist durch den Kurzschlußversuch nach der Hilfsmotormethode (III, 6h) der Verlust durch Stromwärme für den normalen Strom  $J_k = J = 100$  A zu  $L_{ra} = 9400$  W gefunden, woraus sich der Leistungswiderstand einer Phase

$$R_a = \frac{9400}{100^2} = 0,94 \text{ Ohm}$$

berechnet. Der mit Gleichstrom gemessene Widerstand ist

$$R_{v,g} = 0,545 \text{ Ohm.}$$

Für den normalen Strom  $J = 100$  Amp. =  $J_k = cb$  (Fig. 301) bei Kurzschluß ergibt sich

$$\begin{aligned} AW_{e_k} &= k_0 \cdot f_{w_1} \cdot m \cdot w \cdot J_k \cdot \sin \psi_k \\ &= 0,79 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 448 \cdot 100 \cdot 0,99 = 105\,000; \end{aligned}$$

woraus folgt 
$$J_{e_k} = \frac{AW_{e_k}}{w_e} = \frac{105000}{3072} = 34,2 \text{ A.}$$

Das diesem Strom  $J_{e_k} = bd$  gleichwertige Feld geht für die Erzeugung einer EMK verloren, so daß die bei Kurzschluß tatsächlich induzierte EMK nur

$$E_{a_k} = de = 290 \text{ V}$$

wird. Nach Früherem ist nun

$$E_s = \sqrt{E_{a_k}^2 - (J_k \cdot R_a)^2} = \sqrt{290^2 - (100 \cdot 0,94)^2} = 274 \text{ V.}$$

Aus diesen Größen erhält man jetzt

$$\begin{aligned} AW_q &\approx k_q \cdot f_{v_1} \cdot m \cdot w \cdot J \cdot \cos \varphi \\ &= 0,121 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 448 \cdot 100 \cdot 0,8 = 13000. \end{aligned}$$

Aus der Leerlaufcharakteristik findet man dazu für

$$\frac{AW_q}{w_e} = \frac{13000}{3072} = 4,14 \text{ A} = 0f$$

eine EMK  $fg = E_q = 164 \text{ V.}$

Für eine EMK  $E_a = E_k = \frac{3200}{\sqrt{3}} = 1850 \text{ V}$

ergibt sich durch Einsetzen der entsprechenden Werte:

$$\begin{aligned} \Theta &= 57,3 \cdot \frac{E_s \cdot \cos \varphi - J \cdot R_a \cdot \sin \varphi + E_q}{E_a} \\ &= 57,3 \cdot \frac{274 \cdot 0,8 - 94 \cdot 0,6 + 164}{1850}, \end{aligned}$$

$$\Theta = 10^\circ 8' \quad \text{und} \quad \psi = \varphi + \Theta = 36^\circ 50' + 10^\circ 8' = 46^\circ 58'.$$

$$AW_e = k_0 \cdot f_{v_1} \cdot m \cdot w \cdot J \cdot \sin \psi = 0,79 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 448 \cdot 100 \cdot 0,731,$$

$$AW_e = 77600.$$

Dieser MMK entspricht ein Erregerstrom von

$$J_e = \frac{AW_e}{w_e} = \frac{77600}{3072} = 25,3 \text{ A} = hi,$$

wozu für  $E_a = 1850 \text{ Volt} = hk$  aus der Leerlaufcharakteristik eine EMK  $kl = E_e = 340 \text{ Volt}$  gehört.



Aus den auf diese Weise gefundenen Größen erhalten wir nun den Spannungsabfall

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{E_e + J \cdot R_a \cdot \cos \varphi + E_s \cdot \sin \varphi}{E_a} \cdot 100 \% \\ &= \frac{340 + 94 \cdot 0,8 + 274 \cdot 0,6}{1850} \cdot 100 \% \\ \varepsilon &= 31,3 \ \%.\end{aligned}$$

Wären bei der Konstruktion der Leerlaufcharakteristik verkettete Spannungen abgelesen, so hätte man die aus der Kurve entnommenen EMKE mit  $\sqrt{3}$  zu dividieren.

## 10. Parallelschaltung von Wechselstrommaschinen.

Nehmen wir an, daß eine Maschine mit Belastung schon auf ein Netz arbeitet, so läßt sich eine andere in ähnlicher Weise wie bei Gleichstrom dazu parallel schalten (Fig. 302). Unter der Voraussetzung nämlich, daß der Wechselstrom in einer un-

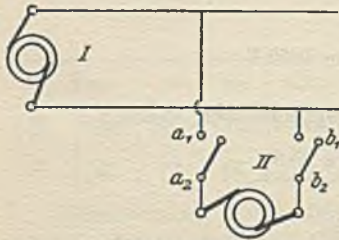


Fig. 302.

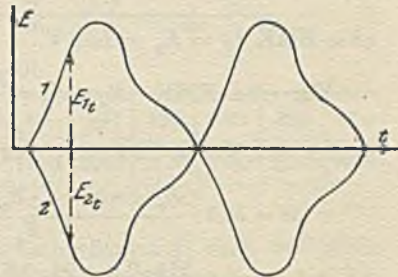


Fig. 303.

endlich kleinen Zeit als Gleichstrom behandelt werden kann, müssen die für das Zuschalten von Gleichstromgeneratoren geforderten Bedingungen in jedem Augenblick auch hier erfüllt sein.

Als einzige Regel galt dabei folgende:

Die Spannungen der miteinander zu vereinigenden Maschinen müssen an der Einschaltstelle gleich groß und einander entgegengesetzt gerichtet sein, damit beim Zuschalten kein schädlicher Stromstoß auftritt.

Bezogen auf Wechselstrom sagt dieser Satz aus, daß die zu gleicher Zeit auftretenden Augenblickswerte  $E_{1t}$  und  $E_{2t}$  der beiden Spannungskurven (Fig. 303) gleich groß und entgegengesetzt gerichtet sein müssen. Hat die Spannungskurve der belasteten Maschine die Form 1, so muß die andere Kurve (2) das Spiegelbild der ersten, d. h. gleich der um  $180^\circ$  verschobenen Kurve 1 sein. Nun kann man mit den gebräuchlichsten Instrumenten die Augenblickswerte nicht untereinander vergleichen; trotzdem ist es möglich, Regeln für die Kritik der Schaltung aufzustellen. Aus der Übereinstimmung der beiden Kurvenformen folgt nämlich, daß

1. die gemessene Spannung  $E$  zwischen  $a_1 b_1$  und  $a_2 b_2$  (Fig. 302),
2. der Formfaktor  $f_e = \frac{E}{E_{mi}}$ ,
3. die Periodenzahl  $\nu = \frac{p \cdot n}{60}$  für beide Maschinen gleich groß sein müssen, und
4. die Phasenverschiebung, bezogen auf den eigenen Stromkreis der beiden Generatoren,  $180^\circ$  betragen muß.

In bezug auf das Netz oder räumlich sind dann die Maschinen in Phase.

Zu 1. Zur Feststellung der Bedingung 1 dienen die an jeder Maschine befindlichen Spannungsmesser.

Zu 2. Damit der Formfaktor gleich ist, müssen die beiden Maschinen möglichst gleichartig gebaut sein.

Zu 3. Bedingung 3 ist erfüllt, wenn die Drehzahl richtig eingestellt und konstant gehalten wird. Außerdem müssen die Antriebsmaschinen den gleichen Ungleichförmigkeitsgrad und für jeden Augenblick relativ gleiche Kurbellage besitzen.

Zu 4. Die Phasengleichheit ist dann vorhanden, wenn beide Spannungskurven zu gleicher Zeit ihren Höchstwert oder den Nullwert erreichen. Es müssen demnach die Punkte  $a_1$  und  $a_2$  bzw.  $b_1$  und  $b_2$  (Fig. 302) in jedem Augenblick ein gleich hohes Potential zeigen. Verbindet man  $b_1$  mit  $b_2$  und legt zwischen  $a_1 a_2$  einen Spannungsmesser  $E_p$  (Fig. 304),

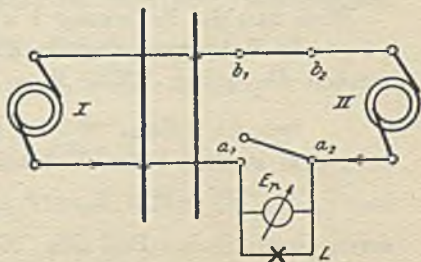


Fig. 304.



so zeigt er in diesem Falle keine Ablenkung, da an seinen Klemmen keine Potentialdifferenz herrscht. An Stelle des als Phasenindikator dienenden Instruments kann auch eine Glühlampe  $L$ , allgemein Phasenlampe genannt, oder beide zusammen verwendet werden. Letzteres ist vorteilhafter, da beim Durchbrennen der Lampe der richtige Zeitpunkt der Phasengleichheit am Instrument noch abgelesen werden kann.

Bleibt die Lampe längere Zeit dunkel und der Zeiger des Instruments in der Nullage, so ist das ein Zeichen, daß sämt-

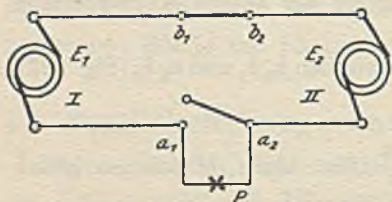


Fig. 305.

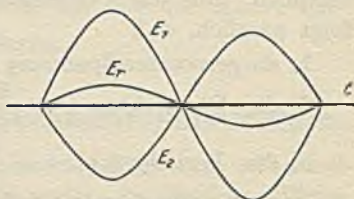


Fig. 306.

liche vier Bedingungen erfüllt sind. Man kann jetzt den Hebel bei  $a_1 \div a_2$  einschalten, wodurch die Maschine II zu I parallelgeschaltet ist.

Bevor jedoch dieser Zustand erreicht ist, spielen sich innerhalb des Stromkreises der beiden Maschinen manche Vorgänge ab, die auf den Phasenindikator in solcher Weise einwirken, daß nach seinen Angaben die richtigen Maßnahmen getroffen werden können. Da sich aber beide Maschinen dem äußeren Stromkreis gegenüber gleichmäßig verhalten, und die Größe der Belastung ohne Einfluß auf das Zusammenarbeiten ist, so sollen sie für die weiteren Betrachtungen als unbelastet angesehen werden woraus sich obige Schaltung (Fig. 305) ergibt.

Wird nun die Bedingung 1 nicht erfüllt sein, indem durch zu große Felderregung die EMK  $E_1 > E_2$  gemacht ist, dann ergeben die beiden EMKe  $E_{1t} = E_{1\max} \cdot \sin \omega t$  und

$$E_{2t} = E_{2\max} \sin(\omega t + \pi) = -E_{1\max} \cdot \sin \omega t$$

nach dem zweiten Kirchhoffschen Satz die Resultierende

$$E_{rt} = E_{1t} + E_{2t} = (E_{1\max} - E_{2\max}) \cdot \sin \omega t,$$

deren geometrisches Bild (Fig. 306) durch algebraische Addition der Ordinaten beider Kurven erhalten wird. Die Spannung  $E_r$

bleibt danach für jede Periode konstant und damit auch die der Phasenlampe zugeführte Leistung. Die Lampe wird daher, falls die Spannung  $E$  genügen sollte, um den Faden zum Glühen zu

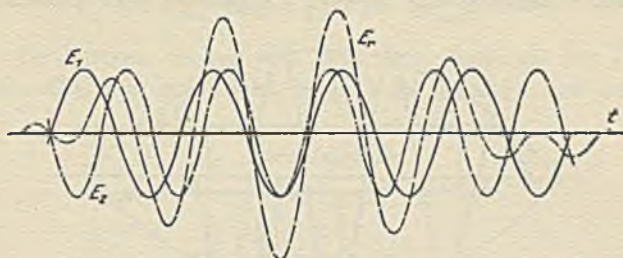


Fig. 307.

bringen, konstante Helligkeit zeigen; der Spannungsmesser zeigt konstante Ablenkung.

Haben die beiden Maschinen verschiedene Kurvenform bei gleichen Höchstwerten entsprechend den Gleichungen

$$E_{1t} = E_{1\max} \cdot \sin \omega t \pm E_{3\max} \cdot \sin 3\omega t, \quad E_{2t} = -E_{2\max} \cdot \sin \omega t,$$

so tritt ebenfalls eine resultierende Spannung

$$E_{rt} = (E_{1\max} - E_{2\max}) \cdot \sin \omega t \pm E_{3\max} \cdot \sin 3\omega t$$

auf, welche die Lampe in gleicher Weise wie im vorigen Fall zum konstanten Leuchten bringt.

Sind alle anderen Bedingungen erfüllt, aber keine gleiche Periodenzahl vorhanden, dann verlaufen die Spannungen nach den Gleichungen

$$E_{1t} = E_{1\max} \cdot \sin(\omega + d\omega)t \quad \text{und} \quad E_{2t} = -E_{2\max} \cdot \sin \omega t,$$

und die Resultierende wird dann, da nach der Voraussetzung

$$E_{1\max} = E_{2\max} \quad \text{sein soll,}$$

$$E_{rt} = E_{1t} + E_{2t} = E_{\max} \cdot [\sin(\omega + d\omega)t - \sin \omega t]$$

oder

$$E_{rt} = 2 E_{\max} \cdot \sin\left(\frac{d\omega}{2}\right) t \cdot \cos\left(\omega + \frac{d\omega}{2}\right) t.$$

Darin ist, wie aus Fig. 307 und 308 ersichtlich, der Höchstwert

$$2 E_{\max} \cdot \sin\left(\frac{d\omega}{2} \cdot t\right)$$



keine Konstante, sondern ändert sich sinusförmig mit der Kreisfrequenz  $\frac{d\omega}{2}$ , während die resultierende Spannung mit der mittleren Kreisfrequenz  $\omega + \frac{d\omega}{2}$  schwingt. Der Phasenlampe

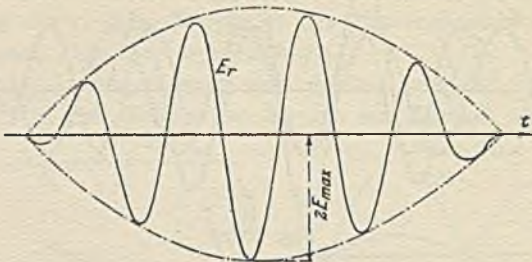


Fig. 308.

wird daher in jeder Periode eine andere Leistung zugeführt, so daß ihre Leuchtkraft nicht konstant bleibt, sondern entsprechend der Änderung des Spannungshöchstwerts periodische Schwabungen zeigt, welche durch Änderung der Drehzahl beseitigt werden können. Da die Spannung der Lampe zwischen Null und  $2E$  schwankt, so muß man entweder zwei Lampen mit der Spannung  $E$  hintereinanderschalten oder eine von der doppelten Maschinenspannung verwenden.

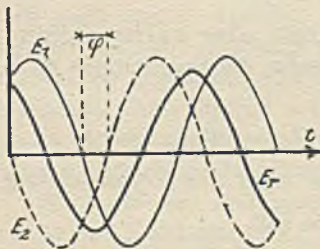


Fig. 309.

Als vierten Fall wollen wir annehmen, daß die Phasen nicht übereinstimmen, sondern räumlich um den Winkel  $\varphi$  (elektr. Grad, d. h. bezogen auf 2 Pole) oder zeitlich um  $180 - \varphi$  verschoben sind. Die Gleichungen der beiden Kurven.

$$E_{1t} = E_{1\max} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\text{und } E_{2t} = -E_{2\max} \cdot \sin \omega t$$

$$E_{1\max} = E_{2\max}$$

ergeben für eine Resultierende

$$E_{rt} = E_{\max} \cdot [\sin(\omega t + \varphi) - \sin \omega t] = 2 E_{\max} \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \cos \left( \omega t + \frac{\varphi}{2} \right),$$

deren zeichnerische Darstellung Fig. 309 zeigt.

Der Höchstwert der resultierenden Schwingung  $2 \cdot E_{\max} \sin \frac{\varphi}{2}$  ist von dem Phasenunterschied  $\varphi$  abhängig. Ist  $\varphi$  konstant, so zeigt die Phasenlampe gleichmäßige Helligkeit. Für  $\varphi = 180^\circ$  wird

$$E_{r_t} = 2 E_{\max} \cdot \cos(\omega t + 90^\circ) = 2 E_{\max} \cdot \sin \omega t,$$

d. h. die Kurven decken sich, was dem Zustande der Hintereinanderschaltung entspricht, so daß die Lampen hell brennen.

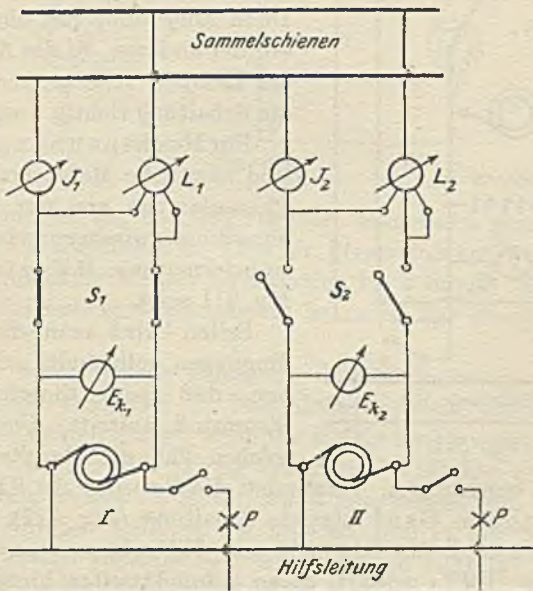


Fig. 310.

Im allgemeinen werden mehrere dieser Abweichungen zu gleicher Zeit auftreten, wodurch sich die vorher besprochenen Erscheinungen etwas verwickelter gestalten. Da nun die Lampen bzw. der Phasenindikator einen sehr großen Widerstand besitzen, so wird die resultierende Spannung  $E_r$  nur einen kleinen Strom hervorrufen, der auf die Wirkungsweise der Maschinen bzw. Stromempfänger von geringem Einfluß ist.

Nach diesen Erörterungen wollen wir dazu übergehen, einige in der Praxis gebräuchliche Schaltungen zu besprechen. Fig. 310 zeigt eine solche für Niederspannungsmaschinen.



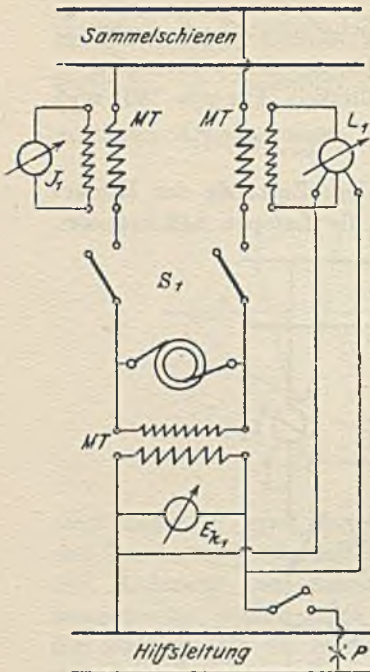


Fig. 311.

Die Phasenlampen  $P$  sind an eine besondere Hilfsleitung angeschlossen, außerdem erhält jede Maschine einen Leistungsmesser  $L$ . Vertauscht man die Anschlußleitungen der Phasenlampe II, so brennen die Lampen hell, wenn die Maschinen in gleicher Phase sind. Diese Anordnung hat einen Vorzug vor der anderen, da das Aufleuchten der Lampen zu erkennen gibt, daß die Schaltung richtig ausgeführt ist.

Für Hochspannungsanlagen sind sämtliche Meßinstrumente und Phasenlampen von der Hochspannung durch zwischengeschaltete Meßtransformatoren  $MT$  zu trennen, wie Fig. 311 zeigt.

Selten wird man die vier Bedingungen vollständig erfüllen können, daß beim Einschalten kein Stromstoß auftritt. Um in einem solchen Fall die Hauptsicherungen

nicht zu beschädigen, verwendet die Société de l'Industrie Electrique in Genf folgende Schaltung (Fig. 312).

Hierbei sind die Sammel- und Hilfsschienen zu Meßtransformatoren ( $MT$ ) geführt, deren Sekundärseiten hintereinander-

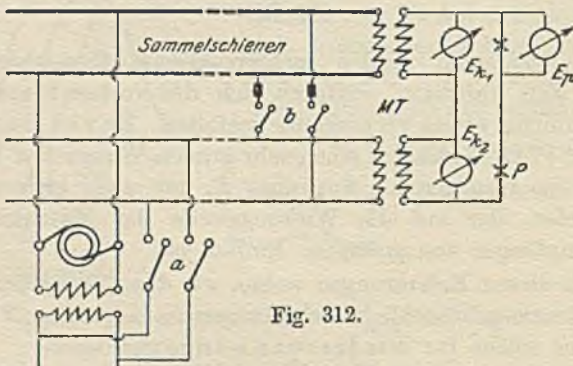


Fig. 312.

geschaltet sind, so daß die Phasenlampen  $P$  bei Phasengleichheit hell leuchten. Man gibt der zuzuschaltenden Maschine bei offenem Hauptschalter normale Drehzahl und Spannung und schließt den Ausschalter  $a$ . Mit Hilfe der Phasenlampen  $P$  sowie der

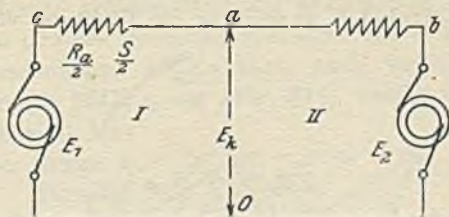


Fig. 313.

Spannungsmesser  $E_{k_1}$  und  $E_2$  reguliert man dann genauer und schließt den Hilfsschalter  $b$ . Tritt ein Stromstoß auf, so brennen die verhältnismäßig kleinen Sicherungen bei  $b$  durch. Erst wenn die Maschine richtig angeschlossen ist, wird der Hauptschalter eingelegt.

Wie wir schon bei der Schaltung der Gleichstromgeneratoren gesehen haben, erzeugten die Maschinen innerhalb ihres eigenen Stromkreises keinen Strom, wenn die EMKe gleich waren. Durch Veränderung der Erregung arbeitete die stärker erregte als Generator, die andere als Motor, wenn kein Strom vom Netz abgenommen wurde. Nehmen wir nun an, daß in der Schaltung (Fig. 313) infolge verschiedener Erregung die EMK  $E_1 > E_2$  gemacht wurde, dann ist  $E_1 - E_2$  nicht Null.

Stellt man sich jetzt (Fig. 314) die EMK-Vektoren  $E_1$  und  $E_2$  zeichnerisch dar, so müssen sie zeitlich um  $180^\circ$  verschoben sein und die in dem Kreise herrschende EMK  $e = E_1 - E_2$  wird durch die Strecke  $Od = Oc - Ob$  ihrer Größe und Richtung nach bestimmt. Hat jeder Generator den Leistungswiderstand  $\frac{R_a}{2}$  und den induktiven  $\frac{S}{2}$ , welche wir uns in den Zweigen  $ca$  und  $ba$  liegend denken wollen, so tritt, wenn der Zuleitungswiderstand nicht berücksichtigt wird, ein Strom

$$i_0 = \frac{e}{\sqrt{R_a^2 + S^2}}$$





Soll die Maschine II jetzt eine elektrische Leistung abgeben, so muß ihr durch die Antriebsmaschine naturgemäß eine mechanische Leistung zugeführt werden. Vergrößert man daher die Dampffuhr durch Verstellung des Regulators, so sucht der Generator II eine größere Drehzahl anzunehmen, wodurch die EMK  $E_2$  eine gewisse Voreilung  $\gamma$  erhält. Als Folge der gegeneinander verschobenen EMKe tritt, auch wenn  $E_1 = E_2$  ist, eine resultierende EMK  $e_r$  auf (Fig. 315), welche in dem Wider-

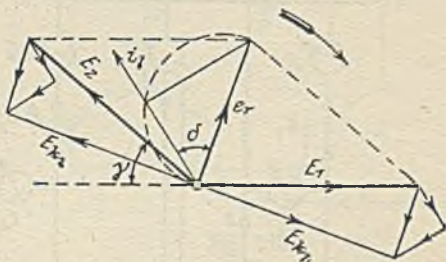


Fig. 315.

stande der beiden Maschinen einen Strom  $i_i$  hervorruft. Derselbe wird, wie vorher angegeben, um den Winkel  $\delta$  nacheilend gegen  $e_r$  eingezeichnet. Da  $\delta$  nahezu  $90^\circ$  ist, so fällt  $i_i$  fast mit  $E_2$  zusammen, belastet demnach den Generator II. Weil nun der Strom die Maschine I in entgegengesetzter Richtung durchfließt, so entlastet er sie, falls sie Strom ins Netz liefert, oder treibt sie als Motor an.

Durch Veränderung der Dampffuhr tritt demnach in der voreilenden Maschine ein Leistungsstrom  $i_i$  auf, so daß sie eine elektrische Leistung abgibt und dadurch gebremst wird. Dieser Strom  $i_i$  hat demnach das Bestreben, die Wicklungen der beiden Maschinen relativ in derselben Lage zum Magnetsystem zu halten, wodurch die rotierenden Teile gezwungen werden, gleiche Geschwindigkeit anzunehmen, d. h. synchron zu laufen. Diese vom Strom hervorgerufene synchronisierende Kraft ist daher die Grundbedingung für das Zusammenarbeiten zweier oder mehrerer Wechselstrommaschinen. Sie nimmt mit größerem Winkel  $\delta$  bzw. Verhältnis  $\frac{S}{R_a}$  zu.

Zur Prüfung der beiden Ausgleichsströme  $i_0$  und  $i_i$  erhält die Schaltung noch einen Leistungsmesser oder einen Phasemesser. Man reguliert dann die Erregung so, daß die Phasemesser die kleinste Ablenkung zeigen.

Beim Abschalten eines Generators verfährt man in umgekehrter Weise, indem man zuerst die Belastung auf Null bringt,



dann durch Änderung der Magnetisierung den Feldstrom beseitigt, worauf man den Ausschalter öffnen und die Antriebsmaschine anhalten kann.

Sind Mehrphasengeneratoren parallel zu schalten, so gelten die vorher angegebenen Vorschriften für jede einzelne

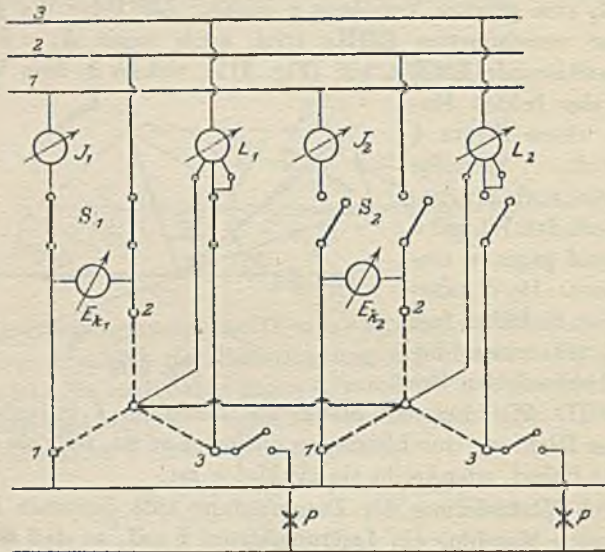


Fig. 316.

Phase. Dabei muß jedoch berücksichtigt werden, daß die Phasen in der richtigen Reihenfolge mit den Sammelschienen verbunden sind, wofür eine gleiche Bewegungsrichtung der Drehfelder auftritt. Außerdem verbindet man entweder die neutralen Punkte (stark ausgezogene Linie) oder die Klemmen derjenigen Phasen, welche an gleichen Sammelschienen liegen, durch eine möglichst widerstandslose Leitung.

Fig. 316 zeigt eine solche Schaltung für Niederspannungsanlagen mit nur einer Phasenlampe für jede Maschine.

Für Hochspannung werden wieder Meßtransformatoren zwischengeschaltet, wie Fig. 317 zeigt. Dabei kann man durch den Umschalter  $U$  die sekundären Spannungen der Meßtransformatoren so schalten, daß die Lampen bei Phasengleichheit hell brennen oder dunkel bleiben.

Verwendet man für jede Phase eine Lampe (Fig. 318), so müssen bei richtiger Schaltung der drei Phasen alle Lampen zu gleicher Zeit dunkel werden oder gleichmäßig leuchten. Diese Anordnung läßt jedoch nicht erkennen, welche von beiden Maschinen schneller läuft. Für diesen Fall wird folgende Schaltung<sup>1)</sup>

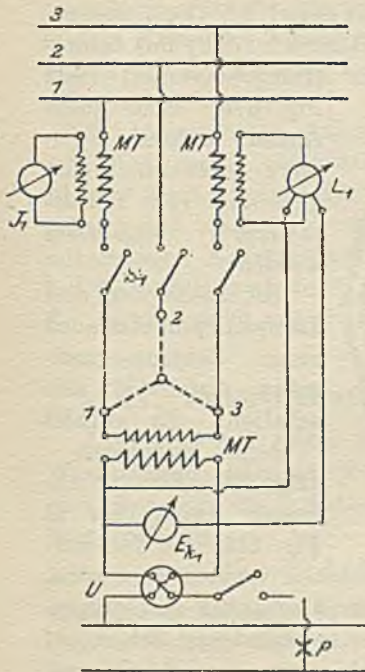


Fig. 317.

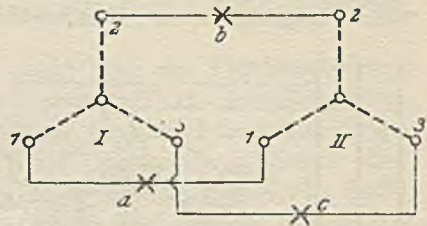


Fig. 318.

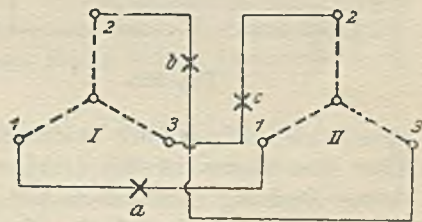


Fig. 319.

angewendet (Fig. 319), wobei die Lampe  $b$  zwischen  $I_2$  und  $II_2$ , die Lampe  $c$  zwischen  $I_3$  und  $II_3$  liegt. Hierbei erglhen und erlöschen die Lampen in einer bestimmten Reihenfolge nacheinander, und zwar ergibt sich dafür folgende Regel: „Läuft die zuzuschaltende Maschine (II) zu langsam, so leuchten die Lampen in der Reihenfolge auf, wie die Phasen der Maschine II denjenigen von I folgen.“

Ordnet man die drei Lampen hinter einer Mattscheibe als Ecken eines gleichseitigen Dreiecks an, so würde sich in diesem

<sup>1)</sup> ETZ. 1896, S. 573.



Fall der Schein in der Richtung  $a, c, b$ , also nach links, bewegen. Eilt die Maschine II vor, so dreht sich der Lichtschein umgekehrt. Bei Phasengleichheit erlischt die Lampe  $a$ , während  $b$  und  $c$  mit konstanter Helligkeit entsprechend der Außenleiterspannung brennen. Bei Hochspannungsanlagen über 13 000 Volt ohne Meßtransformatoren verwendet die General El. Co.<sup>1)</sup> elektrostatische Glühlampen (Geißlersche Röhren u. dgl.) mit beiderseits vorgeschalteten Kondensatoren (Hängeisolatoren) nach Fig. 319. Eine große Anzahl anderer Synchronisierschaltungen sind von Teichmüller<sup>2)</sup> angegeben worden.

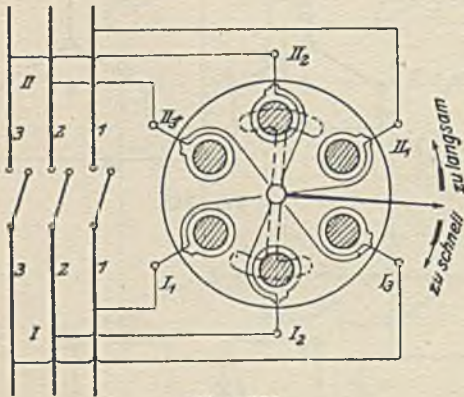


Fig. 320.

An Stelle der drei Lampen kann man auch einen elektromagnetischen Apparat<sup>3)</sup> einschalten. Er enthält sechs Eisenkerne (Fig. 320), deren Wicklungen wie vorher in Fig. 319 mit den entsprechenden Phasen der beiden Maschinen verbunden werden. Über dem Kerne ist frei drehbar ein Eisenanker eingeordnet, dessen Drehung durch einen mit ihm verbundenen Zeiger auf einer weißen Scheibe mit den Bezeichnungen „zu schnell“ und „zu langsam“ angibt, in welcher Weise die zuzuschaltende Maschine reguliert werden soll. Steht der Zeiger still, so ist Periodengleichheit vorhanden. Die Phasengleichheit muß trotzdem durch Lampen oder Phasenindikator festgestellt werden. Andere Synchronisierungsanzeiger werden nach Frahm von Hartmann & Braun<sup>4)</sup> und nach Besag<sup>5)</sup> von Voigt & Häffner gebaut. Die Empfindlichkeit der Phasenvergleicher ist von Teichmüller<sup>6)</sup> und Styff<sup>7)</sup> näher untersucht worden.

<sup>1)</sup> Power, Bd. 42, S. 271; ETZ. 1916, S. 137.

<sup>2)</sup> ETZ. 1909, S. 1039; L. d. Schaltungsschemata, II.

<sup>3)</sup> ETZ. 1903, S. 422. <sup>4)</sup> ETZ. 1910, S. 1307. <sup>5)</sup> ETZ. 1912, S. 135.

<sup>6)</sup> ETZ. 1910, S. 265. <sup>7)</sup> ETZ. 1917, S. 461, 603.

Dienen Gasmaschinen zum Antrieb der Generatoren, welche ihren Ungleichförmigkeitsgrad mit der Belastung ändern, so müssen sie vor dem Einschalten künstlich belastet werden, um starke Stromschwankungen zu vermeiden. Für diesen Zweck verwendet man nach Dettmar<sup>1)</sup> am bequemsten eine Wirbelstrombremse, welche, als Gleichstrom-Elektromagnet ausgebildet, in dem Kranz des Schwungrades Wirbelströme hervorruft, deren Stärke durch die Größe des magnetisierenden Stromes beliebig geändert werden kann.

Bei ausgeführten Anlagen sucht man die Parallelschaltung möglichst durch selbsttätige Apparate<sup>2)</sup> zu bewerkstelligen. Neuere Einrichtungen für völligen Gleichlauf mit zahlreichen Schaltungen sind u. a. von Wolff<sup>3)</sup> angegeben worden. Zur selbsttätigen Konstanthaltung der Spannung eignen sich dabei der Tirrill-Regulator<sup>4)</sup>, der Regler von Brown, Boveri & Co., Schnellregler von Fuß u. a.<sup>5)</sup>

## 11. Untersuchung eines Synchronmotors.

Legt man den Anker eines Wechselstromgenerators an eine Wechselstromquelle, so wird er einen Strom  $J$  aufnehmen, welcher aber trotz des vorhandenen Feldes  $\mathcal{N}$  kein Drehmoment  $M_d$  hervorruft, da

$$M_d = c \cdot J_t \cdot \mathcal{N} = c \cdot J_{\max} \cdot \mathcal{N} \cdot \sin \omega t$$

sinusförmig verläuft, so daß das mittlere Drehmoment einer Periode Null ist. Bewegt man jedoch den Anker, so ändert auch das Feld  $\mathcal{N}$  gegenüber den stromdurchflossenen Leitern seine Richtung. Erfolgt die Änderung des Feldes gleichzeitig mit der Umkehr des Stromes, so behält das Drehmoment immer dieselbe Richtung und die Maschine läuft als Motor. Hat der Wechselstrom die Periodenzahl  $n_1 = \frac{p_1 \cdot n_1}{60}$ ,

<sup>1)</sup> ETZ. 1899, S. 729.

<sup>2)</sup> ETZ. 1899, S. 416; 1900, S. 7; Tech.-Mon. 1912, S. 262.

<sup>3)</sup> El. u. M. Wien. 1910, S. 239.

<sup>4)</sup> El. u. M. Wien. 1906, S. 764; ETZ. 1903, S. 795; 1906, S. 325; 1907, S. 1202, 1224, 1236.

<sup>5)</sup> Natalis, D. cl. Regulierung d. el. Generatoren, Vieweg 1908. Schwaiger, D. Regulierproblem in d. Elekt., Teubner 1909.



wo  $n_1$  und  $p_1$  Drehzahl und Polpaarzahl des Wechselstromerzeugers sind, so ändert der Strom seine Richtung  $2\nu_1$  mal in der Sekunde. Hat der Motor  $2p$  Pole, so ändert sich bei einer Umdrehung das Feld gegenüber einem Stromleiter  $2p$  mal, bei einer Drehzahl  $\frac{n}{60}$  U/sec. ist die Gesamtänderung  $2\nu = \frac{2p \cdot n}{60}$ . Da nun die sekundliche Änderung des Stromes gleich der des Feldes sein muß, so folgt daraus

$$2\nu = 2\nu_1 \quad \text{oder} \quad \frac{p \cdot n}{60} = \frac{p_1 \cdot n_1}{60}$$

und daraus die Drehzahl des Motors  $n = \frac{p_1 \cdot n_1}{p}$ . Nun entspricht aber  $n$  der synchronen Drehzahl, mit welcher die Maschine laufen müßte, um als Generator einen Wechselstrom von derselben Periodenzahl  $\nu$  zu erzeugen. Man bezeichnet daher diesen Motor als Synchronmotor. Da er nur dann ein Drehmoment erzeugt, wenn er synchron läuft, so muß seine Drehzahl bei jeder Belastung konstant bleiben. Wird die Belastung größer als das entwickelte Drehmoment, so bleibt er ziemlich schnell stehen, man sagt dann, er sei aus dem Tritt gekommen. Hätte man den rotierenden Teil in der umgekehrten Richtung bewegt, so würde der Motor in dieser Richtung ebenfalls laufen.

**Der einphasige Synchronmotor läuft also von selbst nicht an, sondern muß erst durch eine äußere Kraft auf Synchronismus gebracht werden. Die Drehrichtung ist beliebig.**

Hat der Anker eine Dreiphasenwicklung, so erzeugt er ein Drehfeld, welches mit der Drehzahl  $n = \frac{\nu \cdot 60}{p}$  rotiert. Da aber infolge des rotierenden Feldes die magnetische Induktion an der Stelle eines Ankerleiters ihre Größe und Richtung mit der Periodenzahl  $\nu$  ändert, so können wir das Drehfeld durch ein feststehendes Wechselfeld und dieses durch einen gleichwertigen Wechselstrom ersetzt denken, der in einer als Einphasenanker gedachten Wicklung fließt. Es muß sich demnach der Dreiphasen-Synchronmotor genau so verhalten, wie der Einphasenmotor, d. h. er läuft von selbst nicht an, sondern muß erst auf Synchronismus gebracht werden. Schaltet man eine Phase der Drehstromleitung ab, so läuft er als Einphasenmotor mit derselben Drehzahl weiter.

Da sich die Wicklung in einem Magnetfelde bewegt, so wird

in ihr wie in einem Generator eine EMK  $E_g$  induziert, welche mit der elektromotorischen Gegenkraft eines Neberschlußmotors vergleichbar ist. Würde man den Motor ohne weiteres an das Netz anschließen, dann würde je nach dem Phasen- und Größenunterschied der Klemmenspannung  $E_k$  und der EMK  $E_g$  unter Umständen eine starke Stromschwankung im Netz auftreten. Man muß daher den Anschluß nach den für das Parallelschalten von Generatoren angegebenen Vorschriften ausführen. Der Motor wird zu dem Zweck durch einen besonderen Antriebsmechanismus auf normale Drehzahl gebracht, das Magnetfeld so weit eingestellt, daß  $E_g = E_k$  ist, und der Schalter eingelegt, wenn die Phasenlampe durch Erlöschen anzeigt, daß  $E_g$  gegen  $E_k$  um  $180^\circ$  verschoben ist. Schaltet man den mechanischen Antrieb ab, so läuft der Motor synchron weiter. Wäre er ein idealer Motor, d. h. ein solcher ohne Verluste, so würde er keinen Strom aufnehmen, da er keine Leistung abgibt, sondern leertläuft. Nun treten aber in einem praktisch ausgeführten Motor Verluste durch Reibung und im Eisen auf, welche eine Aufnahme von elektrischer Energie bewirken. Infolgedessen muß der Motor einen Strom aufnehmen, was jedoch nur möglich ist, wenn die Summe der in dem Kreise des Motors vorhandenen EMKe nicht Null ist. Da aber die gemessenen Werte von  $E_k$  und  $E_g$  gleich groß waren, so kann die Resultante der beiden nur dann von Null verschieden sein, wenn die Phasenverschiebung kleiner als  $180^\circ$  wird, d. h.  $E_g$  der Spannung  $E_k$  nachhilt. Dieses Ergebnis haben wir aber schon im vorigen Versuch gefunden. Die Phase von  $E_g$  ändert sich mit der Stellung der Feldmagnete relativ zur Ankerwicklung, es muß demnach der rotierende Teil gegenüber dem feststehenden mit größerer Belastung eine immer größer werdende Relativverschiebung bei konstanter Drehzahl annehmen.

Diese physikalischen Vorgänge lassen sich nach Blondel<sup>1)</sup> bequem zeichnerisch behandeln. Gehen wir dabei (Fig. 321) von der konstanten Klemmenspannung  $E_k$  aus, so würde bei absolutem Leerlauf (d. h. ohne Verluste)  $E_g$  genau um  $180^\circ$  dagegen verschoben sein. Ist der Wechselstromwiderstand  $W = \sqrt{R_a^2 + S^2}$  und  $\text{tg } \delta = \frac{S}{R_a}$  gegeben, und wird eine bestimmte Erregung

<sup>1)</sup> Lum. El. 1892, S. 415, 465, 557; Moteurs synchrones à courants alternatifs, par A. Blondel. 1901. Paris, Encyclopédie Léauté.



konstant gehalten, so muß  $E_g$  bei verschiedener Belastung um den  $\sphericalangle \Theta$  gegen  $E_k$  nacheilen und der Endpunkt  $B$  sich auf einem Kreise um  $A$  bewegen. Die Resultierende  $OB$  ist dann gleich der Spannung  $J \cdot W$ , welche bei dem Widerstand  $W$  den Strom  $J$  erzeugt. Die Strecke  $OB$  ist daher ein Maß für den Strom, welcher um den  $\sphericalangle \delta$  nacheilend einzuzuzeichnen ist. Da nun  $\delta$  konstant bleibt und  $B$  sich auf einem Kreise bewegt, so liegt auch der

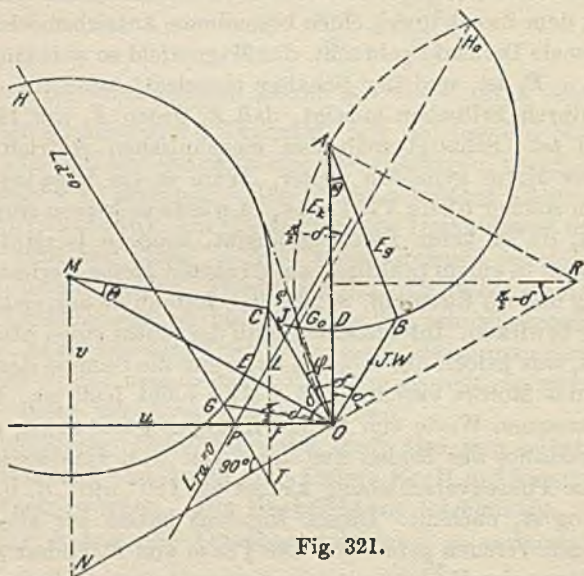


Fig. 321.

Endpunkt  $C$  des Stromes  $J = OC$  auf einem Kreise, dessen Mittelpunkt  $M$  folgendermaßen bestimmt wird:

Für die resultierende Spannung  $OD$  wird  $J$  ein Minimum gleich  $OE$ . Der Mittelpunkt  $M$  liegt also auf der Verlängerung von  $OE$  d. h. auf einer um den  $\sphericalangle \delta$  gegen  $E_k = OA$  geneigten Geraden. Nun sind die Dreiecke  $MCO$  und  $ABO$  einander ähnlich; denn es ist

$$\sphericalangle COM = \sphericalangle BOA,$$

da sie sich mit dem  $\sphericalangle \varphi$  zu  $\delta$  ergänzen,  $\sphericalangle MCO = \sphericalangle ABO$ , folglich auch  $\sphericalangle CMO = \sphericalangle BAO = \Theta$ .

Für ähnliche Dreiecke gilt aber die Beziehung, daß die homologen Seiten in einem bestimmten Verhältnis zueinander stehen.

Hierbei war  $\frac{CO}{OB} = \frac{J}{J \cdot W} = \frac{1}{W}$ ,

folglich ist auch  $\frac{CM}{AB} = \frac{1}{W}$  und  $\frac{OM}{OA} = \frac{1}{W}$

oder  $CM = \frac{E_g}{W}$  und  $OM = \frac{E_k}{W}$ .

Damit ist auch die Strecke  $OM$  bekannt, da  $E_k$  und  $W$  gegebene Größen sind.

Aus diesem Blondelschen Diagramm<sup>1)</sup> kann man jetzt alle für die Arbeitsweise des Synchronmotors in Frage kommenden Größen entnehmen, man bezeichnet es daher auch als

### a) Arbeitsdiagramm des Synchronmotors für konstante Klemmenspannung und Erregung bei veränderlicher Belastung.

Darin stellen alle Strahlen  $OC$  von  $O$  nach dem Kreise um  $M$  den aufgenommenen Strom  $J$  dar. Der  $\sphericalangle COA$  zwischen  $J$  und  $E_k$  ist gleich  $\varphi$ . Die eingeführte Leistung

$$L_e = E_k \cdot J \cdot \cos \varphi = c \cdot J \cdot \cos \varphi$$

ist proportional dem Leistungsstrom, welcher durch die Strecke

$$CF = OC \cdot \cos \varphi \quad \text{dargestellt wird.}$$

Die dem Drehmoment, welches zwischen Feld und Anker auftritt, entsprechende Leistung in Watt ist in jedem Augenblick durch die Gleichung  $L_{dt} = c \cdot \mathfrak{N}_t \cdot J_t = E_{gt} \cdot J_t$  gegeben.

Für verschiedene Belastungen eilt  $E_g$  gegen  $J$  um den  $\sphericalangle \psi$  nach, so daß für einen Strom  $J_t = J_{\max} \cdot \sin \omega t$  die induzierte EMK nach der Gleichung

$$E_{gt} = E_{g_{\max}} \cdot \sin(\omega t - \psi)$$

verlaufen muß. Durch Einsetzen dieser Werte wird

$$L_{dt} = E_{g_{\max}} \cdot J_{\max} \cdot \sin \omega t \cdot \sin(\omega t - \psi)$$

und die mittlere Leistung

$$L_d = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T L_{dt} \cdot dt = E_{g_{\max}} \cdot J_{\max} \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \sin \omega t \cdot \sin(\omega t - \psi) \cdot dt$$

$$L_d = \frac{E_{g_{\max}} \cdot J_{\max}}{2} \cdot \cos \psi = E_g \cdot J \cdot \cos \psi \quad \text{Watt.}$$

<sup>1)</sup> Ind. El. 1895, S. 45, 73, 123; ETZ. 1895, S. 262; Ecl. El. 1895, S. 436 (Guilbert); ETZ. 1896, S. 300, 312 (Ossanna).



$E_g$  war im Diagramm konstant, also wird das in Watt ausgedrückte Drehmoment proportional  $J \cdot \cos \psi$ .

Da  $J$  niemals Null werden kann, so wird  $M_d = 0$ , wenn  $\psi = 90^\circ$  ist. Dafür muß  $E_g$  auf  $J$  senkrecht stehen, oder mit  $J \cdot W$  den  $\frac{\pi}{2} + \delta$  einschließen. Das ist nur möglich, wenn der Endpunkt von  $E_g$  auf einem Kreisbogen über der Sehne  $OA$  liegt, dessen Peripheriewinkel im entgegengesetzten Kreisabschnitt gleich  $\frac{\pi}{2} - \delta$ , oder dessen Zentriwinkel  $2\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right)$  ist.

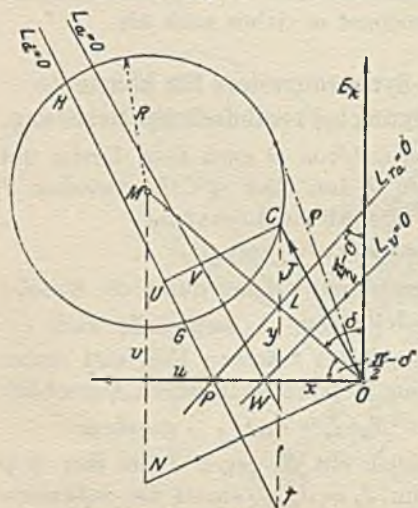


Fig. 322.

den  $\delta$  gegen  $OG_0$  und  $OH_0$  geneigt sind.

Zur zeichnerischen Darstellung des Drehmoments in dieser Figur bedienen wir uns der Konstruktionen, die zur Darstellung des Stromwärmeverlustes und der Leistung von Ossanna<sup>1)</sup> und Bragstad<sup>2)</sup> angegeben sind.

Es sei in Fig. 322 der geometrische Ort des Stromvektors  $J$  ein Kreis, dessen Gleichung allgemein

$$(x - u)^2 + (y - v)^2 = R^2$$

<sup>1)</sup> ZfE. 1899, Heft 19—21; ETZ. 1900, S. 712.

<sup>2)</sup> Beitrag zur Theorie und Untersuchung der asynchronen Mehrphasenmotoren. Samml. el. Vorträge. III. 8/9.

sein soll, dann ist der in einem Widerstande  $R_a$  auftretende Stromwärmeverlust  $J^2 \cdot R_a = (x^2 + y^2) \cdot R_a$ .

Ersetzt man darin  $x^2 + y^2$  aus obiger Gleichung durch

$$R^2 - u^2 - v^2 + 2x \cdot u + 2y \cdot v = 2x \cdot u + 2y \cdot v - \rho^2$$

worin

$$-\rho^2 = R^2 - u^2 - v^2$$

gesetzt ist, so ergibt sich

$$J^2 \cdot R_a = 2 \cdot v \cdot R_a \cdot \left( y + \frac{u}{v} \cdot x - \frac{\rho^2}{2v} \right) = 2 \cdot v \cdot R_a \cdot (y - y_1).$$

Hierin ist

$$-y_1 = \frac{u}{v} \cdot x - \frac{\rho^2}{2v} \quad \text{oder} \quad x \cdot u + y_1 \cdot v - \frac{\rho^2}{2} = 0$$

die Gleichung einer Geraden mit den Koordinaten  $x$  und  $y_1$ .

Diese Gerade (die sog. Halbpolare) steht senkrecht zur Zentrale  $OM$  ( $y_3 = \frac{v}{u} \cdot x$ ), da ihr Richtungskoeffizient negativ reziprok ist, halbiert die Tangente

$$\rho = \sqrt{u^2 + v^2 - R^2}$$

an den Kreis und schneidet die Abszisse in einem Punkt  $P$ , dessen Abstand von  $O$  gegeben ist durch

$$x_1 = \frac{\rho^2}{2 \cdot u}.$$

Geometrisch findet man  $OP = x_1$  nach der Gleichung  $x_1 : \frac{\rho}{2} = \rho : u$  mit Hilfe des Sekantensatzes, indem man durch die Erdpunkte von  $\rho$ ,  $u$  und den Mittelpunkt von  $\rho$  einen Kreis legt, der die  $x$ -Achse in  $P$  schneidet.

Diese Linie bezeichnen wir als Stromwärme-Verlustlinie ( $L_{ra} = 0$ ). Dann gibt die Differenz der Ordinaten  $y - y_1 = CL$  multipliziert mit  $2 \cdot v \cdot R_a$  den Verlust durch Stromwärme für den zugehörigen Strom  $J = OC$  an. Man kann jedoch auch den Abstand des Punktes  $C$  von der Verlustlinie  $L_{ra} = 0$  als Maß des Stromwärmeverlustes ansehen. Ist der Winkel zwischen  $E_k$  und  $OM$  gleich  $\delta$ , so wird  $\sphericalangle MOP = \frac{\pi}{2} - \delta$ , folglich schneidet die Verlustlinie den Vektor von  $E_k$  ebenfalls unter dem  $\sphericalangle \frac{\pi}{2} - \delta$ . Da nun die Linie  $G_0H_0$  in Fig. 321 ebenfalls unter dem  $\sphericalangle \frac{\pi}{2} - \delta$  gegen  $E_k$  geneigt ist, so muß die Verlustlinie zu  $G_0H_0$  parallel laufen.



Die auf den Anker zur Erzeugung des Drehmoments  $M_d$  übertragene Leistung  $L_d = E_g \cdot J \cdot \cos \varphi$

läßt sich ausdrücken durch die eingeführte Leistung  $L_e$  und den Stromwärmeverlust  $L_{r_a}$  nach der Gleichung

$$L_d = L_e - L_{r_a} = E_k \cdot J \cdot \cos \varphi - J^2 \cdot R_a.$$

Die Leistungskomponente des Stromes ist nach Fig. 322  $J \cdot \cos \varphi = y$ , so daß

$$\begin{aligned} L_d &= E_k \cdot y - 2 \cdot v \cdot y \cdot R_a - 2 u \cdot x \cdot R_a + e^2 \cdot R_a \\ &= (E_k - 2 v \cdot R_a) \cdot \left[ y - \frac{2 u}{\frac{E_k}{R_a} - 2 v} \cdot x + \frac{e^2}{\frac{E_k}{R_a} - 2 v} \right] \end{aligned}$$

wird, oder

$$L_d = (E_k - 2 v \cdot R_a) \cdot (y - y_2),$$

worin sich

$$y_2 = \frac{2 u}{\frac{E_k}{R_a} - 2 v} \cdot x - \frac{e^2}{\frac{E_k}{R_a} - 2 v}$$

als die Gleichung einer Geraden mit den Koordinaten  $x$  und  $y_2$  darstellt, deren Richtungskoeffizient  $\frac{u}{\frac{E_k}{2 R_a} - v}$  ist. Sie steht da-

her senkrecht auf einer Geraden durch  $O$ , deren Richtung durch

$$x_2 = v \quad \text{und} \quad y_2 = - \left( \frac{E_k}{2 R_a} - v \right) = v - \frac{E_k}{2 R_a}$$

gegeben ist, und schneidet die Abszissenachse in einem Punkt

$$x_2 = \frac{e^2}{2 u} = x_1,$$

d. h. sie geht durch denselben Punkt  $P$  wie die Verlustlinie  $L_{r_a} = 0$  in Fig. 322. Die Ordinatendifferenz  $y - y_2 = CT$  zwischen dem Kreis und dieser Linie (Fig. 321) multipliziert mit  $(E_k - 2 v \cdot R_a)$  gibt die dem Drehmoment  $M_d$  entsprechende Leistung

$$L_d = CT \cdot (E_k - 2 v \cdot R_a)$$

an, man bezeichnet deswegen diese Gerade als Drehmomentlinie ( $L_d = 0$ ). Da für die Schnittpunkte  $G$  und  $H$  der Wert  $L_d = 0$  ist, so sind sie mit den in Fig. 321 auf andere Weise (S. 398) gefundenen identisch. Wir können nun die Drehmomentlinie

dadurch erhalten, daß wir  $MN = \frac{E_k}{2R_a}$  nach unten abtragen,  $N$  mit  $O$  verbinden und darauf eine Senkrechte errichten, welche durch  $P$  geht.

Der konstante Faktor  $E_k - 2v \cdot R_a$ , mit dem die in Amp. gemessenen Ordinatendifferenzen  $CT$  multipliziert werden, um die Leistung zu erhalten, kann auch in den Ausdruck  $E_k \cdot (1 - 2 \cdot \cos^2 \delta)$  umgeformt werden, da

$$v = OM \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) = \frac{E_k}{W} \cdot \cos \delta \quad \text{und} \quad R_a = W \cdot \cos \delta$$

ist. Man kann jedoch auch das von  $C$  auf die Drehmomentlinie gefällte Lot  $CU$  (Fig. 322) als Maß für das Drehmoment ansehen, denn der  $\sphericalangle UCT$  bleibt für alle Punkte  $C$  konstant und ist gleich dem Winkel zwischen  $M_d = 0$  und der  $x$ -Achse von der Größe  $\pi - 2\delta$ , da sich beide mit  $\sphericalangle CTU$  zu  $90^\circ$  ergänzen.

Aus dem  $\triangle UCT$  folgt:

$$UC = CT \cdot \cos(\pi - 2\delta) = \frac{L_d}{E_k - 2v \cdot R_a} \cdot \cos(\pi - 2\delta)$$

woraus 
$$L_d = UC \cdot \frac{E_k - 2v \cdot R_a}{\cos(\pi - 2\delta)} = UC \cdot \frac{E_k \cdot (1 - 2\cos^2 \delta)}{-\cos 2\delta}$$

oder 
$$L_d = UC \cdot E_k \quad \text{Watt}$$

folgt, da 
$$1 - 2\cos^2 \delta = -\cos 2\delta \quad \text{ist.}$$

Von der für die Erzeugung des Drehmoments erforderlichen Leistung geht ein Teil  $L_e + L_{hw}$  durch Reibung, Hysteresis und Wirbelströme im Eisen und Kupfer verloren, so daß die an der Riemenscheibe des Motors abgegebene Leistung

$$L_a = L_d - (L_e + L_{hw})$$

wird. Um  $L_a$  zu erhalten, müssen wir in Fig. 322 die Strecke

$CT$  um ein Stück 
$$\frac{L_e + L_{hw}}{E_k \cdot (1 - 2\cos^2 \delta)}$$

oder  $CU$  um eine Strecke 
$$UV = \frac{L_e + L_{hw}}{E_k}$$

verkürzen. Da der Eisenverlust bei konstanter EMK  $E_g$  von dem Feldstrom  $J \cdot \sin \varphi$  allein abhängig ist, so wird er mit stärkerer Belastung etwas sinken, weil mit steigendem Strom die



Sättigung des Eisens abnimmt. Die Stücke  $UV$  bleiben daher nicht konstant, so daß die Leistungslinie  $L_a = 0$  gegen  $L_d = 0$  eine ganz geringe Neigung besitzt. Sie trifft die Abszisse im Punkt  $W$ . Um nun die Verlustlinie  $L_v = 0$  zu erhalten, zieht man durch  $W$  eine Linie, welche gegen  $L_{ra} = 0$  entsprechend den allmählich kleiner werdenden Eisenverlusten nach oben hin ganz schwach geneigt ist.

Schließlich soll noch das elektrische Güteverhältnis und der Wirkungsgrad bestimmt werden.

Das elektrische Güteverhältnis wird definiert durch

die Gleichung 
$$\eta_e = \frac{L_d}{L_e} = \frac{L_e - L_{ra}}{L_e}$$

Um diesen Ausdruck zeichnerisch darstellen zu können, benutzen wir einen Hilfssatz, welcher das Doppelverhältnis einer von einem Strahlenbündel geschnittenen Geraden behandelt<sup>1)</sup>.

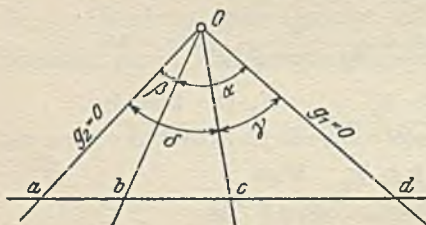


Abb. 323.

In Fig. 323 seien die beiden Geraden  $Od$  und  $Oa$  durch die Gleichungen  $g_1 = 0$  und  $g_2 = 0$  gegeben. Dann wird eine andere Gerade  $Ob$ , welche durch den Schnittpunkt  $O$  geht, durch die Gleichung  $g_1 - p \cdot g_2 = 0$  dargestellt. Die Richtung

ist vom Parameter  $p$  abhängig. Wird  $p = 1$ , so erhält man eine Linie  $Oc$ , welche als Einheitslinie bezeichnet wird, während  $g_1$  und  $g_2$  Grundlinien heißen. Der Parameter  $p$  stellt das Verhältnis der Abstände der Geraden  $g_1$  und  $g_2$  von einem Punkte der Linie

$Ob$  dar. Es ist demnach allgemein 
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = c \cdot p$$

und für die Einheitslinie, wo  $p = 1$  ist, gilt 
$$\frac{\sin \gamma}{\sin \delta} = c,$$

woraus man durch Kombination beider Gleichungen

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} : \frac{\sin \gamma}{\sin \delta} = p$$

<sup>1)</sup> ETZ. 1903, S. 422.

erhält. Werden diese 4 Strahlen von einer Geraden in  $a, b, c, d$  geschnitten, so verhält sich

$$\frac{bd}{cd} = \frac{\Delta bod}{\Delta cod} = \frac{od \cdot ob \cdot \sin \alpha}{od \cdot oc \cdot \sin \gamma}$$

und

$$\frac{ab}{ac} = \frac{\Delta aob}{\Delta aoc} = \frac{ao \cdot ob \cdot \sin \beta}{ao \cdot oc \cdot \sin \delta}$$

Durch Division folgt daraus

$$\frac{bd}{cd} : \frac{ab}{ac} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} : \frac{\sin \gamma}{\sin \delta} = p.$$

Wandert der Punkt  $a$  immer weiter bis ins Unendliche, so

wird

$$\frac{ab}{ac} = 1 \quad \text{und} \quad \frac{bd}{cd} = p.$$

Besitzt  $cd$  die Länge 1, so wird die zu dem Strahl  $ob$  gehörige Größe  $p$  durch  $bd$  dargestellt, wobei dann die Linie  $cd$  parallel zu  $oa$  ist.

Ersetzen wir nun in der Gleichung für  $\eta_e$  die Leistungen durch ihre Gleichungen, so ergibt sich

$$\begin{aligned} \eta_e &= \frac{(E_k - 2 \cdot v \cdot R_a) \cdot (y - y_2)}{E_k \cdot y} \\ &= \frac{E_k - 2v \cdot R_a}{E_k \cdot y} \cdot \left[ y - \frac{2u}{\frac{E_k}{R_a} - 2v} \cdot x + \frac{e^2}{\frac{E_k}{R_a} - 2v} \right]. \end{aligned}$$

Durch Multiplikation mit  $y \cdot \frac{1}{1 - \frac{2v \cdot R_a}{E_k}}$  erhält man

$$y - \frac{2u \cdot x}{\frac{E_k}{R_a} - 2v} + \frac{e^2}{\frac{E_k}{R_a} - 2v} - \eta_e \cdot \frac{y}{1 - \frac{2v \cdot R_a}{E_k}} = 0.$$

Setzt man darin

$$0 = y - \frac{2u \cdot x}{\frac{E_k}{R_a} - 2v} + \frac{e^2}{\frac{E_k}{R_a} - 2v} = g_1$$

und

$$0 = \frac{y}{1 - \frac{2v \cdot R_a}{E_k}} = g_2,$$

so wird die Gleichung die Form  $g_1 - \eta_e \cdot g_2 = 0$  annehmen,



woraus nach den früheren Ableitungen die dem Parameter  $p$  entsprechende Größe

$$\eta_e = \frac{\text{Abschnitt zwischen } g_1 = 0 \text{ und einem Strahl durch } O}{\text{Abschnitt zwischen } g_1 = 0 \text{ und der Einheitslinie } g_1 - g_2 = 0}$$

zeichnerisch gefunden werden kann.

Es ist nämlich die Gleichung  $g_1 = 0$  die Drehmomentlinie ( $L_d = 0$ ), während  $g_2 = 0$  als zweite Grundlinie der Konstruktion die Abszissenachse darstellt. Für  $\eta_e = 1$  wird

$$g_1 - g_2 = 0 = y \cdot v + u \cdot x - \frac{e^2}{2}$$

die Einheitslinie, welche in diesem Fall gleich der Verlustlinie ( $L_{ra} = 0$ ) ist.

Zieht man daher zur Abszissenachse eine Parallele (Fig. 324), welche von der Drehmoment- und Verlustlinie in  $d$  und  $c$  geschnitten wird, und macht man  $dc$  gleich der Einheit, so schneidet ein von  $C$  aus durch  $O$  gelegter Strahl  $Ob$  die Strecke  $db = \eta_e$  ab. Der Schnittpunkt  $O$  entspricht in unserem Arbeitsdiagramm (Fig. 321) dem Punkte  $P$ .

Ähnlich ist der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{L_a}{L_e} = \frac{L_e - L_v}{L_e}$$

zu bilden. Er wird daher in Fig. 325 dargestellt durch den Abschnitt  $mn$  einer Parallelen  $ms$  zur Abszisse von der Länge 1 zwischen der Leistungslinie  $L_a = 0$  und der Linie  $L_v = 0$  des gesamten Verlustes, welchen ein von  $C$  aus durch den Scheitel

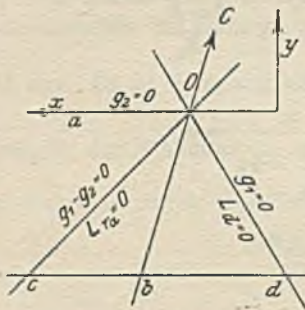


Fig. 324.

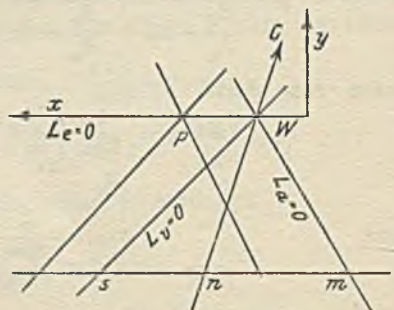


Fig. 325.

$W$  gelegter Strahl  $Wn$  abschneidet. Da hierbei der Erregerverlust  $L_{re}$  nicht berücksichtigt ist, so wird der Wirkungsgrad

$$\eta = m n \cdot \frac{L_e}{L_e + L_{re}}.$$

Auf diese Weise kann man die wichtigsten Betriebseigenschaften des Motors aus dem Diagramm entnehmen und der Übersichtlichkeit wegen in einem rechtwinkligen Koordinatensystem als Funktion der abgegebenen Leistung  $L_a$  darstellen.

Zur Bestimmung des Diagramms nimmt man folgende Größen bei konstanter Periodenzahl  $\nu$  auf:

1. Die Klemmenspannung  $E_k$  und Leerlaufscharakteristik  $f(E_g, J_e)$  zur Bestimmung von  $E_g$  für die im Betrieb erforderliche Erregung  $J_e = \text{konst.}$
2. Den Wechselstromwiderstand  $W = \frac{E_v}{J}$ , indem man bei stillstehendem Motor für verschiedene Ströme  $J$  den Spannungsverlust  $E_v$  und die Leistung  $L_{ra}$  bestimmt.
3. Den Leistungswiderstand

$$R_a = \frac{L_{va}}{J^2}.$$

4. Den Leistungsverlust

$$L_g + L_{hw} = L_0 - J_0^2 \cdot R_a.$$

5. Den Strom  $J_0$  und die Phasenverschiebung  $\varphi_0$  (zur Prüfung der Konstruktion) durch Leerlaufs- und Kurzschlußversuche oder mit einem geeichten Hilfsmotor (s. Hilfsmotormethode S. 301).

Zum Anlassen der Synchronmotoren können verschiedene Methoden entsprechend den vorhandenen Hilfsmitteln angewendet werden.

Ist der Motor ein Teil eines Gleichstrom-Umformeraggregats oder mit einer Gleichstrommaschine gekuppelt, so benutzt man den Gleichstromgenerator als Motor, wenn eine Akkumulatoren-batterie oder eine Gleichstromquelle zur Verfügung stehen.

Treibt der Synchronmotor dagegen allein eine Transmission, so kuppelt man ihn mit einem kleinen Asynchronmotor, dessen Leistung ca.  $10 \div 15\%$  der normalen beträgt. Da dieser aber wegen der Schlüpfung niemals die synchrone Drehzahl erreichen



kann, so erhält er zwei Pole weniger als der Synchronmotor. Die richtige Drehzahl wird durch Veränderung des Anlaßwiderstandes eingestellt.

Auch als Asynchronmotor kann ein Dreiphasen-Synchronmotor angelassen werden. Man schließt die Erregerwicklung kurz, um gefährliche Spannungen zu vermeiden, und gibt dem Motor am besten durch einen Spartransformator eine kleine Spannung so daß der Ankerstrom den zulässigen Wert nicht übersteigt. In der Nähe des Synchronismus angelangt, öffnet man den Kurzschluß der Erregung und erregt mit Gleichstrom, wodurch der Motor in Synchronismus hineinfließt.

### b) Verhalten des Synchronmotors bei konstanter Klemmenspannung $E_k$ , Drehmoment $M_d = \text{konst.}$ und veränderlicher Erregung.

Bisher war für die Untersuchung des Synchronmotors angenommen, daß die elektromotorische Gegenkraft  $E_g$  und damit

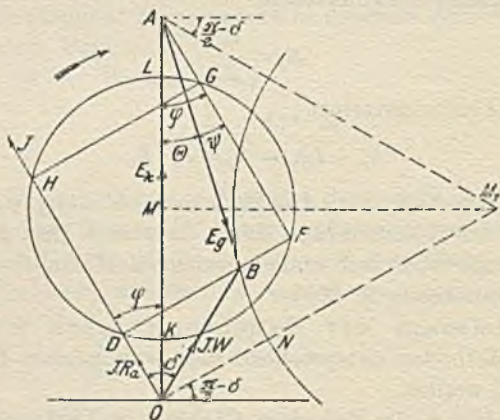


Fig. 326.

der Erregerstrom konstant blieb. Es soll nun festgestellt werden, wie  $J$  beeinflusst wird, wenn man den Erregerstrom  $J_e$  und damit  $E_g$  bei konstanter Spannung  $E_k$  und konstantem Drehmoment  $M_d$  verändert. Dazu verwenden wir das von Blondel<sup>1)</sup> angegebene bipolare Diagramm.

<sup>1)</sup> Ecl. El. 1901.

Gehen wir dabei wieder (Fig. 326) von einer Vertikalen  $OA = E_k$  aus, ziehen unter einem beliebigen  $\sphericalangle \Theta$  die Linie  $AB = E_g$ , dann ist die Resultierende  $OB = J \cdot W$ . Ist in

$$W = \sqrt{R_a^2 + S^2}$$

der Leistungswiderstand  $R_a$  gegeben, so ist die Richtung von  $J$  ebenfalls bestimmt, und zwar ist  $J$  um einen  $\sphericalangle \delta = \arccos \frac{R_a}{W}$  gegen  $OB$  oder einen  $\sphericalangle \varphi$  gegen  $E_k$  nachteilend. Außerdem ist damit  $OD = J \cdot R_a$  und  $DB = J \cdot S$  bestimmt. Da  $\psi = \varphi - \Theta$  (Motor) und die Drehmoment-Leistung (gemessen in Watt)

$$L_d = E_g \cdot J \cdot \cos \psi = J \cdot (E_g \cdot \cos \psi)$$

war, so kann man diese durch ein Rechteck darstellen, dessen Seiten zu  $J$  und  $E_g \cdot \cos \psi$  in einfacher Beziehung stehen. Zieht man zu dem Zweck von  $A$  eine Parallele zur Richtung von  $J$ , so schneidet sie die Verlängerung von  $DB$  in  $F$ ,

so daß

$$AF = E_g \cdot \cos \psi$$

ist. Die Größe  $J$  ist der Linie  $OD$  proportional, und zwar

$$J = \frac{OD}{R_a}, \quad \text{folglich wird} \quad L_d = \frac{OD \cdot AF}{R_a}.$$

Trägt man auf  $AF$  die Strecke  $AG = OD$  ab und zieht durch  $G$  eine Parallele  $GH$  zu  $FD$ , so wird  $OH = AF$  und damit

$$L_d = \frac{OD \cdot OH}{R_a}.$$

Soll das Drehmoment konstant bleiben, so muß  $OD \cdot OH = \text{konst.}$  sein. Nach dem Sekantensatz liegen dann die Punkte  $D$  und  $H$  auf einem Kreise, der auch durch  $G$  und  $F$  gehen muß, damit das Viereck  $DHGF$  für jede Lage von  $OD$  rechtwinklig bleibt.

Der geometrische Ort für die Endpunkte aller Ströme

$$J = \frac{OD}{R_a}$$

wird also ein Kreis, dessen Mittelpunkt  $M$  auf der Mitte von  $OA$  liegt. Der Radius  $r$  ergibt sich aus folgender Betrachtung:

$$OK \cdot OL = OD \cdot OH = L_d \cdot R_a.$$

Darin ist  $OK = \frac{E_k}{2} - r$  und  $OL = \frac{E_k}{2} + r$ ,



woraus folgt 
$$\left(\frac{E_k}{2} - r\right) \cdot \left(\frac{E_k}{2} + r\right) = L_d \cdot R_a$$

und 
$$\frac{E_k^2}{4} - r^2 = L_d \cdot R_a \quad \text{oder} \quad r = \sqrt{\frac{E_k^2}{4} - L_d \cdot R_a}.$$

Da sich der Punkt  $D$  auf einem Kreise bewegt, so ist bei dem

$$\sphericalangle DOB = \delta = \text{konst.}$$

der geometrische Ort für den Endpunkt  $B$  des Spannungsabfalls  $OB$  auch ein Kreis. Sein Mittelpunkt  $M_1$  muß, wie im Arbeitsdiagramm für den Mittelpunkt  $M$  des Stromkreises schon erklärt worden ist, aus Symmetriegründen auf den von  $O$  und  $A$  aus um den  $\sphericalangle \delta$  gegen  $OA$  geneigten Strahlen  $OM_1$  und  $AM_1$  liegen. Da  $M_1$  senkrecht über  $M$  liegt, so ist die Entfernung

$$OM_1 = \frac{OM}{\cos \delta} = \frac{E_k}{2 \cdot \cos \delta}.$$

Aus diesem Diagramm erkennt man, daß der Strom  $J$  für verschiedene Erregungen seine Größe und Richtung ändert und für eine bestimmte mittlere Erregung ein Minimum und außerdem in Phase mit der Klemmenspannung  $E_k$  ist. Für Untererregung wirkt also der Synchronmotor wie eine Selbstinduktion, wobei  $\varphi$  nachteilig ist, für Übererregung dagegen wie eine Kapazität, die eine Voreilung des Stromes  $J$  gegen die Spannung  $E_k$  hervorruft. Man kann daher den übererregten Synchronmotor zum Ausgleich der in einer mit vielen kleinen Asynchronmotoren belasteten Fernleitung auftretenden Phasennacheilung mit Vorteil verwenden. Stellt man die diesem Diagramm entnommenen Werte von  $J$  als Funktion der EMK  $E_g$  (Fig. 327) zeichnerisch dar, so erhält man als

$$f(J, E_g), M_d = \text{konst.}$$

$V$ -ähnliche Kurven, wie sie zuerst von Mordey (1892) und Kolben<sup>1)</sup> experimentell aufgenommen sind. Die Gleichung dieser  $V$ -Kurven kann nach Simons<sup>2)</sup> mittels des Signierprinzips von Reuschle dargestellt werden.

In derselben Weise bestimmt man für einen oder mehrere andere Werte des Drehmoments die Kurven. Für  $M_d = 0$  werden die beiden Zweige Stücke von zwei aufeinander mit ihren Achsen

<sup>1)</sup> ETZ. 1895, S. 802.    <sup>2)</sup> ETZ. 1912, S. 562.

senkrecht stehenden Ellipsen, wenn der induktive Widerstand  $S$  bei verschiedenen Belastungen konstant bleibt und die Spannungs- und Stromkurven sinusförmig verlaufen. Beides trifft in Wirklichkeit nicht zu. Infolgedessen erhält man beim Minimalstrom nicht  $\cos \varphi = 1$ , sondern einen Höchstwert des Leistungsfaktors, der kleiner als 1 ist, wegen des Einflusses der höheren Harmonischen. In welcher Weise diese auf das Verhalten des Motors einwirken, hat Bloch <sup>1)</sup> experimentell untersucht.

Ist die Leerlaufscharakteristik  $f(E_g, J_e)$  des Motors bekannt, so kann man zu den Werten  $E_g$  die entsprechenden von  $J_e$  entnehmen und die Kurven als  $f(J, J_e)$  darstellen. Anfangs stimmen sie mit den in Fig. 327 angegebenen überein, mit zunehmender Sättigung weichen sie jedoch etwas davon ab.



Fig. 327.

Zur Bestimmung des für die Ermittlung der  $V$ -Kurven erforderlichen Diagramms sind folgende Aufnahmen notwendig:

1. Die Klemmenspannung  $E_k$ .
2. Die dem Motor bei einem bestimmten Drehmoment  $M_d$  zugeführte Leistung  $L_e$  und der Strom  $J$ , woraus

$$\cos \varphi = \frac{L_e}{E_k \cdot J} \text{ bestimmt werden kann.}$$

3. Der Wechselstromwiderstand  $W = \sqrt{R_a^2 + S^2}$  und der Leistungswiderstand  $R_a$ .
4. Die Leerlaufscharakteristik  $f(E_g, J_e)$ ,  $\nu = \text{konst.}$

Man kann auch die  $V$ -Kurven direkt durch Messung bestimmen, indem man den Motor zur bequemen Regulierung und Konstanthaltung des Drehmoments am besten mit einem direkt gekuppelten Gleichstromgenerator belastet und für verschiedene Erregungen  $J_e$  die Ankerströme  $J$  des Motors abliest. Allerdings ist damit ein großer Energieverbrauch verbunden.

<sup>1)</sup> Samml. el. Vortr. V. 7/8.



## 12. Untersuchung eines asynchronen Mehrphasenmotors.

Das Verhalten eines asynchronen Mehrphasenmotors läßt sich aus der Wirkungsweise des allgemeinen Transformators ableiten. Diese Aufgabe ist schon im Jahre 1890 von Steinmetz und 1892 von Heyland behandelt worden, wobei jedoch die Streuungsverhältnisse bzw. -verluste unberücksichtigt gelassen sind. Auf der Grundlage der weiteren Arbeiten von Dobrowolsky<sup>1)</sup>, Sahulka<sup>2)</sup>, Heyland<sup>3)</sup>, Blondel<sup>4)</sup>, Behrend<sup>5)</sup>, Heubach<sup>6)</sup>, Ossanna<sup>7)</sup> haben sich allmählich zwei Darstellungen als zweckmäßig erwiesen, nämlich das Diagramm von Heyland-Behrend und dasjenige von Ossanna.

### a) Das Diagramm von Heyland-Behrend.

Es gelten für den Transformator folgende Gleichungen:

$$\text{I. } E_{k_{1t}} = J_{1t} \cdot R_1 + w_1 \cdot \frac{d\mathfrak{N}}{dt} + w_1 \cdot \frac{d\mathfrak{N}_{s_1}}{dt}.$$

$$\text{II. } -w_2 \cdot \frac{d\mathfrak{N}}{dt} = J_{2t} \cdot R_2 + E_{k_{2t}} + w_2 \cdot \frac{d\mathfrak{N}_{s_2}}{dt}.$$

Bezogen auf den Drehstrommotor bedeuten darin  $\mathfrak{N}$  das beiden Wicklungen gemeinsame Drehfeld für eine Phase,  $\mathfrak{N}_{s_1}$  und  $\mathfrak{N}_{s_2}$  die vom primären und sekundären Teil erzeugten pulsierenden Streufelder.

Machen wir vorläufig die Vereinfachung, daß der Spannungsverlust  $J_1 \cdot R_1$  nicht berücksichtigt werden soll, dann wird im Diagramm  $E_{s_1}$  und  $E_{r_1}$  zusammenfallen und das Primär-diagramm erhält folgende Form (Fig. 328), entsprechend der Gleichung

$$E_{k_{1t}} \approx w_1 \cdot \frac{d\mathfrak{N}}{dt} + w_1 \cdot \frac{d\mathfrak{N}_{s_1}}{dt} \approx E_{1t} + E_{s_{1t}}.$$

1) ETZ. 1891, S. 149.

2) ETZ. 1892, S. 119.

3) ETZ. 1894, S. 561; 1895, S. 649; 1896, S. 138, 632; El. April 1896; Exp. Untersuch. a. Induktionsmotoren, Samml. cl. Vortr. II, 2.

4) Ecl. El. 1895, S. 597; ETZ. 1896, S. 366.

5) ETZ. 1896, S. 63; 1900, S. 591.

6) ETZ. 1900, S. 73, 97.

7) ZfE. 1899, S. 223; ETZ. 1900, S. 712.

Für einen Läufer (Rotor) mit einem Kurzschlußanker ist die Klemmenspannung  $E_{k_2} = 0$ . Da ferner keine Selbstinduktion vorhanden ist, so ergibt sich für die sekundäre Seite nach der Gleichung

$$-w_2 \cdot \frac{d\mathfrak{N}}{dt} = J_{2t} \cdot R_2 + w_2 \cdot \frac{d\mathfrak{N}_{s_2}}{dt}$$

oder

$$E_{2t} = J_{2t} \cdot R_2 + E'_{s_2t}$$

als Diagramm die Fig. 329.

Infolge der Verschiedenheit der Windungszahlen sind die Maßstäbe beider Diagramme jedoch verschieden. Wir können sie

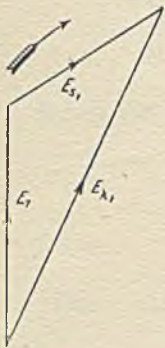


Fig. 328.

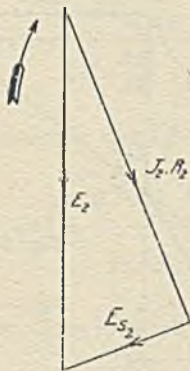


Fig. 329.

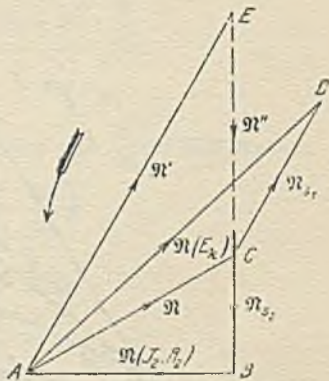


Fig. 330.

aber miteinander vereinigen, wenn wir die Spannungen durch ihre gleichwertigen Felder ersetzen. Da nun ein Feld, welches die Ursache einer Spannung ist, derselben um  $90^\circ$  voreilt, so würden alle Größen um  $90^\circ$  gedreht erscheinen, d. h. die Form der Diagramme würde unverändert bleiben. Man kann daher die EMKe direkt als die Felder ansehen und erhält, da das Feld  $\mathfrak{N}$  beiden Seiten gemeinsam ist, als Felddiagramm des Motors in etwas anderer Lage als vorher Fig. 330.

Zu der Erzeugung des Feldes  $\mathfrak{N}$  liefert, wie wir früher gesehen haben, der primäre Teil einen Beitrag  $\mathfrak{N}'$  und der sekundäre einen solchen von der Größe  $\mathfrak{N}''$ . Diese beiden Komponenten von  $\mathfrak{N}$  lassen sich nun bestimmen, da  $\mathfrak{N}'$  mit  $\mathfrak{N}_{s_1}$  und  $\mathfrak{N}''$  mit  $\mathfrak{N}_{s_2}$  dieselbe Richtung haben müssen. Verlängert man daher  $CB$  und





ist  $\sphericalangle FDG = BHA = \alpha$  als Wechselwinkel, die Winkel bei  $F$  und  $B$  betragen  $90^\circ$ , folglich sind die  $\sphericalangle \delta$  einander gleich.

Dann folgt aus dem Diagramm

$$1. \quad \sin \delta = \sin DGF = \frac{FD}{DG} = \frac{\mathfrak{N}''}{DG}$$

und  $2a. \quad \sin \delta = \sin HAB = \frac{BH}{HA}.$

Setzt man darin

$$BH = EB - EH, \quad HA = AD \cdot \frac{AE}{AF} \quad \text{und} \quad EH = FD \cdot \frac{AE}{AF},$$

da  $\triangle FDA \sim \triangle EHA$  ist, so ergibt sich:

$$\sin \delta = \frac{EB - FD \cdot \frac{AE}{AF}}{AD \cdot \frac{AE}{AF}} = \frac{\mathfrak{N}_2 - \mathfrak{N}'' \cdot \frac{\mathfrak{N}'}{\mathfrak{N}_1}}{\mathfrak{N}(E_k) \cdot \frac{\mathfrak{N}'}{\mathfrak{N}_1}}.$$

Durch die Erweiterung der Gleichung mit  $\frac{\mathfrak{N}''}{\mathfrak{N}_2}$  erhält man:

$$\sin \delta = \frac{\mathfrak{N}'' \cdot \left(1 - \frac{\mathfrak{N}'}{\mathfrak{N}_1} \cdot \frac{\mathfrak{N}''}{\mathfrak{N}_2}\right)}{\mathfrak{N}(E_k) \cdot \frac{\mathfrak{N}'}{\mathfrak{N}_1} \cdot \frac{\mathfrak{N}''}{\mathfrak{N}_2}}.$$

Das Verhältnis  $\frac{\mathfrak{N}'}{\mathfrak{N}_1} = v_1$  und  $\frac{\mathfrak{N}''}{\mathfrak{N}_2} = v_2$

gibt an, welcher Anteil an den Feldern  $\mathfrak{N}_1$  und  $\mathfrak{N}_2$  nutzbar gemacht und wieviel durch Streuung verloren gegangen ist.  $v_1$  und  $v_2$  sind nahezu gleich 1 und werden nach Blondel<sup>1)</sup> als Streufaktoren bezeichnet. Durch Einsetzen in obige Gleichung folgt:

$$2. \quad \sin \delta = \frac{\mathfrak{N}'' \cdot (1 - v_1 \cdot v_2)}{\mathfrak{N}(E_k) \cdot v_1 \cdot v_2}.$$

Aus Gleichung 1 und 2 erhält man

$$DG = \mathfrak{N}(E_k) \cdot \frac{v_1 \cdot v_2}{1 - v_1 \cdot v_2}.$$

Da der magnetische Widerstand des Kraftlinienweges innerhalb der Belastungsgrenzen hauptsächlich von dem des Luftweges abhängig ist, so wird die Permeabilität sich mit der Belastung nur wenig ändern. Man kann daher  $v_1$  und  $v_2$  als nahezu konstant

<sup>1)</sup> Ecl. El. 1895, S. 597; ETZ. 1895, S. 65.



ansehen, so daß damit bei konstanter Klemmenspannung  $E_k$  auch  $DG = \text{konst.}$  wird, d. h. der geometrische Ort des Punktes  $F$  ist ein Kreis, der sog. Heylandsche, über  $DG$  als Durchmesser, da  $\sphericalangle DFG = 90^\circ$  ist.

Setzt man nach Blondel den Streukoeffizienten

$$\tau = \frac{1 - v_1 \cdot v_2}{v_1 \cdot v_2} = \frac{1}{v_1 \cdot v_2} - 1, \text{ so wird } DG = \frac{\mathfrak{N}(E_k)}{\tau} = \frac{AD}{\tau},$$

$$\text{oder} \quad \tau = \frac{AD}{DG},$$

worin z. B. für  $v_1 = v_2 = 0,96$  der Faktor  $\tau = 0,085$  eine kleine Zahl ist.

Heyland bezeichnet als Streufaktor das Verhältnis des Streufeldes  $\mathfrak{N}_s$  zum Nutzfeld  $\mathfrak{N}'$  bzw.  $\mathfrak{N}''$ , und zwar

$$\tau_1 = \frac{\mathfrak{N}_{s_1}}{\mathfrak{N}'} \quad \text{und} \quad \tau_2 = \frac{\mathfrak{N}_{s_2}}{\mathfrak{N}''}.$$

Setzt man  $\mathfrak{N}_{s_1} = \mathfrak{N}_1 - \mathfrak{N}'$  und  $\mathfrak{N}_{s_2} = \mathfrak{N}_2 - \mathfrak{N}''$ , so folgt daraus

$$\tau_1 = \frac{\mathfrak{N}_1}{\mathfrak{N}'} - 1 = \frac{1}{v_1} - 1 \quad \text{und} \quad \tau_2 = \frac{\mathfrak{N}_2}{\mathfrak{N}''} - 1 = \frac{1}{v_2} - 1$$

$$\text{oder} \quad v_1 = \frac{1}{1 + \tau_1} \quad \text{und} \quad v_2 = \frac{1}{1 + \tau_2}.$$

Durch die Heylandschen Streufaktoren ausgedrückt, kann man daher

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_1 \cdot \tau_2 \quad \text{schreiben.}$$

Hopkinson bezeichnet als Streufaktor

$$v_1 = 1 + \tau_1 \quad \text{und} \quad v_2 = 1 + \tau_2.$$

Die Berechnung von  $\tau$  ist von Hobart<sup>1)</sup> angegeben.

Verlängert man  $FD$  und  $AB$  bis zum Schnittpunkt  $K$ , so stellt das Dreieck  $ADK$  das sekundäre Diagramm dar, wobei der geometrische Ort für den Punkt  $K$  ebenfalls ein Kreis ist, da  $\sphericalangle DKA$  immer  $90^\circ$  ist.

Für unsere weiteren Betrachtungen beschränken wir uns vorläufig auf das Dreieck  $AGF$ , da es alle primären Größen enthält, durch welche die Betriebseigenschaften des Drehstrommotors ermittelt werden können<sup>2)</sup>.

1) ETZ. 1903, S. 933; 1904, S. 340.

2) Vgl. auch Breslauer, ETZ. 1900, S. 469.

Legen wir die Seite  $AG$  horizontal (Fig. 332) und schlagen über  $DG$  einen Halbkreis, so ist

$$AF = \mathfrak{N}_1 = c_1 \cdot J_1$$

und

$$FD = \mathfrak{N}'' = v_2 \cdot \mathfrak{N}_2 = v_2 \cdot c_2 \cdot J_2.$$

Wird  $FD = 0$ , so fällt  $AF$  mit  $AD$  zusammen und das von der Spannung  $E_k$  erzeugte Feld  $AD$  wird dann von einem primären Strom  $J_0$  erzeugt, welcher auftritt, wenn  $FD$  oder  $J_2$  gleich Null ist. Die Strecke  $AD$  ist daher dem Leerlaufstrom  $J_0$  proportional oder  $AD = c_1 \cdot J_0$ . Abgesehen vom Maßstab kann man daher für die Felder die

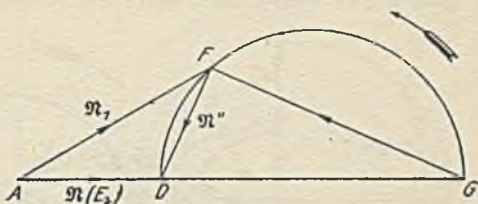


Fig. 332.

Ströme einsetzen, woraus sich Fig. 333 ergibt. Die Richtung der Klemmenspannung  $E_k$  wird darin durch die Senkrechte in  $A$  angegeben, da  $E_k$  als Ursache des Feldes  $\mathfrak{N}(E_k)$  demselben um  $90^\circ$  voreilt.

Dadurch ist man schon imstande, den Phasenverschiebungswinkel  $\varphi$  zwischen  $E_k$  und  $J_1$  zu bestimmen. Der Leistungsfaktor  $\cos \varphi$  wird nun ein Maximum für einen  $\sphericalangle \varphi'$ , wenn  $AF'$  Tangente an den Kreis wird. Zieht man den Radius  $F'O$ , so ist

$$\sphericalangle F'OA = \varphi' \quad \text{und} \quad (\cos \varphi)_{\max} = \cos \varphi' = \frac{F'O}{AO}.$$

Nun ist

$$F'O = \frac{DG}{2} = \frac{\mathfrak{N}(E_k)}{2\tau} = \frac{J_0}{2\tau}$$

und

$$AO = AD + DO = \mathfrak{N}(E_k) + \frac{\mathfrak{N}(E_k)}{2\tau}$$

$$\text{und daraus } \cos \varphi' = \frac{\frac{\mathfrak{N}(E_k)}{2\tau}}{\mathfrak{N}(E_k) + \frac{\mathfrak{N}(E_k)}{2\tau}} = \frac{1}{1 + 2\tau} = (\cos \varphi)_{\max}.$$

Die Größe des Leistungsfaktors ist, wie man sieht, nur von den Streufaktoren  $v_1$  und  $v_2$  und diese von dem Material, der Form des magnetischen Kreises und von den Dimensionen der Nuten und des Luftraumes abhängig.





Durch Einsetzen dieses Wertes erhält man

$$AB = \Re(J_2 \cdot R_2) = FG \cdot \frac{AD}{DG} \cdot \frac{AE}{AF} = FG \cdot \tau \cdot \frac{\Re'}{\Re_1} \quad \text{oder}$$

$$FG = \Re(J_2 \cdot R_2) \cdot \frac{1}{\tau} \cdot \frac{1}{v_1} = \Re(J_2 \cdot R_2) \cdot \frac{v_2}{1 - v_1 \cdot v_2} = c \cdot \Re(J_2 \cdot R_2).$$

Die Linie  $FG$  stellt demnach das Läuferfeld dar. Daher kann man jetzt in Fig. 333 setzen

$$\sigma = c \cdot \frac{FD}{FG} = c \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Errichtet man in einem beliebigen Punkt  $Y$  ein Lot  $YZ$ , so ist

$$\frac{YZ}{YG} = \operatorname{tg} \alpha = \sigma \cdot \text{konst.}$$

und, wenn  $YG$  konstant gehalten wird,  $YZ = c \cdot \sigma$

ein relatives Maß für die Schlüpfung.

Auch die auf den Läufer übertragene oder theoretische Leistung des Läufers  $L_2$  kann man durch eine Linie darstellen.

Bei einem Drehmoment  $M_d$  und einer Winkelgeschwindigkeit

$$\omega_2 \text{ ist dieselbe} \quad L_2 = L_d \cdot \omega_2 = L_e \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1}.$$

Nun war  $L_e = c \cdot FM$ , folglich wird  $L_2 = c \cdot FM \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1}$ .

Teilt man die Linie  $FG$  in  $P$  (Fig. 334), so, daß  $\frac{PG}{FG} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$

ist, und fällt das Lot  $PN$ , so verhält sich  $\frac{PN}{FM} = \frac{PG}{FG} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$

oder  $PN = FM \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{L_2}{c}$ . Somit wird  $L_2 = c \cdot PN$ .

Die Ordinatendifferenz  $FM - PN$  stellt demnach den Stromwärmeverlust im Ständer und Läufer dar.

Verbindet man nun  $P$  mit  $D$  und bezeichnet den  $\sphericalangle FDP$

mit  $\beta$ , so wird  $\frac{FP}{FG} = \frac{FG - PG}{FG} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1} = \sigma$ .

Vorher war aber  $\sigma = c \cdot \operatorname{tg} \alpha = c \cdot \frac{DF}{FG}$ .

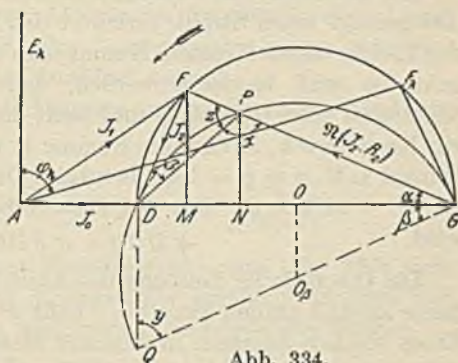


Abb. 334.



folglich  $\frac{FP}{FG} = c \cdot \frac{DF}{FG}$  oder  $\frac{FP}{DF} = \text{konst.}$

Nach der Figur ist aber das Verhältnis  $\frac{FP}{DF} = \text{tg} \beta$ ,

somit ist  $\text{tg} \beta = c$  oder  $\beta = \text{konst.}$  Der geometrische Ort für  $P$  ist demnach ein Kreis durch die Punkte  $DPG$ .

Zur Konstruktion desselben zieht man unter dem  $\sphericalangle \beta$  gegen  $DG$  geneigt einen Strahl, errichtet das Mittellot  $OO_\beta$ , so ist  $O_\beta G$  der Radius dieses Kreises. Nimmt man an, daß der Kreis durch  $P$  geht, so muß bewiesen werden, daß  $\sphericalangle OGO_\beta = \sphericalangle FDP$  ist. Verlängert man  $GO_\beta$  bis  $Q$  und zieht die Linie  $DQ$ , so ist  $QDPG$  ein Kreisviereck, in dem die Summe je zweier gegenüberliegender Winkel z. B.  $x + y = 180^\circ$  beträgt. Da außerdem  $x + z = 180^\circ$  ist, so wird  $z = y$ . Die  $\sphericalangle QDG$  und  $DFP$  sind rechte, daher wird

$$\sphericalangle DGQ = \sphericalangle FDP = \beta.$$

Die theoretische Leistung des Läufers  $L_2 = c \cdot PN$  steigt anfangs an und nimmt dann ab. Fällt  $P$  nach  $G$ , so wird  $L_2 = 0$ . Einen solchen Zustand, in dem der Motor unter voller Spannung still steht, bezeichnet man als Kurzschluß. Hierfür fällt  $F$  nach  $F_k$  und die Linie  $F_k G$  wird Tangente an den Kreis um  $O_\beta$ , so daß  $\sphericalangle \beta$  durch das Lot in  $G$  auf  $F_k G$  erhalten werden kann.

Zur Konstruktion des Diagramms bestimmt man bei konstanter Klemmenspannung  $E_k$  Volt einer Phase und Periodenzahl  $\nu_1$ :

1. bei Leerlauf:

die Stromstärke  $J_0$ , Leistungsaufnahme  $L_0$  und daraus  $\sphericalangle \varphi_0$ ,

2. bei Kurzschluß, d. h. Stillstand des Läufers:

den Kurzschlußstrom  $J_k$ , die Leistung  $L_k$  und daraus  $\sphericalangle \varphi_k$  und mißt

3. den Widerstand einer Phase  $R_1$ .

Zu dem Punkt 2 ist noch zu bemerken, daß man den Kurzschlußversuch bei großen Motoren nicht mit voller Klemmenspannung  $E_k$  ausführen wird, sondern mit einer niedrigeren  $E'_k$ , die bei Kurzschluß einen Strom  $J'_k$  von der Größe des normalen Stromes und eine Leistung  $L'_k$  hervorruft. Man kann nun bei nahezu geradlinigem Verlauf der Kurzschlußcharakteristik Proportionalität zwischen Spannung und Strom sowie  $\cos \varphi_k \approx \text{konst.}$  annehmen (diese Annahme ist wegen der Änderung der Streu-





Leistung  $L_e \equiv FM$ . Mißt man  $FM$  in Amp., d. h. im Maßstab von  $AF_0$ , so wird  $L_e = 3E_k \cdot FM$ . Da nun die dem Drehmoment entsprechende Leistung

$$L_d = \frac{L_e}{\omega_1} = \frac{L_e \cdot p}{2 \cdot \pi \cdot \nu} \quad \text{Watt}$$

war, so ist uns durch  $L_e$  auch der Maßstab von  $L_d$  gegeben. Soll  $M_d$  in kgm erhalten werden, so lautet die Gleichung

$$M_d = \frac{L_d}{9,81} = L_e \cdot \frac{p}{2\pi \cdot \nu} \cdot \frac{1}{9,81} \quad \text{kgm.}$$

In dem Maße von  $L_e$  ist auch die theoretische Leistung  $L_2 \equiv PN$  bestimmt.

Fällt man von  $F_k$  das Lot  $F_k Y$  und hält  $YG$  konstant, so stellt es die Schlüpfung  $\sigma_k = \text{tg } \alpha_k$  bei Kurzschluß dar, womit der Maßstab von  $\sigma$  gegeben ist, da  $F_k Y = 100\%$  beträgt. Bei Leerlauf ist dann schon eine Schlüpfung  $YZ_0$  vorhanden.

Während in Fig. 334 der Leerlaufstrom  $AD = J_0$  war, ist es jetzt  $AF_0$  wegen der im Motor auftretenden Verluste. Es kann daher  $AM_0 \approx AD \approx J_s$  als Feld- oder Magnetisierungsstrom angesehen werden. Die Strecke  $DF$  stellt den Sekundärstrom  $J_2$  oder mit umgekehrtem Vorzeichen die Komponente  $J_1'$  des Primärstromes  $J_1$  zum Ausgleich von  $J_2$  dar. Man kann somit  $J_{1t} = J_1' + J_s$  setzen und erhält als Gleichung des Primärkreises

$$\mathfrak{N}(E_k) - \mathfrak{N}(J_{s_t} \cdot R_1) = \mathfrak{N}(J_1' \cdot R_1) + \mathfrak{N}_t + \mathfrak{N}_{s_t}.$$

Da das Feld  $\mathfrak{N}(E_k)$  in unseren Betrachtungen nicht vorkommt, so brauchen wir die Berichtigung infolge des Feldes  $\mathfrak{N}(J_{s_t} \cdot R_1)$  nicht einzuführen, außerdem ist die linke Seite der Gleichung eine Konstante und das Diagramm behält seine Richtigkeit, solange das Hauptfeld konstant bleibt, was man bei kleinem Ständerwiderstand  $R_1$  nahezu annehmen kann, wenn die Belastung normal ist. Dagegen geht der Teil des Hauptfeldes  $\mathfrak{N}(J_1' \cdot R_1)$  zur Bildung des Läuferfeldes verloren. Das von der Spannung  $J_1' \cdot R_1$  erzeugte Feld ist nun um  $90^\circ$  nachteilig gleich  $FL$  (Fig. 336) einzuzeichnen, so daß das berichtigte Läuferfeld mit Berücksichtigung der Leistungskomponente des primären Spannungsverlustes gleich  $GL$  wird. Im allgemeinen kann man auch  $J_1' \cdot R_1 \approx J_1 \cdot R_1$  setzen. Der primäre Ohmsche Spannungs-

verlust  $J_1 \cdot R_1$  äußert sich demnach als eine Verminderung des wirksamen magnetischen Feldes.

Die Ordinatendifferenz  $FM - LR$  stellt demnach den Stromwärmeverlust im Ständer,  $LR - PN$  denjenigen im Läufer dar.

Auch für den Punkt  $L$  läßt sich ein geometrischer Ort konstruieren. In dem Dreieck  $DFL$  sind nämlich die beiden Seiten

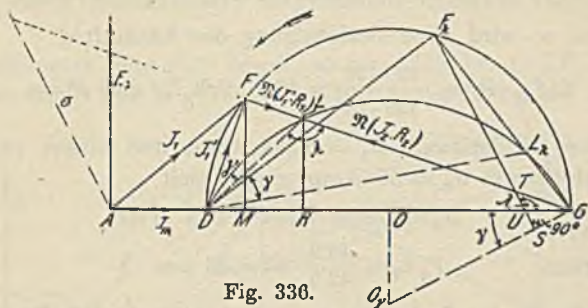


Fig. 336.

$DF$  und  $FL$  dem Strom  $J_1'$  proportional und der  $\sphericalangle DFL = 90^\circ$  für jede beliebige Lage des Punktes  $F$ , folglich bleibt der  $\sphericalangle \gamma = \sphericalangle FDL$  konstant. Es muß also der geometrische Ort des Punktes  $L$  ebenfalls ein Kreis sein, der durch die Punkte  $DLG$  geht. Um diesen Kreis zu zeichnen, bestimmen wir erst am besten den Kurzschlußpunkt  $L_k$ . Dafür ist nun

$$F_k L_k = \mathfrak{N}(J_k \cdot R_1).$$

Da wir vorher die Spannungen durch Felder ersetzt haben, so können wir jetzt umgekehrt ein Feld auch im Spannungsmaßstab ausdrücken. Dazu muß jedoch erst festgestellt werden, welchen Betrag die Strecke  $F_k G$  von dem Hauptfeld  $\mathfrak{N}(E_k)$  ausmacht.

Nun ist nach S. 417  $F_k G = \mathfrak{N}(J_{2k} \cdot R_2) \cdot \frac{v_2}{1 - v_1 \cdot v_2}$  das Läuferfeld bei Kurzschluß, ferner  $AD = \mathfrak{N}(E_k)$

$$\text{und} \quad DG = \frac{\mathfrak{N}(E_k)}{\tau} = \mathfrak{N}(E_k) \cdot \frac{v_1 \cdot v_2}{1 - v_1 \cdot v_2}, \quad \text{woraus}$$

$$AD + DG = AG = \mathfrak{N}(E_k) + \frac{\mathfrak{N}(E_k)}{\tau} = \mathfrak{N}(E_k) \cdot \frac{1}{1 - v_1 \cdot v_2}$$

$$\text{folgt. Somit wird} \quad \frac{\mathfrak{N}(J_{2k} \cdot R_2)}{\mathfrak{N}(E_k)} = \frac{F_k G}{AG} \cdot \frac{1}{v_2} \approx \frac{F_k G}{AG},$$

wenn  $v_2 \approx 1$  gesetzt wird.



In Spannungsmaßstab ist dann

$$\mathfrak{N}(J_{2k} \cdot R_2) = \frac{F_k G}{AG} \cdot E_k \text{ Volt,}$$

worin  $F_k G$  und  $AG$  dem Diagramm entnommen werden können.

Ist z. B. für eine verkettete Spannung

$$E \cdot \sqrt{3} = 120 \text{ Volt, } AG = 139 \text{ mm, } F_k G = 85 \text{ mm}$$

gemessen, so wird ohne Berichtigung das Läuferfeld

$$\mathfrak{N}(J_{2k} \cdot R_2) = \frac{85 \cdot 120}{139 \cdot \sqrt{3}} = 42,5 \text{ Volt für eine Phase.}$$

Bei einem Widerstand  $R_1 = 0,344$  Ohm und einem primären Kurzschlußstrom  $J_k = 55$  Amp. ergibt sich

$$J_k \cdot R_1 = 55 \cdot 0,344 = 18,9 \text{ Volt}$$

und daraus  $F_k L_k = \frac{18,9}{42,5} \cdot 85 = 38 \text{ mm.}$

Damit ist Punkt  $L_k$  bestimmt und der Kreis  $DL_k G$  mit dem Mittelpunkt  $O_y$  für die Berichtigung des Läuferfeldes.

Diese Berichtigung muß nun ebenfalls für alle Größen eingeführt werden, welche von dem wirksamen Läuferfeld

$$LG = \mathfrak{N}(J_2 \cdot R_2)$$

abhängen, nämlich das Drehmoment und die Schlüpfung.

Die dem auf den Läufer ausgeübten Drehmoment entsprechende Leistung  $L_d$  ist proportional dem Produkt aus dem wirksamen Läuferfeld  $\mathfrak{N}(J_2 \cdot R_2)$  und dem Läuferstrom  $J_2$  nach der Gleichung  $L_d = c \cdot J_2 \cdot \mathfrak{N}(J_2 \cdot R_2) = c \cdot DF \cdot LG$ .

Darin stellt  $DF \cdot LG$  den Inhalt des Dreiecks  $GLD$  dar, welcher auch durch  $DG \cdot LR$  ersetzt werden kann. Es wird daher die berichtigte Drehmoment-Leistung

$$L_d = c \cdot DG \cdot LR = c \cdot LR \text{ im Maßstabe von } FM.$$

Die Schlüpfung ist gegeben durch

$$\sigma = c \cdot \frac{J_2}{\mathfrak{N}(J_2 \cdot R_2)} = c \cdot \frac{DF}{LG} = \frac{c \cdot DL \cdot \cos \gamma}{LG} = \text{konst.} \cdot \frac{DL}{LG}.$$

Das Verhältnis  $\frac{DL}{LG}$  läßt sich nun durch eine Linie darstellen.

Zieht man nämlich durch  $F_k$  eine Linie  $F_k U$ , welche gegen  $DG$  um den  $\sphericalangle \lambda = \sphericalangle DLG$  geneigt ist, so sind die beiden Dreiecke

$DLG$  und  $TUG$  ähnlich, da die drei Winkel einander gleich sind. Es ist demnach auch

$$\frac{DL}{LG} = \frac{TU}{UG} = \frac{TU}{\text{konst.}}$$

und damit die Schlüpfung  $\sigma = c \cdot TU$ . Für kleine Schlüpfungen empfiehlt es sich, durch  $A$  eine Parallele zu  $F_k U$  zu ziehen, auf der  $\sigma$  durch den Strahl  $GF$  in größerem Maßstabe abgeschnitten wird.

Verlängert man  $F_k U$  bis  $S$ , so ist  $\triangle USG \sim \triangle LFD$ , da die Winkel bei  $D$  und  $G$  gleich  $\gamma$  und die Außenwinkel bei  $L$  und  $U$

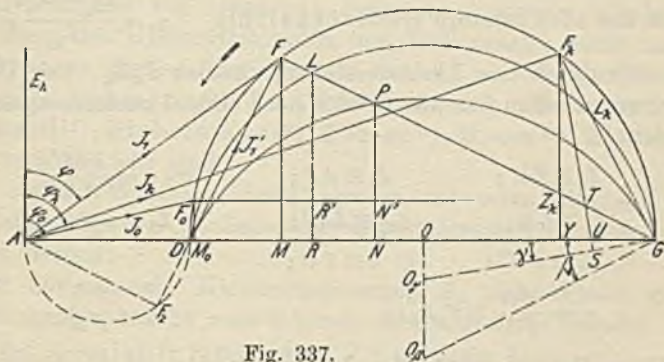


Fig. 337.

gleich  $\lambda$  sind. Daraus folgt, daß  $\sphericalangle USG = 90^\circ$  ist. Die Neigung der Linie  $F_k U$  kann man daher in der Weise finden, daß man auf den Radius  $O_y G$  ein Lot  $F_k S$  fällt.

In den bisherigen Betrachtungen waren die Reibungs- und Eisenverluste  $L_p + L_{hw}$  vernachlässigt worden. Sie müssen daher noch an denjenigen Größen berücksichtigt werden, auf welche sie Einfluß haben, nämlich an der abgegebenen Leistung  $L_a$  und dem Wirkungsgrad  $\eta$ .

Diese Verluste sind nun bei Leerlauf gleich  $F_0 M_0$  (Fig. 337) bestimmt worden. Bei Belastung werden die Reibungsverluste mit größerer Schlüpfung kleiner, dagegen nehmen die Eisenverluste im Läufer mit der Schlüpfung zu. Man kann daher die Summe  $L_0 = L_p + L_{hw}$  für jede Belastung als annähernd konstant ansehen.

Zieht man nun eine Parallele zur Abszisse durch  $F_0$ , so würde  $LR'$  die einem an der Riemenscheibe auftretenden Drehmoment



$M_{d_r}$  entsprechende Leistung  $L_{d_r}$  sein, wenn der Läuferwiderstand  $R_2 \approx 0$  wäre. Mit Berücksichtigung von  $R_2$  und des in ihm auftretenden Verlustes  $J_2^2 \cdot R_2 \equiv LR - PN$  war die auf den Anker übertragene theoretische Leistung  $L_2$  proportional  $PN$ , daher wird die an der Riemenscheibe abgegebene oder Nutzleistung  $L_a = L_2 - L_0 = c \cdot PN'$ , und das abgegebene oder Nutz-

$$\text{drehmoment} \quad M_d = \frac{L_a}{\omega_2 \cdot 9,81} = \frac{L_a \cdot 60}{2\pi \cdot n \cdot 9,81} \quad \text{kgm.}$$

Der Wirkungsgrad ergibt sich ferner als  $\eta = \frac{PN'}{FM}$ .

Auch das elektrische Güteverhältnis  $\eta_e = \frac{L_e - L_{ra}}{L_e} = \frac{L_2}{L_e}$

läßt sich durch eine Linie darstellen, nämlich  $F_k Z_k$ . Der Übersicht wegen sollen nun alle Größen noch einmal zusammengestellt werden:

$$\begin{aligned} L_e &\equiv FM, & J_1 &\equiv AF; & \cos \varphi &= \frac{FM}{AF}; \\ L_d &\equiv LR; & L_{d_r} &\equiv LR'; & L_2 &\equiv PN; \\ L_a &\equiv PN'; & \sigma &\equiv TU; & & \\ \eta_e &= \frac{PN}{FM} \equiv F_k Z_k; & & & \eta &= \frac{PN'}{FM}. \end{aligned}$$

Diese Größen trägt man nun am besten als Funktion der Leistung  $L_a$  in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein. Zur Prüfung des Drehmoments kann man noch das bei Kurzschluß oder Stillstand unter voller Spannung auftretende Anlaufmoment direkt messen.

Das Diagramm von Heyland-Behrend berücksichtigt zwar nur die Leistungskomponente des primären Stromes beim Spannungsabfall im Ständer; trotzdem ist es genügend genau bei größeren Motoren mit relativ kleinem Ständerwiderstand  $R_1$ . Wegen seiner Einfachheit wird es daher in den meisten Fällen Verwendung finden können.

Dagegen bei kleinen Motoren mit größerem Widerstand  $R_1$  und bei größeren Motoren, deren Verhalten in der Nähe des größten Drehmoments untersucht werden soll, ist der Einfluß des primären Spannungsabfalls nicht mehr zu vernachlässigen.

In diesem Fall verwendet man

## b) Das Diagramm von Ossanna.

Es ist streng richtig und gilt auch für das Vorhandensein von Selbstinduktion und Kapazität im Ständer und Läufer. Ferner ist die Bestimmung des Drehmoments  $M_d$ , der Schlüpfung  $\sigma$ , der abgegebenen Leistung  $L_a$  und des Wirkungsgrades  $\eta$  einfacher als im Heyland-Diagramm.

Ossanna<sup>1)</sup> und später Bragstad<sup>2)</sup> haben gezeigt, daß auch bei veränderlichem Hauptkraftfluß bzw. Gegen-EMK der Endpunkt des primären Stromvektors  $J_1$  auf einem Kreise liegt, der jetzt allgemein als Ossanna-Kreis bezeichnet wird. Statt der ursprünglich von Ossanna angegebenen rechnerischen Ermittlung des Kreismittelpunkts und Halbmessers wählt man jedoch besser die zeichnerischen Methoden, wie sie von Thomälen<sup>3)</sup>, Lehmann<sup>4)</sup>, La Cour<sup>5)</sup>, Grob<sup>6)</sup>, Bethenod<sup>7)</sup>, Lombardi<sup>8)</sup>, Pichelmayr<sup>9)</sup>, Sumec<sup>10)</sup>, Moser<sup>11)</sup>, Bloch<sup>12)</sup> u. a. veröffentlicht sind.

In welcher Weise nun das Diagramm entworfen wird, soll in der Reihenfolge der nacheinander auszuführenden Arbeiten erläutert werden:

Für die normale Klemmenspannung  $E_k$  einer Phase und Periodenzahl  $\nu_1$  macht man folgende Messungen am Ständer:

1. bei Leerlauf: Stromstärke  $J_0$ ; Leistung  $L_0$ ;
2. bei synchronem Leerlauf: Stromstärke  $J_{00}$ ; Leistung  $L_{00}$ .
3. bei Kurzschluß mit einer Spannung  $E_k'$ : Stromstärke  $J_k' = J$ ; Leistung  $L_k'$ .
4. Widerstand einer Phase  $R_1$ .

Aus Versuch 1 und 3 berechnet man  $\varphi_0$ ,  $\varphi_k$  und  $J_k$ , wie auf S. 419 angegeben ist. Bei der Messung 2 öffnet man bei Phasenankern einen Augenblick den Läuferkreis und liest möglichst schnell die angegebenen Werte ab. Vernachlässigt man die bei der kleinen Schlüpfung auftretenden geringen Eisenverluste im Läufer, so enthält  $L_{00}$  nur die Eisenverluste im Ständer und

<sup>1)</sup> ZfE. 1899, S. 223; ETZ. 1900, S. 712.

<sup>2)</sup> Samml. el. Vortr. III, 8/9. <sup>3)</sup> ETZ. 1903, S. 972; 1911, S. 131.

<sup>4)</sup> Ecl. El. 22. VIII. 1903. <sup>5)</sup> ZfE. 1903, Heft 44—46.

<sup>1)</sup> ETZ. 1904, S. 447, 474; ZfE. 1904, S. 63; ETZ. 1918, S. 123.

<sup>7)</sup> Ecl. El. 1904, S. 253, 281. <sup>8)</sup> El. u. M. Wien 1906, S. 775.

<sup>9)</sup> El. u. M. Wien 1907, S. 1022. <sup>10)</sup> ETZ. 1910, S. 110, 230.

<sup>11)</sup> ETZ. 1905, S. 2; 1911, S. 427. <sup>12)</sup> ETZ. 1918, S. 34, 42.



geringe Stromwärmeverluste. Bei Kurzschlußankern macht man die Messung mit synchron angetriebenem Läufer.

Die Differenz  $L_0 - L_{00} = L_e$  entspricht den Reibungsverlusten, solange die Kurvenform der Klemmenspannung sinusförmig ist. Sind dagegen höhere Harmonische von größerem Einfluß vorhanden, so enthält  $L_0$  noch die Kurzschlußleistung der im Läufer infolge seiner starken Schlüpfung gegenüber den Oberschwingungen von diesen induzierten Ströme, die den Leerlaufstrom  $J_0$  nicht unbeträchtlich vergrößern. Man erkennt eine von der Sinusform abweichende Kurve daran, daß die Stromstärke  $J_{00}$  bei synchronem Leerlauf wesentlich kleiner ist als  $J_0$  bei normalem Leerlauf.  $L_{00}$  ist im allgemeinen wegen des Hysteresisdrehmoments nicht eindeutig bestimmt, wie Lehmann<sup>1)</sup> gezeigt hat. [Zahlenbeispiel s. unter c).]

Man trägt nun den synchronen Leerlaufstrom  $J_{00}$ , den Leerlaufstrom  $J_0$  und Kurzschlußstrom  $J_k$  unter den Phasenwinkeln  $\varphi_{00}$ ,  $\varphi_0$  bzw.  $\varphi_k$  gerechnet von der als Ordinate gezeichneten Klemmenspannung  $E_k$  auf (Fig. 338). Der erste geometrische Ort des Mittelpunktes  $O_0$  des Ossanna-Kreises ist nach Arnold<sup>2)</sup> das Mittellot in  $F_0 F_k$  (genauer in  $F_{00} F_k$ ). Der zweite Ort wird unter der Annahme, daß  $R_1 = R_2'$  und  $S_1 = S_2'$  ist, gefunden, indem man durch  $F_0$  die Ordinate zieht, die  $A F_k$  in  $a$  schneidet. Durch die Mitte  $b$  von  $a F_0$  legt man eine Parallele zur Abszissenachse, dann ist ihr Schnittpunkt  $O_0$  mit dem Mittellot der Mittelpunkt des Ossanna-Kreises mit dem Halbmesser  $O_0 F_0$ .

Abgesehen von anderen zeichnerischen Methoden<sup>3)</sup> findet man nach Petersen<sup>4)</sup> einfach den Mittelpunkt  $O_0$ , indem man den Winkel  $F_{00} F_k O_0 = 90^\circ - \varphi_k$  anträgt und den Schenkel  $F_k O_0$  zum Schnitt mit dem Mittellot in  $F_{00} F_k$  bringt.

Der Ossanna-Kreis läßt sich auch mit Hilfe des Heyland-Kreises zeichnerisch ermitteln, wie es von Thomälen<sup>5)</sup>, Pichel-mayer<sup>6)</sup>, Silberberg<sup>7)</sup> und Moser<sup>8)</sup> angegeben ist.

Analytisch ließe sich der Punkt  $O_0$  bestimmen, indem man

<sup>1)</sup> ETZ. 1903, S. 735; 1911, S. 1249.

<sup>2)</sup> ETZ. 1910, S. 229.

<sup>3)</sup> ZfE. 1904, S. 367.

<sup>4)</sup> ETZ. 1910, S. 328.

<sup>5)</sup> ETZ. 1903, S. 972.

<sup>6)</sup> El. u. M. Wien 1907, S. 1022; ETZ. 1908, S. 217 (Stchr).

<sup>7)</sup> ETZ. 1911, S. 323.

<sup>8)</sup> ETZ. 1911, S. 428.

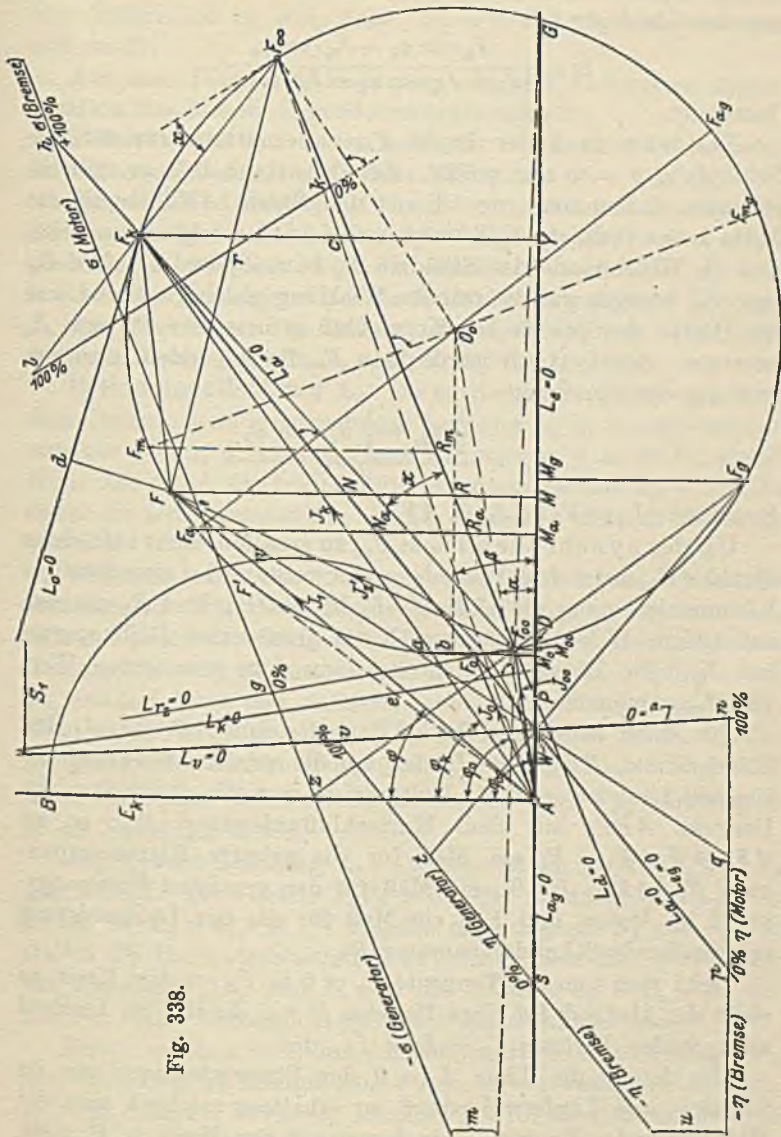


Fig. 338.



den  $\angle \alpha$  zwischen  $AO_0$  und der Abszissenachse nach La Cour<sup>1)</sup> aus der Gleichung

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{J_{01} \cdot \sin \varphi_k + J_{02} \cdot \cos \varphi_k}{J_k + J_{02} \cdot \sin \varphi_k - J_{01} \cdot \cos \varphi_k}$$

berechnet.

Nun wäre noch der Punkt  $F_\infty$  zu ermitteln, für den die Schlüpfung  $\sigma = \infty$  sein müßte. Zeichnerisch läßt er sich bestimmen, indem man von  $A$  aus den Strahl  $AF_\infty$  durch die Mitte  $c$  der Ordinate  $F_k Y$  zieht, wobei wieder angenommen ist, daß die Widerstände des Ständers  $R_1$  bzw.  $S_1$  und Läufers  $R_2'$  bzw.  $S_2'$  bezogen auf die primäre Wicklung gleich groß sind und die Hälfte der primär bei Kurzschluß gemessenen  $R_k$  bzw.  $S_k$  betragen. Analytisch würde man  $F_\infty$  finden, indem man den  $\angle \beta$  aus der Gleichung

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\frac{1}{2} J_{k1} + \frac{1}{4} J_{01} \cdot \sin^2 \varphi_k}{J_{k2}}$$

berechnet ( $J_{k1} = F_k Y$ ;  $J_{k2} = AY$ ).

Um den synchronen Punkt  $F_{00}$  zu erhalten, zieht man einen Strahl  $AF_{00}$  unter dem Winkel  $\varphi_{00}$  oder verkürzt bei sinusförmiger Klemmenspannung die Ordinate  $F_0 M_0$  des Punktes  $F_0$  um den auf andere Weise (Auslaufsmethode) gemessenen Reibungsverlust  $L_0$ . Die Länge  $AF_{00}$  müßte dann dem gemessenen Wert von  $J_{00}$  entsprechen.

Für einen beliebigen Punkt  $F$  stellte nun  $AF = c \cdot J_1$  den Ständerstrom,  $FF_{00} = c \cdot J_2'$  den auf die primäre Wicklung bezogenen Läuferstrom dar. Multipliziert man die drei Seiten des Dreiecks  $AFF_k$  mit dem Kurzschlußwiderstand  $W_k$ , so ist  $AF_k = J_k \cdot W_k = E_k$  ein Maß für die primäre Klemmenspannung  $E_k$ ,  $AF = J_1 \cdot W_k$  ein Maß für den gesamten Spannungsabfall im Motor, und  $FF_k$  ein Maß für die der Läuferleistung entsprechende Sekundärspannung  $E_{k2}$ .

Zieht man nun die Tangente  $L_0 = 0$  in  $F_k$  an den Kreis, so stellt der Abstand  $Fd$  eines Punktes  $F$  von ihr die bei Leerlauf auftretenden Verluste  $L_0 = L_0 + L_{hw}$  dar.

Um ferner die Linie  $L_k = 0$  der Stromwärmeverluste im Ständer- und Läuferwiderstand zu erhalten, zeichnet man die Halbpolare des Punktes  $A$  in bezug auf den Kreis (s. S. 399),

1) ZfE. 1904.

indem man durch den Halbierungspunkt  $e$  der Tangente  $AF'$  eine Senkrechte zu  $AO_0$  zieht.  $L_0 = 0$  und  $L_k = 0$  schneiden sich in  $S_1$ .

Aus dem Diagramm kann man nun die wichtigsten Eigenschaften des Motors folgendermaßen ermitteln:

**Ständerstrom  $J_1$ :** Er ist bestimmt durch die Strahlen vom Koordinatenanfang  $A$  nach dem Kreispunkt  $F$ .

**Eingeführte Leistung  $L_e$ :** Sie ist bestimmt durch den Abstand  $FM$  von der Abszissenachse, da  $L_e = 3 \cdot E_k \cdot J_1 \cdot \cos \varphi = c \cdot J_1 \cdot \cos \varphi$  oder  $L_e = c \cdot FM$  ist. Für die Punkte  $D$  und  $G$  ist  $L_e = 0$ , so daß man die Linie  $ADG$  als Linie der eingeführten Leistung  $L_e = 0$  bezeichnet. Der Maßstab ist entweder durch  $J_1$  in Amp. oder zur Prüfung durch  $L_k = F_k Y$  in Watt gegeben.

**Drehmomentleistung  $L_d$ :** Die auf den Läufer übertragene und dem Drehmoment entsprechende Leistung  $L_d$  ist bei Synchronismus für  $\sigma = 0$ , d. h. in  $F_{00}$  und für  $\sigma = \infty$ , d. h. in  $F_{\infty}$  gleich Null. Die durch die beiden Punkte gelegte Gerade  $L_d = 0$  heißt daher die Drehmomentlinie. Somit ist  $L_d = c \cdot FR$  im Maßstabe von  $FM$ .

Will man noch das allgemein vernachlässigbare Hysteresisdrehmoment  $M_{dh}$  des Läufers berücksichtigen, das man annähernd gleich der Hälfte des Eisenverlustes bei Leerlauf setzen und als konstant ansehen darf, so halbiert man die Ordinate von  $F_{00}$  und legt durch den Halbierungspunkt eine Parallele zu  $F_{00}F_{\infty}$ . Zieht man von  $O_0$  das Lot  $O_0 F_m$  zu  $L_d = 0$ , so ist  $F_m R_m$  das größtmögliche Drehmoment und  $F_m F_{m_g}$  die Stabilitätsgrenze. Über  $F_m$  hinaus bleibt der Motor stehen, über  $F_{m_g}$  hinaus geht er als Generator durch.

**Abgegebene Leistung  $L_a$ :** Dieselbe ist im Punkte  $F_0$  und  $F_k$  gleich Null. Die Gerade  $F_0 F_k$  heißt die Leistungslinie  $L_a = 0$ . Somit ist  $L_a = c \cdot FN$ . Verbindet man dagegen  $F_k$  mit  $F_{00}$ , so stellen die Ordinatenabschnitte zwischen einem Kreispunkt und der Geraden  $F_{00} F_k$  oder  $L'_a = 0$  die Leistung  $L'_a = L_a + L_e$  des Läufers ohne Berücksichtigung der Eisenverluste dar.

Ferner erkennt man, daß der Motor zwischen den Punkten  $F_0$  und  $D$  elektrische Energie zum Ausgleich der Verluste aufnimmt, er wirkt dann als Bremsse. Dasselbe gilt für die Punkte zwischen  $F_k$  und  $G$ . Unterhalb der Abszissenachse  $L_e = 0$  wirkt die Maschine als Generator, da die Leistungskomponente des auf-



genommenen Stromes negativ wird. Die Feldkomponente bleibt dagegen positiv, d. h. der asynchrone Generator kann sich nicht selbst erregen.

**Schlüpfung  $\sigma$ :** Bezeichnet  $L_{r_2}$  den Stromwärmeverlust im Widerstande  $R_2$  des Läufers, so ist

$$\sigma = \frac{L_{r_2}}{L_d} = \frac{L_d - L'_a}{L_d}.$$

Entsprechend der Bestimmung von  $\eta_e$  auf S. 402 ist demnach

$$\sigma = \frac{\text{Abschnitt zwischen } L_{r_2} = 0 \text{ und einem Strahl durch } F_{00}}{\text{Abschnitt zwischen } L_{r_2} = 0 \text{ und der Einheitslinie } L'_a = 0},$$

wenn  $L_d = 0$  als Grundlinie angesehen wird.

Darin ist noch die Verlustlinie  $L_{r_2} = 0$  zu bestimmen. Nun ist  $L_{r_2} = m_2 \cdot J_2' \cdot R_2' = c \cdot F_{00} F$ . Es ist daher  $L_{r_2} = 0$  als Halbpolare des Punktes  $F_{00}$  in bezug auf den Kreis gleichbedeutend mit der Tangente in  $F_{00}$  an den Kreis, da  $F_{00}$  auf dem Kreise liegt.

Betrachtet man nun  $L_d = 0$  als Grundlinie der Konstruktion von  $\sigma$ , so hätte man dazu eine beliebige Parallele  $gh$  zu legen. dann schneidet ein Strahl, der  $F_{00}$  und  $F$  verbindet, die Strecke  $gh$  im Verhältnis  $\sigma = \frac{gi}{gh}$ . Setzt man  $gh = 100\%$ , so wird

$$\sigma = gi \text{ } \%.$$

Trägt man die gleiche Teilung  $gm = -100\%$  von  $g$  aus nach links bis Punkt  $m$  ab, durch den auch die Verlängerung von  $GF_{00}$  gehen muß, so erhält man die negativen Schlüpfungen ( $-\sigma$ ) für den Betrieb als Asynchrongenerator ( $-\sigma = 0 \div -100\%$ ). Über  $-\sigma = -100\%$ , d. h. über  $m$  hinaus nach links arbeitet der Generator als Bremse, über  $\sigma = +100\%$ , d. h. über  $h$  hinaus nach rechts findet man die Schlüpfung für das Arbeiten des Motors als Bremse ( $\sigma = 1 \div +\infty$ ).

Für kleine Schlüpfungen schneiden die von  $F_{00}$  gezogenen Strahlen den Kreis unter sehr kleinen Winkeln, wodurch die Bestimmung von  $\sigma$  ungenau wird. Man wählt daher zweckmäßig folgende Konstruktion: Man ziehe durch  $F_x$  und  $F_\infty$  eine Gerade und durch einen beliebigen Punkt  $k$  eine Parallele  $kl$  zur Tangente in  $F_\infty$ , oder durch einen beliebigen Punkt  $l$  ein Lot zu  $O_o F_\infty$ . Dann schneiden die von  $F$  nach  $F_\infty$  gezogenen Strahlen das Verhältnis  $\sigma = \frac{kr}{kl}$  aus. Für  $kl = 100\%$  wird  $\sigma = kr \text{ } \%$ .

Es ist nämlich  $\sphericalangle F_k F_\infty F = \sphericalangle F_k F_{00} F$  über demselben Bogen  $\sphericalangle FF_\infty F_{00} = FF_{00} g$  als Peripherie- und Tangenten-Sehnenwinkel und  $\sphericalangle F_\infty lk = \sphericalangle F_{00} hg$  als Wechselwinkel zu den gleich großen Winkeln  $\alpha$ . Daraus folgt:  $\triangle lF_\infty k \sim \triangle hF_{00} g$  und  $\triangle rF_\infty k \sim \triangle iF_{00} g$ ,  $\varepsilon$  so daß die Beziehung besteht:

$$\frac{kr}{kl} = \frac{gi}{gh} = \sigma.$$

Wirkungsgrad  $\eta$ : Nach der Gleichung:

$$\eta = \frac{L_a}{L_e} = \frac{L_e - L_v}{L_e}$$

läßt sich der Wirkungsgrad  $\eta$  ähnlich wie die Schlüpfung  $\sigma$  mit Hilfe eines Strahlenbüschels, bestehend aus den Linien  $L_a = 0$ ,  $L_v = 0$  und  $L_e = 0$  als Grundlinie bestimmen. Da  $L_v = L_0 + L_k$  ist, muß  $L_v = 0$  einerseits durch den Schnittpunkt  $S_1$  von  $L_0 = 0$  und  $L_k = 0$ , andererseits durch den Schnittpunkt  $W$  von  $L_a$  und  $L_e$  gehen, da  $L_v = L_e - L_a$  ist.

Zieht man eine Parallele  $pn$  zu  $L_e = 0$  zwischen  $L_a = 0$  und  $L_v = 0$ , so wird sie von einem Strahl  $FW$  in  $q$  im Verhältnis  $\eta = \frac{pq}{pn}$  geteilt. Setzt man  $pn = 100\%$ , so wird

$$\eta = pq \%$$

Für die zwischen  $F_k$  und  $F_\infty$  gelegenen Punkte würde  $\eta$  negativ werden. Da die Maschine als Bremse arbeitet, so bedeutet der Wirkungsgrad in diesem Fall das Verhältnis der mechanisch zugeführten zur elektrisch zugeführten Leistung.

Für den Generator liegt die abgegebene elektrische Leistung unterhalb  $L_e = 0$ , die eingeführte mechanische Leistung unterhalb  $L_a = 0$ . Zur Bestimmung des Wirkungsgrades

$$\eta_g = \frac{L_{ag}}{L_{eg}} = \frac{L_{eg} - L_v}{L_{eg}}$$

gilt  $L_{eg} = 0$  als Grundlinie der Konstruktion, da  $L_{ag} = 0$  mit  $L_e = 0$  und  $L_{eg} = 0$  mit  $L_a = 0$  zusammenfällt. Wir ziehen daher eine Parallele  $sv$  zu  $L_{eg} = 0$  zwischen  $L_{ag} = 0$  und  $L_v = 0$ , so teilt ein Strahl  $F_g W$  sie im Verhältnis  $\eta_g = \frac{st}{sv}$  und es wird

$$\eta_g = st \%$$

wenn  $sv = 100\%$  ist.



Für die zwischen  $F_\infty$  und  $G$ , sowie zwischen  $F_0$  und  $D$  gelegenen Punkte, die man noch zu dem generatorischen Wirkungskreis der Maschine rechnen muß, wird  $\eta$  wegen der Bremswirkung negativ und bedeutet das Verhältnis der elektrisch zugeführten zur mechanisch zugeführten Leistung, also umgekehrt wie für die Punkte zwischen  $F_k$  und  $F_\infty$ . Im Schnittpunkt  $u$  der beiden Wirkungsgradlinien ist die elektrisch zugeführte Leistung gleich der mechanisch zugeführten.

**Elektrisches Güteverhältnis  $\eta_e$ :** Es läßt sich in ähnlicher Weise wie  $\eta$  nach der Gleichung

$$\eta_e = \frac{L_d}{L_e} = \frac{L_e - L_{v_e}}{L_e}$$

bestimmen, wenn man die für die elektrischen Verluste  $L_{v_e}$  maßgebende Verlustlinie  $L_{v_e} = 0$  zeichnet, die sich aus den Linien  $L_r = 0$  für die Ständer- und Läuferkupferverluste und  $L_{hw} = 0$  für die Eisenverluste ergibt und durch den Schnittpunkt  $P$  der Linien  $L_s = 0$  und  $L_d = 0$  geht.

**Leistungsfaktor  $\cos \varphi$ :** Er ist gegeben durch den Kosinus des Winkels zwischen  $E_k$  und  $J_1$ . Man kann ihn durch eine Linie darstellen, wenn man über  $AB = 1$  als Durchmesser einen Kreisbogen schlägt. Es ist dann die durch  $F$  gelegte Sehne

$$Aw = \cos \varphi.$$

Eine Übereinstimmung zwischen den aus dem Diagramm entnommenen Eigenschaften des Motors und den wirklich bestehenden findet nur statt, wenn die Eigeninduktivität und Streuinduktivität konstant sind, d. h. der Kurzschlußstrom als Funktion der Klemmenspannung eine gerade Linie ist (s. S. 418). Ist das nicht der Fall, so läßt sich nach Dreyfus<sup>1)</sup> auf Grund experimenteller Aufnahmen bei normaler Belastung ein empirischer Kreisbogen bestimmen und daraus das Verhalten des Motors ableiten.

### c) Bestimmung des Streukoeffizienten $\tau$ .

Nach S. 414 war

$$(1) \quad \tau = \frac{1}{v_1 v_2} - 1$$

<sup>1)</sup> AfE. 1912, Bd. 1, S. 124.

hätte man nur die beiden Streufaktoren

$$(2) \quad v_1 = \frac{\mathfrak{N}'_1}{\mathfrak{N}_1} \quad \text{und} \quad v_2 = \frac{\mathfrak{N}''_2}{\mathfrak{N}_2} \quad (3)$$

durch Spannungsmessungen von der Ständer- und Läuferseite aus zu ermitteln. Bei unseren Betrachtungen wählen wir kleine Buchstaben für Phasengrößen, große für Außenleiterwerte. Legt man bei ruhendem und offenem Läufer an den Ständer möglichst die normale Klemmenspannung  $e'_{k_1}$ , so nimmt er einen Strom  $i'_0$  auf und es zeigt sich am Läufer die EMK  $e'_2$ . Dann führt man dem Läufer die Spannung  $e''_{k_2}$  (etwa um den Spannungsverlust im Läufer größer als  $e_2'$ , um möglichst gleiche Induktion bei beiden Messungen zu haben), wobei er den Strom  $i''_0$  aufnimmt und im offenen Ständer die EMK  $e''_1$  hervorruft. Da nun die EMKe den Feldern proportional sind, kann man setzen:

$$(4) \quad e'_1 = c \cdot \mathfrak{N}_1 \cdot w_1 \quad e'_2 = c \cdot \mathfrak{N}'_2 \cdot w_2 \quad (5)$$

$$(6) \quad e''_2 = c \cdot \mathfrak{N}_2 \cdot w_2 \quad e''_1 = c \cdot \mathfrak{N}''_1 \cdot w_1 \quad (7)$$

und erhält aus Gleichung 2, 4 und 5:

$$(8) \quad v_1 = \frac{e'_2 \cdot w_1}{w_2 \cdot e'_1} = \frac{e'_2}{e'_1} \cdot u_w$$

wo  $u_w = \frac{w_1}{w_2}$  das Windungsverhältnis bezeichnet. In gleicher Weise ergibt sich aus Gleichung 3, 6 und 7:

$$(9) \quad v_2 = \frac{e''_1 \cdot w_2}{w_1 \cdot e''_2} = \frac{e''_1}{e''_2} \cdot u_w$$

Führt man diese Werte für  $v_1$  und  $v_2$  aus Gleichung 8 und 9 in Gleichung 1 ein, so folgt:

$$(10) \quad \tau = \frac{e'_1 \cdot e''_2}{e'_2 \cdot e''_1} - 1.$$

Formt man noch die Gleichung um, indem man die Klemmenspannungen einführt und

$$e'_1 \approx e'_{k_1} - i'_0 \cdot r_1; \quad e''_2 \approx e''_{k_2} - i''_0 \cdot r_2$$

setzt, so erhält man:

$$(11) \quad \tau = \frac{(e'_{k_1} - i'_0 \cdot r_1) \cdot (e''_{k_2} - i''_0 \cdot r_2)}{e'_2 \cdot e''_1} - 1.$$



Angenähert läßt sich auch der Streuungskoeffizient  $\tau$  direkt aus den Messungen für das Diagramm nach der Gleichung

$$(12) \quad \tau \approx \frac{J_0 \cdot \sqrt{\sin^2 \varphi_k}}{J_k - J_0 \cdot \sin^2 \varphi_k} \quad \text{berechnen.}$$

Durch den Koeffizienten  $\tau$  ist auch die Überlastbarkeit  $u_m$  des Motors bestimmt aus

$$(13) \quad \frac{M_{d_{\max}}}{M_d} = u_m = \frac{J_0}{2\tau \cdot J_b \cdot (\cos \varphi)_{\max}} = \frac{J_0}{J_b} \cdot \frac{1 + 2\tau}{2\tau}$$

worin  $J_b$  der Belastungsstrom ist, für den der größte Leistungsfaktor auftritt.

Auch aus den Daten des Leerlauf- und Kurzschlußversuchs erhält man durch Einsetzen von  $\tau$  aus Gleichung 12 angenähert:

$$(14) \quad u_m \approx \frac{J_k + J_0 \cdot (2 \cdot \sqrt{\sin^2 \varphi_k} - \sin^2 \varphi_k)}{2 \cdot J_b \cdot \sqrt{\sin^2 \varphi_k}}$$

Beispiel: An einem beiderseits in Stern geschalteten Motor  $L = 4,8$  kW,  $E_k = 220$  V,  $J = 16,5$  A,  $\nu = 50$   $\infty$ ,  $n = 1440$  U/min.  $\cos \varphi = 0,85$  wurden folgende Größen gemessen:

a) Für das Diagramm (S. 425):

- 1)  $J_0 = 6,6$  A;  $L_0 = 360$  W.                      2)  $J_{00} = 5,8$  A;  $L_{00} = 220$  W.
- 3)  $E'_k = 43,5$  V für  $J'_k = 16,5$  A;  $L'_k = 535$  W.
- 4)  $r_1 = 0,279$  Ohm für  $\vartheta_1 = 60^\circ$  C.

b) Streuungskoeffizient:

- 1)  $E'_{k_1} = 220$  V;  $J'_0 = 6,0$  A;  $E'_1 = 87$  V;  $r_1 = 0,258$  Ohm  
bei der Temperatur  $\vartheta_1 = 40^\circ$  C des Ständers.
- 2)  $E''_{k_2} = 88$  V;  $J''_0 = 15$  A;  $E''_1 = 201$  V;  $r_2 = 0,053$  Ohm  
bei  $\vartheta_2 = 35^\circ$  C des Läufers.

Zu a):

$$1) \quad \cos \varphi_0 = \frac{360}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 6,6} = 0,143; \quad \varphi_0 = 81^\circ 47';$$

$$2) \quad \cos \varphi_{00} = \frac{220}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 5,8} = 0,0995; \quad \varphi_{00} = 84^\circ 17';$$

$$L_e = L_0 - L_{00} = 140 \text{ W.}$$

$$3) \quad \cos \varphi_k = \frac{535}{\sqrt{3} \cdot 43,5 \cdot 16,5} = 0,43; \quad \varphi_k = 64^\circ 30';$$

$$J_k = \frac{220}{43,5} \cdot 16,5 = 83,5 \text{ A.}$$

Zu b:

$$e'_1 = \frac{220}{\sqrt{3}} - 6,0 \cdot 0,258 = 125,6 \text{ V}; \quad e'_2 = \frac{87}{\sqrt{3}} = 50,3 \text{ V.}$$

$$e''_2 = \frac{88}{\sqrt{3}} - 15 \cdot 0,053 = 50,2 \text{ V}; \quad e''_1 = \frac{201}{\sqrt{3}} = 116 \text{ V.}$$

Nach Gl. 10 wird  $\tau = \frac{125,6 \cdot 50,2}{50,3 \cdot 116} - 1 = 0,080.$

nach Gl. 12  $\tau \approx \frac{6,6 \cdot \sqrt{0,9026}}{83,5 - 6,6 \cdot 0,9026} = 0,0802,$

und nach S. 415  $(\cos \varphi)_{\max} = \frac{1}{1,16} = 0,863.$

Die Überlastbarkeit ergibt sich nach Gleichung 13:

$$u_m = \frac{6,6 \cdot 1,16}{24 \cdot 0,16} = 2,0$$

bzw. nach Gl. 14:  $u_m \approx \frac{83,5 + 6,6 \cdot (2 \cdot 0,95 - 0,815)}{2 \cdot 24 \cdot 0,95} = 2.$

Zeichnet man nach den unter a) berechneten Werten das Ossanna-Diagramm, so ergeben sich aus ihm folgende Werte für den normalen Strom  $J = 16,5$  Amp.:

$$\cos \varphi = 0,84; \quad (\cos \varphi)_{\max} = 0,87; \quad J_b = 24 \text{ A}; \quad \sigma = 4,3 \% \\ \text{oder } n = 1435 \text{ U/min; usw.}$$

Da nun bei wachsender Belastung das Verhältnis von Streuwiderstand zum Luftzwischenraumwiderstand größer wird und deswegen die Streuung mit zunehmender Sättigung der Zahnstege abnimmt, so ist  $\tau$  über den ganzen Arbeitsbereich des Motors von  $\sigma = 0$  bis  $\sigma = 1$  nicht konstant. Man müßte daher normalerweise für jeden Betriebszustand einen neuen Diagrammkreis zeichnen, da der Durchmesser des Kreises vom Streukoeffizienten  $\tau$  abhängig ist. Da das Diagramm jedoch die normalen Betriebseigenschaften zur Darstellung bringen soll, so genügt es den Koeffizienten  $\tau$  für den normalen Belastungsstrom  $J$  zu ermitteln. Auf den Koeffizienten  $\tau$  üben die Eisenverluste keinen Einfluß aus, wohl aber die Widerstände der Wicklungen, wie Moser<sup>1)</sup> gezeigt hat.

<sup>1)</sup> ETZ. 1905, S. 2.



d) Messung der Schlüpfung  $\sigma$ .

Bezeichnet  $\nu_1 = \frac{p \cdot n_1}{60}$  die Periodenzahl des Ständerstromes, so würde ein Motor von  $2p$ -Polen ohne Schlüpfung mit der synchronen Drehzahl  $n_1$  laufen. Tatsächlich ist die Läuferdrehzahl  $n < n_1$  und die prozentuale Schlüpfung

$$\sigma = \frac{n_1 - n}{n_1} \cdot 100 \text{ \%}.$$

Die direkte Bestimmung der Größen  $n_1$  und  $n$  würde bei der geringen Differenz  $n_d = n_1 - n$  wegen der Ablesungsfehler keinen genauen Wert von  $\sigma$  ergeben. Es ist daher vorteilhafter,  $n$  und die Differenz  $n_d$  zu messen und nach der Gleichung

$$\sigma = \frac{n_d}{n_1} \cdot 100 = \frac{n_d}{n + n_d} \cdot 100 \text{ \%} \quad \text{die Schlüpfung zu ermitteln.}$$

Nach Samojloff<sup>1)</sup> befestigt man dazu auf der Welle des zu untersuchenden  $2p$ -poligen Motors eine schwarze Scheibe mit einem weißen radialen Strich und beleuchtet sie durch eine von der Stromquelle des Motors gespeiste Bogenlampe. Dann erscheint auf ihr ein  $2p$ -strahliger Stern, der sich scheinbar rückwärts bewegt. Zählt man nun in  $t$  sec  $u$  Umläufe des Sterns und mißt gleichzeitig die Drehzahl  $n$  des Läufers, so ist

$$n_d = \frac{60 \cdot u}{t}$$

und

$$\sigma = \frac{60 \cdot u}{t \cdot n + 60 \cdot u} \cdot 100 \text{ \%}.$$

Bei größeren Polzahlen ist die Bestimmung von  $u$  wegen der vielen Strahlen schwierig und ermüdend. Zur Verringerung der beobachteten Bilder schaltet Brückmann<sup>2)</sup> eine Aluminiumzelle in den Lampenkreis.

Bequemer und genauer arbeitet der nach derselben Methode von Benischke<sup>3)</sup> konstruierte stroboskopische Schlüpfungsmesser der Allg. Elektr. - Gesellschaft, Berlin, da man die Zeit nicht zu berücksichtigen hat.

Auf der Welle eines kleinen, vom Wechselstrom direkt gespeisten  $2p_s$ -poligen Synchronmotors ist eine Scheibe mit  $s$  ra-

<sup>1)</sup> Ann. d. Ph. 1900, Bd. 3, S. 353.

<sup>2)</sup> ETZ. 1911, S. 219.

<sup>3)</sup> ETZ. 1899, S. 142; 1904, S. 392; Ann. d. Ph. 1901, Bd. 6, S. 487.

dialen Schlitzten befestigt. Betrachtet man durch die Schlitzte der synchron rotierenden Scheibe eine mit  $r$  weißen Strahlen versehene und an der Welle des zu untersuchenden  $2p$ -poligen Motors befestigte Scheibe, so scheinen die weißen Strahlen sich langsam rückwärts zu drehen. Man schaltet nun das Zählwerk des Hilfsmotors eine beliebige Zeit  $t$  ein, die man nicht zu messen braucht, und zählt in dieser  $q$  Vorbeigänge eines weißen Strahls gegen einen festen Punkt, während das Zählwerk in der gleichen Zeit  $u_1 = n_1 \cdot t$  Umläufe der Schlitzscheibe anzeigt. Dann ist die Zahl der geschlüpften Umläufe  $u = \frac{q}{r} \cdot \frac{p}{p_s} \cdot s = n_d \cdot t$  und daraus

$$\sigma = \frac{n_d}{n_1} \cdot 100 = \frac{q \cdot p \cdot s}{r \cdot p_s \cdot u_1} \cdot 100 \%$$

Im allgemeinen wählt man  $r = 2p$  für kleine und  $r = 1$  für große Schlüpfungen. Schillo<sup>1)</sup> benutzt das Stroboskop auch zur Messung sehr hoher Drehzahlen (40 000 U/min).

Eine Vereinigung der beiden Methoden ist von Kapp<sup>2)</sup> angegeben. Man kann damit für zwei Pole und  $\nu = 50$  Per/sec noch Schlüpfungen bis zu 6% genau bestimmen.

Eine andere einfache Methode hat Angermann<sup>3)</sup> angegeben.

In der PTR ist von Schultze<sup>4)</sup> eine stroboskopische Methode ausgebildet worden, bei der in einem mit destilliertem Wasser oder Terpentinöl gefüllten zylindrischen Gefäß durch die Spannung der Stromquelle ( $\nu$  Per/sec) elektrische Kapillarwellen von der Frequenz  $2\nu$  erzeugt worden. Beleuchtet man diese durch eine mit  $2p$ -Schlitzten versehene und vom Läufer angetriebene Scheibe hindurch, so kann man auf dem weißen Boden des Gefäßes dunkle Ringe wandern sehen. Gehen an einer Marke  $q$  Ringe in  $t$  sec vorüber, dann ist

$$\sigma = \frac{q \cdot 100}{2 \cdot t \cdot \nu} \%$$

Die Messung ist bis etwa  $\sigma = 4\%$  und mit nur  $p$  Schlitzten von entsprechend geringer Breite bis  $\sigma = 8\%$  genau ausführbar. v. Hoer<sup>5)</sup> mißt die Periodenzahl des Läuferstromes bei Phasankern, indem er eine zum Anlasser führende oder zwischen

1) ETZ. 1912, S. 159.      2) ETZ. 1909, S. 418, 621.

3) ETZ. 1912, S. 60, 280.    4) ZfI. 1906, S. 150; ETZ. 1907, S. 557.

5) ZfI. 1899, S. 211.



zwei Schleifringe gelegte Leitung um eine Spule schlingt, die an ein Telephon angeschlossen ist. Bei jeder Periode hört man zwei Töne. Zählt man in  $t$  sec  $q$  Töne, so ist die geschlüpfte Drehzahl  $n_d = \frac{60q}{2p \cdot t}$ . Ist gleichzeitig die Läuferdrehzahl  $n$  U/min oder die Periodenzahl  $\nu = \frac{p \cdot n}{60}$  der Stromquelle gemessen, so erhält man

$$\sigma = \frac{30q}{30q + p \cdot t \cdot n} \cdot 100 \% \quad \text{bzw.} \quad \sigma = \frac{q}{2\nu \cdot t} \cdot 100 \%.$$

Bequemer ist die Verwendung des Anlegers von Dietze (S. 60). Rosenberg<sup>1)</sup> hat gezeigt, daß man auf diese Weise  $\sigma$  auch bei Käfigankern ermitteln kann, indem man die Induktionsspule in das axiale mit der Schlüpfungsfrequenz pulstrende Streufeld des Läufers bringt.

Die Periodenzahl der Schlüpfung läßt sich nach Behn-Eschenburg<sup>2)</sup> auch dadurch bestimmen, daß man parallel zum Ständer eine Glühlampe einen Spannungsmesser oder einen Morseapparat anschließt, in deren Zuleitungen sich ein vom Läufer angetriebener Kontaktmacher oder eine Joubertsche Scheibe (s. Kap. 18) befindet. Dabei zeigt die Lampe Schwebungen der Leuchtkraft, das Instrument Zeigerschwingungen und der Morseschreiber einzelne Punkte, die den Halbperioden der Schlüpfung entsprechen. Die Ermittlung von  $\sigma$  geschieht in derselben Weise wie vorher. Will man die Messung der Zeit  $t$  umgehen, so kann man nach Seibt<sup>3)</sup> die Kontaktscheibe auf der Welle eines Umdrehungszählers anbringen. Mißt man in der Zeit, während der der Zähler an die Welle gedrückt wird,  $q$  Schwebungen der Lampe und am Zählwerk  $u$  Umläufe, dann ist

$$\sigma = \frac{q}{q + 2p \cdot u} \cdot 100 \%.$$

Ein auf ähnlichem Prinzip beruhender Schlüpfungsmesser ist schon von Schüler<sup>4)</sup> angegeben worden. Bianchi<sup>5)</sup> hat den Seibtschen Apparat insofern verbessert, als er die Läuferdrehzahl  $n$  und die geschlüpfte Drehzahl  $n_d$  durch Zeiger direkt anzeigen läßt. Eine Abart dieser Methode hat Bellini<sup>6)</sup> an-

1) ZIE. 1899.    2) ETZ. 1896, S. 484.    3) ETZ. 1901, S. 194.

4) ETZ. 1897, S. 677.    5) ETZ. 1903, S. 1046; 1904, S. 118.

6) ETZ. 1904, S. 730.

gegeben. Schweitzer<sup>1)</sup> verwendet eine Braunsche Kathodenstrahlenröhre, Johnstone<sup>2)</sup> eine Aluminium-Gleichrichterzelle und Schleicher<sup>3)</sup> eine stroboskopische Scheibe mit Zungenfrequenzmesser.

Von den praktisch ausgeführten Apparaten, mit denen man direkt die beiden Größen  $n$  und  $n_d$  mißt, seien erwähnt der Differential-Tourenzähler von Siemens & Halske<sup>4)</sup>, der Schlüpfungszähler von Schwartzkopff, Berlin, nach Angaben von Ziehl<sup>5)</sup>, das Asynchronometer von Horschitz<sup>6)</sup> und der „Schlupfzähler“ von Schneckenberg<sup>7)</sup>, eine Konstruktion auf Grund der von Andraut angegebenen Methode. Diese besteht darin, daß auf einer mit Jodstärke getränkten und mit einem Pol des Motors verbundenen Papierscheibe, die vom Motor mit  $n_2 = n$  U/min gedreht wird, durch einen an den anderen Pol angeschlossenen Eisenstift bei radialer Bewegung desselben blaue spiralförmige Kreisbögen gezeichnet werden. Hat man  $b$  Bögen für  $u$  Umdrehungen der Scheibe gezählt, so ist

$$\sigma = \frac{b - 2u \cdot p}{b} \cdot 100 \text{ \%}.$$

Die Messung der Periodenzahl  $\nu$  kann nach einer der von Vanni<sup>8)</sup>, Martienssen<sup>9)</sup> und Keinath<sup>10)</sup> angegebenen Methoden erfolgen.

### 13. Untersuchung eines asynchronen Einphasenmotors.

Die Wirkungsweise des Einphasenmotors kann man sich in zweifacher Weise erklären. Schon Leblanc<sup>11)</sup> und Blondel<sup>12)</sup> dachten sich das pulsierende Ständerfeld in zwei entgegengesetzt umlaufende Drehfelder von dem halben Höchstwert des Wechselfeldes zerlegt. Diese sog. Drehfeldtheorie ist dann die Grund-

<sup>1)</sup> ETZ. 1901, S. 947.

<sup>2)</sup> El. World 1908, S. 343; ETZ. 1908, S. 1154 (Ref.).

<sup>3)</sup> ETZ. 1917, S. 587.      <sup>4)</sup> ETZ. 1899, S. 764.

<sup>5)</sup> ETZ. 1901, S. 1026.

<sup>6)</sup> El. Kr. u. Bahnen 1909, S. 461; ETZ. 1910, S. 276.

<sup>7)</sup> ETZ. 1911, S. 1162.

<sup>8)</sup> Eletttricista, Febr. 1903; ETZ. 1903, S. 223.

<sup>9)</sup> El. Kr. u. Bahnen 1910, S. 372; ETZ. 1910, S. 204.

<sup>10)</sup> ETZ. 1916, S. 271.      <sup>11)</sup> Lum. El. 1892, S. 654.

<sup>12)</sup> Lum. El. 1893.



lage weiterer Veröffentlichungen von Arnold<sup>1)</sup>, Cahen<sup>2)</sup>, Behrend<sup>3)</sup>, Heubach<sup>4)</sup>, Eichberg<sup>5)</sup>, Goldschmidt<sup>6)</sup> gewesen. Rössler<sup>7)</sup> nimmt sogar zwei räumlich getrennte Motoren an und Thomälén<sup>8)</sup> ersetzt die Ständer-MMK durch zwei entgegengesetzt umlaufende MMKe.

Wenn auch die Erscheinungen von dieser Theorie in klarer Weise zur Anschauung gebracht werden, so entfernt sie sich doch von der Wirklichkeit und behält immer etwas Künstliches. Mehr den physikalischen Gesetzen entspricht die von Potier<sup>9)</sup>, Görges<sup>10)</sup> und Steinmetz<sup>11)</sup> angegebene Querfeldtheorie, nach welcher das Drehmoment eine Folge des vom Rotor erregten und gegen das Ständerfeld um eine halbe Polteilung verschobenen Querfeldes ist. Beide Theorien sind von Arnold<sup>12)</sup> ausführlich behandelt und dabei gezeigt worden, daß sie beide zu demselben Resultat führen.

### a) Das Heyland-Diagramm.

Nehmen wir eine sinusförmige Verteilung des magnetischen Feldes am Umfange des Ständers an, so würde für eine Feldstärke  $\mathfrak{B}_t$ , wie sie in einer Zeit  $t$  vor der Mitte eines Pols vorhanden wäre, die Induktion an der Stelle  $x$  von der neutralen Zone aus gerechnet,  $\mathfrak{B}_{x_t} = \mathfrak{B}_t \cdot \sin px$  für  $p$  Polpaare sein.

Ändert sich nun die Feldstärke vor dem Pol zeitlich nach der Gleichung  $\mathfrak{B}_t = \mathfrak{B}_{\max} \cdot \sin \omega t$ , so wird für eine Stelle  $x$  des Feldes zur Zeit  $t$  die Feldstärke

$$\mathfrak{B}_{x_t} = \mathfrak{B}_{\max} \cdot \sin px \cdot \sin \omega t,$$

$$\text{oder} \quad \mathfrak{B}_{x_t} = \frac{\mathfrak{B}_{\max}}{2} \cdot \cos(px - \omega t) - \frac{\mathfrak{B}_{\max}}{2} \cdot \cos(px + \omega t).$$

Die beiden Teilfelder

$$\mathfrak{B}'_t = \frac{\mathfrak{B}_{\max}}{2} \cdot \cos(px - \omega t)$$

$$\text{und} \quad \mathfrak{B}''_t = \frac{\mathfrak{B}_{\max}}{2} \cdot \cos(px + \omega t)$$

<sup>1)</sup> ZfE. 1894.    <sup>2)</sup> ETZ. 1895, S. 463.    <sup>3)</sup> ETZ. 1897, S. 167

<sup>4)</sup> ETZ. 1899, S. 314.    <sup>5)</sup> ETZ. 1900, S. 484.    <sup>6)</sup> ETZ. 1900, S. 605.

<sup>7)</sup> Motoren f. Wechselstrom. (Springer.)

<sup>8)</sup> ETZ. 1905, S. 1111, 1136; 1907, S. 190.

<sup>9)</sup> Bull. Soc. int. El. 1894, S. 248.

<sup>10)</sup> ETZ. 1895, S. 750; 1903, S. 271.

<sup>11)</sup> ETZ. 1899, S. 439, 452.

<sup>12)</sup> Wechselstromtechnik. Bd. V, 1.

sind aber Drehfelder, da ihr Höchstwert  $\frac{\mathfrak{B}_{\max}}{2}$  sich räumlich mit der Winkelgeschwindigkeit  $\frac{\omega}{p}$  verschiebt, und zwar dreht sich für  $px - \omega t = 0$  das Feld  $\mathfrak{B}'$  mit der Winkelgeschwindigkeit  $+\frac{\omega}{p}$ , das Feld  $\mathfrak{B}''$  für  $px + \omega t = 0$  mit  $-\frac{\omega}{p}$ .

Die beiden Drehfelder, in welche das Wechselfeld zerlegt wird, besitzen demnach eine Stärke von der Hälfte des Höchstwerts  $\mathfrak{B}_{\max}$  des Wechselfeldes und drehen sich in entgegengesetzter Richtung mit gleicher Winkelgeschwindigkeit  $\frac{\omega}{p}$ .

Eine solche Erzeugung eines Wechselfeldes durch zwei entgegengesetzt rotierende Felder ist jedoch auch praktisch ausführbar, indem man (Fig. 339) senkrecht zu den Windungen  $a_1 \div b_1$  der Hauptwicklung (I) eine Hilfswicklung (II)  $a_2 \div b_2$  von gleichen Dimensionen angeordnet, deren Strom eine zeitliche Verschiebung von  $90^\circ$  gegenüber der Hauptwicklung hat. Teilt man die Wicklung II in zwei gleiche Teile  $a_2$  und  $b_2$  und schaltet diese so, daß der Strom in ihnen entgegengesetzte Richtung hat, so heben sich ihre Felder auf und die Wicklung II beeinflußt die Wirkungs-

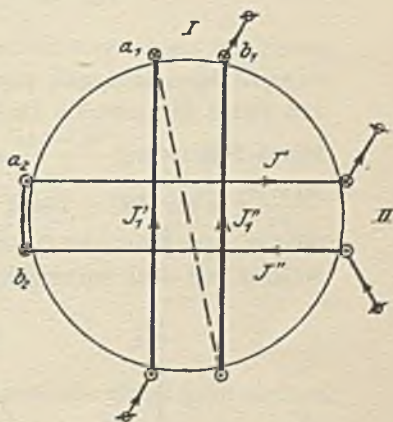


Abb. 339.

weise der Hauptwicklung I nicht. Die beiden Spulen  $a_1$  und  $a_2$  erzeugen nun ein Drehfeld, welches in einem bestimmten Sinne rotiert. Da nun der Strom  $J'$  um  $90^\circ$  gegen  $J_1'$  verschoben war, so wird  $J''$  gegen  $J_1''$  eine Verschiebung von  $90^\circ + 180^\circ = -90^\circ$  besitzen, da  $J'' = -J'$  sein sollte. Die beiden Spulen  $b_1$  und  $b_2$  erzeugen daher ein Drehfeld in entgegengesetztem Sinne. Diese Anordnung verhält sich demnach wie eine Vereinigung zweier Zweiphasenmotoren, von denen die ersten Phasen hintereinander, die zweiten gegeneinander geschaltet sind, und übt dieselbe Wirkung aus, als wenn nur die Hauptwicklung I allein vorhanden wäre, d. h. wie ein Einphasenmotor.



Denkt man sich nun beide Drehfeldmotoren in einem Gehäuse auf denselben Anker oder Läufer wirkend und ist die Winkelgeschwindigkeit des Feldes  $\omega_1$  bzw.  $-\omega_1$  und die des Läufers  $\omega_2$ , so hat der Motor I die Schlüpfung  $\omega_1 - \omega_2$ , Motor II dagegen

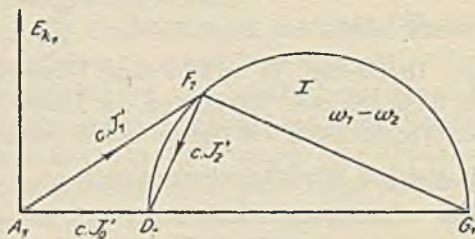


Abb. 340.

$-\omega_1 - \omega_2$  oder  $-(\omega_1 + \omega_2)$ . Für den Motor I gilt demnach pro Phase das normale Drehfeldmotorendiagramm (Fig. 340) für kleine Schlüpfung  $\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1} = \text{ca. } 3 \div 6\%$  und für Motor II mit  $\frac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_1} = \text{ca. } 197 \div 194\%$  Schlüpfung entspricht der Betrieb nahezu dem Kurzschluß, entsprechend dem Diagramm Fig. 341, welches mit dem vorhergehenden gleichzeitig bestehen muß.

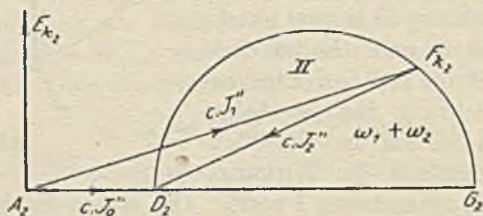


Abb. 341.

Macht man vorläufig die Vereinfachung, daß der Kurzschlußstrom  $A_2 F_{k_2}$  mit der Linie  $A_2 G_2$  zusammenfällt, so muß, da  $J_1' = J_1''$  sein soll, die Linie  $A_2 G_2 = A_1 F_1$  werden (Fig. 342). Außerdem muß, wenn die Teilmotoren die Spannungen  $E_{k_1}$  und  $E_{k_2}$  erhalten,

$$E_{k_1} + E_{k_2} = E_k = \text{konst.}$$

werden. Da nun  $\Re(E_{k_1}) = A_1 D_1$

und  $\Re(E_{k_2}) = A_2 D_2$





leitungen bestand nun zwischen  $A_1F_1$  und  $A_2D_2$  die Beziehung  $\frac{A_2D_2}{A_1F_1} = \frac{\tau}{1+\tau}$ , folglich ist

$$A_2D_2 = \frac{\tau}{1+\tau} \cdot A_1F_1 = c \cdot J_s \cdot \frac{\tau}{1+\tau},$$

woraus (3)  $\Re(E_{k_2}) = c \cdot J_s \cdot \frac{\tau}{1+\tau}$

wird. Außer der Bedingung gleicher Stromstärke für beide Motoren soll noch  $E_{k_1} + E_{k_2} = E_k$  oder auch

$$\Re(E_{k_1}) + \Re(E_{k_2}) = \Re(E_k)$$

sein. Es wird dann nach Gl. 2 und 3

$$(4) \quad \Re(E_k) = c \cdot J_s \cdot \left(1 + \frac{\tau}{1+\tau}\right) = c \cdot J_s \cdot \frac{1+2\tau}{1+\tau}.$$

Betrachten wir als dritten Fall den Stillstand des Motors unter voller Spannung, d. h. den Kurzschlußzustand, so wird  $\omega_2 = 0$  und für beide Motoren die Schlüpfung  $\omega_1 = 100\%$ , ferner  $E_{k_1} = E_{k_2} = \frac{E_k}{2}$ . Punkt  $F_1$  fällt für den Kurzschlußstrom  $J_k$  mit  $G_1$  zusammen, so daß  $A_1F_1 = A_1G_1 = c \cdot J_k$  wird. Außerdem müssen die Felder  $\Re_1' = \Re_1'' = \frac{\Re(E_k)}{2} = A_1D_1 = A_2D_2$  werden.

Es verhält sich aber  $\frac{A_1D_1}{A_1G_1} = \frac{A_2D_2}{A_1F_1} = \frac{\tau}{1+\tau}$ . Somit folgt daraus

$$(5) \quad A_1D_1 = A_1G_1 \cdot \frac{\tau}{1+\tau} = c \cdot J_k \cdot \frac{\tau}{1+\tau} = \frac{\Re(E_k)}{2}.$$

Aus Gl. 1, 4, 5 ergibt sich  $J_s = J_{s1} \cdot \frac{2+2\tau}{1+\tau}$  und  $J_k = J_{s1} \cdot \frac{1+\tau}{\tau}$ .

Der Punkt  $F$  bewegt sich (Fig. 343) wie beim Dreiphasen-

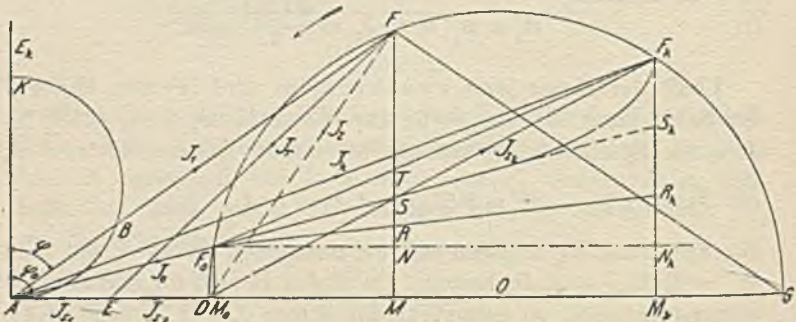


Abb. 343.

motor auf einem Kreise über  $DG$ , der dem Heyland-Kreis entspricht, wobei aber der gesamte Feldstrom  $J_s$  nicht mehr gleich dem primären Magnetisierungsstrom  $J_{s_1}$ , sondern nahezu doppelt so groß ist. Die Differenz  $J_s - J_{s_1} = J_{s_2}'$  entspricht daher einer Komponente des zum Ausgleich eines auch bei Synchronlauf im Läufer induzierten Feldstromes  $J_{s_2}$ . Es ist deswegen  $J_r = \Sigma(J_{s_2}, J_2)$  und  $J_{s_1}$  die Resultante von  $J_1$  und  $J_r$ .

Zur Konstruktion des Diagramms macht man folgende Aufnahmen bei konstanter Spannung  $E_k$  und Periodenzahl  $\nu$ :

1. Bei offener Läuferwicklung wird der entnommene Strom  $J_0'$  und die Leistung  $L_0'$  gemessen.
2. Ständerwiderstand  $R_1$ .
3. Bei Leerlauf: Strom  $J_0$ , Leistung  $L_0$ , Phasenwinkel  $\varphi_0$ .
4. Für Kurzschluß findet man bei einer Spannung  $E_k' < E_k$ , Stromstärke  $J_k'$  und Leistung  $L_k'$  die Werte für

$$J_k = J_k' \cdot \frac{E_k}{E_k'} \quad \text{und} \quad \cos \varphi_k = \frac{L_k'}{E_k' \cdot J_k'}$$

Besitzt der Läufer keine Schleifringwicklung, so kann man die Aufnahme 1 nicht machen, man setzt dann angenähert

$$J_{s_1} \approx \frac{J_0}{2},$$

im anderen Fall ist  $J_{s_1} = \sqrt{(J_0')^2 - \left(\frac{L_0'}{E_k}\right)^2}$

Nun zieht man von dem Koordinatenanfang  $A$  aus unter dem  $\sphericalangle \varphi_0$  bzw.  $\varphi_k$  gegen die Ordinatenachse ( $E_k$ ) geneigt die Strahlen

$$J_0 = AF_0 \quad \text{und} \quad J_k = AF_k$$

und legt durch  $F_0$  und  $F_k$  einen Kreis mit dem Mittelpunkt  $O$  auf der Abszissenachse, so schneidet er diese in  $D$  und  $G$ . Es ist dann  $AD = J_s$ . Trägt man darauf  $AE = J_{s_1}$  ab, so stellt ein beliebiger Strahl  $AF$  den Primärstrom  $J_1$  und  $FE$  (nicht  $FD$ !) den Läuferstrom  $J_r$  dar. Der Winkel  $KAF$  ist dann gleich  $\varphi$ .

**Leistungsfaktor.** Schlägt man über  $AK = 1$  einen Kreisbogen so wird  $AB = \cos \varphi$ .

**Eingeführte Leistung:** Sie ist  $L_e = E_k \cdot J_1 \cdot \cos \varphi = c \cdot FM$ .

Die anderen Größen (Drehmoment, Schlüpfung, abgegebene Leistung usw.) sind nicht mehr in der einfachen Weise wie beim



Dreiphasenmotor zu bestimmen. Jedoch kann man sie durch folgende angenäherte Konstruktion ermitteln. Das Lot  $F_k M_k$  stellt den bei Kurzschluß auftretenden Leistungsverbrauch zum Ausgleich der Verluste  $L_{hwk} + L_{rk}$  dar. Hierin kann man

$$L_{hwk} = L_0 - L_{r_0} = L_e + L_{hw_0}$$

setzen, worin  $L_{r_0} = J_0^2 \cdot R_1$  den infolge des Leerlaufstromes  $J_0$  auftretenden Stromwärmeverlust bedeutet. Da nämlich die Verluste  $L_e$  mit der Schlüpfung abnehmen, dafür aber die zusätzlichen Eisenverluste im Läufer proportional der Schlüpfung wachsen, so kann man  $L_e + L_{hw_0} = L_{hwk}$

setzen. In der Kurzschlußleistung

$$L_{r_k} = J_k^2 \cdot R_1 + 3 \cdot J_{r_k}^2 \cdot R_2,$$

wobei der Läufer dreiphasige Wicklung besitzen soll, deren Widerstand für eine Phase  $R_2$  Ohm beträgt, kann man für

$$J_k^2 \cdot R_1 = J_0^2 \cdot R_1 + (J_k^2 - J_0^2) \cdot R_1$$

setzen oder angenähert

$$J_k^2 \cdot R_1 \approx L_{r_0} + J_{2k}^2 \cdot R_1.$$

Darin ist  $F_0 F_k \approx J_{2k}$  eingeführt. Es folgt dann durch Einsetzen

$$F_k M_k = L_0 - L_{r_0} + L_{r_k} = L_0 + J_{2k}^2 \cdot R_1 + 3 \cdot J_{r_k}^2 \cdot R_2.$$

Zieht man im Abstände  $M_0 F_0 = L_0$

durch  $F_0$  eine Parallele zur Abszissenachse, so wird das Stück

$$F_k N_k = J_{2k}^2 \cdot R_1 + 3 \cdot J_{r_k}^2 \cdot R_2.$$

Da  $J_{2k} = DF_k$  aus dem Diagramm entnommen werden kann und  $R_1$  gemessen ist, so läßt sich

$$N_k R_k = J_{2k}^2 \cdot R_1$$

berechnen; dann stellt die Strecke

$$R_k F_k = 3 \cdot J_{r_k}^2 \cdot R_2$$

den gesamten Stromwärmeverlust im Läufer dar. Verbindet man nun  $F_0$  mit  $R_k$ , so können die auf  $FM$  abgeschnittenen Strecken  $NR$  und  $RT$  den Verlusten

$$J_1^2 \cdot R_1 \quad \text{und} \quad 3 \cdot J_r^2 \cdot R_2$$

proportional gesetzt werden. Es stellt dann  $MR$  die bei dem Primärstrom  $AF = J_1$  auftretenden primären Verluste, und

$$MT = L_e + L_{hw} + J_1^2 \cdot R_1 + 3 \cdot J_r^2 \cdot R_2$$

die Gesamtverluste dar.

Die **abgegebene Leistung** ist daher  $L_a = c \cdot FT$ . Die auf den Läufer übertragene ist  $L_u = c \cdot FR$ .

Das **Drehmoment** ist jedoch nicht mehr durch die Leistung  $L_u$  gegeben, da infolge der beiden gegeneinander rotierenden Drehfelder das Drehmoment  $M_{d_2}$  negativ wird. Es ist daher das resultierende Drehmoment  $M_d = M_{d_1} - M_{d_2}$ . Für  $M_{d_2} = 0$  wäre  $M_d = M_{d_1}$ . Zur Bestimmung von  $M_{d_2}$  benutzen wir die Beziehung, daß eine Leistung gleich dem Produkt von Drehmoment und Winkelgeschwindigkeit ist, infolgedessen wird ein Leistungsverlust sich aus den Faktoren Drehmoment und Winkelgeschwindigkeitsverlust zusammensetzen. Da die Drehfelder mit den Winkelgeschwindigkeiten  $\omega_1 - \omega_2$  und  $\omega_1 + \omega_2$

in den Läufern der beiden gedachten Teilmotoren gleiche Stromwärmeverluste erzeugen, so ist der Verlust im zweiten Motor  $\frac{3}{2} \cdot J_r^2 \cdot R_2$  und kann ersetzt werden durch das Produkt  $M_{d_2} \cdot (\omega_1 + \omega_2)$ , woraus folgt:

$$M_{d_2} = \frac{3 \cdot J_r^2 \cdot R_2}{2 \cdot (\omega_1 + \omega_2)} \quad \text{und} \quad M_{d_1} = c \cdot FR.$$

Bis zur normalen Stromaufnahme ändert sich die Schlüpfung nur wenig, so daß man setzen kann

$$M_{d_2} \approx c \cdot \frac{TR}{2}.$$

Halbiert man daher  $F_k R_k$  in  $S_k$  und zieht den Strahl  $F_0 S_k$ , so wird

$$RS = c \cdot M_{d_2} \quad \text{und} \quad M_d = c \cdot (FR - RS) = c \cdot FS.$$

Für größere Schlüpfungen etwa über 30 % biegt jedoch die Drehmomentlinie  $F_0 S$  nach oben ab und endet nicht in  $S_k$ , sondern in  $F_k$ .

Schlüpfung  $\sigma$  und Wirkungsgrad  $\eta$  werden am besten rechnerisch bestimmt, und zwar wird nach Gleichung  $L_a = M_d \cdot \omega_2$  die Winkelgeschwindigkeit  $\omega_2 = \frac{FT}{FS}$ .



Daraus folgt die Schließung:

$$\sigma = 1 - \frac{\omega_2}{\omega_1} = 1 - \frac{FT}{FS \cdot \omega_1}.$$

Der Wirkungsgrad ist  $\eta = \frac{L_a}{L_c} = \frac{FT}{FM}$ .

### b) Das Ossanna-Diagramm.

Dafür macht man bei der normalen Klemmenspannung  $E_k$  und Periodenzahl  $\nu$  folgende Aufnahmen:

1. Bei offenem, stillstehendem Läufer: Ständerstrom  $J'_0$  und Leistung  $L'_0$ , Widerstand  $R_1$ .
  2. Bei synchronem Gang des Läufers: Stromstärke  $J_{00}$ , Leistung  $L_{00}$ .
  3. Bei Leerlauf: Stromstärke  $J_0$ , Leistung  $L_0$ .
  4. Bei Kurzschluß, d. h. Stillstand des Läufers unter einer Spannung  $E'_k < E_k$ ; Stromstärke  $J'_k \approx J$ ; Leistung  $L'_k$ .
- Aus Messung 1 (nur bei Phasenankern möglich) findet man

den Ständer-Feldstrom:  $J_{i_1} = \sqrt{(J'_0)^2 - \left(\frac{L'_0}{E_k}\right)^2}$ ,

bei Kurzschlußankern setzt man  $J_{i_1} \approx \frac{J_0}{2}$ . Zu 2: Der Läufer muß synchron angetrieben werden. Man erhält dabei  $\cos \varphi_{00} = \frac{L_{00}}{E_k \cdot J_{00}}$ . Aus Versuch 3 folgt:

$$\cos \varphi_0 = \frac{L_0}{E_k \cdot J_0} \quad \text{und} \quad L_e = L_0 - L_{00}.$$

Aus Messung 4 ergibt sich:

$$J_k = J'_k \cdot \frac{E_k}{E'_k} \quad \text{und} \quad \cos \varphi_k = \frac{L_k}{E'_k \cdot J'_k}.$$

Zur Konstruktion des Diagramms (Fig. 344) zeichnet man die Strahlen  $AF_0 = J_0$  unter dem  $\sphericalangle \varphi_0$  und  $AF'_k = J'_k$  unter dem  $\sphericalangle \varphi_k$  gegen  $E_k$  geneigt. Den Mittelpunkt  $O_0$  findet man mit großer Annäherung wie beim Drehstrommotor, während in Wirklichkeit die Linie  $F_0 a$  um einen kleinen  $\sphericalangle \varphi_2$  gegen die Ordinatenachse geneigt sein müßte, da im Läufer außer dem Leistungsstrom noch ein Feldstrom erzeugt wird. Setzt man  $\varphi_2 \approx 0$ , so wird

$$\operatorname{tg} \alpha \approx \frac{\frac{1}{2} \cdot J_{01} \cdot \sin \varphi_k + \frac{3}{2} \cdot J_{0s} \cdot \cos \varphi_k}{J_{0s} \cdot \sin \varphi_k - J_{01} \cdot \cos \varphi_k + J_k}.$$





Halbiert man die Ordinate  $F_k Y$  in  $c$ , so trifft ein von  $A$  aus durch  $c$  gelegter Strahl den Kreis in  $F_\infty$ , wofür angenähert

$$\operatorname{tg} \beta \approx \frac{\frac{1}{2} \cdot J_{k1}}{J_{k2}}$$

ist. Der Synchronpunkt  $F_{00}$  ergibt sich ebenso wie vorher (S. 428). Die eingeführte Leistung ist bestimmt durch  $L_e \equiv FM$  im Maßstab von  $L_0 \equiv F_0 M_0$ .

Die abgegebene Leistung ist  $L_a \equiv FN$ .

Der Ständerstrom ist gegeben durch den Strahl  $J_1 = AF$ .

Trägt man  $J_{s1} = AC$  ab, so ist der Läuferstrom  $J_r = FC$ .

**Leistungsfaktor:** Schlägt man über  $AB = 1$  einen Halbkreis, dann ist die vom Strahl  $AF$  abgeschnittene Sehne  $Aw = \cos \varphi$ .

**Schlüpfung  $\sigma$ :** Man kann sie nicht direkt wie beim Dreiphasenmotor ermitteln, sondern teils aus dem Diagramm, teils durch Rechnung. Bedeutet  $n_1 = \frac{60 \cdot v_1}{p}$  die synchrone Drehzahl und  $n$  diejenige des Läufers, so läßt sich in der Gleichung

$$\sigma = \frac{n_1 - n}{n_1} = 1 - \frac{n}{n_1}$$

nur das Glied  $\left(\frac{n}{n_1}\right)^2$  aus dem Diagramm nach derselben Konstruktion wie beim Dreiphasenmotor entnehmen. Zieht man nämlich eine Linie durch  $F_\infty F_k$  und durch einen Punkt  $l$  auf ihr eine Parallele  $lk = 100\%$  zur Tangente in  $F_\infty$ , so teilt ein von  $F$  nach  $F_\infty$  gelegter Strahl die Parallele im Punkt  $r$  im Verhältnis  $\frac{lr}{lk} = \left(\frac{n}{n_1}\right)^2$ , woraus  $\frac{n}{n_1}$  und  $\sigma$  berechnet werden kann.

**Drehmomentleistung  $L_d$ :** Auch diese läßt sich nicht direkt bestimmen, da eine Linie  $L_d = 0$ , die sie darstellen sollte, durch  $F_0$ ,  $F_k$  und  $F_\infty$  gehen müßte. Sie ergibt sich daher nur rechnermäßig aus der Gleichung

$$L_d = \frac{L_a}{\frac{n}{n_1}}.$$

**Wirkungsgrad  $\eta$ :** Dafür zeichnen wir die Verlustlinien  $L_0 = 0$ ,  $L_k = 0$  (S. 428),  $L_v = 0$  (S. 431) und die Parallele  $pn$  zu  $L_e = 0$ , dann ist die von einem durch  $W$  gehenden Strahl  $Fq$  abgeschnittene Strecke  $pq = \eta$ , wenn  $pn = 100\%$  bedeutet.

## 14. Untersuchung eines Einanker-Umformers.

Allgemein benutzt man den Einankerumformer dazu, als Synchronmotor laufend Wechselstrom in Gleichstrom umzuformen. Er ist daher nach den für Synchrongeneratoren geltenden Grundsätzen an die Stromquelle anzuschließen, indem man ihn von der Gleichstromseite antreibt.

Auf die Größe der Gleichspannung kann man nur durch die Veränderung der Wechselspannung einwirken. Dies kann nun entweder durch einen Transformator mit veränderlichem Übersetzungsverhältnis oder eine Zusatz-EMK erfolgen oder durch die Einwirkung phasenverschobener Ströme auf die Selbstinduktion der Wechselstromleitungen oder einer in ihnen liegenden Drosselspule.

Die von einem Wechselstrom hervorgerufene Feldspannung oder EMK der Selbstinduktion ist um  $90^\circ$  gegen denselben nachteilend. Schickt man nun durch die Drosselspule einen um  $90^\circ$  nachteilenden Strom, wie es z. B. der Ausgleichsstrom  $i_0$  des Synchronmotors bei Untererregung ist (s. S. 388), so ist die von ihm hervorgerufene EMK der Selbstinduktion gegen die Klemmenspannung  $E_k$  um  $90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$  nachteilend, d. h. sie wirkt der Spannung  $E_k$  direkt entgegen. Durch Schwächung des Feldes im Umformer wird demnach die dem Motor gebotene primäre Spannung verringert und damit auch die Spannung der Gleichstromseite niedriger. Verstärkt man dagegen das Feld, so daß der Ausgleichsstrom  $i_0$  der Klemmenspannung voreilt, so ist die in der Drosselspule von ihm erzeugte EMK der Selbstinduktion um  $90^\circ - 90^\circ = 0^\circ$  nachteilend, d. h. in Phase mit  $E_k$ , sie addiert sich daher zu  $E_k$ , so daß die Klemmenspannung des Motors und damit auch die Gleichspannung steigt. Praktisch ist natürlich die Phasenverschiebung des Ausgleichsstromes  $i_0$  immer kleiner als  $90^\circ$ , so daß nur eine Komponente die oben angegebene Wirkung ausübt.

Die Folge der Änderung des Magnetfeldes äußert sich in derselben Weise wie bei einem Gleichstromgenerator. Ihrem Wesen nach ist diese Erscheinung aber von der im Gleichstromgenerator auftretenden durchaus verschieden.

Die Untersuchung eines Umformers erstreckt sich nun auf folgende Punkte:



- a) Man bestimmt die Arbeitskurven, indem man bei konstanter Erregung das Arbeitsdiagramm, wie bei einem Synchronmotor (S. 397) aufnimmt.
- b) Zur Aufnahme der V-Kurven  $f(J_1, E_g)$  bzw.  $f(J_1, J_e)$  für  $M_d = \text{konst.}$  läßt man die Maschine auf ein Gleichstromnetz zurückarbeiten oder belastet sie mit einem Widerstand, so daß die abgegebene Leistung  $L_2$  für eine Kurve konstant bleibt. Gleichzeitig ermittelt man auch den Leistungsfaktor  $\cos \varphi$  und stellt ihn als  $f(\cos \varphi, J_e)$  dar. Aus der Leistung  $L_1$  der Wechselstromseite und der Gleichstrombelastung  $L_2$  erhält man ferner den Wirkungsgrad  $\eta$  als Funktion vom Erregerstrom  $J_e$ .
- c) Zur Untersuchung der Spannungsänderung mit der Belastung nimmt man bei konstanter Wechselspannung  $E_{k_1}$ , Periodenzahl  $\nu$  und Erregung  $J_e$  die äußere Charakteristik  $f(E_{k_2}, J_2)$  auf.

## 15. Bestimmung des Wirkungsgrades von Wechselstrommaschinen.

Abgesehen von den bisher betrachteten Möglichkeiten mit Hilfe von Diagrammen den Wirkungsgrad festzustellen, wollen wir in diesem Abschnitt noch einige andere Methoden besprechen.

### a) Zurückarbeitungsmethode.

Hierbei müssen mindestens zwei gleich große Maschinen von gleicher Spannung vorhanden sein. Die beiden Maschinen werden mechanisch mittels verstellbarer Kupplung direkt oder durch Riemen miteinander gekuppelt und durch einen Hilfs-Gleichstrommotor  $H$  angetrieben (Fig. 345).

Nun vereinigt man auch elektrisch beide nach den Regeln für das Parallelschalten von Wechselstrommaschinen, dann wird die eine als Generator  $G$ , die andere als Motor  $M$  laufen. Entsprechend einer bestimmten relativen Verschiebung der beiden Anker gegeneinander wird sich dann ein gewisser Leistungsstrom einstellen, während durch die Änderung der Erregung nur der Feldstrom und damit der Leistungsfaktor  $\cos \varphi$  beeinflußt wird. Auf diese Weise kann jeder beliebige Belastungsstrom  $J$  und Phasenverschiebung  $\varphi$  erhalten werden. Da sich das System die

vom Leistungsmesser  $L$  angezeigte elektrische Leistung zum Betriebe selbst erzeugt, so hat der Hilfsmotor  $H$  nur die zur Kompensierung der Verluste notwendige Leistung  $L_v$  an die Transmission zu liefern. Bewegt sich eine Leistung  $L$  bei einer Span-

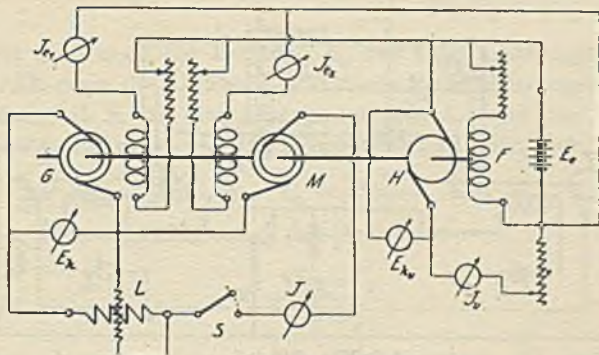


Fig. 345.

nung  $E_k$  und einem Strom  $J$  innerhalb der beiden Maschinen und nehmen wir an, daß die Verluste gleich groß sind, so erhält der Motor an den Klemmen die Leistung  $L$  und gibt an der Welle  $L_a = L - \frac{L_v}{2}$  ab. Dem Generator wird nun

$$L_e = L_a + L_v = L + \frac{L_v}{2}$$

zugeführt, so daß der Gesamtwirkungsgrad

$$\eta_g \cdot \eta_m = \frac{L_a}{L_e + L_{re}} = \frac{L - \frac{L_v}{2}}{L + \frac{L_v}{2} + E_e \cdot (J_{e_1} + J_{e_2})}$$

oder für  $\eta_g = \eta_m = \eta$

$$\text{der Einzelwirkungsgrad } \eta = \sqrt{\frac{L - \frac{L_v}{2}}{L + \frac{L_v}{2} + E_e \cdot (J_{e_1} + J_{e_2})}}$$

wird. Die Leistung  $L_v$  wird aus Spannung  $E_{k_v}$ , Strom  $J_v$  und dem Wirkungsgrad des Hilfsmotors  $H$  bestimmt, daher ist es vorteilhaft, ihn vorher für verschiedene Belastungen zu eichen.

Die Genauigkeit der Methode ist nicht sehr groß, da infolge



der verschiedenen induzierten EMKe im Motor und Generator Eisenverluste auftreten, die bei normalem Betrieb nicht vorhanden sind. Man benutzt diese Anordnung aber in der Praxis gleichzeitig zur Dauerbelastung und Bestimmung der Temperaturerhöhung.

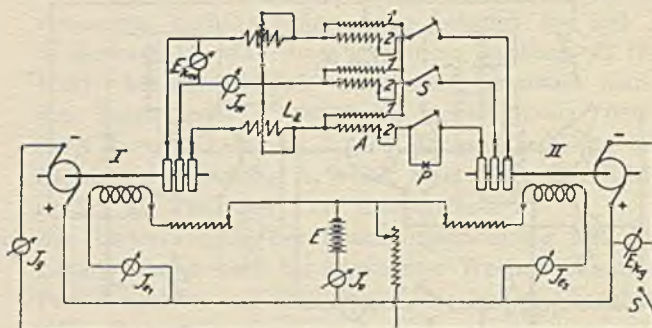


Fig. 346.

Für die Untersuchung rotierender Dreiphasenumformer macht man folgende Schaltung (Fig. 346).

Die Gleichstromseiten I und II werden an eine Hilfsbatterie  $E$  gelegt, deren Spannung gleich  $E_{k_g}$  sein muß. Sie braucht jedoch nur eine Leistung abzugeben, die etwas größer ist, als die Summe sämtlicher Verluste. Nachdem die Umformer auf gleiche Spannung und Phase gebracht sind, werden die Schalthebel  $S$  geschlossen, wobei die Sekundärwicklung 2 der Autotransformatoren  $A$  vorher ausgeschaltet sein muß; damit ist bei richtiger Einstellung der abgegebene Wechselstrom  $J_w = 0$ . Nun verändert man mittels der Autotransformatoren die Wechselspannung  $E_{k_w}$  so weit, bis der normale Strom  $J_u$  bzw.  $J_g$  auftritt. Dieser Strom ist ein reiner Leistungsstrom. Ändert man die Erregung, so tritt noch ein Feldstrom dazu, so daß man auf diese Weise auch eine beliebige Phasenverschiebung erzielen kann. Liefert nun der Akkumulator den Strom  $J_v$ , so dient die Leistung  $L_v = E_{k_g} \cdot J_v$  zum Ausgleich sämtlicher Verluste einschließlich Erregung. Ist der Eigenverbrauch der Autotransformatoren  $L_T$  durch einen Vorversuch bestimmt, so beträgt bei gleichmäßiger Verteilung der Leistungen auf beide Umformer der Verlust in

einer Maschine allein 
$$\frac{L_v - L_T}{2}.$$

Beträgt die Leistung der Gleichstromseite  $L_g = E_{kg} \cdot J_g$ ,

$$\text{so ergibt sich der Wirkungsgrad } \eta = \sqrt{\frac{E_{kg} \cdot J_g - \frac{L_v - L_T}{2}}{E_{kg} \cdot J_g + \frac{L_v - L_T}{2}}}$$

Mißt man noch die Leistung  $L_d$  mit zwei Leistungsmessern, so enthält diese die Differenz der Wechselstromleistungen beider Maschinen, d. h. die Stromwärmeverluste  $L_{ra}$  und die Verluste der Autotransformatoren  $L_T$ , daraus ergibt sich der Kupferverlust für einen Umformer  $L_{ra} = \frac{L_d - L_T}{2}$

und der Leistungswiderstand des Ankers

$$R_a = \frac{L_d - L_T}{2 \cdot J_w^2}.$$

Diese Anordnung ergibt den Wirkungsgrad mit großer Genauigkeit, jedoch nur in dem Fall, wenn die Erregungen voneinander wenig abweichen.

Auf Induktionsmotoren läßt sich die Hopkinsonsche Sparschaltung ebenfalls anwenden, wobei man außer dem Wirkungsgrad noch den Leistungsfaktor, das Drehmoment und die Schlüpfung mitbestimmen kann, wie Fletscher<sup>1)</sup> gezeigt hat.

### b) Hilfsmotormethode.

Ähnlich wie bei den Gleichstrommaschinen (vgl. S. 301) kann man die Verluste  $L_e$ ,  $L_{hw}$  und  $L_{wa}$  aus einer Leerlaufmessung, die Stromwärme  $L_{ra} = J^2 \cdot R_a$  und zusätzlichen Eisenverluste  $L'_{hw}$  aus einer Kurzschlußmessung feststellen.

Zu dem Zweck treiben wir den Generator unerregt durch einen geeichten Gleichstrommotor an, dessen Eigenverbrauch bzw. Umsetzungsverhältnis  $\eta' = \frac{L_{am}}{L_{em}}$  bekannt sein soll; dann gibt er bei einer Spannung  $E_{1m}$  und einem aufgenommenen Strom  $J_{1m}$  an der Welle eine Leistung  $L_{a1}$  ab, welche allein den Reibungsverlust  $L_e$  auszugleichen hat, es sei denn

$$L_e = L_{a1}.$$

<sup>1)</sup> El. Rev. 1910, S. 206.



Nun erregt man das Magnetfeld der Wechselstrommaschine, so daß eine Klemmenspannung  $E_{k_0}$  erzeugt wird, welche gleich der bei dem Strome  $J$  und der Klemmenspannung  $E_k$  auftretenden EMK  $E_a$  ist.

Für induktionsfreie Belastung war

$$E_a = \sqrt{(E_k + J \cdot R_a)^2 + (J \cdot S)^2}$$

oder in eine Reihe entwickelt  $E_a = E_k + J \cdot R_a + \frac{(J \cdot S)^2}{2E_k}$ , wobei unter Vernachlässigung des letzten Gliedes  $E_a = E_{k_0} \approx E_k + J \cdot R_a$  gesetzt werden kann.

Dabei nimmt der Hilfsmotor eine Leistung  $L_2 = E_{2m} \cdot J_{2m}$  auf und überträgt auf den Generator  $L_{a_2} = \eta' \cdot L_2$ . Es ist dann  $L_{a_2} = L_e + L_{hw} + L_{wa}$ , wo  $L_{hw} + L_{wa}$  Eisenverluste und Wirbelstromverluste in den Ankerleitern bedeuten und nach der Gleichung  $L_{hw} + L_{wa} = L_{a_2} - L_{a_1}$  einzeln bestimmt werden können.

Die Kurzschlußmessung zur Ermittlung der Stromwärmeverluste  $L_{ra} = m \cdot J^2 \cdot R_a$  bei  $m$  Phasen des Ankers erfolgt derselben Weise, wie es auf S. 306 angegeben ist.

Schließlich ist noch der Erregerverlust  $L_{r_e} = J_e^2 \cdot R_e$  zu bestimmen. Der für die normale Klemmenspannung  $E_k$  bei einem Belastungsstrom  $J$  und dem Phasenwinkel  $\varphi$  erforderliche Erregerstrom wird der Regulierungskurve

$$f(J_e, J), \quad E_k = \text{konst.}, \quad \varphi = \text{konst.}$$

entnommen. Ist diese jedoch nicht aufgenommen, so kann man  $J_e$  folgendermaßen auf Grund der beim Versuch gefundenen Diagramme berechnen:

Die Klemmenspannung  $E_k$  erfordert eine EMK

$$E_a = E_k + J \cdot R_a \cdot \cos \varphi + J \cdot S \cdot \sin \varphi,$$

worin  $J$ ,  $R_a$ ,  $S$  und  $\varphi$  bekannt sind. Ist die Leerlaufcharakteristik  $f(E_a, J_e)$ ,  $J = 0$  ermittelt, so erhält man daraus für die obige EMK  $E_a$  einen Erregerstrom  $J_e'$ . Infolge der entmagnetisierenden Kraft des Ankers geht eine MMK

$$AW_e = k_0 \cdot f_{w_1} \cdot m \cdot w \cdot J \cdot \sin \psi$$

entsprechend einem Erregerstrom

$$J_e'' = \frac{AW_e}{w_e}$$

verloren. Da nun  $AW_e$  berechnet werden kann und die Erregerwindungszahl  $w_e$  gegeben ist, so ist auch  $J_e''$  bekannt und damit

$$J_e = J_e' + J_e'' \quad \text{und daraus} \quad L_{r_e} = J_e^2 \cdot R_e \quad \text{gefunden.}$$

Der Wirkungsgrad für normale Belastung und Phasenverschiebung ergibt sich dann aus der Gleichung:

$$\eta = \frac{L_a}{L_a + L_{a_2} + L_{r_a} + L_{r_e}}$$

Um auch für andere Belastungen  $J$  den Wirkungsgrad zu erhalten, nimmt man die Leistungsverluste als Funktion des Ankerstromes  $J$  bei  $\cos \varphi = \text{konst.}$  auf.

Bei der Leerlaufmessung kann man auch den Synchronmotor ohne Benutzung des Hilfsmotors als Synchronmotor laufen lassen und die aufgenommene Leistung

$$L_0 = L_e + L_{hw} + L_{u_a} + m \cdot J_0^2 \cdot R_a$$

mittels Leistungsmessers bestimmen, woraus der Verlust

$$L_e + L_{hw} + L_{u_a} = L_0 - m \cdot J_0^2 \cdot R_a$$

berechnet wird.

In gleicher Weise wird ein Einankerumformer untersucht, indem man ihn als Gleichstrommotor leer laufen läßt (vgl. S. 272).

Bragstad und Bache-Wiig<sup>1)</sup> benutzen diese Methode auch zur Trennung der Verluste eines Asynchronmotors in folgender Weise:

Man treibt den Läufer mittels des konstant erregten Hilfsmotors an und mißt für einige Punkte unterhalb und oberhalb des Synchronismus die Leistung in Abhängigkeit von der Drehzahl  $n$  und zwar:

1. Die Ständer- und Läuferwicklungen sind offen. Der Hilfsmotor gibt nach Abzug des Eigenverbrauchs die Leistungen  $L_{a_1}$  an den Läufer ab (Fig. 347, Kurve 1).
2. Bei erregtem Ständer und offenem Läufer werden vom Hilfsmotor die Leistungen  $L_{a_2}$  übertragen (Kurve 2) und dem Ständer  $L_0$  elektrisch zugeführt (Kurve 3).

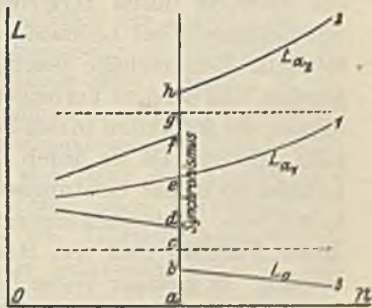


Fig. 347.

<sup>1)</sup> ZfE. 1905, S. 381, 713; ETZ. 1906, S. 106.



Bei Motoren mit Kurzschlußanker kann man die Messungen ebenfalls ausführen, doch sind die Leistungen außerhalb des Synchronismus um die geringen Läuferkupferverluste zu groß.

Die Kurven 2 und 3 zeigen im Synchronismus je einen Sprung  $hf = bd$ , der von dem Läufer-Hysteresisdrehmoment<sup>1)</sup> herrührt, da die Wirbelströme Null sind. Es entspricht daher

$$bc = \frac{bd}{2} = fg = \frac{fh}{2}$$

den Hysteresis-Verlusten  $L_{h_2}$  im Läufer.  $ae$  stellt die Reibungsverluste  $L_e$  dar.  $ac = L_{hw_1} + m_1 \cdot J_o^2 \cdot R_1$  sind die Eisenverluste des Ständers durch Hysteresis und Wirbelströme und Stromwärmeverluste bei Leerlauf.  $eg = L'_{hw}$  kann man dann als zusätzliche Eisenverluste bezeichnen. Sie werden dadurch hervorgerufen, daß bei dem Vorbeigang der Läuferzähne vor den Ständerzähnen die Induktion in den Zähnen mit ziemlich hoher Periodenzahl pulsiert. Da sie durch die Drehung des Läufers entstehen, können sie in der Leistungsaufnahme  $L_0$  des Ständers nicht enthalten sein. Untersuchungen über das Wesen und die Entstehung dieser Verluste sind von Bragstad und Fränckel<sup>2)</sup> gemacht worden. In gleicher Weise lassen sich die einzelnen Verluste als Funktion der Schlüpfung  $\sigma \geq 0$  ermitteln und zeichnerisch darstellen.

Bei synchronen Maschinen trennt man die Verluste auch in folgender Weise: Man nimmt für verschiedene Periodenzahlen  $\nu$  die Eisenverluste  $L_{h\nu}$  des Ankers bei konstantem Erregerstrom  $J_e$  auf. Bildet man daraus den Quotienten  $\frac{L_{h\nu}}{\nu}$  und stellt diesen Wert als Funktion von  $\nu$  zeichnerisch dar, so erhält man annähernd gerade Linien, deren Schnitt mit der Ordinatenachse die Größe  $h = \frac{L_h}{\nu}$  angibt. Die Ordinatendifferenz zwischen  $h$  und den einzelnen Kurvenpunkten ist dann  $w \cdot \nu$ , wie es auf S. 218 angegeben ist. Da die Kurven in der Nähe der Ordinatenachse etwas nach unten abbiegen, ist es vorteilhaft, einige Kurvenpunkte bei möglichst niedriger Periodenzahl aufzunehmen.

Auch die Auslaufmethode läßt sich in gleicher Weise wie bei

<sup>1)</sup> El. Ecl. 1898, S. 489; ETZ. 1903, S. 35, 507, 692, 735, 1910, S. 1249; 1911, S. 652.

<sup>2)</sup> ETZ. 1908, S. 1074, 1102.

Gleichstrommaschinen (S. 288) zur Trennung der Verluste verwenden.

Bei asynchronen Motoren und Generatoren ist sie jedoch nur anwendbar, wenn der Läufer mit Schleifringen versehen ist. Nach Bragstad und la Cour<sup>1)</sup> führt man dem Läufer eine konstante Gleichstromerregung  $J_e$  zu und nimmt dafür die Auslaufkurve  $f(\nu, t)$  auf. Dabei ist es gleichgültig, ob man den Strom durch zwei Phasen in Hintereinanderschaltung leitet oder durch eine Phase in Reihe mit den beiden anderen parallel geschalteten. Darauf treibt man ihn mit derselben Erregung als Synchronmotor für verschiedene Periodenzahl an und mißt die dabei aufgenommene Leerlaufleistung  $L_0$  als Funktion der Periodenzahl  $\nu$ , wobei die dem Ständer zugeführte Spannung so reguliert wird, daß die Stromaufnahme  $J_0$  ein Minimum wird. Hierbei ist die Rückwirkung auf das Läuferfeld verschwindend klein, so daß die Auslaufverluste gleich den im Ständer gemessenen gesetzt werden können. Aus diesem Versuch läßt sich dann die Konstante  $c$  (s. S. 289) bestimmen. Hat man durch einen Vorversuch bei mechanischem Antrieb des Läufers die Leerlaufcharakteristik  $f(E_a, J_e)$  als Funktion der im Ständer induzierten EMK  $E_a$  und des Läuferstroms  $J_e$  bei derselben Periodenzahl  $\nu$  aufgenommen, dann kann daraus die zu der Auslaufkurve gehörige EMK entnommen werden. Wird nun noch die Auslaufkurve  $f(\nu_0, t_0)$  ohne Erregung des Läufers ermittelt, so läßt sich mit Hilfe von  $c$  und der hierdurch bestimmten Subnormalen der Reibungsverlust  $L_e$  berechnen. Dann sind die Eisenverluste

$$L_{\text{Hw}} = L_0 - L_e$$

als Funktion von  $\nu$  ebenfalls bekannt, und ihre Trennung kann in einfacher Weise erfolgen. Man kann jedoch auch den Motor leer mit kurzgeschlossenem Läufer elektrisch vom Ständer aus bei verschiedener Periodenzahl aber konstanter Induktion  $\mathfrak{B}_{\text{max}}$  laufen lassen, d. h. die Spannung  $E_k$  muß proportional der Periodenzahl  $\nu$  geändert werden, da für

$$\mathfrak{B}_{\text{max}} = \text{konst.}, \quad E_k = c \cdot \nu$$

ist. Am einfachsten geschieht das in der Weise, daß bei kon-

<sup>1)</sup> ETZ. 1903, S. 34.



stanter Erregung nur die Drehzahl des Generators reguliert wird. Die hierbei aufgenommene Leistung ist dann ebenfalls

$$L_0 = L_e + L_{hw}.$$

Zieht man davon die vorher gefundenen Verluste  $L_e$  ab, so erhält man  $L_{hw}$  allein.

Hat der Asynchronmotor einen Käfig- oder Kurzschlußanker, dann ist die Auslaufmethode nicht ausführbar.

Damit die beim Synchronbetrieb gemessenen Verluste gleich den beim Auslauf gefundenen gesetzt werden dürfen, mußte der im Eisen vorhandene magnetische Zustand vollständig vom Läufer erzeugt werden. Da nun wegen der Streuung die primäre Phasenverschiebung nur ein Niedrigstwert und nicht Null ist, liefert der Ständer auch ein Feld, so daß die Konstante  $c$  etwas zu groß erhalten wird.

Die Konstante  $c$  läßt sich auch folgendermaßen ermitteln: Man nimmt bei kurzgeschlossenem Läufer und normaler Klemmenspannung des Ständers die Anlaufkurve  $f(n_1, t)$  des leerlaufenden Motors und ebenso bei offenem Läufer und derselben Spannung die Auslaufkurve  $f(n_2, t)$  auf, woraus für dieselbe Drehzahl  $n = n_1 = n_2$  die Subtangenten  $a_1 b_1$  bzw.  $a_2 b_2$  sich ergeben. Beim Anlauf wirkt die dem Drehmoment  $M_d$  der Läuferströme entsprechende Leistung  $L_d$  und die dem Drehmoment der Hysterisis und Wirbelströme im Läufer gehörende Leistung  $L_{hw_2}$  beschleunigend, die Ständer-Eisenverluste  $L_{hw_1}$  und Reibungsverluste  $L_e$  verzögernd. Daher ist

$$L_d + L_{hw_2} - L_{hw_1} - L_e = c \cdot n \cdot \frac{dn_1}{dt}.$$

Beim Auslauf wirkt  $L_{hw_1} + L_e$  verzögernd  $L_{hw_2}$  beschleunigend, wofür die Beziehung besteht

$$L_{hw_1} + L_e - L_{hw_2} = -c \cdot n \cdot \frac{dn_2}{dt}.$$

Aus beiden Gleichungen folgt:

$$L_d = c \cdot n \cdot \left( \frac{dn_1}{dt} - \frac{dn_2}{dt} \right) = c \cdot n \cdot \left( \frac{n}{a_1 b_1} - \frac{n}{a_2 b_2} \right)$$

oder

$$L_d = c \cdot n^2 \cdot \left( \frac{1}{a_1 b_1} - \frac{1}{a_2 b_2} \right).$$

Die Drehmomentleistung  $L_d$  kann man darin aus dem für den beim Auslauf vorhandenen Läuferwiderstand durch Leerlauf- und

Kurzschlußversuch erhaltenen Diagramm als Funktion der Drehzahl entnehmen.

Wall<sup>1)</sup> hat eine ähnliche Methode angegeben, berechnet jedoch  $c$  erst über den Umweg der Winkelbeschleunigung  $\frac{d\omega}{dt}$ .

Angermann<sup>2)</sup> zeigt, wie man durch Erweiterung der von Blanc<sup>3)</sup> angegebenen Methode die einzelnen Verluste trennen kann.

Zipp<sup>4)</sup> ermittelt zur Trennung der Läuferverluste eines Dreiphasenmotors den sog. Hysteresis- und Wirbelstromwinkel, deren Summe sich im Diagramm darstellen läßt durch den Winkel zwischen Drehfeld und rotierender MMK (primärer Stromstärke). Die zeichnerische Behandlung der Verluste von Mehrphasenmotoren ist von Hellm und<sup>5)</sup> in ausführlicher Weise geschildert worden.

## 16. Untersuchung von Wechselstrom-Kommutatormotoren.

Von den verschiedenen Ausführungsformen, deren Entwicklung, Arbeitsweise und Klassifikation in den Arbeiten von Görges<sup>6)</sup> Fischer-Hinnen<sup>7)</sup>, Eichberg<sup>8)</sup>, Osnos<sup>9)</sup>, Pichelmayer<sup>10)</sup>, v. Koch<sup>11)</sup>, Richter<sup>12)</sup>, Breslauer<sup>13)</sup>, Fynn<sup>14)</sup>, Linker<sup>15)</sup>, Jonas<sup>16)</sup>, van Cauwenberghe<sup>17)</sup>, Dyhr<sup>18)</sup>, Bloch<sup>19)</sup>, Schenkel<sup>20)</sup> behandelt ist, wollen wir uns hier nur mit der Untersuchung der für die praktischen Zwecke aussichtsreichsten Arten beschäftigen und sie nach den beiden Gruppen für Einphasen- und Mehr-

<sup>1)</sup> El. 21. Juni 1907.      <sup>2)</sup> ETZ. 1905, S. 295.

<sup>3)</sup> ETZ. 1900, S. 131.      <sup>4)</sup> El. u. M. Wien 1908, S. 443, 977.

<sup>5)</sup> Journ. Inst. El. Eng. 1910, S. 239.

<sup>6)</sup> ETZ. 1891, S. 699; 1907, S. 730, 771.      <sup>7)</sup> ETZ. 1900, S. 485.

<sup>8)</sup> ETZ. 1904, S. 75; 1906, S. 769.      <sup>9)</sup> ETZ. 1904, S. 1; 1908, S. 2.

<sup>10)</sup> ETZ. 1904, S. 464.

<sup>11)</sup> Entw.-Mögl. d. Ind.-Motors. Springer 1905.

<sup>12)</sup> ETZ. 1906, S. 133.      <sup>13)</sup> ETZ. 1906, S. 406.

<sup>14)</sup> El. 1906, S. 204, 284, 329.

<sup>15)</sup> D. Einph.-Wechselstrommotor. Dietze 1907.

<sup>16)</sup> ETZ. 1908, S. 183.      <sup>17)</sup> ETZ. 1910, S. 908.

<sup>18)</sup> D. Einph.-Motoren n. d. d. Patentschr. Springer 1912.

<sup>19)</sup> Schw. ETZ. 1917; Ortskurven d. graph. Wechselstromtechnik. Rascher & Co., 1917; ETZ. 1918, S. 34, 43.

<sup>20)</sup> ETZ. 1920, S. 26.



phasenwechselstrom einteilen. Ihre Betriebseigenschaften lassen sich durch Kreisdiagramme darstellen, deren Zeichnung in den meisten Fällen nach der experimentellen Bestimmung gewisser charakteristischer Größen möglich ist. Werden außerdem die Kurzschlußströme, die auf den Leistungsfaktor und die Drehzahl einen großen Einfluß ausüben, durch Wendepole so weit begrenzt, daß ihre Einwirkung gering bleibt, so weicht das Verhalten der Motoren nur wenig von dem durch die Diagramme gefundenen ab.

## A. Einphasen-Motoren.

### 1. Der Hauptschlußmotor.

Die Bauart entspricht derjenigen der Gleichstrommotoren mit dem Unterschied, daß wegen der Wechselstrommagnetisierung Joch und Magnetpole ebenso wie der Anker aus Blechen

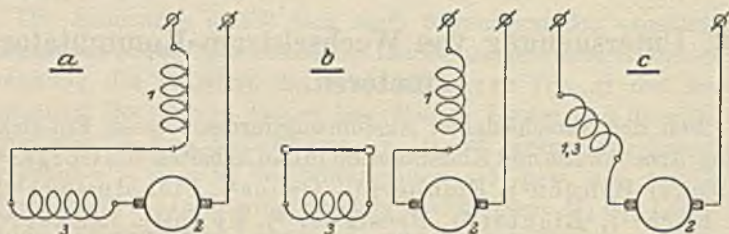


Fig. 348.

hergestellt sind. Trotzdem würde der Leistungsfaktor sehr klein sein, da nach Fig. 348 die Wicklung des Magnetfeldes (Erregerwicklung) im Ständer (1) und die Ankerwicklung im Läufer (2) Felder erzeugen, die große EMKE der Selbstinduktion hervorrufen. Nun trägt aber das Ankerfeld (Querfeld) nicht zur Bildung des Drehmoments bei, daher wird es durch eine in der Bürstachse wirkende Kompensationswicklung (3) aufgehoben. Am vollständigsten ist die Kompensation, wenn der Anker keine ausgeprägten Pole besitzt und die Kompensationswicklung gleichmäßig am Umfang verteilt ist (SSW.<sup>16</sup>), Mf. Ö.<sup>17</sup>), ASEA., Westinghouse Ges., General El. Co.). Entsprechend der verschiedenen Anordnung der Kompensationswicklung (3) ergeben sich demnach für die Hauptschlußmotoren folgende 3 Schaltungen (Fig. 348 a, b, c).

<sup>1)</sup> ETZ. 1906, S. 537.

<sup>2)</sup> ETZ. 1908, S. 925.

Die Arbeitsweise des Motors läßt sich nun durch ein Kreisdiagramm veranschaulichen, wie wir es schon bei den asynchronen Motoren kennengelernt haben. Da aber zwischen Feld und Strom infolge der verschiedenen Sättigung und Veränderlichkeit der Verluste im Eisen und den kurzgeschlossenen Spulen keine Proportionalität besteht, bleibt die Phasenverschiebung  $\alpha$  zwischen Kraftfluß  $\mathcal{N}$  und Strom  $J$  nicht konstant, so daß das Diagramm nur für ein bestimmtes Arbeitsgebiet genau ist, außerhalb desselben aber nur angenähert gilt. Es kommt daher nur in Frage, wenn man sich ein allgemeines Bild von der Wirkungsweise des Motors machen will. Da nun der Motor gewissermaßen als eine Induktionsspule aufzufassen ist, bei der die dem Ankerdrehmoment entsprechende Leistung durch eine in einem induktionsfreien Widerstand verbrauchte Leistung ersetzt werden kann, so daß die dazugehörige durch die Drehung des Ankers entstehende EMK  $E_d$  mit dem Strome gleiche Phase besitzt, so ergibt sich ein sehr einfaches Diagramm.

Zur Darstellung des Diagramms für konstante Klemmenspannung  $E_k$  und Periodenzahl  $\nu$  bestimmt man :

1. bei synchronem Lauf: Leistung  $L_{00}$ , Stromstärke  $J_{00}$  und Drehmoment  $M_{d_s}$  (in kgm);
2. bei Kurzschluß (Stillstand): Leistung  $L_k'$  und Stromstärke  $J_k' = J$  bei einer Klemmenspannung  $E_k' < E_k$ .
3. Widerstand  $R$  zwischen den Klemmen des Motors.

Daraus berechnet man:

$$\cos \varphi_{00} = \frac{L_{00}}{E_k \cdot J_{00}}, \quad \cos \varphi_k = \frac{L_k'}{E_k' \cdot J_k'}, \quad J_k = \frac{E_k}{E_k'} \cdot J_k'.$$

Nun trägt man von dem Anfangspunkt  $A$  (Fig. 349) eines rechtwinkligen Koordinatenkreuzes in einem bestimmten Maß die Strecken  $AF_s = J_{00}$  unter dem Winkel  $\varphi_{00}$  und  $AF_k = J_k$  unter dem Winkel  $\varphi_k$  gegen die Ordinatenachse  $E_k$  geneigt an. Der Schnittpunkt der Mittellote auf diesen beiden Strahlen ist der Mittelpunkt  $O$  des Diagrammkreises. Zieht man den Strahl  $AO$ , so ist sein Neigungswinkel  $\alpha$  gegen die Abszissenachse die Verschiebung zwischen dem Strom  $J$  und Kraftfluß  $\mathcal{N}_1$  (vgl. S. 336, Fig. 252), hervorgerufen durch die Eisenverluste  $L_{ho}$  und Stromwärmeverluste  $L_{r_k}$  in den durch die Bürsten kurzgeschlossenen Spulen des Ankers. Nun ist die beim Stillstand aufgenom-



mene Leistung  $F_k Y = L_k = J_k^2 \cdot R + L_{hw} + L_{r_k}$ . Zieht man  $J_k^2 \cdot R = F_k Z$  auf  $F_k Y$  ab, so ist  $YZ = L_{hw} + L_{r_k}$ . Durch Ermittlung eines Mittelwertes des den verschiedenen Sättigungen entsprechenden Winkels  $\alpha$  ließe sich daher das Diagramm auch anders zeichnen.

Errichtet man nun in einem beliebigen Punkt  $B$  des Strahls  $AO$  ein Lot und verlängert  $AF$ , bis  $D$ , so stellt die Strecke  $CD$  die

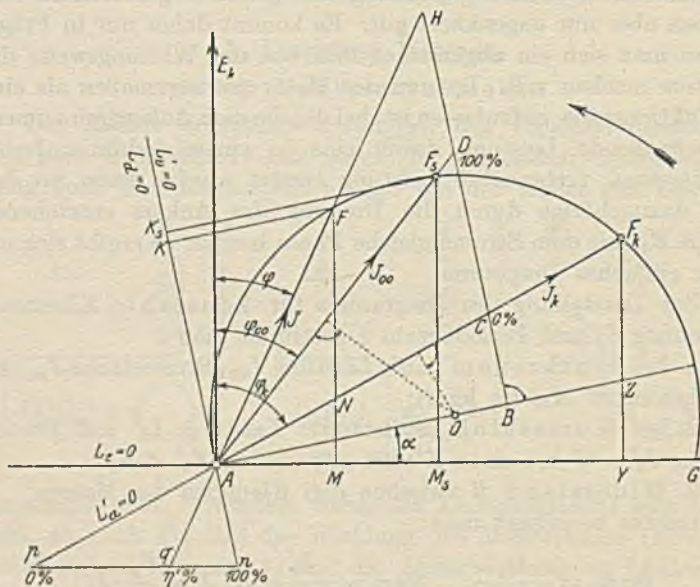


Fig. 349.

synchrone Drehzahl  $n_s = 100\%$  der Drehzahl  $n$  dar. Da  $F_k Y = L_k$  war, ist auch der Maßstab für die eingeführte Leistung  $L_e$  gegeben. Ferner ist  $F_s M_s = L_{00}$  die bei synchronem Lauf eingeführte Leistung. Die Abszissenachse ist demnach die Linie  $L_e = 0$  der eingeführten Leistung.

Für die Punkte  $F_k$  und  $A$  ist das Drehmoment 0. Die Tangente im Punkte  $A$  an den Kreis ist dann die Drehmomentlinie  $L_d = 0$ . Die Drehmomentleistung ist  $L_d = c \cdot J^2$  gemessen in „Synchronwatt“, d. h. proportional dem Quadrat des Stromes  $J$ . Dasselbe gilt auch für die elektrischen Verluste  $L'_v = L_v - L_e = J^2 \cdot R + L_{hw} + L_{r_k}$ , so daß die Tangente in  $A$  auch die

Verlustlinie  $L_v' = 0$  darstellt. Zieht man von der durch die Ordinaten eines Kreispunktes dargestellten eingeführten Leistung  $FM$  die Abschnitte  $MN$  unterhalb der Linie  $AF_k$ , welche die Verluste  $L_v' = L_v - L_e$  angeben, ab, so stellen die Ordinaten  $FN$  oberhalb der Linie  $AF_k$  die abgegebene Leistung  $L_a' = L_a + L_e$  dar. Die Linie  $AF_k$  ist demnach die Leistungslinie  $L_a' = 0$ .

Für eine beliebige Belastung kann man demnach folgende Größen aus dem Diagramm entnehmen:

**Stromstärke:**  $J \equiv AF$  im Maßstab von  $J_k$  oder  $J_{00}$ .

**Eingeführte Leistung:**  $L_e \equiv FM$  im Maßstabe von  $F_s M_s$  oder  $F_k Y$ .

**Drehzahl:**  $n \equiv CH$ , gemessen an  $CD = n_s = 100\%$  von  $n$ .

**Drehmomentleistung:**  $L_d \equiv FK$  in Watt oder kgm gemessen an  $F_s K_s = M_d$ .

**Abgegebene Leistung** (mit Reibungsverlusten)  $L_a' = L_a + L_e \equiv FN$  im Maßstabe von  $L_e$ .

**Wirkungsgrad** (ohne Berücksichtigung der Reibungsverluste):

Zieht man eine Parallele zur Abszissenachse  $L_e = 0$ , so wird

nach der Gleichung  $\eta' = \frac{L_a'}{L_e} = \frac{L_e - L_v'}{L_e}$  auf ihr von den Linien

$L_a' = 0$  und  $L_v' = 0$  ein Stück  $pn$  abgeschnitten, welches den Wirkungsgrad  $\eta' = 100\%$  darstellt. Für den Strom  $J = AF$  schneidet die Verlängerung  $Aq$  des Strahls  $FA$  die Strecke  $pq$  ab. Es ist dann  $\eta' = pq$  in  $\%$ . Ist  $L_e$  bekannt, so wird

$$\eta = pq \cdot \frac{L_e}{L_e + L_v'} \quad (\text{s. S. 405}).$$

Ein ähnliches Diagramm ist von Breslauer<sup>1)</sup> angegeben.

Der Hauptschlußmotor der SSW. mit Ankerkompensation und Widerstandsverbindungen zum Kommutator<sup>2)</sup> zeigt für fast alle Belastungen und Drehzahlen einen Leistungsfaktor  $\cos \varphi = 1$ .

## 2. Der Repulsionsmotor. (Indirekt gespeister Hauptschlußmotor.)

Werden Erregerwicklung 1 (Fig. 348a) und Kompensationswicklung 3 hintereinandergeschaltet an die Klemmenspannung  $E_k$  gelegt und die Bürsten des Ankers 2 kurzgeschlossen, so erhält

<sup>1)</sup> ETZ. 1906, S. 406. <sup>2)</sup> Richter, ETZ. 1906, S. 537; 1907, S. 827.



man eine schon von Atkinson und Déri angegebene Schaltung (Fig. 350), während die ältesten Formen von Thomson und Arnold<sup>1)</sup> nur eine gegen die Bürstenachse geneigte Ständerwicklung besaßen. Da die Wicklung 3 durch Transformation in dem Anker 2 den Arbeitsstrom  $J_2$  erzeugt, so bezeichnet man sie auch als Ständer-Arbeitswicklung. Die

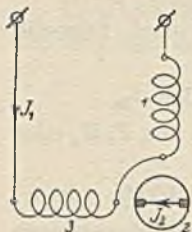


Fig. 350.

Erregerwicklung 1 liefert den Drehmoment-Kraftfluß  $\mathfrak{N}_1$ , da er mit dem Strom  $J_2$  das Drehmoment erzeugt. Weil nun die der mechanischen Leistung des Ankers entsprechende elektrische Leistung indirekt durch Transformation übertragen wird, nennt man diesen Motor auch indirekt gespeist mit Ständererregung. Infolge der Reihenschaltung der Wicklungen 1 und 3 behält auch dieser Motor

die Eigenschaften der Hauptschlußmotoren bezüglich der Änderung der Drehzahl  $n$  und des Drehmoments  $M_d$  mit der Belastung. Die beiden Ständerwicklungen 1 und 3 werden meistens zu einer vereinigt, deren Achse gegen die Bürstenachse geneigt ist.

Andererseits unterscheiden sich beide Arten aber voneinander durch ihr wirksames Magnetfeld. Während der Hauptschlußmotor nur ein pulsierendes Feld besitzt, entsteht im Anker 2 des Repulsionsmotors durch die Drehung im Drehmoment-Kraftfluß  $\mathfrak{N}_1$  eine EMK, deren Rückwirkung auf den Ständer sich durch Vermittlung eines in der Arbeitsachse der Bürsten auftretenden Querflusses  $\mathfrak{N}_q$  überträgt. Da  $\mathfrak{N}_q$  zeitlich fast um  $90^\circ$  und auch räumlich um  $90^\circ$  gegen  $\mathfrak{N}_1$  verschoben ist, entsteht durch ihr Zusammenwirken ein elliptisches Drehfeld. Bei Synchronismus ist  $\mathfrak{N}_q = \mathfrak{N}_1$ , und das Drehfeld wird, wenn man den Spannungsabfall im Anker vernachlässigt, kreisförmig und hat dieselbe Geschwindigkeit wie der Anker, steht also relativ zu ihm still. Es können daher in den kurzgeschlossenen Spulen keine EMKs induziert werden, so daß der Kommutator bei dieser Drehzahl funkenfrei arbeitet. Diese Eigenschaften besitzen alle mit kurzgeschlossenen Arbeitsbürsten versehenen Motoren (Fynn, Winter-Eichberg, Latour, Osnos, Déri usw.).

<sup>1)</sup> ETZ. 1893, S. 256.

Beim Arbeiten oberhalb des Synchronismus wird die EMK der Drehung  $E_d$  größer als die durch Transformation induzierte  $E_i$ , wodurch sich die Kommutationsverhältnisse mit steigender Drehzahl immer mehr verschlechtern. Durch die generatorische Wirkung der Kurzschlußströme wird außerdem die Leerlaufdrehzahl gegen den theoretischen Wert stark erniedrigt. Die Änderung der Drehzahl erfolgt durch Bürstenverschiebung in vollkommener Weise, und zwar beim Anlauf mit einem Winkel von  $\varepsilon = 90^\circ$  gegen das resultierende Feld. Allerdings darf man den Atkinsonschen Motor in dieser Stellung nicht längere Zeit am Netz liegen lassen, da in den kurzgeschlossenen Spulen starke Ströme induziert werden. Im Gegensatz dazu zeigen die Motoren mit doppeltem Bürstensatz (Déri, Latour, Lundell) keine inneren Ströme, da die Bürsten beim Anlauf um  $180^\circ$  gegen das Feld verstellt sind und die dabei kurzgeschlossenen Spulen nicht vom Kraftfluß des Ständers durchdrungen werden<sup>1)</sup>.

Aus den verschiedenen Behandlungen der Arbeitsweise des Repulsionsmotors durch Latour<sup>2)</sup>, Osnos<sup>3)</sup>, Arnold, Moser<sup>4)</sup>, Rusch<sup>5)</sup> u. a. geht hervor, daß das Arbeitsdiagramm demjenigen der Asynchronmotoren ähnlich ist. Vernachlässigt man den Läuferwiderstand, so ergibt sich nach Moser folgendes vereinfachte Diagramm (Fig. 351) für verschiedene Bürstenstellungen  $\varepsilon$  zur Richtung des Ständerfeldes.

Man nimmt dafür bei normaler Klemmenspannung  $E_k$  für die Bürstenstellung  $\varepsilon = 0$  den Feldstrom  $J_s$  im Ständer bei geöffnetem Kurzschluß und den Kurzschlußstrom  $J_k$  (bei großen Motoren  $J_k'$  [nach S. 418] mit verringerter Spannung  $E_k'$ ) auf und macht  $AD = J_s$  und  $AG = J_k$ . Nun schlägt man über  $DG$  einen Halbkreis (Synchronismuskreis), zeichnet die Sehne  $GP$  unter dem Bürstenwinkel  $\varepsilon$  ein, zieht den Strahl  $APF_s$ , errichtet darauf das Mittellot, dessen Schnittpunkt  $O$  mit der Abszissenachse den Mittelpunkt des Arbeitskreises darstellt. Errichtet man in einem beliebigen Punkt  $C$  ein Lot und verlängert  $AF_s$  bis zum Schnitt  $D$  mit ihm, so ist  $CD = n_s = 100\%$  der Dreh-

<sup>1)</sup> ETZ. 1907, S. 1097.      <sup>2)</sup> ETZ. 1903, S. 453.

<sup>3)</sup> ETZ. 1903, S. 903, 968 (Blondel); 1908, S. 2, 31, 52.

<sup>4)</sup> El. u. M., Wien. Bd. 32, S. 669, 752; ETZ. 1916, S. 53.

<sup>5)</sup> ETZ. 1911, S. 157.



zahl  $n$ . Für irgendeinen Punkt  $F$  lassen sich nun aus dem Diagramm ermitteln:

**Stromstärke:**  $J_1 \equiv AF$  im Maßstabe von  $J_s$  oder  $J_k$ .

**Eingeführte Leistung:**  $L_e \equiv FM$  im Stromstärkemaß oder, mit der Spannung  $E_k$  multipliziert, im Leistungsmaß.

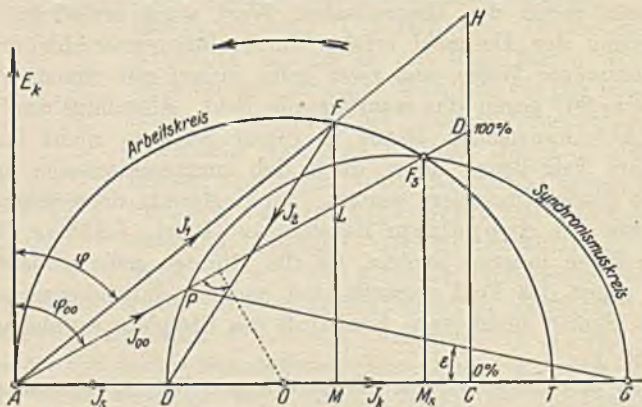


Fig. 351.

**Drehzahl:**  $n \equiv CH$ , gemessen an  $CD = n_s = 100\%$ .

**Drehmomentleistung:**  $L_d \equiv ML$ , gemessen im Maß von  $L_s$

oder  $M_d = \frac{L_d}{9,81} = \frac{E_k \cdot p}{9,81 \cdot 2\pi \cdot v} \cdot ML$  in kgm, wenn  $ML$  in Amp. eingesetzt wird (vgl. S. 420).

Führt man dem Anker (2) Strom zu und schließt die beiden Ständerwicklungen (1, 3) kurz, so erhält man den sog. umgekehrten Repulsionsmotor, dessen Eigenschaften dadurch gegenüber der normalen Form etwas verbessert werden.

Eine Vereinigung der Wirkungsweise des Repulsionsmotors beim Anlauf mit derjenigen eines Induktionsmotors beim Lauf ist der zuerst in brauchbarer Form 1894 von Arnold konstruierte und seit 1897 von der Wagner El. Co. gebaute Induktions-Kommutatormotor, sowie der mit Polumschaltung arbeitende Dérilmotor der Österreich. Union El. Ges.

### 3. Der kompensierte Repulsionsmotor.

(Indirekt gespeister Hauptschlußmotor mit Läufererregung.)

Hierbei wird der Drehmoment-Kraftfluß nach Fig. 352 vom Läufer und nicht wie in Fig. 350 vom Ständer erregt. Die Ständer-

wicklung 3 ist in diesem Fall die Arbeitswicklung, die im Läufer den Arbeitsstrom durch Transformation (statische Induktion) erzeugt. Da in der Läuferwicklung die vom Drehmomentfluß 1 induzierte EMK  $E_i$  durch die im Transformatorfluß 3 durch Drehung (dynamische Induktion) erzeugte EMK  $E_d$  bei passender Einstellung beider Felder aufgehoben wird, tritt eine Verringerung der Phasenverschiebung auf. Bei Synchronismus ist der Phasenausgleich vollständig. Bei übersynchronem Betrieb wird  $E_d > E_i$ , so daß die Phasenverschiebung positiv ist und der

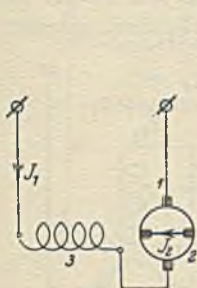


Fig. 352.

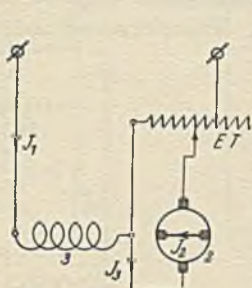


Fig. 353.

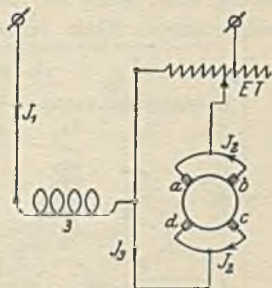


Fig. 354.

Motor wie ein Kondensator einen voreilenden Strom aufnimmt. Diese von Winter und Eichberg<sup>1)</sup> angegebene Form hat aber erst besondere praktische Brauchbarkeit durch den Erreger-Hauptstromtransformator  $ET$  von Eichberg erhalten (Fig. 353). Dadurch wird es möglich, beim Anlauf ein Drehmoment mit großem Läuferstrom  $J_2$  und kleinem Erregerstrom  $J_3$  bzw. Drehmomentfluß  $\mathcal{N}_1$ , beim Lauf aber das Umgekehrte zu erzeugen, was in beiden Fällen für die Kommutation günstig ist.

Wesentlich bessere Feldbedingungen, kleinste Streuung und eine Verteilung des Höchstwerts der Sättigung über einen breiteren Gürtel erzielen Lator<sup>2)</sup> und Milch durch eine Verbindung der Erreger- und Arbeitsbürsten (Fig. 354). Allerdings werden dabei die Bürsten verschieden beansprucht, und die in der Drehrichtung aus der neutralen Zone des Drehmomentflusses  $\mathcal{N}_1$  verschobenen Bürsten liegen bezüglich der Stromwendung ungünstig.

Alle Motoren dieser Art besitzen Hauptschlußcharakter,

<sup>1)</sup> ETZ. 1904; S. 75; 918; 1905, S. 767; 1906, S. 769.

<sup>2)</sup> ETZ. 1904, S. 952.



und ihre Arbeitsweise ist u. a. von Latour<sup>1)</sup>, Osnos<sup>2)</sup>, Danielson<sup>3)</sup> behandelt, wobei es sich gezeigt hat, daß das Stromdiagramm für konstante Klemmenspannung kein Kreis, sondern eine Kardioide (Herzkurve) ist, die jedoch nur punktweise aufgenommen werden kann und keine Leistungs- oder Verlustlinien aufweist. Es hat daher keine praktische Bedeutung.

#### 4. Der doppelt gespeiste Hauptschlußmotor.

Zur Verbesserung des Leistungsfaktors und der Kommutation speist man nicht nur den Ständer, sondern auch den Läufer im allgemeinen über einen Transformator oder Spannungsteiler,

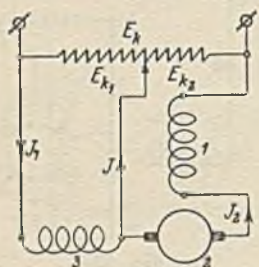


Fig. 355.

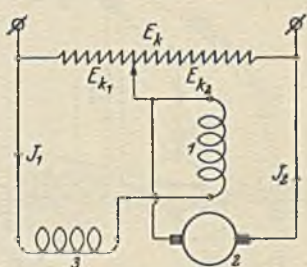


Fig. 356.

wobei es zweckmäßig ist, die Erregung auf den Ständer zu legen, und erhält folgende Ausführungsformen für die doppelt gespeisten Motoren, welche den Vorteil haben, daß sich in ihnen ein für die Kommutation günstiges Drehfeld ausbildet und sie auch bei Übersynchronismus günstig arbeiten.

Fig. 355 zeigt die Schaltung der Bahnmotoren der S S W. Fig. 356 (Arnold 1892) ist in ähnlicher Schaltung von Latour<sup>4)</sup> und ihre Vorzüge von Punga<sup>5)</sup> angegeben. Nach Fig. 357 (Osnos) werden die Motoren der F G L geschaltet, womit der beste Phasenausgleich ( $\cos \varphi = 1$ ) erzielt wird. Der Hauptvorzug dieser Schaltungen besteht darin, daß man durch beliebige Wahl der Teilspannung  $E_{k1}$  in der Arbeitsachse einen Kraftfluß hervorrufen kann, der eine zur Aufhebung der Kurzschluß-EMK erforderliche EMK durch Drehung erzeugt. Da die Erregerwick-

<sup>1)</sup> ETZ. 1903, S. 877.

<sup>2)</sup> ETZ. 1903, S. 934; 1904, S. 209; 1908, S. 33.

<sup>3)</sup> ETZ. 1905, S. 322; 1907, S. 550.

<sup>4)</sup> ETZ. 1906, S. 89, 354.      <sup>5)</sup> ETZ. 1906, S. 267.

lung in allen 3 Fällen vom Arbeitsstrom durchflossen wird, ist der Drehmomentfluß von der Belastung abhängig, wodurch die Motoren die Hauptschlußcharakteristik zeigen.

Auch ein Motor der General El Co. und A S E A arbeitet in der von Alexander<sup>1)</sup> angegebenen Schaltung nach Fig. 355, besitzt aber für den Anlauf noch einen Kurzschlußschalter im Läufer, wobei er als indirekt gespeister oder Repulsionsmotor wirkt. Schließlich wäre noch ein doppelt gespeister Motor mit

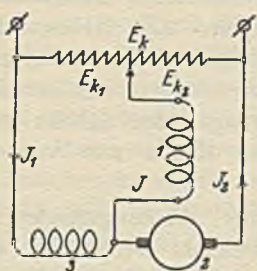


Fig. 357.

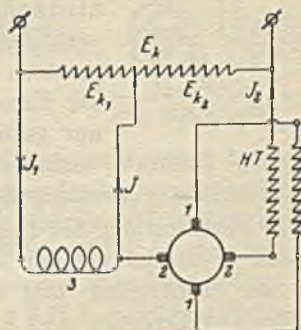


Fig. 358.

Läufererregung zu erwähnen, der von der A E G für übersynchronen Betrieb verwendet wird (Fig. 358). Dabei sind die Erregerbürsten 1 ÷ 1 durch den Erreger-Hauptschluß-Transformator *HT* mit den Arbeitsbürsten 2 ÷ 2 hintereinandergeschaltet. Die Verluste im Läufer werden allerdings dadurch vergrößert.

Die Arbeitsweise der doppeltgespeisten Motoren läßt sich ebenfalls durch Kreisdiagramme darstellen. Da aber der Drehmomentfluß nicht konstant bleibt und die Motoren mit hohen Sättigungen arbeiten, haben die Diagramme nur theoretischen Wert.

### 5. Der Nebenschlußmotor.

(Motor mit unabhängiger Erregung.)

Die den Gleichstrommotoren nachgebildeten direkt gespeisten Nebenschlußmotoren erzeugen wegen der Phasenverschiebung zwischen Drehmomentfluß und Läuferstrom nur ein geringes Drehmoment beim Lauf. Daher wählt man besser die indirekte Speisung entweder mit kurzgeschlossenen Erregerbürsten (Kom-

<sup>1)</sup> Proc. AIEE. 1908, S. 93; ETZ. 1908, S. 809.



mutatorinduktionsmotor) oder mit Parallelschaltung (direkt oder induktiv) des Erregerkreises zum Ständer (Fig. 359), wodurch man den kompensierten Nebenschlußmotor von Latour erhält, dessen Stromdiagramm nach Martin<sup>1)</sup> eine Parabel ist.

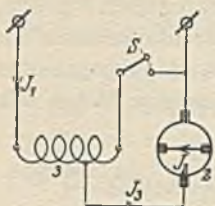


Fig. 359.

Da hierbei das Drehmoment beim Anlauf gering ist, läßt man die Motoren als kompensierte Repulsionsmotoren (Winter-Eichberg) mit offenem Schalter  $S$  oder als einfache Repulsionsmotoren mit Bürstenverschiebung anlaufen. Alle Nebenschlußmotoren haben infolge der Unabhängigkeit der Erregung bei verschiedenen Belastungen nur geringe Änderungen der nahezu konstanten Drehzahl aufzuweisen, deren Größe nur von der Schaltanordnung abhängig ist.

Zur Verbesserung des Leistungsfaktors, Wirkungsgrades und leichten Veränderung der Leerlaufdrehzahl verwendet man eine aus abhängiger und unabhängiger Erregung bestehende gemischte Erregung und nennt diese Art von Maschinen deswegen Doppelschlußmotoren. Der erste brauchbare Motor dieser Bauart ist von Arnold und la Cour (B B C) (DRP. 165 053) angegeben (Fig. 360). Die Ständer und Läufererregewicklungen

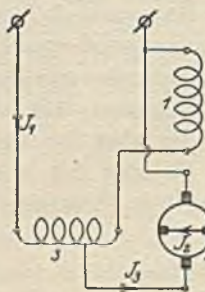


Fig. 360.

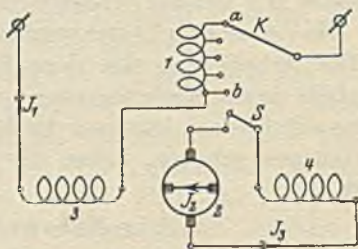


Fig. 361.

sind gegeneinandergeschaltet, wodurch die Leerlaufdrehzahl untersynchron wird. Die Drehzahländerung ist größer als beim reinen Nebenschlußmotor, da der Arbeitsstrom auch die Erregerwicklung des Ständers durchfließt.

<sup>1)</sup> Lum. el. 8, 3, 1913.

Fig. 361 zeigt einen Doppelschlußmotor von Fynn<sup>1)</sup>, der mit offenem Schalter  $S$  als Repulsionsmotor mit den Wicklungen 1 und 3 anläuft. Durch Verschieben des Kontaktes  $K$  von  $a$  nach  $b$  wird die Erregerwicklung 1 abgeschaltet und dann durch Schließen von  $S$  die mit 3 gleichachsige Wicklung 4 eingeschaltet. Osnos<sup>2)</sup> (F G L) erreicht eine gleichbleibende Drehzahl und, ebenso wie die vorigen Schaltungen, einen Leistungsfaktor  $\cos \varphi \approx 1$  nur durch die Ständerhilfswicklung 4 (Fig. 362) ohne die Ständererregerwicklung 1. Der Anlauf erfolgt bei offenem Schalter  $S$  als Reihenschlußmotor. Er eignet sich ganz besonders für Bahnzwecke wegen seiner einfachen Drehzahländerung (beim Anlauf) und Energierückgewinnung, sowie als Aufzugsmotor. Schließlich genügt es auch schon, Widerstände in den Erregerkreis einzuschalten, um den Charakter des Motors zu ändern, wie Fig. 363 bei einer Ausführung der A S E A zeigt. Je größer  $W$  gemacht wird, um so stärker wird die Änderung der Drehzahl mit der Belastung. Der Motor zeigt ein starkes Drehmoment beim Anlauf und eine begrenzte Drehzahl beim Leerlauf.

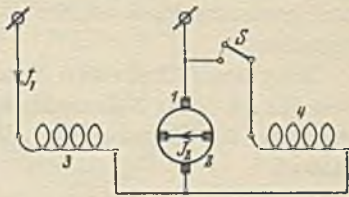


Fig. 362.

Er eignet sich ganz besonders für Bahnzwecke wegen seiner einfachen Drehzahländerung (beim Anlauf) und Energierückgewinnung, sowie als Aufzugsmotor. Schließlich genügt es auch schon, Widerstände in den Erregerkreis einzuschalten, um den Charakter des Motors zu ändern, wie Fig. 363 bei einer Ausführung der A S E A zeigt. Je größer  $W$  gemacht wird, um so stärker wird die Änderung der Drehzahl mit der Belastung. Der Motor zeigt ein starkes Drehmoment beim Anlauf und eine begrenzte Drehzahl beim Leerlauf.

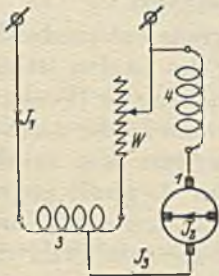


Fig. 363.

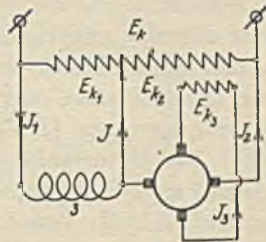


Fig. 364.

Will man die Leerlaufumdrehungszahl willkürlich einstellen und dadurch die praktische Brauchbarkeit des Nebenschlußmotors erweitern, so muß man das Querfeld ( $\mathcal{N}_q$ ) willkürlich einstellen, indem man den Läufer ebenfalls speist. So zeigt Fig. 364

<sup>1)</sup> ETZ. 1906, S. 681, 894.  
<sup>2)</sup> ETZ. 1907, S. 338.



einen doppelt gespeisten Nebenschlußmotor mit Läufererregung nach Winter-Eichberg<sup>1)</sup>). Legt man in den Erregerkreis noch eine auf dem Ständer befindliche Erregerwicklung mit veränderlicher Windungszahl, wie es von Punga<sup>2)</sup> angegeben ist, so erhält man eine umfangreichere Einstellung der Drehzahl und geringere Funkenbildung bei starker Entfernung vom Synchronismus.

Heyland<sup>3)</sup> hat einen Motor angegeben, der eine Verbindung von Haupt- oder Nebenschlußmotor mit einem Repulsionsmotor darstellt, für Bahnbetrieb geeignet ist und Nutzbremmung gestattet.

## B. Mehrphasen-Motoren.

Die ersten Mehrphasen-Kommutatormotoren sind von Wilson<sup>4)</sup> und Görge<sup>5)</sup> angegeben worden. Sie lassen sich als Hauptschluß-, Nebenschluß- und Doppelschlußmotoren und bei Übersynchronismus auch als selbsterregte Generatoren betreiben. Ihre Drehzahl ist beliebig und kann in sehr einfacher Weise verlustlos durch Bürstenverschiebung, Spannungsregulierung oder Feldänderung eingestellt werden. Weiter besitzen diese Motoren den Vorzug eines einfach zu erzielenden Phasenausgleichs.

### 1. Der Hauptschlußmotor.

Mit Rücksicht auf die jeder Motorgröße entsprechende für die Kommutierung günstigste Spannung des Läufers ist es notwendig, den ganzen Motor an einen Transformator (Vordertransformator) anzuschließen, oder besser nur dem Läufer durch einen Zwischentransformator ( $HT'$ ) erniedrigte Spannung zuzuführen (Fig. 365). Der Motor zählt daher zu den doppelt gespeisten. Beim Anlauf stehen die Bürsten in der Stellung  $\varepsilon = 0$ , und das Drehmoment ist Null. Verschiebt man sie gegen die Drehrichtung, so nimmt das Drehmoment zu bis zu einem Höchstwert, und von da wieder ab auf Null für  $\varepsilon = 180^\circ$  (Kurzschluß), wobei das resultierende Feld verschwindet. Durch die Läufererregung ist es nun möglich, das Drehfeld durch einen kleinen Strom bei geringer EMK vom Läufer aus zu erzeugen und dadurch den

<sup>1)</sup> ETZ. 1908, S. 859.      <sup>2)</sup> ETZ. 1906, S. 267.

<sup>3)</sup> ETZ. 1913, S. 843.      <sup>4)</sup> Engl. Pat. 18 525 von 1888.

<sup>5)</sup> DRP. 61 951; ETZ. 1891, S. 699.

Ständer von dem stark phasenverschobenen Feld- oder Magnetisierungsstrom zu entlasten. Vergrößert man die MMK des Läufers, so läßt sich bei verschiedenen Geschwindigkeiten ein Phasen-

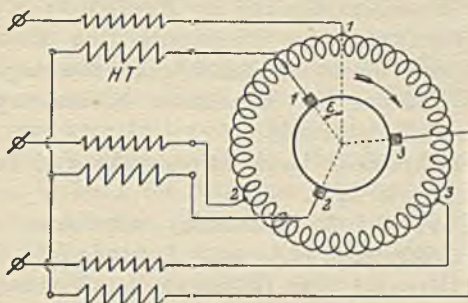


Fig. 365.

ausgleich erzielen. Bei einem großen Übersetzungsverhältnis

$$u_2 = \frac{E_{k_2}}{E_{k_1}}$$

der Läufer- zu den Ständerwindungen bleibt aber der

Motor für niedrige Drehzahlen leicht stehen, d. h. sein Lauf ist nicht stabil. Es widersprechen sich demnach die Bedingungen für Phasenausgleich und Stabilität bzw. guten Wirkungsgrad. Dieser Übelstand ist bei dem nach Angaben von Schenkel<sup>1)</sup>

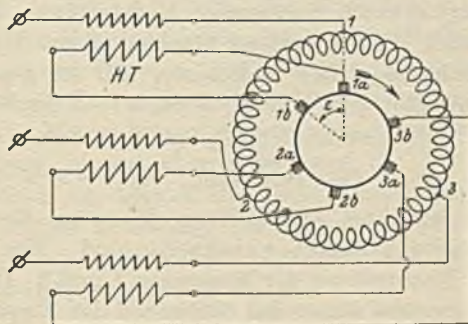


Fig. 366.

gebauten Motor mit doppeltem Bürstensatz der S S W beseitigt (Fig. 366).

Die Arbeitsweise und das Verhalten der Hauptschlußmotoren

<sup>1)</sup> ETZ. 1912, S. 473.



ist u. a. durch die Arbeiten von Osnos<sup>1)</sup>, Latour<sup>2)</sup>, Jonas<sup>3)</sup>, Rüdénberg<sup>4)</sup>, Dreyfus und Hillebrand<sup>5)</sup>, Binder<sup>6)</sup> erläutert worden und gezeigt, daß das Stromdiagramm bei konstanter Klemmenspannung ein Kreis ist.

Zur Konstruktion des Diagramms eines Motors mit einfachem Bürstensatz macht man nun folgende Messungen (Bürstenwinkel  $\varepsilon$ ) am Ständer bei konstanter Klemmenspannung  $E_k$  einer Phase und Periodenzahl  $\nu_1$ :

1. Bei synchronem Lauf: Stromstärke  $J_{00}$ , Leistung  $L_{00}$ , Drehmoment  $M_{d_0}$  in kgm.

2. Bei Kurzschluß. (Stillstand) mit einer verringerten Spannung  $E'_k$ : Stromstärke  $J'_k = J$ , Leistung  $L'_k$ .

3. Bei Stillstand und Öffnung der Verbindungen vom Läufer zum Ständer: Sekundäres Übersetzungsverhältnis  $u_2 = \frac{E_{k_2}}{E_{k_1}}$ , wo eine Spannung  $E_{k_2}$  an den Läufer gelegt und an den anderen Enden der Unterbrechungsstelle  $E_{k_1}$  gemessen wird. Dabei ist dann der Transformator mit berücksichtigt.

Aus den Messungen 1 und 2 bestimmt man (S. 419) nun  $\varphi_{00}$ ,  $J_k$ ,  $\varphi_k$  und trägt wie in Fig. 349 von dem Anfangspunkt  $A$  eines rechtwinkligen Koordinatensystems  $AF_0 = J_{00}$  unter dem  $\sphericalangle \varphi_{00}$  und  $AF_k = J_k$  unter dem  $\sphericalangle \varphi_k$  gegen die Ordinatenachse  $E_k$  geneigt in einem bestimmten Maßstabe an. Der Schnittpunkt der beiden Mittellote dieser Strahlen ist der Mittelpunkt  $O$  des Diagrammkreises. Der Halbmesser  $AO$  ist gegen die Abszissenachse um den  $\sphericalangle \alpha$  geneigt, worin  $\pi - \alpha$  die Verschiebung zwischen der EMK der Läufer  $E_2$  und dem Strom  $J$  bedeutet.

Nun besteht aber die Beziehung:  $\operatorname{tg}(\pi - \alpha) = -\frac{u_2 + \cos \varepsilon}{\sin \varepsilon}$ , woraus  $\pi - \alpha$  berechnet werden kann, da  $u_2$  aus Messung 3 und Bürstenverschiebungswinkel  $\varepsilon$  bekannt sind. Der Winkel  $\alpha$  dient also zur Nachprüfung der Messungen 1 und 2. Da die Zeichnung des Diagramms weiter mit derjenigen des Einphasenmotors (Fig. 349) übereinstimmt, so lassen sich darin die einzelnen Größen ebenso wie dort auch für den Mehrphasenmotor darstellen. Auch hierbei gilt die Einschränkung, daß wegen der verschiedenen

<sup>1)</sup> ETZ. 1902, S. 1077.    <sup>2)</sup> Ecl. El. 1902, S. 58.

<sup>3)</sup> ETZ. 1910, S. 390.    <sup>4)</sup> ETZ. 1910, S. 1181, 1221; 1911, S. 233.

<sup>5)</sup> El. u. M. Wien 1910, S. 367.    <sup>6)</sup> ETZ. 1913, S. 410.

Sättigung das Diagramm nicht über den ganzen Arbeitsbereich genau gilt.

Da die Verschiebung der Bürsten aus der Nulllage leicht starke Oberfelder höherer Ordnung hervorruft, zerlegt man die Ständerwicklung meistens in eine Erregerwicklung und eine Kompensationswicklung. Dadurch wird der Einfluß der MMK des Läufers so weit beseitigt, daß keine Oberfelder auftreten. Der Motor mit zweiteiliger Ständerwicklung kann dann als direkt gespeist angesehen werden. Schaltet man die Erregerwicklung um, so kann die Maschine bei derselben Drehrichtung als Generator arbeiten. Bei nicht sehr starker Sättigung kann dabei jedoch durch Selbsterregung ein die Maschine gefährdender Gleichstrom oder Wellenstrom auftreten.

## 2. Der Repulsionsmotor.

Um den Zwischentransformator des Hauptschlußmotors zu vermeiden, hat Heyland<sup>1)</sup> einen Repulsionsmotor konstruiert, der auf der einachsigen Felderregung des Einphasenmotors beruht. Die Ständerwicklung ist in diesem Fall mit Sehnenwicklung versehen, und der Läuferkurzschluß wird für jede Phase durch einen Doppelbürstensatz erzeugt. Ebenso läßt sich die Anordnung nach Déri mit einem festen und einem beweglichen Bürstensatz ausführen. Trotz der dreiachsigen Erregung des Ständers bildet sich doch infolge des in dem Raum zwischen den kurzgeschlossenen Spulen des Läufers entstehenden Feldes ein einachsiges Feld innerhalb jedes Bürstenpaares aus. Der Charakter des Motors entspricht nur beim Anlauf dem der Hauptschlußmotoren, nimmt aber beim Lauf die Eigenschaften des Drehfeldmotors an, besitzt also nicht die Neigung zum Durchgehen bei geringer Belastung. Auch die Gefahr der Selbsterregung ist gering. Eine ausführliche Behandlung des Repulsionsmotors ist von Bloch<sup>2)</sup> angegeben.

## 3. Der Nebenschlußmotor.

Das Schaltungsschema (Fig. 367) zeigt, daß hierbei der Läufer ebenfalls vom Netz Energie zugeführt erhält, und zwar über einen Nebenschlußtransformator  $NT$ , da der Läufer nur mit

<sup>1)</sup> ETZ. 1914, S. 85.

<sup>2)</sup> AfE. 1916, Bd. 4, Heft 12; 1917, Heft 5; Schw. ETZ. 1917.



niedriger Spannung arbeiten darf. Der Motor ist also ebenfalls doppelt gespeist. Die Geschwindigkeit ändert sich nur wenig mit der Belastung, da sie wie bei Gleichstrom nur von der zugeführten Spannung abhängt. Gegenüber dem Hauptschlußmotor brauchen aber die Ströme in den Wicklungen des Ständers und Läufers nicht die gleiche Phase zu haben. Der Motor kann daher bei irgendeiner Drehzahl leer laufen, was durch Einstellung

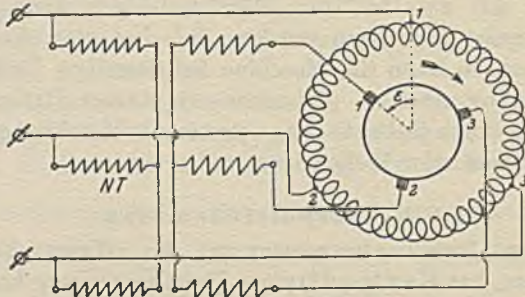


Fig. 367.

einer gewissen Läufer­spannung am Transformator erreicht werden kann. Bei Übersynchronismus ist die Richtung umzukehren. Durch Verschiebung der Bürsten um einen  $\epsilon$  gegen die Drehrichtung läßt sich auch ein Phasenausgleich und durch Erhöhung der Drehzahl ein Arbeiten als Generator erzielen.

Die Arbeitsweise der Nebenschlußmotoren ist u. a. von Winter<sup>1)</sup>, Blondel<sup>2)</sup>, Bragstad<sup>3)</sup>, Roth<sup>4)</sup>, Eichberg<sup>5)</sup>, Dreyfuß und Hillebrand<sup>6)</sup>, Hillebrand<sup>7)</sup>, Arnold behandelt und zeichnerisch durch Kreisdiagramme dargestellt worden.

Zur Zeichnung des Diagramms eines Nebenschlußmotors für konstante Ständerspannung  $E_{k_1}$ , Läufer­spannung  $E_{k_2}$  einer Phase, Periodenzahl  $\nu_1$  und Bürstenwinkel  $\epsilon$  macht man folgende Messungen:

a) Mit kurzgeschlossenen Bürsten wie bei einem Drehfeld-Induktionsmotor (S. 425) bei der Spannung  $E_{k_1}$ .

1) ZfE. 1903, S. 213.

2) Ecl. EL. 1903, S. 121.

3) ETZ. 1903, S. 368.

4) Lum. el. 1909.

5) ETZ. 1910, S. 749.

6) El. u. M. Wien. 1910, S. 881.

7) AfE. 1912, S. 179, 258; ETZ. 1913, S. 1210.

1. Bei Leerlauf: Stromstärke  $J_{1_0}$ , Leistung  $L_{1_0}$  bzw. bei Synchronismus:  $J_{1_{00}}$  und  $L_{1_{00}}$ .
2. Bei Kurzschluß (Stillstand) mit verminderter Spannung  $E'_{k_1}$ : Stromstärke  $J_{1_k} = J_1$ , Leistung  $L'_{1_k}$ .
- b) Bei kurzgeschlossener Ständerwicklung wird an den Läufer bei  $\nu_1$  Per/sec und Bürstenwinkel  $\varepsilon = 0$  eine Spannung angelegt und
3. bei verschiedenen Drehzahlen  $n$  oder Schlüpfungen  $\pm \sigma$  (Läufer durch Motor angetrieben) mit konstanter normaler Stromstärke  $J_2$  des Läufers: die Spannungen  $E_{k_{2n}}$  und Leistungen  $L_{2n}$  im Läufer,
4. bei Stillstand: Spannung  $E_{k_{2k}}$ , Stromstärke  $J_{2k} = J_2$ , Leistung  $L_{2k}$  gemessen.
5. Man ermittelt noch die Reibungsverluste  $L_g$  nach der Hilfsmotor- oder Auslaufmethode. (Diese Bestimmung kann fortfallen, wenn die Messung 1 bei Synchronismus gemacht ist.)

Aus Versuch 1, 2, 4 und 5 bestimmt man:

$$\cos \varphi_{1_{00}} = \frac{L_{1_0} - L_g}{3 \cdot E_{k_1} \cdot J_{1_0}}, \text{ da } J_{1_0} \approx J_{1_{00}} \text{ gesetzt werden kann;}$$

$$\cos \varphi_{1_k} = \frac{L'_{1_k}}{3 \cdot E'_{k_1} \cdot J_{1_k}}; \quad J_{1_k} = \frac{E_{k_1}}{E'_{k_1}} \cdot J'_{1_k};$$

$$\cos \varphi_{2k} = \frac{L_{2k}}{3 \cdot E_{k_{2k}} \cdot J_{2k}}.$$

Aus Versuch 3 läßt sich  $E_{k_{2_{00}}}$  als Spannung beim Synchronlauf und  $\cos \varphi_{2_{00}}$  nicht direkt ermitteln, da die infolge der Kommutation auftretenden Spannungen höherer Periodenzahl  $E_h$  die induktive Spannung  $J_2 \cdot S_2$  vergrößern und sich quadratisch zur Grundschwingung addieren. Es gilt darnach die Beziehung:

$$E_{k_{2n}} = \sqrt{(J_2 \cdot R_2)^2 + (J_2 \cdot S_2)^2 + \Sigma (E_h)^2}.$$

Zerlegt man nun  $E_{k_{2n}}$  in  $J_2 \cdot R_2 = \frac{L_{2n}}{3 \cdot J_2} = a$  und

$$\sqrt{(J_2 \cdot S_2)^2 + \Sigma (E_h)^2} = \frac{\sqrt{(3 J_2 \cdot E_{k_{2n}})^2 - L_{2n}^2}}{3 J_2} = b$$



(oder auch zeichnerisch als Kathete  $b$  aus einem rechtwinkligen Dreieck mit der Hypotenuse  $E_{k_{2n}}$  und der Kathete  $a$ ) und trägt  $a$  und  $b$  in Abhängigkeit von der Schlüpfung  $\pm \sigma$  oder der Drehzahl  $n$  in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein (Fig. 368), so geben die Ordinaten der Symmetrielinie (strichpunktiiert) für die Werte von  $b$  die induktiven Teilspannungen  $J_2 \cdot S_2$  ohne die höheren Harmonischen an. Für Synchronismus ( $\sigma = 0$ )

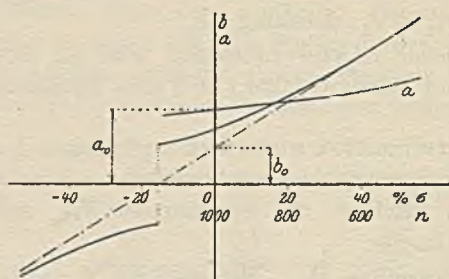


Fig. 368.

entnimmt man die Ordinaten  $a_0$  und  $b_0$  und bestimmt daraus

$$\operatorname{tg} \varphi_{200} = \frac{b_0}{a_0} \quad \text{und} \quad E_{k_{200}} = \sqrt{a_0^2 + b_0^2}.$$

Man trägt nun in einem rechtwinkligen Koordinatensystem (Fig. 369) von  $A$  aus die Ströme  $J_{1k} = AF_{1k}$  unter dem  $\sphericalangle \varphi_{1k}$  und  $J_{100} \approx J_{10} = AF_{100}$  unter dem  $\sphericalangle \varphi_{100}$  gegen  $E_{k_1}$  geneigt an. Der Mittelpunkt  $O_0$  ist wie beim Induktionsmotor bestimmt durch das Mittellot in  $F_{100}F_{1k}$  und einen Strahl  $F_{100}O_0$  unter dem  $\sphericalangle \lambda = \varphi_{200} - \delta$  gegen die Abszissenachse, wo die Winkel  $\varphi_{200}$  aus Versuch 3 und  $\sphericalangle \delta = \sphericalangle AF_{1k}F_{100}$  gegeben sind.

Um den Punkt  $F_{100}$  zu erhalten, ziehen wir einen Strahl  $F_{100}F_{100}$  unter dem  $\sphericalangle x$  gegen  $F_{100}F_{1k}$ , der sich bestimmt aus:

$$\operatorname{tg} x = \frac{E_{k_{200}} \cdot \sin(\varphi_{2k} - \varphi_{200})}{E_{k_{2k}} - E_{k_{200}} \cdot \cos(\varphi_{2k} - \varphi_{200})}.$$

Nun zieht man von  $F_{1k}$  aus einen Strahl unter dem  $\sphericalangle \varepsilon + \frac{\delta}{2}$  gegen  $F_{100}F_{1k}$  geneigt und trägt darauf  $F_{1k}F_{1k}' = k \cdot u_2 \cdot F_{100}F_{1k}$  ab, wo  $u_2 = \frac{E_{k_2}}{E_{k_1}}$  und

$$k = \sqrt{\left[1 + \frac{J_{m_1} \cdot (S_1 \cdot \cos \gamma + R_1 \cdot \sin \gamma)}{E_1}\right]^2 + \left[\frac{J_{m_1} \cdot (R_1 \cdot \cos \gamma - S_1 \cdot \sin \gamma)}{E_1}\right]^2} \approx 1,1$$

ist. Darin gibt der  $\sphericalangle \gamma$  die Verschiebung zwischen dem Magneti-

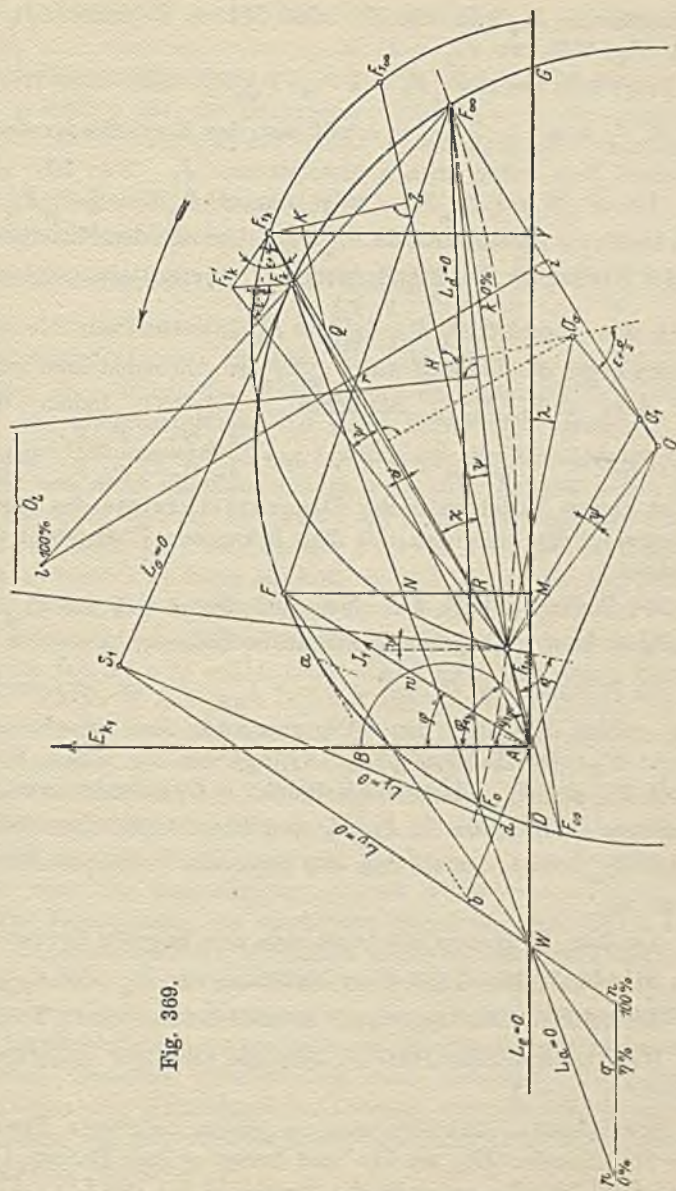


Fig. 369.



sierungsstrom  $J_{m_1}$  und dem Kraftfluß  $\mathfrak{N}$  bzw. Feldstrom  $J_{s_1}$  an (vgl. Fig. 252), wo  $J_{m_1} = J'$  ist.

Trägt man ferner  $F'_{1k} F_k = k \cdot u_2 \cdot F_{100} F'_{1k}$  unter dem Winkel  $F_{100} F'_{1k} F_k = \sphericalangle \varepsilon - \frac{\delta}{2}$  an, so erhält man den Kurzschlußpunkt  $F_k$  des dem Netz entnommenen Motorstromes  $J_1$ . Nun fällt man das Lot  $F'_{1k} Z$  auf  $F_{100} F_{1\infty}$ , trägt darauf  $F'_{1k} K = \frac{1}{2} F_{1k} F'_{1k}$  ab und zieht eine Parallele  $KQ$  zu  $F_{100} F_{1\infty}$ . Um nun den Mittelpunkt  $O_1$  des Kreises für den Ständerstrom  $J'_1$  zu ermitteln, trägt man in  $O_o$  den Strahl  $O_o O_1 = \frac{F_{1k} F'_{1k}}{2 \cdot \sin \alpha} = F_{1k} Q$  unter dem  $\sphericalangle \varepsilon + \frac{\delta}{2}$  geneigt gegen das Lot  $O_o H$  auf  $F_{100} F_{1\infty}$  an. Zeichnet man weiter ein dem  $\triangle F_{100} F'_{1k} F_k$  ähnliches  $\triangle F_{100} O_1 O$ , indem man  $\sphericalangle O_1 F_{100} O = \sphericalangle F'_{1k} F_{100} F_k = \sphericalangle \psi$  und  $\frac{F_{100} O}{F_{100} O_1} = \frac{F_{100} F_k}{F_{100} F'_{1k}}$  macht, so ist  $O$  der Mittelpunkt des Diagrammkreises des Motorstromes  $J_1$ , den man nun mit dem bekannten Halbmesser  $OF_k$  zeichnet.

Der Punkt  $F_\infty$  liegt auf einem um den  $\sphericalangle \psi$  gegen  $F_{100} F_{1\infty}$  geneigten Strahl. Trägt man ferner an die Tangente im Punkte  $F_{100}$  an den Hilfskreis um  $O_o$  den  $\sphericalangle \varrho = \varepsilon + \frac{\delta}{2} + \psi$  an, so schneidet der andere Schenkel den Diagrammkreis im synchronen Punkt  $F_{00}$ . Der Leerlaufpunkt  $F_0$  liegt nun auf einem Kreise durch  $F_\infty$  und  $F_{100}$ , dessen Mittelpunkt in  $O_l$  gefunden wird, indem man das Mittellot in  $F_{100} F_\infty$  zum Schnitt mit einem Strahl durch  $F_{100}$  bringt, der um den  $\sphericalangle \psi$  gegen die Ordinatenachse geneigt ist.

Aus dem Diagramm entnimmt man nun folgende Größen:

Ständerstrom:  $J_1 \equiv AF$  im Maßstabe von  $J_{1k}$  oder  $J_{100}$ .

Eingeführte Leistung:  $L_e \equiv FM$  im Maßstabe von  $F_{1k} Y = L_{1k}$ .

Die Abszissenachse  $DAG$  ist dann die Linie der eingeführten Leistung  $L_e = 0$ .

Schlüpfung: Errichtet man in einem beliebigen Punkte  $i$  des Halbmessers  $OF_\infty$  ein Lot und bringt es zum Schnitt  $l$  mit dem Strahl  $F_\infty F_k$ , so stellt die Strecke  $lk$  bis zur Linie  $F_\infty F_{00}$

die Schlüpfung  $\sigma = 100\%$  dar. Ein Strahl  $F_\infty F$  schneidet diese Linie in  $r$ , dann ist  $\sigma = kr\%$ .

**Drehmomentleistung:**  $L_d \equiv FR$  in Watt im Maßstabe von  $L_e$ , gemessen bis zur Drehmomentlinie  $L_d = 0$ , die durch  $F_0$  und  $F_\infty$  geht, da in diesen Punkten  $E_1$  und  $J_2$  um  $90^\circ$  verschoben sind.

**Abgegebene Leistung:**  $L_a \equiv FN$  im Maßstabe von  $L_e$  gemessen bis zur Leistungslinie  $F_0 F_k$  oder  $L_a = 0$ .

**Wirkungsgrad:** Nach der Gleichung  $\eta = \frac{L_a}{L_e} = \frac{L_e - L_v}{L_e}$  muß man noch die Verlustlinie  $L_v = 0$  darstellen. Nun ist  $L_v = L_0 + L_k$ . Man findet  $L_0 = 0$  (S. 428) als Tangente in  $F_k$  an den Kreis.  $L_k = 0$  ist die Halbpolare des Punktes  $A$  in bezug auf den Diagrammkreis. Zu ihrer Ermittlung errichtet man auf dem Halbmesser in  $A$  das Lot  $Aa$  bis zum Schnitt  $a$  mit dem Kreis und zieht die Tangente in  $a$  bis zum Schnitt  $b$  mit dem verlängerten Radius. Dann ist  $b$  als vierter harmonischer Punkt der Fußpunkt der Polaren des Punktes  $A$ . Halbiert man  $Ab$  in  $d$  und errichtet darin ein Lot, so stellt dieses die Verlustlinie  $L_k = 0$  dar. Der Schnitt  $S_1$  von  $L_k = 0$  mit  $L_0 = 0$  ist ein Punkt der Linie  $L_v = 0$ . Einen anderen Punkt findet man in  $W$  als Schnitt von  $L_a = 0$  mit  $L_e = 0$ . Zieht man nun durch irgendeinen Punkt  $p$  der Linie  $L_a = 0$  eine Parallele zu  $L_e = 0$ , so schneidet der Strahl  $L_v = 0$  auf ihr eine Strecke  $pn$  ab, die den Wirkungsgrad  $\eta = 100\%$  darstellt. Für einen Strom  $J = AF$  schneidet dann der Strahl  $FW$  den Wirkungsgrad  $\eta = pq\%$  ab.

**Leistungsfaktor:** Schlägt man über  $AB$  als Einheit einen Kreis, so wird von den Strahlen  $AF$  für den Strom  $J_1$  eine Strecke  $Aw$  unter dem  $\sphericalangle \varphi$  angeschnitten, so daß  $Aw = \cos \varphi$  ist.

Bei Belastungen, die stark vom Synchronismus (Takt) entfernt liegen, weichen die wirklichen Werte von den dem Diagramm entnommenen ab, da die Kurzschlußströme eine Verzerrung des Diagramms von der Kreisform ergeben würden. Ferner wirken die Kurzschlußströme unterhalb des Synchronismus motorisch, oberhalb desselben generatorisch oder bremsend. Somit wird die Drehzahl in Wirklichkeit bei Leerlauf, wenn sie untersynchron ist, höher, dagegen wenn sie übersynchron ist, tiefer liegen, als im Diagramm angegeben.

Auch der Nebenschlußmotor wird nach Patenten von Winter



und Eichberg (DRP. 153 730) mit zweiteiliger Ständerwicklung gebaut (direkt gespeister Motor). Unter der Annahme eines konstanten induktiven Läuferwiderstandes würde das Stromdiagramm des Läufers eine Gerade werden. Berücksichtigt man aber den Erregerstrom und die Veränderung des Läuferwiderstandes, so wird das Diagramm des Netzstromes ein Kreis, der sich allerdings der Geraden für eine große Strecke anschmiegt.

Heyland<sup>1)</sup> führt dem Läufer von einem Teil der Ständerwicklung den Erregerstrom zu, wobei die Bürsten um einen Winkel von etwa  $90^\circ$  gegen die Nullstellung verschoben sind. Dadurch erzielt er einen guten Phasenausgleich und wegen des stärkeren vom Läufer erregten Feldes eine größere Überlastungsfähigkeit. Infolge der Widerstandsverbindungen zwischen den Kommutatorlamellen erfolgt die Stromwendung funkenfrei.

Um für die Regelung der Drehzahl keine kostspieligen Regler, sondern einfache Bürstenverstellung anwenden zu können, baut die ASEA nach Angaben von Schrage<sup>2)</sup> einen Nebenschlußmotor mit besonderer Regelungswicklung im Läufer. Die über Schleifringe am Netz liegende Primärwicklung befindet sich ebenfalls auf ihm, während die sonst bewegliche Sekundärwicklung auf dem feststehenden Teil angeordnet ist und in drei getrennten Phasen über doppelte Bürsten von der Regelungswicklung gespeist wird.

#### 4. Der Doppelschlußmotor.

Um die Drehzahländerung eines Nebenschlußmotors aufzuheben oder zu vergrößern, verwendet BBC nach Angaben von Scherbius<sup>3)</sup> zwei Erregerwicklungen in einer solchen Anordnung, daß Hauptschluß- und Nebenschlußerregung Kraftflüsse erzeugen, die nicht miteinander verkettet sind, wobei das Feld ausgeprägte Pole besitzt. Andererseits läßt sich auch eine gemeinsame Erregerwicklung verwenden, die von den hintereinandergeschalteten Sekundärwicklungen je eines Hauptschluß- und eines Nebenschluß-Erregertransformators gespeist werden.

Das Diagramm ließe sich aus dem des Hauptschlußmotors als Kreis ermitteln. Es gibt jedoch nur annähernd die Eigenschaften des Motors wieder, da die Sättigungs-, Streuungs- und

<sup>1)</sup> ETZ. 1901, 02, 03.      <sup>2)</sup> ETZ. 1914, S. 89.

<sup>3)</sup> EP. 18 817 (1906); SchwP. 38 638 (1906).

Eisenverluständerungen (ausgeprägte Pole) nicht berücksichtigt werden können. Man nimmt es daher am besten punktweise auf. Die Maschine kann auch als Generator Verwendung finden, besitzt dann aber ebenfalls die Eigenschaft der Selbsterregung wie der Hauptschlußmotor (S. 477).

## 17. Untersuchungen an Gleichrichtern.

Die zur Umformung von Wechselstrom in Gleichstrom dienenden Gleichrichter zerfallen in drei Klassen:

### a) Mechanische Gleichrichter.

Die erste von Pollak<sup>1)</sup> angegebene Form benutzte einen mit dem Wechselstrom synchron laufenden Kommutator, der jedoch wegen der ständigen Wartung und Abnutzung verschiedene Nachteile besaß. Neuerdings fertigen die SSW einen Gleichrichter nach einem ähnlichen Prinzip von Delon<sup>2)</sup> unter Benutzung von Kondensatoren zur Erzeugung von hochgespanntem Gleichstrom (IV, 1). Für kleine Leistungen ist von Koch<sup>3)</sup> ein Apparat mit polarisiertem Relais angegeben, das einen synchron mit dem Wechselstrom arbeitenden Unterbrecher betätigt.

### b) Chemische Gleichrichter

Bei diesen Apparaten sind keine bewegten Teile. Ihre Wirkung beruht auf der von Wöhler entdeckten unipolaren Leitung des Aluminiums, welches als positiver Pol in einer elektrolytischen Zelle keinen Strom in der Richtung zur Kathode (Blei oder Kohle) hindurchläßt. Die erste praktische Anordnung ist von Pollak<sup>4)</sup> und gleichzeitig von Grätz<sup>5)</sup> angegeben. Weitere Untersuchungen und Verbesserungen machten König<sup>6)</sup> und Grisson<sup>7)</sup>, so daß schließlich auch Apparate für den praktischen Gebrauch in Dauerschaltung<sup>8)</sup> gebaut werden konnten. Der Wirkungsgrad beträgt etwa 60 bis 80% und steigt nach Schulze<sup>9)</sup> mit der Gleichspannung bis zu 85%. Die Unter-

<sup>1)</sup> ETZ. 1898, S. 80.      <sup>2)</sup> ETZ. 1912, S. 1179; 1914, S. 1023.

<sup>3)</sup> ETZ. 1901, S. 853; 1903, S. 843; 1908, S. 41.

<sup>4)</sup> ETZ. 1897, S. 359.      <sup>5)</sup> ETZ. 1897, S. 423.

<sup>6)</sup> ETZ. 1902, S. 474.      <sup>7)</sup> ETZ. 1903, S. 432; 1908, S. 959.

<sup>8)</sup> ETZ. 1912, S. 889; 1913, S. 970, 1466; Jacob, Samml. el. Vortr. 1906, Bd. 9.

<sup>9)</sup> AfE. 1915, Bd. 3, S. 43.



suchung bezieht sich auf dieselben Größen und in ähnlicher Meßschaltung wie unter c) angegeben.

### c) Elektrische Gleichrichter.

#### 1. Für starke Ströme.

Auch hierbei sind keinerlei bewegte Teile vorhanden. Die unipolare Leitung wird in diesem Fall durch Quecksilberdampf im Vakuum bewirkt und ist zuerst von Cooper Hewitt<sup>1)</sup> (Westinghouse Co.) für einen praktisch brauchbaren Gleichrichter verwendet worden. Dabei zeigte es sich, daß der Quecksilberdampf nur dann einen Strom hindurchläßt, wenn die Stahlelektrode die Anode (+) und Quecksilber die Kathode bildete.

Untersuchungen über die Eigenschaften des Quecksilberlichtbogens und seine Verwendung in Gleichrichtern sind von Steinmetz<sup>2)</sup>, Polak<sup>3)</sup>, Hañn<sup>4)</sup>, Schulze<sup>5)</sup>, Hechler<sup>6)</sup>, Tschudy<sup>7)</sup>, Nielsen<sup>8)</sup> u. a. angestellt worden und haben gezeigt, daß der Quecksilberdampf-Gleichrichter bei höheren Spannungen Wirkungsgrad erreicht, die man sonst nur bei Transformatoren erhalten konnte. Trotzdem war der Bau nur innerhalb der Grenzen von 5 bis 40 Amp. möglich, da bei niedrigen Strömen die Zündung des Lichtbogens aussetzte, bei höheren dagegen die Wahl des Gefäßes und der Elektroden und die Aufrechterhaltung des Vakuums große Schwierigkeiten bereitete.

Durch Verwendung von Stahlzylindern für das Vakuumgefäß und weitere Verbesserungen an den Elektroden, der Dichtung und Zündung ist es Schäfer<sup>9)</sup> gelungen, Großgleichrichter bis zu 100 kW Einzelleistung bei 220 Volt abgegebener Gleichspannung und 400 Amp. zu bauen.

Der Spannungsabfall im Lichtbogen beträgt dabei etwa 15 Volt und ist von der Stromstärke und Netzspannung unabhängig. Die Erregung des Lichtbogens erfolgt durch eine

<sup>1)</sup> ETZ. 1903, S. 188; DRP. 161808.

<sup>2)</sup> Proc. AJEE. 1905, S. 743.

<sup>3)</sup> ETZ. 1907, S. 733.

<sup>4)</sup> ETZ. 1908, S. 178.

<sup>5)</sup> ETZ. 1909, S. 373; 1910, S. 28; AfE. 1913, S. 491.

<sup>6)</sup> ETZ. 1910, S. 1053.

<sup>7)</sup> Diss. Zürich. 1912; AfE. 1913, S. 415; ETZ. 1917, S. 6, 23.

<sup>8)</sup> ETZ. 1919, S. 224, 681.

<sup>9)</sup> ETZ. 1911, S. 2; 1912, S. 1164; 1913, S. 253, 284.

Hilfsfunkenstrecke nach Weintraub<sup>1)</sup> oder durch ein Zündsolenoid. Die Gefahr der Rückzündung ist durch eine besondere Regelung des Verlaufs der Dampfströmung im Innern beseitigt. Unter Berücksichtigung des in dem bei Hochspannungsanlagen benötigten Transformators, der Selbsterregeranordnung und der Überlappungsdrosselspule für die beiden Stromwechsel bei Einphasenstrom zeigten sich nach Messungen von Epstein<sup>2)</sup> an einem Apparat der Gleichrichter-Ges. Frankfurt a. M. und nach Orlich an einem Großgleichrichter der A E G<sup>3)</sup> nach Patenten der General El. Co.<sup>4)</sup> Wirkungsgrade von 90% und darüber. Ermutigt durch diese Erfolge wurden dann durch weitere Verbesserung Gleichrichter gebaut, die nach Angaben von Schäfer<sup>5)</sup> Einzelleistungen bis zu 350 KW bei 700 Volt und etwa 500 Amp. betriebssicher umzuformen imstande sind. Für größere Leistungen kann eine Parallelschaltung<sup>6)</sup> durch Stromteilerdrosselspulen erfolgen.

Die Untersuchungen an Gleichrichtern der vorhergenannten drei Bauarten erstrecken sich auf folgende Größen:

1. Transformationswirkungsgrad  $\eta_1$ .
2. Gefäßwirkungsgrad  $\eta_2$ .
3. Gleichrichterwirkungsgrad  $\eta$ .
4. Leistungsverlust im Gefäß  $L_v$  bzw. Spannungsverlust  $E_r$ .

Für Einphasen-Wechselstrom macht man nun folgende Schaltung (Fig. 370):

Liest man an der Primärseite  $I$  des Transformators  $T$  die Leistung  $L_1'$  ab und ist  $r_1$  bzw.  $R_{s_1}$  der Widerstand der Leistungsmesser-Stromspule und des Strommessers  $J_1$  bzw. Spannungsmessers  $E_1$ , so erhält der Transformator primär die Leistung

$$1. \quad L_1 = L_1' - J_1^2 \cdot r_1 - \frac{E_1^2}{R_{s_1}}.$$

Zeigen die Leistungsmesser sekundär die Werte  $L_2'$  und  $L_2''$ , so erhält der Gleichrichter  $Gl$  an den Klemmen  $a, b$ , die als Stahlelektroden ausgeführt werden, die Leistung

$$2. \quad L_2 = L_2' + L_2'' - 2 \cdot J_2^2 \cdot r_2,$$

1) Phil. Mag. 1904, S. 95.      2) ETZ. 1913, S. 1415.

3) ETZ. 1913, S. 1479.

4) DRP. 245 940 v. 4. III. 1910; El World 1913, S. 548.

5) ETZ. 1917, S. 89, 107.      6) ETZ. 1918, S. 321; DRP. 238 754.









nung zwischen Leerlauf und Vollast möglichst konstant zu halten, so daß keine Schnellregler erforderlich sind. Außerdem kann man durch geeignete Größe der Drosselspule den Spannungsabfall so groß ( $5 \div 15\%$ ) einstellen, daß eine Parallelschaltung mit Gleichstrommaschinen möglich ist. Die Spannungsregelung erfolgt durch Induktionsregler, Stufentransformatoren oder bei Akkumulatorenladung durch Regulier-Drosselspulen mit Tauchkern zwischen Transformator-Sekundärwicklung und Anoden. Die Prüfung des Vakuums geschieht durch McLeodsche Vakuummeter oder elektrische von Schäfer<sup>1)</sup> angegebene Meßvorrichtungen.

## 2. Für schwache Ströme.

Da der Quecksilberdampfgleichrichter für Ströme unter 5 Amp. nicht mehr imstande ist, den Lichtbogen aufrechtzuerhalten, lag die Frage nach einem Klein-Gleichrichter nahe. Nun ist es nach verschiedenen Versuchen der J. Pintsch A.-G., Berlin, neuerdings gelungen, einen Gleichrichter für den Meßbereich 0,5 bis 3 Amp. nach Angaben von Schröter<sup>2)</sup> herzustellen. Die Kathode besteht dabei aus einem verdampfbaren Metall<sup>3)</sup>, (Kalium, Natrium oder deren Legierungen). Zur Erhöhung der Verdampfungsfähigkeit ist das Gefäß mit einem Edelgas (Neon) angefüllt, so daß eine selbständige Entladung eintritt.

Der Gleichrichter dient beim Anschluß an Wechselstrom zum Laden kleiner Akkumulatorenbatterien, kann aber auch als Spannungstransformator für Gleichstrom verwendet werden, so daß es durch seine Zwischenschaltung möglich ist, Haustelegraphen, Lätewerke und sonstige Schwachstromapparate für etwa 20 Volt Spannung aus Starkstromnetzen zu speisen. Die Bauart der Ventilröhre ist ähnlich der ebenfalls von der Firma hergestellten Glimmlampe, die nach Angaben von Schröter<sup>4)</sup> nicht nur als Lampe mit geringem Leistungsverbrauch dient, sondern sich auch als Hilfsmittel zur Prüfung von Sicherungen, Schalterstellungen, des Spannungszustandes von Abzweiglei-

---

<sup>1)</sup> ETZ. 1912, S. 1167.

<sup>2)</sup> ETZ. 1919, S. 685.

<sup>3)</sup> ETZ. 1915, S. 77, 677, 689.

<sup>4)</sup> ETZ. 1919, S. 186; Licht und Lampe, 14. Aug. 1919, Heft 17.

tungen, Isolationswiderstandes u. dgl. besonders eignet. Die Untersuchung des Gleichrichters erfolgt, wie unter 1. angegeben worden ist.

## 18. Aufnahme von Wechselstromkurven.

Bestimmt man für verschiedene Stellungen  $\alpha$  des Magnetfeldes zum Anker eines Wechselstromgenerators die in den einzelnen Augenblicken induzierten EMK  $E_t$ , so kann man zu den Winkeln  $\alpha$  oder  $\omega t$  als Abszissen die abgelesenen Werte von  $E_t$  als Ordinaten zeichnerisch darstellen und erhält daraus den zeitlichen Verlauf der EMK als  $f(E_\alpha, \alpha)$  bzw.  $f(E_t, \omega t)$ .

Zur Aufnahme der Kurven dienen folgende Apparate:

### a) Mechanischer Kontaktmacher nach Joubert<sup>1)</sup>.

Er besteht (Fig. 372) aus einer mit der Welle des Generators verbundenen und deswegen synchron rotierenden Scheibe aus Isoliermaterial, welche am Umfang einen ca.  $2-3^\circ$  breiten Metallstreifen  $K$  enthält. Von diesem führt eine Ableitung zu einem auf der Achse sitzenden Schleifring  $S$ . Zwei Schleiffedern, 1 und 2, dienen als Stromleitung vom Kontakt und Schleifring zu den Klemmen  $a$  und  $b$ . Feder 1 ist außerdem an einem um die Achse drehbaren Arm  $\mathcal{U}$  befestigt, dessen Stellung an einer Skala mit Gradeinteilung abgelesen werden kann.

Die beiden Schleiffedern können auch nebeneinander auf dem drehbaren Arm befestigt sein.

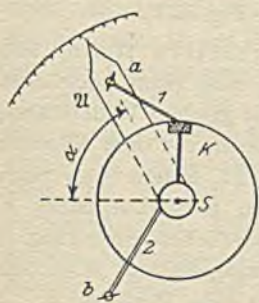


Fig. 372.

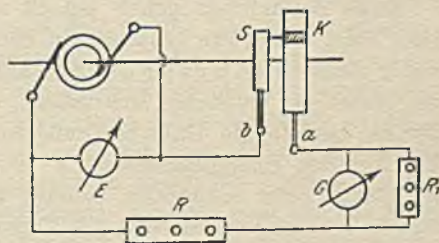


Fig. 373.

<sup>1)</sup> Journ. de phys. 1880, S. 297. Compt. rend. 1880, S. 161.



Bedeutend vollkommener arbeitet der Kontaktgeber von Schade<sup>1)</sup> mit gesteuertem Kontakt.

Zur punktwisen Aufnahme der Spannungskurven macht man nun folgende Schaltung (Fig. 373). Der Kontaktgeber wird mit einem Elektrometer oder einem Galvanometer  $G$  und einem großen Vorschaltwiderstand  $R$  in Reihe geschaltet an die Klemmen des Generators angeschlossen. Ist dabei das Galvanometer noch zu empfindlich, so kann ein Widerstand  $R_1$  parallel dazu gelegt werden. Derselbe bietet außerdem bei Drehspuleninstrumenten den Vorteil, Schwankungen der Ablenkungen des Galvanometers infolge der dämpfenden Wirkung zu verringern. Wird der Generator jetzt mit konstanter Erregung und Drehzahl betrieben, so erhält das Instrument bei jeder Umdrehung einen Stromstoß, welcher bei einer bestimmten Stellung  $\alpha$  der Bürste 1 in Fig. 372 immer dieselbe Richtung und Größe beibehält. Das Meßinstrument durchfließt demnach ein pulsierender Gleichstrom, der eine konstante Ablenkung  $\varphi$  hervorruft. Dreht man die Bürste 1 in andere Stellungen und notiert zu den Drehwinkeln  $\alpha$  die dazugehörigen Ablenkungen  $\varphi$  des Galvanometers, so kann man daraus die Kurven  $f(\varphi, \alpha)$  zeichnen. Zur Beruhigung des Galvanometers schaltet man bei großen Schwankungen der Ablesung einen Kondensator parallel, wobei das Instrument annähernd Gleichstrom erhält.

Genauer, aber zeitraubender wird die Messung, wenn man statt des Galvanometers direkt einen Kondensator einschaltet und ihn nach der Ladung auf ein ballistisches Galvanometer durch Umlegen eines Schalters entlädt (s. Fig. 377).

Diese Aufnahmen geben jedoch nur relative Werte, will man aber absolute erhalten, so benutzt man einen möglichst wenig gedämpften Spannungsmesser mit großem Widerstand, am besten ein statisches Instrument, das man vor dem Versuch für die betreffende Unterbrechungszahl eicht, indem man nach Fig. 374 den Spannungsmesser  $E'$  mit dem Kontaktapparat  $K$  parallel zu einer bekannten, beliebig veränderlichen Spannung  $E$  legt und unter Veränderung des Vorschaltwiderstandes  $R$  zu den abgelesenen Werten  $E'$  die wirklichen, an den Punkten  $a \div b$

<sup>1)</sup> Arnold, Gl.-Masch. 2. Aufl. Bd. I, S. 785; Edelmann, München.

herrschenden Spannungen  $E$  notiert, woraus sich die Eichkurve  $f(E', E)$  ergibt.

Genauer, aber ebenfalls zeitraubend, ist die Anwendung der Kompensationsmethode<sup>1)</sup> zur Messung der Augenblickswerte der EMK. Dabei wird nach Fig. 375 die Maschine unter

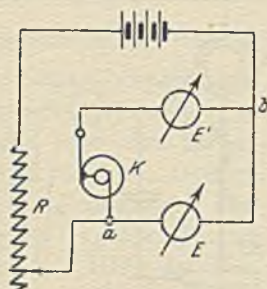


Fig. 374.

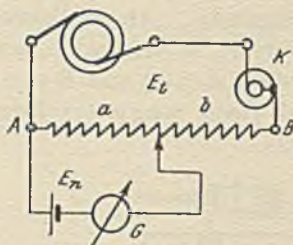


Fig. 375.

Zwischenschaltung des Kontaktgebers  $K$  mit einem großen Widerstand  $AB$  verbunden und der in einem Teil  $a$  auftretende Spannungsverlust durch ein Normalelement  $E_n$  kompensiert.

Ist der ganze Widerstand  $a + b$ , so ergibt sich:

$$E_t = \frac{a + b}{a} \cdot E_n.$$

Dieser Methode haftet der Nachteil an, daß dabei dauernd ein Strom verbraucht wird und leicht phasenverschobene Kurven erhalten werden können, wenn die Widerstände nicht absolut induktionsfrei sind. Außerdem beeinflußt die Güte und Zeitdauer des Kontakts an der Scheibe die Messung sehr, so daß es schwierig ist, das Galvanometer längere Zeit in der Nullage zu erhalten.

Eine Abart der Joubertschen Scheibe ist von Blondel<sup>2)</sup> angegeben. Dabei besitzt die Scheibe 2 um etwas mehr als Bürstenbreite gegeneinander verschobene Kontaktstreifen 1 und 2 (Fig. 376), die untereinander und mit dem Schleifring leitend verbunden sind. Mit den Kontakten treten die Bürsten  $a$  und  $b$  zeitlich nacheinander in Berührung. Schaltet man nun die Blondelsche Scheibe  $BS$  nach Fig. 377 mit einem Kondensator  $C$ ,

<sup>1)</sup> Bragstad, ETZ. 1895, S. 112.

<sup>2)</sup> Lum. El. 1891, S. 401.



Galvanometer  $G$  und Widerstand  $R$  an die Klemmen des Generators, so wird bei der angegebenen Drehrichtung zuerst Kontakt 2 die Bürste  $b$  berühren, und damit ist der Kondensator geladen. Bei weiterer Drehung öffnet sich dieser Stromkreis und Bürste  $a$  entlädt den Kondensator über den Kontakt 1 auf das Galvanometer.

Um die Störungen, die der mechanische Augenblickkontakt hervorruft, zu vermeiden, ersetzen Goldschmidt<sup>1)</sup> und Ryan<sup>2)</sup> ihn durch einen magnetischen Kontakt.

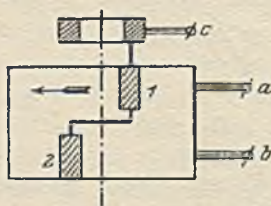


Fig. 376.

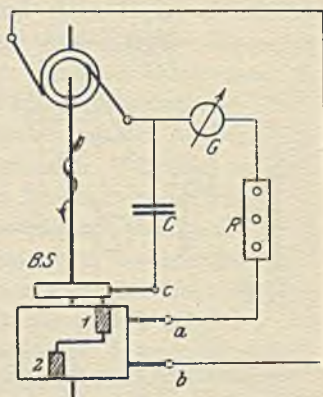


Fig. 377.

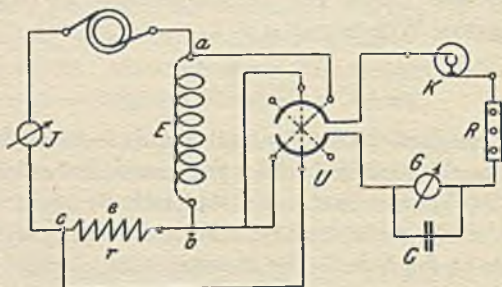


Fig. 378.

In manchen Fällen ist es nicht möglich, den Kontaktgeber mit dem Generator direkt zu koppeln. Man hilft sich dann dadurch, daß man den Apparat an einen Synchronmotor anschließt, der von der zu untersuchenden Maschine angetrieben wird, wie es von Michalko<sup>3)</sup> angegeben ist. Empfehlenswert ist diese Anordnung besonders bei großer Polzahl des Generators.

<sup>1)</sup> ETZ. 1902, S. 496; Z f I. 1902, S. 347.

<sup>2)</sup> Tr. AIEE. 1900, S. 345.

<sup>3)</sup> ETZ. 1896, S. 462.

Die Aufnahme von Stromkurven führt man zurück auf diejenige von Spannungskurven, indem man nach Fig. 378 den Verlauf der Spannung  $e$  an einem induktionsfreien von dem Strom  $J$  des zu untersuchenden Wechselstromapparates durchflossenen Widerstande  $r$  aufnimmt. Da der Strom  $J$  in  $r$  in Phase mit der Spannung  $e$  ist, so sind die Augenblickswerte  $J_t$  den Spannungen  $e_t$  proportional, so daß  $J_t = \frac{e_t}{r}$  wird. Dividiert man daher die

Ordinaten der Spannungskurve  $f(e_t, \alpha)$  durch  $r$ , so erhält man die Stromkurve  $f(J_t, \alpha)$ , die auch zu der Spannung  $E$  zwischen  $a \div b$  gehört. Nimmt man mit Hilfe des Umschalters  $U$  gleichzeitig die Spannungen zwischen  $a \div b$  und  $b \div c$  auf, so kann man aus den auf diese Weise erhaltenen Kurven auch die Leistung und Phasenverschiebung bestimmen.

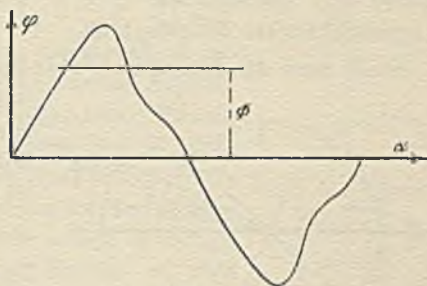


Fig. 379.

Sahulka<sup>1)</sup> benutzt zur Kurvenanalyse einen auch von Townsend<sup>2)</sup> angegebenen Halbperiodenkontakt.

Wir wollen nun annehmen, daß eine relative Spannungskurve  $f(\varphi, \alpha)$  aufgenommen und in Fig. 379 dargestellt ist, so kann man den Maßstab in Volt leicht finden, wenn die Spannung  $E$  gleichzeitig gemessen ist.

Der sog. Effektivwert oder die Spannung  $E$  wird nämlich

$$\text{durch die Gleichung} \quad E = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} E_\alpha^2 \cdot d\alpha}$$

definiert. Quadrieren wir demnach die Ordinaten  $\varphi$  der Kurve und planimetrieren die von der Kurve ihrer Endpunkte eingeschlossene Fläche, so stellt diese den Wert  $\int_0^{2\pi} \varphi^2 \cdot d\alpha$  dar. Das gleich-

<sup>1)</sup> ZfE. 1898, S. 4; ETZ. 1907, S. 986.

<sup>2)</sup> Tr. AIEE. 1900.



große Rechteck besitzt dann die Höhe  $\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \varphi^2 \cdot d\alpha$  und die Quadratwurzel daraus ist

$$\Phi = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \varphi^2 \cdot d\alpha}$$

Wäre  $\varphi$  in Volt gemessen, so würde  $\Phi$  direkt der Effektivwert der Kurve sein. Es wird also  $\Phi = E$ , womit auch der Maßstab der Augenblickswerte festgelegt ist.

Stellt man die Kurve in Polarkoordinaten (Fig. 380) dar

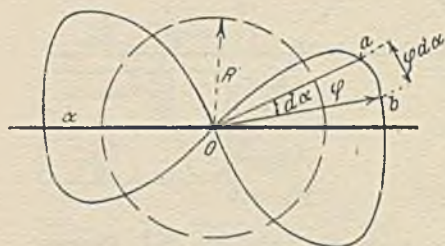


Fig. 380.

und betrachtet von der Fläche einen schmalen Streifen  $Oab$  mit dem Zentriwinkel  $d\alpha$ , so ist der Inhalt dieses Flächenelements  $df = \frac{\varphi^2}{2} \cdot d\alpha$  und der Inhalt der ganzen Kurvenfläche

$$F = \int_0^{2\pi} df = \frac{1}{2} \cdot \int_0^{2\pi} \varphi^2 \cdot d\alpha.$$

Verwandelt man diese Fläche  $F$  in einen gleichgroßen Kreis vom Radius  $R$ , dann muß

$$\pi \cdot R^2 = \frac{1}{2} \cdot \int_0^{2\pi} \varphi^2 \cdot d\alpha$$

oder

$$R = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \varphi^2 \cdot d\alpha} = \Phi$$

sein. Da nun  $\Phi = E$  war, so stellt der Radius  $R = E$  den Effektivwert der Spannungskurve dar, dessen Maßstab durch den aufgenommenen Wert bestimmt ist. Bei der Stromstärke verfährt man natürlich in derselben Weise.

Nach Fleischmann<sup>1)</sup> läßt sich auch die Theorie zur Bestimmung des Schwerpunkts von Flächen für die Ermittlung des Effektivwertes  $E$  verwenden.

<sup>1)</sup> ETZ. 1897, S. 35.

b) Oszillographen<sup>1)</sup>.

Weisen die Wechselstromkurven zeitliche Veränderungen ihrer Form auf, wie sie z. B. die Kurve des Sekundärstromes eines Asynchronmotors infolge der Schlüpfung erleidet, so sind die punktweise arbeitenden Apparate unbrauchbar. In diesem Fall benutzt man kontinuierliche Kurven zeichnende, sog. Oszillographen, d. h. Galvanometer mit einem beweglichen System geringer Trägheit und genügender Dämpfung.

Nach einer von Blondel<sup>2)</sup> als Nadeloszillograph angegebenen Konstruktion beruht der von Duddel vervollkommnete Apparat (Bifilaroszillograph) auf folgendem Prinzip (Fig. 381): Zwischen den Polen  $N \div S$  eines kräftigen Stahlmagnets ist eine Drahtschleife straff ausgespannt, welche einen kleinen Spiegel trägt und in zwei Klemmen  $a$  und  $b$  endigt. Durchfließt die Schleife ein Strom, so wird durch die elektromagnetische Wirkung der eine Draht nach vorne, der andere nach hinten gedrückt, und der Spiegel  $s$  dreht sich um eine vertikale Achse. Bei kleinen Ausschlägen ist der Ablenkungswinkel dem Strom proportional.

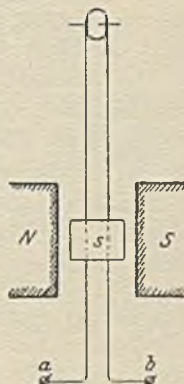


Fig. 381.

Das Instrument muß sich natürlich für jeden Stromwert so schnell als möglich und dazu aperiodisch einstellen. Dazu ist es erforderlich, daß seine Schwingungsdauer gegenüber der Zeit einer Periode verschwindend klein ist und daß eine gute Dämpfung vorhanden ist.

Bei einem von Duddel und Marchant<sup>3)</sup> gebauten Apparat beträgt die Zeit der Eigenschwingung  $\frac{1}{10000}$  sec. Die Bewegung des Spiegels wird durch einen reflektierten Lichtstrahl auf einer schnell bewegten photographischen Platte oder Film fixiert oder durch einen rotierenden Spiegel objektiv dargestellt. Im allgemeinen sind zwei Schleifen nebeneinander angeordnet, um Strom- und Spannungskurven gleichzeitig aufnehmen zu können. Ganz besonders eignet sich dieses Instrument zur Beobachtung

<sup>1)</sup> ZfL 1901, S. 239 (Theorie); La Nature 1900, S. 63, 142.

<sup>2)</sup> Compt. rend. 1893, S. 502, 748; Ind. El. 1899, S. 137, 361; Journ. de phys. 1902, S. 273.

<sup>3)</sup> El. 1897; S. 636; Journ. Inst. El. Eng. 1899, S. 1.



rasch verlaufender veränderlicher Erscheinungen. So hat Ölschläger<sup>1)</sup> mit einem von den SSW<sup>2)</sup> gebauten Oszillographen die während des Durchbrennens einer Sicherung sich abspielenden Vorgänge deutlich zur Darstellung bringen können.

Eine einfachere Form des Duddelschen Instruments ist von Wehnelt<sup>3)</sup> angegeben worden.

Edelmann jun. hat einen dem Saitengalvanometer von Einthoven nachgebildeten Saitenoszillograph konstruiert, der den Vorzug besitzt, daß das unifilare System keinen Spiegel trägt, wodurch die Trägheit verringert wird.

Der störende Einfluß der Trägheit und Dämpfung bei den empfindlichen Galvanometern ist von Abraham<sup>4)</sup> in seinem Rheograph (Carpentier, Paris) dadurch beseitigt worden, daß er ein Galvanometer von verhältnismäßig großer Trägheit (ca.  $\frac{1}{10}$  sec. Schwingungsdauer) an eine vom aufzunehmenden Strom  $J$  gespeiste Stromverzweigung anschließt. Diese ruft mit Hilfe eines induktionsfreien Widerstandes und zweier Induktionsspulen in dem beweglichen System des Instruments einen Strom  $i_t$  hervor, welcher der Gleichung

$$i_t = A \cdot \frac{d^2 J}{dt^2} + B \cdot \frac{dJ}{dt} + C \cdot J_t$$

entspricht, worin die Koeffizienten der Galvanometergleichung

$$c \cdot i_t = A \cdot \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + B \cdot \frac{d\alpha}{dt} + C \cdot \alpha$$

genügen müssen, wenn  $\alpha$  die vom Strome  $i$  erzeugte Ablenkung ist und  $A$  das Trägheitsmoment,  $B$  die Dämpfungskonstante,  $C$  die Direktionskraft bedeuten. Dann ergibt sich aus beiden Gleichungen

$$\alpha = c \cdot J_t,$$

d. h. die Ablenkungen des Spiegels geben die Augenblickswerte des aufzunehmenden Stromes genau wieder. Zur experimentellen Abgleichung der Koeffizienten  $A$ ,  $B$ ,  $C$  benutzt man Ströme bekannter Kurvenform (z. B. unterbrochenen Gleichstrom in einem

<sup>1)</sup> ETZ. 1904, S. 762.

<sup>2)</sup> ZfE. 1905.

<sup>3)</sup> ETZ. 1903, S. 703.

<sup>4)</sup> Journ. de phys. 1897, S. 356; Ecl. El. 1897, S. 145; Compt. rend. 1897, S. 758; ZfI. 1898, S. 30 (Ref.).

induktionsfreien Stromkreis, der sich bei richtiger Einstellung als Rechteck abbilden muß).

Soll die Aufnahme der Kurven ohne Energieverbrauch, besonders bei hohen Spannungen oder kleinen Strömen stattfinden, so verwendet man vorteilhaft einen elektrostatischen Oszillographen<sup>1)</sup>.

### c) Instrumente ohne Trägheit und Dämpfung.

Dazu gehört die Braunsche Röhre<sup>2)</sup>. Sie beruht auf dem schon von Heß<sup>3)</sup> zur Untersuchung elektrischer Wechselströme benutzten Prinzip, daß die Kathodenstrahlen durch magnetische Felder abgelenkt werden. Schickt man daher den zu untersuchenden Wechselstrom durch eine Spule, deren Achse senkrecht zu den Kathodenstrahlen steht, so zeigt der auf dem Kalziumsulfidschirm erscheinende Lichtpunkt Schwingungen senkrecht zum Magnetfeld, die sich durch einen rotierenden Spiegel sichtbar machen lassen. Besser ist es jedoch, die Kurve direkt zur Darstellung zu bringen, indem man nach Seefehlner<sup>4)</sup> senkrecht zur Indikaterspule eine Hilfsspule anordnet, die von einem linear mit der Zeit veränderlichen Strom gespeist wird. Zur Erzeugung eines solchen Stromverlaufs kann man einen mittels Synchronmotors veränderten Flüssigkeitswiderstand benutzen oder die Spule an ein kreisförmiges von einer Gleichstromquelle gespeistes Widerstandsband<sup>5)</sup> anschließen, das in jeder Periode des Wechselstromes eine Umdrehung macht.

Zur Aufnahme von Spannungskurven benutzt man die elektrostatische Ablenkung durch das von der zu untersuchenden Spannung zwischen zwei Kondensatorplatten erzeugte elektrische Feld, wie es von Ebert<sup>6)</sup> und Wehnelt<sup>7)</sup> angegeben ist.

Auf einem anderen physikalischen Gesetz beruht der Glimm-

<sup>1)</sup> Ind. El. 1913, S. 571; ETZ. 1914, S. 714.

<sup>2)</sup> Wied. Ann. 1897, S. 552; ETZ. 1897, S. 267 (Ref); 1898, S. 204; S. 405 (Ebert und Hoffmann); 1901, S. 409 (Weinhold); El. Anz. 1904; S. 264.

<sup>3)</sup> Compt. rend. 1894, S. 57; Lum. El. 1894, S. 91.

<sup>4)</sup> ETZ. 1899, S. 121.

<sup>5)</sup> ETZ. 1892, S. 300; Wied. Ann. 1899, S. 838; ZfI. 1900, S. 191.

<sup>6)</sup> Wied. Ann. 1898, S. 240.

<sup>7)</sup> Verh. d. d. phys. Ges. 1903, S. 29, 178.



licht-Oszillograph<sup>1)</sup> von Gehrke<sup>2)</sup>, der sich besonders für hochgespannte Wechselströme und große Periodenzahlen eignet. Er besteht aus einer mit Stickstoff von 7—8 mm Druck gefüllten Geißlerschen Röhre von ca. 6 cm Durchmesser, in der zwei etwa 20 cm lange feinpolierte Nickeldrähte oder Bleche von 2 mm Durchmesser eingeschmolzen sind. Ein direkter Stromübergang ist durch eine dünne Scheidewand aus Glimmer mit einer seitlichen Öffnung vermieden. Legt man eine Gleichspannung (mindestens 300 Volt) an die Elektroden, so überzieht sich die Kathode mit einem bläulichen Glimmlicht, dessen Länge von der Spitze des Drahtes gemessen proportional der durch das Gas gehenden Entladestromstärke (0,04 Amp. = 10 cm Glimmlicht) ist, wie Wilson<sup>3)</sup> gezeigt hat. Bei Wechselstrom sind beide Elektroden von Glimmlicht überzogen. In einem rotierenden Spiegel betrachtet oder kinematographisch aufgenommen<sup>4)</sup> erscheinen die zeitlich aufeinanderfolgenden Augenblickswerte der Länge des Glimmlichtes räumlich nebeneinander, deren Umgrenzungslinie die Form der Kurve zeigt.

#### d) Kurvenindikatoren.

Zur direkten Aufzeichnung der aufzunehmenden Kurven, wie man es bei den Dampfmaschinenindikatoren kennt, sind eine ganze Reihe von Apparaten angegeben. Auf dem Prinzip des Augenblickskontakts von Joubert beruhen die Konstruktionen von Lutowskaski<sup>5)</sup>, Drexler<sup>6)</sup> und Eichberg<sup>7)</sup>. Am gebräuchlichsten ist jedoch der Kurvenindikator von Franke<sup>8)</sup>, der aber nur halbautomatisch arbeitet, da die Verstellung der Kontaktbürsten und Schreibvorrichtung von Hand aus geschieht. Ganz selbsttätig dagegen zeichnet der Ondograph von Hospitalier<sup>9)</sup> die Kurven auf.

<sup>1)</sup> E. Ruhmer, Berlin.

<sup>2)</sup> Verh. d. d. phys. Ges. 1904, S. 176; ZfI. 1905, S. 33, 278.

<sup>3)</sup> Phil. Mag. 1902, S. 608.      <sup>4)</sup> ETZ. 1905, S. 143.

<sup>5)</sup> ETZ. 1896, S. 211.      <sup>6)</sup> ETZ. 1896, S. 378.

<sup>7)</sup> ETZ. 1897, S. 556.

<sup>8)</sup> ETZ. 1899, S. 802; ZfI. 1901, S. 11. Land- u. Seekabelwerke, Köln-Nippes.

<sup>9)</sup> Electr. 1901, S. 194; Ecl. El. 1901, S. 64; 1903, S. 479; ZfI. 1902, S. 166; El. 1904, S. 298.

Schließlich sei noch der von Rosa<sup>1)</sup> konstruierte Apparat erwähnt, der auf dem Prinzip der Kompensationsmethoden beruht und nur halbautomatische punktförmige Aufnahmen gestattet.

### e) Optische Apparate.

Crehore<sup>2)</sup> und Switzer<sup>3)</sup> benutzten bei den von ihnen konstruierten Instrumenten die Eigenschaft des elektromagnetischen Feldes, einen polarisierten Lichtstrahl zu drehen. Zwischen zwei Nicolschen Prismen liegt eine mit Schwefelkohlenstoff gefüllte Röhre, die von der Stromspule umgeben ist. Schickt man weißes Licht durch den Apparat, so wird der analysierende Nicol nur eine Farbe auslöschen. Entwirft man von dem austretenden Licht mittels eines Prismas ein Spektrum, so findet man darin einen dunklen Absorptionsstreifen, dessen Lage sich proportional der Stromstärke verändert. Abraham und Buisson<sup>4)</sup> legen die Röhre mit der Spule in einen Halbschattenapparat.

## 19. Analyse periodischer Schwingungen.

Erfüllen die mit der Zeit  $t$  veränderlichen Werte einer Schwingungsgröße z. B. der Spannung, Stromstärke, Magnetfelder von Wechselstromapparaten, der Leuchtkraft von Wechselstromlampen u. dgl. die Bedingung, daß ihr Verlauf in Teile zerlegt werden kann, welche eine gleiche Gestalt besitzen, so nennt man sie periodische und die einem Teil entsprechende Zeitdauer eine Periode. Haben die beiden Halbwellen der Schwingung gleichen Flächeninhalt, dann nennt man die Kurve eine reine Schwingung, im anderen Fall dagegen eine wellenförmige. Ein reiner Wechselstrom  $J$  liefert demnach in einer Periode die Elektrizitäts-

menge  $Q = \int_0^T J_t \cdot dt = 0$ , ein Wellenstrom  $J_w$  dagegen er-

<sup>1)</sup> El. 1897, S. 126, 221, 318; 1898, S. 582; Phys. Rev. 1898, S. 17; ZfI. 1898, S. 257.

<sup>2)</sup> Phys. Rev. 1894, S. 122.

<sup>3)</sup> Phys. Rev. 1898, S. 83; ZfI. 1899, S. 189.

<sup>4)</sup> Compt. rend. 1897, S. 92; Ecl. El. 1897, S. 221; ZfI. 1897, S. 376.



gibt eine Menge  $Q_w = \int_0^T J_{w_t} \cdot dt$ , die einem Gleichstrom

$$J_g = \frac{Q_w}{T} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_{w_t} \cdot dt$$

entspricht. Man kann also den Wellenstrom<sup>1)</sup> auffassen als eine Übereinanderlagerung eines Gleichstromes über einen reinen Wechselstrom (z. B. Induktionsströme, Gleichrichterströme, kommutierte Wechselströme).

Zur Charakterisierung der betreffenden Kurvenform empfiehlt sich die Darstellung der Funktion durch eine Gleichung.

### a) Arithmetische Analyse.

Fourier hat zuerst gezeigt, daß man jede beliebige periodische Funktion durch eine  $\infty$  große Anzahl harmonischer Sinusschwingungen darstellen kann.

Vereinigt man z. B. die beiden Kurven  $y_1 = A_1 \cdot \sin \alpha$  und

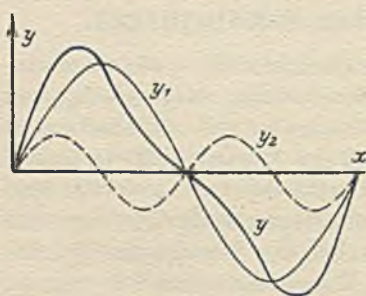


Fig. 382.

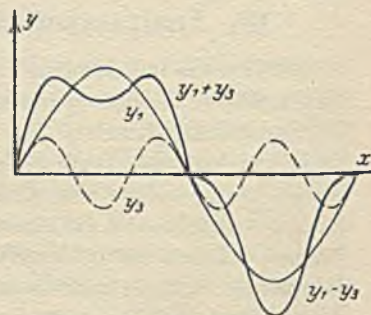


Fig. 383.

$y_2 = A_2 \cdot \sin 2\alpha$  miteinander durch Addition oder Subtraktion, so erhält man (Fig. 382) eine von der Sinusform stark abweichende Kurve

$$y = y_1 + y_2 = A_1 \cdot \sin \alpha + A_2 \cdot \sin 2\alpha.$$

Für  $y_1 = A_1 \cdot \sin \alpha$  und  $y_3 = A_3 \cdot \sin 3\alpha$  wird die Form der Kurven  $y = y_1 \pm y_3$  noch weniger sinusähnlich (Fig. 383).

Durch Vereinigung mehrerer Schwingungen oder Obertöne

<sup>1)</sup> ETZ. 1899, S. 511, 517.

verschiedener Ordnung und Phase ergeben sich beliebige neue Formen. Fourier stellte daher fest, daß jede Kurvenform als eine Summe von Sinus- oder Kosinuskurven sich darstellen läßt durch die Gleichung

$$y = A_0 + A_1 \cdot \sin \alpha + A_2 \cdot \sin 2\alpha + A_3 \cdot \sin 3\alpha + \dots + A_n \sin n\alpha \\ + B_1 \cdot \cos \alpha + B_2 \cdot \cos 2\alpha + B_3 \cdot \cos 3\alpha + \dots + B_n \cdot \cos n\alpha.$$

Hierin bedeutet  $A_0 = B_0 \cdot \cos (0 \cdot \alpha)$  einen konstanten Wert, d. h. er entspricht nur einer Verschiebung der Abszissenachse, und stellt außerdem ein Glied gerader Ordnung dar. Fassen wir darin die Glieder gleicher Ordnung zusammen, so erhalten wir für das

$n$ te Glied:  $A_n \cdot \sin n\alpha + B_n \cdot \cos n\alpha.$

Erweitert man diese Summe mit  $\sqrt{A_n^2 + B_n^2}$ , so ergibt sich:

$$\sqrt{A_n^2 + B_n^2} \cdot \left[ \frac{A_n}{\sqrt{A_n^2 + B_n^2}} \cdot \sin n\alpha + \frac{B_n}{\sqrt{A_n^2 + B_n^2}} \cdot \cos n\alpha \right] \\ = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \cdot [\cos \delta_n \cdot \sin n\alpha + \sin \delta_n \cdot \cos n\alpha] \\ = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \cdot \sin(n\alpha + \delta_n),$$

worin

$$\cos \delta_n = \frac{A_n}{\sqrt{A_n^2 + B_n^2}} \quad \text{und} \quad \sin \delta_n = \frac{B_n}{\sqrt{A_n^2 + B_n^2}} \quad \text{oder} \quad \operatorname{tg} \delta_n = \frac{B_n}{A_n}$$

gesetzt ist. Für den Höchstwert  $\sqrt{A_n^2 + B_n^2}$  dieser neuen Schwingung soll nun  $C_n$  gesetzt werden, so daß die Fouriersche Reihe auch folgende Form annimmt:

$$y = f(\alpha) = C_0 + C_1 \cdot \sin(\alpha + \delta_1) + C_2 \cdot \sin(2\alpha + \delta_2) + \dots \\ + C_k \cdot \sin(k \cdot \alpha + \delta_k) + C_n \cdot \sin(n \cdot \alpha + \delta_n).$$

Es soll nun unsere aufgenommene Kurve die Gleichung  $y = f(\alpha)$  besitzen, so ließe sich diese angeben, wenn die Höchstwerte  $C$  und Phasen  $\delta$  der Einzelschwingungen bekannt wären. Durch einen einfachen mathematischen Kunstgriff läßt sich nun der Höchstwert  $C_n$  und die Phase  $\delta_n$  bestimmen. Multipliziert man nämlich die Gleichung  $y = f(\alpha)$  mit  $\sin n\alpha \cdot d\alpha$ , integriert das Produkt zwischen den Grenzen 0 und  $2\pi$  und multipliziert mit  $\frac{1}{2\pi}$  so ergibt sich:



$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} y \cdot \sin n\alpha \cdot d\alpha &= \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} C_0 \cdot \sin n\alpha \cdot d\alpha + \\ &+ \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} C_1 \cdot \sin(\alpha + \delta_1) \cdot \sin n\alpha \cdot d\alpha \\ &+ \dots + \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} C_n \cdot \sin(n\alpha + \delta_n) \cdot \sin n\alpha \cdot d\alpha. \end{aligned}$$

Zur Auflösung der rechten Seite setzen wir die beiden Hilfsintegrale folgender Form als bekannt voraus:

$$\text{a) } \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \sin(n\alpha + \delta_n) \cdot \sin(n\alpha + \delta'_n) \cdot d\alpha = \frac{1}{2} \cdot \cos(\delta_n - \delta'_n).$$

$$\text{b) } \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \sin(k\alpha + \delta_k) \cdot \sin(n\alpha + \delta_n) \cdot d\alpha = 0.$$

Alle Glieder der rechten Seite außer dem  $n$ ten besitzen nun die Form  $b$ , ergeben daher den Wert Null, während das  $n$ te Glied den Betrag  $\frac{C_n}{2} \cdot \cos(\delta_n - 0) = \frac{C_n}{2} \cdot \cos \delta_n$  liefert. Hätte man daher die Augenblickswerte  $y$  der Kurve mit  $\sin n\alpha$  multipliziert, die Fläche der neuen Kurve in ein Rechteck verwandelt und die Höhe desselben  $p_n$  gebildet, so erhielte man

$$\text{I. } p_n = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} y \cdot \sin n\alpha \cdot d\alpha = \frac{C_n}{2} \cdot \cos \delta_n.$$

Auf ähnliche Weise erhalten wir durch Multiplikation der Gleichung  $y = f(\alpha)$  mit  $\cos n\alpha \cdot d\alpha$  einen Wert

$$\text{II. } q_n = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} y \cdot \cos n\alpha \cdot d\alpha = \frac{C_n}{2} \cdot \sin \delta_n.$$

Aus Gleichung I und II folgt durch Quadrieren und Addieren

$$C_n = 2 \cdot \sqrt{p_n^2 + q_n^2}$$

und durch Division  $\operatorname{tg} \delta_n = \frac{q_n}{p_n}$ . Multipliziert man  $y = f(\alpha)$  mit  $\cos 0\alpha \cdot d\alpha = d\alpha$ , so wird

$$\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} y \cdot d\alpha = C_0$$

die Höhe eines Rechtecks über der Grundlinie  $2\pi$ , welches gleich der Differenz der Flächen beider Halbperioden ist, d. h.  $C_0$  stellt nur eine Verschiebung der Abszissenachse dar.

Anstatt die Produktkurven  $y \cdot \sin n\alpha$  bzw.  $y \cdot \cos n\alpha$  zu konstruieren, kann man auch die einzelnen aufgenommenen Augenblickswerte mit  $\sin n\alpha$  bzw.  $\cos n\alpha$  multiplizieren und ihre algebraische Summe  $\Sigma(y \cdot \sin n\alpha)$  bzw.  $\Sigma(y \cdot \cos n\alpha)$

bilden. Sind  $z$  solcher Werte für eine Periode vorhanden, so ergibt sich

$$p_n = \frac{\Sigma(y \cdot \sin n\alpha)}{z} \quad \text{und} \quad q_n = \frac{\Sigma(y \cdot \cos n\alpha)}{z}.$$

Aus diesen Größen wird nun Höchstwert und Phase der einzelnen Schwingungen bestimmt und daraus die Gleichung der Kurve gebildet, indem man Schwingungen, deren Höchstwerte kleiner als 1% der Grundwelle betragen, vernachlässigt.

Im allgemeinen werden auch die Glieder gerader Ordnung  $C_0, C_2 \cdot \sin(2\alpha + \delta_2)$ , usw. . . . bei Wechselstrommaschinen fehlen, und bei Gleichpoltypen, wo sie von der Veränderung der magnetischen Leitfähigkeit des Eisens und der Hysterese herühren, sind sie so gering, daß wir sie vernachlässigen können, und erhalten dann als vereinfachte Gleichung

$$y = C_1 \cdot \sin(\alpha + \delta_1) + C_3 \cdot \sin(3\alpha + \delta_3) + \dots + C_n \cdot \sin(n\alpha + \delta_n).$$

Die nach dieser Gleichung gezeichnete Kurve zeigt in den beiden Halbperioden einen gleichen zeitlichen Verlauf, d. h. die zweite Halbperiode ist das Spiegelbild der ersten. Diese Tatsache ist daher ein Merkmal für das Nichtvorhandensein von Schwingungen gerader Ordnung, man braucht daher die Integration resp. Summation nur über eine halbe Periode auszudehnen.

Zur Kontrolle der Richtigkeit der Gleichung wird man aus den einzelnen Gliedern den Effektivwert  $Y$  bilden und mit dem



gemessenen  $E$  bzw.  $J$  vergleichen. Das geschieht in folgender Weise:

Nach der Definition des Effektivwertes  $Y = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} y^2 \cdot d\alpha}$  ergibt sich durch Einführen der rechten Seite aus der Gleichung für  $y$

$$\begin{aligned}
 Y^2 = & \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} C_1^2 \cdot \sin^2(\alpha + \delta_1) \cdot d\alpha + \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} C_3^2 \cdot \sin^2(3\alpha + \delta_3) \cdot d\alpha \\
 & + \dots + \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} C_n^2 \cdot \sin^2(n\alpha + \delta_n) \cdot d\alpha \\
 & + \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} 2 \cdot C_1 \cdot C_3 \cdot \sin(\alpha + \delta_1) \cdot \sin(3\alpha + \delta_3) \cdot d\alpha \\
 & + \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} 2 C_k \cdot C_n \cdot \sin(k\alpha + \delta_k) \cdot \sin(n\alpha + \delta_n) \cdot d\alpha.
 \end{aligned}$$

Die quadratischen Glieder haben nach der Form a) allgemein den Wert  $\frac{C_n^2}{2} \cdot \cos(\delta_n - \delta_n) = \frac{C_n^2}{2}$ , die anderen entsprechen der Form b) und werden gleich Null. Somit ergibt sich:

$$Y = \sqrt{\frac{C_1^2}{2} + \frac{C_3^2}{2} + \dots + \frac{C_n^2}{2}} = E \text{ bzw. } J.$$

Der Effektivwert ist demnach nur von dem Höchstwert der Einzelschwingungen abhängig, dagegen von der Phase ( $\delta$ ) unabhängig.

Hat man mit einer Spannungskurve

$$E_t = E_1 \cdot \sin(\alpha + \delta_1) + E_3 \cdot \sin(3\alpha + \delta_3) + \dots + E_n \cdot \sin(n\alpha + \delta_n)$$

noch die zugehörige Stromkurve

$$J_t = J_1 \cdot \sin(\alpha + \gamma_1) + J_3 \cdot \sin(3\alpha + \gamma_3) + \dots + J_n \cdot \sin(n\alpha + \gamma_n)$$

aufgenommen, so kann man daraus die Leistung  $L$  folgendermaßen bestimmen:

Nach der Gleichung  $L = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} E_t \cdot J_t \cdot dt$  erhält man

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} E_1 \cdot J_1 \cdot \sin(\alpha + \delta_1) \cdot \sin(\alpha + \gamma_1) \cdot d\alpha \\ &+ \dots + \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} E_n \cdot J_n \cdot \sin(n\alpha + \delta_n) \cdot \sin(n\alpha + \gamma_n) \cdot d\alpha \\ &+ \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} E_3 \cdot J_3 \cdot \sin(\alpha + \delta_3) \cdot \sin(3\alpha + \gamma_3) \cdot d\alpha \\ &+ \dots + \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} E_k \cdot J_k \cdot \sin(k\alpha + \delta_k) \cdot \sin(n\alpha + \gamma_n) \cdot d\alpha, \end{aligned}$$

worin die Glieder ungleicher Ordnung verschwinden, während die anderen allgemein den Wert  $\frac{E_n \cdot J_n}{2} \cdot \cos(\delta_n - \gamma_n)$  ergeben, woraus dann

$$\begin{aligned} L &= \frac{E_1 \cdot J_1}{2} \cdot \cos(\delta_1 - \gamma_1) + \frac{E_3 \cdot J_3}{2} \cdot \cos(\delta_3 - \gamma_3) \\ &+ \dots + \frac{E_n \cdot J_n}{2} \cdot \cos(\delta_n - \gamma_n) \end{aligned}$$

wird. Es setzen sich demnach nur die Schwingungen der Spannungs- und Stromkurven gleicher Ordnung zu einer Leistung zusammen<sup>1)</sup>. Für reine Sinusformel wird

$$L = \frac{E_1 \cdot J_1}{2} \cdot \cos(\delta_1 - \gamma_1) = \frac{E_{\max} \cdot J_{\max} \cdot \cos\varphi}{2} = E \cdot J \cdot \cos\varphi,$$

wobei  $\varphi = \delta_1 - \gamma_1$  die Phasenverschiebung zwischen  $E$  und  $J$  ist. Der Leistungsfaktor wäre dann

$$\cos\varphi = \frac{L}{E \cdot J} = \frac{E_1 \cdot J_1 \cdot \cos(\delta_1 - \gamma_1) + \dots + E_n \cdot J_n \cdot \cos(\delta_n - \gamma_n)}{\sqrt{(E_1^2 + E_3^2 + \dots + E_n^2) \cdot (J_1^2 + J_3^2 + \dots + J_n^2)}}$$

Aus dem Effektivwert  $E$  bzw.  $J$  und dem durch Planimetrierung der aufgenommenen Kurve erhaltenen Mittelwert

$$E_{mi} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} E_t \cdot d\alpha$$

<sup>1)</sup> Vgl. Polyzyklisches System von Arnold-Bragstad-la Cour, Samml. elektr. Vortr. Bd. V, 11/12. ETZ. 1902, S. 569, 584.



bzw.  $J_{mi}$  sind dann die von Fleming<sup>1)</sup> als „Formfaktoren“ bezeichneten Quotienten

$$f_e = \frac{E}{E_{mi}} \quad \text{und} \quad f_i = \frac{J}{J_{mi}}$$

ebenfalls leicht zu bestimmen. Mißt man außer dem Effektivwert  $E$  mit Hilfe des von Rose und Kühns<sup>2)</sup> angegebenen Halbperiodenkontakts die mittlere Spannung  $E_{mi}$ , so kann man  $f$  ohne Aufnahme der Kurve direkt berechnen.

Nach der Methode von Loppé<sup>3)</sup> teilt man bei reinen Schwingungen mit ungeraden Obertönen die Abszisse einer Halbperiode z. B. in  $p = 12$  gleiche Teile und mißt die Längen  $y_1, y_2 \dots y_{12}$  der zu den  $p$  Teilpunkten gehörenden Ordinaten. Dann schreibt man die Werte der  $p = 12$  Ordinaten nach folgendem Schema untereinander und bildet die Summe  $s$  und Differenz  $d$  zweier übereinanderstehender Werte  $y$ .

	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$	
	$y_{12}$	$y_{11}$	$y_{10}$	$y_9$	$y_8$	$y_7$	
Summe	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	
Differenz	$d_6$	$d_5$	$d_4$	$d_3$	$d_2$	$d_1$	

z. B.  $s_1 = y_1 + y_{11}$ ,  $s_6 = y_6$ ,  $d_1 = y_5 - y_7$ ,  $d_6 = -y_{12}$ . Dann ist das  $n = 1, 3, 5 \dots (p - 1)$ te Glied der nach S. 503 aus Sinus- ( $A_n$ ) und Kosinuskurven ( $B_n$ ) bestehenden Funktion:

$$A_n = \frac{2}{p} \cdot \left[ s_1 \cdot \sin n \frac{\pi}{p} + s_2 \cdot \sin n \frac{2\pi}{p} + s_3 \cdot \sin n \frac{3\pi}{p} + \dots + s_{\frac{p}{2}} \cdot \sin n \frac{\pi}{2} \right].$$

Setzt man darin die Werte für  $d$  statt  $s$ , so erhält man  $B_1, -B_3, B_5, -B_7, \dots + B_{p-3}, -B_{p-1}$ . Schreiben wir zur Abkürzung

$$a_{n,1} = \frac{2}{p} \cdot \sin n \frac{\pi}{p}, \quad a_{n,2} = \frac{2}{p} \cdot \sin n \frac{2\pi}{p} \dots \quad a_{n,\frac{p}{2}} = \frac{2}{p} \cdot \sin n \frac{\pi}{2},$$

so ergeben sich für  $p = 12$  und das  $n = 1$ . Glied die Koeffizienten von  $s$ :

$$\begin{aligned} a_{1,1} &= 0,04314 = a_1; & a_{1,2} &= 0,08333 = a_2; & a_{1,3} &= 0,11785 = a_3; \\ a_{1,4} &= 0,14434 = a_4; & a_{1,5} &= 0,16099 = a_5; & a_{1,6} &= 0,16667 = a_6; \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> ETZ. 1896, S. 132.

<sup>2)</sup> ETZ. 1903, S. 992.

<sup>3)</sup> Ecl. El. 1899, S. 525; 1902, S. 287.





Aus den gefundenen Werten für  $s$  und  $d$  findet man nach folgendem Schema:

	$s_0$	$s_1$	$s_2$	$s_3$		$d_1$	$d_2$	$d_3$	
	$s_6$	$s_5$	$s_4$			$d_5$	$d_4$		
Summe:	$u_0$	$u_1$	$u_2$	$u_3$		$w_1$	$w_2$	$w_3$	
Differenz:	$v_0$	$v_1$	$v_2$			$z_1$	$z_2$		

Setzt man nun  $\sin 30^\circ = \frac{1}{2} = a$ ,  $\sin 60^\circ = 0,866 = 1 - 0,134 = b$ , so kann man sich folgende Tabelle<sup>1)</sup> aufstellen:

1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2	1
$u_0$	$u_1$	$a \cdot v_2$	$\div$	$-a \cdot u_2$	$a \cdot u_1$	$v_0$	$a \cdot w_1$	$\div$	$b \cdot z_1$	$\div$	$w_1$
$u_2$	$u_3$	$v_0$	$b \cdot v_1$	$u_0$	$-u_3$	$-v_2$	$w_3$	$b \cdot w_2$	$\div$	$b \cdot z_2$	$-w_3$
$S_1$	$S_2$	$S_1$	$S_2$	$S_1$	$S_2$	$S_1$	$S_1$	$S_2$	$S_1$	$S_2$	$S_1$
$12A_0$		$6B_1$		$6B_2$		$6B_3$	$6A_1$		$6A_2$		$6A_3$
$12B_6$		$6B_5$		$6B_4$		$\div$	$6A_5$		$6A_4$		$\div$

Daraus bildet man in den Vertikalreihen 1 und 2 die Summen  $S_1$  und  $S_2$  und erhält aus der Summe  $S_1 + S_2$  (vorletzte Reihe) bzw. Differenz  $S_1 - S_2$  (letzte Reihe) jeder Doppelreihe die Koeffizienten  $A$  und  $B$  der Schwingung. Ist die Rechnung richtig durchgeführt, so müssen die beiden Gleichungen

$$\text{I.} \quad 2 \cdot s_0^2 + s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 + s_4^2 + s_5^2 + 2s_6^2 = \frac{1}{3} \cdot \left[ \frac{(12A_0)^2}{2} + (6B_1)^2 + (6B_2)^2 + (6B_3)^2 + (6B_4)^2 + (6B_5)^2 + \frac{(12B_6)^2}{2} \right]$$

$$\text{II.} \quad d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + d_4^2 + d_5^2 = \frac{1}{3} \cdot [(6A_1)^2 + (6A_2)^2 + (6A_3)^2 + (6A_4)^2 + (6A_5)^2]$$

erfüllt sein.

Genügen 12 Teilpunkte nicht, so müßte man die Rechnung mit 24 Ordinaten ausführen, wie es ebenfalls von Runge (a. a. O.) gezeigt ist. Um die Zerlegung einer gegebenen periodischen Funktion in die Oberwellen ohne schwierige Rechnungen ausführen zu können, haben Runge und Emdedafür ein Rechnungsformular<sup>2)</sup> entworfen.

<sup>1)</sup> Runge, Theorie und Praxis der Reihen.

<sup>2)</sup> Vieweg u. Sohn, Braunschweig 1913.

Sind die Kurvenformen so deutlich ausgeprägt, daß man aus ihnen auf die Anzahl der höheren Harmonischen schließen kann, so läßt sich nach Hermann<sup>1)</sup> die Rechnung dadurch wesentlich vereinfachen, daß man nur die für die Bestimmung notwendigen Ordinaten auswählt und daraus nach den für jeden Fall angegebenen Formeln die Höchstwerte der einzelnen Harmonischen ermittelt.

Auch Schleiermacher<sup>2)</sup> hat ein abgekürztes, aber trotzdem genaues Verfahren angegeben, das den Zweck hat, die Anzahl der unbequemen Multiplikationen zu vermindern und die dafür vorzunehmenden Additionen und Subtraktionen einfacher auszuführen, als bei der Methode von Runge.

Pichelmayr<sup>3)</sup> zerlegt die vorgelegte Schwingung durch horizontale Gerade in einzelne Trapeze und bestimmt daraus angenähert die einzelnen Harmonischen. Eine Abänderung ist von Meurer<sup>4)</sup> angegeben, der die Kurve in horizontale Rechtecke zerlegt, die auf rechnerischem oder zeichnerischem Wege in ihre Oberwellen aufgelöst werden.

### b) Zeichnerische Analyse.

Die Projektionsmethode von Clifford und Finsterwalder<sup>5)</sup> erfordert erst eine Umzeichnung der aufgenommenen Kurve.

Kommt es auf große Genauigkeit nicht an oder sind die Kurven verhältnismäßig einfach, so kann man eine von Houston und Kennelly<sup>6)</sup> angegebene Methode verwenden.

Sie beruht auf folgendem Satz: Teilt man eine ungerade Anzahl  $w$  halber Sinuswellen durch  $p$  Senkrechte in gleiche Teile, dann wird,

- a) wenn  $\frac{w}{p}$  keine ganze Zahl ist, die Summe der ungeradzahligcn Flächenstreifen ( $f_1, f_3 \dots$ ) weniger der Summe der geradzahligcn ( $f_2, f_4 \dots$ ) gleich Null, also

$$f_1 + f_3 + f_5 + \dots - (f_2 + f_4 + f_6 + \dots) = S_1 - S_2 = 0.$$

<sup>1)</sup> Z f I. 1898, S. 158; ETZ. 1910, S. 56, 94.

<sup>2)</sup> ETZ. 1910, S. 1246.     <sup>3)</sup> ETZ. 1912, S. 129.

<sup>4)</sup> ETZ. 1913, S. 121.

<sup>5)</sup> Z. f. Math. u. Phys. 1898, S. 85; Z f I. 1899, S. 283.

<sup>6)</sup> El. World. 1898, S. 580; ETZ. 1898, S. 714; Z f I. 1899, S. 372.



Dabei rechnen die oberhalb der Abszisse liegenden Flächen positiv, die unterhalb gelegenen negativ.

b) wenn  $\frac{w}{p}$  eine ganze Zahl ist

1.  $S_1 - S_2 = p \cdot f_w$  ( $f_w$  = Fläche einer Halbwelle), sobald man die Teilpunkte in einem Nullpunkte der Sinuslinie beginnen läßt.
2.  $S_1 - S_2 = 0$ , sobald man die Teilung durch die Höchstwerte der Wellen legt.

Will man demnach den Höchstwert  $A_n$  der  $n$  ten Harmonischen einer Fourierschen Reihe, die nur Glieder ungerader Ordnung enthält, ermitteln, so teile man eine halbe Welle der vorgelegten Kurve von der Länge  $\frac{L}{2}$  vom Nullpunkt beginnend in  $p = n$  gleiche Teile und bilde die Differenz  $D_{n_1} = S_1 - S_2$  aus den Summen  $S_1$  und  $S_2$  der geradzahigen und ungeradzahigen Flächenstücke. Bei der Länge  $\frac{L}{2n}$  einer Halbwelle und der mittleren Ordinate  $\frac{2}{\pi} \cdot A_n$  der  $n$  ten Sinuswelle ist dann  $f_w = \frac{2}{\pi} \cdot A_n \cdot \frac{L}{2n}$ . Nun war nach dem Satz b, 1 die Differenz  $S_1 - S_2 = n \cdot f_w = D_{n_1}$ , so daß durch Einsetzen des Wertes von  $f_w$  folgt:

$$D_{n_1} = A_n \cdot \frac{L}{\pi} \quad \text{oder} \quad A_n = \frac{\pi \cdot D_{n_1}}{L}.$$

Um den Höchstwert  $B_n$  zu bestimmen, legt man die Teilungslinien mitten zwischen die für  $A_n$  gezeichneten. Dann ist nach b, 2 die Differenz  $S_1 - S_2 = 0$  für die Sinuslinien, dagegen für die Kosinuswellen, in deren Nullpunkte die Teilung jetzt beginnt,  $S_1 - S_2 = D_{n_2}$ . Daraus folgt, wie vorher:

$$B_n = \frac{\pi \cdot D_{n_2}}{L}.$$

Bezeichnet  $F_1$  den Flächeninhalt für eine Halbperiode der vorgelegten Kurve zwischen  $\alpha = 0$  und  $\alpha = 180^\circ$ , so gilt die Beziehung:

$$F_1 = D_{1_1} + D_{3_1} + D_{5_1} + \dots + D_{n_1} = D_{1_1} + \Sigma D_{n_1}$$

und daraus

$$\frac{\pi \cdot D_{1_1}}{L} = \frac{\pi}{L} \cdot (F_1 - \Sigma D_{n_1}) = A_1.$$

Mißt man dagegen den Flächeninhalt  $F_2$  der Kurve zwischen den Ordinaten  $\alpha = 90$  und  $\alpha = 270^\circ$ , so wird in ähnlicher Weise:

$$\frac{\pi \cdot D_{1_2}}{L} = \frac{\pi}{L} \cdot (F_1 - \Sigma D_{n_2}) = B_1.$$

Die Ungenauigkeit der Methode rührt daher, daß bei einer großen Anzahl (über 7) von Obertönen die Differenzen  $D_{q_n}$ , wo  $q$  eine ungerade ganze Zahl  $> 1$  ist, nicht herausfallen, sondern nach  $b$ , 2 in  $D_n$  als Fehler enthalten sind.

Man kann jedoch auch nachträglich an den niederen Wellen eine Korrektur anbringen, indem man für die höheren Wellen  $A_{q \cdot n}$  ermittelt und abwechselnd mit positivem und negativem Vorzeichen zu  $A_n$  addiert.

Man könnte die Höchstwerte  $A_n$  und  $B_n$  der Obertöne auch durch Rechnung aus  $D_n$  einer genügenden Anzahl von Werten finden. Es ist nämlich

$$\begin{aligned} D_{n_1} &= n \cdot (f_{w_n} + f_{w_{3n}} + f_{w_{5n}} + \dots + f_{w_{q \cdot n}}) \\ &= n \cdot \frac{L}{\pi} \cdot \left( \frac{A_n}{n} + \frac{A_{3n}}{3 \cdot n} + \frac{A_{5n}}{5 \cdot n} + \dots + \frac{A_{q \cdot n}}{q \cdot n} \right) \\ &= \frac{L}{\pi} \cdot \left( A_n + \frac{1}{3} \cdot A_{3n} + \frac{1}{5} \cdot A_{5n} + \dots + \frac{1}{q} \cdot A_{q \cdot n} \right) \end{aligned}$$

und für die um  $\frac{\pi}{2n}$  verschobenen Teilpunkte:

$$D_{n_2} = \frac{L}{\pi} \cdot \left( B_n + \frac{1}{3} \cdot B_{3n} + \frac{1}{5} \cdot B_{5n} + \dots + \frac{1}{q} \cdot B_{q \cdot n} \right).$$

wobei das Vorzeichen der 1., 5., 9 = 1 + 2.4, ...  $m = 1 + r \cdot 4$ . Welle negativ zu setzen ist, da ihre ersten Halbwellen negativ sind. Eine Vereinfachung dieser Methode ist von Vavrečka<sup>1)</sup> angegeben worden.

In ähnlicher, jedoch einfacherer Weise lassen sich die Einzelschwingungen nach Fischer-Hinnen<sup>2)</sup> bestimmen, entsprechend dem folgenden mathematischen Satz: Teilt man  $w$  Perioden einer Sinuslinie in  $p$  gleiche Teile, dann ist die Summe der  $p$  Ordinaten gleich Null, wenn  $\frac{w}{p}$  keine ganze Zahl ist, dagegen gleich der  $p$ -fachen Anfangsordinate, wenn  $\frac{w}{p}$  eine ganze Zahl ist.

<sup>1)</sup> ETZ. 1907, S. 482.

<sup>2)</sup> ETZ. 1901, S. 396.



Um darnach einen Punkt der  $n$ ten Oberschwingung zu erhalten, addiere man die Ordinaten von  $n$  gleich weit um den Winkel  $\frac{2\pi}{n}$  auseinanderliegenden Punkten und dividiere die Summe durch  $n$ .

Wiederholt man dieses Verfahren für mehrere Punkte, so läßt sich daraus der Verlauf der  $n$ ten Schwingung zeichnen. Vorteilhafter ist es jedoch, direkt die Höchstwerte der Einzelschwingungen zu ermitteln. Dazu teilt man eine ganze Periode der vorgelegten Kurve in  $n = p$  Teile und addiert die  $n$  Ordinaten der Teilpunkte, deren Summe den Wert  $S_1$  ergibt. Da  $w = p = n$  ist, können nur Schwingungen von der Ordnungszahl  $n, 3n, 7n \dots q \cdot n$  einen Beitrag zu  $S$  liefern, der für jede Welle gleich der  $n$ fachen Anfangsordinate ist. Da diese für die Sinuswellen den Wert Null besitzt, für die Kosinuswellen dagegen den Höchstwert, so ist

$$S_{n_1} = n \cdot (B_n + B_{3n} + B_{5n} + \dots B_{q \cdot n}).$$

Verschiebt man nun die Teilung um  $\frac{1}{2n}$  Periode, so werden die Kosinuswellen den Beitrag Null, dagegen die Sinuswellen das  $n$ fache ihrer Höchstwerte zu der Ordinatensumme  $S_{n_2}$  liefern, somit gilt  $S_{n_2} = n \cdot (A_n + A_{3n} + A_{5n} + A_{q \cdot n})$ , wobei die Höchstwerte der 3., 7., 11.,  $\dots 3 + r \cdot 4$ . Welle negativ zu nehmen sind. Aus den  $2n$ -Gleichungen lassen sich dann algebraisch die einzelnen Werte von  $A_n$  und  $B_n$  bestimmen. Andere Methoden finden sich in *El. World*, 1910, S. 64.

Durch Anwendung eines sog. Richtungslineals (Schröder, Darmstadt) ermittelt v. Sonden<sup>1)</sup> die Höchstwerte der einzelnen Sinus- und Kosinuswellen. Nach einer anderen Methode von Slaby<sup>2)</sup> verschiebt man die vorgelegte Kurve

$$y = A_0 + \sum_1^{\infty} A_n \cdot \sin n\alpha + \sum_1^{\infty} B_n \cdot \cos n\alpha$$

in der Richtung der Abszissenachse zur Bestimmung von  $A_n$ , um eine Strecke  $h \cdot \cos n\alpha$  und ermittelt den Flächeninhalt  $F_{n_1}$  zwischen beiden Kurven. Dann verschiebt man zur Bestimmung

<sup>1)</sup> AfE. 1912, S. 42; ETZ. 1912, S. 1143.

<sup>2)</sup> AfE. 1913, S. 19; ETZ. 1913, S. 1266.

von  $B_n$  die Kurve um  $h \cdot \sin n\alpha$  und stellt  $F_{n_2}$  fest, so erhält man

$$A_n = \frac{F_{n_1}}{\pi \cdot n \cdot h} \quad \text{und} \quad B_n = -\frac{F_{n_2}}{\pi \cdot n \cdot h}.$$

Verschiebt man dagegen die Kurvenpunkte in der Richtung der Ordinaten<sup>1)</sup> um eine Strecke  $h \cdot \sin n\alpha$  bzw.  $h \cdot \cos n\alpha$ , so lassen sich die Höchstwerte der Oberwellen aus den Quadraten der Effektivwerte beider Kurven leicht ermitteln, wenn man die Kurven in Polar-, Kreis- oder Wellenlinien-Koordinaten aufzeichnet.

Stellt man nach Silbermann<sup>2)</sup> die periodische Funktion auf Sinuspapier dar, dessen Abszisse eine Sinusteilung besitzt, so lassen sich die symmetrischen Sinus- und Cosinuswellen leicht zeichnerisch trennen. Die Grundwellen werden dann gerade Linien.

Ondracek<sup>3)</sup> ersetzt die vorgelegte Kurve durch ihre umhüllenden Tangenten, deren Neigung gegen die Abszissenachse als Maß für die Differentialquotienten der Berührungspunkte die Höchstwerte der einzelnen Harmonischen zu berechnen gestatten.

Aus den aufgenommenen Kurven für Spannung und Stromstärke läßt sich außerdem nach König<sup>4)</sup> der Formfaktor  $f$ , nach Kuhn<sup>5)</sup> die Elektrizitätsmenge  $Q$ , Arbeit  $A$  und Leistung  $L$ , nach Jakob<sup>6)</sup> die Leistung  $L$  auf einfache Weise zeichnerisch ermitteln.

### c) Experimentelle Analyse.

Eine verhältnismäßig umständliche und sehr zeitraubende Methode, die Koeffizienten der Fourierschen Reihe durch Messung direkt zu bestimmen, ist von Des Coudres<sup>7)</sup> angegeben. Sie beruht auf dem S. 507 erwähnten Grundsatz, daß Spannungen und Ströme verschiedener Periodenzahl keine Leistung ergeben. Schickt man daher durch die feste Spule eines dynamometrischen Leistungsmessers den zu untersuchenden Wechselstrom

$J_t = \sum_1^n J_{n_{\max}} \cdot \sin(n\alpha + \gamma_n)$  und durch die bewegliche Spule

<sup>1)</sup> ETZ. 1919, S. 535.

<sup>2)</sup> ETZ. 1913, S. 936.

<sup>3)</sup> El. u. M. Wien, Bd. 34, S. 609; ETZ. 1917, S. 324.

<sup>4)</sup> El. Anz. 1903, S. 461.

<sup>5)</sup> ETZ. 1907, S. 217.

<sup>6)</sup> ETZ. 1907, S. 243.

<sup>7)</sup> Verh. d. phys. Ges. Berlin 1898, S. 129; ETZ. 1900, S. 752, 770; ZfI. 1899, S. 125 und 1901, S. 187.



einen sinusförmigen Hilfsstrom  $i_t = i_{n_{\max}} \cdot \sin(n\alpha + \delta_n)$ , dessen Periodenzahl das  $n$ -fache von derjenigen des zu untersuchenden Stromes  $J$  beträgt, dann tritt eine konstante (nicht oszillierende) Ablenkung  $a_n$  im Instrument auf, für welche die Beziehung besteht:

$$\text{I. } c \cdot a_n = \frac{J_{n_{\max}} \cdot i_{n_{\max}}}{2} \cdot \cos(\gamma_n - \delta_n).$$

Die Hilfsströme erzeugt man durch einen Sinusinduktor nach Kohlrausch. Er enthält eine in der Richtung eines Durchmessers magnetisierte Stahlscheibe von ca. 5 mm Dicke und 20 mm Durchmesser, die in einer rechteckigen Spule mittels veränderlicher Zahnradübersetzung von der Maschine gedreht wird. Legt man die Spule um  $90^\circ$  gegen die vorige Lage um, so hat der Hilfsstrom den Wert  $i_t = i_{n_{\max}} \sin(n\alpha + \delta_n + 90^\circ)$ , und es tritt eine Ablenkung  $b_n$  auf entsprechend

$$\text{II. } c \cdot b_n = \frac{J_{n_{\max}} \cdot i_{n_{\max}}}{2} \cdot \sin(\gamma_n - \delta_n).$$

Aus Gleichung I und II folgt:

$$A_n = J_{n_{\max}} = \frac{2 \cdot c}{i_{n_{\max}}} \cdot \sqrt{a_n^2 + b_n^2},$$

worin  $c$  die Konstante des Instruments bedeutet, und

$$\gamma_n = \arctg \frac{b_n}{a_n} + \delta_n.$$

Man findet  $\operatorname{tg} \delta_n = \frac{n \cdot \mathcal{S} \cdot \omega}{R}$  aus dem Selbstinduktionskoeffizienten  $\mathcal{S}$  und dem Ohmschen Widerstand  $R$  des Hilfskreises.

Eine bequeme und vollkommene Methode der experimentellen Kurvenanalyse rührt von Pupin<sup>1)</sup> und Armagnat<sup>2)</sup> her. Dabei wird nach Fig. 384 die zu untersuchende Spannung  $E$  an einen Stromkreis angeschlossen, der eine Spule  $\mathcal{S}$  mit veränderlicher Selbstinduktion, einen Kondensator  $C$  und einen kleinen induktionsfreien Hilfswiderstand  $r$  enthält. Das an den Klemmen von  $E$  liegende System  $O_1$  eines Oszillographen dient zur Aufnahme der Spannungskurve, während das zweite System  $O_2$ , das die Spannung an den Klemmen von  $r$  zeichnet, den Analy-

<sup>1)</sup> Am. Journ. Sc. 1894, S. 379, 473.

<sup>2)</sup> Journ. de phys. 1902, S. 345.

sator darstellt. Verändert man  $\mathcal{E}$  und  $C$  so, daß  $O_2$  eine möglichst sinusförmige Kurve zeichnet, dann besteht für die  $n$ te Oberschwingung von der Ordnungszahl der Kurve Resonanz zwischen  $E_{n_{\max}}$  und dem von ihr bei einem Widerstande  $R$  (gemessen für kurzgeschlossenen Condensator  $C$ ) des Stromkreises erzeugten Strome

$$J_{n_{\max}} = \frac{E_{n_{\max}}}{\sqrt{R^2 + \left( n \cdot \mathcal{E} \cdot \omega - \frac{1}{n \cdot C \cdot \omega} \right)^2}} = \frac{E_{n_{\max}}}{R},$$

da in diesem Fall  $n \cdot \mathcal{E} \cdot \omega = \frac{1}{n \cdot C \cdot \omega}$  ist. Die Ordnungszahl  $n$  der Oberschwingung läßt sich zugleich mit der Größe von  $E_{\max}$  ermitteln, wenn man beide Systeme  $O_1$  und  $O_2$  Kurven für gleiche Koordinatenachsen zeichnen läßt. Der Widerstand  $r$  hat nur den Zweck, die Empfindlichkeit des Systems  $O_2$  zu verringern, da ein Vorschaltwiderstand, wie man ihn bei  $O_1$  verwenden würde, die Schärfe des Resonanzmaximums beeinträchtigt.

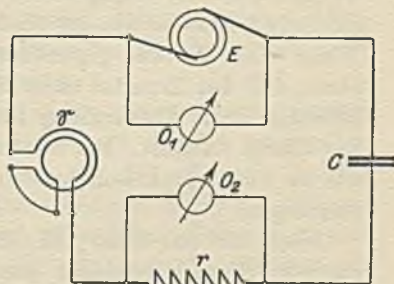


Fig. 384.

Zur Analyse von Stromkurven nimmt man die einzelnen Schwingungen der Spannung auf, die an einem von dem zu untersuchenden Strome durchflossenen induktionsfreien Widerstande herrscht.

Ein Instrument, welches direkt die Höchstwerte der einzelnen Oberwellen bis zu 1% der Grundwelle abzulesen gestattet, ist von Roth<sup>1)</sup> angegeben.

#### d) Harmonische Analysatoren.

Darunter versteht man Apparate, die auf mechanischem Wege eine vorgelegte Kurve in ihre Einzelschwingungen zerlegen.

Das erste derartige Instrument wurde von J. und W. Thomson (Lord Kelvin)<sup>2)</sup> konstruiert. Genauer ist der Analysator

<sup>1)</sup> Diss. Berlin; AfE. 1917, Bd. 6, Heft 10 u. 11; ETZ. 1918, S. 290.

<sup>2)</sup> Proc. Roy. Soc. London 1876, S. 262, 266.



von Henrici<sup>1)</sup> und G. Coradi, Zürich. Er enthält so viel Integratoren, als Sinus- und Kosinusglieder in der Reihe enthalten sind und läßt die Koeffizienten  $n \cdot A_n$  und  $n \cdot B_n$  nach einmaligem Durchfahren der Kurve direkt ablesen. Andere Ausführungsformen sind von Sharp<sup>2)</sup>, Yule<sup>3)</sup>, Le Conte<sup>4)</sup> und Terada<sup>5)</sup> angegeben worden. Am vollkommensten und teuersten ist der Analysator von Michelson und Stratton<sup>6)</sup>. Man ist damit imstande, nach einer gegebenen Reihe die Kurve zu zeichnen, oder zu einer gegebenen Kurve die einzelnen Koeffizienten zu ermitteln.

Wesentlich einfacher in der Handhabung ist der Apparat von Mader<sup>7)</sup>. Er beruht auf der von Clifford und Finsterwalder (S. 511) angegebenen zeichnerischen Methode der harmonischen Analyse und ist ähnlich konstruiert wie derjenige von Yule. Die Vorteile gegenüber allen anderen Formen bestehen darin, daß das Resultat ohne Nebenrechnungen ablesbar ist, jede beliebige Basis Verwendung finden kann und eine Umzeichnung der Kurve fortfällt. Bei seinem geringen Preise erfüllt er daher alle an einen praktisch brauchbaren Apparat zu stellenden Bedingungen.

Nach der von Slaby (S. 514) angegebenen Methode arbeitet ein von Chubb gebauter Analysator, wie ihn Hartenheim<sup>8)</sup> beschreibt. Dazu werden die periodischen Funktionen von dem Apparat erst in Kreislinienkoordinaten aufgenommen und dann mit Hilfe einer Schablone der Kurven die Oberwellen bestimmt.

<sup>1)</sup> Phil. Mag. 1894, S. 110; Proc. Phys. Soc. London 1895, S. 77; Theorie von Grabowski: Wien. Ber. 1901, S. 717.

<sup>2)</sup> Proc. Phys. Soc. London 1894, S. 89, 599; Phil. Mag. 1894, S. 121.

<sup>3)</sup> Proc. Phys. Soc. London 1894, S. 403; Phil. Mag. 1895, S. 367.

<sup>4)</sup> Phys. Rev. 1898, S. 27; Z f I. 1898, S. 342.

<sup>5)</sup> Rep. Tokyo. Phys. Math. Soc. 1905, ZfI. 1905, S. 285.

<sup>6)</sup> Am. Journ. Sc. 1898, S. 1; Z f I. 1898, S. 93.

<sup>7)</sup> ETZ. 1909, S. 847; Gebr. Staerzl, München.

<sup>8)</sup> ETZ. 1917, S. 49, 65, 127.

## V. Photometrie.

### 1. Grundbegriffe.

Das Wesen der Photometrie beruht auf der Messung bzw. Vergleichung der Lichtstärke von leuchtenden Körpern oder Flächen mit Hilfe von Apparaten, die man allgemein als Photometer bezeichnet. Nun besitzen wir kein absolutes Maß für die Lichtstärke, es können die Photometer daher nur zum Vergleichen der Lichtstärke von Lichtquellen mit derjenigen einer bestimmt definierten Einheit dienen.

Ein leuchtender Körper, welcher für unsere Betrachtungen als punktförmig angenommen werden soll, sendet nach allen Richtungen geradlinige Strahlen aus, die den Äther in wellenförmige Bewegung versetzen<sup>1)</sup>. Die lebendige Kraft der Energie des Lichtpunkts teilt sich demnach allen Ätherteilchen mit, und man bezeichnet die in der Zeiteinheit ausgestrahlte Lichtenergie als die Intensität oder Lichtstärke ( $J$  oder  $H$ ) des Punktes. Die Apparate zur Messung dieser Energie des Lichtes führen den Namen Bolometer<sup>2)</sup>. Sie beruhen auf der Eigenschaft stark Licht absorbierender Körper, die Lichtenergie in Wärme umzuwandeln.

Die Einheit der Lichtstärke wird praktisch erzeugt durch die Leuchtkraft einer von Hefner - Alteneck konstruierten Amylacetat-Lampe<sup>3)</sup>, nach welchem sie auch die Bezeichnung „Hefnerkerze“ (HK) führt. Die Lampe besitzt eine Dochtröhre von 8 bzw. 8,3 mm Durchmesser. Als Brennstoff wird reines Amylacetat<sup>4)</sup> verwendet. Die Flammenhöhe beträgt 40 mm.

Daneben findet man in Deutschland, England und Frankreich als Einheiten<sup>5)</sup> 1 Carcel = 10,7<sub>5</sub> HK und die 10 Kerzen-

<sup>1)</sup> Lummer, ETZ. 1902, S. 787.

<sup>2)</sup> ZfI. 1892, S. 81.

<sup>3)</sup> ETZ. 1884, S. 20. S. & H., Berlin; Dr. Krüß, Hamburg.

<sup>4)</sup> Chem.-techn. Institut Karlsruhe.

<sup>5)</sup> ZfI. 1908, S. 179 (PTR).



Pentanlampe = 10,9<sub>5</sub> HK. Untersuchungen über die Eigenschaften der Pentanlampe sind von Crittenden und Taylor<sup>1)</sup> angegeben.

Da sich das Licht kugelförmig ausbreitet, so findet sich die ganze Energie  $U$  des Lichtpunktes in einem Abstände  $r_1$  auf einer Kugel von der Oberfläche  $4\pi \cdot r_1^2$  mit der Lichtstärke  $J_1$ . Es muß daher  $U = 4\pi \cdot r_1^2 \cdot J_1$  und für den Abstand  $r_2$  analog  $U = 4\pi \cdot r_2^2 \cdot J_2$  sein, woraus folgt

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}.$$

Diese Gleichung stellt das Grundgesetz der Photometrie dar, indem sie aussagt, daß die Lichtstärken  $J_1$  und  $J_2$  in den Entfernungen  $r_1$  und  $r_2$  von einer Lichtquelle sich umgekehrt verhalten, wie die Quadrate der Abstände.

Erzeugen nun zwei Lichtquellen mit der Lichtstärke  $J_1$  und  $J_2$  in einem Punkt  $P$  entsprechend den Entfernungen  $a$  und  $b$  die gleiche Lichtstärke  $J$ , so ist



Fig. 385.

$$J = \frac{J_1}{4\pi \cdot a^2} = \frac{J_2}{4\pi \cdot b^2}$$

oder es verhält sich

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{a^2}{b^2}.$$

Zur Bestimmung der Gleichheit der Lichtstärken bringt man an die Stelle  $P$  ein Photometer.

Treffen die Strahlen einer Lichtquelle (Fig. 385) von der Lichtstärke  $J$  senkrecht eine beliebig gestaltete Fläche  $f$  in dem Abstand  $r$ , so befindet sich daselbst die Lichtstärke

$$J' = \frac{J}{r^2}.$$

Die auf die ganze Fläche  $f$  ausgestrahlte Energie, welche man als Lichtstrom  $\varphi$  bezeichnet, ist demnach

$$J' \cdot f = \frac{J \cdot f}{r^2} = \varphi.$$

Darin kann man

$$\frac{J}{r^2} = \omega$$

<sup>1)</sup> Scient. Papers Bur. Stand. 1913, Bd. 10, Nr. 216.

als den Körperwinkel bezeichnen, unter dem die Fläche  $f$  von der Lichtquelle aus gesehen wird, so daß auch

$$\varphi = J \cdot \omega$$

wird. Die Fläche, welche der gesamte von  $J$  ausgesandte Lichtstrom  $\Phi$  senkrecht trifft, ist eine Kugel von der Oberfläche

$$f = 4\pi \cdot r^2;$$

man erhält daher 
$$\Phi = J \cdot \frac{4\pi \cdot r^2}{r^2} = 4\pi \cdot J,$$

wonach sich die Lichtstärke 
$$J = \frac{\Phi}{4\pi}$$

auch definiert als der Lichtstrom für die Einheit des Körperwinkels. Die Einheit des Lichtstroms ist derjenige Strom, welcher in dem Körperwinkel 1 von einem Lichtpunkt mit der Lichtstärke  $J = 1$  HK hervorgerufen wird und heißt Lumen (Lm).

Wird eine zur Strahlungsrichtung senkrechte Fläche von  $F$  (qm) im Abstand  $r$  (m) von einem Lichtstrom  $\varphi$  getroffen, so ist die Beleuchtung

$$E = \frac{\varphi}{F} = \frac{J \cdot F}{r^2} \cdot \frac{1}{F} = \frac{J}{r^2}.$$

Für  $r = 1$  m und  $J = 1$  HK wird  $E = 1$ , d. h. die Einheit der Beleuchtung hat diejenige Fläche, welche von einer im senkrechten Abstand von 1 m aufgestellten Hefnerkerze beleuchtet wird. Man nennt diese Einheit 1 Lux (Lx).

Hat ein leuchtender Körper die Flächengröße  $f$  (qcm) bei einer Lichtstärke  $J$ , so bezeichnet das Verhältnis

$$\frac{J}{f} = e \text{ HK/qcm}$$

den Glanz oder die Flächenhelligkeit (Leuchtvermögen) der Lichtquelle. Die chemische Einwirkung des Lichts ist jedoch nicht nur von der Beleuchtung  $E$ , sondern auch von ihrer Zeitdauer  $t$  abhängig. Das Produkt

$$j = E \cdot t$$

bezeichnet man als Belichtung, deren Einheit „Luxsekunde“ oder auch „Phot“ genannt wird. Auch für die von einer Lichtquelle in  $t$  Sekunden auf eine bestimmte Fläche ausgestrahlte Lichtmenge

$$Q = \varphi \cdot t$$



hat man eine Einheit, nämlich die Lumensekunde oder „Rad“ festgelegt. Diese Größen sind als Photometrische Einheiten vom VDE.<sup>1)</sup> und VdGW. angenommen worden. Bemerkenswert sind die neuesten Vorschläge von Teichmüller<sup>2)</sup> für zweckmäßigere Definitionen der photometrischen Einheiten und Größen.

Wie die verschiedenen Photometer nun zur Messung verwendet werden, soll in den folgenden Kapiteln gezeigt werden.

## 2. Photometer von Bunsen.

Das einfachste, wenn auch wenig genaue Photometer, wie es von Bunsen angegeben ist, war lange Zeit das gebräuchlichste Instrument zur Vergleichung von Lichtintensitäten. Es besteht im wesentlichen aus einem Papierschirm, in dessen Mitte sich

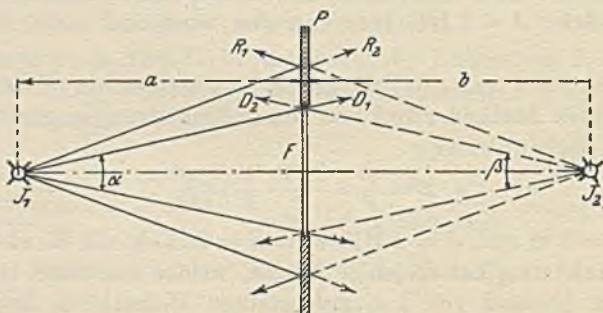


Fig 386.

ein mit Stearin gemachter Fettfleck befindet. Dieser besitzt die wichtige Eigenschaft, mehr Lichtstrahlen hindurchzulassen als das nicht gefettete Papier. Denken wir uns auf einer Photometerbank in der Normalen zum Papier  $P$  mit dem Fettfleck  $F$  (Fig. 386) die beiden Lichtquellen  $J_1$  und  $J_2$  angeordnet, so gehen von der Lichtquelle  $J_1$  die unter dem Raumwinkel  $\alpha$  den Fettfleck treffenden Strahlen  $D_1$  fast vollständig hindurch, während die anderen ( $R_1$ ) von dem Papierschirm  $P$  reflektiert werden. Von der linken Seite gesehen erscheint daher das Papier  $P$  hell, da von ihm Strahlen ausgehen, und der Fleck  $F$  dunkel, weil er fast gar kein Licht reflektiert. Die rechte Seite würde dagegen innen hell, außen dunkel sein, wenn die Lichtquelle  $J_2$  nicht

<sup>1)</sup> ETZ. 1897, S. 474.

<sup>2)</sup> ETZ. 1917, S. 296.

vorhanden wäre. Da diese aber von rechts die Strahlen  $D_2$  durch den Fettfleck hindurchsendet, so hängt der Helligkeitsunterschied zwischen Fleck und Papier von der Intensität der Strahlen  $D_1$  und  $R_2$  bzw.  $D_2$  und  $R_1$  ab. Reguliert man die Entfernungen  $a$ ,  $b$  soweit, daß  $F$  und  $P$  gleiche Helligkeit haben, so erzeugen beide Lichtquellen an der Stelle des Photometerschirms gleiche Lichtstärke, es muß daher

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{a^2}{b^2}$$

sein. Ist  $J_1$  eine Hefnerkerze, so kann  $J_2$  berechnet werden, wenn man die Längen  $a$  und  $b$  mißt. Dieses Gesetz ist jedoch nur genau, wenn man die Lichtquellen gegenüber den Entfernungen  $a$ ,  $b$  als Punkte betrachten kann, d. h. die Strecken  $a$ ,  $b$  nicht zu klein gewählt sind. Außerdem muß der Papierschirm auf beiden Seiten gleichmäßige Beschaffenheit besitzen. Von mehreren Beobachtungen wählt man natürlich das Mittel. Hierbei kann allgemein der Meßfehler bis zu 3% und, wenn man möglichst alle Vorschriften zur Beseitigung von Ungenauigkeiten berücksichtigt, immer noch 1% betragen.

Als Regeln für die Beseitigung von Fehlerquellen seien folgende angeführt:

1. Die Photometerbank muß ca. 2,5 bis 3,0 m lang sein.
2. Photometerschirm und Lichtquelle müssen in einer Geraden, der Achse des Photometers, liegen.
3. Reflektiertes oder fremdes Licht darf das Photometer nicht treffen.
4. Soweit möglich, arbeite man nach der Ersatzmethode mit einer konstanten Hilfslichtquelle und mache Beobachtungen für verschiedene Schirmseiten.

In diesem Fall ist der Photometerschirm entweder um  $180^\circ$  umlegbar, oder es können durch einen Winkelspiegel beide Seiten zu gleicher Zeit betrachtet werden.

Hierbei soll auch noch ein von Ritchie konstruiertes Photometer erwähnt werden, welches in einem zylindrischen Rohr  $R$  (Fig. 387) ein gleichschenkliges, mattgeschliffenes Magnesia- oder Gipsprisma  $P$  enthält, dessen Kante durch eine Öffnung  $O$  in einem seitlichen Ansatzrohr  $r$  beobachtet werden kann. Bei



gleicher Lichtstärke an der Stelle des Prismas wird die Kante unsichtbar und das Prisma erscheint als eine gleichmäßige helle Fläche.

### 3. Photometer von Lummer & Brodhun.

Alle Fehler, welche dem realen Fettfleck anhaften, sind von Lummer & Brodhun<sup>1)</sup> durch eine optische Vorrichtung beseitigt, welche einen „idealen“ Fettfleck darstellt. Sie besteht

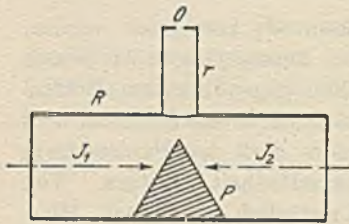


Fig. 387.

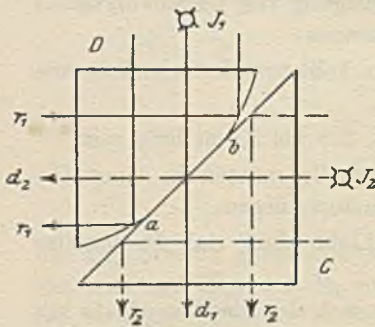


Fig. 388.

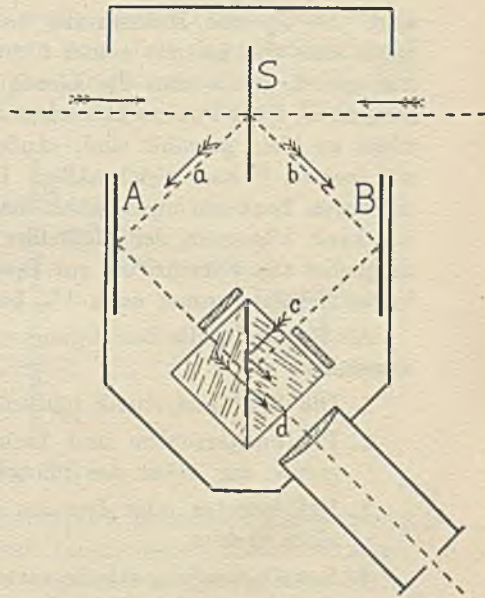


Fig. 389.

im wesentlichen aus zwei rechtwinkligen Glasprismen *C* und *D* (Fig. 388). Die kugelförmige Oberfläche des Prismas *D* besitzt einen Planschliff  $a \div b$ , mit dem es gegen die Hypotenuse von *C* dicht angepreßt ist. Befinden sich in  $J_1$  und  $J_2$  Lichtquellen, so geht von  $J_1$  ein Lichtbündel  $d_1$  durch die Berührungsfläche  $a \div b$  ungehindert hindurch, während die außerhalb  $a \div b$  auftreffenden Strahlen  $r_1$  total reflektiert werden. In derselben Weise ver-

<sup>1)</sup> ZfI. 1889, S. 23, 41.

halten sich die Lichtbündel  $d_2$  und  $r_2$ . Sind die Lichtstärken  $d_1$  und  $r_2$  einander gleich, so erscheint die Hypotenuse gegen die Richtung  $d_1$  betrachtet gleichmäßig hell. Im anderen Fall erblickt man einen dunklen Kreis in hellem Feld oder umgekehrt. Dieser Lummer - Brodhunsche Würfel befindet sich in einem Gehäuse (Fig. 389), welches außerdem noch die Spiegel  $A$  und  $B$  und einen Gipsschirm  $S$  enthält, so daß man die Lichtquellen in der Normalen zu  $S$  aufstellen kann. Diese Anordnung hat den Zweck, die von dem beleuchteten um  $180^\circ$  umlegbaren Gipsschirm kommenden Strahlen  $a$ ,  $b$  senkrecht zueinander auf den Würfel auffallen zu lassen. Zur Beobachtung des Lichtflecks dient ein seitliches Rohr mit Lupe. Dieses sogenannte Gleichheitsphotometer ergibt einen mittleren Meßfehler von 0,5%.

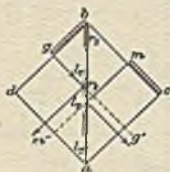


Fig. 390.



Fig. 391.

Genauer arbeitet der als Kontrastphotometer<sup>1)</sup> ausgebildete Apparat. Hierbei sind in den Hypotenusenflächen (Fig. 390 und 391) Figuren  $l$  und  $r$  ausgeätzt, wodurch die Lichtstrahlen an den mit Lufträumen versehenen Stellen total reflektiert, an den andern frei hindurchgelassen werden. Damit nun die Felder  $r$  und  $l$  gegeneinander in Kontrast treten, sind die beiden Glasplatten  $gb$  und  $mc$  so angeordnet, daß die Flächen  $r_2$  und  $l_2$  in ihrer Helligkeit unverändert bleiben, während  $r_1$  und  $l_1$  allein beeinflusst werden, ohne daß jedoch die Kanten der den Kontrast erzeugenden Glasplatten sichtbar werden.

Die richtige Einstellung der Entfernungen ist dann vorhanden, wenn sich die beiden Felder  $r_1$  und  $l_1$  gleichstark von ihrem etwas hellern Grunde abheben. Der mittlere Fehler einer Einstellung beträgt in diesem Fall nur 0,25%.

Zur Vergrößerung der Genauigkeit der Einstellung läßt sich das Photometer auch für Beobachtung mit beiden Augen<sup>2)</sup> einrichten.

<sup>1)</sup> ZfI. 1889, S. 461; 1892, S. 4.

<sup>2)</sup> ZfI. 1910, S. 329.



#### 4. Photometer nach Martens<sup>1)</sup>.

Die Konstruktion ist folgende (Fig. 392 und 393):

Von den Lichtquellen  $X$  und  $N$  ausgehend, treffen die zu vergleichenden Lichtbündel einen Gipsschirm  $S$ , werden von hier durch Spiegel nach zwei Prismen geworfen und nach einem Zwillingsprisma reflektiert, dessen Kante durch ein Linsensystem und Di-

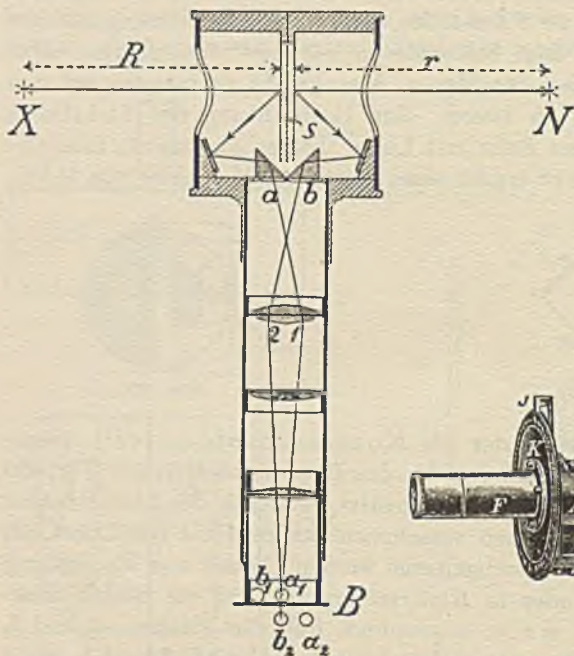


Fig. 392.

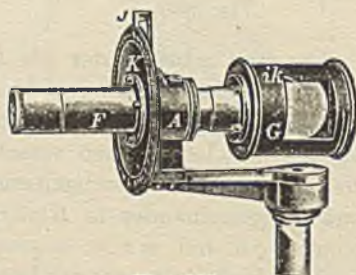


Fig. 393.

opter  $B$  beobachtet werden kann. Daß von  $X$  kommende Strahlenbündel  $a$  beleuchtet die Fläche 1, während  $b$  die andere Seite 2 des Zwillingsprismas erhellt. Bei gleicher Lichtstärke verschwindet die Grenzlinie, im anderen Fall dagegen sind die Felder vollkommen scharf voneinander getrennt.

Zur Messung der Beleuchtung  $E$  von Flächen dient ein ebenfalls von Martens<sup>2)</sup> konstruierter Apparat, wie ihn Fig. 394 im

<sup>1)</sup> Verh. d. d. Ph. Ges., Jahrg. I, Nr. 15.

<sup>2)</sup> Verh. d. d. Ph. Ges. 1903, S. 436.

Horizontal- und Fig. 395 im Vertikalschnitt angibt. Die Gipsplatte  $F$  wird in die Ebene gebracht, deren Beleuchtung gemessen werden soll. Die von  $F$  ausgesandten Strahlen gehen durch die Öffnung  $b$  eines Diaphragmas (bei starker Beleuchtung ist noch ein Rauchglas  $r$  vorgeschaltet) nach der Fläche 2 des Zwillingsprismas  $Z$ , dessen andere Fläche 1 durch das diffuse Licht der

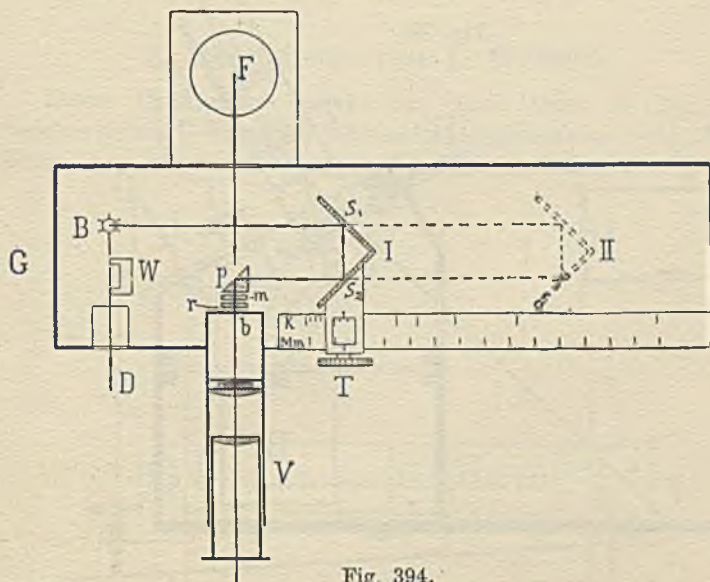


Fig. 394.

von einer Benzinlampe  $B$  beleuchteten Milchglasplatte  $m$  erhellt wird. Um die Helligkeit der Platte  $m$  ändern zu können, ist es erforderlich, die Länge des Strahlenweges regulierbar anzuordnen. Zu dem Zweck werden die von der Lampe  $B$  kommenden Strahlen erst nach einem mittels der Stellvorrichtung  $T$  verschiebbaren Winkelspiegel  $S_1$  und  $S_2$  (Fig. 394) geleitet, von dem sie nach der Platte  $m$  reflektiert werden. Die Weglängen  $r_1$  bzw.  $r_2$  der Strahlen für die Stellungen des Spiegels I bzw. II können an einer Millimeterteilung  $M_m$  abgelesen werden, sind jedoch immer in Zentimetern anzugeben.

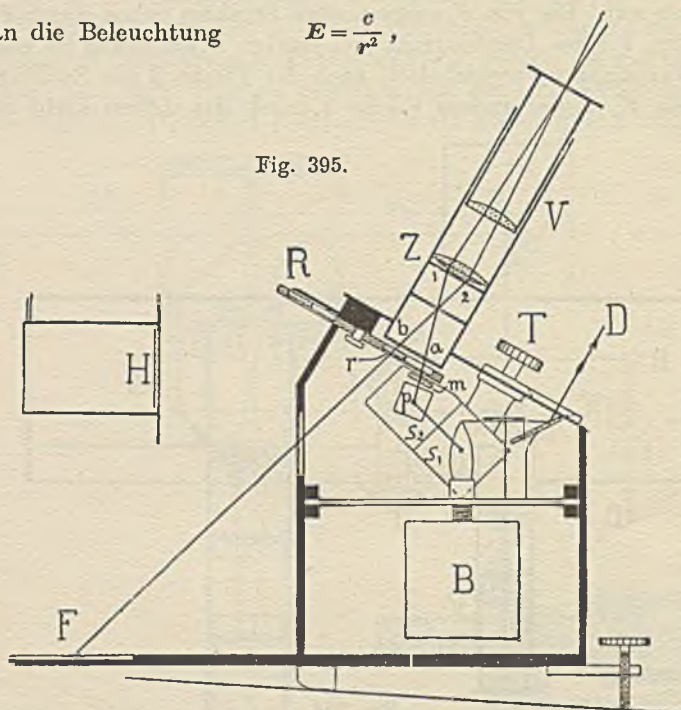
Bei ungleicher Beleuchtungsstärke erscheint die Trennungslinie der Felder 1 und 2 des Zwillingsprismas  $Z$  scharf abgegrenzt. Durch Verschiebung des Spiegelsystems  $S_1S_2$  wird gleiche Hellig-



keit der Felder eingestellt, so daß die Grenzlinie verschwindet. Ist dabei ein Abstand  $r$  an der Skala abgelesen worden, so erhält

man die Beleuchtung 
$$E = \frac{c}{r^2},$$

Fig. 395.



worin  $c$  eine Konstante des Instruments ist.  $r$  läßt sich von 10 bis 38 cm ändern, so daß Beleuchtungen im Verhältnis

$$1:3,8^2 = 1:15$$

gemessen werden können.

Zur Vergrößerung des Meßbereichs befinden sich in einer Revolverblende  $R$  mehrere verschieden lichtdurchlässige Rauchgläser  $r$ , deren Stellung durch eine oben bei  $R$  sichtbare Bezeichnung

$$c_1 \div c_3$$

angegeben wird. Die Größe der Konstanten  $c$  (0,01  $\div$  100) ist bei jedem Apparat angegeben.

Außerdem ist noch eine Teilung  $K$  vorhanden, welche den

Wert 
$$\frac{c_3}{r^2} = E$$
 direkt in Lux angibt.

Auf diese Weise ergibt sich bei einer Intensität der Benzinlampe von 0,05 HK ein Meßbereich von 0,1 bis 15 000 Lux. Diese Einrichtung ermöglicht es außerdem, die Intensität  $J$  von Lichtquellen auch in beliebiger Höhe  $R$  nach der Gleichung  $J = \frac{E}{R^2}$  zu bestimmen, wenn  $E$  in Lux und  $R$  in m gemessen sind.

### 5. Photometer von L. Weber<sup>1)</sup>.

Dieses Photometer besteht aus einem Rohr  $A$  (Fig. 396), welches rechts die Vergleichslichtquelle  $b$  (Benzinlampe von 0,5HK), links einen um die Achse von  $A$  drehbaren Tubus  $B$  trägt.

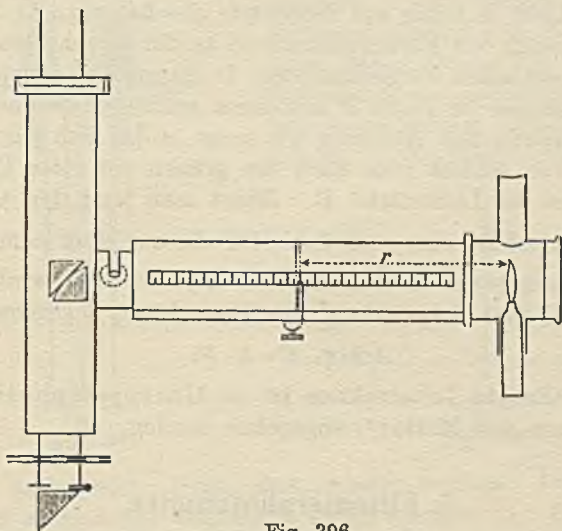


Fig. 396.

Die Lampe  $b$  beleuchtet in der Entfernung  $r$  (cm) eine Milchglasplatte  $f$ , während die Platte  $g$  ihre Helligkeit von der im Abstände  $R$  (cm) von ihr entfernt aufgestellten zu untersuchenden Lichtquelle durch das Rohr  $k$  erhält. Zum Vergleich der Beleuchtung von  $g$  und  $f$  dient ein Lummersches Prisma  $p$ . Stellt man nun Platte  $f$  so ein, daß die photometrischen Vergleichs-

<sup>1)</sup> Z f Opt. u. Mech. 1883, S. 181; Z f I. 1891, S. 6; 1907, S. 183.



felder des Prismas  $p$  gleich hell sind, so ergibt sich die Intensität

$$J = c_3 \cdot \frac{R^2}{r^2} \cdot \text{HK.}$$

Die Konstante  $c_3$  ist für das betreffende Instrument vorher zu bestimmen bzw. bekannt.

In gleicher Weise läßt sich das Photometer zur Bestimmung der Beleuchtung  $E$  von Flächen benutzen. Dafür findet entweder ein weißer Schirm oder ein mattiertes Milchglas Verwendung.

Haben die miteinander zu vergleichenden Lichtquellen verschiedene Färbung, so kann man nach einer ebenfalls von Weber angegebenen Methode <sup>1)</sup> feststellen, welche Lichtstärke dem untersuchten Licht in bezug auf Sehschärfe gleichwertig ist. Man erkennt nämlich den Farbenunterschied an der verschiedenen Färbung der optischen Vergleichsfelder. In diesem Fall schaltet man vor das Okular die Platte  $F$  mit einem grünen Glase und macht die Einstellung und Ablesung wie sonst, wobei sich ein Wert  $G$  ergibt. Nun schiebt man statt des grünen ein rotes Glas vor und findet die Lichtstärke  $R$ . Bildet man jetzt den Quotienten  $\frac{G}{R}$ , so erhält man eine Zahl, für die aus einer dem Photometer beigegebenen Tabelle ein Wert  $k$  entnommen wird. Dann ist die wirkliche Lichtstärke  $J$  oder Beleuchtung  $E$  gegeben durch

$$J \text{ bzw. } E = k \cdot R.$$

Eine ähnliche Konstruktion ist als Universalphotometer von Sharp und Millar<sup>2)</sup> angegeben worden.

## 6. Flimmerphotometer.

Zur Vergleichung farbiger Lichtquellen mit anders gefärbten Normalen kann man ebenso wie für weißes Licht ein Photometer anwenden, welches auf dem von Rood<sup>3)</sup> gefundenen Flimmerprinzip beruht. Hierbei ist es nicht notwendig, vorher die Konstanten wie bei dem Weberschen Instrument zu bestimmen.

<sup>1)</sup> ETZ. 1884, S. 166.

<sup>2)</sup> El. 1908, S. 562.

<sup>3)</sup> Am. Journ. Sc. 1899, S. 258; Z f I. 1900, S. 190.

Die Konstruktion <sup>1)</sup> zeigt Fig. 397. Ein Gipsprisma  $G$ , welches zur Vermeidung von Fehlern infolge Ungleichmäßigkeit der Flächen um einen Winkel von  $180^\circ$  umgelegt werden kann, wird von den beiden Lichtquellen  $J_1$  und  $J_2$  beleuchtet und befindet sich im Brennpunkt einer keilförmigen Linse  $K$ . Das von dem Diaphragma  $B$  begrenzte Gesichtsfeld kann durch eine Lupe mit der Linse  $L$  und Okular  $A$  beobachtet werden. Wird jetzt die Hülse, in der sich die Linse  $K$  befindet, durch den Elektromotor  $M$  (ca.  $\frac{1}{60}$  PS) in schnelle Drehung versetzt, so wird das ganze Gesichtsfeld abwechselnd von der rechten oder linken Fläche des Prismas  $G$  beleuchtet, und zwar ergeben sich nur dann richtige Resultate, wenn alle Stellen des Gesichtsfeldes gleich

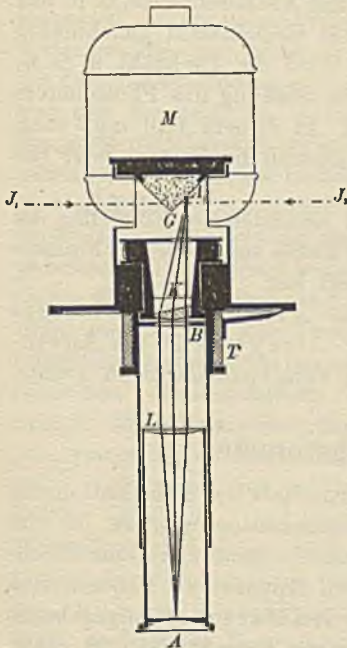


Fig. 397.

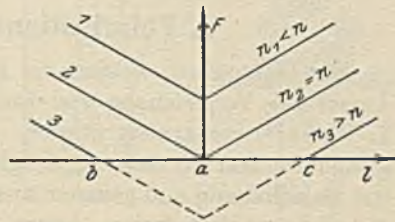


Fig. 398.

stark und gleich lange Zeit erhellt werden. Durch diese schnell aufeinander folgenden Veränderungen der Beleuchtung entsteht im Auge der Eindruck des Flimmerns, welches allerdings von der Geschwindigkeit der Drehung der Linse  $K$  und der Individualität des Beobachters abhängt. Ist die Drehzahl die richtige und die Helligkeit der Gipsflächen gleich groß, so verschwindet das Flimmern und man sieht nur eine homogene helle Fläche. Ist die Umdrehungszahl  $n_1$  zu niedrig, so findet man beim Verschieben des Photometers nur einen Punkt  $a$  (Fig. 398), für welche das Flimmern  $F$  am kleinsten wird, während

<sup>1)</sup> ZfI. 1905, S. 45.

es außerhalb dieser Stellung in beiden Richtungen zunimmt. Stellt man die Abhängigkeit des Flimmerns  $F$  von dem Standort  $l$  des Instruments zeichnerisch dar, so erhält man eine Kurve 1. Vergrößert man die Drehzahl  $n_1$ , so verschiebt sich diese Kurve nach unten. Hat der Motor die richtige Drehzahl  $n_2 = n$ , so liegt das Minimum des Flimmerns in der Abszissenachse, d. h. nur in dieser Stellung allein erscheint das Gesichtsfeld gleichmäßig hell, ohne zu flimmern (Kurve 2). Wird die Drehzahl  $n_3 > n$ , so verschwindet das Flimmern für die Stellung des Photometers innerhalb der Punkte  $bc$  (Kurve 3). In diesem Fall muß man die richtige Stellung  $a$  durch Interpolation bestimmen oder die Drehzahl erniedrigen.

Um ein genaueres und weniger ermüdendes Einstellen zu erreichen, verwendet man zwei in der Phase verschobene Flimmerphänomene, wie Bechstein<sup>1)</sup> gezeigt hat.

Eine andere Form des Kosinus-Flimmerphotometers ist von Dow<sup>2)</sup> angegeben. Morris-Airey<sup>3)</sup> zeigt die Anwendung des Photometers zur Messung verschiedenfarbigen Lichts.

## 7. Polarisationsphotometer.

Ein Instrument, welches die Eigenschaft der Polarisation des Lichts zur Vergleichung von Lichtintensitäten benutzt, ist von L. Weber<sup>4)</sup> konstruiert worden. Dasselbe gehört wie das Milchglasphotometer zu den sog. tragbaren Apparaten. Bequemer in der Handhabung und genauer ist ein von Martens<sup>5)</sup> angegebenes Polarisationsphotometer, dessen neuere Form<sup>6)</sup> Fig. 399 zeigt.

Eine Säule  $A$  trägt oben ein um ihre Achse drehbares Mittelstück  $M$ , welches rechts das Gehäuse  $G$  für die Normallampe  $g$  und das mit dem Teilkreis  $B$  versehene Polarisationsphotometer, links den Tubus  $T$  trägt. Dieser ist um eine horizontale Achse drehbar und besitzt eine Teilscheibe  $A$ , an welcher die Neigung gegen die Horizontale abgelesen werden kann. Richtet man den Tubus  $T$  auf die zu vergleichende Lichtquelle, so treffen ihre Strahlen die diffus reflektierende Gipsfläche  $F$ , dann das Prisma  $P$ , wo sie nach dem Prisma  $Q$  gebrochen und von diesem total re-

<sup>1)</sup> ZfI. 1906, S. 249.      <sup>2)</sup> Phil. Mag. 1907, S. 644; ZfI. 1908, S. 160.

<sup>3)</sup> Journ. JEE. 1910, S. 177.      <sup>4)</sup> ZfI. 1891, S. 6.

<sup>5)</sup> Phys. Z. 1900, S. 299.      <sup>6)</sup> Verh. d. d. Ph. Ges., Jahrg. V, Nr. 7.



flektiert werden. Durch die Öffnung  $a$  eines Diaphragmas beleuchten sie nach dem Durchgange durch die Linse  $O$  und ein doppelt brechendes Wollaston - Prisma  $W$  die Fläche 2 des Zwillingsprismas, aus dem sie polarisiert heraustreten und durch das analysierende Nicolsche Prisma  $N$  und die Linsen  $L$  und  $H$  in das Auge des Beobachters gelangen. In ähnlicher Weise verlaufen die von einer vor der Öffnung  $b$  befindlichen und von der Normallampe  $g$  beleuchteten Milchglasplatte ausgehenden Strahlen; nur treffen sie die Fläche 1 und schwingen in einer zu der Richtung der polarisierten Strahlen 2 senkrechte Ebene. Im allgemeinen sieht man daher die Trennungslinie zwischen den beiden optischen Gesichtsfeldern 1 und 2. Dreht man aber den Analysator  $N$ , so kann man gleiche Helligkeit der beiden Felder erhalten. Da diese Einstellung für jedes beliebige Helligkeitsverhältnis der Strahlen  $a$  und  $b$  möglich sein muß, so hat das Instrument theoretisch einen unbegrenzten Meßbereich.

Ist  $R$  (cm) der Abstand der zu messenden Lampe von der Gipsfläche  $F$  und wurde nach der Einstellung auf gleiche Helligkeit durch Drehen des Nicols  $N$  an der Teilscheibe  $B$  ein Winkel  $\alpha$  abgelesen, so ist die Intensität

$$J = c \cdot R^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha .$$

Bringt man an Stelle der Intensität  $J$  eine Hefnerlampe in der Entfernung  $r$  (cm), so wird  $J = 1$  und die Konstante kann dann durch Einstellen auf einen Winkel  $\alpha_0$  aus  $c = \frac{1}{r^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha_0}$  berechnet

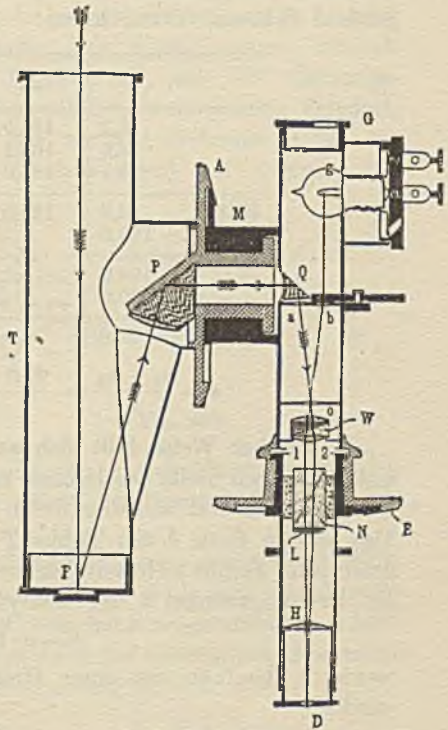


Fig. 399.

werden, wobei sich für  $\alpha_0$  zwei verschiedene Werte und damit auch zwei Konstanten  $c$  und  $c'$  ergeben.

Um Fehler in der Ablesung oder in der mechanisch ausgeführten Gradeinteilung der Skala zu beseitigen, empfiehlt es sich, in ähnlicher Weise wie bei den geodätischen Instrumenten die Ablesung des Winkels mit vierfacher Repetition etwa nach folgendem Schema vorzunehmen:

$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$
14,7	164,9	194,6	345,4
14,9	165,1	194,7	344,9
15,1	165,0	195,1	345,0
Mittel = 14,9 + 180,0	165,0	194,8 180,0	345,1
194,9 - $\alpha_2 = 165,0$	/	374,8 345,1	/
$\alpha_5 = 29,9$	$\alpha_6 =$	29,7	
$\alpha = \frac{\alpha_5 + \alpha_6}{4} = \frac{29,9 + 29,7}{4} = 14,9.$			

In gleicher Weise läßt sich auch die Beleuchtung  $E$  messen, indem man an Stelle des Deckels mit der Gipsplatte  $F$  eine Milchglasplatte einsetzt und dieselbe in die betreffende Ebene einstellt. Das andere Ende  $\delta$  des Tubus  $T$  wird mit einem Deckel abgeschlossen. Ergibt sich bei gleicher Helligkeit der Vergleichsfelder ein Drehungswinkel  $\alpha$  des Analysatornikols  $N$ , so wird

$$E = c \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha,$$

worin  $c$  ebenfalls mit einer Hefnerlampe zweideutig bestimmt wird.

## 8. Photometrie von Glühlampen.

Infolge der besonderen Gestalt des räumlich ausgedehnten Leuchtkörpers von Glühlampen zeigen sie in verschiedenen Richtungen verschieden große Lichtstärken.

Dreht man z. B. die Lampe um ihre vertikale Achse und mißt für die verschiedenen von einer Nullage an gerechneten Winkel  $\alpha$  die Lichtstärken  $J_\alpha$ , so erhält man als  $f(J_\alpha, \alpha)$  in Polarkoordinaten die Kurve der Horizontalintensität (Fig. 400).



Bildet man aus den aufgenommenen Größen den Mittelwert, so stellt derselbe die mittlere horizontale Lichtstärke  $J_h$  dar.

Dieser Wert kann auf einfachere Weise durch eine Messung allein bestimmt werden, wenn man nach v. Hefner - Alteneck<sup>1)</sup> bzw. Hyde und Cady<sup>2)</sup> einen um die Photometrieachse rotierenden und gegen sie um  $45^\circ$  geneigten Spiegel oder nach Sharp<sup>3)</sup> 2 Sätze von festen Winkelspiegeln bei rotierender Lampe benutzt oder entsprechend den Normalen des VDE.<sup>4)</sup> einen Winkelspiegel  $W$  (Fig. 401) mit  $120^\circ$  Öffnungswinkel anwendet, von dessen Scheitelpunkt die vertikal stehende Achse der Lampe 9 cm entfernt ist. Dann sendet

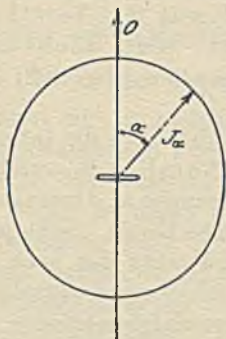


Fig. 400.

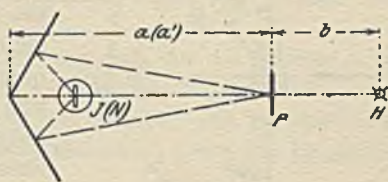


Fig. 401.

die Lampe in 3 um  $120^\circ$  gegeneinander verschobenen Richtungen Licht aus, welches teilweise direkt, teilweise reflektiert den Photometerschirm  $P$  trifft.

Die Messung wird so ausgeführt, daß man  $J$  mit einer Hilfs-lampe  $H$  photometriert und an Stelle von  $J$  nach der Ersatzmethode eine Normallampe  $N$  von bekannter mittlerer Lichtstärke  $J_h$  mit  $H$  vergleicht. Sind dann bei konstantem Abstand  $b$  die Strecken  $a$  bzw.  $a'$  gefunden, so ergibt sich

$$J = \left(\frac{a}{a'}\right)^2 \cdot N \quad \text{bzw.} \quad J = \left(\frac{a}{a'} \cdot \frac{b'}{b}\right) \cdot N,$$

wenn  $b$  in  $b'$  geändert ist.

Nach den neueren Vorschriften<sup>5)</sup> benutzt man die Methode der rotierenden Lampe (nach Crova) oder die Methode der rotierenden Spiegel von Brodhun<sup>6)</sup> zur Messung der mittleren Horizontalintensität.

<sup>1)</sup> ETZ. 1883, S. 445.

<sup>2)</sup> El. W. 17. 11. 1906.

<sup>3)</sup> Z f I. 1900, S. 225.

<sup>4)</sup> ETZ. 1897, S. 473.

<sup>5)</sup> ETZ. 1911, S. 402.

<sup>6)</sup> Liebenthal, prakt. Photometrie, S. 331.



Betrachtet man ferner eine Glühlampe unter verschiedenen Winkeln  $\beta$  gegen die Horizontale, indem man die Lampe um eine horizontale durch die Mitte der leuchtenden Fläche gelegte Achse dreht, so zeigt die Intensität  $J_\beta$  ebenfalls Änderungen in ihrer Größe. Rechnen wir den  $\angle \beta$  von der vertikalen Achse aus (nach den neuesten Vorschriften liegt  $\beta = 0$  auf der nach unten gerichteten Vertikalen) und stellen die Lichtstärken  $J_\beta$  für die verschiedenen Winkel  $\beta$  in Polarkoordination dar, so ergibt sich eine Kurve  $f(J_\beta, \beta)$ , welche man als Kurve der Vertikalintensität oder Lichtverteilungskurve (Fig. 402) bezeichnet.

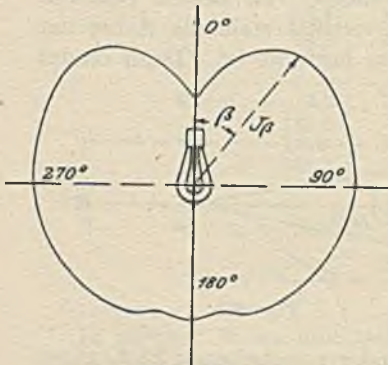


Fig. 402.

Es hat demnach die Intensität auch räumlich in verschiedenen Richtungen  $\alpha, \beta$  betrachtet nicht dieselbe Größe. Zieht man von einem Punkte aus nach beliebigen Richtungen Strahlen, deren Horizontalprojektionen mit der Nullage die Winkel  $\alpha$  einschließen, während sie in der Meridianebene gegen die vertikale Achse um die  $\angle \beta$  geneigt sind

und trägt auf diesen die zugehörigen Lichtstärken ab, so stellt das Raumgebilde, welches die durch die Endpunkte der Strahlen gelegte Fläche einschließt, die räumliche Verteilung der Lichtintensität dar. Würde die Leuchtkraft in jeder Richtung dieselbe Größe besitzen, dann hätte das Gebilde die Gestalt einer um die Lichtquelle als Mittelpunkt gelegten Kugel, deren Radius die mittlere räumliche Lichtstärke darstellt. Dieser Wert läßt sich nach Zickler<sup>1)</sup> genügend genau bestimmen, wenn man die rotierende Lampe unter den Winkeln  $54^\circ$  und  $126^\circ$  gegen die Drehachse photometriert (Apparat von Krüß, Hamburg).

Bei Wechselstromglühlampen ist es bisweilen erwünscht, den Augenblickswert der Leuchtkraft  $H_t$  in Abhängigkeit vom Strom  $J_t$  oder der Spannung  $E_t$  zu bestimmen, woraus man die

<sup>1)</sup> EL. u. M. Wien 1915, S. 469; ZfI. 1917, S. 33; ETZ. 1917, S. 538.

sog. Licht-Hysteresiskurve  $f(H_t, J_t)$  erhält. Morris<sup>1)</sup> blendet dazu die Lampe durch eine von einem Synchronmotor angetriebene Schlitzscheibe ab und mißt die in verschiedenen Stellungen des Schlitzes hindurchfallende Leuchtkraft. Sahulka<sup>2)</sup> nimmt die Augenblickswerte der Spannung  $E_t$  und des Stromes  $J_t$  als  $f(E_t, t)$  und  $f(J_t, t)$  auf, deren Kurven wegen der Wärmekapazität des Fadens eine Phasenverschiebung zeigen. Für die verschiedenen Zeitpunkte ergibt sich dann aus zusammengehörigen Werten der Widerstand  $R_t = \frac{E_t}{J_t}$  des Fadens. Nun stellt man bei Gleichstrom denselben Widerstand  $R_t = R = \frac{E}{J}$  ein und bestimmt die zugehörige Leuchtkraft  $H_t$  und daraus  $f(H_t, t)$ . Ungenauigkeiten ergeben sich jedoch wegen der kleinen Änderungen des Widerstandes.

Besser ist daher die Anordnung, bei der die Lampe in eine Verzweigung nach Wheatstone eingeschaltet und bei Wechselstrom mittels Kontaktmacher von Joubert die Stromstärke  $J_t$  und gleichzeitig der Lampenwiderstand  $R_t$  sowie die Leuchtkraft  $H_t$  ermittelt wird.

Die Untersuchung von Glühlampen erstreckt sich außerdem auf die Feststellung des Wirkungsgrades  $\eta = \frac{H}{E \cdot J} \frac{\text{HK}}{\text{Watt}}$ , worin  $H$  die Lichtstärke in HK,  $E$  und  $J$  Klemmenspannung und Stromstärke der Lampe bedeuten. Sein reziproker Wert  $\frac{1}{\eta} = \sigma = \frac{E \cdot J}{H} \text{ Watt/HK}$  stellt den spezifischen Verbrauch, eine praktisch ebenfalls vielfach gebrauchte Größe dar. Zu ihrer Aufnahme bestimmt man die zusammengehörigen Werte von  $H, E, J$ . Dabei ist es bisweilen für die Fabrikation, Leitungsberechnung usw. von Interesse, die Veränderung der Lichtstärke  $H$  in Abhängigkeit von der Temperatur des Leuchtkörpers bzw. der Klemmenspannung festzustellen. Da nun die Temperatur von der Stromstärke  $J$  und diese von der Klemmenspannung  $E$  abhängt, so nimmt man hierfür die sog. Lampencharakteristik  $f(H, E)$  auf. Liest man gleichzeitig zu  $E$  die zusammengehörigen Werte von  $J$  ab, so lassen sich daraus auch die Werte von  $\eta$  und  $\sigma$  als Funktionen  $f(\eta, E)$  und  $f(\sigma, E)$  in Abhängigkeit von der Spannung  $E$  darstellen. Für die modernen Lampen ist

<sup>1)</sup> El. 14. 12. 1906.

<sup>2)</sup> E. u. M. Wien 1907, S. 133 und 213.



nach Versuchen von Linker<sup>1)</sup> die Charakteristik allgemein eine Exponentialfunktion von der Form  $H = m \cdot E^n$ , worin  $m$  von der Anordnung der Fäden und ihren Abmessungen,  $n$  vom Material, Temperaturkoeffizienten und Lichtausstrahlungsvermögen abhängt. So wurde für eine große Anzahl von Lampen  $m = 9 \cdot 10^{-10}$  bis  $2 \cdot 10^{-7}$  und  $n = 8,3$  bis  $3,5$  gefunden. Aus den Werten von  $n$  läßt sich weiter der Einfluß der Spannungsänderungen auf die Leuchtkraft folgendermaßen bestimmen:

Ändert sich die Klemmenspannung  $E$  um  $\pm \frac{p}{2} \%$ , so würde die Lichtstärke die Werte

$$H' = m \cdot \left( E + \frac{E \cdot p}{200} \right)^n \quad \text{und} \quad H'' = m \cdot \left( E - \frac{E \cdot p}{200} \right)^n$$

annehmen. Die gesamte Lichtschwankung würde dann

$$\Delta H = H' - H'' = m \cdot E^n \left[ \left( 1 + \frac{p}{200} \right)^n - \left( 1 - \frac{p}{200} \right)^n \right]$$

sein, oder in eine unendliche Reihe aufgelöst und mit alleiniger Berücksichtigung des ersten Gliedes

$$\Delta H = m \cdot E^n \cdot \frac{n \cdot p}{100}.$$

Die relative Lichtschwankung  $s$  in Prozent des Mittelwerts  $H$  ist dann:

$$\frac{\Delta H}{H} \cdot 100 = s = n \cdot p.$$

Sie stellt in Abhängigkeit von der prozentualen Spannungsänderung  $p$  eine gerade Linie  $f(s, p)$  dar, deren Neigungswinkel  $\alpha = \arctg n$  nur vom Exponenten  $n$  der Lampencharakteristik abhängig ist.

## 9. Photometrie von Bogenlampen.

Infolge der großen Lichtstärke von Bogenlampen ist eine genaue Messung nur möglich, wenn die Photometerbank sehr lang ist. Steht jedoch eine solche nicht zur Verfügung, so wendet man eine Zwischenlichtquelle an, deren Lichtstärke am besten gleich der Quadratwurzel aus dem Quotienten der zu messenden und der als normal dienenden Lichtstärke ist. Für

<sup>1)</sup> Dingl. polyt. Journ. 1912, S. 588.



praktische Zwecke wird die Bogenlampe natürlich mit vollständiger Glockenarmatur untersucht.

Zur Bestimmung der mittleren unteren hemisphärischen Lichtstärke  $J_{\square}$  muß man die Kurve der Vertikalintensität aufnehmen, welche in den verschiedenen Meridianebenen als gleich angesehen werden kann. Da es in diesem Fall nicht angängig ist die Lampe um eine horizontale Achse drehbar anzuordnen, so kann man sich folgender von Rousseau<sup>1)</sup> und in verbesserter Form von Krüss<sup>2)</sup> angegebenen Vorrichtung (Fig. 403) bedienen,

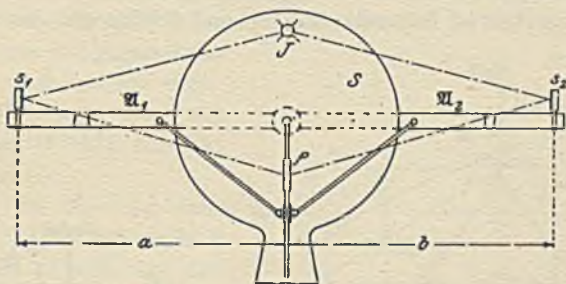


Fig. 403.

um die Leuchtkraft unter verschiedenen Winkeln  $\beta$  zu messen:

Auf einem Stativ ist eine kreisförmige Eisenblechplatte  $S$  befestigt, welche zwei um ihre Achse drehbare Arme  $U_1$ ,  $U_2$  von ca. 1 m Länge trägt. Das Licht der hinter der Scheibe hängenden Bogenlampe  $J$  trifft nun die auf den Armen verschiebbaren kleinen Spiegel  $s_1$  und  $s_2$  und wird nach dem vor der Scheibe angeordneten Photometer  $P$  reflektiert. Sind die beiden Spiegel gleichmäßig beschaffen, so müssen bei horizontaler Stellung der Arme die Strecken  $a$  und  $b$  bei gleicher Helligkeit der Vergleichsfelder gleich groß sein, was im allgemeinen zutreffen wird. Dreht man jetzt den einen Arm  $U_1$  bei horizontaler Stellung von  $U_2$ , so erhält der Spiegel  $s_1$  von der Bogenlampe Licht unter verschiedenen Winkeln  $\beta$ , welche an der Scheibe  $S$  abgelesen werden können. Der Photometerschirm  $P$  wird dabei durch eine entsprechende Vorrichtung so gedreht, daß seine Ebene den Winkel zwischen den Armen halbiert, damit er von den Lichtstrahlen immer unter gleichen Winkeln von beiden Seiten getroffen wird. Durch Verschieben

<sup>1)</sup> ETZ. 1887, S. 31.

<sup>2)</sup> ETZ. 1887, S. 356.

des Spiegels  $s_1$  stellt man dann auf gleiche Helligkeit ein. Ist die Horizontalintensität  $J_h$  vorher gemessen, so findet man die vertikale

$$J_\beta = J_h \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^2.$$

Die Werte von  $J_\beta$  in Polarkoordinaten dargestellt ergeben dann die Kurve  $f(J_\beta, \beta)$  der Vertikalintensität (Fig. 404), deren mittlerer Wert  $J_0$  bzw.  $J_\square$  nach der im Kap. 10 angegebenen Weise gefunden wird.

Eine andere Methode zur Bestimmung der Kurven der Vertikalintensität ist folgende: Ein Spiegel  $S$  (Fig. 405) ist um eine

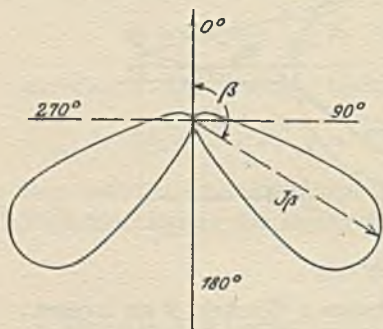


Fig. 404.

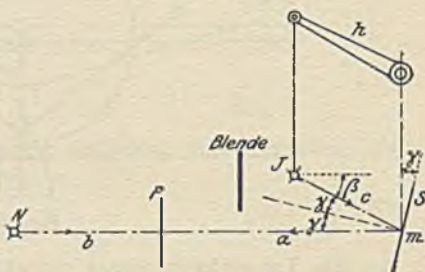


Fig. 405.

horizontale Achse drehbar in der Achse des Photometers  $P$  aufgestellt und wird durch die im Abstande  $c$  von der Spiegelmitte entfernte, vertikal verschiebbare Bogenlampe  $J$  beleuchtet. Damit die Entfernung  $c$  konstant bleibt, wird die Lampe an einem Hebel  $h$  aufgehängt, dessen Drehpunkt über der Spiegelmitte  $m$  liegt. Dreht man den Spiegel um einen  $\sphericalangle \gamma$ , damit die Strahlen in der Richtung der Photometerachse reflektiert werden, und stellt die Entfernungen  $a$  und  $b$  so ein, daß die optischen Vergleichsfelder gleich hell erscheinen, dann besteht die Beziehung

$$J'_\beta = \sigma \cdot J_\beta = N \cdot \left(\frac{a+c}{b}\right)^2$$

oder

$$J_\beta = \frac{N}{\sigma} \cdot \left(\frac{a+c}{b}\right)^2.$$

Darin ist

$$\sigma = \frac{J'_\beta}{J_\beta}$$

der Absorptionskoeffizient des Spiegels. Derselbe kann für verschiedene Neigungswinkel  $\gamma$  als  $f(\sigma, \gamma)$  dadurch bestimmt werden, daß man eine bekannte Intensität  $J$  zuerst ohne Spiegel und dann unter Zwischenschaltung des Spiegels, wofür  $J'$  gemessen wird, mit der Normallampe  $N$  vergleicht. Stellt man die Intensitäten  $J_\beta$  als Funktion des Winkels  $\beta = 2\gamma$  in Polarkoordinaten dar, so erhält man die bekannte Lichtverteilungskurve (Fig. 404).

Bei einer anderen Einrichtung von Krüss ist die Lampe in einer Ebene senkrecht zur Photometerachse beweglich und der Spiegel um  $45^\circ$  gegen diese geneigt und um sie drehbar. Dabei hat man  $\sigma$  nur für einen Winkel von  $45^\circ$  zu ermitteln.

Für die Messung sehr großer Lichtintensitäten empfiehlt es sich, um eine Verlängerung der Photometerbank zu vermeiden, in den Weg der Lichtstrahlen eine Zerstreuungslinse  $Z$

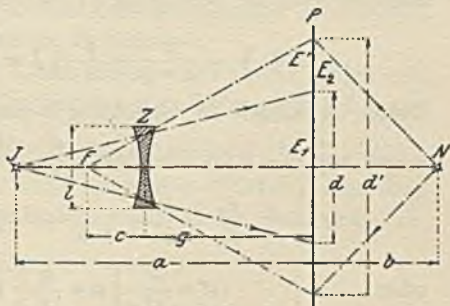


Fig. 406.

(Fig. 406) einzuschalten. Erzeugt die Lichtstärke  $J$  auf einer Kreisfläche vom Durchmesser  $d$  des Photometerschirms  $P$  ohne Linse im Abstände  $a$  eine Beleuchtung

$$E_1 = \frac{J}{a^2} \text{ Lux,}$$

so wird beim Zwischenschalten der Linse der Lichtkegel sich über einen Kreis vom Durchmesser  $d'$  verbreiten, wofür die Beziehung  $\frac{E_1}{E'} = \left(\frac{d'}{d}\right)^2$  gilt. Die Strahlen scheinen also jetzt von einem Punkt zu kommen, der in der Entfernung  $c$  von der Mitte der Linse gelegen ist. Stellt man jetzt die Entfernungen  $a$  und  $b$  so ein, daß gleiche Helligkeit der Vergleichsfelder auftritt, dann muß  $E'$  gleich der von  $N$  hervorgerufenen Beleuchtung

$$E_2 = \frac{N}{b^2} \text{ sein, oder } \frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{d'}{d}\right)^2 = \frac{J}{N} \cdot \frac{b^2}{a^2} \text{ da } E_2 = E' \text{ ist.}$$

Steht die Linse in der Entfernung  $g$  vom Photometer-



schirm und hat sie die Öffnung  $l$ , so bestehen die Beziehungen:

$$1. \quad \frac{d}{l} = \frac{a}{a-g}, \quad 2. \quad \frac{d'}{l} = \frac{c+g}{c} = 1 + \frac{g}{c}$$

außer der Linsengleichung 3.  $\frac{1}{c} = \frac{1}{a-g} + \frac{1}{f}$ , wenn  $f$  die negative Brennweite der Linse angibt. Aus 1 und 2 folgt:

$$4. \quad \frac{d'}{d} = \left(1 + \frac{g}{c}\right) \cdot \frac{a-g}{a}.$$

Schreibt man die Gleichung 3 in der Form  $\frac{g}{c} = \frac{g}{a-g} + \frac{g}{f}$ , so ist

$$1 + \frac{g}{c} = \frac{g}{a-g} + \frac{g}{f} + 1 = \frac{f \cdot a + g \cdot (a-g)}{f \cdot (a-g)}.$$

Dieser Ausdruck in Gleichung 4 eingesetzt, ergibt unter Fortheben von  $a-g$  die Gleichung  $\frac{d'}{d} = \frac{f \cdot a + g \cdot (a-g)}{f \cdot a}$ , woraus folgt

$$\frac{E_1}{E_2} = \left[1 + \frac{g}{f \cdot a} \cdot (a-g)\right]^2 = \frac{J}{N} \cdot \frac{b^2}{a^2}$$

oder

$$J = \frac{N}{b^2} \cdot \left[a + \frac{g}{f} \cdot (a-g)\right]^2.$$

Infolge des Einschaltens der Linse tritt ein kleiner Lichtverlust auf, indem an Stelle von  $E'$  nur eine Beleuchtung  $E'' = \tau \cdot E'$  scheint. In diesem Fall ist dann  $E'' = E_2 = \tau \cdot E'$  und

$$\frac{E_1}{E'} = \frac{E_1}{E_2} \cdot \tau = \left(\frac{d'}{d}\right)^2$$

oder umgeformt

$$J = \frac{N}{\tau \cdot b^2} \cdot \left[a + \frac{g}{f} \cdot (a-g)\right]^2.$$

Der Absorptionskoeffizient  $\tau$  der Linse läßt sich annähernd gleich dem einer planparallelen Glasplatte von der Dicke des mittleren Teils der Linse  $Z$  setzen. Man bestimmt ihn, indem man eine solche Platte vor eine Lichtquelle mit bekannter Leuchtkraft  $N$  hält und die dabei auftretende Leuchtkraft  $N'$  feststellt, dann ist  $\tau = \frac{N'}{N}$ . Im allgemeinen wird  $\tau$  ca. 92 ÷ 95 %.

Vgl. auch die Normalien für Bogenlampen<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> ETZ. 1911, S. 403.

## 10. Bestimmung der mittleren räumlichen Lichtstärke.

Ist die Leuchtkraft in einer durch den horizontalen Winkel  $\alpha$  und vertikalen Winkel  $\beta$  bestimmten Richtung im Raume  $J_{\alpha, \beta}$ , dann geht durch den unendlich kleinen Raumwinkel  $d\omega$  ein Lichtstrom  $\varphi = J_{\alpha, \beta} \cdot d\omega$ . Der gesamte in den Raum ausgestrahlte

Lichtstrom ist dann  $\Phi = \int_{\alpha=0}^{2\pi} \int_{\beta=0}^{\pi} J_{\alpha, \beta} \cdot d\omega = 4\pi \cdot J_0$ , worin  $J_0$

die mittlere räumliche Lichtstärke einer nach allen Richtungen mit konstanter Lichtstärke strahlenden Lichtquelle mit demselben Gesamtlichtstrom  $\Phi$  bedeutet.

Denkt man sich um den Lichtschwerpunkt<sup>1)</sup> eine Kugel mit dem Halbmesser  $r$  gelegt, so schneidet der Raumwinkel  $d\omega$  aus ihrer Oberfläche ein Stück  $df$  aus, und es gilt  $d\omega = \frac{df}{r^2}$ . Darin ist  $df = r^2 \cdot \sin\beta \cdot d\beta \cdot d\alpha$ , wenn man den Winkel  $\beta$  von der nach unten gerichteten Vertikalen rechnet, so daß man die Gleichung erhält:

$$J_0 = \frac{1}{4\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} J_{\alpha, \beta} \cdot \sin\beta \cdot d\beta \cdot d\alpha.$$

Im allgemeinen kann man die Glühlampen und Bogenlampen mit übereinanderstehenden Kohlen als symmetrisch ansehen, so daß die Kurve der Horizontalintensität als Kreis erscheint,

wofür 
$$\int_0^{2\pi} d\alpha = 2\pi \quad \text{ist.}$$

Es vereinfacht sich dann die Formel in:

$$J_0 = \frac{1}{2} \cdot \int_0^{\pi} J_{\beta} \cdot \sin\beta \cdot d\beta,$$

so daß für die Bestimmung von  $J_0$  die Kurve der Vertikalintensität genügt.

Für die Bewertung der Leistung von Bogenlampen gilt als praktisches Maß die mittlere untere hemisphärische Licht-

<sup>1)</sup> ETZ. 1907, S. 777.

stärke  $J_{\square}$  unterhalb einer Horizontalebene durch den Lichtschwerpunkt und bisweilen das Verhältnis  $k_0 = \frac{J_{\square}}{J_{\circ}}$ .

$$\text{Dabei rechnet sich } J_{\square} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} J_{\beta} \cdot \sin \beta \cdot d\beta$$

$$\text{für den unteren, und } J_{\square} = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} J_{\beta} \cdot \sin \beta \cdot d\beta$$

für den oberen Raum. Durch eine Messung lassen sich die mittleren Lichtstärken mittels der Ulbrichtschen Kugel (Kap. 11) ermitteln. Ist jedoch die Kurve der Vertikalintensität aufgenommen, so kann die Auswertung der Integrale und damit die Bestimmung der mittleren räumlichen Lichtstärke, des Lichtstromes und der Beleuchtung auch auf folgende Weise erfolgen:

### a) Rechnerische Bestimmung.

Denkt man sich das durch die Drehung der Kurve der Vertikalintensität um die vertikale Achse entstehende Raumbilde in  $n$  schmale Zonen von der Winkelbreite  $\Delta\beta$  (z. B.  $5^{\circ}$  oder  $10^{\circ}$ ) zerlegt, dann ergibt sich dafür, da  $\sin \beta \cdot \Delta\beta = -\Delta \cos \beta$  ist

$$\begin{aligned} J_{\square} &= \sum_0^n \frac{J_n + J_{n+1}}{2} \cdot (\cos \beta_n - \cos \beta_{n+1}) \\ &= \frac{1}{2} \sum_0^n (J_n + J_{n+1}) \cdot (\cos \beta_n - \cos \beta_{n+1}). \end{aligned}$$

Beispiel: Für eine Bogenlampe mit Opal-Überfangglocke wurde gefunden:

$\beta =$	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	o
$J =$	260	270	290	340	440	480	490	480	460	440	HK

$\beta =$	50	55	60	65	70	75	80	85	90	o
$J =$	425	410	395	380	360	340	310	270	220	HK



Nun berechnet man daraus folgende Tabelle, aus der sich  $J_{\square}$  ermitteln läßt:

Zone $\Delta \varphi$	$2 J_{mi}$	$\Delta \cos \beta$	$2 \cdot J_{mi} \cdot \Delta \cos \beta$
0 ÷ 5	530	0,0038	2,0
10	560	0,0114	6,4
15	630	189	11,9
20	780	262	20,4
25	920	334	30,7
30	970	403	39,1
35	970	468	45,4
40	940	532	50,0
45	900	589	53,0
50	865	643	55,6
55	835	692	57,8
60	805	736	59,2
65	775	774	59,9
70	740	806	59,6
75	700	832	58,2
80	650	852	55,4
85	580	864	50,1
85 ÷ 90	490	0,0872	42,7
			$\Sigma = 757,4$

$$\frac{1}{2} \cdot \sum_{\square} 2 J_{mi} \cdot \Delta \cos \beta = J_{\square} \approx 379 \text{ HK}$$

### b) Zeichnerische Ermittlung.

1. Methode von Rousseau<sup>1)</sup>. Erweitert man die Formel für  $J_{\square}$  mit  $\frac{r}{r}$  und bringt den Faktor  $r$  des Zählers in das Integral, so erhält man

$$J_{\square} = \frac{1}{2 \cdot r} \cdot \int_0^{\pi} J_{\beta} \cdot \sin \beta \cdot d(r \cdot \beta) = -\frac{1}{2r} \cdot \int_0^{\pi} J_{\beta} \cdot d(r \cdot \cos \beta)$$

und

$$J_{\square} = -\frac{1}{r} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} J_{\beta} \cdot d(r \cdot \cos \beta).$$

Trägt man demnach  $J_{\beta}$  als Funktion von  $r \cdot \cos \beta$  in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein, so erhält man eine Kurve über der Grundlinie  $2r$  bzw.  $r$ . Da der Flächeninhalt  $F$  ein Maß für das Integral ist, gibt die mittlere Höhe  $h_{\square} = \frac{F_{\square}}{2r}$  bzw.  $h_{\square} = \frac{F_{\square}}{r}$ ,

<sup>1)</sup> Compt. rend. des essais photom. à l'Exposition d'Anvers en 1885.

wenn man das Vorzeichen nicht berücksichtigt, direkt  $J_0$  bzw.  $J_{\circ}$  an. Nach Fig. 407 schlägt man um  $O$  einen Halbkreis mit einem beliebigen Radius  $r$  und macht  $kh = 2r$ . Darauf trägt man  $ke = On$ ,  $if = Oq$  und  $hg = Op$  auf. Die anderen Punkte der Kurve 1 erhält man, indem man für verschiedene Lichtstärken  $J_{\beta} = Oa$  Strahlen  $Ob$  zieht,  $b$  nach  $c$  projiziert und in  $c$  die Ordinate  $cd = Oa$  macht. Dann ist  $ic = r \cdot \cos \beta = r \cdot \sin (90 - \beta)$ . Der Inhalt der Fläche  $hgfe k$  ist dann  $F_0$ , der Fläche  $hgfi$

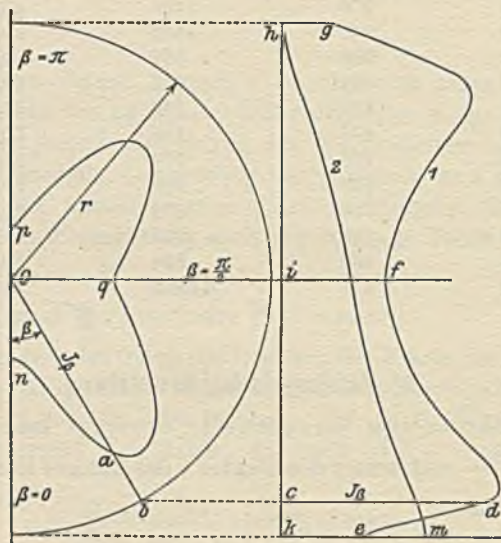


Fig. 407.

gleich  $F_0$  und der Fläche  $ifek$  gleich  $F_0$ , die man planimetrisch oder auch zeichnerisch durch Konstruktion der Integralkurve (2 für  $F_0$ ) nach S. 224 auswerten kann.

Das Diagramm von Rousseau ist demnach ein Lichtstromdiagramm. Die Konstruktion wird wesentlich einfacher ohne Zeichnung der Lichtverteilungskurve, wenn man dafür das Sinuskordinatenpapier<sup>1)</sup> (S. 515) verwendet, dessen Abszissen  $hik$  eine Sinusteilung besitzen, so daß  $0^\circ$  im Punkte  $i$ ,  $90^\circ$  in  $k$ ,  $-90^\circ$  in  $h$  steht und die Strecke  $ic = r \cdot \sin (90 - \beta)$

<sup>1)</sup> ETZ. 1916, S. 53.

ist, aber die Bezeichnung  $90 - \beta$  trägt, d. h.  $J_\beta$  wird in Abhängigkeit vom  $\sphericalangle 90 - \beta$  eingetragen.

Ebenso bequem ist die Verwendung des Lichtstrompapiers (Schmidt & Hänsch, Berlin), bei dem die Lichtverteilungskurve auf ein vom Nullpunkt ausgehendes Strahlenbüschel (20 Strahlen für  $0 \div 180^\circ$ ) gezeichnet wird. Die Lage der Strahlen ( $1 \div 20$ ) bestimmt man folgendermaßen: Man schlägt um  $O$  (Fig. 407) einen Halbkreis mit dem Halbmesser, z. B.  $r = 100$  mm, errichtet in den unteren und oberen Teilpunkten 5, 15, 25, 35, ... 95 mm des vertikalen Durchmessers Lote, welche den Kreis in Punkten schneiden, deren Verbindung mit dem Mittelpunkt  $O$  die Lage der Strahlen ergibt. Die Summe der auf diesen Strahlen liegenden Werte der Lichtstärken dividiert durch die Anzahl der Strahlen ergibt die mittlere sphärische Lichtstärke. Wohlaue<sup>1)</sup> zeigt ebenfalls an verschiedenen Beispielen die Anwendung des von ihm in Vorschlag gebrachten Lichtstrompapiers. Eine von den bisherigen Darstellungen abweichende Methode zur Ermittlung der mittleren Lichtstärke, des Lichtstromes und der Bodenbeleuchtung ist von Gerhardt<sup>2)</sup> angegeben worden.

Zur Bestimmung der günstigsten Aufhängöhe von Lampen dienen die Konstruktionen der Bodenbeleuchtungskurven, wie sie von Bloch<sup>3)</sup>, Sumec<sup>4)</sup>, Parks<sup>5)</sup>, Högner<sup>6)</sup>, Thomälen<sup>7)</sup>, Böker<sup>8)</sup> beschrieben worden sind. Als Hilfsgerät zur Ermittlung der verschiedenen Beleuchtungsgrößen kann die von Teichmüller<sup>9)</sup> konstruierte Lichtstromkugel (Krüss, Hamburg) verwendet werden.

2. Methode von Liebenthal<sup>10)</sup>. Führt man in der Gleichung für die mittleren Lichtstärken eine neue Veränderliche  $x = r \cdot \cos \beta$  ein, so wird

$$J_0 = -\frac{1}{2r} \cdot \int_0^\pi J_\beta \cdot d(r \cdot \cos \beta) = -\frac{1}{2r} \cdot \int_{x=-r}^{x=+r} J_\beta \cdot dx.$$

1) Illum. Eng. London. 1909, S. 671.

2) ETZ. 1919, S. 92.      3) ETZ. 1906, S. 493, 1129.

4) El. u. M. Wien 1909, S. 1115; ETZ. 1910, S. 458.

5) El. World. 1910, S. 756.      6) ETZ. 1910, S. 234.

7) ETZ. 1912, S. 1313.      8) ETZ. 1920, S. 25.

9) El. u. M. Wien 1918, S. 261; Journ. f. Gas. 1918, S. 229; DRP. 305 405.

10) ETZ. 1889, S. 337; Z f I. 1899, S. 227.



Die Konstruktion ist daher dieselbe wie bei 1 angegeben. Setzt man

$$J_0 = -\frac{1}{r} \cdot \int_0^r \frac{J_\beta + J_{(180-\beta)}}{2} \cdot dx,$$

so hat man nur nötig, den zwischen  $\beta = 90^\circ$  und  $\beta = 180^\circ$  liegenden Teil der Kurve um die Ordinate in  $\beta = 90^\circ$  umzulegen und durch die Endpunkte der mittleren Ordinaten zwischen der umgelegten und ursprünglichen Kurve eine neue Kurve zu legen, dann ist der Mittelwert ihrer Ordinaten ein Maß für  $J_0$ .

3. Methode der Polarkurve. Setzt man  $J_\beta \cdot \sin \beta = (\sqrt{J_\beta \cdot \sin \beta})^2 = y^2$ , dann wird

$$J_0 = -\frac{1}{2} \cdot \int_0^\pi y^3 \cdot d\beta = \int_0^\pi \frac{y^2}{2} \cdot d\beta.$$

Wird nun aus  $y = \sqrt{J_\beta \cdot \sin \beta}$  als Funktion von  $\beta$  eine Polarkurve gezeichnet, so ist ihr Flächeninhalt (s. S. 496)

$$F = \frac{1}{2} \cdot \int_0^\pi y^2 \cdot d\beta = J_0.$$

Die mittlere räumliche Lichtstärke ist also gleich der Polarkurvenfläche.

Eine andere Methode ist von Kennelly<sup>1)</sup> angegeben worden.

## 11. Lichtmessung mittels Kugelphotometers.

Die Ermittlung der mittleren räumlichen Lichtstärke  $J_0$  durch nur eine Messung führte zur Konstruktion von sog. Integralphotometern. Zu diesen rechnet man das von Blondel<sup>2)</sup> konstruierte Lumenmeter und das „integrierende“ Photometer von Matthews<sup>3)</sup>, das jedoch nur summiert. Am vollkommensten ist das „Kugelphotometer“ von Ulbricht<sup>4)</sup>, da es im Gegensatz zu den beiden vorhergehenden Apparaten

<sup>1)</sup> Vgl. Herzog u. Feldmann, Handb. d. el. Beleuchtung. 3. Aufl. S. 31.

<sup>2)</sup> Ecl. El. 1895, S. 57, 406, 538, 583; Compt. rend. 1895, S. 311, 550.

<sup>3)</sup> Tr. AIEE. 1901, S. 671; 1902, S. 1465; Zf Bel. 1903 S. 91, 335.

<sup>4)</sup> ETZ. 1900, S. 595; 1905, S. 512, 1047; 1906, S. 50; 1907, S. 777; 1909, S. 322; 1910, S. 1295.

auch für die Messung axial unsymmetrischer Lichtquellen, wie es die jetzt gebräuchlichen Glühlampen meistens sind, benutzt werden kann. Es ist kein eigentlicher Meßapparat, sondern nur ein Hilfsmittel zur Erzielung eines Mittelwerts aus verschiedenen Werten der räumlichen Lichtstärke. Zur Messung ist daher noch eins der vorher erwähnten Photometer erforderlich. Die Konstruktion ist folgende: Ausgehend von der Tatsache, daß in einer vollkommen diffus reflektierenden Hohlkugel die von einer im Innern befindlichen Lichtquelle hervorgerufene Beleuchtung an allen Stellen der Wandung gleiche Stärke hat, bekleidete Ulbricht die innere Fläche einer Hohlkugel aus Glas bzw. Eisenblech (Fig. 408) von ca. 50 cm Durchmesser mit einem aus Kreide und Wasserglas hergestellten und sauer mattgeschliffenen Überzug bis auf ein frei bleibendes kreisförmiges Stück  $M$  von 11 cm Durchmesser. Außen ist die Kugel außer  $M$  mit einem undurchsichtigen Lacküberzogen. Von oben her wird die zu untersuchende Lampe  $L$  eingeführt und ihre direkten Strahlen von  $M$  durch eine weiße Blende oder ein Milchglas  $B$  von 20 qcm Fläche ferngehalten. Sämtliche im Innern befindlichen Teile sind ebenfalls mit weißem Überzug versehen.

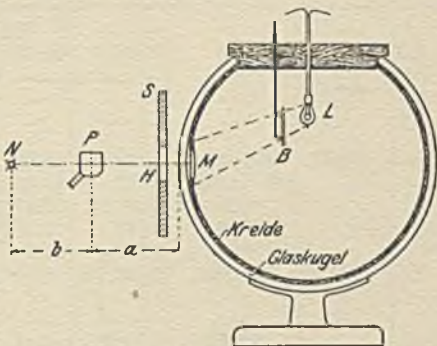


Fig. 408.

Spätere Konstruktionen von Corsepius<sup>1)</sup>, Monasch<sup>2)</sup>, und mit wesentlichen Verbesserungen von Siemens & Halske<sup>3)</sup>, sind aus Blech, evtl. mit Versteifungsrippen, bei 1 und 1,5 m Durchmesser hergestellt.

Vor dem Gebrauch wird der Apparat folgendermaßen geeicht: Man bestimmt nach einer der früheren Methoden durch Messung unter verschiedenen Winkeln die mittlere sphärische Lichtstärke  $J$  einer Glühlampe, führt sie in die Kugel ein und bestimmt die Lichtstärke  $J'$  der durch einen Schirm  $S$  mit einer

<sup>1)</sup> ETZ. 1906, S. 468.

<sup>2)</sup> ETZ. 1906, S. 669.

<sup>3)</sup> ETZ. 1917, S. 188, 578, 605.

Öffnung von 8 cm Durchmesser scharf begrenzten Milchglasplatte  $M$  mit Hilfe einer Normallampe  $N$ . Dann ist die Konstante

$$c = \frac{J}{J'} \quad \text{bestimmt.}$$

Führt man jetzt eine Bogenlampe von  $J_1$  HK Leuchtkraft in die Kugel ein und findet für die Fläche  $M$  die Lichtstärke

$$J_2 = \left(\frac{a}{b}\right)^2 \cdot N,$$

so ergibt sich  $J_1 = c \cdot J_2 = c \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^2 \cdot N.$



## Tabelle einiger Naturkonstanten.

(Vergl. auch „Jahrestabellen chemischer, physikal. und technol. Konstanten“ d. Internat. Publikations-Ausschusses. — Dr. C. Marie, Paris, rue du cherche-midi 98).

O = Ordnungszahl.

$\gamma$  = Spezifisches Gewicht in g/cm bei 15° C, andere Temperatur in ( ).

$a$  = Internationales Atomgewicht (O = 16).

$\epsilon$  = Elektrochemisches Äquivalent in mg für 100 Coulomb (1,03633 für  $\frac{a}{w} = 1$ ).

$w$  = Wertigkeit.

\* bedeutet Mittelwerte. † = 10<sup>-5</sup>.

$\tau$  = Schmelzpunkt in °C.

$\sigma$  = Siedepunkt in °C.

$\rho$  = Spezifischer Widerstand in Mikrohmmcent. bei 15° C.

$\alpha$  = Temperaturkoeffizient in Ohm für 1000 Ohm und 1° C Temperaturänderung.

O	Stoff.	Zeichen	$\gamma$	$a$	$\epsilon$	$w$	$\tau/\sigma$	$\rho$	$\alpha$
89	Actinium .....	Ac	—	227	—	—	—	—	—
13	Aluminium ....	Al	2,58	27,10	9,36	3	658	2,90	3,8
	— gegossen ....	—	2,64	—	—	—	—	—	—
	— gewalzt .....	—	2,70	—	—	—	—	3,10	3,7
	— bronze .....	—	7,7	—	—	—	—	2,0	1,0
	8 Al, 92 Cu.								
51	Antimon .....	Sb	6,62	120,20	41,52	3	430/1600	43,5	—
18	Argon (0°).....	A	178 †	39,88	41,33	1	-189,5/-185	—	—
33	Arsen .....	As	5,75*	74,96	25,88	3	500	—	—
56	Barium .....	Ba	3,75	137,37	71,17	2	850	—	—
4	Beryllium .....	Be	2*	9,10	4,71	2	> 1800	—	—
82	Blei, gegossen ..	Pb	11,35	207,1	107,32	2	327/1500	20,8	4,0
	— gewalzt .....	—	11,38	—	—	—	—	—	—
	— gezogen .....	—	11,40	—	—	—	—	—	—
5	Bor .....	B	2,45	11,0	3,80	3	2350*	—	—
35	Brom (0°) .....	Br	3,2	79,92	82,82	1	-7,3/60	—	—
	Bronze .....		8,7	—	—	—	900	3	2
	90 Cu 10 Sn								
48	Cadmium .....	Cd	8,69	112,40	58,24	2	321/860	7,0	4,0
55	Caesium .....	Cs	1,85	132,81	137,63	1	26,5/270	19,1	—
20	Calcium .....	Ca	1,58	40,07	20,76	2	805	10,6	—
58	Cerium .....	Ce	6,68	140,25	48,45	3	645	—	—
17	Chlor (0°).....	Cl	317 †	35,46	36,75	1	-101,5/-33	—	—
24	Chrom .....	Cr	6,5*	52,00	26,94	2	> 1800	—	—
	Chromnickel ...	—	8,03	—	—	—	1335	121	0,12
27	Cobalt .....	Co	8,75	58,97	30,55	2	1480	9,25	—
	— gegossen ....	—	8,17	—	—	—	—	—	—
	— gehämmert ..	—	9,15	—	—	—	—	—	—
66	Dysprosium ....	Dy	—	162,5	56,14	3	—	—	—
26	Eisen .....	Fe	7,88	55,84	28,93	2	1520	12,1	4,5
	— Fluß- .....	—	7,85	—	—	—	1500	13,0	4,0
	— Guß- .....	—	7,30	—	—	—	1275	20 ÷ 30	3,5
	— Gußstahl- ...	—	7,83	—	—	—	1375	14 ÷ 20	3,6
	— Roh- .....	—	7,3*	—	—	—	1100*	30 ÷ 35	—
	— Schmiede- ..	—	7,8	—	—	—	1500	12,5 ÷ 13	4,5
86	Emanium .....	Em	—	223,0	—	—	—	—	—

O	Stoff	Zeichen	$\gamma$	$a$	$\varepsilon$	$w$	$\tau/\sigma$	$\rho$	$\alpha$
68	Erbium .....	Er	—	167,7	57,9	3	—	—	—
63	Europium .....	Eu	—	152,0	—	—	—	—	—
9	Fluor .....	F	171†	19,0	19,68	1	/-223	—	—
64	Gadolinium .....	Gd	—	157,3	54,30	3	—	—	—
31	Gallium .....	Ga	5,95	69,9	24,14	3	30,1	—	—
32	Germanium .....	Ge	5,47	72,5	18,77	4	960?	—	—
79	Gold, gediegen .....	Au	18,85	197,2	68,12	3	1063	2,20	3,65
	— gegossen .....	—	19,25	—	—	—	—	—	—
	— gehämmert .....	—	19,3	—	—	—	—	—	—
	Graphit, nat. ....	C	2,33	12,00	3,11	4	—	390 ÷ 900	-0,5
	— Retorten- ....	—	1,89	—	—	—	—	1500	-0,5
2	Helium (0°) ...	He	17,8†	3,99	4,13	1	/-269	—	—
67	Holmium .....	Ho	—	163,5	56,47	3	—	—	—
49	Indium .....	In	7,42	114,80	39,66	3	154,5/1000?	—	—
77	Iridium .....	Ir	22,4	193,10	100,0	2	2300	—	—
53	Jod .....	J	4,95	126,92	131,52	1	114/184,3	—	—
19	Kalium .....	K	0,86	39,10	40,52	1	62,3/720	6,0	—
6	Kohle, amorph .....	C	1,40	12,00	3,11	4	—	—	—
	— Bogenlampen- .....	—	1,6*	—	—	—	—	2500*	-0,5*
	— Glühfaden- .....	—	1,7*	—	—	—	—	2000*	-0,4
	Konstantan .....	—	8,82	—	—	—	—	50	0,025
	58 Cu 1 Mn 41 Ni	—	—	—	—	—	—	—	—
	Kruppin Ni Fe ...	—	8,1	—	—	—	—	85	0,77
36	Krypton .....	Kr	—	82,92	85,93	1	/-169	—	—
29	Kupfer, rein ...	Cu	8,92	63,57	32,93	2	1100	1,67	3,94
	— gegossen .....	—	8,60	—	—	—	1083	1,76	4,0
	— gehämmert .....	—	8,95	—	—	—	—	1,75	—
57	Lanthan .....	La	6,1*	130,0	47,98	3	810?	—	—
3	Lithium .....	Li	0,59	6,94	7,19	1	186/950	—	—
71	Lutetium .....	Lu	—	175,0	—	—	—	—	—
12	Magnesium .....	Mg	1,72*	24,32	12,60	2	650/1100	—	4,5
25	Mangan .....	Mn	7,32*	54,93	28,45	2	1900	—	—
	Manganin .....	—	8,3	—	—	—	—	43,0	0,015
	84 Cu 12 Mn 4 Ni	—	—	—	—	—	—	—	—
	Messing, gegossen .....	—	8,55*	—	—	—	—	8,0	1,5
	— gewalzt .....	—	8,57*	—	—	—	—	7,5	1,5
42	Molybdän .....	Mo	8,05	96,00	49,74	2	2500?	5,0	3,3
11	Natrium .....	Na	0,98	23,00	23,83	1	97,5/742	4,4	—
60	Neodym .....	Nd	—	144,3	—	—	840?	—	—
10	Neon (0°) .....	Ne	90†	20,2	20,93	1	/-253?	—	—
	Neusilber .....	—	8,30	—	—	—	—	51,0*	0,07*
	26 Cu 37 Ni 37 Zn	—	—	—	—	—	—	—	—
	—52 Cu 22 Ni 26 Zn	—	8,45	—	—	—	—	45,0*	0,1*
	—59 11 30	—	8,34	—	—	—	—	35,0*	1,15*
	—63 6 31	—	8,30	—	—	—	—	30,0*	0,3*
28	Nickel, gegossen .....	Ni	8,28	58,68	30,40	2	1450	—	—
	— gewalzt .....	—	9,20	—	—	—	—	9,0	4,3
	Nickelin .....	—	8,62	—	—	—	—	42,0	0,22
	54 Cu 26 Ni 20 Zn	—	—	—	—	—	—	—	—
41	Niobium .....	Nb	7,20	93,5	19,38	5	2230	—	—

O	Stoff	Zeichen	$\gamma$	$\alpha$	$\varepsilon$	$w$	$\tau/\sigma$	$\varrho$	$\alpha$
85	Niton .....	Nt	—	222,4	—	—	—	—	—
76	Osmium .....	Os	22,5	190,9	98,92	2	2700 ?	25	3,72
46	Palladium .....	Pd	11,3	106,7	55,47	2	1550	10,6	—
	Patentnickel .....	—	8,7	—	—	—	—	34,0	0,17
	76 Cu 25 Ni								
15	Phosphor, gelb .	P	1,83	31,04	10,71	3	44,1/290	—	—
	— metallisch ..	—	2,20	—	—	—	—	—	—
	— rot .....	—	2,18	—	—	—	/100	—	—
84	Polonium .....	Po	—	210,0	—	—	—	—	—
59	Praseodym .....	Pr	—	140,6	—	—	940	—	—
78	Platin, gegossen	Pt	21,49	195,20	101,15	2	1775	—	3,8
	Platiniridium ..	—	—	—	—	—	—	36,0	0,64
	Platinsilber .....	—	—	—	—	—	—	25,0	0,3
80	Quecksilber (0°)	Hg	13,596	200,60	207,89	1	-38,7/357,3	94,2 (0°)	0,9
88	Radium .....	Ra	—	226,40	—	—	900 ?	—	—
	Rheotan Cu Ni Zn	—	8,6	—	—	—	—	47,0	0,23
45	Rhodium .....	Rh	12,1	102,9	53,31	2	1920 ?	—	—
37	Rubidium .....	Rb	1,52	85,45	88,55	1	38,5	11,9	2,4
44	Ruthenium .....	Ru	12,26	101,7	52,70	2	> 1950	—	—
62	Samarium .....	Sa	—	150,4	—	—	1350*	—	—
8	Sauerstoff (0°)	O	143†	16,00	8,29	2	-230	—	—
21	Scandium .....	Sc	—	44,1	—	—	1200*	—	—
16	Schwefel .....	S	2,0	32,07	16,61	2	116/445	—	—
34	Selen .....	Se	4,5	79,2	41,04	2	218/700	—	—
47	Silber, gegossen.	Ag	10,45	107,88	111,80	1	961	1,61	3,8
	— gewalzt .....	—	10,62	—	—	—	—	1,64	4,15
14	Silicium .....	Si	2,39	28,30	7,33	4	1420	59,5	4,0
7	Stickstoff (0°)	N	126†	14,01	4,84	3	-210,5	—	—
38	Strontium .....	Sr	2,54	87,63	45,40	2	830*	—	—
	Superior Cu Fe...	—	8,5	—	—	—	—	86,0	0,96
73	Tantal .....	Ta	16,5	181,50	37,62	5	2900	16,5	2,34
52	Tellur .....	Te	6,4*	127,5	66,07	2	451	5900	—
65	Terbium .....	Tb	—	159,2	—	3	—	—	—
81	Thallium .....	Tl	11,85	204,0	70,46	3	302/>1100	—	—
90	Thorium .....	Th	11,0	232,40	60,21	4	1730 ?	—	—
69	Thulium .....	Tu	—	168,50	58,21	3	—	—	—
22	Titan .....	Ti	4,5	48,1	12,45	4	2300 ?	125 000	—
92	Uran .....	U	18,7	238,50	123,63	2	2490 ?	—	—
23	Vanadium .....	V	5,5	51,0	—	—	1730	—	—
1	Wasserstoff (0°)	H	8,96†	1,008	1,0446	1	-259	—	—
83	Wismut .....	Bi	9,80	208,0	71,81	3	270/1400	120	3,7
74	Wolfraam .....	W	18,7	184,0	95,34	2	3000	6,0	4,5
54	Xenon .....	X	—	130,2	134,93	1	-140	—	—
70	Ytterbium .....	Yb	—	173,8	60,03	3	1800*	—	—
39	Yttrium .....	Y	—	88,7	30,63	3	1200*	—	—
30	Zink .....	Zn	7,1	65,37	33,87	2	419,3/930	6,02	3,2
50	Zinn .....	Sn	7,3	118,7	61,51	2	232/1500	12,0	4,5
40	Zircon .....	Zr	6,4	90,6	23,47	4	> 1420	—	—



## Formelzeichen und -größen. [Einheit]

- $A$  = Arbeit [J, kgm, cal].  
 $a$  = Atomgewicht [g].  
 $A_z$  = Arbeitsangabe eines Zählers [s. A].  
 $\mathcal{B}$  = magnetische Induktion [G].  
 $C$  = elektrische Kapazität [F].  
 $c$  = Konstante, Proportionalitätsfaktor.  
 $D$  = Direktionskraft.  
 $d$  = Durchmesser; Dicke von Platten [cm].  
 $\Delta(\dots)$  = Geometrische Differenz der (...) -Größen.  
 $\delta$  = Blechstärke; Winkel.  
 $E$  = EMK; Spannung; Potentialdifferenz [V]; Beleuchtung [Lx].  
 $E_c$  = kapazitative Feldspannung (infolge elektrischen Wechselfeldes) [V].  
 $E_f$  = Spannung infolge Wechselfeldes [V].  
 $E_k$  = Klemmenspannung; Kurzschlußspannung eines Transformators [V].  
 $E_l$  = Leistungsspannung [V].  
 $E_{r_e}$  = Spannung am Widerstande der Erregerwicklung [V].  
 $E_{r_n}$  = Spannung am Widerstande der Nebenschlußwicklung.  
 $E_s$  = EMK der Selbstinduktion; induktiver Spannungsabfall; induktive Feldspannung (infolge magnetischen Wechselfeldes) [V].  
 $E_u$  = Übergangsspannung zwischen Kommutator und Bürsten [V].  
 $E_v$  = Spannungsverlust [V].  
 $E_{v_a}$  = Spannungsverlust im Anker [V].  
 $E_{v_h}$  = Spannungsverlust in der Hauptschlußwicklung [V].  
 $e$  = Phasenspannung; Teilspannung [V]; Glanz einer Lichtquelle [HK/cm<sup>2</sup>]; Basis der natürlichen Logarithmen; Exzentrizität.  
 $\epsilon$  = Dielektrizitätskonstante, elektrochem. Äquivalent, Bürstenverschiebungswinkel.  
 $\eta$  = Wirkungsgrad.  
 $\eta_e$  = elektrisches Güteverhältnis.  
 $\eta_h$  = Hysteresiskoeffizient des Eisens.  
 $\eta'$  = Wirkungsgrad ohne Berücksichtigung der Reibungsverluste.  
 $F$  = Flächeninhalt [cm<sup>2</sup>].  
 $f$  = Fläche; Fehler bei Messungen.  
 $f_e$  = Formfaktor der Spannungskurve.  
 $f_i$  = Formfaktor der Stromkurve.

- $f_w$  = Wicklungsfaktor.  
 $\varphi$  = Lichtstrom [Lm]; Phasenwinkel.  
 $G$  = Gewicht [g].  
 $g$  = Erdbeschleunigung [cm/sec<sup>2</sup>]; Galvanometerwiderstand [Ohm].  
 $H$  = Heizwert von Gasen [cal/l]; Lichtstärke [HK].  
 $\mathfrak{H}$  = magnetische Feldstärke [AW/cm].  
 $\mathfrak{H}_e$  = Feldstärke des Erdfeldes [AW/cm].  
 $J$  = Stromstärke [A]; Lichtstärke [HK]; Trägheitsmoment [cm<sup>4</sup>].  
 $i$  = Phasenstrom; Teilstrom einer Verzweigung [A].  
 $J_c$  = kapazitiver Feldstrom (infolge elektrischen Wechselfeldes) [A].  
 $J_f$  = Feldstrom (infolge eines Wechselfeldes) [A].  
 $J_h$  = Hysteresisstrom [A].  
 $J_k$  = Kurzschlußstrom [A].  
 $J_{k_l}$  = Leistungskomponente des Kurzschlußstromes.  
 $J_{k_s}$  = Feldkomponente des Kurzschlußstromes.  
 $J_l$  = Leistungsstrom [A].  
 $J_m$  = Magnetisierungsstrom [A].  
 $J_p$  = Läuferstrom des Einphasenmotors.  
 $J_s$  = Induktiver Feldstrom infolge magnetischen Wechselfeldes.  
 $J_w$  = Wirbelstrom [A].  
 $J_0$  = Leerlaufstrom [A].  
 $J_{0_l}$  = Leistungskomponente des Leerlaufstromes.  
 $J_{0_s}$  = Feldkomponente des Leerlaufstromes.  
 $J_{00}$  = synchroner Leerlaufstrom [A].  
 $\mathfrak{S}$  = Intensität der Magnetisierung [G].  
 $j$  = Stromdichte [A/mm<sup>2</sup>]; Belichtung [Lxsec].  
 $K$  = Dämpfungsfaktor; Kosten; Kommutatorlamellenzahl.  
 $k$  = Dämpfungsverhältnis.  
 $k_c$  = kapazitiver Berichtigungsfaktor.  
 $k_e$  = Faktor der Streuspannung bei Einphasenmaschinen.  
 $k_q$  = Faktor der quermagnetisierenden MMK.  
 $k_s$  = induktiver Berichtigungsfaktor.  
 $k_0$  = Faktor der entmagnetisierenden MMK.  
 $\times$  = magnetische Aufnahmefähigkeit (Suszeptibilität).  
 $L$  = Leistung [W, kgm/sec].  
 $l$  = Länge [cm].  
 $L_a$  = abgegebene Leistung.  
 $L_a'$  = abgegebene Leistung einschl. Reibungsverlust.  
 $L_d$  = dem Drehmoment gleichwertige Leistung.  
 $L_e$  = eingeführte Leistung.  
 $L_h$  = Leistungsverlust durch Hysteresis.  
 $L_{hw}$  = Leistungsverlust im Eisen durch Hysteresis und Wirbelströme.

- $L_k$  = Leistungsverlust durch Stromwärme im Kupfer.  
 $L_{r_a}$  = Leistungsverlust im Widerstand des Ankers.  
 $L_{r_e}$  = Leistungsverlust im Widerstand der Erregerwicklung.  
 $L_{r_h}$  = Leistungsverlust im Widerstand der Hauptschlußwicklung.  
 $L_{r_k}$  = Leistungsverlust im Widerstand der kurzgeschlossenen Spulen.  
 $L_{r_n}$  = Leistungsverlust im Widerstand der Nebenschlußwicklung.  
 $L_{r_u}$  = Leistungsverlust im Übergangswiderstand zwischen Kommutator und Bürsten.  
 $L_o$  = Leistungsverlust durch Reibung.  
 $L_v$  = Leistungsverlust.  
 $I_{10}$  = Leistungsverlust durch Wirbelströme.  
 $L_{w_a}$  = Leistungsverlust durch Wirbelströme im Ankerkupfer.  
 $L_{w_k}$  = Leistungsverlust durch Wirbelströme im Kupfer.  
 $L_0$  = Leerlaufverlust; Leistungsaufnahme bei Leerlauf.  
 $L_{00}$  = Leistungsaufnahme beim Synchronlauf.  
 $A$  = Leitwert [S]; nat. log. Dekrement.  
 $\lambda$  = Leitfähigkeit; log. Dekrement.  
 $M$  = magnetisches Moment.  
 $M$  = magnetomotorische Kraft (MMK) [We, AW].  
 $m$  = Masse [g]; Phasenzahl.  
 $M(\dots)$  = Mittelwert der (...) -Größen.  
 $M_d$  = Drehmoment [kgm].  
 $M_{d_o}$  = Reibungsdrehmoment [kgm].  
 $M_r$  = rückwirkende MMK [We, AW].  
 $\mu$  = magnetische Durchlässigkeit (Permeabilität).  
 $\mathfrak{N}$  = magnetische Kraftlinienzahl [M].  
 $\mathfrak{N}_0$  = Leerlaufsfeld [M].  
 $\mathfrak{N}_r$  = rückwirkendes Feld [M].  
 $n$  = Drehzahl oder Umlaufzahl in einer Minute [U/min].  
 $n_s$  = synchrone Drehzahl.  
 $\nu$  = Periodenzahl in 1 Sekunde.  
 $\nu_1, \nu_2$  = Streufaktoren.  
 $\omega$  = Winkelgeschwindigkeit; Kreisfrequenz.  
 $P$  = Kraft [kg].  
 $p$  = Polpaarzahl.  
 $Q$  = Elektrizitätsmenge [C, Ah]; Lichtmenge [Lmsec]; Wärmemenge [cal].  
 $q$  = Querschnitt [cm<sup>2</sup>].  
 $R, r$  = Gleichstromwiderstand, (ohmscher, induktionsfreier) [Ohm]; Kreishalbmesser [cm].  
 $\mathfrak{R}$  = magnetischer Widerstand [Oe].  
 $R_a$  = Ankerwiderstand [Ohm].



- $R_h$  = Widerstand der Hauptschlußwicklung.  
 $R_{h_0}$  = Widerstand, hervorgerufen durch Hysteresis und Wirbelströme.  
 $R_k$  = Gleichstromwiderstand zwischen den Ankerklemmen.  
 $R_l$  = Leistungswiderstand.  
 $R_n$  = Widerstand der Nebenschlußwicklung.  
 $R_v$  = Widerstand infolge Hautwirkung.  
 $R_u$  = Übergangswiderstand zwischen Kommutator und Bürsten.  
 $r_u$  = spezifischer Übergangswiderstand zwischen Komm. u. Bürsten.  
 $\rho$  = spezifischer Widerstand [Ohm/m, mm<sup>2</sup>].  
 $S$  = induktiver Feldwiderstand infolge magnetischen Wechselfeldes [Ohm].  
 $S_c$  = kapazitiver Feldwiderstand (infolge elektrischen Wechselfeldes) [Ohm].  
 $S_f$  = Feldwiderstand (infolge eines Wechselfeldes) [Ohm].  
 $\mathcal{S}$  = Koeffizient der Selbstinduktion [H].  
 $\mathcal{S}_g$  = Koeffizient der gegenseitigen Induktion [H].  
 $s$  = Skalenteile.  
 $s_e$  = Scheitelfaktor einer Spannungskurve.  
 $s_i$  = Scheitelfaktor einer Stromkurve.  
 $\Sigma(\dots)$  = geometrische Summe der (...) -Größen.  
 $\sigma$  = Galvanometerkoeffizient; Streufaktor von Induktionsspulen; Schlüpfung von Asynchronmotoren; spezif. Verbrauch von Glühlampen.  
 $T$  = Zeit einer Periode; Zeitkonstante; Schwingungsdauer [sec].  
 $T_d$  = Dauer einer gedämpften Schwingung [sec].  
 $t$  = Zeit [sec].  
 $\Theta$  = absolute Temperatur [° C].  
 $\vartheta$  = Temperatur, gemessen vom Eispunkt [° C].  
 $\tau$  = Streukoeffizient von Asynchronmotoren; Absorptionskoeffizient einer Linse.  
 $u$  = Übersetzungsverhältnis; Umlaufzahl [U].  
 $u_2$  = sekundäres Übersetzungsverhältnis.  
 $u_m$  = Überlastbarkeit eines Motors.  
 $u_w$  = Windungsverhältnis.  
 $V$  = Rauminhalt eines Körpers [cm<sup>3</sup>]; elektrisches Potential [V].  
 $v$  = Geschwindigkeit [m/sec].  
 $v_1, v_2$  = Streufaktoren von Asynchronmotoren.  
 $W$  = Wechselstromwiderstand; Widerstand allgemeiner Art [Ohm].  
 $w$  = Windungszahl, Wertigkeit.  
 $x$  = Veränderliche.  
 $\xi$  = Koeffizient der Wirbelstromverluste im Eisen.  
 $y$  = Veränderliche.  
 $z$  = Veränderliche.

## Abgekürzte Zeichen der Maßeinheiten.

A	= Ampere.	Lx	= Lux.
At	= Atmosphäre, physikalisch.	M	= Maxwell.
at	= Atmosphäre, technisch = 1 kg/cm <sup>2</sup> .	m	= Meter.
AW	= Amperewindungen.	min	= Minute (Zeitraum).
C	= Coulomb.	...	= Minute (Zeitpunkt).
°C	= Celsiusgrad.	m/sec	= Meter in 1 Sekunde.
cal	= g-Calorie.	μ	= Mikron (10 <sup>-3</sup> mm).
F	= Farad.	Oe	= Oersted.
G	= Gauß.	Per/sec	= Periodenzahl in d. Sekunde
g	= Gramm.	S	= Siemens.
H	= Henry.	sec	= Sekunde (Zeitraum).
h	= Stunde (Zeitraum).	"	= Sekunde (Zeitpunkt).
h	= Stunde (Zeitpunkt).	U	= Umläufe.
HK	= Hefnerkerze.	U/min	= Umläufe in 1 Minute.
J	= Joule.	V	= Volt.
Lm	= Lumen.	W	= Watt.
		We	= Weber.

## Maßänderungs-Vorsatzzeichen.

c (centi)	= 10 <sup>-2</sup>	m (milli)	= 10 <sup>-3</sup>
d (deci)	= 10 <sup>-1</sup>	M (mega)	= 10 <sup>6</sup>
h (hekto)	= 10 <sup>2</sup>	μ (mikro)	= 10 <sup>-6</sup>
k (kilo)	= 10 <sup>3</sup>		

## Anhängezeichen (Indizes).

max = Höchstwert.  
mi = Mittelwert.

min = Niedrigstwert.  
t = mit der Zeit veränderlich.



## Namen- und Sachregister.

- Abraham 139, 498, 501.  
Absolute Messung 1.  
— — einer Kapazität 122, 124.  
Absorptionskoeffizient, Spiegel- 541.  
Agnew 333.  
Akemann 327.  
Akkumulator, Güteverhältnis 169.  
— Isolationsmessung 53.  
— Selbstentladung 170.  
— Untersuchung 167.  
— Wirkungsgrad 169.  
Alberti 68, 333, 334.  
Alexanderson 226, 471.  
Amsler 260.  
Analysator, harmonischer 517.  
Analyse periodischer Schwingungen 501.  
— arithmetische 502.  
— experimentelle 515.  
— zeichnerische 511.  
Anderson 138.  
Andrault 439.  
Angermann 222, 437, 461.  
Ångström 179.  
Anker, Übertemperatur 312.  
Ankerrückwirkung 247.  
Ankerspule, Fehler 312.  
Ankerwiderstand, Messung 264.  
Anlagen, Isolationsprüfung 41.  
Anlassen von Synchronmotoren 405.  
Anleger von Dietze 60, 438.  
Äquivalentgewicht, elektrochem. 82.  
Arbeitsmesser, Leitsätze 160.  
— Untersuchung 159.  
Armagnat 516.  
Arno 92.  
Arnold 255, 313, 318, 370, 373, 376, 426, 440, 466, 467, 472, 478.  
Aron 99, 100, 162.  
Asynchronometer 439.  
Atkinson 466.  
Auslaufkurve 289, 291.  
Auslaufmethode 288.  
Auslaufzeit 289.  
Ausschlag, Methode d. direkten 37.  
Ayrton 105, 121, 361.  
Bache-Wiig 457.  
Baily 194.  
Ballistische Konstante 110, 113.  
— Methode 180.  
Ballistisches Differentialgalvanometer 125.  
— Elektrometer 182.  
— Galvanometer 108, 113, 180.  
— — Eichung 108, 113.  
Barbagelata 69.  
Beattie 222.  
Bechstein 532.  
Behn-Eschenburg 97, 438.  
Behne 121.  
Behrend 361, 410, 440.  
Béla Gati 55, 91.  
Belastungscharakteristik:  
— Gleichstromgenerator 237.  
— Nebenschlußgenerator 240.  
— Wechselstromgenerator 363.  
Beleuchtung 521.  
Belichtung 521.  
Bellini 438.  
Benischke 436.  
Beobachtungsfehler 1.  
Besag 392.  
Bethenod 425.  
Bianchi 438.  
Bifilarmeßbrücke 134.  
Binantenelektrometer 73.  
Binder 476.  
Blecbündel, Eisenuntersuchung 222.  
Blechtafel, Eisenuntersuchung 222.  
Blitzableiter, Untersuchung 35.  
Bloch, L. 409, 547.  
— O. 425, 461, 477.  
Blondel 70, 210, 270, 368, 406, 410, 413, 439, 478, 493, 497, 548.



- Blondel, Diagramm 397.  
 Bogenlampen, Lichtstärke 539.  
 — Photometrie 538.  
 Bögen, Reduktion auf kleine 112.  
 Böhm-Raffay 6.  
 Böker 547.  
 Bolometer 519.  
 Boltzmann 153.  
 Bosanquet 194.  
 Bosscha 208.  
 Bragstad 226, 294, 348, 398, 425,  
 457, 458, 459, 478.  
 Brauer 260.  
 Braunsche Röhre 180, 499.  
 Bremsdynamometer 260.  
 Bremse, Band- 260.  
 — Flüssigkeits- 261.  
 — Wasser- 261.  
 — Wirbelstrom- 261.  
 Bremsmethode 260.  
 Breslauer 255, 414, 461, 465.  
 Brodhun 524, 535.  
 Brückmann 436.  
 Bruger 50.  
 Buisson 501.  
 Burgeß 321.  
 Burrows 193.  
 Bürsten, Charakteristik 317.  
 — Funkengrenze 318.  
 — Potentialkurve 313.  
 — Übergangswiderstand 265, 316.  
 Butmann 151.  
 Cady 535.  
 Cahen 440.  
 Campbell 70, 79, 114, 143, 145, 146,  
 147, 151, 333.  
 Carcel 519.  
 Carey-Forster 148.  
 Cauwenberghe, v. 461.  
 Chapeyronwicklung 149.  
 Chapin 127.  
 Charakteristik, äußere:  
 — Doppelschlußgenerator 242.  
 — Gleichstromgenerator 238.  
 — Hauptschlußgenerator 242.  
 — Hauptschlußmotor (Gleichstrom)  
 244.  
 — Nebenschlußgenerator 240.  
 — Wechselstromgenerator 365.  
 Charakteristik, innere:  
 — Doppelschlußmotor (Gleich-  
 strom) 247.  
 — Gleichstromgenerator 239.  
 Charakteristik, Hauptschlußmotor  
 (Gleichstrom) 245.  
 — Lampen 537.  
 Charakteristisches Dreieck 343.  
 Chubb 518.  
 Clark, Normalelement 74.  
 Clarkson 156.  
 Clifford 511.  
 Coales 52.  
 Cohen 117.  
 Cooper Hewitt 485.  
 Coradi 518.  
 Corsepius 549.  
 Cotton 200, 202.  
 Crawford 135, 333.  
 Crehore 501.  
 Creighton 154.  
 Crittenden 520.  
 Crova 535.  
 Curie 73.  
 Curtis 41, 70, 149.  
 Czeija 316.  
 Dämpfungsfaktor 109.  
 Dämpfungskonstante, Kabel 122.  
 Dämpfungskurve 112.  
 Dämpfungsverhältnis 109, 112.  
 Danielson 470.  
 Déguisne 27, 68.  
 Dekrement, logarithmisches 109.  
 Delon 155, 321, 485.  
 Deprez 288.  
 Déri 466, 467.  
 Des Coudres 515.  
 Dettmar 266, 278, 288, 393.  
 Dielektrizitätskonstante, Bestim-  
 mung 151.  
 — der Luft 152.  
 Diesselhorst 27, 66, 112, 124.  
 Dietze 60, 438.  
 Differential-Bandbremse 260.  
 — -Elektrometer 127.  
 — -Galvanometer, ballistisches 125.  
 — — -Kapazitätssmessung 124.  
 — — -Selbstinduktionsmessung 127.  
 — — -Widerstandsmessung 13.  
 — -Kurve 233.  
 — -Leistungsmesser 222.  
 — -Magnetometer 204, 205  
 — -Methode 268.  
 — -Telephon 136.  
 — -Tourenzähler 439.  
 — -Transformator 136, 223.  
 Dina 60.

- Direkte elektrische Methode 259.  
 Direkter Ausschlag, Methode 37.  
 Dobrowolsky 410.  
 Dolezalek 54, 73, 117, 135.  
 Doppelbrücke, Thomsonsche 23, 264.  
 Doppelkommutator 121.  
 Doppelschaltung, Elektrometer 76.  
 Doppelschlußgenerator, äußere Charakteristik 242.  
 — Wirkungsgrad 260, 308.  
 Doppelschlußmotor f. Gleichstrom 247.  
 — Drehmoment 247, 252.  
 — Wirkungsgrad 260.  
 — für Einphasenstrom 472.  
 — für Mehrphasenstrom 484.  
 Dow 532.  
 Drehfeld, inverses 377.  
 — -Theorie 439.  
 Drehmoment, Bestimmung 398.  
 Drehmomentkurve, Gleichstrommotor 249.  
 — Doppelschlußmotor 247, 252.  
 — Hauptschlußmotor 245, 252.  
 — Nebenschlußmotor 252.  
 Drehspulengalvanometer 108.  
 Dreieck, charakteristisches 343.  
 Dreileiteranlage, Isolationsmessung 45, 51.  
 Dreiphasen-Gleichrichter 489.  
 Drexell 78.  
 Drexler 500.  
 Dreyfuß 476, 478.  
 Drysdale 69, 149, 187, 321.  
 Duane 136.  
 Du Bois 189, 197.  
 Du Bois-Reymond 62.  
 Duddel 54, 70, 108, 497.  
 Durchgangswiderstand, Isolatoren 41.  
 Durchschlagsfestigkeit, Isolierstoffe 153.  
 Durchschlagsspannung, spezif. 153.  
 Dyrh 461.  
 Ebert 499.  
 Edelmann 498.  
 Effektivwert, Wechselstromkurven 496.  
 Ehrens 59.  
 Eichberg 370, 440, 461, 466, 469, 474, 478, 484, 500.  
 Eichfehler 2.  
 Eichung, ballistisches Galvanometer 108, 113.  
 — Spannungsmesser 155.  
 — Strommesser 155.  
 Eichzähler 159.  
 Eickemeyer 204.  
 Einanker-Umformer, Arbeitskurven 452.  
 — Untersuchung 451, 457.  
 Einphasen-Asynchronmotor, Drehmoment 447, 450.  
 — Heylanddiagramm 440.  
 — Hysteresisdrehmoment 458.  
 — Leistungsfaktor 445, 450.  
 — Ossannadiagramm 448.  
 — Schlüpfung 448, 500.  
 — Trennung der Verluste 457.  
 — Untersuchung 439.  
 — Wirkungsgrad 448, 450.  
 Einphasen-Kommutatormotor 461.  
 Eisenprüfer, Epstein 211.  
 — Kapp 194.  
 Eisenuntersuchung, Apparat von Köpsel 200.  
 — ballistisch 180.  
 — an Blechbündeln 222.  
 — an Blechtafeln 222.  
 — an fertigen Körpern 222.  
 — mit Hochfrequenz 226.  
 — magnetische Wage 197.  
 — Magnetometer 174.  
 — Nullmethode 203.  
 — Schlußjoch 190.  
 — Wechselstrom 223.  
 — Wismutspirale 202.  
 — Zugkraftmethode 194.  
 Eisenverluste, Trennung 217, 282, 295, 457.  
 Elektrische Methode, direkte 259.  
 — — indirekte 268.  
 Elektrizitätsmenge, Messung 108.  
 Elektrizitätszähler, Leitsätze 160.  
 — Untersuchung 159.  
 Elektrometer, ballistisches 182.  
 — Differential- 127.  
 — Messung 71.  
 Elektromotorische Kräfte, Vergleichung 62.  
 Elemente, Widerstand 28, 30.  
 Elsaß 35.  
 Emanuël 69.  
 Emde 510.  
 Entmagnetisierungsfaktor 176.



- Epstein 211, 487.  
 Erdplattenwiderstand 35.  
 Erdschlußprüfer 61.  
 Evershed 154, 185.  
 Ewing 173, 188, 192, 200, 201, 204, 210.  
 Fehler einer Messung 1.  
 Fehlerort, Isolation 56.  
 Fehlerquelle, Photometrie 523.  
 Felderregung, Bestimmung 307.  
 Feldmann 52.  
 Feldverteilungskurven 226.  
 Fernspannungsmessung 85.  
 Fernsprechkabel, Isolationswiderstand 54.  
 Ferraris 92, 370.  
 Fessenden 91.  
 Fettfleckphotometer 522.  
 Feußner 62, 261.  
 Finsterwalder 511.  
 Fischer-Hinnen 40, 461, 513.  
 Fischinger 260.  
 Fitch 333.  
 Flächenhelligkeit 521.  
 Fleischmann 496.  
 Fleming 107, 508.  
 Fletcher 455.  
 Flimmerphotometer 530.  
 Flüssigkeitsbremse 261.  
 Fluxmeter 187.  
 Formfaktor 508.  
 Forsythe 138.  
 Fourier 502.  
 Frahm 392.  
 Franke 34, 54, 66, 88, 500.  
 Fränckel 458.  
 Franklin 34.  
 Fremderregte Generatoren,  
 — — äußere Charakteristik 238.  
 — — Belastungscharakteristik 237.  
 — — innere Charakteristik 239.  
 — — Leerlaufcharakteristik 236.  
 French 270.  
 Freudenberg 34.  
 Frisch 46.  
 Fröhlich 46, 48, 50, 69, 100.  
 Fynn 461, 466, 473.  
 Galvanometer, ballistisches 108, 113.  
 — Eichung 157.  
 — Wechselstrom- 34.  
 — Widerstand 27.  
 Gaußscher Induktor 181.  
 Gegenschaltungsmethode 348.  
 Gehrke 500.  
 Genauigkeit einer Messung 1.  
 Geschwindigkeitskurve, Gleichstrom-  
 motor, Doppelschluß 247.  
 — — Hauptschluß 245, 255.  
 — — Nebenschluß 256.  
 Gewecke 85, 161, 333.  
 Gibbon 135.  
 Giebe 117, 121, 122, 123, 124, 134, 149, 152.  
 Giersing 57.  
 Gill 195.  
 Giltay 34.  
 Glanz 521.  
 Gleichheitsphotometer 525.  
 Gleichrichter, chemische 485.  
 — Dreiphasen- 489.  
 — Einphasen- 321, 485.  
 — elektrische 486.  
 — mechanische 485.  
 — Rückzündung 487.  
 — Untersuchung 487.  
 — Wirkungsgrad 487.  
 Gleichspannung, Erzeugung hoher 155, 321.  
 Gleichstromgeneratoren, Doppelschluß 242.  
 — fremderregte 236.  
 — Hauptschluß 242.  
 — Nebenschluß 239.  
 — Parallelschaltung 257.  
 — Temperaturerhöhung 311.  
 — Wirkungsgrad 260.  
 Gleichstrommaschinen, Wirkungsgrad 258.  
 Gleichstrommotoren 243.  
 — Doppelschluß 247, 252.  
 — Geschwindigkeitskurve 245, 247, 255, 256.  
 — Hauptschluß 244, 252.  
 — Nebenschluß 252.  
 — Temperaturerhöhung 311.  
 — Wirkungsgrad 260.  
 Glimmlampe 490.  
 Glimmlicht-Oszillograph 500.  
 Glühkathodenröhre 153.  
 Glühlampe, Horizontalintensität 534.  
 — Photometrie 534.  
 — statische 61, 392.  
 — Verbrauch, spezifischer 537.  
 — Vertikalintensität 536.  
 — Widerstand 10.



- Glühlampe, Wirkungsgrad 537.  
 Goldschmidt 204, 209, 328, 361, 440, 494.  
 Goltze 188, 221.  
 Görges 99, 260, 440, 461, 474.  
 Grätz 485.  
 Grau 261.  
 Greinacher 70.  
 Grisson 485.  
 Grob 425.  
 Großgleichrichter 486.  
 Grover 121, 122, 128, 140, 149.  
 Gruhn 201.  
 Grüneisen 152.  
 Guilbert 397.  
 Guillet 182.  
 Gumlich 188, 192, 194, 221.  
 Gustrin 331.  
 Güteverhältnis, elektrisches 402, 432.  
 — Akkumulatoren 169.  
 Hahn 486.  
 Hahnemann 348.  
 Haidegger 102.  
 Halbperiodenkontakt 495, 508.  
 Halbpolare 399.  
 Halbringelektromagnet 188.  
 Hallisches Phänomen 202.  
 Hallwachs 71, 72.  
 Hartenheim 518.  
 Hartmann-Kempf 54.  
 Haupt 178.  
 Hauptschlußgenerator, äußere Charakteristik 242.  
 — Wirkungsgrad 260, 304.  
 Hauptschlußmotor, Gleichstrom, Charakteristik, äußere 244.  
 — — — innere 245.  
 — — Drehmomentkurve 245, 252.  
 — — Geschwindigkeitskurve 245, 255.  
 — — Wirkungsgrad 260, 308.  
 — Wechselstrom, doppelt gespeister 470.  
 — — indirekt gespeister 465, 468.  
 — Mehrphasenstrom 474.  
 Hausrath 21, 66, 135, 136.  
 Hay 122.  
 Hechler 486.  
 Hofner-Alteneck, v. 260, 519, 535.  
 Hefnerkerze 519.  
 Heimscher Schlüssel 119.  
 Heinke 118, 348.  
 Heinrich 47.  
 Helmholtz 117.  
 Hellmund 461.  
 Hendricks 154.  
 Henrici 518.  
 Hermann 223, 511.  
 Heß 499.  
 Heubach 410, 440.  
 Heyland 410, 414, 474, 477, 484.  
 — Diagramm 410, 440.  
 Hilfserde 36.  
 Hilfsmotormethode 301, 455.  
 Hillebrand 476, 478.  
 Ho 136.  
 Hobart 362, 414.  
 Hochfrequenzstromquellen 54.  
 Hochfrequenzströme, Messung 91.  
 Hochspannung, Isolationsprüfung 61.  
 — Leistungsmessung 80.  
 Hochspannungsisolatoren, Prüfung 154.  
 Hochspannungskabel, Untersuchung 321.  
 Hockin 22.  
 Högnier 547.  
 Hohage 135.  
 Holborn 178.  
 Holden 204.  
 Holm 186.  
 Honsu 301.  
 Hoor, v. 437.  
 Hopkinson 190, 268, 414.  
 — Gesetz 191.  
 Horschitz 439.  
 Hospitalier 500.  
 Houston 511.  
 Howard 202.  
 Howe 122.  
 Hubert 260.  
 Hund 223.  
 Hutchinson 270.  
 Hyde 535.  
 Hysteresis, magnetische, bei Widerständen 154.  
 Hysteresismesser 216.  
 Hysteresisschleife, dynamische 225.  
 Hysteresisschleife, statische 175, 181.  
 Hysteresiswinkel, magnetischer 335, 461.  
 Hysteresisdrehmoment 458.  
 Iliovici 139.  
 Indikatormethode 263.  
 Indirekte elektrische Methode 268.

- Induktion, gegenseitige, Messung 140, 141.  
 — — — Vergleichung mit gegenseitiger Induktion 145, 147.  
 — — — mit Kapazität 142.  
 — — — mit Selbstinduktion 144, 148.  
 Induktionsspule 113.  
 Induktor, Gaußscher 181.  
 Instrumentfehler 2.  
 Integralphotometer 548.  
 Integrant 224.  
 Integration, zeichnerische 224.  
 Inverses Drehfeld 377.  
 Isolations-Fehlerort 56.  
 — -Messer f. Wechselstrom 60.  
 — -Messung, Akkumulatoren 53.  
 — — Fernsprechkabel 54.  
 — — Hochspannung 61.  
 — — im Betrieb 46.  
 — — Straßenbahnen 52.  
 — — Transformatoren 332.  
 — -Prüfung 41.  
 — — Wechselstromanlagen 59.  
 — -Widerstand, Messung 37, 43.  
 Isolatoren, Durchgangswiderstand 41.  
 — Oberflächenwiderstand 41.  
 — Prüfung 154.  
 — spezifischer Widerstand 41.  
 Isolierstoffe, Durchschlagsfestigkeit 153.  
 — Untersuchung 41.  
 Isthmismethode 188.  
 Jäger 20, 27, 67, 122.  
 Jakob 515.  
 Jobst 263.  
 Jonas 461, 476.  
 Joubert 127, 491.  
 Joubertsche Scheibe 135, 231, 491.  
 Kabel, Isolation 38.  
 — Kapazität 122, 327.  
 — Phasenwinkel 122.  
 — Widerstand 122.  
 Kade 350.  
 Kahle 67.  
 Kahn 314.  
 Kallmann 46, 52.  
 Kapazität, absolute Messung 122, 124.  
 — Akkumulatoren 169.  
 — Korrektionsfaktor 323.  
 Kapazität, Leitungen 60.  
 — Unterseekabel 56.  
 — Vergleichung 115, 118, 120.  
 — — mit gegenseitiger Induktion 142, 148.  
 — — mit Selbstinduktion 136, 138, 148.  
 — von Wechselstromapparaten 321.  
 Kapp 52, 131, 194, 195, 268, 345, 437.  
 Kaufmann 206, 225.  
 Keinath 439.  
 Kelvin 517.  
 Kennely 91, 511, 548.  
 Kirchhoff 5, 17.  
 KIRSTÄDTER 187.  
 Koch 485.  
 — v. 461.  
 Kocher, Untersuchung 171.  
 — Wirkungsgrad 172.  
 Kock 154.  
 Koeffizient der gegenseitigen Induktion 140, 141, 142, 144, 145, 147, 148.  
 — der Selbstinduktion, Messung 125, 129, 319.  
 — — — absolute 135.  
 — — — Vergleichung mit gegenseitiger Induktion 144, 148.  
 — — — mit Kapazität 136, 138, 148.  
 — — — mit Selbstinduktion 132.  
 Kohlrausch 19, 33, 35, 178, 181, 516.  
 Kolben 272, 408.  
 Kommutation, Untersuchung 312.  
 Kommutator, Kurve 233.  
 — Potentialkurve 232.  
 — Übertemperatur 312.  
 Kommutatormotor, Doppelschluß 472, 484.  
 — doppelt gespeister 470.  
 — Einphasen- 462.  
 — Hauptschluß- 462, 474.  
 — kompensierter 468.  
 — Mehrphasen- 474.  
 — Nebenschluß- 471, 477.  
 — Repulsions- 465, 477.  
 Kompensations-Apparat 62.  
 — für Wechselstrom 68, 135.  
 — Einrichtung, technische 67.  
 — Methode 62, 333, 334.  
 Kompensator, komplexer 69, 92, 135.



- Kondensator 114.  
 — Verlustwinkel 122.  
 König 34, 125, 485, 515.  
 Königsberger 182.  
 Konstante, ballistische 110.  
 Kontaktgeber, Halbperioden 495, 508.  
 — magnetischer 494.  
 — mechanischer 491.  
 — nach Blondel 493.  
 — nach Joubert 491.  
 — nach Schade 492.  
 Kontrastphotometer 525.  
 Köpsel 200.  
 Korrektionsfaktor bei Kapazität 323.  
 — bei Selbstinduktion 320.  
 Korrektionskurve, Arbeitsmesser 162.  
 — Spannungsmesser 159.  
 — Strommesser 157.  
 — Zähler 162.  
 Kreiselpumpe 261.  
 Kriechen der Magnetnadel 178.  
 Kries, v. 54.  
 Krüger 66.  
 Krukowski, v. 161.  
 Krüß 539, 541.  
 Kuderna 101.  
 Kugelphotometer 548.  
 Kuhlmann 294.  
 Kuhn 515.  
 Kühns 508.  
 Kunstphase 68.  
 Kurlbauun 122.  
 Kurvenanalyse 501.  
 Kurvenindikator 500.  
 Kurvenzeichner 201.  
 Kurzschlußcharakteristik 366.  
 Kurzschlußdiagramm 357.  
 Kurzschlußstrom 315.  
 Kurzschlußversuch, Gleichstrommaschinen 272, 275.  
 — Transformator 344, 354.  
 — Wechselstromgenerator 372.  
 La Cour, J. L. 425, 428, 459, 472.  
 Lamb 194.  
 Lampencharakteristik 537.  
 Larsen 69, 92, 135.  
 Latour 466, 467, 469, 470, 472, 476.  
 Laue 321.  
 Leblanc 439.  
 Le Conte 518.  
 Leduc 202.  
 Leerlaufcharakteristik, Gleichstrom-generator 236, 240.  
 — Wechselstromgenerator 362.  
 Leerlaufdiagramm 359.  
 Leerlaufversuch, Gleichstrommaschine 272.  
 — Transformator 344, 354.  
 Lehmann 425, 426.  
 Leistungsfaktor 101, 108, 415, 432; 445, 450, 483.  
 Leistungsmesser 92.  
 — elektrostatischer 90.  
 — Hochspannungs- 108.  
 — Untersuchung 159.  
 Leistungsmessung 68, 78, 82, 92.  
 — Mehrphasenstrom 96.  
 — Nullmethode 81.  
 Lenard 202.  
 Leonard, Ward 235.  
 Lichtenstein 79, 155, 321.  
 Lichtmenge 521.  
 Lichthyeresiskurve 537.  
 Lichtschwankung 538.  
 Lichtschwerpunkt 543.  
 Lichtstärke 519.  
 — Bogenlampen 538.  
 — Glühlampen 536.  
 — mittlere räumliche 543.  
 — rechnerische Bestimmung 544.  
 — zeichnerische Bestimmung 545.  
 Lichtstrom 520.  
 — Diagramm 546.  
 — Kugel 547.  
 — Papier 547.  
 Lichtverteilungskurve 536.  
 Liebenow 53.  
 Liebenthal 547.  
 Lindeck 27.  
 Linke 292.  
 Linker 68, 154, 309, 461, 538.  
 Liska 226.  
 Logarithmenpapier 174.  
 Lombardi 425.  
 Longhuyzen 221.  
 Loppé 508.  
 Lory 136.  
 Low 188.  
 Lulofs 108.  
 Lumen 521.  
 Lumenmeter 548.  
 Lummer 519, 524.  
 Lundell 467.  
 Lutowslawski 500.



- Lux 521.  
 Lyle 225.  
 Mader 518.  
 Magnetischer Spannungsmesser 188.  
 Magnetische Waage von Cotton 200.  
 — — von Du Bois 197.  
 — — von Ewing 200.  
 Magnetisierung, drehende 223.  
 — Kurve, dynamische 225.  
 — — statische 175, 181.  
 — — von Maschinen 237.  
 Magnetisierungsstrom, Meßwandler 333.  
 — Transformator 335.  
 Magnetometrische Methode 174.  
 Magnetspulen, Übertemperatur 311.  
 Magnetstab, Zugkraft 195.  
 Mance 28, 50.  
 Marchant 497.  
 Martens 526, 532.  
 Martionssen 439.  
 Martin 472.  
 Mather 108.  
 Mattersdorf 269.  
 Matthews 548.  
 Matthiessen 22.  
 Mauduit 318.  
 Maxwell 71, 122, 129, 132, 136, 144, 145, 195.  
 Mehmke 280.  
 Mehrleiteranlage, Isolationsmessung 45, 51.  
 Mehrphasen-Kommutatormotor 474.  
 Mehrphasenmotor, asynchroner 410.  
 — Drehmoment 429.  
 — Heylanddiagramm 410.  
 — Ossannadlagramm 425.  
 — Schlüpfung 430.  
 — Streuungskoeffizient 432.  
 — Überlastbarkeit 434.  
 — Untersuchung 410.  
 — Wirkungsgrad 431.  
 Mehrphasenmotor, Doppelschluß- 484.  
 — Hauptschluß- 474.  
 — Nebenschluß- 477.  
 — Repulsions- 477.  
 — synchroner 393.  
 Meßbrücke, Berechnung 7.  
 — Wechselstrom 122.  
 — Wheatstonesche 4.  
 Meßtransformator 84.  
 — Magnetisierungsstrom 333.  
 Meßtransformator, Phasenwinkel 334.  
 — Prüfung 333.  
 — Übersetzungsverhältnis 334.  
 Messung, absolute 1.  
 — Fehler 1.  
 — Genauigkeit 1.  
 — relative 1.  
 Meurer 511.  
 Michalke 494.  
 Michelson 518.  
 Milch 469.  
 Millar 530.  
 Molnar 330.  
 Möllinger 180, 222, 333.  
 Monasch 549.  
 Montpellier 37.  
 Mordey 361, 403.  
 Mörk 52.  
 Morphy 227.  
 Morris-Airey 532, 537.  
 Moser 425, 426, 435, 467.  
 Moscicki 154.  
 Motorgenerator, Wirkungsgrad 259.  
 Motorzähler 161.  
 Müllendorff 46.  
 Müller 269.  
 Multiplikationsmethode 181.  
 Multizellularelektrometer 9.  
 Murdoch 179, 200.  
 Murray 56.  
 Naatz 224.  
 Nadelfunkstrecke 153, 156.  
 Nadelgalvanometer 108.  
 Nadelschaltung 74.  
 Natalis 393.  
 Naturkonstantentabelle 551.  
 Nebenschlußdekade 66.  
 Nebenschlußgenerator 239.  
 — äußere Charakteristik 240.  
 — Belastungscharakteristik 240.  
 — Leerlaufcharakteristik 240.  
 — Wirkungsgrad 260, 306.  
 Nebenschlußmotor, Gleichstrom-, Drehmoment 252.  
 — — Geschwindigkeitskurve 256.  
 — — Wirkungsgrad 260, 309.  
 — Wechselstrom 471.  
 — Mehrphasenstrom 477.  
 Nernst 30.  
 Niebuhr 136.  
 Nielsen 486.  
 Nippoldt 35.

Normal-Eichzähler 159.  
 Normalelement, Clark 74.  
 — Untersuchung 66.  
 — Weston 67, 74.  
 Normalkondensator 121.  
 Northrup 320.  
 Oates 139.  
 Oberflächenwiderstand, Isolatoren 41.  
 Ölschläger 498.  
 Ondograph 500.  
 Ondracek 515.  
 Orlich 72, 78, 79, 81, 95, 100, 116, 117, 135, 149, 166, 167, 487.  
 Oschwald 227.  
 Osnos 461, 467, 470, 473, 476.  
 Ossanna 397, 398, 410, 425.  
 — Diagramm 425, 448.  
 Oszillograph 70, 232, 497.  
 — elektrostatischer 499.  
 — Glimmlicht 500.  
 Parallelschaltung, Gleichstromgenerator 257.  
 — Wechselstromgenerator 380.  
 Parks 547.  
 Pasqualini 261.  
 Paterson 79.  
 Pendelzähler 162.  
 Pentanlampe 520.  
 Permeabilität, Bestimmung 222.  
 — Brücke 204.  
 Permeameter 187, 193, 194, 200.  
 Perry 121.  
 Petersen 154, 426.  
 Peukert 82, 88, 89, 135, 203, 288.  
 Phasenlampe 382.  
 Phasenregler 160.  
 Phasenwinkel großer Widerstände 149.  
 — kleiner Widerstände 27.  
 — Meßwandler 334.  
 Phasometer 135.  
 Phot 521.  
 Photometer Bunsen 522.  
 — Flimmer 530.  
 — Integral 548.  
 — Kugel 548.  
 — Lummer-Brodhun 524.  
 — Martens 526.  
 — Polarisations- 532.  
 — Ritchie 523.  
 — Weber 529.

Photometrie 519.  
 — Bogenlampen 538.  
 — Einheiten 520, 522.  
 — Glühlampen 534.  
 — Grundgesetz 520.  
 Pichelmayer 318, 425, 426, 461, 511.  
 Picou 193.  
 Pillier 52.  
 Pirani 142.  
 — v. 280.  
 Pohl 209, 237.  
 Polak 486  
 Polarkurve 548.  
 Poldiagramm 226.  
 Pole, freie 173.  
 Pollak 485.  
 Polycyklisches System 507.  
 Porter 52.  
 Potentialdiagramm, Transformator 341.  
 Potentialkurve, Kommutator 232.  
 Potentiometer 69.  
 Potier 440.  
 Poulsenlampe 54.  
 Preuß 6.  
 Prisma, Lummersches 529.  
 Projektionsmethode 511.  
 Pronyscher Zaum 260.  
 Prüfstation, Hochspannungskabel 321.  
 Prüftransformator 154.  
 Punga 362, 470, 474.  
 Pupin 516.  
 Quadrantelektrometer 71, 135.  
 Quadrantenschaltung 74, 78.  
 Querfeldtheorie 440.  
 Quincke 152.  
 Rad 522.  
 Radtke 103.  
 Raps 66.  
 Rasch 88.  
 Rayleigh 34, 177.  
 Rayner 79, 81.  
 Rechenschieber, elektrischer 7.  
 Reduktion auf kleine Bögen 112.  
 Regler 393.  
 Regulierungskurve, Gleichstromgenerator 249.  
 — Wechselstromgenerator 367.  
 Relative Messung 1.  
 Repulsionsmotor, Einphasen- 465.  
 — kompensierter 468, 472.  
 — Mehrphasen- 477.



- Resonanz 323.  
 — zur Vergleichung von Induktions-  
 koeffizienten 135.  
 Reuschle 408.  
 Rheograph 498.  
 Richter 216, 222, 461, 465.  
 Richtungslineal 514.  
 Rieter 261.  
 Righi 202.  
 Roehle 301.  
 Rogowski 188, 221, 350.  
 Roiti 142.  
 Rood 530.  
 Rosa 67, 116, 121, 122, 128, 140, 501.  
 Rose 222, 508.  
 Rosenberg 438.  
 Rößler 440.  
 Roth 478, 516.  
 Rotth 208.  
 Rousseau 539, 545.  
 Rowland 181.  
 Rubens 69.  
 Rücker 188.  
 Rückscheerung 177.  
 Rüdenberg 476.  
 Runge 509, 510.  
 Rusch 467.  
 Ryan 494.  
 Sahulka 43, 51, 410, 495, 537.  
 Saiten-Oszillograph 498.  
 — Unterbrecher 117.  
 Salomonson 90.  
 Sammler, Untersuchung 167.  
 Samojloff 436.  
 Sauty, de 119, 120, 122.  
 Sauvage 104.  
 Schäfer, B. 486, 487, 490.  
 Schenkel 155, 321, 461, 475.  
 Scherbius 484.  
 Schering 27, 68, 70, 121, 151, 334.  
 Scherungskurve 192.  
 Scherungslinie 178.  
 Schienenstoß, Widerstand 37.  
 Schillo 437.  
 Schleicher 187, 439.  
 Schleiermacher 511.  
 Schleifenmethode 56.  
 Schlupfzähler 439.  
 Schlüpfung 416, 430.  
 — Messer, stroboskopisches 436.  
 — Messung 436.  
 — Zähler 439.  
 Schlüssel von Heim 119.  
 Schlüssel von Zeleny 116, 118.  
 Schlußjoch 190.  
 Schmidt 67, 70, 116, 121, 151, 188,  
 192.  
 Schmiedel 97, 221.  
 Schmoller 193.  
 Schneckenberg 439.  
 Schnellregler 393.  
 Schrage 484.  
 Schröter 490.  
 Schüler 438.  
 Schultze 71, 72, 74, 78, 437, 485, 486.  
 Schutzringelevtrometer 90.  
 Schwaiger 393.  
 Schweitzer 439.  
 Schwingungsdauer 110.  
 Searle 114, 146.  
 Seefehlner 499.  
 Seibt 438.  
 Sekohmmeter 121.  
 Selbstbelastungsschaltung, Trans-  
 formator 331.  
 Selbstentladung, Akkumulator 170.  
 Selbstinduktion, Koeffizient 125,  
 129, 319.  
 — Korrektionsfaktor 320.  
 — Vergleich mit gegenseitiger In-  
 duktion 144, 148.  
 — — mit Kapazität 136, 138, 148.  
 — — mit Selbstinduktion 132,  
 136.  
 — Vergleichsnormale 135.  
 — Variator 135.  
 Sharp 135, 153, 333, 518, 530, 535.  
 Siebert 255.  
 Signierungsprinzip 408.  
 Silberberg 426.  
 Silbermann 515.  
 Silbervoltmeter 82.  
 Simons 59, 162, 408.  
 Sinusinduktion 516.  
 Sinuspapier 515, 546.  
 Skalare Darstellung 12.  
 Skutsch 46.  
 Slaby 514.  
 Smith 362.  
 Sonden, v. 514.  
 Spannungsabfall, Methode 58.  
 — Transformator 343.  
 — Wechselstromgenerator 364, 365,  
 368, 371, 375.  
 Spannungsänderung- 241, 343, 350,  
 365, 375.



- Spannungskurven, Aufnahme 492, 499.  
 Spannungsmesser, Eichung 66, 155.  
 — Hochspannung 156.  
 — Korrektionskurve 159.  
 — magnetischer 188, 333.  
 — Methode der drei 105.  
 — Prüfung 155.  
 Spannungsregler 393.  
 Spannungsresonanz 324.  
 Spannungsteiler 157.  
 Spannungswandler 84, 333.  
 Sparschaltung 268, 351, 452.  
 Speisepunkt, Spannungsmessung, entfernter 85.  
 Spezifischer Widerstand 31, 32.  
 Spiegel, Absorptionskoeffizient 541.  
 — Derivator 234.  
 — Torsionsmesser 260.  
 Statische Glühlampe 61.  
 Steinmetz 440, 480.  
 — Formel 216.  
 Stephans Korrektionsfaktor 92.  
 Stern 100.  
 Stobrawa 52.  
 Stößel 37.  
 Straßenbahn, Isolationsmessung 52.  
 Stratton 518.  
 Streufaktor, Blondel 413.  
 — Heyland 414.  
 — Hopkinson 414.  
 Streuinduktivität, Transformator 134.  
 Streuspannung, Transformator 350.  
 Streuungskoeffizient, Bestimmung 206, 209, 432.  
 Stromdichte, Bürsten 314.  
 Stromkurven, Aufnahme 495.  
 Strommesser, Eichung 66, 155.  
 — Methode der drei 107.  
 — Korrektionskurve 157.  
 — Prüfung 155.  
 Stromresonanz 325.  
 — Schaltung 151, 153.  
 Stromwandler 84, 333.  
 Stroud 139.  
 Styff 392.  
 Sumec 425, 547.  
 Summerumformer 34, 117.  
 Sumpner 105, 135, 351.  
 Suszeptibilität 179.  
 Swineburne 105.  
 Switzer 501.  
 Synchronisierende Kraft 389.  
 Synchronisierschaltungen 392.  
 Synchronisierungsanzeiger 392.  
 Synchronmotor, Einphasen-, Anlassen 405.  
 — — Arbeitsdiagramm 397.  
 — — Untersuchung 393.  
 — Mehrphasen- 393.  
 Tachograph 291.  
 Taylor 139, 140, 520.  
 Teichmüller 392, 522, 547.  
 Telautograph 201.  
 Telephon, optisches 69.  
 Temperaturerhöhung 272.  
 — Gleichstrommaschinen 311.  
 — Transformatoren 328, 331.  
 — Wechselstromgeneratoren 360.  
 Temperaturkoeffizient, Ermittlung 61.  
 Terada 518.  
 Thermosäule, Untersuchung 170.  
 — Wirkungsgrad 171.  
 Thieme 91.  
 Thiermann 66.  
 Thomälen 425, 426, 440, 547.  
 Thompsen, S. 194.  
 Thomson, E. 466.  
 — J. J. 122, 123.  
 — W. 27, 71, 90, 118, 517.  
 — Doppelbrücke 23, 264.  
 Tirrilregulator 393.  
 Torroid 181.  
 Torsionsmesser, Spiegel 260.  
 Torsionspermeameter 194.  
 Tourenregler 123.  
 Townsend 225, 495.  
 Trägheitsmoment, Bestimmung 289.  
 Transformator, Dauerbelastung 327.  
 — Diagramm 334.  
 — Isolationsfestigkeit 332.  
 — Kurzschlußdiagramm 357.  
 — Leerlaufdiagramm 359.  
 — Potentialdiagramm 341.  
 — Spannungsabfall 343.  
 — Streuspannung 350.  
 — Temperaturerhöhung 328.  
 — Übersetzungsverhältnis 337.  
 — Wirkungsgrad 259, 351.  
 Trennung, Eisenverluste, Asynchronmotor 457.  
 — — Transformator 217, 282, 295.  
 — Methode 278.  
 Trowbridge 136, 141.

- Tschernyschoff 90.  
 Tschudy 486.  
 Übergangswiderstand, Bürsten 265, 316.  
 Überlastbarkeit, Mehrphasenmotor 434.  
 Übersetzungsverhältnis, Meßwandler 334.  
 — Transformator 337, 344.  
 Übertemperatur, Anker 312.  
 — Gleichstrommaschine 311.  
 — Kommutator 312.  
 — Magnetspulen 311.  
 Ulbricht 548.  
 — Kugel 547, 548.  
 Umdrehungszahlkurve 292.  
 Umformer, Arbeitskurven 452.  
 — Untersuchung 451.  
 — Wirkungsgrad 259.  
 Umschalter, rotierender 123.  
 Underhill 7.  
 Unipolare Methode 179.  
 Universal-Galvanometer 6.  
 — Photometer 530.  
 Unterseekabel, Kapazität 56.  
 V-Kurven, Einankerumformer 452.  
 — Synchronmotor 408.  
 Vanni 439.  
 Variator, gegenseitige Induktion 146.  
 — Selbstinduktion 135.  
 Varley 57.  
 Vavrecka 513.  
 Ventilröhre 321.  
 Vergleichsnormale, gegenseitige Induktion 146.  
 — Selbstinduktion 135.  
 Vergleichswiderstand, Flüssigkeits- 151.  
 Verlust, Trennung 217, 282.  
 — Winkel von Widerständen 149.  
 — Ziffer von Eisen 213, 215.  
 Vertauschungsmethode 7.  
 Vertikalintensität, Bogenlampen 540.  
 — Glühlampen 536.  
 Verzögerungswinkel, magnetischer 335.  
 Vibrations-Elektrometer 70.  
 — Galvanometer 69.  
 Vieweg 333.  
 Vignoles 185.  
 Vinal 67.  
 Voege 206.  
 Vogel 34.  
 Voltameter 82.  
 Wage, magnetische 197, 200.  
 Wagner, K. W. 56, 149, 151.  
 Walker 194.  
 Wall 461.  
 Wasserbremse 261.  
 Weber 181.  
 — L. 529, 532.  
 Wechselspannung, Messung 68, 77.  
 — — hoher 83.  
 Wechselstromgalvanometer 34, 139.  
 Wechselstromgenerator, Belastungscharakteristik 363.  
 — Charakteristik, äußere 365.  
 — charakteristische Kurven 362.  
 — Kurzschlußcharakteristik 366.  
 — Kurzschlußversuch 372.  
 — Leerlaufcharakteristik 362.  
 — Parallelschaltung 380.  
 — Regulierungskurve 367.  
 — Spannungsabfall 364, 365, 368, 371.  
 — Temperaturerhöhung 360.  
 — Wirkungsgrad 452.  
 Wechselstrom, geringer Stärke, Messung 90.  
 Wechselstrominstrumente, Prüfung 158.  
 Wechselstrom-Kommutatormotor 461.  
 — Doppelschlußmotor 472.  
 — Hauptschlußmotor 462.  
 — Nebenschlußmotor 471.  
 — Repulsionsmotor 465.  
 Wechselstromkurven, Aufnahme 491.  
 Wechselstrommeßbrücke 122.  
 Wechselstrom, Meßgerät für schwachen 34.  
 — Messung 68.  
 — — bei Hochspannung 83.  
 Wechselstromwiderstand, Messung 319.  
 Wehnelt 498, 499.  
 Weicker 154.  
 Weintraub 487.  
 Weißhaar 174.  
 Wellenstrom 501.  
 — Lichtbogen 118.



- Wertheimer 149.  
 Weston-Normalelement 67, 74.  
 Wettler 265.  
 Wheatstone, Meßbrücke 4.  
 White 66.  
 Widerstand, Anker 264.  
 — Bürstenübergang 265.  
 — Elemente 28, 30.  
 — Galvanometer 27.  
 — Glühlampe 10.  
 — Hysteresis 154.  
 — induktionsfreier 68, 79.  
 — Messung 4, 67.  
 — — kleiner 22, 23.  
 — — nach Ohmschem Gesetz 8.  
 — Schienenstoß 37.  
 — spezifischer 31, 32, 41.  
 Wiechert 36.  
 Wien, M. 54, 69, 70, 117, 122, 125, 135.  
 Williams 140.  
 Wilmore 66.  
 Wilson 474, 500.  
 Winkelspiegel 535.  
 Winter 466, 469, 474, 478, 483.  
 Wirbelstrombremse 260, 393.  
 Wirkungsgrad, Akkumulator 169.  
 — Einphasenmotor, asynchron 448, 450.  
 — elektrischer Kocher 172.  
 — Gleichrichter 487.  
 — Gleichstrommaschinen 258.  
 — Glühlampe 537.  
 — Mehrphasenmotor, asynchron 431.  
 — — Nebenschluß 483.  
 — Motorgenerator 259.  
 — Thermosäule 171.  
 — Transformator 259, 351.  
 — Umformer 259.  
 — Wechselstrommaschinen 452.  
 Wirkungsgradbestimmung durch:  
 — Auslaufmethode 288.  
 — Bremsmethode 260.  
 — Differentialmethode 268, 452.  
 — direkte elektrische Methode 259.  
 — Hilfsmotormethode 301, 455.  
 — Indikatormethode 263.  
 — Leerlaufs- und Kurzschlußversuch 272, 354.  
 — Trennungsmethode 278.  
 — Verlustlinien-Strahlenbüschel 404.  
 — Zurückarbeitungsmethode 268, 452.  
 Wirz 85.  
 Wismutspirale 202, 226.  
 Wohllauer 547.  
 Wöhler 485.  
 Wolff 67, 393.  
 Wollastonprisma 533.  
 Worthing 112.  
 Wright 7.  
 Wurm 37.  
 Wurmbach 59.  
 Ytterberg 185, 301.  
 Yule 518.  
 Zaum, Pronyscher 260.  
 Zeitkonstante großer Widerstände 149.  
 Zeleny 116, 118.  
 Zickler 536.  
 Ziehl 439.  
 Zipp 461.  
 Zugkraft, Magnetstab 195.  
 — Methode 194.  
 Zurückarbeitungsmethode 268, 351, 452.  
 Zylinderfunkenstrecke 154.





Druck der Spamerschen Buchdruckerei in Leipzig.

Manuldruck von F. Ullmann G. m. b. H., Zwickau Sa.

**Elektrotechnische Meßinstrumente.** Ein Leitfaden. Von **Konrad Gruhn**, Oberingenieur und Gewerbestudienrat. Zweite, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 321 Textabbildungen. 1923. Gebunden GZ. 5.8

---

**Messungen an elektrischen Maschinen.** Apparate, Instrumente, Methoden, Schaltungen. Von **Rud. Krause** †. Fünfte, vermehrte und verbesserte Auflage von **Georg Jahn**, Diplomingenieur. Mit etwa 100 Textabbildungen. In Vorbereitung.

---

**Meßgeräte und Schaltungen für Wechselstrom-Leistungsmessungen.** Von **Werner Skirl**, Oberingenieur. Zweite, umgearbeitete und erweiterte Auflage. Mit 41 Tafeln, 31 ganzseitigen Schaltbildern und zahlreichen Textbildern. Erscheint im Frühjahr 1923.

---

**Meßgeräte und Schaltungen zum Parallelschalten von Wechselstrommaschinen.** Von Oberingenieur **Werner Skirl**. Zweite, erweiterte und umgearbeitete Auflage. Mit 30 Tafeln, 30 ganzseitigen Schaltbildern und vielen Textbildern. Erscheint Ende Frühjahr 1923.

---

**Der Wechselstromkompensator.** Von **Dr.-Ing. W. v. Krukowski**. Mit 20 Abbildungen im Text und auf einem Textblatt. (Sonderabdruck aus „Vorgänge in der Scheibe eines Induktionszählers und der Wechselstromkompensator als Hilfsmittel zu deren Erforschung“.) 1920. GZ. 3.8

---

**Kurzes Lehrbuch der Elektrotechnik.** Von **Dr. Adolf Thomälen**, a. o. Professor an der Technischen Hochschule Karlsruhe. Neunte, verbesserte Auflage. Mit 555 Textbildern. 1922. Gebunden GZ. 9

---

**Hilfsbuch für die Elektrotechnik.** Unter Mitwirkung namhafter Fachgenossen bearbeitet und herausgegeben von **Prof. Dr. Karl Strecker**, Geh. Oberpostrat, Berlin. Zehnte, umgearbeitete Auflage. In drei Teilen. In Vorbereitung.

---

**Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik.** Von **Prof. Dr. Gustav Benischke**. Sechste, vermehrte Auflage. Mit 633 Abbildungen im Text. 1922. Gebunden GZ. 15

---

**Kurzer Leitfaden der Elektrotechnik für Unterricht und Praxis in allgemeinverständlicher Darstellung.** Von **Ingenieur Rud. Krause**. Vierte, verbesserte Auflage, herausgegeben von **Prof. H. Vleweger**. Mit 375 Textfiguren. 1920. Gebunden GZ. 6

---

*Die Grundzahlen (GZ.) entsprechen den ungeführten Vorkriegspreisen und ergeben mit dem jeweiligen Entwertungsfaktor (Umrechnungsschlüssel) vervielfacht den Verkaufspreis. Über den zur Zeit geltenden Umrechnungsschlüssel geben alle Buchhandlungen sowie der Verlag bereitwilligst Auskunft.*

---

**Aufgaben und Lösungen aus der Gleich- und Wechselstromtechnik.** Ein Übungsbuch für den Unterricht an technischen Hoch- und Fachschulen sowie zum Selbststudium. Von Prof. H. Vleweger. Achte Auflage. Mit 210 Textfiguren und 2 Tafeln. 1923. GZ. 4; gebunden GZ. 5

---

**Theorie der Wechselströme.** Von Dr.-Ing. Alfred Fraenckel. Zweite, erweiterte und verbesserte Auflage. Mit 237 Textfiguren. 1921. Gebunden GZ. 11

---

**Ankerwicklungen für Gleich- und Wechselstrommaschinen.** Ein Lehrbuch. Von Prof. Rudolf Richter, Karlsruhe. Mit 377 Textabbildungen. Berichtigter Neudruck. 1922. Gebunden GZ. 11

---

**Die Hochspannungs-Gleichstrommaschine.** Eine grundlegende Theorie. Von Elektro-Ingenieur Dr. A. Bolliger, Zürich. Mit 53 Textfiguren. 1921. GZ. 2

---

**Die Berechnung von Gleich- und Wechselstromsystemen.** Neue Gesetze über ihre Leistungsaufnahme. Von Dr.-Ing. Fr. Natalis. Mit 19 Textfiguren. 1920. GZ. 1

---

**Die symbolische Methode zur Lösung von Wechselstromaufgaben.** Einführung in den praktischen Gebrauch. Von Hugo Ring, Ingenieur, Hamburg. Mit 33 Textfiguren. 1921. GZ. 2.3

---

**Schaltungen von Gleich- und Wechselstromanlagen.** Dynamomaschinen, Motoren und Transformatoren, Lichtanlagen, Kraftwerke und Umformerstationen. Ein Lehr- und Hilfsbuch. Von Studienrat Dipl.-Ing. Emil Kosack, Magdeburg. Mit 226 Textabbildungen. 1922. GZ. 4; gebunden GZ. 6

---

**Elektrische Schaltvorgänge und verwandte Störungserscheinungen in Starkstromanlagen.** Von Prof. Dr.-Ing. und Dr.-Ing. e. h. Reinhold Rüdenberg, Oberingenieur, Privatdozent, Berlin. Mit 477 Abbildungen im Text und 1 Tafel. Erscheint im Frühjahr 1923.

---

**Elektrische Starkstromanlagen.** Maschinen, Apparate, Schaltungen, Betrieb. Kurzgefaßtes Hilfsbuch für Ingenieure und Techniker sowie zum Gebrauch an technischen Lehranstalten. Von Studienrat Dipl. Ing. Emil Kosack, Magdeburg. Sechste, durchgesehene und ergänzte Auflage. Mit 296 Textfiguren. 1923. GZ. 5; gebunden GZ. 5.8

---

*Die Grundzahlen (GZ.) entsprechen den ungefähren Vorkriegspreisen und ergeben mit dem jeweiligen Entwertungsfaktor (Umrechnungsschlüssel) vervielfacht den Verkaufspreis. Über den zur Zeit geltenden Umrechnungsschlüssel geben alle Buchhandlungen sowie der Verlag bereitwilligst Auskunft.*



**Die Elektrotechnik und die elektromotorischen Antriebe.** Ein elementares Lehrbuch für technische Lehranstalten und zum Selbstunterricht. Von Dipl.-Ing. **Wilhelm Lehmann**. Mit 520 Textabbildungen und 116 Beispielen. 1922. Gebunden GZ. 9

---

**Elektromotoren.** Ein Leitfadens zum Gebrauch für Studierende, Betriebsleiter und Elektromonteur. Von Dr.-Ing. **Johann Grabscheid**. Mit 72 Textabbildungen. 1921. GZ. 2.8

---

**Die Elektromotoren in ihrer Wirkungsweise und Anwendung.** Ein Hilfsbuch für Maschinen-Techniker. Von **Karl Meller**, Oberingenieur. Zweite, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit etwa 153 Textabbildungen. Erscheint im Mai 1923.

---

**Der Drehstrommotor.** Ein Handbuch für Studium und Praxis. Von Prof. **Jullus Heubach**, Direktor der Elektromotorenwerke Heidenau, G. m. b. H. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 222 Abbildungen. 1923. Gebunden GZ. 14.5

---

**Die asynchronen Wechselfeldmotoren.** Kommutator- und Induktionsmotoren. Von Prof. Dr. **Gustav Benischke**. Mit 89 Abbildungen im Text. 1920. GZ. 3.5

---

**Die Transformatoren.** Von Prof. Dr. techn. **Milan Vidmar**. Zweite Auflage. Mit etwa 297 Textabbildungen. In Vorbereitung.

---

**Die Berechnung elektrischer Leitungsnetze in Theorie und Praxis.** Von Dipl.-Ing. **Josef Herzog** †, Budapest, und **Clarence Feldmann**, Professor an der Technischen Hochschule zu Delft. Vierte, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit etwa 519 Textfiguren. In Vorbereitung.

---

**Comparison of Principal Points of Standards for Electrical Machinery.** (Rotating Machines and Transformers). By Dipl.-Ing. **Friedrich Nettel**, Charlottenburg. Erscheint im Frühjahr 1923.

---

*Die Grundzahlen (GZ.) entsprechen den ungefähren Vorkriegspreisen und ergeben mit dem jeweiligen Entwertungsfaktor (Umrechnungsschlüssel) vervielfacht den Verkaufspreis. Über den zur Zeit geltenden Umrechnungsschlüssel geben alle Buchhandlungen sowie der Verlag bereitwilligst Auskunft.*

20-4 K

Verlag von Julius Springer in Berlin W 9

---

## Handbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie.

Ein Lehr- und Nachschlagebuch der drahtlosen Nachrichtenübermittlung.  
Von Dr. Eugen Nesper. Zwei Bände. Zweite, neubearbeitete und ergänzte Auflage. In Vorbereitung.

---

**Radio-Schnelltelegraphie.** Von Dr. Eugen Nesper. Mit 108 Abbildungen. 1922. GZ. 4.5; gebunden GZ. 6

---

**Radiotelegraphisches Praktikum.** Von Dr.-Ing. H. Rein. Dritte, umgearbeitete und vermehrte Auflage von Prof. Dr. K. Wirtz, Darmstadt. Mit 432 Textabbildungen und 7 Tafeln. Berichtigter Neudruck. 1922. Gebunden GZ. 16

---

**Die Nebenstellentechnik.** Von Hans B. Willers, Oberingenieur und Prokurist der Aktiengesellschaft Mix & Genest, Berlin-Schöneberg. Mit 137 Textabbildungen. 1920. Gebunden GZ. 6

---

**Hochfrequenzmeßtechnik.** Ihre wissenschaftlichen und praktischen Grundlagen. Von Dr.-Ing. August Hund, beratender Ingenieur. Mit 150 Textabbildungen. 1922. Gebunden GZ. 8.4

---

**Elektrische Durchbruch-Feldstärke von Gasen.** Theoretische Grundlagen und Anwendung. Von W. O. Schumann, a. o. Professor der technischen Physik an der Universität Jena. Mit 80 Textabbildungen. Erscheint im Frühjahr 1923.

---

**Anleitungen zum Arbeiten im Elektrotechnischen Laboratorium.** Von E. Orlich. Erster Teil. Mit 74 Textbildern. 1923. GZ. 2

---

**Archiv für Elektrotechnik.** Herausgegeben unter Beteiligung des Verbandes Deutscher Elektrotechniker und des Elektrotechnischen Vereins. Von Prof. Dr.-Ing. W. Rogowski, Aachen. Erscheint in Bänden von je 12 Heften. Jeder Band wird einzeln berechnet.

---

*Die Grundsätze (GZ.) entsprechen den ungefähren Vorkriegspreisen und ergeben mit dem jeweiligen Entwertungsfaktor (Umrechnungsschlüssel) vervielfacht den Verkaufspreis. Über den zur Zeit geltenden Umrechnungsschlüssel geben alle Buchhandlungen sowie der Verlag bereitwilligst Auskunft.*



BG Politechniki Śląskiej

nr inw.: 11 - 14633



**Dyr.1 26795**