PHYSIK UND TECHNIK DER GEGENWART

HELLMUT BRÜCKMANN

ANTENNEN

ihre Theorie und Technik

PHYSIK UND TECHNIK DER GEGENWART

ABTEILUNG FERNMELDETECHNIK

HERAUSGEGEBEN VON

DR. HEINRICH FASSBENDER
O. PROFESSOR
UND DIREKTOR DES INSTITUTES FÜR SCHWINGUNGSFORSCHUNG
AN DER TECHNISCHEN HOCHSCHULE BERLIN

BAND V

1 9 3 9

VERLAG VON S. HIRZEL IN LEIPZIG

ANTENNEN

IHRE THEORIE UND TECHNIK

VON

DR.-ING. HELLMUT BRÜCKMANN

MITARBEITER

IM REICHSPOSTZENTRALAMT

MIT 169 ABBILDUNGEN IM TEXT

UND 2 TAFELN

1 9 3 9

VERLAG VON S. HIRZEL IN LEIPZIG

Druck der August Pries GmbH in Leipzig

Vorwort

Das Gebiet der Antennen ist im Vergleich zu anderen Teilgebieten der Fernmeldetechnik in Büchern bisher nicht seiner Bedeutung entsprechend behandelt worden. Eine umfassende, wissenschaftlich begründete und den neueren Stand berücksichtigende Darstellung fehlt völlig, obwohl gerade auf diesem Gebiete Fortschritte von großer Tragweite für die Technik erreicht worden und noch zu erwarten sind. Diese von vielen empfundene Lücke soll das vorliegende Buch schließen.

Die Theorie und Technik der Antennen wird vielfach für eines der schwierigeren Gebiete der Hochfrequenztechnik gehalten. Eine der Ursachen dürfte sein, daß es sich bei Antennen um räumliche Probleme handelt und die elektromagnetischen Vorgänge bei Antennen nicht quasistationär sind. Rechnet man den drei Raumkoordinaten noch die Zeitkoordinate hinzu, so hat man, wenn man so will, ein vierdimensionales Problem. Unter solchen Umständen müßte eine Darstellung, die der Verständlichkeit halber ohne höhere Mathematik auszukommen versuchte, an der Oberfläche bleiben oder sehr umständlich werden. Das Gleiche gilt von der Anwendung scheinbar einfacher Hilfsvorstellungen für einen seiner Natur nach verwickelten Vorgang. Wer sich den hier gebotenen Stoff nach allen Richtungen hin aneignen will, wird also ein gewisses Rüstzeug an Mathematik, insbesondere Vertrautheit mit der Vektorenrechnung brauchen.

Das soll aber nicht heißen, daß das vorliegende Buch demjenigen, der dieses Rüstzeug nicht besitzt, nichts zu sagen habe, oder daß es ohne die Anschauung auszukommen suche. Der Verfasser war bemüht, soweit der Platz es erlaubte, die Ansätze der Rechnung und ihren physikalischen Sinn zu erläutern, ihre einschränkenden Voraussetzungen ausdrücklich darzulegen und die Vernachlässigungen als solche hervorzuheben, was im Schrifttum oft nur in unzureichendem Maße geschieht. Stets wurde der jeweils einfachste und übersichtlichste Weg gewählt. Wo Zwischenrechnungen ausgelassen worden sind, werden entsprechende Hinweise gegeben. Die Ergebnisse der Rechnung werden soweit wie möglich anschaulich gedeutet. Schließlich wird die praktische Anwendung der Erkenntnisse an vielen Beispielen gezeigt. Insbesondere wendet sich der zweite Teil dieses Buches, der die technischen Antennenformen behandelt, auch an den mathematisch weniger geschulten oder nur allgemein interessierten Leser. Wer sich

noch nicht mit Antennen befaßt hat und sich zunächst einen Überblick verschaffen will, dem sei empfohlen, überhaupt mit diesem zweiten Teil anzufangen. Aus ihm ergibt sich auch Zweck und Aufgabe von Antennen.

Weiter war der Verfasser bemüht, die Verständlichkeit und Übersichtlichkeit durch einheitliche Behandlung der verschiedenen Teilaufgaben, durch klare Symbole für die einzelnen Größen usw. zu heben. Der Fachmann wird bestätigen, daß das Schrifttum in dieser Hinsicht viel zu wünschen übrigläßt. Den gleichen Zweck habe ich mit der Einführung einiger ganz oder teilweise neuer Begriffe und Größen, wie „Strahlung" (dem Sprachgebrauch nach ein Vorgang, hier jedoch eine physikalische Größe), „Strahlungsmaß", „Strahlungsverteilung" usw. verfolgt. Wer sich mit diesen Begriffen nicht befreunden kann, möge sie einfach als Abkürzungen hinnehmen. Durch die Schreibweise ist es leicht gemacht, die aufgestellten Beziehungen in die übliche Form umzuschreiben.

Um die oft zeitraubenden Zahlenrechnungen beim Entwurf und der Untersuchung von Antennen nach Möglichkeit abzukürzen, sind dem Buche zahlreiche Diagramme, Tabellen und zwei Tafeln beigegeben. Sie sind so gehalten, daß die Genauigkeit, mit der die Werte entnommen werden können, in den meisten praktischen Fällen ausreicht. Außerdem sind viele die Rechnung vereinfachende Näherungsverfahren und Formeln angegeben. Ich hoffe, daß so das vorliegende Buch zu einem häufig benutzten Handbuch werden möge. Vielleicht trägt auch der dritte Teil des Buches, der Antennenmessungen bringt, hierzu bei.

Obwohl ich mich streng an das Thema gehalten habe, mußte ich mit Rücksicht auf die Beschränktheit des Buchumfanges einige Teilaufgaben der allgemeinen Theorie unerwähnt lassen. Es handelt sich dabei um praktisch weniger wichtige Punkte, wie der Einfluß der endlichen Bodenleitfähigkeit auf die Strahlungsverteilung. Was den technischen Teil betrifft, so konnte ich selbstverständlich nicht alle bekannten Antennenformen schildern. Dafür wurden die wichtigeren Formen ausführlich erörtert, in einer Weise, die es dem Leser leicht machen dürfte, andere Formen selbständig zu behandeln oder an Hand des Schrifttums zu beurteilen. Auf die Erläuterung von Antennen mit parabolischen Reflektoren habe ich verzichtet, weil sie nur für Dezimeterwellen in Betracht kommen und in dem demnächst erscheinenden zweiten Teil der zu dieser Buchreihe gehörigen „Einführung in Theorie und Technik der Dezimeterwellen" von Dr.-Ing. Groos aufgenommen werden sollen. Auf die zur Zeit in den Vereinigten Staaten sehr beliebten sogenannten Langdrahtantennen (Rhombusantennen, MUSA u. a.) bin ich ebenfalls nicht eingegangen, da es sich um ein umfangreiches Sondergebiet handelt, und ich hier nur eine oberflächliche Darstellung hätte geben können. Ich verweise auf das demnächst in dieser

Buchreihe erscheinende Buch „Überseefunkverkehr“ von Dr.-Ing. P. Kotowski und das einschlägige Schrifttum. In dem Teil „Antennenmessungen“ schließlich konnte ich alles Allgemein-Hochfrequenztechnische weglassen, da dieses ausführlich in dem Band III dieser Buchreihe, „Hochfrequenz-Meßtechnik“ von Dr.-Ing. O. Zinke, behandelt ist.

Bei oberflächlicher Betrachtung wird der Leser vielleicht den Eindruck haben, daß das vorliegende Buch einseitig auf Sendeantennen zugeschnitten sei. Demgegenüber sei darauf hingewiesen, daß sich die bei Empfangsantennen interessierenden Größen vollständig zurückführen lassen auf die bei Sendeantennen auftretenden Größen, wie unter (64) gezeigt wird.

Nachdem nun meine Arbeit im Druck vorliegt, ist es mir ein aufrichtiges Bedürfnis, all denen zu danken, die hierzu beigetragen haben: Vor allem Herrn Prof. Dr. Faßbender für die Anregung zu diesem Buch und für wertvolle Ratschläge; dem Verlag S. Hirzel für sein Entgegenkommen hinsichtlich der Ausstattung; meiner Behörde, dem Reichspostzentralamt und der Forschungsanstalt der Deutschen Reichspost für die Genehmigung zur Veröffentlichung und zur Verwertung von Aufnahmen, sowie für ihr wohlwollendes Interesse; den Firmen Telefunken, C. Lorenz und anderen für die Überlassung von Aufnahmen.

Berlin, im November 1938

H. Brückmann

Inhaltsverzeichnis

Erster Teil

Theorie und allgemeine Technik

Zweiter Teil

Technische Antennenformen

Dritter Teil

Antennenmessungen

Formelzeichen

für häufiger vorkommende Größen.

a) Zeitlich sich ändernde Größen.

Benennung der Größe	Augenblickswert		Effektivwert[1])	
	räumlich ungerichtet (Skalar)	räumlich gerichtet (Vektor)	reelle Größe (Betrag des Gaußschen Vektors, zeitl. ungerichtet)	komplexe Größe (Gaußscher Vektor, zeitl. gerichtet)
Ladung	q	—	Q	—
Strom	i	$\mathfrak{i}$	I	$\mathfrak{J}$
Spannung	u	—	U	$\mathfrak{U}$
Elektr. Feldstärke	e	$\mathfrak{e}$	E	$\mathfrak{E}$
Magnet. Feldstärke	h	$\mathfrak{h}$	H	$\mathfrak{H}$
Vektorpotential	p	$\mathfrak{p}$	P	$\mathfrak{P}$
Leistung	n	—	—	—
Strahlungsleistungsdichte	$\lvert\mathfrak{f}\rvert$	$\mathfrak{f}$	—	—

b) Zeitlich unveränderliche, komplexe Größen (Gaußsche Vektoren).

Fortpflanzungskonstante	$\gamma = \beta + j\alpha$
Wellenwiderstand	$\mathfrak{Z}$
Scheinwiderstand	$\mathfrak{R} = R + jB$
Strahlungsmaß	$\mathfrak{F}(\varphi, \psi)$
Strahlungsverteilung	$\mathfrak{f}(\varphi, \psi)$
Gruppencharakteristik	$\mathfrak{G}(\varphi, \psi)$
Bezogene Gruppencharakteristik	$\mathfrak{g}(\varphi, \psi)$

c) Konstanten und skalare Größen.

Ludolfsche Zahl	π	Längenwinkel[2])	ψ
Basis der natürlichen Logarithmen	e	Zeit	t
Imaginäre Einheit	j	Frequenz	f
Lichtgeschwindigkeit	c	Kreisfrequenz	ω
Dielektrizitätskonstante	ε	Winkelkonstante	α
Magnetische Permeabilität	μ	Wellenlänge	λ
Wellenwiderstand des leeren Raumes	Z_0	Dämpfungskonstante	β
Abstand vom Ursprung[2])	D	Leitfähigkeit	σ
Erhebungswinkel[2])	φ	Kapazität	C
		Induktivität	L
		Phasenverschiebung	δ

Es beziehen sich die Zahlen

in fetten runden Klammern auf die durchlaufend gezählten Abschnitte;
in mageren runden Klammern auf die Formeln;
in eckigen Klammern auf das Schrifttumsverzeichnis am Schluß.

[1]) Effektivwerte kommen hier nur räumlich ungerichtet vor!

[2]) In einem räumlichen Polarkoordinatensystem.

Erster Teil

Theorie und allgemeine Technik

I. Physikalische Grundlagen der elektromagnetischen Strahlung

1. Maxwellsche Feldgleichungen des freien Raumes

(1) Elektromagnetische Zustandsänderungen an einer Stelle des freien Raumes breiten sich in diesem mit Lichtgeschwindigkeit aus. Diese Erscheinung wird als „elektromagnetische Strahlung" bezeichnet. Auf ihr beruht letzten Endes die Funktechnik. Daraus erhellt die wichtige Stellung, die der Antenne*), als dem Mittel zur Anregung der elektromagnetischen Zustandsänderungen des Raumes und zu deren Nachweis, innerhalb der Funktechnik zukommt.

Die Entdeckung der elektromagnetischen Strahlung ist unlösbar verbunden mit der im Jahre 1861 veröffentlichten Theorie des Elektromagnetismus von Maxwell. Dieser geniale Forscher hat auf Grund seiner Theorie bereits das Vorhandensein einer Strahlung vermutet, zu einer Zeit, als noch keinerlei Erscheinungen bekannt waren, die auf sie hindeuteten. Die anderen damals gültigen Theorien mußten die Möglichkeit einer Strahlung entschieden verneinen. Erst viel später, um das Jahr 1888, ist es H. Hertz [1] im Verfolg der Gedankengänge Maxwells gelungen, den experimentellen Nachweis zu erbringen.

Dieser Rückblick soll dem Leser zeigen, daß zum tieferen Verständnis der inneren Zusammenhänge der elektromagnetischen Strahlung, die wir zunächst betrachten wollen, von der Theorie Maxwells ausgegangen werden muß. Seine Theorie ist im Grunde bereits vollständig in den nach ihm benannten Gleichungen enthalten. Alle Darstellungen ohne diese Gleichungen müssen ein Behelf bleiben. Wir werden im folgenden die Vektordarstellung**) derselben ihrer Übersichtlichkeit wegen anwenden.

Nach Maxwell ist im freien Raum ($\varepsilon = \varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$) die zeitliche Änderung der elektrischen Feldstärke $\mathfrak{e}$ mit der räumlichen Verteilung der magnetischen Feldstärke $\mathfrak{h}$ verknüpft durch die Differentialgleichung:

$$\text{rot}\ \mathfrak{h} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathfrak{e}}{\partial t}. \tag{1}$$

*) Das Wort „Antenne" stammt aus dem Lateinischen und bedeutet Fühler, Fühlhorn.

**) Eine Einführung in die Vektorenrechnung findet sich bei F. Breisig, Theoretische Telegraphie, S. 9, Vieweg & Sohn, Braunschweig 1924 (2. Aufl.)

Die Vektoren $\mathfrak{h}$ und $\mathfrak{e}$ geben die augenblickliche magnetische und elektrische Feldstärke an der betrachteten Stelle des Raumes nach Größe, Richtung und Richtungssinn an. Ähnlich ist die zeitliche Änderung der magnetischen Feldstärke mit der räumlichen Verteilung der elektrischen Feldstärke verbunden durch:

$$\operatorname{rot} \mathfrak{e} = -\mu_0 \frac{\partial \mathfrak{h}}{\partial t}. \tag{2}$$

Die Aufgabe ist nun, die Feldstärke aus diesen Differentialgleichungen abzuleiten.

Dazu sei der Ansatz gemacht, daß sich die magnetische Feldstärke aus einem Hilfsvektor $\mathfrak{p}$ bestimmen läßt durch:

$$\mathfrak{h} = \operatorname{rot} \frac{\partial \mathfrak{p}}{\partial t}. \tag{3}$$

Da diese Gleichung Ähnlichkeit hat mit dem Zusammenhang der Feldstärke eines skalaren Feldes und dem Potential, das allerdings eine ungerichtete Größe ist, bezeichnet man $\mathfrak{p}$ als das „Vektorpotential“ *). Da für einen beliebigen Vektor $\mathfrak{a}$ gilt: $\operatorname{div} \operatorname{rot} \mathfrak{a} = 0$, so schließt der Ansatz (3) die Feststellung ein, daß $\operatorname{div} \mathfrak{h} = 0$. Damit nehmen (1) und (2) die Form an:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{rot} (\operatorname{rot} \mathfrak{p}) - \varepsilon_0 \mathfrak{e}) = 0 . \tag{4}$$

$$\operatorname{rot} \left(\mathfrak{e} + \mu_0 \frac{\partial^2 \mathfrak{p}}{\partial t^2} \right) = 0 . \tag{5}$$

Im freien Raum ist $\operatorname{div} \mathfrak{e} = 0$. Damit steht wegen $\operatorname{div} \operatorname{rot} \mathfrak{a} = 0$ unter Berücksichtigung von (1) fest, daß $\mathfrak{e}$ keine zeitlich unveränderlichen Glieder enthält. Unter der Voraussetzung, daß das gleiche auch von $\mathfrak{p}$ gilt, ist aus (4) zu schließen, daß:

$$\mathfrak{e} = \frac{1}{\varepsilon_0} \operatorname{rot} (\operatorname{rot} \mathfrak{p}) . \tag{6}$$

Aus einer Rechenregel für rot (rot $\mathfrak{a}$) folgt dann:

$$\mathfrak{e} = \frac{1}{\varepsilon_0} (\operatorname{grad} \operatorname{div} \mathfrak{p} - \Delta \mathfrak{p}) . \tag{7}$$

Eine andere bekannte Regel der Vektoranalysis läßt aus (5) entnehmen, daß:

$$\mathfrak{e} = -\operatorname{grad} w - \mu_0 \frac{\partial^2 \mathfrak{p}}{\partial t^2} . \tag{8}$$

---

*) Verfasser lehnt sich hier an die Darstellung von F. Breisig [2] an. In neuerer Zeit wird das Vektorpotential auch definiert durch: $\mathfrak{h} = \operatorname{rot} \mathfrak{p}$, wovon hier im Hinblick auf die Hertzsche Π-Funktion abgegangen ist.

Hierin ist w ein Skalar, dessen Wert nicht näher in Betracht kommt. Damit kann man durch Einsetzen von (7) in (8) eine Gleichung aufstellen, in der nur $\mathfrak{p}$ und w vorkommen:

$$\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathfrak{p}}{\partial t^2} - \Delta \mathfrak{p} + \operatorname{grad}(\operatorname{div} \mathfrak{p} + \varepsilon_0 w) = 0. \tag{9}$$

Das hier vorkommende Produkt $(\varepsilon_0 \mu_0)$ hängt mit der Lichtgeschwindigkeit $c = 299800$ km/s zusammen durch:

$$\varepsilon_0 \cdot \mu_0 = \frac{1}{c^2} \tag{10}$$

(9) wird genügt, wenn man setzt:

$$\operatorname{grad}(\operatorname{div} \mathfrak{p} + \varepsilon_0 w) = 0 \tag{11}$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathfrak{p}}{\partial t^2} = \Delta \mathfrak{p} \tag{12}$$

(11) stellt nichts weiter als eine Bestimmungsgleichung für w dar, wenn $\mathfrak{p}$ mit Hilfe von (12) gefunden ist, und interessiert daher nicht weiter.

(12) entspricht in ihrer Form ganz der Differentialgleichung ebener Wellen, mit dem Unterschied, daß sie sich auf einem Vektor statt auf einen Skalar bezieht. Sie stellt mithin die Gleichung räumlicher Wellen dar, die mit Lichtgeschwindigkeit fortschreiten, und wird daher auch „Wellengleichung" genannt. Die Maxwellschen Gleichungen sagen also aus, daß elektromagnetische Wellen im freien Raum bestehen können, und daß sie mit Lichtgeschwindigkeit fortschreiten. Die Aufgabe ist nun, die Gesetze aufzustellen, denen sie unterliegen, d. h. eine Lösung von (12) zu finden.

2. Π-Funktion und ihr entsprechende Feldstärke

(2) Bezeichnen p_x, p_y, p_z die Komponenten von $\mathfrak{p}$ in einem kartesischen Koordinatensystem, so ist eine allgemeine Lösung von (12) [unter den vielen möglichen Lösungen]:

$$p_x = 0;\ p_y = 0;\ p_z = \Pi = \frac{1}{D} f\left(t - \frac{D}{c}\right), \tag{13}$$

wobei:

$$D = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

In dieser Lösung hat das Vektorpotential an allen Stellen des Raumes die gleiche Richtung, die als Richtung der Z-Achse gewählt ist. D ist der Abstand des Punktes $P(x, y, z)$ vom Koordinatenursprung. $f\left(t - \frac{D}{c}\right)$ ist eine beliebige Funktion der Veränderlichen $\left(t - \frac{D}{c}\right)$. Sie beschreibt zunächst, wie das Vektorpotential für einen bestimmten

festen Punkt von der Zeit abhängt. Die Funktion $f\left(t - \frac{D}{c}\right)$ ändert sich aber nicht für einen Punkt, der mit Lichtgeschwindigkeit auf einer durch den Ursprung gehenden Geraden von diesem hinwegbewegt wird. Sie durchläuft für alle Stellen des Raumes beim Fortschreiten der Zeit genau die gleichen Werte, nur mit einer mehr oder weniger großen zeitlichen Verzögerung, die dem Abstand vom Ursprung proportional ist, weshalb Π auch „retardiertes" Potential genannt wird. Mithin stellt die Lösung (13) vom Ursprung ausgehende Wellen dar.

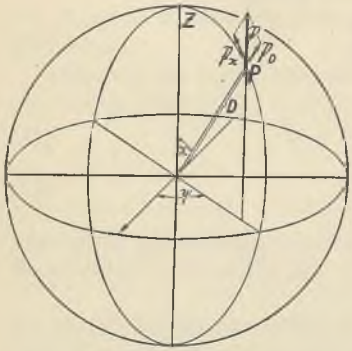


Abb. 1. Komponenten des Vektorpotentiales

Zunächst wollen wir nachweisen, daß (13) eine Lösung von (12) ist. Dazu benutzt man am einfachsten sphärische Polarkoordinaten mit der Z-Achse als Polarachse (Abb. 1). Wir bezeichnen mit χ den Winkel mit der positiven Richtung der Polarachse, mit ψ den Längenwinkel der Richtung zum Punkt P (D, χ, ψ). Der Differentiator Δ, der in kartesischen Koordinaten bekanntlich definiert ist durch:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

nimmt in sphärischen Polarkoordinaten die Form an:

$$\Delta = \frac{1}{D^2}\frac{\partial}{\partial D}\left(D^2 \frac{\partial}{\partial D}\right) + \frac{1}{D^2 \sin\chi}\frac{\partial}{\partial \chi}\left(\sin\chi \frac{\partial}{\partial \chi}\right) + \frac{1}{D^2 \sin^2\chi}\frac{\partial^2}{\partial \psi^2}.$$

Die Ausführung der Differentiation ergibt, da $\frac{\partial \Pi}{\partial \chi} = 0$; $\frac{\partial \Pi}{\partial \psi} = 0$:

$$\Delta \Pi = \frac{1}{c^2 D} f''\left(t - \frac{D}{c}\right).$$

Anderseits ergibt $\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \Pi}{\partial t^2}$ den gleichen Wert, außer im Ursprung selbst, der besonders untersucht wird.

Der Π-Funktion entspricht eine bestimmte räumliche Verteilung der Feldstärke. Für die Berechnung der magnetischen Feldstärke ist (3) zugrunde zu legen. Da die Reihenfolge der Differentiation nach den verschiedenen Variablen umgekehrt werden darf, gilt auch:

$$\mathfrak{h} = \frac{\partial}{\partial t}(\mathrm{rot}\, \mathfrak{p}). \tag{14}$$

In Polarkoordinaten gelten allgemein für die Komponenten $\mathrm{rot}_D\,\mathfrak{a}$, $\mathrm{rot}_\chi\,\mathfrak{a}$ und $\mathrm{rot}_\psi\,\mathfrak{a}$ des Vektors $\mathrm{rot}\,\mathfrak{a}$ in den Richtungen der zunehmenden D, χ, ψ, die in dieser Reihenfolge ein Rechtssystem bilden:

$$\begin{aligned}
\mathrm{rot}_D\,\mathfrak{a} &= \frac{1}{D\sin\chi}\left[\frac{\partial(\sin\chi\, a_\psi)}{\partial\chi} - \frac{\partial a_\chi}{\partial\psi}\right] \\
\mathrm{rot}_\chi\,\mathfrak{a} &= \frac{1}{D\sin\chi}\frac{\partial a_D}{\partial\psi} - \frac{1}{D}\frac{\partial(D a_\psi)}{\partial D} \qquad (15)\\
\mathrm{rot}_\psi\,\mathfrak{a} &= \frac{1}{D}\frac{\partial(D a_\chi)}{\partial D} - \frac{1}{D}\frac{\partial a_D}{\partial\chi}
\end{aligned}$$

In unserem Fall sind die Komponenten von $\mathfrak{a} = \mathfrak{p}$ gemäß (13) gegeben durch (vgl. Abb. 1):

$$p_D = \frac{\cos\chi}{D} f\left(t - \frac{D}{c}\right); \qquad p_\chi = -\frac{\sin\chi}{D} f\left(t - \frac{D}{c}\right); \qquad p_\psi = 0\,.$$

Damit werden die Komponenten von $\mathrm{rot}\,\mathfrak{p}$:

$$\mathrm{rot}_D\,\mathfrak{p} = 0;\ \mathrm{rot}_\chi\,\mathfrak{p} = 0;\ \mathrm{rot}_\psi\,\mathfrak{p} = \sin\chi\left(\frac{f'}{c\,D} + \frac{f}{D^2}\right).$$

Durch Einsetzen in (14) und Differentiation ergibt sich für die Komponenten der magnetischen Feldstärke:

$$h_D = 0; \qquad h_\chi = 0; \qquad h_\psi = \sin\chi\left(\frac{f''}{c\,D} + \frac{f'}{D^2}\right). \qquad (16)$$

Die elektrische Feldstärke ergibt sich, nachdem $\mathrm{rot}\,\mathfrak{p}$ bekannt ist, am einfachsten aus (6) durch nochmalige Anwendung der Rechenregel (15):

$$e_D = 2\,\frac{1}{\varepsilon_0}\cos\chi\left(\frac{f'}{c\,D^2} + \frac{f}{D^3}\right) \qquad (17)$$

$$e_\chi = \frac{1}{\varepsilon_0}\sin\chi\left(\frac{f''}{c^2\,D} + \frac{f'}{c\,D^2} + \frac{f}{D^3}\right) \qquad (18)$$

$$e_\psi = 0\,.$$

Diese Beziehungen für die räumliche Verteilung seien nunmehr anschaulich gedeutet. Die magnetischen Feldlinien sind Kreise in Ebenen parallel zur Äquatorebene mit dem Mittelpunkt in der Polarachse. Der Vektor der elektrischen Feldstärke liegt in der durch die Polarachse und den betrachteten Punkt gelegten Ebene, der Meridianebene. Demnach stehen in jedem Punkte des Feldes die Richtungen der elektrischen und der magnetischen Feldstärke aufeinander senkrecht. Der Betrag der Feldstärke nimmt ganz allgemein mit der Entfernung vom Ursprung ab. Das Gesetz für diese Abnahme ist für die einzelnen Komponenten verschieden, worauf wir weiter unten noch eingehen. Außerdem ist der Betrag von dem Winkel abhängig, den die Richtung vom Ursprung zum betrachteten Punkt mit der Polarachse

bildet. Für gleichbleibende Entfernung ist die magnetische Feldstärke und diejenige Komponente der elektrischen Feldstärke, die senkrecht zur betrachteten Richtung ist, in der Äquatorebene am größten und nimmt nach der Polarachse hin bis auf Null ab. Die Komponente der elektrischen Feldstärke in der Richtung vom Ursprung zum betrachteten Punkt ist dagegen am größten in der Polarachse (positiv in der einen, negativ in der anderen Richtung der Polarachse) und verschwindet in der Äquatorebene ($\chi = 90°$). Die elektrische Feldstärke steht in der Äquatorebene also senkrecht auf dieser.

3. Nahfeld und Begriff des Doppelpoles

(3) Wir haben festgestellt, daß die Wellen vom Ursprung ausgehen. Um nun zu erfahren, welche elektrischen Vorgänge in diesem Ausgangspunkt der gegebenen Feldstärkeverteilung entsprechen, untersuchen wir seine nächste Umgebung. Wir lassen D so klein werden, daß wir in $f\left(t - \frac{D}{c}\right)$ die Größe $\frac{D}{c}$ gegen t vernachlässigen können:

$$f\left(t - \frac{D}{c}\right) \approx f(t).$$

In der nächsten Umgebung des Ursprungs kommt es bei dem Ausdruck (16) am meisten auf das Glied mit der höchsten Potenz von D im Nenner an, so daß angenähert:

$$h_\varphi \approx \sin\chi \frac{f'(t)}{D^2}.$$

In dem Aufbau dieser Beziehung erkennt man das Biot-Savartsche Gesetz. Das wird noch deutlicher, wenn man setzt:

$$f'(t) = \frac{1}{4\pi} i \cdot dl, \tag{19}$$

womit:

$$h_\varphi = \frac{1}{4\pi} \frac{i \cdot dl \cdot \sin\chi}{D^2}. \tag{20}$$

Das Biot-Savartsche Gesetz für ein vom Strom i durchflossenes Leiterelement von der sehr kleinen Länge dl hat genau die gleiche Form, wobei D den Abstand des betrachteten Punktes, χ den von der Richtung des Stromes und der Richtung zum betrachteten Punkt eingeschlossenen Winkel bedeuten. Der durch (16) gegebenen Verteilung der magnetischen Feldstärke in der Nähe des Ursprungs und damit auch der im übrigen Raum entspricht also das Vorhandensein eines linearen Leiterelementes im Ursprung, das in der Richtung der Polarachse liegt und von einem Strom durchflossen ist, dessen Größe sich mit der Zeit in einer durch (19) beschriebenen Weise ändert.

Ganz entsprechend kann man zeigen — auf die Ableitung sei hier verzichtet —, daß die durch (17) und (18) gegebene Verteilung der elektrischen Feldstärke dem Vorhandensein zweier geladener Punkte von verschwindend kleinem Abstand im Ursprung entspricht, die in der Polarachse liegen und mit gleich großen Ladungen von entgegengesetztem Vorzeichen versehen sind, deren Größe sich mit der Zeit in einer durch $f(t)$ beschriebenen Weise ändert. Man hat dazu nur den Ansatz zu machen:

$$f\left(t - \frac{D}{c}\right) \approx f(t) = \frac{1}{4\pi} q \cdot dl. \tag{21}$$

Damit kommen wir zu dem Begriff des „Doppelpoles". Man findet auch die Bezeichnung „Dipol". Wir wollen diese vermeiden, um Verwechslungen mit dem „Dipol" der Kurzwellentechnik vorzubeugen. Unter dem Doppelpol hat man sich demnach zwei unendlich dicht benachbarte Punkte vorzustellen, die durch einen linearen Leiter verbunden sind. Die Punkte sind mit gleich großen Ladungen von entgegengesetztem Vorzeichen versehen, deren zeitliche Änderungen einen Strom in dem verbindenden Leiter hervorrufen (Abb. 2).

Abb. 2 Schema des Doppelpoles

Um die Feldstärke bei technischen Strahlern, d. h. bei Leitern von endlicher Länge, zu finden, faßt man diese auf als eine Aneinanderreihung von unendlich vielen Doppelpolen, bei der die aneinanderstoßenden Pole benachbarter Elemente Ladungen von entgegengesetzten Vorzeichen, wenn auch nicht notwendigerweise von gleicher Größe haben. Durch Anwendung der oben abgeleiteten Gesetze des Doppelpoles auf jeden einzelnen und Integration über die Leiterlänge erhält man dann die Feldstärke bei dem wirklichen Leiter. Damit ist eine der Aufgaben umrissen, mit denen wir uns in diesem Buche befassen.

4. Fernfeld des Doppelpoles

(4) Betrachten wir nunmehr die weitere Umgebung des Ursprungs, um Genaueres über die Fernwirkung des Doppelpoles aussagen zu können. Mit zunehmendem Abstand nimmt die magnetische Feldstärke nach (16) zunächst mit dem Quadrat des reziproken Abstandes, die elektrische Feldstärke nach (17) und (18) mit der dritten Potenz des reziproken Abstandes ab. In großen Entfernungen werden jedoch die Glieder, die im Nahbereich bestimmend waren, bedeutungslos gegen die Glieder, die proportional dem reziproken Abstand sind. Das heißt, daß die radiale Komponente e_D der elektrischen Feldstärke in allen Richtungen praktisch verschwindet. Es bleibt nur eine

in der Meridianebene liegende Komponente senkrecht zur Richtung nach dem Ursprung übrig:

$$e_\chi = \frac{\sin \chi \, f''}{\varepsilon_0 \, c^2 \, D} \,. \tag{22}$$

Die (von Anfang an allein vorhandene) Komponente der magnetischen Feldstärke senkrecht zur Meridianebene — und damit auch senkrecht zur Richtung nach dem Ursprung — wird:

$$h_\psi = \frac{\sin \chi \, f''}{c \cdot D} \,. \tag{23}$$

Liegt also in einem bestimmten Augenblick h_ψ in Richtung des zunehmenden Längenwinkels, d. h. ist f'' positiv, so liegt e_χ in Richtung des zunehmenden Winkels mit der Polarachse, vorausgesetzt, daß die Richtungen der wachsenden D, χ, ψ in dieser Reihenfolge ein Rechtssystem bilden. In Abb. 3 ist dies veranschaulicht.

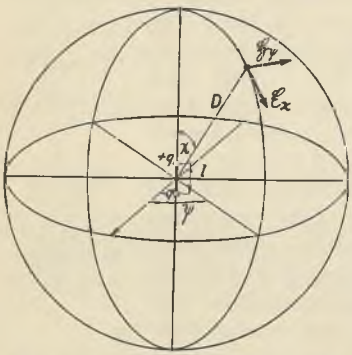


Abb. 3. Richtung und Richtungssinn der elektrischen und magnetischen Feldstärke im Fernfeld.

Da die Wellen radial vom Ursprung aus fortschreiten, haben wir in großer Entfernung rein transversale Wellen vor uns. Die „Polarisationsrichtung" der elektrischen Feldstärke ist nach dem Vorhergehenden in Richtungen senkrecht zur Achse des Doppelpoles parallel zu dieser, in Richtungen, die wenig von der Achse des Doppelpoles abweichen, nahezu senkrecht zu dieser.

Der Augenblickswert der magnetischen Feldstärke ist, wie der Vergleich von (22) und (23) zeigt, dem der elektrischen proportional. Unter Berücksichtigung von (10) ist:

$$e_\chi = \frac{1}{\varepsilon_0 c} h_\psi = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \, h_\psi = Z_0 \cdot h_\psi \,. \tag{24}$$

Elektrische und magnetische Feldstärke haben somit die gleiche zeitliche Phase. Beim Umkehren der Richtung von h_ψ kehrt sich auch die von e_χ um.

Im praktischen Maßsystem ist

$$\varepsilon_0 = 0{,}886 \cdot 10^{-13} \, \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{cm}}$$

und

$$\mu_0 = 1{,}256 \cdot 10^{-8} \, \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{cm}} \,.$$

Somit ist der Proportionalitätsfaktor in (24):

$$Z_0 = \frac{1}{\varepsilon_0 c} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 377\,\Omega\,. \tag{25}$$

Man kann die Größe Z_0 als den „Wellenwiderstand des leeren Raumes" bezeichnen, da sie für elektromagnetische Wellen eine ähnliche Bedeutung hat wie der Wellenwiderstand einer Leitung für Leitungswellen.

5. Harmonisch schwingender Doppelpol

(5) Die Funktion $f\left(t - \frac{D}{c}\right)$ haben wir bisher nicht genauer definiert, um nicht den Eindruck aufkommen zu lassen, daß die obigen Feststellungen über die räumliche Verteilung der Feldstärke von irgendeinem besonderen Wert derselben abhängig sei. Periodisch und nicht periodisch verlaufende elektrische Vorgänge lassen sich bekanntlich auf harmonische Schwingungen zurückführen, d. h. auf Vorgänge, die sich sinusförmig mit der Zeit ändern. Deshalb setzen wir für die Augenblickswerte q bzw. i der Ladung bzw. des Stromes an:

$$q = Q\sqrt{2}\sin\omega t$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \omega Q\sqrt{2}\cos\omega t = I\sqrt{2}\cos\omega t.$$

$\omega = 2\pi f$ ist die Kreisfrequenz. Der Effektivwert Q der Ladung ist mit dem Effektivwert I des Stromes verknüpft durch:

$$I = \omega Q.$$

Damit wird gemäß dem Ansatz (21):

$$f\left(t - \frac{D}{c}\right) = \frac{1}{4\pi} Q\sqrt{2}\,dl \sin\omega\left(t - \frac{D}{c}\right) \tag{26}$$

oder, unter Einführung des effektiven Stromes:

$$f\left(t - \frac{D}{c}\right) = \frac{1}{4\pi}\frac{I\sqrt{2}\,dl}{\omega}\sin\omega\left(t - \frac{D}{c}\right). \tag{27}$$

Diese Funktion stellt eine sinusförmige, fortschreitende Welle dar. Da in zwei Punkten, deren Entfernungsunterschied vom Ursprung $D_1 - D_2 = \frac{c}{f}$ ist, $f\left(t - \frac{D}{c}\right)$ den gleichen Wert hat, bezeichnet man $\frac{c}{f} = \lambda$ als die Wellenlänge. Zur Abkürzung benutzen wir im folgenden:

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}.$$

α ist die „Winkelkonstante" von Schwingungen mit der Frequenz f im freien Raum und αD das „Winkelmaß" der Entfernung D für diese Frequenz. Damit kann (27) in der Form geschrieben werden:

$$f\left(t-\frac{D}{c}\right)=\frac{1}{4\pi}\frac{I\sqrt{2}\cdot dl}{\omega}\sin(\omega t-\alpha D). \tag{28}$$

Die Lösung (13) für das Vektorpotential stellt sich mit dieser Festsetzung über den zeitlichen Verlauf somit dar:

$$p_z=\frac{1}{4\pi}\frac{I\sqrt{2}\cdot dl}{D\omega}\sin(\omega t-\alpha D). \tag{29}$$

Die Feldstärke ergibt sich durch Einsetzen in (16) bzw. (17) und (18). Wir beschränken uns hier darauf, die Feldstärke im Fernfeld hinzuschreiben. Für die magnetische Feldstärke ergibt sich aus (23):

$$h_\varphi=-\frac{1}{2}\frac{I\sqrt{2}\cdot dl}{D\lambda}\sin\chi\sin(\omega t-\alpha D). \tag{30}$$

Die elektrische Feldstärke folgt hieraus gemäß (24) zu:

$$e_\chi=-\frac{Z_0}{2}\frac{I\sqrt{2}\cdot dl}{D\lambda}\sin\chi\sin(\omega t-\alpha D), \tag{31}$$

wo Z_0 durch (25) erklärt ist.

Der Effektivwert der Feldstärke ist also proportional dem Effektivwert des Stromes und der Länge des Leiterelementes, und umgekehrt proportional der Entfernung und der Wellenlänge. Ferner ist sie proportional dem Sinus des Winkels zwischen der Richtung des Stromes und der Richtung zum betrachteten Punkt.

Bei Verwendung des praktischen Maßsystems setzt man meist D in km ein (die Längeneinheit für l und λ ist, wenn sie nur für beide die gleiche ist, beliebig) und erhält dann die Feldstärke in V/km bzw. A/km, oder, was dasselbe ist, in mV/m bzw. mA/m. Die Zahlenwertgleichungen für die Effektivwerte lauten mit diesen Einheiten ($Z_0 = 377\ \Omega$):

$$E_{\chi\,[\mathrm{mV/m}]}=\frac{377}{2}\frac{I_{[\mathrm{A}]}\,dl_{[\mathrm{m}]}}{D_{[\mathrm{km}]}\,\lambda_{[\mathrm{m}]}}\sin\chi \tag{32}$$

$$H_{\varphi\,[\mathrm{mA/m}]}=\frac{1}{2}\frac{I_{[\mathrm{A}]}\,dl_{[\mathrm{m}]}}{D_{[\mathrm{km}]}\,\lambda_{[\mathrm{m}]}}\sin\chi. \tag{33}$$

Der Anschaulichkeit halber haben wir bisher die reelle Schreibweise für zeitlich veränderliche Vorgänge benutzt. Diese wird jedoch bei verwickelten Antennenfragen umständlich. Wir ziehen deshalb im folgenden die komplexe Darstellungsweise vor, d. h. wir stellen eine sinusförmige Schwingung durch einen Gaußschen Vektor in der komplexen Zahlenebene dar, der mit der Winkelgeschwindigkeit ω

entgegen dem Uhrzeigensinn rotiert und dessen Länge gleich dem Effektivwert der Schwingung ist. Der Augenblickswert der Schwingung ist dann einfach die reelle (oder imaginäre) Komponente des Vektors, multipliziert mit $\sqrt{2}$. In dieser Schreibweise nimmt (31) die Form an:

$$\mathfrak{E}_\chi = j\,\frac{Z_0}{2}\,\frac{\mathfrak{J}\cdot dl}{D\cdot\lambda}\sin\chi\, e^{-j\alpha D}. \tag{34}$$

Hierin sind $\mathfrak{J}$ und $\mathfrak{E}$ Gaußsche Vektoren der Effektivwerte des Stromes und der elektrischen Feldstärke. Ihr Betrag $I = |\mathfrak{J}|$ bzw. $E = |\mathfrak{E}|$ ist gleich dem Effektivwert der Schwingung. Ihre Richtung in der komplexen Zahlenebene gibt die Phase derselben an. Diese Vektoren sind also nicht räumlich gerichtet wie $\mathfrak{e}$ und $\mathfrak{h}$ in den vorangegangenen Untersuchungen, sollten also nach den Empfehlungen des AEF eigentlich nicht als deutsche Buchstaben, sondern als überstrichene lateinische Buchstaben geschrieben werden. Eine Verwechslung dürfte hier aber trotzdem kaum möglich sein, da wir im folgenden die räumliche Richtung der Feldstärke nicht mehr durch Symbole darzustellen brauchen.

Wie sich im folgenden zeigen wird, ist es im Interesse der Übersichtlichkeit und nicht zuletzt der Platzersparnis vorteilhaft, λ zu ersetzen durch $\alpha = \frac{2\pi}{\lambda}$, womit (34) in der Form geschrieben werden kann:

$$\mathfrak{E}_\chi = j\,\frac{1}{2}\,\frac{Z_0}{2\pi}\,\frac{1}{D}\,\mathfrak{J}\,\alpha\, dl\sin\chi\, e^{-j\alpha D} = j\,\frac{1}{2}\,60\,\Omega\,\frac{1}{D}\,\mathfrak{J}\,\alpha\, dl\sin\chi\, e^{-j\alpha D}. \tag{35}$$

Eine gefälligere Schreibweise ließe sich dieser Beziehung geben durch Einführung eines besonderen Symbols für die Konstante:

$$\frac{Z_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 60\,\Omega\,^{*)}.$$

Davon soll hier in Anbetracht des Umstandes, daß diese Konstante im Schrifttum bisher wenig gebraucht wird, jedoch abgesehen werden, um das Lesen der Formeln zu erleichtern.

Ganz entsprechend erhält man für Vektorpotential in komplexer Darstellung aus (29):

$$\mathfrak{P}_z = \frac{1}{4\pi}\,\frac{\mathfrak{J}\, dl}{j\omega D}\, e^{-j\alpha D}. \tag{36}$$

---

*) Streng genommen ist 60 Ω ein Näherungswert. Der genaue Wert ist prozentual um ebensoviel kleiner, wie die Lichtgeschwindigkeit $c = 299\,800$ km/s von dem Näherungswert 300 000 km/s abweicht.

6. Strahlungsvorgang beim Doppelpol

(6) Eine anschauliche Vorstellung von dem Strahlungsvorgang erhält man, wenn man die Veränderung der elektrischen Feldlinien in einer Meridianebene mit der Zeit verfolgt. In Abb. 4 sind diese Feldlinien dargestellt [1]. Sie ergeben sich aus:

$$\sin^2\chi\left[\cos(\omega t - aD) - \frac{1}{aD}\sin(\omega t - aD)\right] = C$$

für C = konst, wie man aus der Bedingung ableitet, daß die Resultierende von e_D und e_χ (e_ψ verschwindet ja) in die Richtung der Tangente an die Feldlinie fallen soll. Die Figuren der Abb. 4 stellen die

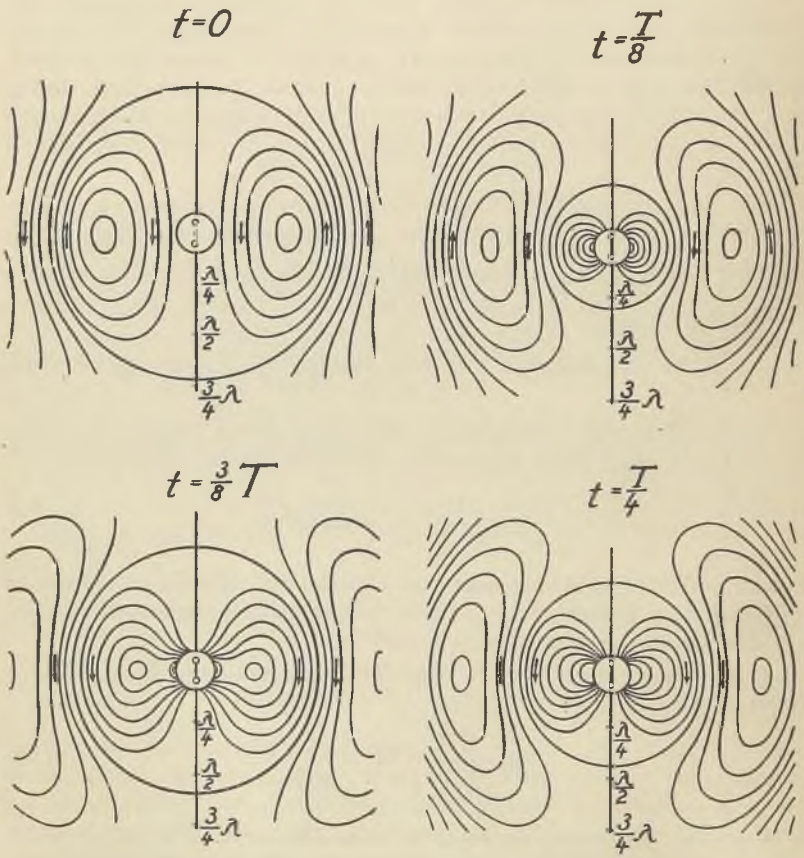


Abb. 4. Elektrische Feldlinien in der Nähe des harmonisch schwingenden Doppelpole zu verschiedenen Zeitpunkten.

Feldlinien zu den Zeiten $t = 0$, $\frac{1}{8}T$, $\frac{1}{4}T$, $\frac{3}{8}T$ dar, wo T die Periodendauer, aber bei passender Umkehr der Pfeile auch für alle weiteren Zeiten, die ganzzahlige Vielfache von $\frac{T}{8}$ sind. In der Mitte ist jedesmal in richtiger Lage der Doppelpol eingezeichnet, von dem die Wellen ausgehen. Die Feldlinien sind nicht völlig bis zu diesem durchgeführt, da die Formeln ihn unendlich kurz annehmen, daher in seiner Nachbarschaft unzulänglich werden. Zur Zeit $t = 0$ hat der Strom seinen Höchstwert erreicht, während die Spannung, auf die die Pole aufgeladen sind, durch Null geht, so daß keine Feldlinien auf diese zuführen. Mit fortschreitender Zeit beginnen nun elektrische Feldlinien aus den Polen herauszutreten und einen kugelförmigen Raum um den Doppelpol zu füllen, der sich mehr und mehr ausdehnt. Der Verlauf der Feldlinien innerhalb dieses Raumes ist zunächst ähnlich dem eines elektrostatischen Feldes. Zur Zeit $t = \frac{T}{4}$ hat die Spannung ihren Höchstwert erreicht, und damit auch die Zahl der Feldlinien, die auf die Pole zuführen, während der Strom durch Null geht. Bei weiterem Fortschreiten der Zeit treten keine weiteren elektrischen Feldlinien aus den Polen hervor. Vielmehr beginnen die vorhandenen sich in den schwingenden Leiter zurückzuziehen, um dort zu verschwinden. Ihre Energie wird dabei in magnetische Energie umgewandelt. Hierbei tritt ein eigentümliches Verhalten ein, das aus dem Bild zur Zeit $t = \frac{3}{8}T$ wenigstens in seinen Anfängen zu erkennen ist, und sich daraus erklärt, daß die Zeit, die das Feld zu seiner Änderung braucht, vergleichbar mit der Periodendauer ist. Die Feldlinien nämlich, die sich am meisten vom Ursprung entfernt haben, erhalten bei dem Bestreben, sich zusammenzuziehen, eine seitliche Einbiegung, und indem sich diese Einbiegung mehr und mehr gegen die Achse zusammenzieht, schnürt sich von jeder der äußeren Feldlinien eine in sich geschlossene Feldlinie ab. Diese schreitet selbständig in den Raum hinaus, während der Rest der Feldlinien in den Leiter zurücksinkt. Die Zahl der zurückkehrenden Feldlinien ist also ebenso groß wie die Zahl der ausgegangenen. Ihre Energie ist aber notwendig um die Energie der abgeschnürten Teile vermindert. Dieser Energieverlust stellt die Energie der Strahlung in den Raum dar. Er muß durch den Sender gedeckt werden. Ohne Energiezufuhr würden die Schwingungen im Doppelpol abklingen. Zur Zeit $t = \frac{T}{2}$ haben wir das gleiche Bild wie zur Zeit $t = 0$; nur müssen wir die Richtung der Pfeile umkehren. Dann wiederholt sich das Spiel der Kräfte in der erläuterten Weise. Die abgeschnürten Feldlinien wandern, wie in Abb. 5 dargestellt, in den Raum hinaus, wo sie sich in der Ferne verlieren.

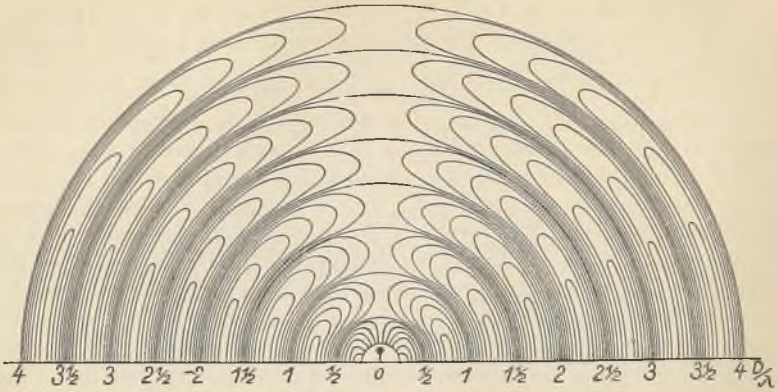


Abb. 5. Elektrische Feldlinien in der weiteren Umgebung des harmonisch schwingenden Doppelpoles.

II. Strom- und Spannungsverteilung

1. Allgemeine Betrachtungen

a) Zusammenhang zwischen Stromverteilung und Antenneneigenschaften

(7) Um die Strahlungseigenschaften von technischen Strahlern berechnen zu können, muß der Strom bzw. die Ladung an jeder Stelle des Leiters nach Amplitude und Phase bekannt sein. Zumindest muß das Verhältnis der Amplituden zu der Amplitude des Stromes in einem an sich beliebigen Bezugspunkt und der Phasenunterschied gegen die Phase des Stromes in dem Bezugspunkt, die „Stromverteilung", gegeben sein. Sind außerdem noch die Spannungen der einzelnen Elemente nach Amplitude und Phase bekannt oder ist wenigstens die „Spannungsverteilung" gegeben, so beherrscht man auch die übrigen Eigenschaften des Strahlers, wie Scheinwiderstand, Eigenwellenlänge, Dämpfung usw., deren Kenntnis in der Technik ebenfalls wichtig ist.

b) Wirkung vollkommen leitender Erde

(8) Die Erde stellt in elektrischer Hinsicht einen mehr oder weniger gut leitenden Körper dar. Sie übt infolgedessen einen wesentlichen Einfluß auf elektromagnetische Vorgänge in dem Luftraum über ihr aus, zumindest bis zu einer gewissen Höhe. Abgesehen von Flugzeugantennen ist der Abstand technischer Antennen von der Erdoberfläche immer vergleichbar mit der Wellenlänge. Daher ist es bei einer allgemeinen theoretischen Untersuchung zweckmäßig, die Wirkung der Erde auf das elektromagnetische Feld von Antennen von vorn-

herein zu berücksichtigen. Wir lassen dabei offen, ob ein Erder, d. h. eine leitende Verbindung der Antenne mit der Erde, vorhanden ist oder nicht.

Die Wirkung der Erde läßt sich am einfachsten in der Weise erfassen, daß man zu einer wirklichen Antennenanordnung über der Erde eine Anordnung im freien Raum ermittelt, die in dem Halbraum oberhalb der der Erdoberfläche entsprechenden Fläche die gleiche Feldverteilung ergibt. Diese Anordnung wird bereits eindeutig durch die Forderung bestimmt, daß die Grenzbedingungen an der Erdoberfläche erfüllt sein müssen.

Zunächst sei die Erde als eben und vollkommen leitend angenommen. Diese Annahme entspricht in den meisten Fällen der Wirklichkeit mit ausreichender Genauigkeit. Dann muß die elektrische Feldstärke an der der Oberfläche entsprechenden Ebene überall senkrecht zu dieser gerichtet und zu beiden Seiten der Ebene gleich groß sein. Die magnetische Feldstärke muß zu beiden Seiten der Ebene ebenfalls gleich groß sein. Eine solche Feldverteilung erhält man nur bei einer Anordnung, die zur Grenzebene spiegelbildlich symmetrisch ist. Bezüglich der Richtung und Größe der Ströme im Spiegelbild ist zu beachten, was unter (2) über die Vorzeichen der radialen Komponente der Feldstärke und der zu ihr senkrechten Komponente festgestellt wurde. In Abb. 6 ist das schematisch an dem Beispiel eines senkrechten und eines waagerechten Leiterelementes veranschaulicht. Es ergeben sich folgende Regeln:

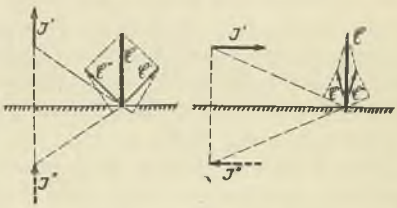


Abb. 6. Spiegelbild eines senkrechten und eines waagerechten Leiterelementes.

1. Dem Strom in einem senkrechten Leiter entspricht in seinem Spiegelbild ein gleich gerichteter Strom von gleicher Größe und gleicher Phase.

2. Dem Strom in einem waagerechten Leiter entspricht in seinem Spiegelbild ein entgegengesetzt gerichteter Strom von gleicher Größe und gleicher Phase (oder, was dasselbe ist, ein gleich gerichteter Strom von gleicher Größe und entgegengesetzter Phase).

Der Strom im Spiegelbild eines geneigten Leiters ergibt sich hieraus durch Zerlegung des wirklichen Stromes in seine senkrechte und waagerechte Komponente. Der Strom am Erdungspunkt eines Leiters z. B. setzt sich demnach stetig in seinem Spiegelbild fort.

Mit dieser Maßgabe kann die Erde in ihrer Wirkung also einfach durch Anbringung eines Spiegelbildes der Antenne unter der Erdoberfläche ersetzt werden.

c) Ersatz-Doppelleitung

(9) Der Ausgangspunkt aller Theorien über die Stromverteilung ist, daß jeder Antennenleiter mit seinem Spiegelbild als eine symmetrische Doppelleitung aufgefaßt werden kann. Bei waagerechten Leitern bereitet diese Auffassung der Vorstellung keine Schwierigkeiten. Daß aber auch eine senkrechte Antenne mit ihrem Spiegelbild als Doppelleitung behandelt werden soll, erscheint demjenigen zunächst eigenartig, der gewohnt ist, sich unter einer Doppelleitung zwei parallele gestreckte Leiter vorzustellen. Eine senkrechte Antenne mit ihrem Spiegelbild stellt zwar offenbar eine symmetrische Anordnung dar, und die Ströme sind in der Hin- und Rückleitung, vom Symmetriepunkt aus gesehen, entgegengesetzt gerichtet. Sonst besteht aber äußerlich wenig Ähnlichkeit mit der Paralleldrahtleitung. Trotzdem sind die elektrischen Verhältnisse ganz ähnlich. Jedem Leiterelement ist sicherlich ein bestimmter Wert von Selbstinduktivität und Kapazität eigen. Nur sind diese Werte im Gegensatz zur Paralleldrahtleitung nicht für alle Elemente gleich groß. Schließlich sind sie strenggenommen auch nicht unabhängig von der Frequenz der erregenden Schwingung. Das Entscheidende ist nun, daß sie sich im allgemeinen verhältnismäßig wenig entlang des Antennenleiters und mit der Frequenz ändern. Hierauf wird unter (23) und (25) noch näher eingegangen. So kommt es, daß unter Zugrundelegung von mittleren, gleichbleibenden Werten, d. h. bei Anwendung des Verfahrens der Ersatzdoppelleitung, meist ausreichende Genauigkeit erzielt wird.

Bei Drähten, Seilen, Reusen und Rohren als Antennenleitern, also bei Leitern mit verhältnismäßig kleinem Querschnitt, ergibt die Rechnung mit gleichbleibender Induktivität und Kapazität so gute Übereinstimmung mit der Messung, daß ein Bedürfnis nach einer genaueren Theorie erst entstand, als auch metallische Maste als Antennenleiter verwendet wurden. Ansätze zu einer solchen Theorie sind im Schrifttum vorhanden, jedoch noch zu wenig abgeschlossen. Wir gehen deshalb von dem Verfahren der Ersatz-Doppelleitung aus, zumal dieses leichter und anschaulicher zu handhaben ist. Außerdem ist es mitunter praktisch der einzige Weg, besonders bei verwickelteren Anordnungen, um die Stromverteilung vorauszubestimmen.

d) Allgemeine Theorie der Stromverteilung auf der glatten Doppelleitung

(10) Die Längeneinheit der Doppelleitung habe den Leitungswiderstand $\boldsymbol{R}$, die Selbstinduktivität $\boldsymbol{L}$, die Ableitung $\boldsymbol{G}$ und die Kapazität $\boldsymbol{C}$. Der Ort auf der Leitung sei durch den Abstand x von einem bestimmten Punkt festgelegt. Die Richtungen des positiven Stromes i

und der positiven Spannung u seien durch die Pfeile in Abb. 7 gegeben. Diese Wahl der Strom- und Spannungsrichtungen weicht von der üblichen ab und bedeutet, daß die Stromquelle in Richtung der wachsenden x (nicht bei $x = 0$) liegt.

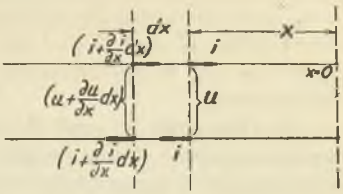


Abb. 7. Zur Festsetzung der positiven Stromrichtung bei der Doppelleitung.

Die Anwendung der elektromagnetischen Grundgesetze auf ein Element dx der Leitung führt auf die bekannten Differentialgleichungen [3]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial i}{\partial x} &= \boldsymbol{G} u + \boldsymbol{C} \frac{\partial u}{\partial t} \\ \frac{\partial u}{\partial x} &= \boldsymbol{R} i + \boldsymbol{L} \frac{\partial i}{\partial t}. \end{aligned} \tag{37}$$

Bei der glatten (homogenen) Leitung sind $\boldsymbol{R}$, $\boldsymbol{L}$, $\boldsymbol{G}$ und $\boldsymbol{C}$ vom Orte x unabhängig. Dann ist (37) allgemein lösbar. Bei Anwendung der komplexen Darstellungsweise (vgl. unter (5)) ergeben sich die Leitungsgleichungen in der bekannten Form:

$$\begin{aligned} \mathfrak{J}_x &= \frac{\mathfrak{U}_e}{\mathfrak{Z}} \operatorname{Sin} \gamma x + \mathfrak{J}_e \operatorname{Cos} \gamma x \\ \mathfrak{U}_x &= \mathfrak{U}_e \operatorname{Cos} \gamma x + \mathfrak{Z} \mathfrak{J}_e \operatorname{Sin} \gamma x. \end{aligned} \tag{38}$$

Hierin sind $\mathfrak{J}_e$ und $\mathfrak{U}_e$ der Strom bzw. die Spannung an der Stelle $x = 0$, $\mathfrak{J}_x$ und $\mathfrak{U}_x$ der Strom bzw. die Spannung an der Stelle x. Der „Wellenwiderstand" $\mathfrak{Z}$ und die „Fortpflanzungskonstante" γ gehen aus den Leitungskonstanten hervor durch:

$$\mathfrak{Z} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{R} + j\omega \boldsymbol{L}}{\boldsymbol{G} + j\omega \boldsymbol{C}}}. \tag{39}$$

$$\gamma = \sqrt{(\boldsymbol{R} + j\omega \boldsymbol{L})(\boldsymbol{G} + j\omega \boldsymbol{C})}. \tag{40}$$

Beide haben im allgemeinsten Fall sowohl einen (reellen) Wirkanteil als auch einen (imaginären) Blindanteil. $\mathfrak{Z}$ ist also ein „gerichteter" Widerstand. γ hat die Dimension einer reziproken Länge.

Alle Größen in (38) beziehen sich zunächst auf die Doppelleitung. Bei einer symmetrisch aufgebauten und erregten Antenne ist die Bedeutung der eingeführten Größen ohne weiteres klar. Hat man nur einen Leiter mit Erde als Rückleitung, wie bei einer gegen Erde erregten Antenne, so ist dieser Leiter, wie gezeigt, durch sein Spiegelbild in der Erde zu einer Doppelleitung zu ergänzen. In (38) ist dann $\mathfrak{J}$ nach wie vor der Strom im Leiter; $\mathfrak{U}$ ist jedoch das Doppelte der Spannung gegen Erde, wenn unter $\mathfrak{Z}$ auch in diesem Falle der Wellen-

widerstand der Doppelleitung verstanden wird, was zur Vermeidung von Irrtümern angebracht und im folgenden auch durchgeführt ist. Die Größen $\boldsymbol{R}$ und $\boldsymbol{L}$ sind also doppelt, die Größen $\boldsymbol{G}$ und $\boldsymbol{C}$ halb so groß wie die entsprechenden Größen für einen Leiter mit Erde als Rückleitung.

In (38) sind $\mathfrak{J}_e$ und $\mathfrak{U}_e$ zunächst unabhängig voneinander. Wir verstehen unter ihnen Strom und Spannung am Ende, d. i. die dem Speisepunkt entgegengesetzte Seite der Leitung. Dieser entspricht bei Antennen das oberste bzw. äußerste Ende des Leiters oder Leiterabschnittes, vom Speisepunkt aus gesehen. Zwischen $\mathfrak{J}_e$ und $\mathfrak{U}_e$ kann daher immer eine lineare, von x unabhängige Beziehung hergestellt werden:

$$\mathfrak{U}_e = \mathfrak{R}_e \mathfrak{J}_e ,$$

wenn nicht eine von ihnen überhaupt verschwindet. Den „gerichteten" (komplexen) Widerstand $\mathfrak{R}_e$ bezeichnen wir als den „Abschlußwiderstand" der Leitung. Er ist für eine gegebene Anordnung eine gegebene Größe. Führt man ihn in (38) ein, so ergibt sich:

$$\mathfrak{J}_x = \frac{\mathfrak{U}_e}{\mathfrak{Z}}\left(\mathfrak{Sin}\,\gamma x + \frac{\mathfrak{Z}}{\mathfrak{R}_e}\,\mathfrak{Cos}\,\gamma x\right) \tag{41}$$

$$\mathfrak{U}_x = \mathfrak{U}_e\left(\mathfrak{Cos}\,\gamma x + \frac{\mathfrak{Z}}{\mathfrak{R}_e}\,\mathfrak{Sin}\,\gamma x\right).$$

Damit ist es nun auch möglich, die „Strom-" und „Spannungsverteilung" anzugeben. Unter dieser wollen wir das Verhältnis des Stromes bzw. der Spannung an der Stelle x zu dem Strom bzw. der Spannung in irgendeinem Bezugspunkt A mit $x = x_A$ verstehen. Wie man aus (41) ohne weiteres ersieht, kommt in diesem Verhältnis außer x und x_A nur γ, $\mathfrak{Z}$ und $\mathfrak{R}_e$ vor. Das sind Größen, die bei einer gegebenen Anordnung und Frequenz als bekannt anzusehen sind. Jedenfalls ist keine von ihnen von Schaltmaßnahmen im Anfang der Leitung, d. h. im Speisepunkt, abhängig. Daraus ergibt sich die eigentlich selbstverständliche Regel, nach der bei der Rechnung zu verfahren ist:

Die Strom- und Spannungverteilung stellt sich vom Ende her ein, d. h. von der Seite her, die dem Speisepunkt abgewandt ist.

2. Dämpfungsfreie Leitung

a) Eigenschaften der dämpfungsfreien Leitung mit gleichbleibendem Wellenwiderstand

(11) Die Berechnung der Strom- und Spannungsverteilung läßt sich wesentlich vereinfachen, wenn die Leitung als dämpfungsfrei angenommen werden darf, d. h. wenn der Leitungswiderstand und die Ableitung vernachlässigt werden dürfen. Das ist in vielen praktischen

Fällen zulässig, vor allem, wie noch gezeigt wird, bei elektrisch kurzen Antennen. Mit $\boldsymbol{R} = 0$ und $\boldsymbol{G} = 0$ ergibt sich aus (39):

$$\mathfrak{Z} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{C}}} \tag{42}$$

Der Wellenwiderstand hat dann also die Eigenschaften eines reinen, von der Frequenz unabhängigen Wirkwiderstandes, weshalb wir für $\mathfrak{Z}$ hier Z schreiben wollen. Im folgenden nehmen wir Z zunächst als gegeben an. Im Abschnitt II, 4 wird gezeigt werden, wie Z aus den Leiterabmessungen ermittelt wird.

Weiter folgt aus (40):

$$\gamma = j\omega\sqrt{\boldsymbol{L}\boldsymbol{C}}. \tag{43}$$

Die Fortpflanzungskonstante ist hier also eine rein imaginäre Größe. Für gestreckte Leiter ohne Eisen ($\mu = \mu_0$) mit Luft als Dielektrikum ($\varepsilon = \varepsilon_0$) läßt sich zeigen [4], daß:

$$\sqrt{\boldsymbol{L}\boldsymbol{C}} = \frac{1}{c},$$

wo c die Lichtgeschwindigkeit ist. Bei Antennen wird mitunter Eisen verwandt, z. B. bei selbstschwingenden Masten. Doch ist auch dann noch $\mu = \mu_0$ zu setzen, da infolge der Hautwirkung bei Hochfrequenz eine Magnetisierung des Eisens, auf die es allein ankommt, praktisch nicht eintritt. Daß das elektrische Feld von Antennen zum Teil in Isolatoren verläuft, deren Dielektrizitätskonstante größer ist als ε_0, spielt ebenfalls keine Rolle, da der von den Isolatoren eingenommene Raum verschwindend klein ist im Verhältnis zu dem vom Feld erfüllten Luftraum. Somit ist für gestreckte Antennenleiter:

$$|\gamma| = \frac{\omega}{c} = \alpha = \frac{2\pi}{\lambda},$$

wo α die „Winkelkonstante", λ die „Wellenlänge" der fortschreitenden Wellen im freien Raum ist, Größen, die unter (5) eingeführt worden sind.

Zunächst sei die am Ende offene Leitung betrachtet ($\mathfrak{R}_e = \infty$). Mit

$$\mathfrak{Cof}\, j\alpha x = \cos\alpha x; \quad \mathfrak{Sin}\, j\alpha x = j\sin\alpha x$$

ergibt sich aus (41):

$$\begin{aligned} \mathfrak{J}_x &= j\frac{\mathfrak{U}_e}{Z}\sin\alpha x \\ \mathfrak{U}_x &= \mathfrak{U}_e\cos\alpha x. \end{aligned} \tag{44}$$

Hieraus ergeben sich folgende Gesetze für die dämpfungsfreie Leitung:

1 Die (zeitliche) Phase des Stromes bzw. der Spannung ist an allen Stellen der Antenne die gleiche, d. h. es bilden sich „stehende" Wellen aus.

2. Der Strom ist an jeder Stelle der Antenne gegen die Spannung um 90° in der (zeitlichen) Phase verschoben, was nach dem Energiegesetz bei verschwindender Dämpfung selbstverständlich ist.

3. Die Amplitude sowohl des Stromes als auch der Spannung ist räumlich wellenförmig (sinusförmig) verteilt.

4. Die Stromverteilungskurve ist gegen die Spannungsverteilungskurve räumlich um 90° verschoben.

In zwei Punkten x_1 und x_2 auf der Leitung, deren Abstand $x_1 - x_2 = \frac{2\pi}{\alpha}$ ist, haben die Ströme bzw. Spannungen die gleiche Größe. Zwischen ihnen liegt eine ganze Welle; die Wellenlänge der stehenden Welle ist also:

$$\lambda_A = \frac{2\pi}{\alpha} = \lambda,$$

d. h. die Wellenlänge der stehenden Wellen ist ebenso groß wie die der fortschreitenden Wellen im freien Raum.

In Analogie zu den mechanischen Schwingungen einer Saite bezeichnet man die Nullstellen des Stromes bzw. der Spannung als „Knoten", die Höchstwerte als „Bäuche". Es fallen also Strombäuche mit Spannungsknoten und Stromknoten mit Spannungsbäuchen zusammen. Wir schreiben der Stelle, an dem sich der dem Ende der Leitung am nächsten liegende Strombauch befindet, die Ordnungszahl $\nu = 1$ zu, der Stelle des darauf folgenden Stromknotens die Ordnungszahl $\nu = 2$, der Stelle des dann folgenden Strombauches die Ordnungszahl $\nu = 3$ usw. ν ist demnach für die Strombäuche und Spannungsknoten eine ungerade Zahl, für die Stromknoten und Spannungsbäuche eine gerade Zahl. Die Lage der Bäuche und Knoten läßt sich damit auf einfache Weise beschreiben. Das Winkelmaß des Abstandes x_ν derselben vom Leitungsende ist:

$$\alpha x_\nu = \nu\ 90^\circ \qquad \nu = 1,\ 2,\ 3 \ldots$$

Man kann x_ν auch durch die Wellenlänge ausdrücken:

$$x_\nu = \nu \frac{\lambda}{4} \qquad \nu = 1,\ 2,\ 3 \ldots$$

Bei Antennen kommt es häufig vor, daß der Leiter so kurz ist, daß kein Strombauch auf ihm liegt. Dann kann man sich die Leitung verlängert und die Stromverteilung auf der Verlängerung sinusförmig fortgesetzt denken. Den Strombauch auf der Verlängerung bezeichnet man als „fiktiven" Strombauch.

Wählt man als „Bezugspunkt" z. B. den Ort eines Strombauches, den wir durch den Index 0 kennzeichnen wollen, so ist der Strom an dieser Stelle nach (44):

$$\mathfrak{J}_0 = j \frac{\mathfrak{U}_e}{Z}.$$

Die Stromverteilung [vgl. unter (10)] ist somit dargestellt durch:

$$\frac{\mathfrak{J}_x}{\mathfrak{J}_0} = \sin \alpha x.$$

Entsprechend erhält man, wenn man als Bezugspunkt den Ort eines Spannungsbauches wählt:

$$\mathfrak{U}_0 = \mathfrak{U}_e,$$

für die Spannungsverteilung:

$$\frac{\mathfrak{U}_x}{\mathfrak{U}_0} = \cos \alpha x.$$

Die Ableitung der Strom- und Spannungsverteilung aus den Leitungsgleichungen ist, wie hieraus hervorgeht, so einfach, daß wir sie bei den folgenden Beispielen aus Gründen der Platzersparnis nicht ausdrücklich hinschreiben.

Um die Stromverteilung schnell ohne Rechenarbeit ermitteln zu können, sind diesem Buch die Tafeln I und II beigefügt. Aus Tafel I entnimmt man für eine gegebene Leiterlänge l und gegebene Wellenlänge λ das zugehörige Winkelmaß αl in Grad, gemäß der Beziehung:

$$(\alpha l)^\circ = \frac{l}{\lambda} \cdot 360^\circ.$$

Aus Tafel II kann man dann den dazugehörigen sin oder cos ablesen.

b) Abschlußwiderstand am Ende

(12) Nunmehr betrachten wir eine dämpfungsfreie Leitung, die am Ende nicht offen, sondern mit einem Widerstand $\mathfrak{R}_e$ endlicher Größe abgeschlossen ist. Entsprechend den Verhältnissen bei Antennen machen wir die einschränkende Festsetzung, daß $\mathfrak{R}_e$ ein reiner Blindwiderstand sein soll:

$$\mathfrak{R}_e = j B_e.$$

Bei einer Endkapazität z. B. ist: $B_e = \frac{-1}{\omega C_e}$, beim Abschluß mit einer Induktivität: $B_e = \omega L_e$. Die am Ende offene Leitung ist der Sonderfall $C_e = 0$ oder $L_e = \infty$. Die am Ende kurzgeschlossene oder geerdete Leitung ist der Sonderfall $L_e = 0$ oder $C_e = \infty$. Wir führen ein:

$$\operatorname{tg} \alpha l_v = -\frac{Z}{B_e}. \tag{45}$$

l_v ist demnach eine reelle, positive oder negative Größe mit der Dimension einer Länge, deren Bedeutung noch gezeigt wird. Nach Einsetzen in (41) erhält man durch einfache Umformung:

$$\mathfrak{J}_x = j \frac{\mathfrak{U}_e}{Z \cos \alpha l_v} \sin \alpha (x + l_v)$$
$$\mathfrak{U}_x = \frac{\mathfrak{U}_e}{\cos \alpha l_v} \cos \alpha (x + l_v) . \tag{46}$$

Wählt man als Bezugspunkt die Stelle $x_1 = \frac{\lambda}{4} - l_v$, für die der Strom

$$\mathfrak{J}_0 = j \frac{\mathfrak{U}_e}{Z \cos \alpha l_v},$$

so wird die Stromverteilung dargestellt durch:

$$\frac{\mathfrak{J}_x}{\mathfrak{J}_0} = \sin \alpha (x + l_v) .$$

Der Abschlußwiderstand jB_e bewirkt demnach nicht etwa eine Formänderung, sondern lediglich eine Verschiebung der Stromverteilungskurve um die Länge l_v gemäß (45). Die Stromverteilungskurve bleibt also innerhalb des glatten Leiterabschnittes sinusförmig, und die Wellenlänge der stehenden Welle ist unverändert. Das gleiche gilt von der Spannungsverteilung. Die im vorangegangenen für die offene Leitung aufgestellten Gesetze gelten also auch für die Leitung mit Abschluß.

Von dem Abschlußwiderstand der Leitung ist nur vorausgesetzt worden, daß er ein reiner Blindwiderstand ist. Nun stellt aber auch jede dämpfungsfreie Leitung, wie schon eine Leistungsbetrachtung zeigt, an ihrem Anfang einen reinen Blindwiderstand dar. Die obigen Feststellungen haben demnach auch Gültigkeit, wenn an das Ende der Leitung eine weitere dämpfungsfreie Leitung mit beliebigem Wellenwiderstand und beliebiger Länge angeschlossen ist. Dieser Fall liegt bei Antennen vor, die nur innerhalb gewisser Abschnitte als glatte Leitungen anzusprechen sind. Hierauf wird unter **(13)**, **(14)** und **(15)** näher eingegangen.

Ist der Abschlußwiderstand eine Kapazität C_e, so ist B_e negativ und l_v gemäß (45) positiv:

$$l_v = \frac{1}{\alpha} \operatorname{arc\,tg} (Z \omega C_e) . \tag{47}$$

Er wirkt also bezüglich der Stromverteilung wie eine Verlängerung der Leitung um das Stück l_v. Ist er eine Induktivität L_e, so ist B_e positiv und l_v negativ:

$$l_v = -\frac{1}{\alpha} \operatorname{arc\,tg} \left(\frac{Z}{\omega L_e} \right) . \tag{48}$$

Er wirkt also bezüglich der Stromverteilung wie eine Verkürzung der Leitung um das Stück $|l_v|$. Da l_v außer von ω, L_e und C_e von Z abhängt, hängt auch die Stromverteilung von Z ab. Zu beachten ist

dabei, daß bei gegebenem Z und C_e bzw. L_e die Verlängerung bzw. Verkürzung l_v nicht etwa eine Konstante, sondern von der Frequenz ω der erregenden Schwingung, d. h. der Wellenlänge, abhängig ist. Die Ermittlung von l_v in einem praktischen Fall gestaltet sich an Hand der Tafel II, in der die tg-Funktion aufgetragen ist, sehr einfach. Der Winkel, dessen tg gleich dem Verhältnis $\frac{Z}{B_e}$ ist, ist nach (45) das Winkelmaß αl_v der Verlängerung bzw. Verkürzung. Um l_v in m zu erhalten, braucht man nur mit (αl_v) in Tafel I zu gehen.

Hier ist unter B_e immer der Abschlußwiderstand der Doppelleitung verstanden. Hat man nur einen Leiter mit Erde als Rückleitung, wie bei einer gegen Erde erregten Antenne, so ist dieser Leiter durch sein Spiegelbild zu einer Doppelleitung zu ergänzen. Für B_e ist dann das Doppelte des Abschlußwiderstandes gegen Erde einzusetzen, wenn unter Z der Wellenwiderstand der Doppelleitung verstanden wird. B_e entspricht also der halben Kapazität bzw. doppelten Induktivität gegen Erde. Um das zu veranschaulichen, teilen wir in den folgenden Ersatzschaltbildern B_e immer in zwei Hälften auf, die in der Mitte geerdet sind.

$$tg\,\alpha l_v = Z\omega C_e$$

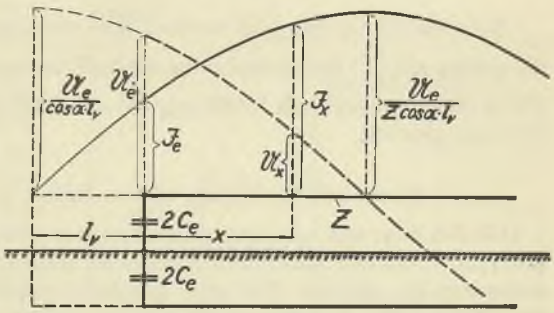


Abb. 8. Strom-Spannungsverteilung auf der mit einer Kapazität C_e abgeschlossenen Leitung.

Der bei Antennen am häufigsten vorkommende Fall ist der, daß der Abschlußwiderstand eine Kapazität ist, „Endkapazität" genannt. In Abb. 8 ist ein Beispiel für die Strom- und Spannungsverteilung in diesem Fall dargestellt. Es ist dazu die bei Antennen übliche Darstellungsweise gewählt, die Amplitude des Stromes bzw. der Spannung senkrecht zum Leiter mit diesem als Abszissenachse aufzutragen. Man erhält so ein anschauliches Bild der Verteilung. Sie ist der Übersichtlichkeit halber nur für den einen Leiter eingezeichnet. Die Verteilung auf dem anderen Leiter ist ein Spiegelbild der Verteilung auf dem ersten.

Ist $\frac{1}{\omega C_e} \gg Z$ (Endkapazität klein, lange Wellen), so gilt wegen $\operatorname{tg} \alpha l_v \approx \alpha l_v$ die Näherungsbeziehung $\left(\omega = \alpha \cdot c;\ c = 3 \cdot 10^{10} \frac{\text{cm}}{s}\right)$:

$$l_v = c \cdot Z \cdot C_e \tag{49}$$

oder, als Zahlenwertgleichung geschrieben:

$$l_{v\,[\mathrm{cm}]} = 0{,}03\, Z_{[\Omega]}\, C_{e\,[\mathrm{pF}]}\,. \tag{49a}$$

Bei kleinen Endkapazitäten ist demnach die Verlängerung l_v von der Frequenz unabhängig und proportional der Kapazität und dem Wellenwiderstand. Sie kann aber, wie aus (47) hervorgeht, niemals größer als $\frac{\lambda}{4}$ werden.

Die verlängernde Wirkung einer Endkapazität kann erhöht werden, wenn ihr eine Induktivität vorgeschaltet wird, wovon in der Praxis häufig Gebrauch gemacht wird. Die scheinbare Kapazität C'_e der Reihenschaltung von $\frac{1}{j\omega C_e}$ und $j\omega L$ errechnet sich zu:

$$C'_e = \frac{1}{1-\omega^2 L C_e}\cdot C_e\,. \tag{50}$$

Sie selbst kann sehr groß werden, ihre verlängernde Wirkung jedoch nie größer als $\frac{\lambda}{4}$. Der Anwendung dieses Kunstgriffes sind in der Praxis durch die entsprechende Erhöhung der auftretenden Spannungen meist Grenzen gesetzt.

c) Parallelschaltung eines Blindwiderstandes

(13) Bei dem sog. „spannungsgekoppelten Höhendipol" [siehe unter **(107)**] ist nicht nur am oberen Ende eines senkrechten Leiters, sondern außerdem im unteren Teil eine Kapazitätsfläche angebracht. Diese entspricht einer in einem bestimmten Punkt zur Leitung parallelgeschalteten Kapazität. Dieser Fall kommt auch sonst häufig vor. Denkbar ist auch, daß eine Induktivität parallel geschaltet ist. Beide Fälle erfassen wir, wenn wir den Einfluß eines an einer beliebigen Stelle der Leitung parallelgeschalteten Blindwiderstandes jB_1 (positiv für Induktivitäten, negativ für Kapazitäten) untersuchen.

Auf jeden der Leitungsabschnitte zu beiden Seiten der Schaltstelle $x = l_1$ können wir die Leitungsgleichungen anwenden. Aus (44) folgt für Strom und Spannung am Anfang (gekennzeichnet durch den Index a) des Abschnittes zwischen Ende und Schaltstelle (gekennzeichnet durch den Index 1):

$$\mathfrak{J}_{a1} = j\frac{\mathfrak{U}_{e1}}{Z}\sin\alpha l_1; \qquad \mathfrak{U}_{a1} = \mathfrak{U}_{e1}\cos\alpha l_1. \tag{51}$$

Wenden wir (46) auf den Abschnitt zwischen Schaltstelle und Anfang (gekennzeichnet durch den Index 2) an, indem wir x durch $(x - l_1)$ ersetzen, und der Parallelschaltung des Blindwiderstandes am Ende dieses Abschnittes Rechnung tragen durch den Ansatz:

$$\mathfrak{J}_{e2} = \mathfrak{J}_{a1} + \frac{\mathfrak{U}_{a1}}{j B_1}; \qquad \mathfrak{U}_{e2} = \mathfrak{U}_{a1},$$

so erhalten wir nach einfacher Umformung für den Abschnitt 2:

$$\begin{aligned} \mathfrak{J}_x &= j \frac{\mathfrak{U}_{e1}}{Z} \frac{\cos \alpha l_1}{\cos \alpha (l_1 + l_v)} \sin \alpha (x + l_v) \\ \mathfrak{U}_x &= \mathfrak{U}_{e1} \frac{\cos \alpha l_1}{\cos \alpha (l_1 + l_v)} \cos \alpha (x + l_v) . \end{aligned} \tag{52}$$

Hierin ist gesetzt:

$$\operatorname{tg} (\alpha l_1) - \frac{Z}{B_1} = \operatorname{tg} \alpha (l_1 + l_v) . \tag{53}$$

Aus dieser Gleichung geht hervor, daß die Wirkung des parallelgeschalteten Blindwiderstandes auf den Anfang der Leitung grundsätzlich genau die gleiche wie die des oben besprochenen Abschlußwiderstandes B_e ist. Eine Kapazität (B_1 negativ) ergibt eine scheinbare Verlängerung (l_v positiv), eine Induktivität (B_1 positiv) eine scheinbare Verkürzung (l_v negativ) der Leitung. Nur ist die Größe der Verlängerung bzw. Verkürzung nicht allein von der Größe des Blindwiderstandes B_1 im Verhältnis zum Wellenwiderstand Z abhängig, sondern auch noch von dem Winkelmaß des ersten Leitungsabschnittes, d. h. von der Wellenlänge und von der Lage der Stelle, an der dieser eingeschaltet ist. Das ergibt sich anschaulich aus Abb. 9 an Hand von (53). Bei Anbringung des Blindwiderstandes in der Nähe des Strombauches ($\alpha l_1 = \nu \cdot 90°$, wobei ν ungerade), wirkt dieser wenig oder gar nicht, in der Nähe des Stromknotens ($\alpha l_1 = \nu\, 90°$ mit ν gerade) am meisten. In Abb. 10 ist die Stromverteilung für einen Fall, in dem B_1 kapazitiv ist, dargestellt. Charakteristisch für den Fall des Parallelwiderstandes ist der Sprung in der Stromkurve und der Knick in der Spannungskurve an der Schaltstelle. Es sei noch besonders darauf hingewiesen, daß bei gegebenem l_1, Z und B_1 der Betrag von l_v von der Wellenlänge der erregenden Schwingung abhängig, also für eine bestimmte Antenne keine Konstante ist.

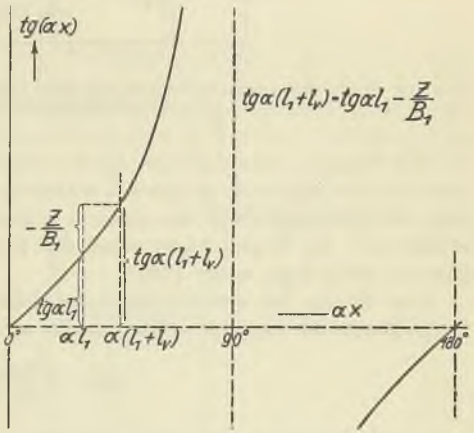


Abb. 9. Wirkung eines parallelgeschalteten Blindwiderstandes.

Es mag eigenartig erscheinen, daß hiernach im Strombauch ein beliebiger Blindwiderstand, also auch ein Kurzschluß angebracht

$$tg\alpha(l_1+l_v) = tg\alpha l_1 + Z\omega C_1$$

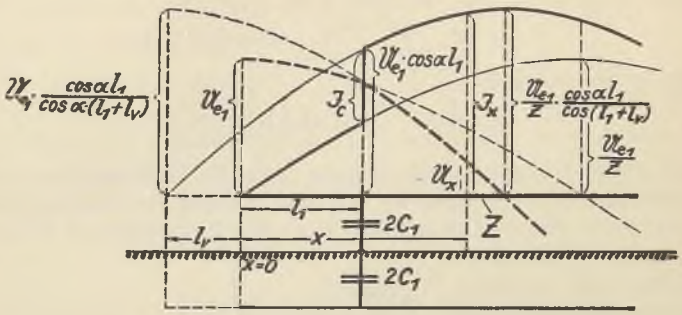


Abb. 10. Strom-Spannungsverteilung auf einer Leitung, der bei $x = l_1$ eine Kapazität parallelgeschaltet ist.

werden könnte, ohne daß sich die Stromverteilung änderte. Das hängt mit der hier zugrunde gelegten Voraussetzung zusammen, daß die Leitung dämpfungsfrei ist, was natürlich praktisch höchstens angenähert erfüllt ist. In Wirklichkeit wird die Spannung im Strombauch nie ganz zu Null [vgl. unter (20)].

Der Strom im (wirklichen oder fiktiven) Strombauch auf dem Leiterabschnitt zwischen Schaltstelle und Ende ist:

$$\mathfrak{J}_{01} = j\frac{\mathfrak{U}_{e1}}{Z} \tag{54}$$

und auf dem Leiterabschnitt zwischen Schaltstelle und Anfang:

$$\mathfrak{J}_{02} = j\frac{\mathfrak{U}_{e1}}{Z}\frac{\cos\alpha\, l_1}{\cos\alpha\,(l_1+l_v)}, \tag{55}$$

d. h. je nach dem Wert von l_v größer oder kleiner als auf dem anderen Abschnitt.

d) Reihenschaltung eines Blindwiderstandes

(14) Häufig ist an irgendeiner Stelle der Antenne in den Leiter eine Induktivität [z. B. beim „unterteilten Mast", siehe unter **(108)**] oder eine Kapazität [z. B. bei der „Antenne mit gleichbleibendem Strom", siehe unter **(109)**] eingeschaltet. Das allgemeine Ersatzbild hierfür ist eine Leitung mit einem in Reihe geschalteten Blindwider-

stand, und zwar, wenn die Symmetrie gewahrt sein soll, eine Hälfte im Hin- und die andere Hälfte im Rückleiter (Spiegelbild).

Wir gehen in der gleichen Weise wie unter (13) vor, indem wir (46) auf den Leitungsabschnitt zwischen Schaltstelle und Anfang (Index 2) anwenden. Wir ersetzen x durch $(x - l_1)$ und tragen der Einschaltung des Blindwiderstandes jB_1 Rechnung durch den Ansatz:

$$\mathfrak{J}_{e2} = \mathfrak{J}_{a1}; \qquad \mathfrak{U}_{e2} = \mathfrak{U}_{a1} + jB_1 \cdot \mathfrak{J}_{a1}.$$

Für Abschnitt 1 gilt (51). Eine einfache Umformung ergibt:

$$\begin{aligned} \mathfrak{J}_x &= j\frac{\mathfrak{U}_{e1}}{Z}\frac{\sin\alpha l_1}{\sin\alpha(l_1+l_v)}\sin\alpha(x+l_v) \\ \mathfrak{U}_x &= \mathfrak{U}_{e1}\cdot\frac{\sin\alpha l_1}{\sin\alpha(l_1+l_v)}\cos\alpha(x+l_v), \end{aligned} \tag{56}$$

wobei gesetzt ist:

$$\operatorname{ctg}(\alpha l_1) - \frac{B_1}{Z} = \operatorname{ctg}\alpha(l_1+l_v). \tag{57}$$

Auch der in Reihe geschaltete Blindwiderstand bewirkt demnach eine Verschiebung der Stromverteilungskurve. Der Richtungssinn der Verschiebung ist jedoch umgekehrt wie im Fall der Parallelschaltung. Das geht anschaulich aus Abb. 11 an Hand von (57) hervor. Eine Kapazität (B_1 negativ) ergibt eine scheinbare Verkürzung der Leitung (l_v negativ), eine Induktivität (B_1 positiv) eine scheinbare Verlängerung (l_v positiv). Die Größe der Verlängerung bzw. Verkürzung ist ebenso wie bei der Parallelschaltung nicht nur von der Größe des Blindwiderstandes im Verhältnis zum Wellenwiderstand abhängig, sondern auch von dem Winkelmaß des ersten Leitungsabschnittes, d. h. von der Wellenlänge und von der Lage der Stelle, an der dieser eingeschaltet ist. Allerdings ist hier die Rolle von Stromknoten und

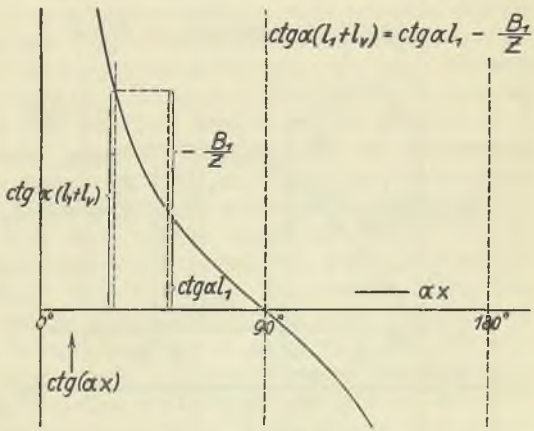


Abb. 11. Wirkung eines in Reihe geschalteten Blindwiderstandes.

Strombauch gegenüber dem Fall der Parallelschaltung vertauscht. In der Nähe des Stromknotens eingeschaltet, wirkt der Blindwiderstand wenig oder gar nicht, am meisten in der Nähe des Strombauches.

$$ctg\alpha(l_1+l_v)=ctg\alpha l_1+\frac{1}{Z\omega C_1}$$

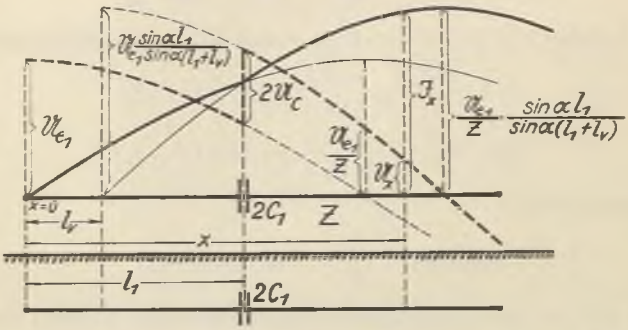


Abb. 12. Strom-Spannungsverteilung auf einer Leitung, in die bei $x = l_1$ eine Kapazität eingeschaltet ist.

$$ctg\alpha(l_1+l_v)=ctg\alpha l_1-\frac{\omega L_1}{Z}$$

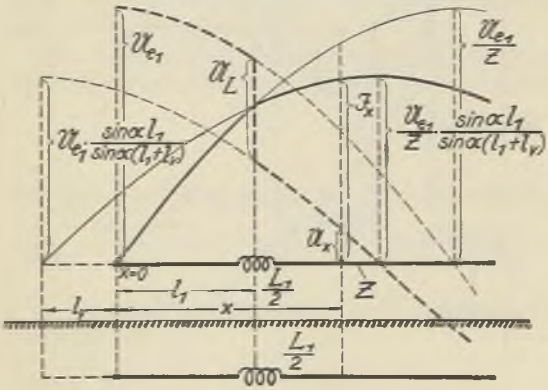


Abb. 13. Strom-Spannungsverteilung auf einer Leitung, in die bei $x = l_1$ eine Induktivität eingeschaltet ist.

In Abb. 12 ist als Beispiel die Stromverteilung auf einer Leitung mit eingeschalteter Kapazität, in Abb. 13 mit eingeschalteter Induktivität dargestellt. Charakteristisch ist in beiden Fällen der Knick in der Stromkurve u. der Sprung in der Spannungskurve (umgekehrt wie bei Parallelschaltung).

e) Unstetigkeiten des Wellenwiderstandes

(15) Man hat eine Antennenanordnung vorgeschlagen und tatsächlich ausgeführt [siehe unter **(108)**], die aus einem metallischen Mast mit einer aufgesetzten Stange besteht. Auch eine solche An-

ordnung läßt sich mit Hilfe der Leitungstheorie erfassen. Der Wellenwiderstand des Mastes ist wegen des großen Querschnittes verhältnismäßig niedrig, der Wellenwiderstand der Stange jedenfalls höher*). Die Ersatzleitung stellt sich somit dar als eine Leitung mit zwei aneinandergesetzten Abschnitten verschiedenen Wellenwiderstandes, d. h. mit einer „Unstetigkeit" des Wellenwiderstandes oder einem „Z-Sprung". Ähnliche Ersatzbilder ergeben sich für eine Reihe häufig vorkommender Anordnungen. Für T- und Schirm-Antennen [vgl. unter (98)] kommt ein solches Ersatzbild in Betracht, wenn die Ausdehnung des Antennendaches so groß gegen die Wellenlänge ist, daß es nicht als konzentrierte Kapazität aufgefaßt werden kann. Die Niederführung und das Antennendach können dann als Abschnitte der Ersatzleitung behandelt werden. Dabei ist der Wellenwiderstand des Daches meist niedriger als der der Niederführung. Besteht der waagerechte Teil einer T-Antenne aus mehreren einzelnen, an das obere Ende der Niederführung angeschlossenen Leitern, so kann dieser Teil selbst wieder als eine Parallelschaltung von Leitungen dargestellt werden. So lassen sich Beispiele für alle möglichen Schaltungen der Ersatzleitung angeben.

Einleitend wurde bereits auf die Voraussetzungen hingewiesen, die zur Anwendung der Leitungstheorie erfüllt sein müssen. Bei zusammengesetzten Antennen kann man diese Voraussetzungen, wenn man von der Dämpfung absieht, ganz allgemein dahin zusammenfassen, daß der Wellenwiderstand innerhalb der einzelnen Abschnitte wenigstens angenähert gleichbleibend und frequenzunabhängig sein muß. Wieweit diese Bedingung erfüllt ist, hängt u. a. von der räumlichen Anordnung der Abschnitte ab und muß von Fall zu Fall geprüft werden. Hier seien nur einige Hinweise gegeben. Entsprechend der praktischen Bedeutung beschränken wir uns dabei auf Anordnungen, die aus Leitern zusammengesetzt sind, deren Querschnitt innerhalb der einzelnen Abschnitte gleichbleibt und deren Länge wesentlich größer als die Abmessungen des Querschnittes ist (gestreckte Leiter). Zunächst betrachten wir den Fall, daß irgendeine gegenseitige elektrische Beeinflussung der einzelnen Leitungsabschnitte nicht besteht oder eine etwa vorhandene vernachlässigbar ist. Das wird der Fall sein, wenn der gegenseitige Abstand der Leiter groß gegen ihre Höhe über dem Boden oder gegen ihre Querschnittsabmessungen ist, wie z. B. bei den Hälften des waagerechten Teiles von niedrigen und langen T-Antennen. Der Wellenwiderstand ändert sich dann wenig innerhalb der Abschnitte und mit der Wellenlänge, wenigstens solange diese groß gegen die Antennenabmessungen ist. Damit ist die Anwendbarkeit der Leitungstheorie gegeben. Mit der Annäherung der Leiter beein-

*) Auf den Zusammenhang zwischen Wellenwiderstand und Leiterabmessung wird im Abschnitt II, 4 eingegangen.

flussen diese gegenseitig die Feldverteilung und damit den Wellenwiderstand, wobei die Größe des Einflusses u. a. von der Spannungsverteilung und damit auch von der Wellenlänge abhängt. Ist diese gegenseitige Beeinflussung nicht vernachlässigbar, aber immerhin gering, so kann das meist durch Einsetzen eines entsprechend höheren oder niedrigeren Wellenwiderstandes einigermaßen berücksichtigt werden, solange die Antennenabmessungen klein gegen die Wellenlänge sind. Das trifft z. B. auf den senkrechten und waagerechten Teil von hohen T-Antennen zu. Ist schließlich die gegenseitige Beeinflussung überhaupt maßgebend für die Feldverteilung, so läßt sich strenggenommen die Leitungstheorie nur anwenden auf räumlich parallel angeordnete und elektrisch parallelgeschaltete Leitungen, deren Abstand klein gegen die Wellenlänge ist, wie z. B. bei den einzelnen Drähten einer Reuse. Wenn bei einem Antennenschirm, d. i. eine strahlenförmige Leiteranordnung, von einem Wellenwiderstand gesprochen wird [vgl. unter (26)], so handelt es sich dabei um einen Begriff, der zwar zur Berechnung der Stromverteilung auf dem senkrechten Teil der Antenne, nicht aber der auf dem Schirm selbst brauchbar ist.

Wie hieraus hervorgeht, ist die Leitungstheorie auf zusammengesetzte Antennen mit Vorsicht anzuwenden. Eine hohe Genauigkeit der Ergebnisse kann im allgemeinen nicht erwartet werden. Wo es sich um Überschlagsrechnungen handelt, ist dieser Weg wegen seiner Übersichtlichkeit jedoch sehr vorteilhaft; bei verwickelteren Anordnungen ist er meist der einzig brauchbare.

(16) Der einfachste Fall einer Unstetigkeit ist der, daß die Leitung aus zwei aneinandergesetzten Abschnitten verschiedenen Wellenwiderstandes besteht. Der nach dem offenen Ende zu liegende „erste" Abschnitt habe die Länge l_1 und den Wellenwiderstand Z_1, der „zweite" Abschnitt den Wellenwiderstand Z_2. Wenden wir wieder (46) auf den zweiten Abschnitt an, und berücksichtigen wir dabei, daß für das Ende dieses Abschnittes gilt:

$$\mathfrak{J}_{a1} = \mathfrak{J}_{e2} = j \cdot \frac{\mathfrak{U}_{e1}}{Z_1} \sin \alpha\, l_1; \qquad \mathfrak{U}_{a1} = \mathfrak{U}_{e2} = \mathfrak{U}_{e1} \cos \alpha\, l_1,$$

so erhalten wir:

$$\begin{aligned} \mathfrak{J}_x &= j\, \frac{\mathfrak{U}_{e1}}{Z_2} \frac{\cos \alpha\, l_1}{\cos \alpha\, (l_1 + l_v)} \sin \alpha\, (x + l_v) \\ \mathfrak{U}_x &= \mathfrak{U}_{e1} \frac{\cos \alpha\, l_1}{\cos \alpha\, (l_1 + l_v)} \cos \alpha\, (x + l_v)\,. \end{aligned} \tag{58}$$

Hierin ist gesetzt:

$$\frac{Z_1}{Z_2} \operatorname{ctg} \alpha\, l_1 = \operatorname{ctg} \alpha\, (l_1 + l_v)\,. \tag{59}$$

Diese Gleichung stellt gewissermaßen die Vorschrift dafür dar, wie die wirkliche Länge l_1 einer Leitung mit dem Wellenwiderstand Z_1 in die gleichwertige Länge $(l_1 + l_v)$ einer Leitung mit dem Wellenwiderstand Z_2 umzuwandeln ist. Man spricht von einer „Transformation des Wellenwiderstandes". Ebenso wie ein parallel oder in Reihe geschalteter Blindwiderstand macht sich der Sprung im Wellenwiderstand am Anfang der Leitung als eine scheinbare zusätzliche Längenänderung l_v bemerkbar, oder, anders ausgedrückt, der erste Abschnitt geht nicht mit seiner wirklichen Länge l_1 ein, sondern mit der scheinbaren Länge $(l_1 + l_v)$.

Für die folgenden Betrachtungen über den Einfluß der Unstetigkeit nimmt man zweckmäßig die Abb. 11 zu Hilfe. Dort ist in die Darstellung der ctg-Funktion der Fall eingetragen, daß $\operatorname{ctg} \alpha (l_1 + l_v)$ aus $\operatorname{ctg} \alpha l_1$ durch Addition einer gewissen Größe hervorgeht. Hier haben wir den Fall, daß $\operatorname{ctg} \alpha (l_1 + l_v)$ aus $\operatorname{ctg} \alpha l_1$ durch Multiplikation mit einer gewissen Größe, nämlich $\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)$, hervorgeht. Nehmen wir an, der Wellenwiderstand des ersten Abschnittes sei kleiner als der des zweiten $(Z_1 : Z_2 < 1)$. Solange das Winkelmaß αl_1 kleiner als 90° ist (kein Strombauch auf l_1), ergibt sich eine scheinbare Verlängerung (l_v positiv). Ist αl_1 größer als 90°, aber kleiner als 180°, so haben wir eine scheinbare Verkürzung. Wenn dagegen der Wellenwiderstand des ersten Abschnittes größer als der des zweiten ist $(Z_1 : Z_2 > 1)$, so ergibt sich für $\alpha l_1 < 90°$ eine scheinbare Verkürzung, für $\alpha l_1 > 90°$ eine scheinbare Verlängerung der Leitung. Der Unterschied der wirklichen und scheinbaren Länge ist um so größer, je mehr die Wellenwiderstände verschieden sind.

In den Abb. 14 und 15 sind Beispiele für die Stromverteilung bei Unstetigkeiten des Wellenwiderstandes dargestellt. Charakteristisch ist, daß sowohl in der Strom- als auch in der Spannungskurve ein Knick, jedoch kein Sprung auftritt.

Zur Berechnung von (αl_v) gemäß (59) bedient man sich mit Vorteil der Tafel I.

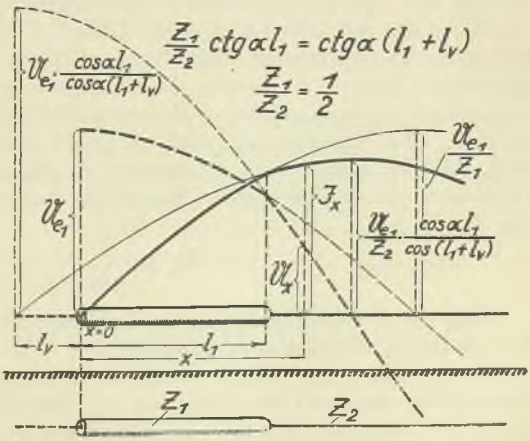


Abb. 14. Strom-Spannungsverteilung auf einer Leitung, deren Wellenwiderstand für $x < l_1$ halb so groß wie für $x > l_1$ ist.

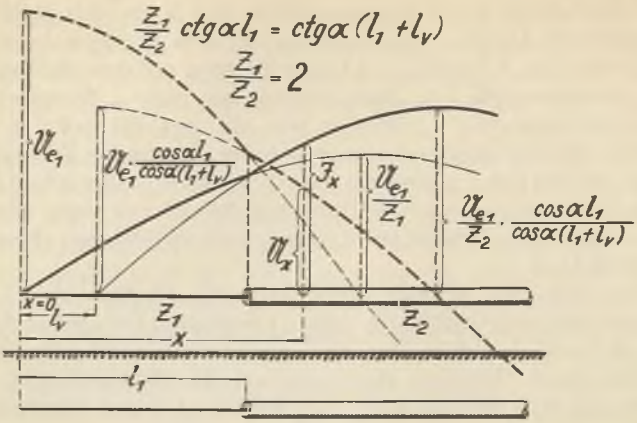


Abb. 15. Strom-Spannungsverteilung auf einer Leitung, deren Wellenwiderstand für $x < l_1$ doppelt so groß wie für $x > l_1$ ist.

In vielen praktischen Fällen ist der erste Abschnitt kurz gegen die Wellenlänge ($\alpha l_1 \ll 90°$). Dann ergibt sich aus (59) wegen $\operatorname{ctg} u \approx \frac{1}{u}$ für $u \ll \frac{\pi}{2}$ die Näherungsbeziehung:

$$l_v \approx l_1\left(\frac{Z_2}{Z_1} - 1\right). \tag{60}$$

Unter dieser Voraussetzung ist l_v von der Wellenlänge also unabhängig. Für $Z_2 : Z_1 = 2:1$ z. B. ist die scheinbare Verlängerung durch den Z-Sprung gleich der wirklichen Länge, d. h. die scheinbare Länge des ersten Abschnittes ist doppelt so groß wie die wirkliche. Um bei gegebener Länge l_1 des ersten Abschnittes eine möglichst große Verlängerung l_v zu erzielen, ist es also vorteilhaft, Z_2 groß und Z_1 klein zu machen. Der Vergleich mit (49) — l_v dort entspricht hier $(l_1 + l_v)$ — zeigt, daß der erste Abschnitt unter der obigen Voraussetzung wirkt wie eine am Ende des zweiten Abschnittes angebrachte Endkapazität von der Größe

$$C_e = \frac{l_1}{c Z_1}. \tag{61}$$

Liegt die Unstetigkeitsstelle in der Nähe eines Strombauches oder Stromknotens des ersten Abschnittes ($\alpha l_1 \approx \nu \cdot 90°$), so unterscheidet sich dessen scheinbare Länge wenig oder gar nicht von der wirklichen, gleichgültig, wie groß der Z-Sprung ist. Der Betrag (αl_v) der scheinbaren Verlängerung, d. i. die scheinbare, auf die Wellenlänge bezogene Längenänderung, erreicht demnach einen Höchstwert bei einem Winkelmaß $(\alpha l_1)'$ der wirklichen Länge, das zwischen 0° und 90° bzw. zwischen

90° und 180° usw. liegt. Dieses ergibt sich, wie man leicht zeigen kann, aus:

$$(\alpha\, l_1)' = \arccos \pm \sqrt{\frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}}\,. \tag{62}$$

In der folgenden Tabelle ist $(\alpha l_1)'$, das zugehörige $(\alpha l_v)_{\max}$ und das Winkelmaß der scheinbaren Länge $[(\alpha l_1)' + (\alpha l_v)_{\max}]$ für einige Werte von $Z_1 : Z_2$ zusammengestellt. Dabei ist der Übersicht halber jedesmal nur die unter 90° liegende Lösung von (62) aufgeführt.

Tab. I. Winkelmaß der wirklichen Länge, für die die scheinbare Verlängerung einen Höchstwert erreicht.

$\frac{Z_1}{Z_2}$	$\frac{2}{1}$	$\left(\frac{1}{1}\right)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
$(\alpha l_1)'$	55°	(45°)	35°	30°
$(\alpha l_v)_{\max}$	−19,5°	(0)	19,5°	30°
$(\alpha l_1)' + (\alpha l_v)_{\max}$	35,5°	(45°)	54,5°	60°

Wird also z. B. an das Ende einer Leitung mit dem Wellenwiderstand Z_2 eine andere Leitung mit dem Wellenwiderstand $Z_1 = \frac{1}{3} Z_2$ angeschlossen, deren Länge kleiner als $\frac{\lambda}{4}$ ist, so ergibt sich durch den Z-Sprung im Höchstfall eine scheinbare Verlängerung dieses Abschnittes um 30°, nämlich dann, wenn das Winkelmaß der wirklichen Länge selbst 30° ist. Die scheinbare Länge ist dann 60°. Vergrößert man das Winkelmaß der wirklichen Länge von 30° auf 90°, also auf das Dreifache, so erhöht sich die scheinbare Länge nur von 60° auf 90°, d. i. das $1\frac{1}{2}$fache.

(17) Verschiedene praktisch vorkommende Anordnungen lassen sich auf den Fall zurückführen, daß an das Ende der Leitung mit dem Wellenwiderstand Z_3 zwei Leitungen mit den Längen l_1 bzw. l_2 und den Wellenwiderständen Z_1 bzw. Z_2 elektrisch parallel angeschaltet sind. Wir setzen wieder für die einzelnen Leitungsabschnitte die Leitungsgl. (46) an und setzen das Ende von Abschnitt 3 in Beziehung zum Anfang von Abschnitt 1 und 2 durch:

$$\mathfrak{J}_{e3} = \mathfrak{J}_{a1} + \mathfrak{J}_{a2};\ \mathfrak{U}_{e3} = \mathfrak{U}_{a1} = \mathfrak{U}_{a2}\,,$$

So erhalten wir, wenn wir diesmal x vom Ende des Abschnitts 3 aus zählen lassen:

$$\begin{aligned} \mathfrak{J}_x &= j\,\frac{\mathfrak{U}_{ep}}{Z_3} \sin \alpha\,(x + l_p) \\ \mathfrak{U}_x &= \mathfrak{U}_{ep} \cos \alpha\,(x + l_p)\,. \end{aligned} \tag{63}$$

Hierin ist $\mathfrak{U}_{ep}$ als Abkürzung für die Ausdrücke eingesetzt:

$$\mathfrak{U}_{ep} = \frac{\cos \alpha l_1}{\cos \alpha l_p} \mathfrak{U}_{e1} = \frac{\cos \alpha l_2}{\cos \alpha l_p} \mathfrak{U}_{e2} . \tag{64}$$

Die für die Stromverteilung auf dem Abschnitt 3 wirksame Länge l_p der in Parallelschaltung angesetzten Abschnitte 1 und 2 ist gegeben durch:

$$\operatorname{ctg} \alpha l_p = \frac{1}{Z_3} \frac{Z_1 \operatorname{ctg} \alpha l_1 \cdot Z_2 \operatorname{ctg} \alpha l_2}{Z_1 \operatorname{ctg} \alpha l_1 + Z_2 \operatorname{ctg} \alpha l_2} . \tag{65}$$

Es seien einige besondere Fälle an Hand dieser Beziehung untersucht. Für $l_2 = 0$ geht (65) in(59) über, da l_p der Größe $(l_1 + l_v)$ entspricht.

Sind die Längen der beiden angesetzten Leitungen gleich ($l_1 = l_2 = l$), die Wellenwiderstände aber verschieden, so ist:

$$\operatorname{ctg} \alpha l_p = \frac{1}{Z_3} \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} \operatorname{ctg} \alpha l . \tag{65a}$$

Diese Beziehung entspricht vollkommen (59). Der Wellenwiderstand der parallelgeschalteten Leitungen 1 und 2 kann also in diesem Fall ersatzbildmäßig einfach wie die Parallelschaltung zweier Widerstände Z_1 und Z_2 gerechnet werden.

Sind die Wellenwiderstände der beiden angesetzten Leitungen gleich ($Z_1 = Z_2$), aber die Längen verschieden (Beispiel: T-Antenne mit unsymmetrisch angeordneter Niederführung), so ist nach einfacher Umformung:

$$\operatorname{ctg} \alpha l_p = \frac{Z_1}{Z_3} \frac{1}{1 - \operatorname{tg} \alpha l_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha l_2} \operatorname{ctg} \alpha (l_1 + l_2) . \tag{65b}$$

Hieraus ergibt sich, daß man, solange l_1 und l_2 klein gegen $\frac{\lambda}{4}$ sind ($\operatorname{tg} \alpha l_1 \ll 1$; $\operatorname{tg} \alpha l_2 \ll 1$), einfach so rechnen darf, als ob an Stelle der beiden Leitungen mit den Längen l_1 und l_2 eine Leitung von der Länge $(l_1 + l_2)$ angesetzt wäre. Es gelten also hier die an (59) angestellten Betrachtungen sinngemäß.

Sind l_1 und l_2 nicht sehr klein, aber immer noch kleiner als $\frac{\lambda}{4}$, so ist die für die Stromverteilung auf der Leitung 3 wirksame Länge der in Parallelschaltung angesetzten Leitungen 1 und 2 immer kleiner, als wenn nur eine Leitung von der Länge $(l_1 + l_v)$ angesetzt wird. An Hand von (65b) läßt sich zeigen, daß bei gegebener Summe $(l_1 + l_2)$ die wirksame Länge l_p für $l_1 = l_2$ einen Mindestwert annimmt, womit dann

$$\operatorname{ctg} \alpha l_p = \frac{Z_1}{2 \cdot Z_3} \operatorname{ctg} \alpha l_1 . \tag{65c}$$

Hat man eine Antenne, die aus einem waagerechten Teil und einer Niederführung besteht, wie bei T- und L-Antennen, und ist die Länge

des waagerechten Teiles gegeben, so ist demnach die elektrisch wirksame Länge desselben am größten, wenn die Niederführung an einem Ende des waagerechten Teiles angebracht ist (**L-Form**), und am kleinsten, wenn sie in der Mitte angeschlossen ist (**T-Form**).

f) Stetige Änderung des Wellenwiderstandes

(18) Bei den sog. „selbstschwingenden" Masten stellt der Mast selbst den Antennenleiter dar. Sein Querschnitt ändert sich bei gewissen Bauweisen stark mit der Höhe über dem Boden. Am auffallendsten ist dies bei freistehenden Türmen und dem sog. Fischbauchmast [vgl. unter **(108)**]. Der Wellenwiderstand ändert sich dann stetig entlang des Leiters. Aber auch bei Leitern mit gleichbleibendem Querschnitt ist, besonders nach den Enden zu, eine stetige Änderung des Wellenwiderstandes vorhanden [vgl. unter **(25)**]. Sie macht sich um so stärker bemerkbar, je größer die Querschnittsabmessungen im Verhältnis zur Länge sind.

Nun ist es nicht möglich, für jedes beliebige Änderungsgesetz des Wellenwiderstandes die Stromverteilung rechnerisch zu ermitteln, da die sich ergebende Differentialgleichung der Ersatzleitung meist nicht allgemein lösbar ist. Es gibt verschiedene Wege, um den Einfluß der Wellenwiderstandsänderung zu erfassen, doch ist dieses Gebiet noch nicht zu einem Abschluß gelangt.

Denkbar wäre, die Antenne so in eine Anzahl Abschnitte einzuteilen, daß innerhalb dieser Abschnitte die Wellenwiderstandsänderung eine gewisse Größe nicht überschreitet. Die Abschnitte werden dabei übrigens verschieden lang werden. Nach Einsetzen eines mittleren Wellenwiderstandes für jeden Abschnitt erhält man durch Anwendung der oben besprochenen Gesetze für Unstetigkeiten des Wellenwiderstandes die Stromverteilung. Dieses Verfahren ist natürlich umständlich und ungenau.

E. Siegel [5] ist von der an sich willkürlichen Annahme ausgegangen, daß der Wellenwiderstand entlang der Antenne einem Exponentialgesetz folgt:

$$Z_x = Z_e \; e^{2 n a x}, \tag{66}$$

wo Z_e der Wellenwiderstand am Leitungsende ($x = 0$). Der Faktor n im Exponenten ist nur von der Leiterform abhängig. Er ist positiv für vom Leitungsende aus abnehmenden Querschnitt (mit der Spitze auf der Erde stehender Kegel), negativ für die übliche Bauweise mit gleichbleibendem oder zunehmendem Querschnitt. E. Siegel hat diesen Faktor für Türme und Maste mit verhältnismäßig starker Verjüngung bzw. Verbreiterung — es handelte sich um Maste der in USA seinerzeit üblichen Bauart — durch Vergleich gemessener und gerechneter Stromverteilungskurven zu $\pm 0{,}4$ ermittelt. Ein allgemeiner

Zusammenhang zwischen n und der Verjüngung bzw. Verbreiterung des Querschnittes wird von E. Siegel nicht angegeben, so daß eine exakte Vorausberechnung der Stromverteilung für eine gegebene Mastform nicht möglich ist, wohl aber eine Abschätzung. Bei dem Änderungsgesetz nach (66) ist es möglich, die Differentialgleichungen (37) zu lösen. Man erhält (in anderer Schreibweise als bei E. Siegel):

$$\begin{aligned} \mathfrak{J}_x &= e^{-n\alpha x}\left[\mathfrak{J}_e\left(\cos k\alpha x + \frac{n}{k}\sin k\alpha x\right) + j\frac{\mathfrak{U}_e}{kZ_e}\sin k\alpha x\right] \\ \mathfrak{U}_x &= e^{-n\alpha x}\left[\mathfrak{U}_e\left(\cos k\alpha x - \frac{n}{k}\sin k\alpha x\right) + j\frac{Z_e}{k}\mathfrak{J}_e\sin k\alpha x\right]. \end{aligned} \tag{67}$$

Hierin ist zur Abkürzung eingeführt:

$$k = \sqrt{1 - n^2}.$$

Für $n = \pm 0{,}4$ z. B. ist $k = 0{,}92$.

Zur näheren Untersuchung der Stromverteilung setzen wir voraus, daß der Strom am Ende der Leitung ein reiner Blindstrom ist (z. B. Endkapazität an der Mastspitze):

$$\mathfrak{U}_e = j\,B_e\,\mathfrak{J}_e.$$

Ferner führen wir zwei Hilfsgrößen l_v' und l_v'' ein durch:

$$\operatorname{tg} k\alpha l_v' = \frac{k}{n - \frac{B_e}{Z_e}}; \qquad \operatorname{tg} k\alpha l_v'' = \frac{n - \frac{Z_e}{B_e}}{k}. \tag{68}$$

Damit erhalten wir für (67) die übersichtlichere Form:

$$\begin{aligned} \mathfrak{J}_x &= j\frac{\mathfrak{U}_e}{kZ_e\cos k\alpha l_v'}\left(1 - n\frac{Z_e}{B_e}\right)e^{-n\alpha x}\sin k\alpha(x + l_v') \\ \mathfrak{U}_x &= \frac{\mathfrak{U}_e}{\cos k\alpha l_v''}\,e^{+n\alpha x}\cos k\alpha(x + l_v''). \end{aligned} \tag{69}$$

Für gleichbleibenden Wellenwiderstand ($n = 0$) geht (69) in (46) über. l_v' und mit einer gewissen Einschränkung auch l_v'' ist die scheinbare Verlängerung bzw. Verkürzung durch den Abschlußwiderstand B_e. Sie ist für die Stromverteilung eine andere als für die Spannungsverteilung. Trotzdem fallen Strombauch und Spannungsknoten bzw. Spannungsbauch und Stromknoten wie bei der Leitung mit gleichbleibendem Wellenwiderstand zusammen, wovon man sich durch Ermittlung der Höchstwerte von $\mathfrak{J}_x$ und $\mathfrak{U}_x$ aus (69) leicht überzeugen kann. Bei der am Ende offenen Leitung (Antenne ohne Endkapazität; $B_e = \infty$) wird, wie zu erwarten, l_v' zu Null. Dagegen nimmt l_v'' einen endlichen, allerdings kleinen Wert an, der sich errechnet aus:

$$\operatorname{tg} k\alpha l_v'' = \frac{n}{k}. \tag{70}$$

Mithin enthält l_v'' noch einen vom Abschlußwiderstand unabhängigen Anteil.

Bei der praktischen Auswertung von (69) bedient man sich mit Vorteil der Tafel II, in der auch die Exponentialfunktion aufgenommen ist.

In den Abb. 16 und 17 sind zwei Beispiele für die Stromverteilung bei stetig sich änderndem Wellenwiderstand gemäß (66) dargestellt. Zum Vergleich ist die Stromverteilung bei gleichbleibendem Wellenwiderstand eingezeichnet. Der Unterschied besteht vor allem in folgendem: Die Stromverteilung ist nicht mehr sinusförmig, sondern durch das Produkt einer Sinusfunktion und einer Exponentialfunktion gegeben. Für den Abstand a zweier aufeinanderfolgender Strom- bzw. Spannungsknoten — von einer Wellenlänge der stehenden Wellen auf der Antenne kann man ja nicht mehr sprechen — ergibt sich aus (69) ohne weiteres:

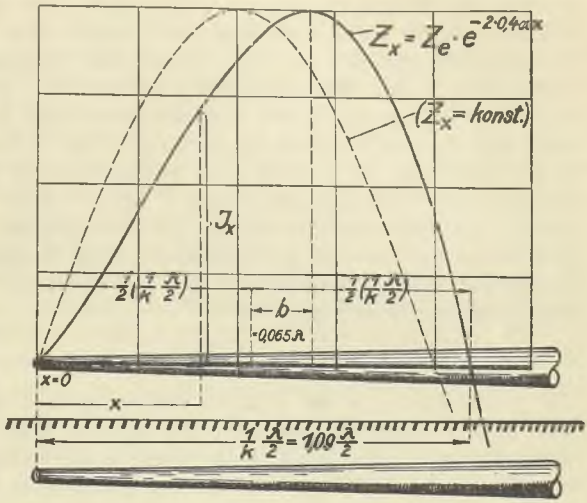


Abb. 16. Stromverteilung auf einer Leitung mit vom Ende aus stetig abnehmendem Wellenwiderstand.

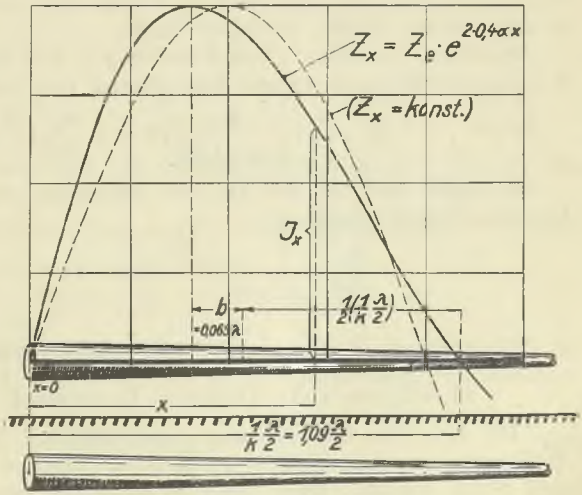


Abb. 17. Stromverteilung auf einer Leitung mit vom Ende aus stetig zunehmendem Wellenwiderstand.

$$a = \frac{\pi}{k\alpha} = \frac{1}{k} \cdot \frac{\lambda}{2}. \tag{71}$$

Er ist wegen $k \leqq 1$ immer größer als eine halbe Wellenlänge der Wellen im freien Raum. Die Vergrößerung ist um so deutlicher, je stärker der Wellenwiderstand sich ändert. Das gleiche gilt für den Abstand zweier aufeinanderfolgender Strom- bzw. Spannungsbäuche, der ebenfalls gleich a ist. Die Strom- bzw. Spannungsbäuche liegen nicht mehr in der Mitte zwischen zwei Knoten. Für den Abstand x_1 des ersten (nächstliegenden) Strombauches vom Leitungsende erhält man aus $\mathfrak{U}_x = 0$ die Beziehung: $k\alpha x_1 = 90° - k\alpha l_v'$. Entsprechend findet man aus $\mathfrak{J}_x = 0$ für den Abstand x_2 des ersten Spannungsbauches vom Leitungsende: $k\alpha x_2 = 180° - k\alpha l_v'$. Für die Länge b, um die der Strombauch von der Mitte zwischen zwei Stromknoten (von denen der eine bei Vorhandensein einer Endkapazität fiktiv sein kann) nach dem Anfang der Leitung zu verschoben ist (Abb. 16 u. 17), ergibt sich die Beziehung:

$$\operatorname{tg} k\alpha b = \frac{n}{k}. \tag{72}$$

Für $n = 0{,}4$ ist z. B. $\alpha b = 25{,}5°$. Sie ist positiv für nach unten sich verjüngende Maste (n positiv). Ein solcher Mast ist, angenommen, er sei etwa eine halbe Wellenlänge hoch, in der oberen Hälfte elektrisch scheinbar um 28% länger, in der unteren Hälfte scheinbar um 28% kürzer, als dem Knotenabstand entspricht. Für Maste, die unten breiter als oben sind, ist b negativ. Ein derartiger, etwa eine halbe Wellenlänge hoher Mast ist in der oberen Hälfte elektrisch scheinbar kürzer, in der unteren Hälfte scheinbar länger.

Der Strom im ersten Strombauch ergibt sich durch Einsetzen von $x = x_1$ in (69) nach einiger Umformung ($\sin k\alpha(x_1 + l_v') = k$) zu:

$$\mathfrak{J}_{01} = j \cdot \frac{\mathfrak{U}_e}{Z_e \cos k\alpha l_v'} \left(1 - n \frac{Z_e}{B_e}\right) e^{-n\alpha x_1}. \tag{73}$$

So ergibt sich für die auf die Stelle des ersten Strombauches bezogene Stromverteilung:

$$\frac{\mathfrak{J}_x}{\mathfrak{J}_{01}} = \frac{1}{k} e^{-n\alpha(x - x_1)} \sin k\alpha(x + l_v'). \tag{74}$$

3. Gedämpfte Leitung mit gleichbleibendem Wellenwiderstand

a) Allgemeines über die Leitungskonstanten

(19) Die von der Antenne ausgestrahlten elektromagnetischen Wellen führen, wie noch gezeigt wird, eine gewisse Energie mit sich in den Raum hinaus. Diese Energie wird von dem Sender geliefert, der die Antenne erregt. Vom Sender aus betrachtet verhält sich die

Antenne demnach wie ein gedämpfter Schwingungskreis. Eine Antenne wäre auch dann „gedämpft", wenn sie verlustfrei wäre. Man kann daher von einer „Strahlungsdämpfung" sprechen. Selbstverständlich tritt außerdem noch Dämpfung durch Stromwärme und andere Verluste auf.

Über die Verteilung der Dämpfung entlang der Antenne ist wenig bekannt [6]. Man macht gewöhnlich die naheliegende Annahme, daß sie gleichmäßig verteilt ist. Tatsächlich hat man mit ihr unter sonst eindeutigen Verhältnissen gute Übereinstimmung mit der Messung erzielen können. Hinzu kommt, daß bei ungleichmäßiger Verteilung eine exakte Berechnung der Stromverteilung praktisch unmöglich ist.

Nimmt man weiter an, daß die Änderung des Wellenwiderstandes entlang der Antenne vernachlässigt werden darf, so ist die Theorie der glatten (homogenen) Leitung anwendbar. Sie ist unter **(10)** bereits allgemein behandelt worden. Die Leitungskonstanten nehmen wir hier als gegeben an. Auf ihre Ermittlung aus den Leitungsabmessungen usw. wird unter **(24)** und **(25)**, bzw. unter **(68)** eingegangen. Hier sei nur ein Vergleich mit denen der dämpfungsfreien Leitung angestellt. Zu diesem Zweck seien hier die Konstanten der gedämpften Leitung durch Überstreichen gekennzeichnet, also $\bar{\gamma} = \bar{\beta} + j\bar{\alpha}$, $\bar{\mathfrak{Z}}$ usw. Weiter unten, wo die Konstanten der dämpfungsfreien Leitung nicht gleichzeitig vorkommen, so daß eine Verwechslung nicht möglich ist, wird hierauf verzichtet.

Quadriert man (40), und trennt man Reelles und Imaginäres, so ergibt sich:

$$\bar{\alpha} = \omega \sqrt{\frac{1}{2} L C \left[1 - \frac{R}{\omega L}\frac{G}{\omega C} + \sqrt{\left(1 + \frac{R^2}{\omega^2 L^2}\right)\left(1 + \frac{G^2}{\omega^2 C^2}\right)}\right]}$$

$$\bar{\beta} = \omega \sqrt{\frac{1}{2} L C \left[-1 + \frac{R}{\omega L}\frac{G}{\omega C} + \sqrt{\left(1 + \frac{R^2}{\omega^2 L^2}\right)\left(1 + \frac{G^2}{\omega^2 C^2}\right)}\right]}.$$

Die Größe $\bar{\beta}$ wird als die „Dämpfungskonstante", $\bar{\beta} x$ als das „Dämpfungsmaß" bezeichnet.

Bedeutend übersichtlicher werden diese Beziehungen, wenn man einführt:

$$\mathfrak{Sin}\, p = \frac{R}{\omega L} \qquad \mathfrak{Sin}\, q = \frac{G}{\omega C}, \tag{75}$$

worin p und q positive, reelle, dimensionslose Größen. Durch einfache Umformung erhält man aus (40) ohne irgendwelche Vernachlässigungen:

$$\bar{\alpha} = \alpha\, \mathfrak{Cos} \frac{p-q}{2} = \alpha\left(1 + 2\, \mathfrak{Sin}^2 \frac{p-q}{4}\right) \tag{76}$$

$$\bar{\beta} = \alpha\, \mathfrak{Sin} \frac{p+q}{2}. \tag{77}$$

Hierin ist $\alpha = \omega\sqrt{LC}$ die Winkelkonstante einer dämpfungsfreien, aber sonst gleichen Leitung, die unter (11) erörtert worden ist. Die Winkelkonstante $\bar{\alpha}$ einer gedämpften Leitung ist demnach auf jeden Fall größer als diese. Entsprechend gilt für die Wellenlänge der stehenden Wellen:

$$\bar{\lambda}_A = \frac{2\pi}{\bar{\alpha}} = \frac{2\pi}{\alpha \mathfrak{Cof}\frac{p-q}{2}} = \frac{\lambda}{\mathfrak{Cof}\frac{p-q}{2}}. \tag{78}$$

Die Wellenlänge $\bar{\lambda}_A$ der stehenden Wellen ist demnach kleiner als die Wellenlänge λ der fortschreitenden Wellen im freien Raum. Daraus darf aber nicht geschlossen werden, wie dies oft geschieht, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit auf der Leitung bzw. der Antenne kleiner als im freien Raum ist. Die stehende Welle kommt ja erst durch Überlagerung aller möglichen fortschreitenden Wellen zustande, nämlich der einlaufenden und der reflektierten Wellen, die beide gedämpft sind. Ihre Wellenlänge braucht deshalb nicht mit der von fortschreitenden Wellen auf der Leitung übereinzustimmen. Man darf deshalb höchstens von einer scheinbaren Verkleinerung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit sprechen.

In der gleichen Weise wie $\bar{\alpha}$ und $\bar{\beta}$ aus (40) erhält man den reellen und imaginären Teil von $\bar{\mathfrak{Z}}$ aus (39) getrennt zu:

$$\bar{\mathfrak{Z}} = \frac{Z}{\mathfrak{Cof}\, q}\left[\mathfrak{Cof}\frac{p+q}{2} - j\,\mathfrak{Sin}\frac{p-q}{2}\right]. \tag{79}$$

Hierin ist $Z = \sqrt{L/C}$ der Wellenwiderstand der entsprechenden dämpfungsfreien Leitung. Sein Betrag ist also auf jeden Fall kleiner als bei der gedämpften Leitung.

Bei Antennen ist meistens $R \ll \omega L$ und $G \ll \omega C$, so daß man sehr angenähert den Hyperbelsinus von $\frac{R}{\omega L}$ und $\frac{G}{\omega C}$ durch sein Argument ersetzen kann, womit:

$$\bar{\alpha} \approx \alpha\left[1 + \frac{1}{8}\left(\frac{R}{\omega L} - \frac{G}{\omega C}\right)^2\right]$$

$$\bar{\beta} \approx \frac{\alpha}{2}\left(\frac{R}{\omega L} + \frac{G}{\omega C}\right)$$

$$\bar{\mathfrak{Z}} \approx Z\left[1 - \frac{j}{2}\left(\frac{R}{\omega L} - \frac{G}{\omega C}\right)\right].$$

Da die Strahlung gemäß (35) nur mit dem Strom, nicht aber mit der Spannung des Leiters zusammenhängt, ist anzunehmen, daß die Strahlungsdämpfung wie ein Leitungswiderstand wirkt und die Ableitung bei verlustfreier Isolation verschwindet ($G = 0$). $\bar{\alpha}$, $\bar{\lambda}_A$ und $\bar{\mathfrak{Z}}$

lassen sich damit durch die entsprechenden Größen der dämpfungsfreien Leitung und die Dämpfung selbst wie folgt ausdrücken:

$$\bar{\alpha} \approx \alpha \left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2\right] \tag{80}$$

$$\beta \approx \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{R}{2Z} \tag{81}$$

$$\bar{\lambda}_A \approx \lambda \left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2\right] \tag{82}$$

$$\bar{\mathfrak{Z}} \approx Z \left[1 - j\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)\right]. \tag{83}$$

Der Einfluß der Dämpfung auf das Winkelmaß ist also, da er mit dem Quadrat der Dämpfung geht, nur gering. Direkt proportional der Dämpfung ist der Blindanteil des Wellenwiderstandes. Er ist kapazitiv.

b) Gedämpfte, am Ende offene Leitung

(20) Der Übersicht halber sei von der am Ende offenen Leitung, entsprechend einem geraden Antennenleiter ohne Endkapazität, ausgegangen [7] [8]. Mit $\mathfrak{R}_e = \infty$ ergibt sich aus (41):

$$\begin{aligned} \mathfrak{J}_x &= \frac{\mathfrak{U}_e}{\bar{\mathfrak{Z}}}\left(\mathfrak{Sin}\,\beta x \cdot \cos \alpha x + j\,\mathfrak{Cos}\,\beta x \cdot \sin \alpha x\right) \\ \mathfrak{U}_x &= \mathfrak{U}_e\left(\mathfrak{Cos}\,\beta x \cdot \cos \alpha x + j\,\mathfrak{Sin}\,\beta x \cdot \sin \alpha x\right). \end{aligned} \tag{84}$$

Jeder der beiden Summanden in den Klammern stellt eine „stehende" Welle dar, wenn man unter einer „stehenden" Welle ganz allgemein eine Welle versteht, deren Elemente zeitlich gleiche Phase haben. Die Amplitude der Elemente ist durch Hyperbelfunktionen von der Dämpfung β abhängig, weshalb man von „gedämpften" stehenden Wellen spricht.

Sowohl die hier vorkommenden Kreisfunktionen als auch die Hyperbelfunktionen können aus Tafel II am Schluß dieses Buches entnommen werden.

Der bemerkenswerteste Unterschied gegen die dämpfungsfreie Leitung ist, daß sich der Strom ebenso wie die Spannung aus zwei, zeitlich und räumlich um 90° verschobenen stehenden Wellen zusammensetzt. In Abb. 18 sind zur Veranschaulichung die beiden stehenden Wellen, aus denen sich der Strom zusammensetzt, in dem der Wirklichkeit entsprechenden Größenverhältnis aufgetragen. β ist meist so klein, daß bei den für Antennen in Betracht kommenden Leiterlängen $\mathfrak{Cos}\,\beta x \approx 1$. Infolgedessen unterscheidet sich die stehende Welle mit dem Faktor $\mathfrak{Cos}\,\beta x$ kaum von einer ungedämpften stehenden Welle. Die andere stehende Welle mit dem Faktor $\mathfrak{Sin}\,\beta x$ ist nur am Anfang (Speisepunkt) der Leitung in ihrer Größe vergleichbar mit der ersteren.

Eine andere Darstellungsweise, mit der allerdings bei der Berechnung der Strahlungseigenschaften wenig anzufangen ist, beruht darauf, daß man (84) auch folgendermaßen umformen kann:

$$\mathfrak{J}_x = \frac{\mathfrak{U}_e}{\mathfrak{Z}}\left[j\, e^{-\beta x} \cdot \sin \alpha x + \mathfrak{Sin}\, \beta x \cdot e^{j \alpha x}\right] \tag{85}$$

$$\mathfrak{U}_x = \mathfrak{U}_e \left[e^{-\beta x} \cdot \cos \alpha x + \mathfrak{Sin}\, \beta x \cdot e^{j \alpha x}\right].$$

Das erste Glied in den Klammern stellt einen Strom bzw. eine Spannung dar, dessen zeitliche Phase unabhängig von x ist. Es kann daher als gedämpfte stehende Welle angesprochen werden, wie auch der Vergleich mit (44) bestätigt. Das zweite Glied stellt einen Strom bzw. eine Spannung dar, dessen zeitliche Phase sich entlang der Leitung gleichmäßig ändert. Es kann also als eine Welle aufgefaßt werden, die in Richtung auf das Ende der Leitung, d. h. in der Richtung des Energieflusses, fortschreitet und dabei in der Amplitude abnimmt, um am Ende der Leitung zu Null zu werden. Diese fortschreitende Welle hat gewissermaßen die Aufgabe, den dauernden Energieverlust auf der Leitung zu ersetzen. Sie ist um so kleiner, je geringer die Dämpfung ist.

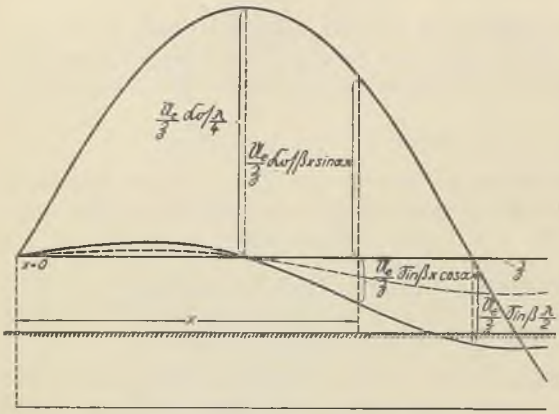


Abb. 18. Die um 90° phasenverschobenen Komponenten der Stromverteilung einer gedämpften Leitung (die gestrichelte Kurvegilt für eine im Verhältnis 2 : 5 kleinere Dämpfung).

In diesem Zusammenhang sei auf den Einfluß der Lage des Speisepunktes hingewiesen. Auf der dämpfungsfreien Antenne ist die Lage des Speisepunktes für die Stromverteilung belanglos, nicht aber auf der gedämpften. (84) und (85) liegt die Voraussetzung zugrunde, daß x in Richtung auf die Stromquelle zunimmt [vgl. unter (10)]. Die fortschreitende Welle nimmt also mit der Entfernung vom Speisepunkt ab. Daher ist es nicht gleichgültig, wo dieser liegt. Keinesfalls dürfen (84) und (85) über den Speisepunkt hinaus, vom Ende der Leitung aus gesehen, angewendet werden. Das ist zu beachten, wenn der Speisepunkt nicht in der Erdoberfläche, sondern an irgendeiner

anderen Stelle der Antenne liegt. Bei Antennen, die über eine halbe Wellenlänge lang sind, erweist es sich mitunter als zweckmäßig, im Strombauch, also oben in der Antenne, zu speisen [siehe unter (108)]. Man hat dann, wenn man so will, zwei Speisepunkte, einen auf der Antenne selbst und einen auf dem Spiegelbild in der Erde. Für die Berechnung einfacher und anschaulicher ist es jedoch, die Antenne mit Spiegelbild als eine Leitung aufzufassen, die aus zwei durch die Speisung gegebenen Abschnitten besteht. Das Ende des einen (oberen) Abschnittes ist die Antennenspitze, sein Anfang der Speisepunkt. Das Ende des anderen (unteren) Abschnittes ist der Antennenfußpunkt, an dem gewöhnlich ein Abschlußwiderstand (Spule, Kondensator) angeschlossen ist, sein Anfang ebenfalls der Speisepunkt. Nachdem man die Gleichungen für die Stromverteilung auf den beiden Abschnitten getrennt aufgestellt hat, verknüpft man diese durch die Bedingungen, die sich aus der Schaltung im Speisepunkt ergeben, z. B. durch die Forderung, daß die Ströme an den Anfängen der beiden Leitungsabschnitte gleiche Amplituden und Phasen haben sollen. In Abb. 19 ist diese Aufteilung veranschaulicht. Die Größen des oberen Abschnittes sind durch eingestrichene Symbole, die des unteren Abschnittes durch zweigestrichene Symbole bezeichnet.

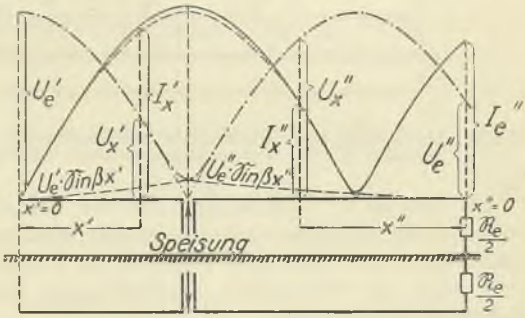


Abb. 19. Strom-Spannungsverteilung auf einer im Strombauch gespeisten, über 0,5 λ langen gedämpften Leitung.

Amplitude und Phase von Gesamtstrom bzw. Gesamtspannung ersieht man aus den folgenden, durch einfache Umformung von (84) erhaltenen Ausdrücken:

$$\begin{aligned} \mathfrak{J}_x &= \frac{\mathfrak{U}_e}{\mathfrak{Z}} \sqrt{\sin^2 \alpha x + \mathfrak{Sin}^2 \beta x}\; e^{j\zeta} \\ \mathfrak{U}_x &= \mathfrak{U}_e \sqrt{\cos^2 \alpha x + \mathfrak{Sin}^2 \beta x}\; e^{j\chi}, \end{aligned} \tag{86}$$

worin zur Abkürzung:

$$\operatorname{tg} \zeta = \mathfrak{Ctg}\, \beta x \cdot \operatorname{tg} \alpha x; \quad \operatorname{tg} \chi = \mathfrak{Tg}\, \beta x \cdot \operatorname{tg} \alpha x.$$

Strom und Spannung werden also an keiner Stelle der Leitung (außer natürlich bei $x = 0$) zu Null. „Knoten" wie bei der dämpfungsfreien Leitung treten nicht auf, sondern lediglich Mindestwerte, die

um so schärfer ausgeprägt sind, je kleiner die Dämpfung ist. Der Einfachheit halber bezeichnen wir sie aber im folgenden trotzdem als „Knoten", die Höchstwerte entsprechend als „Bäuche".

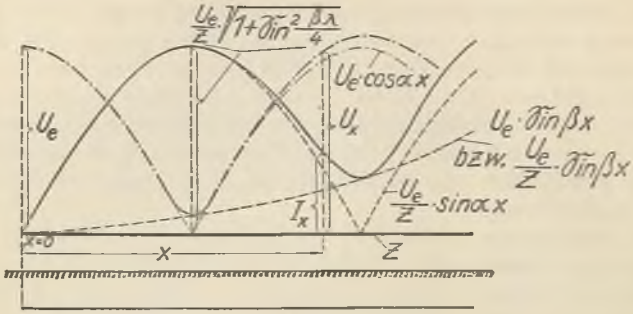


Abb. 20. Strom-Spannungsverteilung auf einer gedämpften Leitung (Gesamtstrom: ausgezogene Kurve; Gesamtspannung: stark strichpunktierte Kurve).

In Abb. 20 ist ein Beispiel für die Stromverteilung dargestellt, wobei nur die Amplitude des Gesamtstromes bzw. der Gesamtspannung aufgetragen ist. Will man zugleich die Phase veranschaulichen, so muß man zu räumlichen Darstellungen übergehen, bekannt als Spiralendiagramme [9].

Um die Höchst- und Mindestwerte des Stromes bzw. der Spannung näher zu untersuchen, schreiben wir jedem derselben eine Ordnungszahl ν zu, wobei wir vom Ende der Leitung her zählen. Der erste Strombauch bzw. Spannungsknoten habe die Ordnungszahl 1, der erste Stromknoten bzw. Spannungsbauch die Ordnungszahl 2, der zweite Strombauch bzw. Spannungsknoten die Ordnungszahl 3 usw. Für die Strombäuche und Spannungsknoten ist also ν ungerade, für die Stromknoten und Spannungsbäuche gerade. Aus (86) erkennt man, daß die Lage der Bäuche bzw. Knoten bei kleiner Dämpfung angenähert gegeben ist durch [vgl. auch unter **(21)**]:

$$\alpha x_\nu \approx \nu \frac{\pi}{2}$$

oder, anders geschrieben, mit $\lambda_A = \frac{2\pi}{\alpha}$:

$$x_\nu \approx \nu \frac{\lambda_A}{4}. \tag{87}$$

Die Ströme in den Bäuchen werden damit:

$$I_{0\nu} \approx \left|\frac{\mathfrak{U}_e}{\mathfrak{Z}}\right| \mathfrak{Cos}\, \beta \nu \frac{\lambda_A}{4}; \quad \nu = 1, 3, 5 \ldots \tag{88}$$

und die Ströme in dem Knoten:

$$I_{K\nu} \approx \left| \frac{\mathfrak{U}_s}{\mathfrak{Z}} \right| \mathfrak{Sin}\, \beta \nu \frac{\lambda_A}{4}; \quad \nu = 2, 4, 6 \ldots \tag{89}$$

(88) und (89) gelten in sehr guter Näherung. Die Ströme in den Bäuchen sind demnach verschieden groß, im Gegensatz zur dämpfungsfreien Leitung. Sowohl der Strom in den Bäuchen als auch der in den Knoten nimmt nach dem Anfang der Leitung hin zu. Das gleiche gilt entsprechend für die Spannung.

c) Verschiebung der Knoten und Bäuche gegenüber der dämpfungsfreien Leitung

(21) Es gilt (87) nur angenähert. Die genaue Lage der Knoten und Bäuche, unter denen wir ja die Höchst- und Mindestwerte verstehen wollen, erhält man, wenn man den Differentialquotienten $\frac{d I_x}{dx}$ gleich Null setzt. Dies führt auf die transzendente Gleichung:

$$\sin 2 \alpha x_\nu + \frac{\bar{\beta}}{\bar{\alpha}} \mathfrak{Sin}\, 2 \bar{\beta} x_\nu = 0 . \tag{90}$$

Eine Näherungslösung findet man mittels des Ansatzes:

$$x_\nu = \nu \frac{\bar{\lambda}_A}{4} + \Delta x .$$

Unter Vernachlässigung der Glieder in $\frac{\bar{\beta}}{\bar{\alpha}}$ von höherer als der 2. Potenz (entsprechend den praktischen Verhältnissen) folgt hieraus unter Berücksichtigung von (82) für die Strombäuche (ν ungerade):

$$x_\nu = \nu \frac{\lambda}{4} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{\beta}}{\alpha} \right)^2 \right] \qquad \nu = 1, 3, 5 \ldots \tag{91}$$

und für die Stromknoten (ν gerade):

$$x_\nu = \nu \frac{\lambda}{4} \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{\bar{\beta}}{\alpha} \right)^2 \right] \qquad \nu = 2, 4, 6 \ldots \tag{92}$$

Die Strombäuche werden also genau genommen gegenüber der dämpfungsfreien Leitung in Richtung nach dem Anfang der Leitung hin verschoben*), die Stromknoten nach dem Leitungsende hin (vgl. auch unter (67)). Bei den Strombäuchen von Antennen handelt es sich meist um Beträge, die praktisch bedeutungslos sind.

Entsprechend findet man für die Spannungsverteilung, daß die Spannungsknoten gegenüber der dämpfungsfreien Leitung nach dem

*) Hierüber findet man im Schrifttum häufig unrichtige Vorstellungen, weil der Einfluß der Abnahme des Wellenwiderstandes an den Leiterenden nicht berücksichtigt wird (vgl. unter (25)).

Ende der Leitung hin verschoben werden, die Spannungsbäuche nach dem Anfang der Leitung hin. Die Verschiebung erfolgt demnach bei den Spannungsknoten in der entgegengesetzten Richtung wie bei den Strombäuchen. Diese fallen also nicht genau zusammen, im Gegensatz zu der dämpfungsfreien Leitung. Das gleiche gilt von den Spannungsbäuchen und Stromknoten.

d) Gedämpfte Leitung mit Abschlußwiderstand

(22) Den Einfluß eines komplexen Abschlußwiderstandes $\mathfrak{R}_e$ am Ende der Leitung übersieht man am besten, wenn man ansetzt:

$$\frac{\mathfrak{Z}}{\mathfrak{R}_e} = \mathfrak{Tg}\,(\beta l_{v\beta} + j\alpha l_{v\alpha})\,. \tag{93}$$

Dann läßt sich (41) schreiben:

$$\begin{aligned} \mathfrak{J}_x &= \frac{\mathfrak{U}_e}{\mathfrak{Z}\,\mathfrak{Cof}\,(\beta l_{v\beta} + j\alpha l_{v\alpha})}\Big[\mathfrak{Sin}\,\beta\,(x + l_{v\beta})\cdot\cos\alpha\,(x + l_{v\alpha}) + \\ &\qquad + j\,\mathfrak{Cof}\,\beta\,(x + l_{v\beta})\cdot\sin\alpha\,(x + l_{v\alpha})\Big] \\ \mathfrak{U}_x &= \frac{\mathfrak{U}_e}{\mathfrak{Cof}\,(\beta l_{v\beta} + j\alpha l_{v\alpha})}\Big[\mathfrak{Cof}\,\beta\,(x + l_{v\beta})\cdot\cos\alpha\,(x + l_{v\alpha}) + \\ &\qquad + j\,\mathfrak{Sin}\,\beta\,(x + l_{v\beta})\cdot\sin\alpha\,(x + l_{v\alpha})\Big] \end{aligned} \tag{94}$$

Der Vergleich mit den entsprechenden Ausdrücken (84) für die am Ende offene Leitung zeigt, daß der Abschlußwiderstand hinsichtlich des Winkelmaßes wie eine Verlängerung der Leitung um $l_{v\alpha}$ wirkt, hinsichtlich des Dämpfungsmaßes wie eine Verlängerung um $l_{v\beta}$. Hierin besteht eine gewisse Analogie zu der Darstellung der dämpfungsfreien Leitung in (45) und (46).

Die Betrachtungen unter **(20)** an der am Ende offenen Leitung gelten also sinngemäß auch für die Leitung mit Abschlußwiderstand. Das Dämpfungsmaß βx ist dabei einfach durch $\beta(x + l_{v\beta})$ und das Winkelmaß αx durch $\alpha(x + l_{v\alpha})$ zu ersetzen. Bei der zahlenmäßigen Auswertung bedient man sich mit Vorteil der Tafel II.

Der Betrag des Gesamtstromes und der Gesamtspannung wird z. B.:

$$\begin{aligned} I_x &= \left|\frac{\mathfrak{U}_e}{\mathfrak{Z}\,\mathfrak{Cof}\,(\beta l_{v\beta} + j\alpha l_{v\alpha})}\right| \sqrt{\sin^2\alpha\,(x + l_{v\alpha}) + \mathfrak{Sin}^2\,\beta\,(x + l_{v\beta})} \\ U_x &= \left|\frac{\mathfrak{U}_e}{\mathfrak{Cof}\,(\beta l_{v\beta} + j\alpha l_{v\alpha})}\right| \sqrt{\cos^2\alpha\,(x + l_{v\alpha}) + \mathfrak{Sin}^2\,\beta\,(x + l_{v\beta})}\,. \end{aligned} \tag{95}$$

Die Lage der Strombäuche ergibt sich in genau der gleichen Weise wie bei der am Ende offenen Leitung [vgl. **(21)**] aus:

$$x_\nu + l_{v\alpha} = \nu \frac{\lambda}{4}\left[1 + \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{4\, l_{v\beta}}{\nu \lambda} - \frac{4\, l_{v\alpha}}{\nu \lambda}\right)\right] \tag{96}$$

und die Lage der Stromknoten aus:

$$x_\nu + l_{v\alpha} = \nu \frac{\lambda}{4}\left[1 - \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2 \left(\frac{3}{2} + \frac{4\, l_{v\beta}}{\nu \lambda} - \frac{4\, l_{v\alpha}}{\nu \lambda}\right)\right]. \tag{97}$$

Im allgemeinsten Fall hat $\mathfrak{R}_e$ einen Wirk- und einen Blindanteil. $\mathfrak{Z}$ ist ebenfalls ein komplexer Widerstand und durch (83) dargestellt. Die linke Seite von (93) läßt sich immer in die Form bringen:

$$\frac{\mathfrak{Z}}{\mathfrak{R}_e} = v + j u\,. \tag{98}$$

Trennt man auch auf der rechten Seite Reelles und Imaginäres, so erhält man die Bestimmungsgleichungen für $l_{v\alpha}$ und $l_{v\beta}$:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha\, l_{v\alpha} &= \frac{1}{2u}\left[(u^2 + v^2 - 1) + \sqrt{(u^2 + v^2)^2 + 2\,(u^2 - v^2) + 1}\right] \\ \mathfrak{Tg}\, \alpha\, l_{v\beta} &= \frac{1}{2v}\left[(u^2 + v^2 + 1) - \sqrt{(u^2 + v^2)^2 + 2\,(u^2 - v^2) + 1}\right]. \end{aligned} \tag{99}$$

Bei Antennen ist meist der Wirkanteil des Abschlußwiderstandes sehr klein. Dann ist auch $v \ll u$. Aus (99) folgt damit durch Reihenentwicklung und Vernachlässigung der Glieder in $\left(\frac{v}{u}\right)$ von höherer als der 2. Potenz:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha\, l_{v\alpha} &\approx u\left(1 + \frac{v^2}{1 + u^2}\right) \approx u \\ \mathfrak{Tg}\, \beta\, l_{v\beta} &\approx \frac{v}{1 + u^2} \approx \frac{v}{2u} \sin 2\,\alpha\, l_{v\alpha}\,. \end{aligned} \tag{100}$$

Ist z. B. der Abschlußwiderstand ein reiner Blindwiderstand:

$$\mathfrak{R}_e = j B_e\,,$$

so ist unter Berücksichtigung von (83):

$$u = -\frac{Z}{B_e}\,;\; v = -\frac{\beta}{\alpha}\frac{Z}{B_e}\,,$$

womit für $\beta \ll \alpha$ aus (100) folgt:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha\, l_{v\alpha} &\approx -\frac{Z}{B_e}\left[1 + \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2 \frac{Z^2}{Z^2 + B_e^2}\right] \approx -\frac{Z}{B_e} \\ \mathfrak{Tg}\, \beta\, l_{v\beta} &\approx -\frac{\beta}{\alpha}\frac{Z \cdot B_e}{Z^2 + B_e^2} \approx \frac{\beta}{2\alpha} \sin 2\,\alpha\, l_{v\alpha}\,. \end{aligned} \tag{101}$$

Der Vergleich mit (45) zeigt, daß sich die hinsichtlich des Winkelmaßes wirksame Verlängerung $l_{v\alpha}$ in diesem Fall nur wenig von der

bei der dämpfungsfreien Leitung eingeführten und ausführlich erörterten wirksamen Verlängerung l_v unterscheidet, solange die Dämpfung klein ist. Diese wirkt sich so aus, als ob $|B_e|$ verkleinert wäre.

Die hinsichtlich des Dämpfungsmaßes wirksame Verlängerung $l_{v\beta}$ verschwindet nicht (außer für $B_e = 0$ und $B_e = \infty$), obwohl der angenommene Abschlußwiderstand keinen Wirkanteil hat. Das rührt daher, daß der Wellenwiderstand einen Blindanteil hat. Ist das Winkelmaß $\alpha l_{v\alpha}$ kleiner als etwa 30°, so daß die Kreis- und Hyperbelfunktionen in (100) angenähert durch ihre Argumente ersetzt werden können, so wird:

$$l_{v\beta} \approx l_{v\alpha}. \tag{102}$$

4. Berechnung des Wellenwiderstandes aus den Leiterabmessungen

a) Allgemeines

(23) Aus dem vorangegangenen geht hervor, daß die Ermittlung der Stromverteilung in vielen Fällen, vor allem bei zusammengesetzten Antennen, die Kenntnis des Wellenwiderstandes Z erfordert. Entsprechend seiner Definition durch (42) ergibt er sich aus der Kapazität $\boldsymbol{C}$ und der Induktivität $\boldsymbol{L}$ der Längeneinheit des Leiters. Wir benutzen bei der Berechnung von Z die Ergebnisse der Lehre von den ruhenden elektrischen Ladungen bzw. von den magnetischen Feldern stationärer Ströme. Wir übertragen also diese Ergebnisse auf die Antenne, deren Ladungen und Ströme sich schnell ändern. Hierin liegen Vernachlässigungen, die an dem Beispiel zweier unendlich langer, paralleler Leiter erläutert seien. Bei ruhenden Ladungen verlaufen die elektrischen Feldlinien in Ebenen senkrecht zu den Leitern und schließen sich sämtlich von einem Leiter zum anderen. Ändern sich die Ladungen derart rasch, daß die Wellenlänge der stehenden Wellen vergleichbar mit dem Leiterabstand ist, so verlaufen die Feldlinien anders. Z. B. schließen sich einige Feldlinien zwischen zwei symmetrisch zu einem Spannungsknoten liegenden Elementen ein und desselben Leiters, da diese Elemente entgegengesetzte Polarität der Ladungen aufweisen. Damit ist auch die Kapazität der Elemente eine andere als bei ruhender Ladung. Dies tritt um so mehr hervor, je größer der Leiterabstand und der Leiterdurchmesser im Vergleich zur Wellenlänge sind. Es handelt sich hier um grundsätzlich die gleiche Erscheinung, die bewirkt, daß die „Betriebskapazität" einer Leiteranordnung außer von den „Teilkapazitäten", für die allein die Abmessungen der Leiter und ihre Anordnung zueinander maßgebend sind, noch von der Potentialverteilung abhängt. Wenn wir trotzdem die Kapazität bei ruhender Ladung einsetzen, so hat dies seine Berechtigung darin, daß bei den

technisch in Betracht kommenden Antennenformen die Abweichungen gering sind. Hinzu kommt, daß, soweit überhaupt Theorien aufgestellt worden sind, die die Wellenlänge berücksichtigen, ihre Lösungen sehr verwickelt oder begrenzt anwendbar sind. Das gleiche gilt auch von der Berechnung der Induktivität.

b) Einzelne glatte Leiter

(24) Eine rohe, wenn auch oft ausreichende Näherungslösung erhält man durch Anwendung der Beziehungen für die glatte (homogene) Paralleldrahtleitung im freien Raum mit Luft als Dielektrikum. Wir bezeichnen den Durchmesser der beiden zylindrischen Leiter mit d, ihren Abstand mit a. Die Kapazität zwischen ihnen bei ruhenden, entgegengesetzt gleichen Ladungen ist unter der Voraussetzung, daß die Leiter sehr lang im Verhältnis zu ihrem Abstand sind, so daß das (nicht homogene) Feld an den Enden der Leiter keinen merklichen Beitrag zu dem Gesamtfeld liefert [10] [11]:

$$C = \frac{1}{3{,}6 \ln\left(\frac{a}{d} + \sqrt{\left(\frac{a}{d}\right)^2 - 1}\right)} \frac{\mathrm{pF}}{\mathrm{cm}}. \tag{103}$$

Für $a \gg d$ ist sehr angenähert:

$$C = \frac{1}{3{,}6 \ln \frac{2a}{d}} \frac{\mathrm{pF}}{\mathrm{cm}}. \tag{104}$$

Für die Induktivität der Längeneinheit findet man unabhängig hiervon für stationäre Ströme [12] [13]:

$$L = \left(1 + 4 \ln \frac{2a}{d}\right) 10^{-9} \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{cm}}. \tag{105}$$

Berücksichtigt man, daß infolge der Hautwirkung bei hohen Frequenzen der Hauptteil des Stromes in einer dünnen Schicht an der Oberfläche des Leiters fließt, so erhält man im Grenzfall:

$$L = 4 \ln\left(\frac{2a}{d}\right) \cdot 10^{-9} \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{cm}}. \tag{106}$$

Aus (103) und (106) ergibt sich der Wellenwiderstand der dämpfungsfreien Paralleldrahtleitung zu:

$$Z = 120\,\Omega \sqrt{\ln\left(\frac{a}{d} + \sqrt{\left(\frac{a}{d}\right)^2 - 1}\right) \cdot \ln \frac{2a}{d}}. \tag{107}$$

Für $a \gg d$ geht diese Formel über in die bekannte Form:

$$Z = 120\,\Omega \ln \frac{2a}{d}. \tag{108}$$

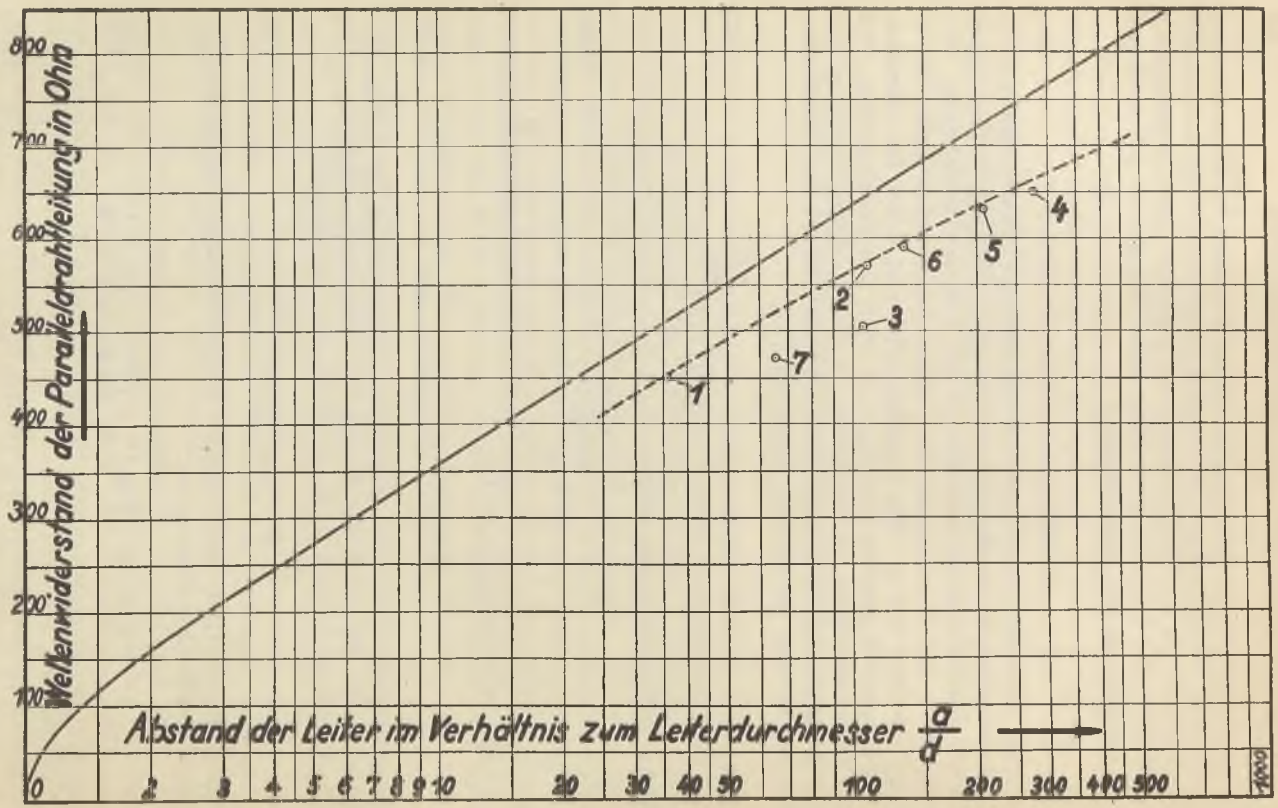


Abb. 21. Wellenwiderstand der Paralleldrahtleitung gemäß (107). Die Kreise sind Meßwerte (vgl. Tab. II, S. 55).

In Abb. 21 ist der aus (107) sich ergebende Wert in Abhängigkeit von dem Verhältnis $\left(\frac{a}{d}\right)$ dargestellt.

Wie man (107) bzw. (108) auf einen waagerechten Antennenleiter in der Höhe H über dem Boden anzuwenden hat, wird sofort klar, wenn man ihn durch sein Spiegelbild in der Erde (die hier als vollkommen leitend angenommen werden darf) zu einer Doppelleitung ergänzt. Man hat also $a = 2H$ zu setzen. Nimmt man die gleiche Ergänzung bei einem senkrechten Leiter von der Länge l vor, dessen unteres Ende sich dicht über dem Boden befindet, so ist der Abstand der Leiterelemente von ihren Spiegelbildern nicht gleichbleibend entlang des Leiters. Da sich aber $\boldsymbol{L}$ und $\boldsymbol{C}$ verhältnismäßig wenig mit dem Abstand ändern, wie aus (104) und (106) hervorgeht, so erhält man einen Näherungswert für den mittleren Wellenwiderstand (gegen das Spiegelbild) aus (108) durch Einsetzen des mittleren Abstandes. Man hat also $a = l$ zu setzen. Mit anderen Worten: Als Näherungswert kann der Wellenwiderstand eines Leiterelementes in halber Höhe der Antenne benutzt werden.

Was für den Leiterdurchmesser einzusetzen ist, ist bei Drähten, Seilen und Rohren ohne weiteres klar. Bei vieldrähtigen Reusen und metallischen Masten mit gleichbleibendem Querschnitt weicht der Querschnitt im allgemeinen so wenig von der Kreisform ab und ist der Umfang so dicht mit Leitern belegt, daß es nicht schwerfällt, den Durchmesser des elektrisch gleichwertigen Vollzylinders abzuschätzen. Er wird im allgemeinen nur wenig kleiner als der größte Durchmesser des wirklichen Querschnitts sein.

(25) Bei (103) und (106) ist vorausgesetzt, daß die Leiter sehr lang im Verhältnis zu ihrem Abstand sind. Das ist bei Antennen, besonders bei senkrechten, praktisch niemals auch nur angenähert erfüllt. Um die hierauf beruhenden Abweichungen zu veranschaulichen, sei das elektrische Feld eines senkrechten Leiters (ohne Endkapazität) näher betrachtet [14]. Dieses läßt sich bei ruhender Ladung unter der Annahme berechnen, daß die Ladung gleichmäßig über die Leiterlänge verteilt ist, d. h. daß die Kapazität der Längeneinheit entlang des Leiters gleichbleibt. Bei zeitlich sich ändernder Ladung ist die Verteilung noch angenähert die gleiche, wenn die Leiterlänge klein gegen die Wellenlänge ist. In Abb. 22 sind die Flächen gleichen Potentiales im Schnitt mit einer durch den Leiter gelegten Ebene dargestellt. Körper von der Form dieser Niveauflächen haben also gleichbleibende Kapazität pro Längeneinheit. Die elektrischen Feldlinien durchsetzen diese Flächen senkrecht. Sie verlaufen etwa wie in Abb. 23 dargestellt. Man erkennt die Zusammendrängung der Niveauflächen an den Enden des Leiters. Sie ist am unteren Ende stärker als am oberen. Aus dieser Feldverteilung kann man schließen, daß bei gleichbleibendem

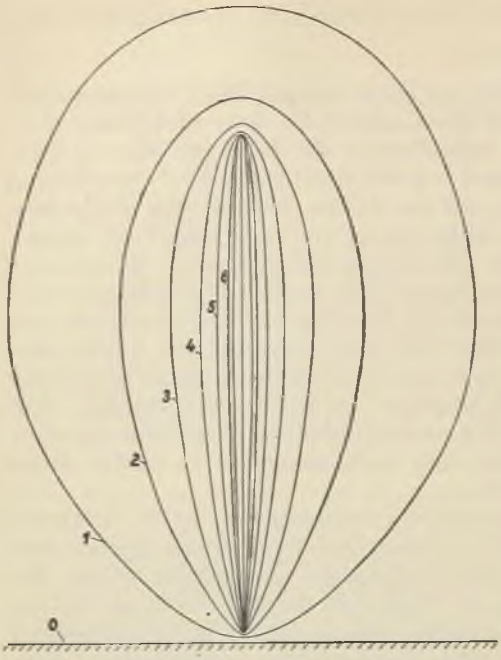


Abb. 22. Niveauflächen eines senkrechten Leiters über Erde mit gleichmäßig verteilter Ladung (Potentialdifferenz benachbarter Flächen konstant).

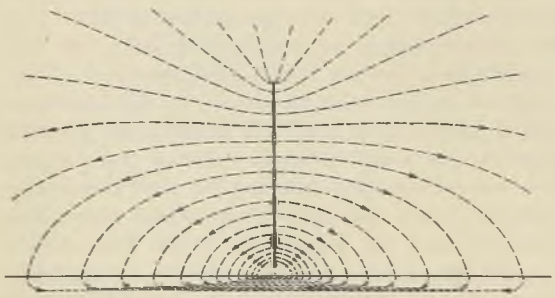


Abb. 23. Elektrische Feldlinien bei einem senkrechten Leiter über Erde mit gleichmäßig verteilter Ladung.

Leiterquerschnitt die Kapazität pro Längeneinheit an den beiden Enden des Leiters größer als in der Mitte ist, am unteren Ende mehr als am oberen. Man kann das auch so ausdrücken, daß für Elemente an den Enden des Leiters die Abschirmung durch die übrigen Elemente geringer ist als für Elemente in der Mitte des Leiters.

Der Zunahme der Kapazität pro Längeneinheit entspricht eine Abnahme der Induktivität pro Längeneinheit, wie sich aus folgender Überlegung ergibt. Es besteht kein Grund zu der Annahme, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit elektrischer Wellen bei einem senkrechten Leiter über der Erde eine andere ist als bei der glatten Paralleldrahtleitung. Mithin gilt auch hier (unter Vernachlässigung des Einflusses der Dämpfung, der sehr gering ist):

$$\frac{1}{\sqrt{LC}} = c$$

oder

$$L = \frac{1}{c^2 C}, \tag{109}$$

wo c die Lichtgeschwindigkeit. Die Induktivität ist also der Kapazität umgekehrt proportional.

Für den Wellenwiderstand kann man damit auch schreiben:

$$Z = \frac{1}{c \cdot C}. \tag{110}$$

Der Wellenwiderstand eines einfachen senkrechten Leiters mit gleichbleibendem Querschnitt ist demnach an den beiden Enden des Leiters kleiner als in der Mitte. Ganz analoge, zu dem gleichen Ergebnis führende Betrachtungen lassen sich an waagerechten Leitern anstellen. Wir wollen diese Erscheinung im folgenden der Kürze halber als „Randfeldwirkung" bezeichnen.

Für Leiter, deren Oberfläche die Form der Niveauflächen in Abb. 22 hat, ergibt sich die mittlere Kapazität der Längeneinheit gegen das Spiegelbild zu [11]:

$$C = \frac{1}{3{,}6 \ln \frac{2l}{d} \sqrt{\frac{4h + l}{4h + 3l}}} \frac{\text{pF}}{\text{cm}}. \tag{111}$$

Hierin ist l die Leiterlänge, d der Durchmesser in der Mitte des Leiters und h der Abstand des unteren Endes vom Erdboden (Höhe des oberen Endes also: $H = h + l$). Vorausgesetzt ist, daß $d^2 \ll l^2$. Unter dieser Voraussetzung kommt die Form des Leiters einem Zylinder sehr nahe. Ist außerdem $4h \ll l$, so wird:

$$C = \frac{1}{3{,}6 \left[\ln \frac{2l}{d} - \ln \sqrt{3}\right]} \frac{\text{pF}}{\text{cm}} = \frac{1}{3{,}6 \left[\ln \left(\frac{2l}{d}\right) - 0{,}55\right]} \frac{\text{pF}}{\text{cm}}. \tag{112}$$

Die entsprechenden mittleren Wellenwiderstände ergeben sich unter Berücksichtigung von (110) zu:

$$Z = 120\,\Omega \ln \frac{2l}{d} \sqrt{\frac{4h + l}{4h + 3l}} \tag{113}$$

und, wenn $4h \ll l$:

$$Z = 120\,\Omega \ln \left(\frac{2l}{d}\right) - 66\,\Omega. \tag{114}$$

Der mittlere Wellenwiderstand ist also um 66 Ω kleiner als der aus (108) mit $a = l$ sich ergebende Wert, was auf die Randfeldwirkung zurückzuführen ist. Er kann mit Hilfe der Abb. 21 leicht gefunden werden.

Für einen waagerechten Leiter, dessen Oberfläche die Form eines Rotationsellipsoides hat, findet man [11] entsprechend ($d^2 \ll l^2$):

$$C = \frac{1}{3{,}6 \ln \frac{2l}{d} \sqrt{\frac{\sqrt{l^2 + (4H)^2} - l}{\sqrt{l^2 + (4H)^2} + l}}} \frac{\text{pF}}{\text{cm}}. \tag{115}$$

$$Z = 120\,\Omega \ln \frac{2l}{d} \sqrt{\frac{\sqrt{l^2 + (4H)^2} - 1}{\sqrt{l^2 + (4H)^2} + 1}}. \tag{116}$$

Dies kann man in der Form schreiben:

$$Z = 120\,\Omega \left[\ln\left(\frac{4H}{d}\right) - \frac{1}{2} \ln \frac{4H^2}{l^2} \frac{\sqrt{1+\left(\frac{4H}{l}\right)^2}+1}{\sqrt{1+\left(\frac{4H}{l}\right)^2}-1} \right]. \tag{117}$$

Ist $(4H)^2 \ll l^2$, so verschwindet der zweite Summand in der Klammer und (117) geht über in (108) mit $a = 2H$. (115) geht über in (104). Der zweite Summand in (117) stellt also die Randfeldwirkung dar und spielt bei geringer Höhe die Rolle einer Korrektur zu dem aus Abb. 21 mit $a = 2H$ entnommenen Wert.

Für Höhen, die groß im Vergleich zu l sind, strebt C dem Wert zu:

$$C = \frac{1}{3{,}6 \ln \frac{2l}{d}} \frac{\mathrm{pF}}{\mathrm{cm}}, \tag{118}$$

der von der Höhe selbst nicht mehr abhängt. Diese Beziehung kommt, ihren Voraussetzungen entsprechend, vor allem für den waagerechten Leiter von T- und L-Antennen in Betracht, wenn seine Länge klein gegen seine Höhe ist.

Hat man nun Leiter mit gleichbleibendem Querschnitt (ohne Endkapazität), z. B. zylindrische Rohre oder prismatische Gittermaste, so ist nach dem vorangegangenen klar, daß ihre Wellenwiderstände nach den beiden Enden zu kleiner sind als die aus (113) oder (114) bzw. aus (116) oder (117) sich ergebenden Werte, da diese Formeln sich auf Leiter beziehen, deren Oberfläche die Form der Niveauflächen in Abb. 22 bzw. von Rotationsellipsoiden hat. Wie der Vergleich dieser Formen mit Zylindern oder Prismen zeigt, weichen die Wellenwiderstände aber nur in unmittelbarer Nähe der Leiterenden merklich von einander ab. Daher kann man diese Abweichung angenähert durch Annahme je einer konzentrierten Kapazität C_0 an jedem Leiterende bei gleichbleibendem, aus (113) oder (114) bzw. aus (116) oder (117) errechnetem Wellenwiderstand entlang des Leiters erfassen. C_0 ist in erster Annäherung proportional dem Leiterdurchmesser d:

$$C_0 \approx k \cdot d \tag{118a}$$

Der Faktor k wurde bei Gittermasten empirisch ermittelt zu 0,45 bis 0,55 pF/cm für das obere, glatt abgeschnittene Ende und zu 0,2 bis 0,3 pF/cm für das untere, leicht zugespitzte Ende.

In der folgenden Tabelle sind die Daten von einigen genauer untersuchten Antennen mit ganz verschiedenen Abmessungen zusammengestellt. Es handelt sich durchweg um senkrechte, dicht über dem Boden endigende Leiter ohne Endkapazität mit ganz oder nahezu gleichbleibendem Querschnitt. Den aus (114) errechneten mittleren Wellenwiderständen sind die aus Scheinwiderstandsmessungen am

Tab. II. Gerechnete und gemessene Wellenwiderstände senkrechter Leiter ohne Endkapazität

Nr.	Form und Größe des Querschnittes	Gleichw. Zylind. Durchm. in cm	Antennenhöhe in m	Z gerechnet in Ω	Z gemessen in Ω
1	Sechseck, 150 cm Seitenlg.	280	100	445	450
2	Quadrat, 43,5 cm ,,	60	65	580	570
3	Rohr, 8 cm Durchm.	8	8,45	575	505
4	Rohr, 10÷7 cm ,,	9	24,5	690	650
5	Rohr, 10÷8 cm ,,	9	18,5	655	630
6	Rohr, 10÷9 cm ,,	9,5	12,5	605	590
7	Rohr, 10 cm ,,	10	6,5	515	470
8	Draht, 4 mm ,,	0,4	14,5	1000	850

Fuß ermittelten „wirksamen" Wellenwiderstände (vgl. unter **(120)**) gegenübergestellt. Die Abweichungen sind zwar z. T. erheblich, spielen aber praktisch noch keine Rolle. Einige dieser Meßwerte sind in Abb. 21 eingetragen. Sie liegen, von den Antennen 3 und 7 abgesehen, nahezu auf einer Geraden. Da die Schwierigkeiten der Messung zunehmen, wenn die Antennenhöhe abnimmt, ist bei 3 und 7 mit Meßungenauigkeiten zu rechnen. Erwähnt sei noch, daß der Wellenwiderstand, der sich aus den Scheinwiderstandsmessungen ergibt, praktisch unabhängig von der Wellenlänge ist.

Ein anderes Verfahren zur Ermittlung des mittleren Wellenwiderstandes, das grundsätzlich von dem im vorangegangenen zugrunde gelegten verschieden ist, beruht auf der Theorie des Nahfeldes. Dieses von J. Labus angegebene Verfahren [15] setzt sinusförmige Stromverteilung voraus. Da diese Voraussetzung, wie gezeigt, nicht allgemein erfüllt ist, liefert das Verfahren von Labus ebenfalls nur Näherungswerte.

c) Zusammengesetzte Leitergebilde

(26) Sowohl bei senkrechten als auch bei waagerechten Antennenteilen werden häufig mehrere, direkt miteinander verbundene Drähte angewendet, die in geringem gegenseitigem Abstand parallel laufen. Bei zwei waagerechten Drähten vom Durchmesser d im Abstand b voneinander, die beide die Höhe h über dem Boden haben, ergibt die Potentialtheorie [11] für die Gesamtkapazität pro Längeneinheit (gegen das Spiegelbild):

$$C = \frac{1}{1{,}8 \ln \frac{4h}{d} \sqrt{1 + \left(\frac{2h}{b}\right)^2}} \frac{\mathrm{pF}}{\mathrm{cm}}. \tag{119}$$

Vorausgesetzt ist, daß die Leiterlänge groß gegen h ist. Ist das nicht der Fall, so ist infolge der Randfeldwirkung die wirkliche Kapazität größer als nach (119). Unter Berücksichtigung von (110) folgt für den Wellenwiderstand (gegen das Spiegelbild):

$$Z = 60\,\Omega \ln \frac{4\,h}{d} \sqrt{1 + \left(\frac{2\,h}{b}\right)^2}\,. \tag{120}$$

Für drei Drähte in gleicher Höhe h über dem Boden mit dem Abstand b voneinander (Abstand der beiden äußeren also $2\,b$) ergibt sich entsprechend mit $h \gg b \gg d$:

$$C = \frac{0{,}462 + \ln \frac{b}{d}}{1{,}2 \left[\ln\left(\frac{4\,h}{d}\right) \ln\left(\frac{2\,h}{d}\,\frac{2\,h}{b}\right) - 2\,\ln\left(\frac{2\,h}{b}\right) \ln\left(\frac{2\,h}{b}\right)\right]} \frac{\mathrm{pF}}{\mathrm{cm}}\,. \tag{121}$$

Z ergibt sich hieraus wieder durch Anwendung von (110). Für senkrechte Drähte erhält man in ähnlicher Weise, wie unter (24) bei einem einzelnen Draht erörtert, aus (119) bzw. (121) einen (etwas zu kleinen) Näherungswert, wenn man für h die halbe Höhe des oberen Endes über dem Boden einsetzt.

Durch Anwendung von (104), (119) und (121) auf ein Zahlenbeispiel überzeugt man sich leicht davon, daß die Kapazität C_N von N parallel geschalteten waagerechten Drähten zwar größer als die Kapazität C_1 eines einzelnen Drahtes ist, aber kleiner als das N-fache derselben. Setzt man:

$$C_N = k \cdot N \cdot C_1\,, \tag{122}$$

so ist der Faktor k immer kleiner als 1. Die Drähte schirmen sich also gewissermaßen gegenseitig ab, und zwar um so mehr, je kleiner ihr gegenseitiger Abstand im Verhältnis zur Höhe h über dem Boden ist. Wegen der Randfeldwirkung spielt auch ihre Länge l_w eine Rolle. Für die praktisch in Betracht kommenden Größenverhältnisse ist k in Abhängigkeit von $\left(\frac{B}{h} + 2\,\frac{B}{l_w}\right)$ für verschiedene Drahtzahlen aus Abb. 24 zu entnehmen. B ist hierbei die Breite der von den Drähten bedeckten Fläche, d. h. der Abstand der beiden äußeren Drähte. Die Werte sind aus Messungen [16] gewonnen.

In Abb. 25 ist die Gesamtkapazität in Abhängigkeit von der Drahtzahl dargestellt. Daraus geht hervor, daß bei gegebener Höhe h, Breite B und Länge l_w von einer bestimmten Drahtzahl ab die Kapazität nur noch unwesentlich zunimmt, so daß es unwirtschaftlich ist, über diese Drahtzahl hinauszugehen. Als Faustregel gilt, daß die wirtschaftliche Grenze für die Drahtzahl erreicht ist, wenn der Abstand benachbarter Drähte $\frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{10}$ der Höhe über dem Boden ist.

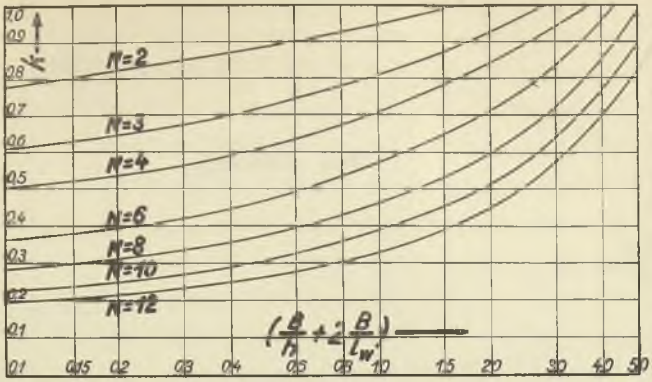


Abb. 24. Zur Berechnung der Kapazität von N parallelgeschalteten waagerechten Drähten gemäß (122).

Über die Kapazität von strahlenförmig angeordneten Drähten — derartige Anordnungen werden als „Antennen-Schirme" oder „Antennendächer" bezeichnet — fehlen theoretische Untersuchungen ganz. Exakte Messungen sind von F. Vilbig und K. Vogt [17] an waagerechten Strahlendächern angestellt worden. Der „wirksame", d. h. aus Scheinwiderstandsmessungen am Fuß der Antenne ermittelte (vgl. unter **(120)**) Wellenwiderstand solcher Drähte im Sternpunkt ist in Abb. 26 und 27 dargestellt*). $N = \infty$ bedeutet, daß das Strahlendach bei den Messungen aus engmaschiger Drahtgaze bestand, was elektrisch einer vollen Scheibe gleichwertig ist. Die Länge l_1 der Strahlen ist vom Sternpunkt aus gerechnet, d. h. gleich dem Dachradius. Der Abb. 26 liegen frei endigende, über Isolatoren abgespannte Drähte als Strahlen zugrunde. Der eigentümliche Verlauf der Kurven erklärt sich z. T. aus der abschirmenden Wirkung der senkrechten Zuleitung, die mit der Strahlenlänge abnimmt, z. T. aus dem Einfluß des Randfeldes an den freien Enden der Strahlen. Werden die freien Enden durch Drähte ringförmig

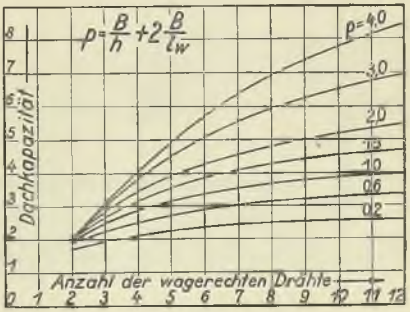


Abb. 25. Einfluß der Drahtzahl auf die Gesamtkapazität einer gegebenen Kapazitätsfläche.

*) Die Messungen von F. Vilbig und K. Vogt sind von diesen in anderer Weise ausgewertet worden als hier.

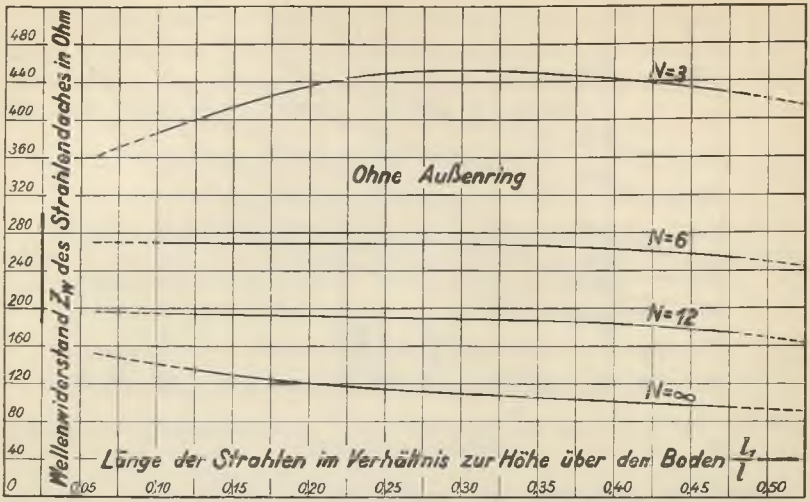


Abb. 26

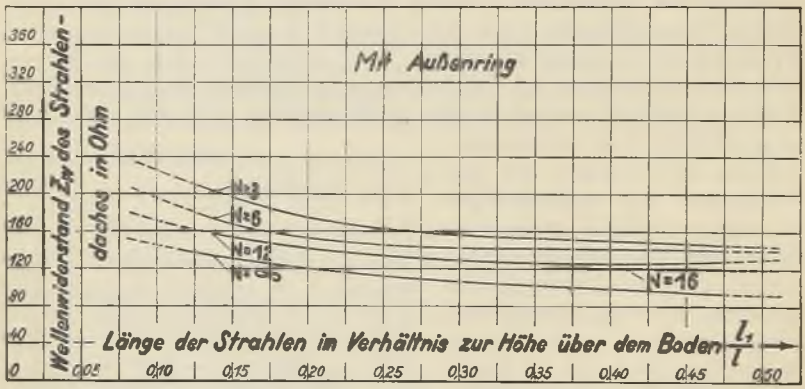
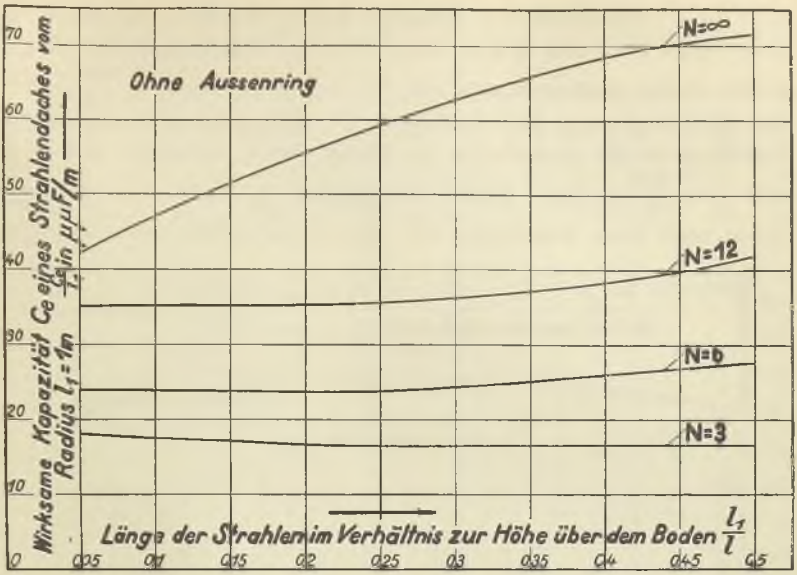


Abb. 26 u. 27. Der für die Stromverteilung auf dem senkrechten Leiter wirksame Wellenwiderstand eines waagerechten Strahlendaches ohne und mit Außenring für verschiedene Strahlenzahlen N.

untereinander verbunden, was hier als „Außenring" bezeichnet ist, so setzt dies den Wellenwiderstand des Daches stark herab, besonders bei kleiner Drahtzahl, wie aus Abb. 27 hervorgeht. Für die praktische Anwendung der Kurven sei bemerkt, daß das Strahlendach mit Außenring ebenso wie das ohne Außenring als ein Leiter von der Länge des Dachradius mit dem angegebenen Wellenwiderstand zu behandeln ist [vgl. unter (15)]. Die Länge des Außenringes ist nicht irgendwie besonders zu berücksichtigen. Den Abb. 26 und 27



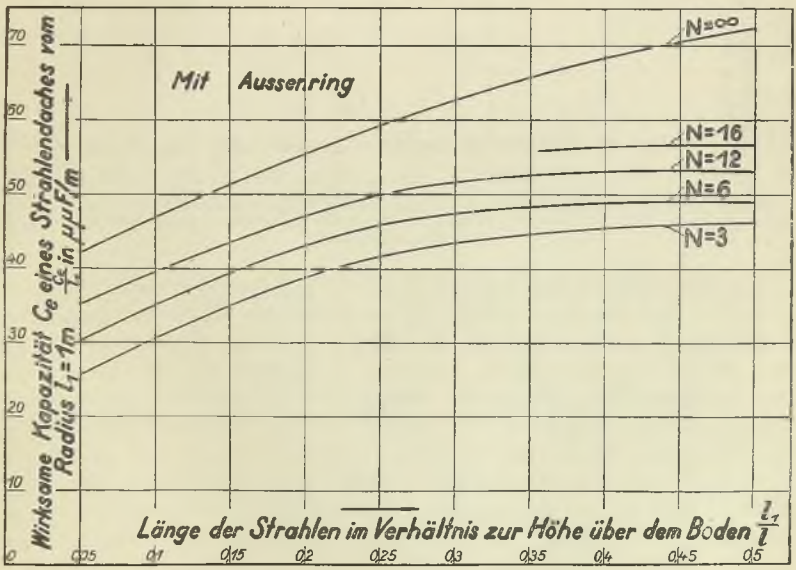


Abb. 28 u. 29. Die für die Stromverteilung auf dem senkrechten Leiter wirksame Kapazität eines waagerechten Strahlendaches ohne und mit Außenring für verschiedene Strahlenzahlen N.

liegt eine Drahtstärke der Strahlen von $d_1 = 3$ mm zugrunde, bei einer Höhe über dem Boden von $l = 8{,}45$ m. Die angegebenen Werte gelten streng genommen also nur für ein Verhältnis $\frac{l}{d_1} = \frac{845}{0.3} = 2820$. Das gleiche gilt von dem Verhältnis der Höhe über dem Boden zum Durchmesser der senkrechten Zuleitung, der $d_s = 80$ mm betrug, so daß $\frac{l}{d_s} = \frac{8455}{8} = 106$. Über den Einfluß dieser beiden Faktoren liegen noch keine Messungen vor. Er ist wahrscheinlich nur gering.

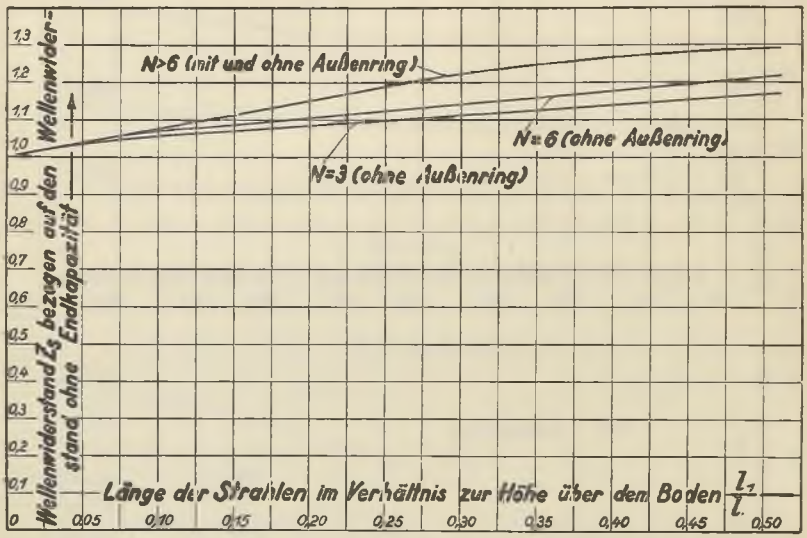


Abb. 30. Einfluß des Strahlendaches auf den für die Stromverteilung wirksamen Wellenwiderstand Z_s des senkrechten Leiters. (Gemessen an einem Leiter mit $Z_s = 500\,\Omega$ ohne Endkapazität.)

Ist die Wellenlänge sehr groß im Verhältnis zum Dachradius, so kann das Strahlendach einfach als konzentrierte Kapazität behandelt werden [vgl. unter **(15)**]. Im Hinblick auf diesen Fall ist in Abb. 28 und 29 die im Sternpunkt wirksame Kapazität des Strahlendaches pro Längeneinheit (gegen das Spiegelbild) dargestellt. Als Längeneinheit ist der Dachradius 1 m zugrunde gelegt. Um den Absolutwert der Kapazität des Daches in pF zu erhalten, ist also der abgelesene Wert noch mit dem Dachradius in Meter zu multiplizieren. Man entnimmt, daß es, um bei gegebenem Dachradius eine möglichst große Kapazität zu erzielen, vorteilhaft ist, einen Außenring anzuwenden und die Zahl der Strahlen möglichst groß zu machen.

Über den Einfluß einer Neigung der Dachdrähte gegen die Waagerechte auf die Kapazität bzw. den Wellenwiderstand des Daches

fehlen exakte und allgemein anwendbare Angaben im Schrifttum. Solange die Neigung gering ist, kann man in guter Annäherung so rechnen, als ob die Dachdrähte waagerecht wären.

Nach den Betrachtungen unter (24) über das Randfeld ist leicht einzusehen, daß infolge der abschirmenden Wirkung des Daches auf den senkrechten Teil einer Schirmantenne dessen wirksamer Wellenwiderstand zunimmt. Das geht anschaulich aus Abb. 30 hervor. Die Werte sind aus den oben erwähnten Messungen gewonnen.

III. Strahlungsverteilung (Feldstärkeverteilung im Fernfeld)

1. Allgemeines

a) Grundbegriffe (Strahlungsmaß)

(27) Die Feldstärke, die von der Sendeantenne am Empfangsort erzeugt wird, ist nicht nur von der Antennenanordnung selbst und ihren elektrischen Betriebsgrößen abhängig, sondern auch von den besonderen Eigenschaften des zwischen der Antenne und dem Empfangsort liegenden Raumes. Diese sind die Ursache der mannigfachen „Ausbreitungserscheinungen", auf die unter XI. eingegangen wird. Hier machen wir uns von ihnen frei, indem wir den Erdboden als eben und vollkommen leitend, den Raum oberhalb als gleichförmig und vollkommen nichtleitend annehmen. Wo im folgenden abweichende Annahmen gemacht sind, ist dies ausdrücklich bemerkt.

Die Antenne und ihr Spiegelbild in der Erde [vgl. unter (8)] kann man sich aus Doppelpolen zusammengesetzt denken. Aus den Abmessungen der Antenne, ihrer Betriebsweise und dem Strom in einem Bezugspunkt ergibt sich mittels der unter II. abgeleiteten Beziehungen für jeden dieser Doppelpole zunächst der Strom nach Amplitude und Phase. Damit ist es mit Hilfe der unter I. aufgestellten Gesetze möglich, die von jedem Doppelpol erzeugte Feldstärke nach Betrag, (zeitlicher) Phase und (räumlicher) Richtung in jedem Punkte des Raumes anzugeben. Die Gesamtfeldstärke erhält man durch vektorielle Addition der von den einzelnen Doppelpolen herrührenden Feldstärken.

Unter den obigen idealisierenden Annahmen bezüglich der Raumeigenschaften ist die Gesamtfeldstärke längs einer durch den Antennenmittelpunkt gehenden Geraden stets umgekehrt proportional der Entfernung des betrachteten Punktes von der Antenne, sobald diese Entfernung nur groß gegen die Wellenlänge und die Antennenabmessungen ist. Für die Feldstärke des einzelnen Doppelpoles haben wir die Proportionalität mit der reziproken Entfernung bereits unter (4) nachgewiesen. Sie muß dann auch für die Gesamtfeldstärke beliebig vieler benachbarter Doppelpole bestehen. Im folgenden wird dies

übrigens noch im einzelnen gezeigt. Nicht unabhängig von der Antennenform ist dagegen der Zusammenhang zwischen der Gesamtfeldstärke und der Richtung, in der sich der ferne Punkt von der Antenne aus gesehen befindet. Er kann je nach den Abmessungen der Antenne und ihrer Betriebsweise ganz verschieden sein. Dieser Zusammenhang beansprucht daher unser besonderes Interesse.

Für seine mathematische Behandlung erweist sich ein sphärisches Polarkoordinatensystem als am günstigsten, dessen Äquatorebene mit der Erdoberfläche zusammenfällt, und dessen Polarachse durch den Symmetriepunkt der Antenne geht. Wir benutzen als Koordinaten des Raumpunktes P den Erhebungswinkel φ (auch Elevationswinkel oder Höhe genannt), den Längenwinkel ψ (auch Azimut genannt) und die Entfernung D vom Ursprung. Der Ausdruck für die Gesamtfeldstärke, den man auf die eben erwähnte Weise erhält, läßt sich dann stets auf die Form bringen*):

$$\mathfrak{E} = j \cdot 60\, \Omega \frac{1}{D} \mathfrak{J}_A \mathfrak{F}_A(\varphi, \psi)\, e^{-j\alpha D}. \tag{123}$$

Hierin bedeutet $\mathfrak{E}$ den Gaußschen Vektor des Effektivwertes der elektrischen Feldstärke, die von dem Strahler in einem fernen Punkt $P(\varphi, \psi, D)$ erzeugt wird. Die räumliche Richtung ist in $\mathfrak{E}$ nicht enthalten. Diese betrachten wir in jedem Fall besonders. $\mathfrak{J}_A$ ist der Gaußsche Vektor des Effektivwertes des Stromes im Bezugspunkt A des Strahlers, $\alpha = \frac{2\pi}{\lambda}$ die schon im vorangegangenen benutzte Winkelkonstante des freien Raumes und $\mathfrak{F}_A(\varphi, \psi)$ eine weiter unten erläuterte Größe.

Bei Untersuchungen an der Antenne selbst interessiert die Ausbreitung meist nicht. Die Entfernung D ist dann eine unnötige Belastung der Gleichungen. Nun kann man (123) auch in der Form schreiben:

$$\mathfrak{E} \cdot D \cdot e^{j\alpha D} = j \cdot 60\, \Omega\, \mathfrak{J}_A \mathfrak{F}_A(\varphi, \psi) \tag{124}$$

oder, wenn man die Beträge der komplexen Größen nimmt:

$$E \cdot D = 60\, \Omega\, I_A \,|\, \mathfrak{F}_A(\varphi, \psi) \,|. \tag{124a}$$

Diese Schreibweise ist ihrer Übersichtlichkeit und nicht zuletzt ihrer platzsparenden Anordnung wegen vorteilhaft (es tritt kein Bruch mehr auf). Die auf der linken Seite der Gleichungen stehende Größe kann man als „elektrische Strahlung" bezeichnen. Ihr Effektivwert wäre also $E \cdot D$, ihr Gaußscher Vektor $\mathfrak{E} \cdot D \cdot e^{j\alpha D}$. Von der Einführung eines besonderen Symbols für die Strahlung sehen wir ab,

*) Der Verfasser ist mit dieser Schreibweise noch einen Schritt weitergegangen als G. H. Brown [18].

um dem an die übliche Schreibweise gewöhnten Leser das Lesen der Formeln nicht zu erschweren. Die „Strahlung" hat übrigens nichts mit dem „Poyntingschen Strahlungsvektor" [vgl. unter (51)] zu tun, der seiner Dimension nach eine Leistung ist. Die „elektrische Strahlung" ist aber ihrer Dimension nach eine Spannung, die „magnetische Strahlung", die ganz entsprechend definiert werden kann, ein Strom.

Wie aus (124) hervorgeht, stellt $\mathfrak{F}_A(\varphi, \psi)$ ein Maß für die Strahlung dar. Diese Größe sei daher als „Strahlungsmaß" bezeichnet (analog etwa dem „Fortpflanzungsmaß" von Leitungen). Wir haben also folgende einfache Merkregel:

$$\boxed{\text{Elektr. Strahlung} = 60\,\Omega \cdot \text{Antennenstrom} \cdot \text{Strahlungsmaß.}} \tag{125}$$

Das Strahlungsmaß $\mathfrak{F}_A(\varphi, \psi)$ hängt, wie sich noch erweisen wird, lediglich von der Anordnung der Antenne, ihren Abmessungen im Verhältnis zur Wellenlänge und ihrer Betriebsweise ab, nicht aber von den jeweiligen Betriebsgrößen, wie Strom und Leistung. Es beschreibt die Strahlungseigenschaften der Antenne vollständig. Die Dimensionsbetrachtung an Hand von (123) oder (124) zeigt, daß es dimensionslos ist. Im allgemeinsten Fall ist es komplex. Wie auch die Schreibweise andeutet, ist das Strahlungsmaß von der Richtung φ, ψ abhängig.

Da der Strom an verschiedenen Stellen der Antenne meist verschieden ist, hat die Angabe des Strahlungsmaßes ohne gleichzeitige Angabe des Bezugspunktes keinen Sinn. Wir deuten deshalb auch bei $\mathfrak{F}_A(\varphi, \psi)$ den Bezugspunkt A durch den Index an. In Betracht kommt z. B. der Fußpunkt der Antenne (Index F) oder die Stelle des Strombauches (Index 0). Dann wäre also z. B. $\mathfrak{F}_0(\varphi, \psi)$ das auf den Strombauch bezogene Strahlungsmaß.

Um die Abhängigkeit der Feldstärke von der Richtung allein zu erhalten, lassen wir P auf einer Kugelschale mit der Antenne als Mittelpunkt wandern. So wie es bei der Untersuchung des Stromes auf der Antenne zweckmäßig ist, das Verhältnis des Stromes an der betrachteten Stelle zu dem in einem Bezugspunkt, die „Stromverteilung", einzuführen, ist es hier angebracht, das Verhältnis der Feldstärke in P zu der in einer Bezugsrichtung einzuführen. Dieses Verhältnis bezeichnen wir als die „Strahlungsverteilung". Ist die Bezugsrichtung durch die Winkel $\varphi = \varphi_{00}$ und $\psi = \psi_{00}$ gegeben, und bezeichnet $\mathfrak{E}_{00}$ die Feldstärke, $\mathfrak{F}_A(\varphi_{00}, \psi_{00})$ das Strahlungsmaß für diese Richtung, so wird gemäß (123):

$$\frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{E}_{00}} = \frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{H}_{00}} = \frac{\mathfrak{F}_A(\varphi, \psi)}{\mathfrak{F}_A(\varphi_{00}, \psi_{00})}. \tag{126}$$

Wir bezeichnen dieses Verhältnis der Kürze halber mit $\mathfrak{f}_{00}(\varphi, \psi)$:

$$\mathfrak{f}_{00}(\varphi, \psi) = \frac{\mathfrak{F}_A(\varphi, \psi)}{\mathfrak{F}_A(\varphi_{00}, \psi_{00})} \tag{127}$$

$f_{00}(\varphi, \psi)$ ist eine dimensionslose, im allgemeinsten Fall komplexe Größe, die in der Bezugsrichtung immer den Wert 1 hat. Ihr Betrag gibt das Amplitudenverhältnis der Feldstärke in P und der in der Bezugsrichtung, ihre Phase den Phasenunterschied dieser Feldstärken an. Praktisch wichtig ist natürlich vor allem die Strahlungsverteilung in der waagerechten Ebene ($\varphi = 0$). Ihre Darstellung wird „Horizontalstrahlungskennlinie" genannt. In letzter Zeit hat auch die Strahlung nach oben mehr und mehr Bedeutung erlangt [vgl. unter **(104)**]. Die Strahlungsverteilung in einer senkrechten Ebene (ψ = konstant) wird dargestellt durch die „Vertikalstrahlungskennlinie".

Im folgenden kommt es uns auf das Grundlegende in der Ermittlung der Strahlungsverteilung an. Dabei interessiert uns der Absolutwert der Feldstärke, also auch der des Strahlungsmaßes nicht. Diesen betrachten wir im Abschnitt IV besonders.

b) Strahlungsverteilung des einzelnen Leiterelementes

(28) Die Feldstärke, die ein einzelner Doppelpol (das Spiegelbild in der Erde berücksichtigen wir zunächst nicht) in großer Entfernung

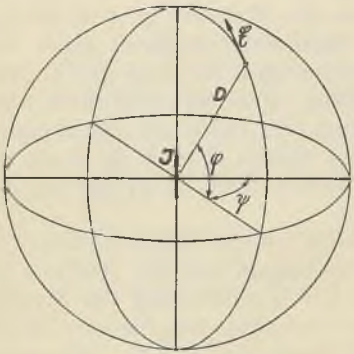


Abb. 31. Senkrechtes Leiterelement.

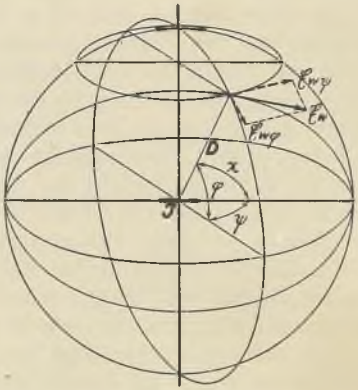


Abb. 32. Waagerechtes Leiterelement.

erzeugt, ist durch (35) nach Betrag und Phase gegeben. Die Strahlungsverteilung eines einzelnen Doppelpoles in unserem zur Erdoberfläche orientierten Polarkoordinatensystem ist damit ohne weiteres hinzuschreiben. Für ein senkrechtes Leiterelement mit dem Strom $\mathfrak{J}_e$ z. B. haben wir nur statt des Winkels χ (vgl. Abb. 3) den Erhebungswinkel $\varphi = 90 - \chi$ (vgl. Abb. 31) einzuführen:

$$\mathfrak{E}\, D e^{j\alpha D} = j\,\tfrac{1}{2}\,60\,\Omega\,\mathfrak{J}_e\,\alpha\, dl \cos\varphi\,.$$

Gemäß (124) ist also das Strahlungsmaß:

$$\mathfrak{F}_e(\varphi, \psi) = \tfrac{1}{2}\,\alpha\, dl \cos\varphi\,. \tag{128}$$

Die Strahlungsverteilung mit $\varphi_{00} = 0$, $\psi_{00} = 0$ als Bezugsrichtung (angedeutet durch den Index 0) wird gemäß der Definition durch (127):

$$f_0(\varphi, \psi) = \cos\varphi\,. \tag{129}$$

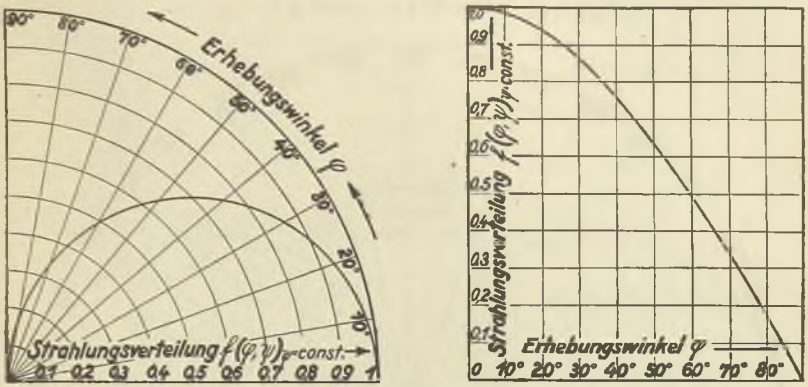


Abb. 33. Vertikalstrahlungskennlinie eines senkrechten Leiterelementes im freien Raum, in Polarkoordinaten (links) und in rechtwinkligen Koordinaten (rechts) dargestellt.

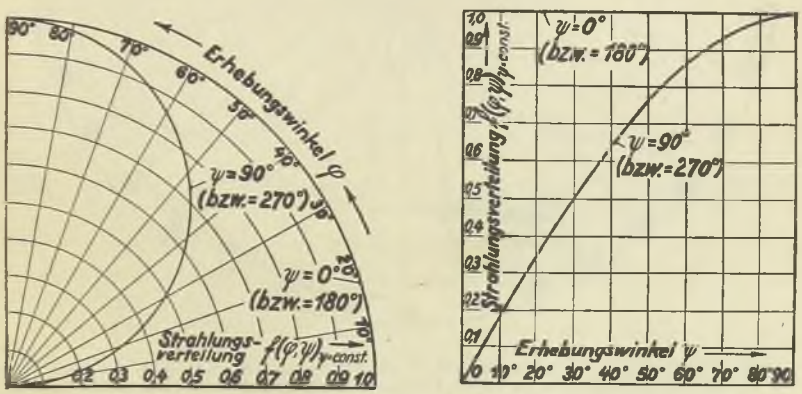


Abb. 34. Vertikalstrahlungskennlinien eines waagerechten Leiterelementes im freien Raum für die Ebene durch die Leiterachse ($\psi = 90°$ bzw. $270°$) und die zu dieser senkrechten Ebene ($\psi = 0°$ bzw. $180°$), jedesmal in Polarkoordinaten (links) und in rechtwinkligen Koordinaten (rechts) dargestellt.

Ein einzelnes waagerechtes Leiterelement behandeln wir ganz entsprechend. Die Stromrichtung sei gegeben durch $\varphi = 0$; $\psi = 0$, wie in Abb. 32 veranschaulicht. Nach einem Satz für rechtwinklige Kugeldreiecke ist dann:

$$\sin\chi = \sqrt{1 - \cos^2\varphi\cos^2\psi}\,. \tag{130}$$

Die Strahlung ist jetzt dargestellt durch:

$$\mathfrak{E} D e^{\alpha D} = j \tfrac{1}{2} 60 \Omega \, \mathfrak{J}_e \, \alpha \, dl \sqrt{1 - \cos^2 \varphi \cos^2 \psi} \ldots$$

Somit ist das Strahlungsmaß:

$$\mathfrak{F}_e (\varphi, \psi) = \tfrac{1}{2} \alpha \, dl \sqrt{1 - \cos^2 \varphi \cos^2 \psi} \,. \tag{131}$$

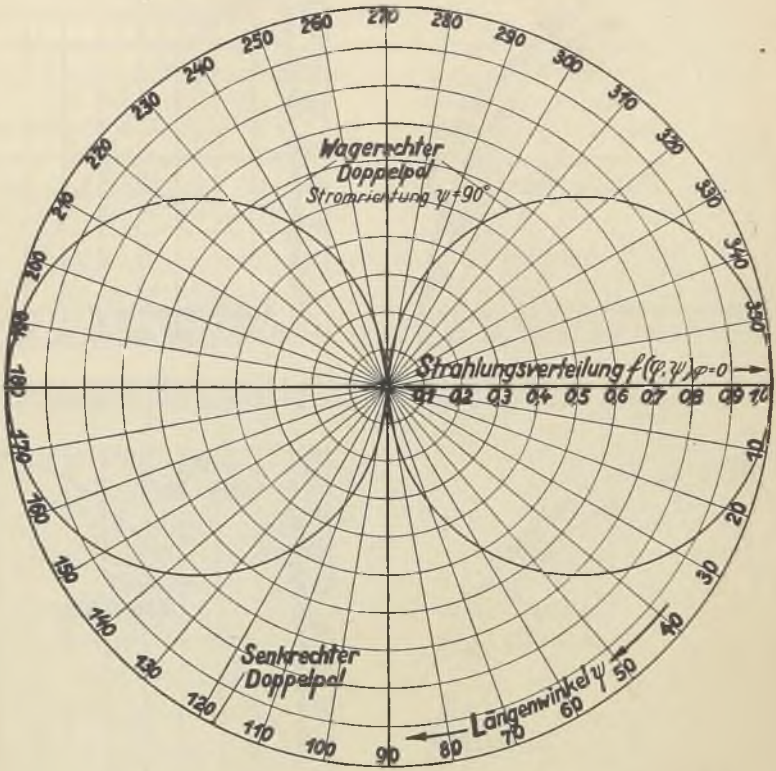


Abb. 35. Horizontalstrahlungskennlinie eines senkrechten und eines waagerechten Leiterelementes im freien Raum, in Polarkoordinaten dargestellt.

Nimmt man als Bezugsrichtung der Strahlungsverteilung die Richtung $\varphi = 0°$; $\psi = 90°$, so wird diese dargestellt durch:

$$\mathfrak{f}_{0,90°} (\varphi, \psi) = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi \cos^2 \psi} \,. \tag{132}$$

Zur Einführung in die später benutzten Darstellungsweisen ist in Abb. 33 bis 36 für beide Lagen des Leiterelementes die Horizontal- und die Vertikalstrahlungskennlinie dargestellt, obwohl bei der Einfachheit der Ausdrücke für $\mathfrak{f}(\varphi, \psi)$ eine Veranschaulichung durch Dia-

gramme vielleicht nicht nötig wäre. Zugleich bietet sich hierbei Gelegenheit, die Diagrammdarstellung in rechtwinkligen und in Polarkoordinaten (für ein und dasselbe Koordinatensystem) gegenüberzustellen. Beide sind heute üblich. Im folgenden wird im allgemeinen den rechtwinkligen Koordinaten der Vorzug gegeben. Der Nachteil der geringeren Anschaulichkeit wird bei dieser Darstellungsweise, wenn man einmal mit ihr vertraut ist, mehr als aufgewogen durch

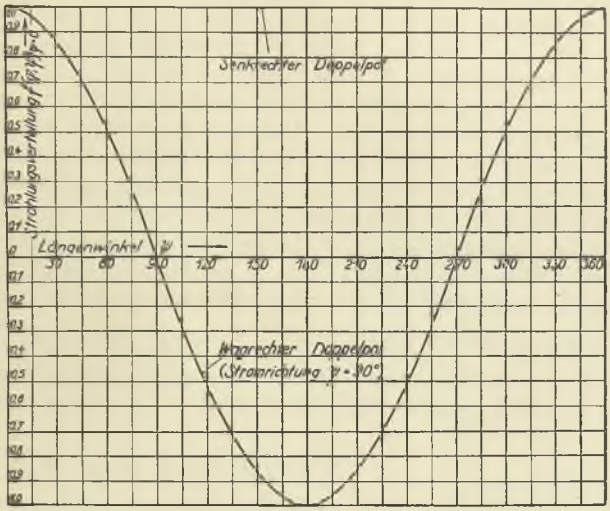


Abb. 36. Horizontalstrahlungskennlinie eines senkrechten und eines waagerechten Leiterelementes im freien Raum, in rechtwinkligen Koordinaten dargestellt.

die Vorteile beim Zeichnen der Kurven, beim Ablesen von Ordinaten und Abszissen gegebener Kurven, durch die bessere Ausnutzung der Papierfläche usw.

Die Abhängigkeit der Strahlung vom Erhebungswinkel ist beim senkrechten Leiterelement gemäß (129) eine einfache Kreisfunktion. Man kann daher in Analogie zu sinusförmiger Stromverteilung von „sinusförmiger" Strahlungsverteilung sprechen. Im Hinblick auf die Diagrammdarstellung in Polarkoordinaten spricht man auch von einer „halbkreisförmigen" Strahlungsverteilung.

c) Strahlerelementen-Paar

(29) Jede Antenne hat in elektrischer Hinsicht wenigstens eine Symmetrieebene oder Symmetrieachse. Selbst bei den unregelmäßigsten Antennenformen ist, wenn man das Spiegelbild in der Erde hinzunimmt, auf jeden Fall die Erdoberfläche als Symmetrieebene

vorhanden. Infolgedessen lassen sich alle Antennen in eine mehr oder weniger große Anzahl von Strahler-Paaren zerlegen, deren beide Teile symmetrisch liegende Elemente sind. Es ist naheliegend, von einem solchen Paar auszugehen.

Die beiden Elemente können z. B. Doppelpole sein. Im Hinblick auf besondere Antennenformen, die wir später betrachten, gehen wir jedoch gleich von dem allgemeineren Fall beliebig ausgebildeter Strahler aus und setzen nur voraus, daß sie, einzeln betrieben, das gleiche, an sich beliebige Strahlungsmaß $\mathfrak{F}_e(\varphi, \psi)$ aufweisen. Das bedeutet nicht nur, daß ihre Form die gleiche ist, sondern es müssen auch ihre entsprechenden Symmetrieachsen parallel sein.

Wir unterscheiden zwei Hauptanordnungen des Strahlerpaares in unserem Polarkoordinatensystem: Anordnung auf der Polarachse und in der Äquatorebene. Die erstere ist in Abb. 37 dargestellt. Den Strom jedes Strahlers denken wir uns räumlich in Komponenten zerlegt. Für die positive Stromrichtung entsprechender Komponenten setzen wir die gleiche räumliche Richtung fest. Eine der Stromkomponenten im oberen Strahler sei: $\mathfrak{J}' = \mathfrak{J}_e \cdot e^{-j\delta}$, die entsprechende im unteren $\mathfrak{J}'' = p\,\mathfrak{J}_e \cdot e^{+j\delta}$, so daß 2δ die Phasenverschiebung zwischen beiden, p das Amplitudenverhältnis $\frac{I''}{I'}$ darstellt. Dann läßt sich die Feldstärke, die von der betrachteten Stromkomponente des oberen Strahlers herrührt, gemäß (123) schreiben:

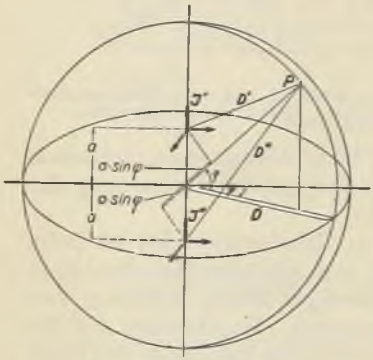


Abb. 37. Übereinander angeordnetes Strahlerpaar.

$$\mathfrak{E}' = j\,60\,\Omega \frac{1}{D'} \mathfrak{J}' \mathfrak{F}_e(\varphi', \psi')\, e^{-j\alpha D'}$$

$$= j\,60\,\Omega \frac{1}{D'} \mathfrak{J}_e \mathfrak{F}_e(\varphi', \psi')\, e^{-j(\delta + \alpha D')} \tag{133}$$

und die entsprechende vom unteren Strahler herrührende Feldstärke:

$$\mathfrak{E}'' = j\,60\,\Omega \frac{1}{D''} \mathfrak{J}'' \mathfrak{F}_e(\varphi'', \psi'')\, e^{-j\alpha D''}$$

$$= j\,60\,\Omega \frac{1}{D''} p \mathfrak{J}_e \mathfrak{F}_e(\varphi'', \psi'')\, e^{+j(\delta - \alpha D'')}. \tag{133b}$$

Mit $D \gg a$ wird:

$$\varphi' = \varphi'' = \varphi; \qquad \psi' = \psi'' = \psi;$$
$$D' = D - a \sin\varphi; \qquad D'' = D + a \sin\varphi.$$

Den Entfernungsunterschied $2a \sin\varphi$ bezeichnet man auch als „Gangunterschied" der beiden Strahler. Soweit D' bzw. D'' in dem

Ausdruck für die Feldstärke als gewöhnlicher Faktor im Nenner vorkommt, darf der Gangunterschied gegenüber D vernachlässigt werden.

Da die betrachteten Stromkomponenten gleich gerichtet sind, ist die (räumliche) Richtung der beiden Feldstärken, die ja in (133) nicht zum Ausdruck kommt, in großer Entfernung diesselbe, gleichgültig, wie ihre Polarisation im einzelnen ist. $\mathfrak{E}'$ und $\mathfrak{E}''$ dürfen dann, um die Gesamtfeldstärke zu erhalten, einfach addiert werden.

Für die Gesamtstrahlung erhält man somit:

$$\mathfrak{E}\, D e^{j\alpha D} = (\mathfrak{E}' + \mathfrak{E}'')\, D e^{j\alpha D}$$
$$= j\, 60\, \Omega\, \mathfrak{J}_e \mathfrak{F}_e(\varphi, \psi)[e^{-j(\delta - \alpha a \sin\varphi)} + p e^{+j(\delta - \alpha a \sin\varphi)}]. \quad (134)$$

Ist $p = 1$, so ergibt sich ohne weiteres:

$$\mathfrak{E}\, D e^{j\alpha D} = j\, 60\, \Omega\, \mathfrak{J}_e\, 2\, \mathfrak{F}_e(\varphi, \psi) \cos(\delta - \alpha a \sin\varphi). \quad (135)$$

Ist $p \neq 1$, so trennt man mittels der Beziehung

$$e^{jz} = \cos z + j \sin z$$

in der eckigen Klammer von (134) Reelles und Imaginäres, und ermittelt dann den Betrag. So findet man für den Betrag der Gesamtstrahlung in diesem Fall:

$$E\, D = 60\, \Omega\, I_e \,|\, \mathfrak{F}_e(\varphi, \psi) \,|\, \sqrt{1 + p^2 + 2p \cos 2(\delta - \alpha a \sin\varphi)}. \quad (136)$$

Die Phase der Gesamtstrahlung hängt außer von der Phase von $\mathfrak{J}_e \mathfrak{F}_e(\varphi, \psi)$ und den Größen p und δ noch von φ ab. Setzt man:

$$\mathfrak{E}\, D e^{j\alpha D} = j(E D) \frac{\mathfrak{J}_e \mathfrak{F}_e(\varphi, \psi)}{I_e \,|\, \mathfrak{F}_e(\varphi, \psi) \,|} e^{-j\gamma},$$

so ergibt sich die so definierte Phase γ aus:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{1-p}{1+p} \operatorname{tg}(\delta - \alpha a \sin\varphi). \quad (137)$$

Ist das Strahler-Paar im Abstand $2a$ in der Äquatorebene angeordnet, wie in Abb. 38 dargestellt, so unterscheidet sich dieser Fall von dem der Abb. 37 nur dadurch, daß

$$D' = D - a \cos\varphi \cos\psi;$$
$$D'' = D + a \cos\varphi \cos\psi.$$

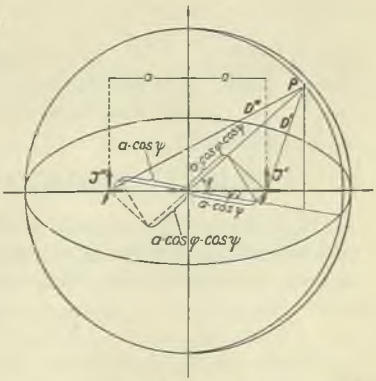


Abb. 38. Nebeneinander angeordnetes Strahlerpaar.

Der Gangunterschied der beiden Strahler ist also jetzt $2a \cos\varphi \cos\psi$. In der gleichen Weise wie oben findet man für die Gesamtstrahlung:

$$\mathfrak{E} D e^{j\alpha D} = j\, 60\, \Omega\, \mathfrak{J}_e\, \mathfrak{F}_e(\varphi, \psi)\, [e^{-j(\delta - \alpha a \cos\varphi \cos\psi)} + p e^{+j(\delta - \alpha a \cos\varphi \cos\psi)}]. \tag{138}$$

Ist $p = 1$, so vereinfacht sich dieser Ausdruck zu:

$$\mathfrak{E} D e^{j\alpha D} = j\, 60\, \Omega\, \mathfrak{J}_e \cdot 2\, \mathfrak{F}_e(\varphi, \psi) \cos(\delta - \alpha a \cos\varphi \cos\psi). \tag{139}$$

Für $p \neq 1$ ergibt sich für den Betrag der Gesamtstrahlung:

$$E D = 60\, \Omega\, I_e\, |\mathfrak{F}_e(\varphi, \psi)|\, \sqrt{1 + p^2 + 2p \cos 2(\delta - \alpha a \cos\varphi \cos\psi)}. \tag{140}$$

2. Einzelstrahler

a) Senkrechter Leiter mit sinusförmiger Stromverteilung

(30) Befindet sich ein senkrechter Leiter über vollkommen leitendem Boden, so läßt sich die Erde in ihrer Wirkung durch Anbringen eines Spiegelbildes unter der Erdoberfläche ersetzen (vgl. Abb. 6), dessen Strom zeitlich gleichphasig und räumlich gleichgerichtet mit dem des wirklichen Leiters und ebenso groß wie in diesem ist.

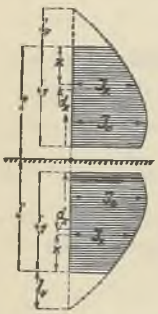


Abb. 39. Bezeichnungen beim senkrechten Leiter.

Ein Stück des Leiters in der Höhe $(l - x)$ über dem Boden, dessen Länge dx sehr klein gegen die Höhe sei (Abb. 39), bildet mit seinem Spiegelbild ein Strahler-Paar, auf das man wegen $p = 1$ die Beziehung (135) anwenden kann mit $\mathfrak{J}_e = \mathfrak{J}_x$, $a = (l - x)$ und $\delta = 0$:

$$\mathfrak{E} D e^{j\alpha D} = j\, 60\, \Omega\, \mathfrak{J}_x\, 2\, \mathfrak{F}_e(\varphi, \psi) \cos(\alpha (l - x) \sin\varphi). \tag{141}$$

Ist das herausgegriffene Leiterstück so kurz gegen die Wellenlänge, daß es als Doppelpol betrachtet werden kann, so ist (128) auf dieses anwendbar.

Damit wird:

$$\mathfrak{E} D e^{j\alpha D} = j\, 60\, \Omega\, \mathfrak{J}_x \alpha\, dx \cos\varphi \cos(\alpha (l - x) \sin\varphi). \tag{142}$$

Entsprechend den praktischen Verhältnissen gehen wir zunächst von sinusförmiger Stromverteilung und Gleichphasigkeit der Ströme in den Elementen aus. Wir setzen also an:

$$\mathfrak{J}_x = \mathfrak{J}_0 \sin\alpha (x + l_v).$$

Hierin ist $\mathfrak{J}_0$ der Strom im (wirklich vorhandenen oder fiktiven) Strombauch, l_v die Höhe des (wirklich vorhandenen oder fiktiven) Stromknotens über dem oberen Leiterende. Die Gesamtstrahlung er-

gibt sich dann durch Integration über die ganze Länge des Leiters, den wir der Allgemeinheit der Abteilung wegen in der Höhe $(l - l_1)$ über dem Boden endigen lassen:

$$\mathfrak{E}De^{j\alpha D} = \int_{x=0}^{x=l_1} j\,60\,\Omega\,\mathfrak{J}_0 \sin\alpha(x + l_v)\cos\varphi\cos(\alpha(l - x)\sin\varphi)\,\alpha dx.$$

Unter Anwendung des bekannten Additionstheorems für $\sin u \cdot \cos v$ wird:

$$\mathfrak{E}De^{j\alpha D} = j\,30\,\Omega\,\mathfrak{J}_0\cos\varphi\int_{x=0}^{x=l_1}\sin[\alpha(x + l_v) + \alpha(l - x)\sin\varphi]\,\alpha dx$$
$$+ \sin[\alpha(x + l_v) - \alpha(l - x)\sin\varphi]\,\alpha dx.$$

Nach der leicht durchführbaren Integration, dem Einsetzen der Grenzen und einiger Umformung erhält man:

$$\mathfrak{E}De^{j\alpha D} = j\,60\,\Omega\,\mathfrak{J}_0\frac{1}{\cos\varphi}\{\cos(\alpha l_v)\cdot\cos(\alpha l\sin\varphi)$$
$$- \cos\alpha(l_1 + l_v)\cdot\cos\alpha(l - l_1)\sin\varphi - \sin\varphi\,[\sin(\alpha l_v)\cdot\sin(\alpha l\sin\varphi)$$
$$- \sin\alpha(l_1 + l_v)\cdot\sin\alpha(l - l_1)\sin\varphi]\}. \qquad (143)$$

Das durch (124) definierte Strahlungsmaß $\mathfrak{F}_0(\varphi, \psi)$ (der Index 0 deutet an, daß der Strombauch Bezugspunkt ist) wird dargestellt durch:

$$\mathfrak{F}_0(\varphi, \psi) = \frac{1}{\cos\varphi}\{\cos(\alpha l_v)\cdot\cos(\alpha l\sin\varphi)$$
$$- \cos\alpha(l_1 + l_v)\cdot\cos(\alpha(l - l_1)\sin\varphi) - \sin\varphi\,[\sin(\alpha l_v)\cdot\sin(\alpha l\sin\varphi)$$
$$- \sin\alpha(l_1 + l_v)\cdot\sin(\alpha(l - l_1)\sin\varphi)]\}. \qquad (144)$$

Das Strahlungsmaß ist hier reell $[\mathfrak{F}_0(\varphi, \psi) = |\mathfrak{F}_0(\varphi, \psi)|]$. Da es von ψ unabhängig ist, liegt „Rundstrahlung" vor $[\mathfrak{F}_0(\varphi, \psi) = \mathfrak{F}_0(\varphi)]$.

Die räumliche Richtung der Feldstärke geht aus Abb. 3 hervor. Dort ist zwar nur ein Doppelpol dargestellt. An der Polarisationsrichtung in großen Entfernungen ändert sich aber nichts, wenn man weitere parallele Doppelpole hinzufügt. Die elektrische Feldstärke ist also am Horizont senkrecht, in der Nähe des Zenits waagerecht polarisiert.

Sind im Zuge des Leiters Kapazitäten oder Induktivitäten parallel oder in Reihe geschaltet, oder sind Leiter verschiedenen Wellenwiderstandes aneinandergesetzt, so bleibt zwar innerhalb der so gekennzeichneten Leiterabschnitte die Stromverteilung sinusförmig. Wie unter II, 2 gezeigt worden ist, treten jedoch an den Enden der Abschnitte Sprünge oder Knicke in der Stromverteilungskurve auf. Man kann sich auch vorstellen, daß Mittel vorgesehen sind, um eine Phasenverschiebung der Ströme in den einzelnen Abschnitten untereinander

zu bewirken. Zur Berechnung der Strahlungsverteilung bleibt nichts anderes übrig, als für jeden Leiterabschnitt (143) bzw. (144) anzusetzen mit den entsprechenden Werten für $\mathfrak{J}_0$, l, l_v und l_1. Vorausgesetzt, daß die Leiterabschnitte in einer Achse liegen, ergibt sich die Gesamtfeldstärke $\hat{\mathfrak{E}}$ der aus N Abschnitten bestehenden Antenne aus den so ermittelten Feldstärken $\mathfrak{E}_1$, $\mathfrak{E}_2 \ldots \mathfrak{E}_N$ der einzelnen Abschnitte durch:

$$\hat{\mathfrak{E}} = \mathfrak{E}_1 + \mathfrak{E}_2 + \ldots + \mathfrak{E}_N .$$

Sind die Ströme in den (wirklichen oder fiktiven) Strombäuchen $\mathfrak{J}_{01}, \mathfrak{J}_{02} \ldots$, so ergibt sich für das Gesamtstrahlungsmaß $\hat{\mathfrak{F}}_{0\mu}(\varphi, \psi)$, bezogen auf den Strombauch des μ-ten Abschnittes:

$$\hat{\mathfrak{F}}_{0\mu}(\varphi, \psi) = \frac{\mathfrak{J}_{01}}{\mathfrak{J}_{0\mu}} \mathfrak{F}_{01}(\varphi, \psi) + \frac{\mathfrak{J}_{02}}{\mathfrak{J}_{0\mu}} \mathfrak{F}_{02}(\varphi, \psi) + \ldots \frac{\mathfrak{J}_{0N}}{\mathfrak{J}_{0\mu}} \mathfrak{F}_{0N}(\varphi, \psi) . \quad (145)$$

Eine gewisse Vereinfachung in der Summenbildung ist dann möglich, wenn die Ströme in den Bezugspunkten der einzelnen Abschnitte untereinander gleich- oder gegenphasig sind, was für viele praktische Fälle zutrifft, und außerdem die Strahlungsmaße $\mathfrak{F}_{01}(\varphi, \psi)$, $\mathfrak{F}_{02}(\varphi, \psi) \ldots$, wie im vorliegenden Falle, reell sind. Dann wird:

$$\hat{\mathfrak{F}}_{0\mu}(\varphi, \psi) = \frac{I_{01}}{I_{0\mu}} \mathfrak{F}_{01}(\varphi, \psi) + \frac{I_{02}}{I_{0\mu}} \mathfrak{F}_{02}(\varphi, \psi) + \ldots \frac{I_{0N}}{I_{0\mu}} \mathfrak{F}_{0N}(\varphi, \psi) , \quad (146)$$

worin $\mathfrak{F}_{01}(\varphi, \psi)$, $\mathfrak{F}_{02}(\varphi, \psi) \ldots$ durch (144) definiert sind. An die Stelle der vektoriellen Addition tritt dann also algebraische Addition.

Für einige häufig vorkommende Fälle, bei denen der Leiter aus einem Abschnitt besteht, soll im folgenden (144) ausgewertet werden.

α) Einfacher senkrechter Leiter, unteres Ende auf dem Boden: $l_v = 0$; $l_1 = l$.

$$\mathfrak{F}_0(\varphi, \psi) = \frac{\cos(\alpha l \sin \varphi) - \cos \alpha l}{\cos \varphi} . \quad (147)$$

In Abb. 40 ist die Vertikalstrahlungskennlinie für einige Werte von αl dargestellt. Ist l gerade $\frac{\lambda}{4}$ lang ($\alpha l = 90°$) — ein solcher Leiter wird auch „Marconi-Antenne" genannt — so vereinfacht sich (147) zu:

$$\mathfrak{F}_0(\varphi, \psi) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \varphi\right)}{\cos \varphi} . \quad (148)$$

Ist l gerade $\frac{\lambda}{2}$ lang ($\alpha l = 180°$), so wird:

$$\mathfrak{F}_0(\varphi, \psi) = \frac{\cos(\pi \sin \varphi) + 1}{\cos \varphi} = \frac{2 \cos^2\left(\frac{\pi}{2} \sin \varphi\right)}{\cos \varphi} . \quad (149)$$

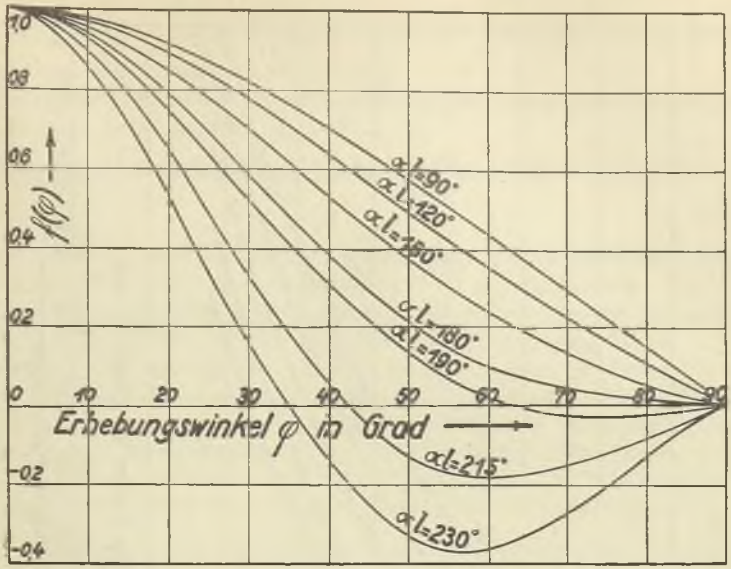


Abb. 40. Vertikalstrahlungskennlinien einfacher senkrechter Leiter von der Länge l, deren unteres Ende sich auf dem Boden befindet.

Für $\frac{\lambda}{2} < l < \lambda$ tritt in der Vertikalstrahlungskennlinie ein „Nullwinkel" auf, d. h. ein Erhebungswinkel (außer $\varphi = 90°$), für den die Strahlung verschwindet. In Abb. 41 ist dieser Nullwinkel in Abhängigkeit von αl dargestellt.

Nützliche Näherungsbeziehungen findet man, wenn man den cos, in dessen Argument αl vorkommt, in eine Reihe entwickelt. Ist l nicht viel größer als $\frac{\lambda}{4}$, so ergibt sich aus (147) die verhältnismäßig genaue und bequemer auszuwertende Näherungsbeziehung (αl in Bogenmaß):

$$\mathfrak{F}_0(\varphi, \psi) = \cos\varphi \left[1 - \frac{1}{12}(\alpha l \sin\varphi)^2\right] [1 - \cos\alpha l]. \tag{150}$$

Für $l \ll \frac{\lambda}{4}$ läßt sich (150) weiter vereinfachen zu:

$$\mathfrak{F}_0(\varphi, \psi) \approx \cos\varphi\,[1 - \cos\alpha l]. \tag{151}$$

Die Strahlungsverteilung „niedriger" Antennen ist also annähernd die gleiche wie die des einzelnen Doppelpoles (vgl. Abb. 33, 35 u. 36).

Es läßt sich zeigen, daß der Fehler, den man begeht, wenn man anstatt mit (147) mit $\mathfrak{f}(\varphi, \psi) = \cos\varphi$ rechnet, für $\varphi = 54{,}7°$ seinen

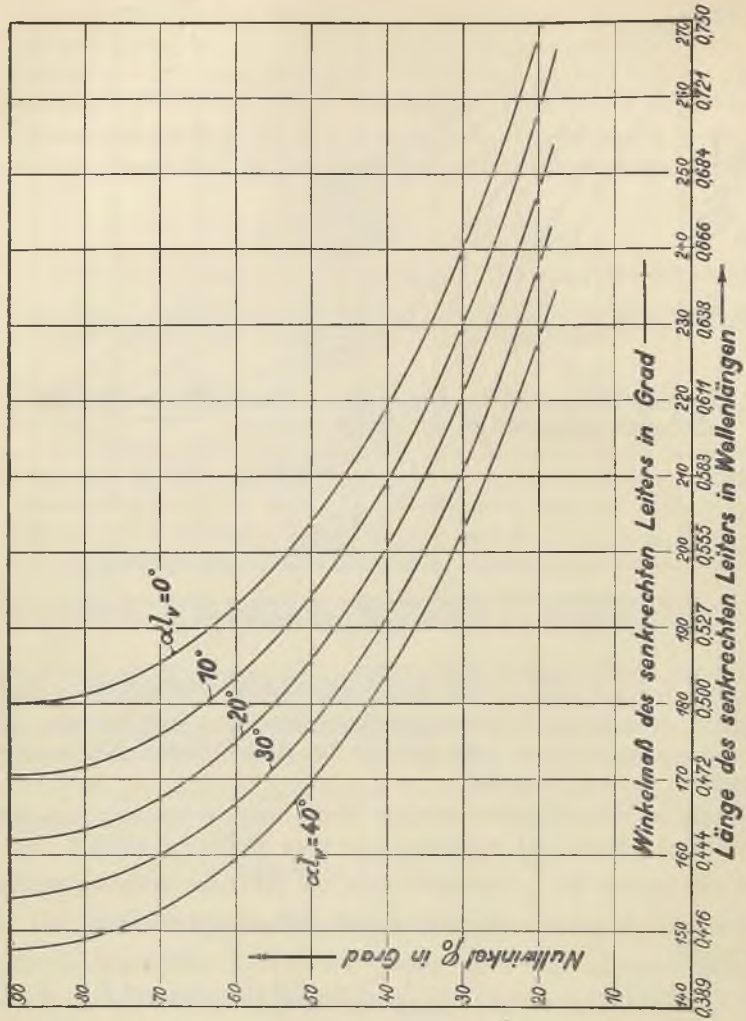


Abb. 41. Nullwinkel einfacher senkrechter Leiter, deren unteres Ende sich auf dem Boden befindet, für verschiedene wirksame Verlängerungen l_v durch eine Endkapazität.

Höchstwert erreicht. Für die $\frac{\lambda}{4}$-Antenne ($\alpha l = 90°$) z. B. ist dieser Höchstwert erst 0,086 bzw. $\frac{0{,}086}{0{,}492} = 17\%$. Man entnimmt hieraus, wie gering bei niedrigen Antennen die Unterschiede der Strahlungsverteilung gegenüber der des einzelnen Doppelpoles sind. Rechnet man mit (150), so ist der Fehler bei der $\frac{\lambda}{4}$-Antenne kleiner als 0,007

(1,5%), also ganz vernachlässigbar. Bei der $\frac{\lambda}{2}$-Antenne ist der Fehler immerhin noch kleiner als 0,12 (80%).

β) Einfacher senkrechter Leiter mit Endkapazität, unteres Ende auf dem Boden: $l_v \neq 0$; $l_1 = l$

$$\mathfrak{F}_0(\varphi, \psi) = \frac{\cos \alpha l_v \cos(\alpha l \sin \varphi) - \cos \alpha (l + l_v) - \sin \alpha l_v \sin \varphi \sin(\alpha l \sin \varphi)}{\cos \varphi}. \tag{152}$$

In Abb. 42 sind die hieraus errechneten Vertikalstrahlungskennlinien für $\alpha l = 150°$ und einige Werte von αl_v dargestellt. Ihr Verlauf ist denen der Abb. 40 sehr ähnlich. In Abb. 41 ist der Nullwinkel in Abhängigkeit von αl für einige Werte von αl_v aufgetragen.

Ist αl_v sehr viel kleiner als 90°, so gilt in guter Näherung (147), wobei l durch $(l + l_v)$ zu ersetzen ist. Ist außerdem αl sehr viel kleiner als 90°, so kann in erster Annäherung (150) oder (151) angewendet werden. Auf jeden Fall ist (151) als Näherungsbeziehung nur dann

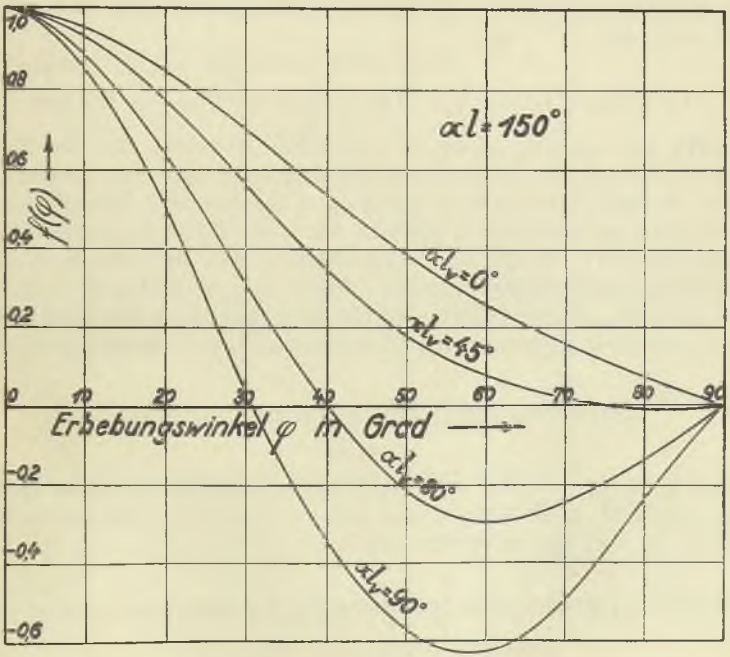


Abb. 42. Vertikalstrahlungskennlinien eines einfachen senkrechten Leiters von der Länge $\alpha l = 150°$ für verschiedene wirksame Verlängerungen l_v durch eine Endkapazität.

brauchbar, wenn die gesamte elektrische Länge kleiner als $\frac{\lambda}{2}$ ist, d. h. wenn:

$$l + l_v < \frac{\lambda}{2}.$$

γ) Senkrechter Halbwellen-Dipol: $l_v = 0$, $l_1 = \frac{\lambda}{2}$

Der Halbwellen-Dipol wird bei kurzen Wellen häufig angewandt. Mit $l = a + \frac{\lambda}{4}$ (a = Abstand des Dipolmittelpunktes von der Erde) wird:

$$\mathfrak{F}_0(\varphi, \psi) = \frac{2 \cos(\alpha a \sin\varphi) \cos\left(\frac{\pi}{2} \sin\varphi\right)}{\cos\varphi}. \tag{153}$$

Unter Benutzung der unter α) erörterten Näherungsbeziehungen findet man, daß in roher Annäherung gilt:

$$\mathfrak{F}_0(\varphi, \psi) = 2 \cos\varphi \cos(\alpha a \sin\varphi). \tag{154}$$

Auf die Eigenschaften dieser Beziehung wird unter **(31)** eingegangen (vgl. Abb. 44).

b) Ersatz-Doppelpol für den senkrechten Leiter

(31) Die verhältnismäßig verwickelten Formeln für die Strahlungsverteilung von senkrechten Leitern, besonders von solchen, die durch in Reihe oder parallel geschaltete Spulen oder Kapazitäten in Abschnitte unterteilt sind, legen es nahe, ein Näherungsverfahren zu entwickeln [19]. Es sei nur vorausgesetzt, daß der Strom in allen Leiterelementen gleichphasig ist. Setzt man in (141): $(l - x) = y$, $l = y_0$, $l - l_1 = y_u$, so kann man für die von dem senkrechten Leiterstück zwischen y_0 und y_u herrührende Strahlung schreiben:

$$\mathfrak{E} D e^{j\alpha D} = j\, 60\, \Omega\, \alpha \cos\varphi \int_{y_u}^{y_0} \mathfrak{J}_y \cos(\alpha y \sin\varphi)\, dy.$$

Führt man ein: $y = m + (y - m)$, wo m eine Größe, deren Bedeutung wir noch offen lassen, und wendet man das Additionstheorem für $\cos(u + v)$ an, so erhält man:

$$\mathfrak{E} D e^{j\alpha D} = j\, 60\, \Omega\, \alpha \cos\varphi \left\{ \cos(\alpha m \sin\varphi) \int_{y_u}^{y_0} \mathfrak{J}_y \cos\left[\alpha (y - m) \sin\varphi\right] dy \right.$$

$$\left. - \sin(\alpha m \sin\varphi) \int_{y_u}^{y_0} \mathfrak{J}_y \sin\left[\alpha (y - m) \sin\varphi\right] dy. \right.$$

Ist der betrachtete Leiterabschnitt kurz gegen die Wellenlänge, so kann man es bei geschickter Wahl von m immer einrichten, daß $\alpha(y-m)$ ein kleiner Winkel ist. Dann kann man in erster Annäherung setzen:

$$\sin\left[\alpha(y-m)\sin\varphi\right] \approx \alpha(y-m)\sin\varphi; \quad \cos\left[\alpha(y-m)\sin\varphi\right] \approx 1.$$

Damit wird die Gesamtstrahlung:

$$\mathfrak{E}De^{j\alpha D} = 60\,\Omega\,\alpha\cos\varphi\left\{\cos(\alpha\, m\sin\varphi)\int_{y_u}^{y_o}\mathfrak{J}_y\,dy\right.$$

$$\left.-\sin(\alpha m\sin\varphi)\int_{y_u}^{y_o}\mathfrak{J}_y\,\alpha(y-m)\sin\varphi\,dy\right\};$$

m wird nun so gewählt, daß das zweite Glied in der geschweiften Klammer verschwindet. Da im allgemeinen $\varphi \neq 0$, heißt das:

$$\int_{y_u}^{y_o} J_y(y-m)\,dy = 0.$$

Daraus ergibt sich für m die Bedingung:

$$m = \frac{\int_{y_u}^{y_o} J_y\cdot y\cdot dy}{\int_{y_u}^{y_o} J_y\,dy}.$$

Diese Gleichung besagt, daß m gleich der Höhe des Schwerpunktes der Stromverteilungskurve über dem Boden gewählt werden muß, damit das zweite Glied verschwindet. Damit wird:

$$\mathfrak{E}De^{j\alpha D} = j\,60\,\Omega\,\alpha\cos\varphi\cos(\alpha m\sin\varphi)\int_{y_u}^{y_o}\mathfrak{J}_y\,dy.$$

Das Strahlungsmaß ergibt sich gemäß (124) zu:

$$\mathfrak{F}_A(\varphi,\psi) = \cos\varphi\cos(\alpha m\sin\varphi)\cdot\alpha\int_{y_u}^{y_o}\frac{I_y}{I_A}\,dy. \tag{155}$$

Mit $\varphi = 0$, $\psi = 0$ als Bezugsrichtung ist die Strahlungsverteilung:

$$\mathfrak{f}_0(\varphi,\psi) = \cos\varphi\cos(\alpha m\sin\varphi). \tag{156}$$

Das ist, wie der Vergleich mit (142) zeigt, die Strahlungsverteilung eines senkrechten Doppelpoles, d. h. eines sehr kurzen senkrechten

Leiterelementes, in der Höhe m über dem Boden. Die Strahlungsverteilung des Leiterabschnittes y_u bis y_0 kann also angenähert dargestellt werden durch die Strahlungsverteilung eines Ersatz-Doppelpoles, der in der Höhe des Schwerpunktes der Stromverteilungskurve über der Erde angeordnet ist.

Die Näherung ist bis zu einer Länge des Abschnittes von etwa $\frac{\lambda}{5}$ bzw. 70° praktisch ausreichend genau. Ist die Antenne länger als $\frac{\lambda}{5}$, so teilt man sie in soviel Abschnitte, daß diese nicht länger als $\frac{\lambda}{5}$ sind, und ermittelt für jeden den Ersatz-Doppelpol. Das Strahlungsmaß der ganzen Antenne ergibt sich dann gemäß (146) durch Addition der Strahlungsmaße der einzelnen Ersatz-Doppelpole.

Das Verfahren des Ersatz-Doppelpoles hat erhebliche Vorteile. Anstatt der drei Bestimmungsgrößen l, l_v und l_1 ist nur eine Bestimmungsgröße, nämlich die Schwerpunktshöhe m, zur Berechnung der Strahlungsverteilung erforderlich. Berechnet man für eine Reihe von Werten für αm ein für allemal f_0 (φ, ψ) nach (156), so hat man nach Ermittlung von m sofort einen Überblick über das Aussehen der Strahlungsverteilung. Ein besonderer Vorteil dieses Verfahrens ist es noch, daß es bei beliebiger, auch bei nicht sinusförmiger Stromverteilung, anwendbar ist. Vorausgesetzt ist nur, daß der Strom entlang der Antenne überall gleichphasig ist.

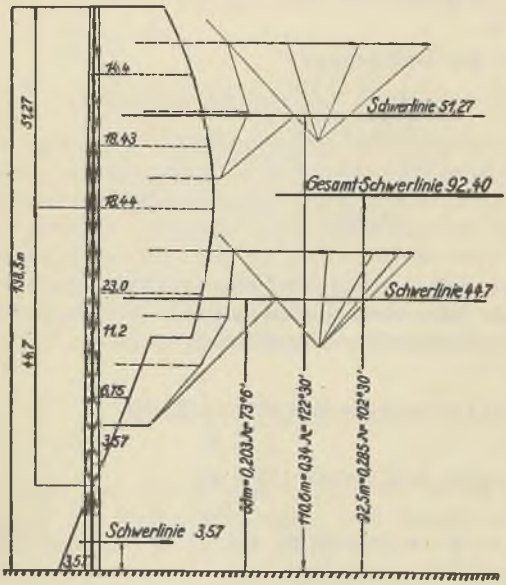


Abb. 43. Beispiel für die Ermittlung der Schwerpunktshöhe der Stromverteilungskurve (Leiter ist in drei Abschnitte zerlegt).

Die Ermittlung der Schwerpunktshöhe erfolgt am besten nach dem bekannten graphischen Verfahren*). In Abb. 43 ist ein Beispiel dargestellt.

Um den Einfluß der

*) Beschrieben z. B. in: Hütte, Bd. I, S. 214, W. Ernst, Berlin 1925.

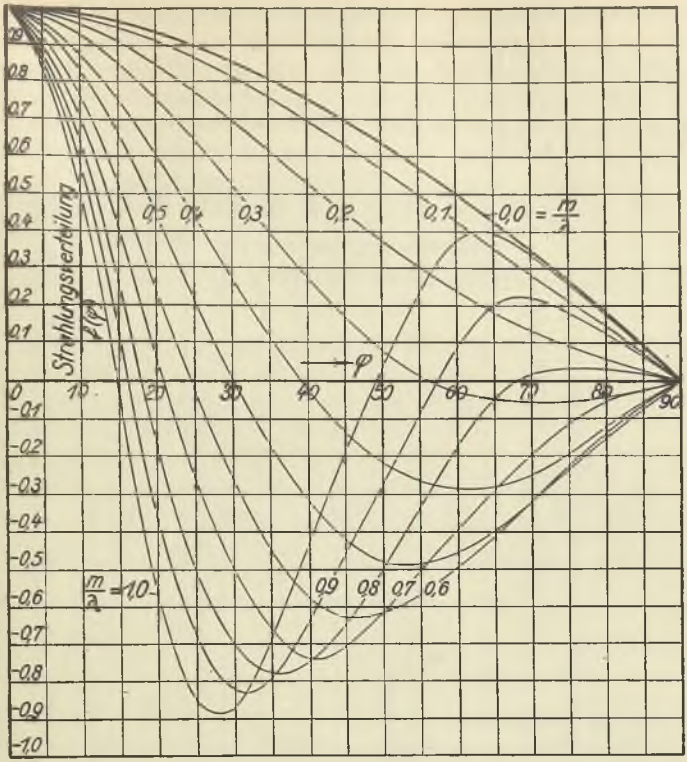


Abb. 44. Vertikalstrahlungskennlinien für einen senkrechten Doppelpol in der Höhe m über dem Boden.

Schwerpunktshöhe zu veranschaulichen, ist in Abb. 44 die Vertikalstrahlungskennlinie für einige Werte von $\frac{m}{\lambda}$ dargestellt.

Da zumindest der Charakter der Strahlungsverteilung senkrechter Leiter mit beliebiger Stromverteilung gut erfaßt wird, wie z.B. der Vergleich mit Abb. 40 und 42 zeigt, lassen sich an Hand der Abb. 44 einige allgemeine Betrachtungen anstellen.

Verschwindet die Strahlung unter bestimmten Erhebungswinkeln (außer $\varphi = 90°$), so bezeichnet man diese als Nullwinkel φ_0. Es entspricht:

$$\left.\begin{array}{r} 0 < \alpha m < 90° \\ 0 < m < \frac{\lambda}{4} \end{array}\right\} \text{ ----- kein Nullwinkel (außer } \varphi = 90°\text{),}$$

$$\left.\begin{array}{r} 90^\circ < \alpha m < 270^\circ \\ \frac{\lambda}{4} < m < \frac{3}{4}\lambda \end{array}\right\} \text{ ----- ein Nullwinkel,}$$

$$\left.\begin{array}{r} 270^\circ < \alpha m < 450^\circ \\ \frac{3}{4}\lambda < m < \frac{5}{4}\lambda \end{array}\right\} \text{ ----- zwei Nullwinkel usw.}$$

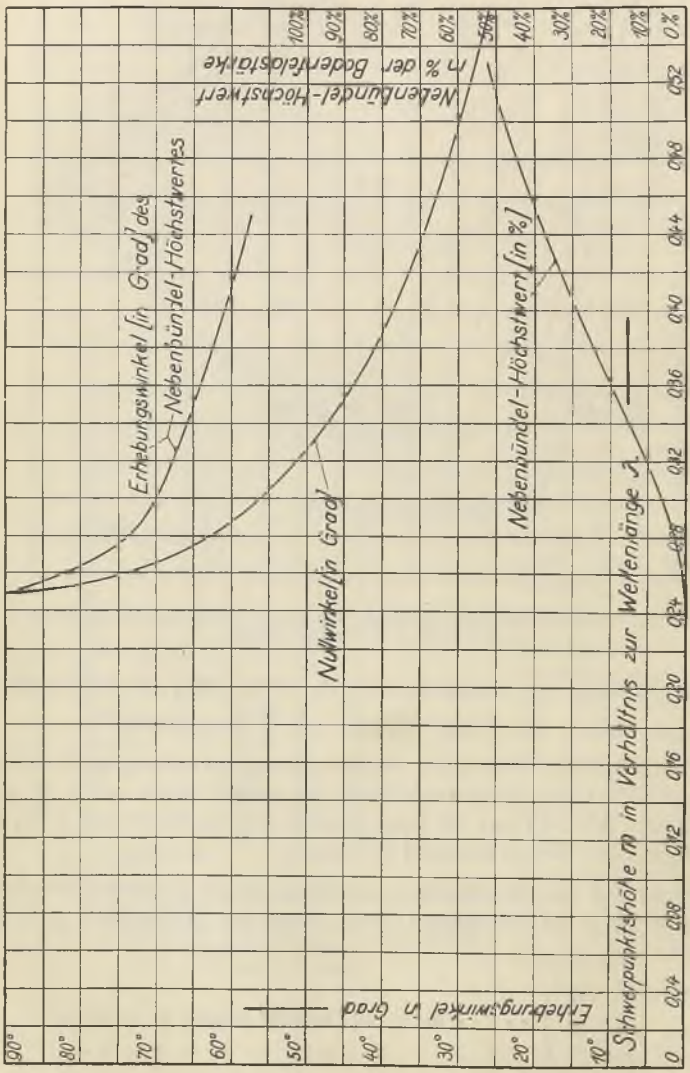


Abb. 45. Nullwinkel, Erhebungswinkel des Nebenbündel-Höchstwertes und Nebenbündel-Höchstwert selbst für einen senkrechten Doppelpol in der Höhe m über dem Boden.

Bei Vorhandensein eines oder mehrerer Nullwinkel tritt nicht nur für $\varphi = 0$ ein Höchstwert der Strahlung auf, sondern auch noch bei anderen Erhebungswinkeln, die man als Nebenbündel bezeichnet. Die Anzahl der Nebenbündel ist gleich der Anzahl der Nullwinkel. Für den Bereich $0 < \alpha m < 90°$ ist in Abb. 45 der Nullwinkel φ_0, der Winkel des Nebenbündel-Höchstwertes φ_N und der Nebenbündel-Höchstwert N selbst in Abhängigkeit von αm aufgetragen. Mit wachsender Schwerpunktshöhe nimmt der Nullwinkel ab und der Nebenbündel-Höchstwert zu.

c) Waagerechter gerader Leiter mit sinusförmiger Stromverteilung

(32) Der Strom im Spiegelbild eines waagerechten Leiters ist bei vollkommen leitender Erde zeitlich gegenphasig und räumlich gleichgerichtet (oder, was dasselbe ist, zeitlich gleichphasig und räumlich entgegengesetzt gerichtet) und gleich groß wie im wirklichen Leiter anzusetzen (vgl. Abb. 6).

Jedes Stück des Leiters bildet mit seinem Spiegelbild ein Strahler-Paar, auf das man wegen $p = 1$ (135) anwenden kann mit $2\delta = 180°$. Diese Beziehung gilt jedoch zunächst nur für ein auf der Polarachse befindliches Strahler-Paar. Läßt man den Anfang ($x = l_1$) des Leiters in die Polarachse fallen (Abb. 46), so hat das herausgegriffene Leiterstück den Abstand $(l_1 - x)$ von der Polarachse. Der hierdurch bedingte Gangunterschied ergibt sich, wenn die Leiterachse die Richtung $\psi = 0$ hat, aus Abb. 38 zu $(l_1 - x) \cos\varphi \cos\psi$. Er hat für das Leiterstück und sein Spiegelbild das gleiche Vorzeichen. Daher ist (135) noch mit dem Faktor $e^{j\alpha(l_1 - x)\cos\varphi\cos\psi}$ zu multiplizieren, so daß:

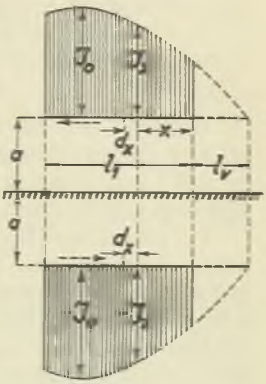


Abb. 46. Bezeichnungen beim waagerechten Leiter.

$$\mathfrak{E} D e^{j\alpha D} = j\, 60\, \Omega\, \mathfrak{J}_x\, 2\, \mathfrak{F}_e(\varphi, \psi) \sin(\alpha a \sin\varphi)\, e^{j\alpha(l_1 - x)\cos\varphi\cos\psi}.$$

Kann das betrachtete Leiterstück dx als Doppelpol angesehen werden, so ist (131) auf dieses anwendbar. Die Stromverteilung nehmen wir wieder als sinusförmig an. Bezeichnen wir mit $\mathfrak{J}_0'$ den Strom im (wirklichen oder fiktiven) Strombauch des oberen Leiters, so gilt:

$$\mathfrak{J}_x' = \mathfrak{J}_0' \sin\alpha(x + l_v).$$

Der Strom im Strombauch des unteren Leiters hat, wenn für beide als positive Stromrichtung die gleiche Richtung festgesetzt wird, entgegengesetztes Vorzeichen, d. h. $\mathfrak{J}_0'' = -\mathfrak{J}_0'$. Es ist demnach:

$$\mathfrak{J}_x'' = -\mathfrak{J}_0' \sin\alpha(x + l_v).$$

Der Strom $\mathfrak{J}_e$ in (135) ist so festgesetzt, daß seine Phase in der Mitte zwischen $\mathfrak{J}$ und $\mathfrak{J}''$ liegt. Also ist einzusetzen:

$$\mathfrak{J}_x = j\,\mathfrak{J}_0 \sin \alpha\,(x + l_v)\,.$$

Die Integration zur Ermittlung der Gesamtfeldstärke ist nunmehr durchführbar:

$$\mathfrak{E}\,D\,e^{j\alpha D} \underset{x=l_1}{=} j^2\,60\,\Omega\,\mathfrak{J}_0 \sqrt{1 - \cos^2\varphi\cos^2\psi}\,\sin(\alpha\,a\sin\varphi)$$
$$\int\limits_{x=0} \sin\alpha\,(x + l_v)\,e^{j\alpha(l_1 - x)\cos\varphi\cos\psi}\,\alpha\,d\,x\,.$$

Nach Einsetzen der Grenzen und einiger Umformung ergibt sich für das durch (124) erklärte Strahlungsmaß:

$$\mathfrak{F}_0(\varphi, \psi) = \frac{\sin(\alpha\,a\sin\varphi)}{\sqrt{1 - \cos^2\varphi\cos^2\psi}}\,,$$
$$\{[\cos\varphi\cos\psi\sin\alpha\,(l_1 + l_v) - \cos\alpha l_v \sin(\alpha l_1\cos\varphi\cos\psi)$$
$$- \cos\varphi\cos\psi\sin\alpha l_v\cos(\alpha l_1\cos\varphi\cos\psi)] - j\,[\cos\alpha\,(l_1 + l_v)$$
$$+ \cos\varphi\cos\psi\sin\alpha l_v\sin(\alpha l_1\cos\varphi\cos\psi) - \cos\alpha l_v\cos(\alpha l_1\cos\varphi\cos\psi)]\}\,. \tag{157}$$

Im Gegensatz zu den unter (30) betrachteten senkrechten Leitern ist hier das Strahlungsmaß im allgemeinen komplex. Außerdem ist es nicht von ψ unabhängig. Es liegt also keine Rundstrahlung vor. Die Horizontalstrahlung verschwindet nach allen Richtungen.

Die räumliche Richtung der Feldstärke ist in Abb. 32 veranschaulicht. Dort ist zwar nur ein Doppelpol dargestellt. An der Polarisationsrichtung in großen Entfernungen ändert sich aber nichts, wenn man weitere parallele Doppelpole hinzufügt. Von der Polarisation am Boden kann man nicht sprechen, da dort die Feldstärke verschwindet. Betrachtet man einen kleinen Erhebungswinkel, so sieht man, daß die elektrische Feldstärke in Richtung der Leiterachse nahezu senkrecht, in Richtung senkrecht zur Leiterachse nahezu waagerecht polarisiert ist. Im Zenit ($\varphi = 90°$) ist die elektrische Feldstärke parallel zur Leiterachse gerichtet, also waagerecht polarisiert.

Setzt man als positive Stromrichtung die Richtung $\psi = 0$ fest, so hat man, um in Übereinstimmung mit dem in Abb. 31 gewählten Richtungssinn zu bleiben, die Feldstärke in dem dargestellten Richtungssinn zu zeichnen.

Mittels (157) ist es nun auch möglich, die Strahlungsverteilung von waagerechten Leitern anzugeben, die aus mehreren, in einer Achse angeordneten Abschnitten mit beliebiger Stromverteilung bestehen, wenn nur innerhalb jedes Abschnittes die Stromverteilung sinusförmig ist. Grundsätzlich gilt auch hier (145), und unter der Voraussetzung, daß die Ströme gleichphasig und die Strahlungsmaße reell sind, (146).

Nur sind dieses Mal die Strahlungsmaße $\mathfrak{F}_{01}(\varphi, \psi)$, $\mathfrak{F}_{02}(\varphi, \psi)$ usw. durch (157) gegeben.

Für einige praktisch häufig vorkommende Fälle soll im folgenden (157) ausgewertet werden.

α) Waagerechter Halbwellen-Dipol

Ein waagerechter gerader Leiter von der Länge einer halben Wellenlänge sei in der Mitte in der Weise gespeist, daß eine Hälfte gegen die andere erregt wird (Erdsymmetrische Speisung). Das Strahlungsmaß in diesem Fall erhält man z. B. durch Einsetzen vom $l_v = 0$ und $l_1 = \frac{\lambda}{2}$ in (157). Um jedoch eine zur Achse unseres Polarkoordinatensystems symmetrische Lage des Dipols zu erhalten, denken wir uns diesen bestehend aus zwei $\frac{\lambda}{4}$ langen Abschnitten zu beiden Seiten der Polarkoordinaten-Achse. Für den einen Abschnitt ist dann in (157) zu setzen $l_v = 0$ und $l_1 = \frac{\lambda}{4}$, für den anderen $l_v = 0$ und $l_1 = -\frac{\lambda}{4}$, während $\mathfrak{F}_0(\varphi, \psi)$ für beide das gleiche Vorzeichen hat, da die Ströme in beiden Abschnitten die gleiche Richtung und Phase haben. So erhält man:

$$\mathfrak{F}_0(\varphi, \psi) = \frac{2\,j \sin(\alpha a \sin\varphi) \cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\varphi \cos\psi\right)}{\sqrt{1 - \cos^2\varphi \cos^2\psi}}. \tag{158}$$

Wie man leicht übersieht, ist die Strahlung senkrecht nach oben ($\varphi = 90°$) für eine Höhe des Dipols über der Erde von einer Viertelwellenlänge ($\alpha a = 90°$) oder ungeradzahligen Vielfachen von dieser am größten. Bei kleiner Höhe ($\alpha a < 90°$) ist die Strahlung schräg nach oben nach verschiedenen Richtungen fast gleich groß. Den Einfluß des Faktors $\sin(\alpha a \sin\varphi)$ und damit der Höhe ersieht man aus Abb. 54, wo in der untersten Reihe ($2\,\delta = 180°$) die Funktion $\sin(\alpha a \cos\psi)$ dargestellt ist. Man hat dabei also zu berücksichtigen, daß $\varphi = 0$ in Abb. 54 $\psi = 90°$ entspricht.

Es ist interessant, (158) zu vergleichen mit dem Ausdruck, der sich unter der Annahme ergibt, daß der Erdboden die Strahlung, anstatt zu spiegeln, vollkommen absorbiert. Das Strahlungsmaß ergibt sich in analoger Weise wie bei (158). Infolge des Fehlens des Spiegelbildes unter der Erdoberfläche fällt lediglich der Faktor $2 \sin(\alpha a \sin\varphi)$ fort. Man kann auch von (148) für den senkrechten $\frac{\lambda}{4}$-Strahler mit Spiegelbild ausgehen und eine Drehung der Polarachse des Koordinatensystems um 90° mittels (130) durchführen. So ergibt sich für das Strahlungsmaß des waagerechten Halbwellen-Dipols, dessen Strom-

richtung durch $\varphi = 0$, $\psi = 0$ gegeben ist, über vollkommen absorbierendem Boden:

$$\mathfrak{F}_0(\varphi, \psi) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\varphi\cos\psi\right)}{\sqrt{1 - \cos^2\varphi\cos^2\psi}}. \tag{159}$$

β) Horizontalteil von ⊤-Antennen

Ein gerader waagerechter Leiter beliebiger Länge sei von der Mitte aus gegen Erde erregt (erdunsymmetrische Speisung der beiden Leiterhälften). Mehrere parallele, miteinander verbundene Leiter, deren Abstand untereinander sehr klein gegen die Wellenlänge ist, können in der gleichen Weise behandelt werden. Dieser Fall liegt z. B. bei ⊤-Antennen vor.

Die ganze Leiterlänge sei $2l_1$. Für jede Leiterhälfte setzen wir (157) getrennt an. Für beide ist $l_v = 0$. Für die eine Hälfte ist l_1 positiv, für die andere negativ. Die Ströme sind wegen der Symmetrie gleich groß. Im Gegensatz zum Fall α) hat hier jedoch in (157) für den einen Abschnitt $\mathfrak{F}_0(\varphi, \psi)$ das entgegengesetzte Vorzeichen wie für den anderen, da die Ströme bei gleicher positiver Stromrichtung entgegengesetztes Vorzeichen haben. So erhält man für das Strahlungsmaß:

$$\mathfrak{F}_0(\varphi, \psi) = \frac{2\sin(\alpha a \sin\varphi)\left[\cos\varphi\cos\psi\sin\alpha l_1 - \sin(\alpha l_1\cos\varphi\cos\psi)\right]}{\sqrt{1 - \cos^2\varphi\cos^2\psi}}. \tag{160}$$

Die Feldstärke verschwindet hier also nicht nur am Boden, wie bei allen waagerechten Leitern, sondern auch in der zur Leiterachse senkrechten Ebene ($\psi = 90°$).

Entwickelt man den Sinus, in dessen Argument die Leiterlänge vorkommt, in eine Reihe, und vernachlässigt man die Glieder von höherer als der 3. Potenz, so wird:

$$\mathfrak{F}_0(\varphi, \psi) = -\frac{1}{3}(\alpha l_1)^3 \sin(\alpha a \sin\varphi)\cos\varphi\cos\psi\sqrt{1 - \cos^2\varphi\cos^2\psi}. \tag{161}$$

Diese Näherungsbeziehung ist bis zu einer Leiterlänge des Antennendaches von $\frac{\lambda}{2}$ ($\alpha l_1 < 90°$) verhältnismäßig genau, so daß sie für die meisten praktisch vorkommenden Antennendächer ausreicht. Wie sich aus (161) ergibt, ist die Strahlungsverteilung in diesem Fall nicht von der Leiterlänge, sondern nur von der Höhe über dem Boden abhängig. In Abb. 47 ist für verschiedene Winkelmaße (αa) der Leiterhöhe das Strahlungsmaß in der Ebene $\psi = 0$, also in der senkrechten Ebene durch die Leiterachse dargestellt, das gemäß (161) allgemein gegeben ist durch:

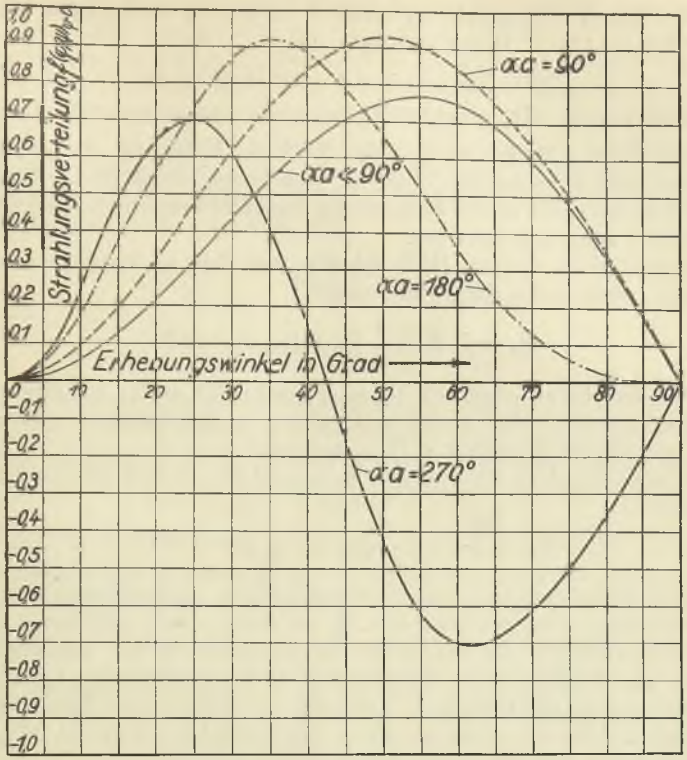


Abb. 47. Vertikalstrahlungskennlinien des Horizontalteiles von T-Antennen in der Ebene durch die Leiterachse für verschiedene Leiterhöhen a.

$$[\mathfrak{F}_0(\varphi, \psi)]_{\psi=0} = -\frac{1}{6}(\alpha l_1)^3 \sin(\alpha a \sin\varphi) \sin 2\varphi\,. \tag{162}$$

Der Ordinatenmaßstab in Abb. 47 gilt für $\frac{1}{6}(\alpha l_1)^3 = 1$.

Auf den gleichen Ausdruck wie (161) kommt man übrigens, wenn man in der auf die Polarachse bezogenen Schwerlinie der Stromverteilungskurve jeder Leiterhälfte je einen Ersatz-Doppelpol anbringt und die Strahlungsverteilung der beiden Doppelpole samt ihrer Spiegelbilder ermittelt. Daraus geht hervor, daß man das für senkrechte Leiter entwickelte Verfahren des Ersatz-Doppelpoles bei sinngemäßer Übertragung auch auf waagerechte Leiter anwenden kann. Das hat Bedeutung für verwickeltere Antennendächer.

Für sehr niedrige Höhen ($\alpha a \ll 90°$) läßt sich (161) bzw. (162) insofern noch vereinfachen, als $\sin(\alpha a \sin\varphi)$ durch $(\alpha a \sin\varphi)$ ersetzt

werden kann. $[\mathfrak{F}_0(\varphi, \psi)]_{\psi=0}$ erreicht in diesem Fall seinen Höchstwert bei $\varphi = 55°$. Dieser beträgt:

$$[\mathfrak{F}_0(\varphi, \psi)]_{\psi=0, \varphi=55°} = -0{,}13\,(\alpha l_1)^3\,\alpha a\,. \tag{163}$$

d) Antennen mit senkrechten und waagerechten Leitern

(33) Häufig findet man in der Technik Antennen, die aus senkrechten und waagerechten Leitern zusammengesetzt sind. Hier soll das Grundsätzliche in der Ermittlung der Strahlungsverteilung solcher Antennen aufgezeigt werden.

Gemäß dem Ansatz (123) ist die von den senkrechten Leitern erzeugte Feldstärke dargestellt durch:

$$\mathfrak{E}_S = j \cdot 60\,\Omega\,\frac{1}{D}\,\mathfrak{J}_S\,\mathfrak{F}_S(\varphi, \psi)\,e^{-j\alpha D}\,.$$

Wie das Strahlungsmaß $\mathfrak{F}_S(\varphi, \psi)$ ermittelt wird, ist unter (29) erörtert worden. Für einen senkrechten Leiterabschnitt mit sinusförmiger Stromverteilung z. B. gilt (144).

Entsprechend ist die von den waagerechten Leitern allein erzeugte Feldstärke:

$$\mathfrak{E}_W = j \cdot 60\,\Omega\,\frac{1}{D}\,\mathfrak{J}_W\,\mathfrak{F}_W(\varphi, \psi)\,e^{-j\alpha D}\,.$$

Das Strahlungsmaß eines waagerechten Leiterabschnittes mit sinusförmiger Stromverteilung z. B. ist durch (157) gegeben.

Hierbei ist $\mathfrak{J}_W$ der Strom im Bezugspunkt W der waagerechten Leiter, $\mathfrak{J}_S$ der Strom im Bezugspunkt S der senkrechten Leiter (angedeutet durch die Indizes W bzw. S). Gemeint ist der Strom in den wirklichen Leitern, nicht in ihren Spiegelbildern, was im Hinblick auf die Phase von $\mathfrak{J}_W$ nicht unwesentlich ist.

Durch $\mathfrak{E}_S$ und $\mathfrak{E}_W$ wird die Feldstärke lediglich nach Betrag und Phase bezeichnet. Die räumliche Richtung (Polarisation) ist besonders zu berücksichtigen. Die drei zueinander senkrechten Komponenten einer beliebig gerichteten Feldstärke in unseren sphärischen Polarkoordinaten seien, um keine neuen Symbole einführen zu müssen, folgendermaßen bezeichnet:

1. Radiale Komponente oder D-Komponente $= [\mathfrak{E}]_D$.
2. Komponente in Richtung des zunehmenden Längenwinkels oder ψ-Komponente $= [\mathfrak{E}]_\psi$.
3. Komponente in Richtung des zunehmenden Erhebungswinkels oder φ-Komponente $= [\mathfrak{E}]_\varphi$.

Im Fernfeld verschwindet die D-Komponente der elektrischen Feldstärke überhaupt [vgl. unter (4)]. Bei senkrechten Leitern verschwindet außerdem die ψ-Komponente. Es besteht nur eine φ-Komponente, weshalb:

$$[\mathfrak{E}_S]_\varphi = \mathfrak{E}_S\,.$$

Ihr Richtungssinn sei positiv, wenn der Strom im Leiter von unten nach oben fließt, wie in Abb. 31 dargestellt. Setzen wir als positive Stromrichtung in waagerechten Leitern die Richtung $\psi = 0$ fest, so hat man, um in Übereinstimmung mit der Festsetzung bei senkrechten Leitern zu bleiben, den Richtungssinn der elektrischen Feldstärke so wie in Abb. 32 zu zeichnen. Die φ-Komponente der elektrischen Feldstärke von waagerechten Leitern in der Ebene $\psi = 0$ ist also negativ.

Unter Anwendung bekannter Sätze für rechtwinklige Kugeldreiecke ergibt sich an Hand von Abb. 32:

$$[\mathfrak{E}_W]_\varphi = -\mathfrak{E}_W \frac{\sin\varphi\cos\psi}{\sqrt{1-\cos^2\varphi\cos^2\psi}}.$$

$$[\mathfrak{E}_W]_\psi = -\mathfrak{E}_W \frac{\sin\psi}{\sqrt{1-\cos^2\varphi\cos^2\psi}}.$$

Damit läßt sich die Gesamtfeldstärke, d. h. die von den senkrechten und waagerechten Leitern zusammen erzeugte Feldstärke, ohne weiteres angeben. Allgemein ist die Resultierende aus den drei Komponenten:

$$\hat{E} = \sqrt{|[\mathfrak{E}_S]_\varphi + [\mathfrak{E}_W]_\varphi|^2 + |[\mathfrak{E}_W]_\psi|^2}.$$

Unter Berücksichtigung der obigen Beziehungen erhält man für das Gesamtstrahlungsmaß $\hat{\mathfrak{F}}_S(\varphi,\psi)$ der Resultierenden, bezogen auf den Bezugspunkt der senkrechten Leiter (angedeutet durch den Index S):

$$|\hat{\mathfrak{F}}_S(\varphi,\psi)| = \sqrt{\left|\mathfrak{F}_S(\varphi,\psi) - \frac{\mathfrak{J}_W}{\mathfrak{J}_S}\mathfrak{F}_W(\varphi,\psi)\frac{\sin\varphi\cos\psi}{\sqrt{1-\cos^2\varphi\cos^2\psi}}\right|^2 + \left|\frac{\mathfrak{J}_W}{\mathfrak{J}_S}\mathfrak{F}_W(\varphi,\psi)\frac{\sin\psi}{\sqrt{1-\cos^2\varphi\cos^2\psi}}\right|^2}. \tag{164}$$

Für den Empfang interessiert meist nur die φ-Komponente der elektrischen Feldstärke. Die dieser entsprechende Komponente des Gesamtstrahlungsmaßes ergibt sich zu:

$$[\hat{\mathfrak{F}}_S(\varphi,\psi)]_\varphi = \mathfrak{F}_S(\varphi,\psi) - \frac{\mathfrak{J}_W}{\mathfrak{J}_S}\mathfrak{F}_W(\varphi,\psi)\frac{\sin\varphi\cos\psi}{\sqrt{1-\cos^2\varphi\cos^2\psi}}. \tag{165a}$$

Die waagerecht polarisierte Komponente ist:

$$[\mathfrak{F}_S(\varphi.\psi)]_\psi = \frac{\mathfrak{J}_W}{\mathfrak{J}_S}\mathfrak{F}_W(\varphi,\psi)\frac{\sin\psi}{\sqrt{1-\cos^2\varphi\cos^2\psi}}. \tag{165b}$$

Liegen die waagerechten Leiter in der Ebene $\psi = \psi_1$, so ist in den obigen Ausdrücken nur ψ durch $(\psi - \psi_1)$ zu ersetzen. Sind waagerechte Leiter mit mehreren verschiedenen Ebenen $\psi_1, \psi_2 \ldots$ vorhanden (Antennenschirm), so ist die φ-Komponente des Gesamtstrahlungs-

maßes z. B.:

$$[\hat{\mathfrak{F}}_S(\varphi,\psi)]_\varphi = \mathfrak{F}_S(\varphi,\psi) - \frac{\mathfrak{J}_{W1}}{\mathfrak{J}_S}\mathfrak{F}_{W1}(\varphi,\psi-\psi_1)\frac{\sin\varphi\cos(\psi-\psi_1)}{\sqrt{1-\cos^2\varphi\cos^2(\psi-\psi_1)}}$$

$$-\frac{\mathfrak{J}_{W2}}{\mathfrak{J}_S}\mathfrak{F}_{W2}(\varphi,\psi-\psi_2)\frac{\sin\varphi\cos(\psi-\psi_2)}{\sqrt{1-\cos^2\varphi\cos^2(\psi-\psi_2)}} - \ldots \qquad (166)$$

Als Beispiel sei zunächst die T-Antennenform betrachtet. Der senkrechte Leiter habe die Länge l und sei am oberen Ende mit einem waagerechten Leiter von der Länge $2l_1$ in dessen Mitte direkt verbunden (Abb. 48). Die Antenne sei am unteren Ende des senkrechten Leiters gegen Erde erregt. Die für die Stromverteilung auf dem senkrechten Leiter wirksame Länge $(l_1 + l_{v1})$ des waagerechten Leiters kann bei bekanntem Verhältnis der Wellenwiderstände aus (59) entnommen werden. Es gilt für den Strom am oberen Ende des senkrechten Leiters:

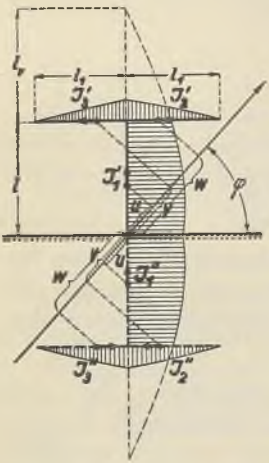


Abb. 48. Bezeichnungen bei der T-Antenne.

$$\mathfrak{J}_S \sin\alpha\,(l_1 + l_{v1}) = 2\,\mathfrak{J}_{W1}\sin\alpha l_1,$$

wo $\mathfrak{J}_S$ den Strom im Strombauch des senkrechten Leiters, $\mathfrak{J}_{W1}$ den Strom im Strombauch der in der Richtung $\psi = 0$ liegenden Hälfte des waagerechten Leiters bezeichnet (der Strom im Strombauch der anderen Hälfte wäre mit Rücksicht auf die obigen Festsetzungen über die Stromrichtungen $-\mathfrak{J}_{W1}$). $\mathfrak{F}_S(\varphi,\psi)$ ergibt sich aus (152) durch Einsetzen von $l_v = l_1 + l_{v1}$. Für $\mathfrak{F}_{W1}(\varphi,\psi)$ gilt allgemein (160) mit $a = l$. Man überzeugt sich leicht davon, daß die Vorzeichen der Bezugsströme, die bei (152) und (160) zugrundegelegt sind, mit den hier vorliegenden Phasen- und Richtungsverhältnissen übereinstimmen. Ist $\alpha l_1 < 90°$, so gilt die Näherungsbeziehung (161). Wird diese in (165a) eingeführt und $(\sin\alpha l_1)$ durch (αl_1) ersetzt, so ergibt sich für die φ-Komponente des Gesamtstrahlungsmaßes einer T-Antenne, deren waagerechter Teil kürzer als $\frac{\lambda}{2}$ ist:

$$[\hat{\mathfrak{F}}_S(\varphi,\psi)]_\varphi = \frac{1}{\cos\varphi}\Big\{\cos\alpha l_v\cos(\alpha l\sin\varphi) - \cos\alpha(l+l_v)$$

$$-\sin\alpha l_v\sin\varphi\sin(\alpha l\sin\varphi)\Big[1-\frac{1}{6}(\alpha l_1)^2\cos\varphi\cos^2(\psi-\psi_1)\Big]\Big\}. \qquad (167)$$

Der waagerechte Antennenteil liefert also einen positiven Beitrag zur Gesamtstrahlung, wenn die Antenne niedrig ist (genauer: wenn $\alpha l \sin\varphi < 180°$), d. h. er vergrößert die Strahlung schräg nach oben. In Abb. 49 ist das an Hand eines Vektordiagrammes veranschaulicht. Es sind

dort die im Fernfeld auftretenden φ-Komponenten der Feldstärken der Stromelemente 1, 2 und 3 von Abb. 48 und ihrer Spiegelbilder nach Betrag und zeitlicher Phase dargestellt. Da die herausgegriffenen Stromelemente sich etwa in den Schwerpunkten der Stromverteilungskurven der einzelnen Antennenabschnitte befinden, geben sie das Verhalten der ganzen Antenne einigermaßen richtig wieder. Man erkennt, daß die von den waagerechten Elementen herrührenden φ-Komponenten unter sich eine Resultierende ergeben, die in die gleiche Richtung fällt wie die Resultierende aus den φ-Komponenten unter sich, die von den senkrechten Elementen herrühren. Allerdings ist ihr Betrag verhältnismäßig klein.

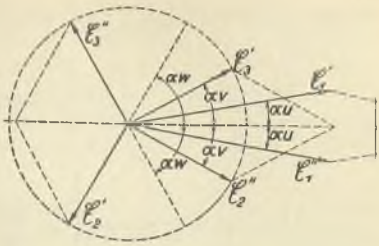


Abb. 49. Vektordiagramm der Feldstärken, die von den Elementen 1, 2 und 3 in Abb. 48 herrühren.

Sind am oberen Ende des senkrechten Leiters mehrere waagerechte Leiter strahlenförmig angeschlossen, so ist (166) anzuwenden. Praktische Bedeutung hat der Fall, daß die Strahlen gleich lang und gleichmäßig in der Ebene verteilt sind. Ihre Zahl N sei gerade, so daß je zwei diametral gegenüberliegende Strahlen einen symmetrisch angeordneten waagerechten Leiter bilden. Die Richtung $\psi = 0$ legen wir durch den Leiter mit der Ordnungszahl $\nu = 1$. Dann hat der Leiter mit der Ordnungszahl ν die Richtung:

$$\psi_\nu = \frac{2\pi}{N}(\nu - 1).$$

Die Ströme in den einzelnen Strahlen sind aus Symmetriegründen gleich groß. Für das Stromverhältnis $\frac{\mathfrak{J}_{W\nu}}{\mathfrak{J}_S}$ des ν-ten Leiters gilt somit:

$$\frac{\mathfrak{J}_{W\nu}}{\mathfrak{J}_S} = \frac{1}{N}\frac{\sin \alpha l_\nu}{\sin \alpha l_1}.$$

Sind an den äußeren Enden der Strahlen keine weiteren Leiter angeschlossen, so ist für das Strahlungsmaß eines einzelnen waagerechten Leiters bei beliebiger Länge desselben (160) anzusetzen. Ist dagegen z. B. eine ringförmige Verbindung der Strahlenenden vorhanden, so muß auf (157) zurückgegangen werden mit $l_\nu \neq 0$. Wir beschränken uns hier als Beispiel auf Strahlen, die an den Enden offen und kürzer als $\frac{\lambda}{4}$ sind. Dann gilt (161) mit der Maßgabe, daß ψ durch $(\psi - \psi_\nu)$ zu ersetzen ist. Nach Einsetzen in (166) ergibt sich die zu (167) analoge Beziehung für eine Antenne mit waagerechtem

Strahlendach $\left(\text{Radius des Daches } l_1 < \frac{\lambda}{4}\right)$:

$$[\hat{\mathfrak{F}}_S(\varphi, \psi)]_\varphi = \frac{1}{\cos\varphi}\Bigg\{\cos\alpha l_v \cos(\alpha l \sin\varphi) - \cos\alpha(l + l_v) \tag{168}$$

$$- \sin\alpha l_v \sin\varphi \sin(\alpha l \sin\varphi)\left[1 - \frac{(\alpha l_1)^2}{3N}\cos\varphi \sum_{\nu=1}^{\frac{N}{2}} \cos^2\left(\psi - \frac{2\pi}{N}(\nu - 1)\right)\right]\Bigg\}.$$

Die ψ-Komponenten der von den einzelnen Strahlen herrührenden Feldstärken heben sich in allen zu den Strahlen symmetrischen senkrechten Ebenen gegenseitig auf, wie man sich an Hand der Abb. 32 leicht klarmacht.

Mit größer und größer werdender Strahlenzahl N geht die Summe in (168) schließlich in ein Integral über, das leicht lösbar ist. Man erhält für die φ-Komponente des Gesamtstrahlungsmaßes und damit, da die ψ-Komponente verschwindet, des Gesamtstrahlungsmaßes überhaupt:

$$\hat{\mathfrak{F}}_S(\varphi, \psi) = \frac{1}{\cos\varphi}\Big\{\cos\alpha l_v \cos(\alpha l \sin\varphi) - \cos\alpha(l + l_v)$$

$$- \sin\alpha l_v \sin\varphi \sin(\alpha l \sin\varphi)\left[1 - \frac{1}{12}(\alpha l_1)^2 \cos\varphi\right]\Big\}. \tag{169}$$

Der Grenzübergang $N \to \infty$ bedeutet, daß aus den Strahlen eine volle leitende Scheibe wird. Man bezeichnet daher Antennen mit sehr zahlreichen Strahlen am oberen Ende des senkrechten Leiters als „Scheibenantennen". (169) gilt nur für Durchmesser der Scheibe von weniger als einer halben Wellenlänge!

e) Leiter mit stetig sich änderndem Wellenwiderstand

(34) Im vorangegangenen ist sinusförmige Stromverteilung auf dem ganzen Leiter oder wenigstens innerhalb des betrachteten glatten Leiterabschnittes angenommen worden. Diese Annahme setzt gleichbleibenden Wellenwiderstand und unendlich kleine Dämpfung voraus. Das ist bei Drahtantennen z. B. meist mit hinreichender Genauigkeit verwirklicht, nicht jedoch z. B. bei selbstschwingenden Masten mit großem Querschnitt, wie sie u. a. für schwundmindernde Antennen verwendet werden.

Zuerst sei der Einfluß einer stetigen Änderung des Wellenwiderstandes auf die Strahlungsverteilung untersucht. Der Übersichtlichkeit halber nehmen wir dabei die Dämpfung als vernachlässigbar klein an. Ihren Einfluß untersuchen wir besonders.

Wie unter (18) erwähnt ist die Theorie der Stromverteilung auf Leitern mit stetig sich änderndem Wellenwiderstand in ihrem heutigen Stande nicht als abgeschlossen anzusehen. E. Siegel [5] hat hier einen Anfang gemacht. Obwohl sich gegen seinen Ansatz gewisse Einwendungen erheben lassen, legen wir ihn der folgenden Untersuchung zugrunde. Es läßt sich so wenigstens ein ungefähres Bild des Einflusses gewinnen.

Wir beschränken uns auf senkrechte Leiter mit nicht strahlender Endkapazität. Für die Feldstärke eines Stromelementes und seines Spiegelbildes in der als vollkommen leitend angenommenen Erde gilt allgemein die Beziehung (142). Nach Einsetzen des Ausdruckes (74) für $\mathfrak{J}_x$ und der Integration über die ganze Leiterlänge, die keine besonderen Schwierigkeiten bietet, erhält man für das Strahlungsmaß:

$$\mathfrak{F}_{01}(\varphi, \psi) = \frac{e^{n\alpha x_1}}{\left[\cos\varphi + \frac{(2n\,\mathrm{tg}\,\varphi)^2}{\cos\varphi}\right]} \Bigg\{ \Big[\cos(k\alpha l_v')\cos(\alpha l \sin\varphi) - e^{-n\alpha l}\cos k\alpha(l + l_v')$$

$$- \frac{1}{k}\left(1 - \frac{2n^2}{\cos^2\varphi}\right)\sin(k\alpha l_v')\sin\varphi\sin(\alpha l\sin\varphi)\Big]$$

$$+ \frac{n}{k}(1 + 2\,\mathrm{tg}^2\varphi)\Big[\sin(k\alpha l_v')\cos(\alpha l\sin\varphi) - e^{n\alpha l}\sin k\alpha(l + l_v')$$

$$+ \frac{2k}{1 + \sin^2\varphi}\cos(k\alpha l_v')\sin\varphi\sin(\alpha l\sin\varphi)\Big]\Bigg\}. \tag{170}$$

Bei der praktischen Anwendung von (170) bedient man sich mit Vorteil der Tafel II, in der auch die Exponentialfunktion aufgenommen ist.

Als Beispiel ist in Abb. 50, Kurve *a*, die Vertikalstrahlungskennlinie eines 130,5 m hohen Leiters mit Endkapazität bei einer Wellenlänge von 225 m dargestellt ($l = 0{,}58\,\lambda$; $\alpha l = 209°$). Der Querschnitt ist von unten nach oben abnehmend angenommen. Für den durch (66) definierten Faktor n ist $-0{,}4$ eingesetzt, was einer bei freistehenden Masten üblichen Verjüngung entspricht. Die wirksame Verlängerung durch die Endkapazität ist mit 5 m angesetzt ($\alpha l_v' = 0{,}022\,\lambda$; $\alpha l_v' = 8°$). Kurve *b* in Abb. 50 ist die Vertikalstrahlungskennlinie bei gleichbleibendem Wellenwiderstand und sonst gleichen Verhältnissen. Zum Vergleich ist die Stromverteilung in beiden Fällen angedeutet. Man entnimmt, daß die stetige Zunahme des Wellenwiderstandes nach oben sich wie eine Verringerung der Höhe der Antenne auswirkt. Ein Leiter mit gleichbleibendem Wellenwiderstand und einer gleichgroßen Endkapazität würde eine sehr ähnliche Vertikalstrahlungskennlinie wie die des sich verjüngenden Leiters von 130,5 m Höhe schon bei 123 m Höhe ($l = 0{,}546\,\lambda$; $\alpha l = 197°$) ergeben.

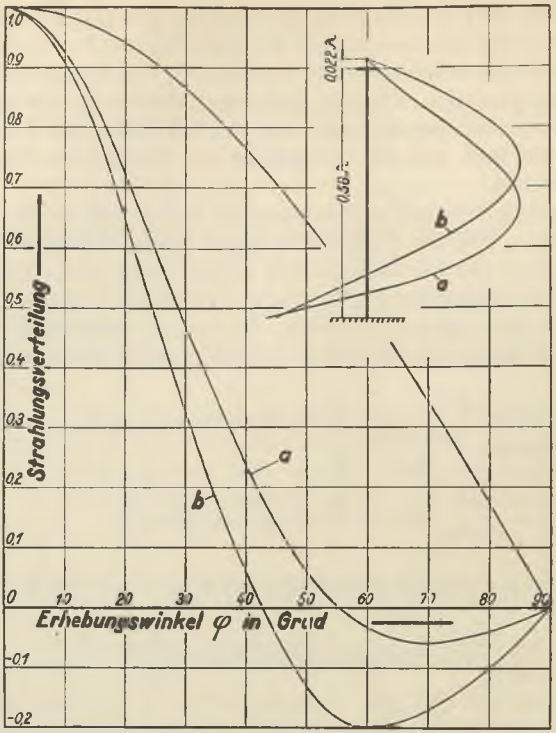


Abb. 50. Vertikalstrahlungskennlinie und Stromverteilung (rechts oben) eines senkrechten Leiters mit Endkapazität, a) bei von unten nach oben zunehmendem Wellenwiderstand, b) bei gleichbleibendem Wellenwiderstand.

f) Leiter mit endlicher Dämpfung

(35) Außer der stetigen Änderung des Wellenwiderstandes kann auch die Dämpfung der Antenne Abweichungen der Stromverteilung von der sinusförmigen bewirken und somit die Anwendbarkeit der unter **(30)** und **(32)** abgeleiteten Beziehungen für die Strahlungsverteilung einschränken. Der Einfluß der Dämpfung spielt bei selbstschwingenden Masten für Schwundminderung eine wichtige Rolle [7] [8].

Um diesen Einfluß aufzuzeigen, betrachten wir einen senkrechten glatten Leiter ohne Endkapazität. Der Übersichtlichkeit halber nehmen wir gleichbleibenden Wellenwiderstand an. Die Stromverteilung in diesem Fall ist durch (84) dargestellt. Bei Speisung im Fußpunkt gilt diese Beziehung für die ganze Leiterlänge. Sie unterscheidet sich von der Stromverteilung, die den bisherigen Betrachtungen über die Strahlungsverteilung zugrunde gelegt worden ist, vor allem da-

durch, daß der Strom nicht an allen Stellen der Antenne die gleiche Phase hat.

Bei vollkommen leitendem Boden gilt auch hier für die Strahlung eines Stromelementes und seines Spiegelbildes in der Erde die Beziehung (142). Nach Einsetzen von (84) läßt sich die Integration über die ganze Länge des Leiters verhältnismäßig einfach durchführen. Nach einiger Umformung erhält man schließlich für das Strahlungsmaß mit $\mathfrak{J} = j\frac{\mathfrak{U}_e}{\mathfrak{Z}}$ als Bezugsstrom:

$$\mathfrak{F}(\varphi, \psi) = \frac{1}{\cos\varphi}\Big[\cos(\alpha l \sin\varphi) - \mathfrak{Cof}\,\beta l \cos\alpha l - j\,\mathfrak{Sin}\,\beta l \sin\alpha l\Big] \cdot$$

$$\left[\frac{(1+k^2) + j\frac{\beta}{\alpha}(1 + 2\,\mathrm{tg}^2\varphi + k^2)}{1 + 2k^2(1 + 2\,\mathrm{tg}^2\varphi) + k^4}\right]. \tag{171}$$

Hierin ist zur Abkürzung eingeführt:

$$k = \frac{\beta}{\alpha}\frac{1}{\cos\varphi}. \tag{172}$$

Die Größe k ist bei kleiner Dämpfung sehr klein, ausgenommen bei Erhebungswinkeln in der Nähe von 90°. Der Fehler, den man bei den praktisch vorkommenden Dämpfungen begeht, wenn man $k = 0$ setzt, ist nicht groß. Bei Erhebungswinkeln unter 60° darf k fast immer gegen 1 vernachlässigt werden. Damit wird die Auswertung von (171) verhältnismäßig einfach. Bei Vernachlässigung der Größen, die klein von höherer Ordnung sind, nimmt (171) die für die praktische Anwendung bequemere Form an:

$$\mathfrak{F}(\varphi, \psi) = \frac{1}{\cos\varphi}\Big[\cos(\alpha l \sin\varphi) - \cos\alpha l - j\,\beta l \sin\alpha l\Big]$$

$$\Big[1 + j\frac{\beta}{\alpha}(1 + 2\,\mathrm{tg}^2\varphi)\Big]. \tag{173}$$

Da $\mathfrak{F}(\varphi, \psi)$ einen imaginären Anteil hat, besteht die Strahlung aus zwei um 90° in der Phase verschobenen Komponenten, die in verschiedener Weise vom Erhebungswinkel abhängen. Der Betrag des Strahlungsmaßes, auf den es für den Empfang allein ankommt, ergibt sich als die Wurzel aus der Quadratsumme der beiden Komponenten. Er unterscheidet sich somit bei kleiner Dämpfung nur wenig von dem ohne Berücksichtigung der Dämpfung, solange der letztere nicht selbst kleine Werte annimmt. Die Dämpfung braucht deshalb nur dann in Rechnung gestellt zu werden, wenn sich ohne Dämpfung ein Nullwinkel ergeben würde. Sie kann also bei niedrigen Antennen ($l < \frac{1}{2}\lambda$) ohne weiteres vernachlässigt werden. Daraus, daß der reelle und der imaginäre Anteil der Strahlung nicht gleichzeitig verschwinden (außer

für $\varphi = 90°$), folgt, daß kein eigentlicher Nullwinkel mehr auftritt, sondern höchstens ein Winkel, in dem die Strahlung einen Mindestwert annimmt.

Unter dem Erhebungswinkel, für den die Strahlung der dämpfungsfrei gedachten Antenne verschwindet, ergibt sich aus (173) in roher Näherung für Nullwinkel unterhalb von 60°:

$$\mathfrak{F}(\varphi_0, \psi) \approx -j \frac{\beta l \sin \alpha l}{\cos \varphi_0}. \tag{174}$$

Der Nullwinkel ist also um so weniger ausgeprägt, je größer die Dämpfung ist.

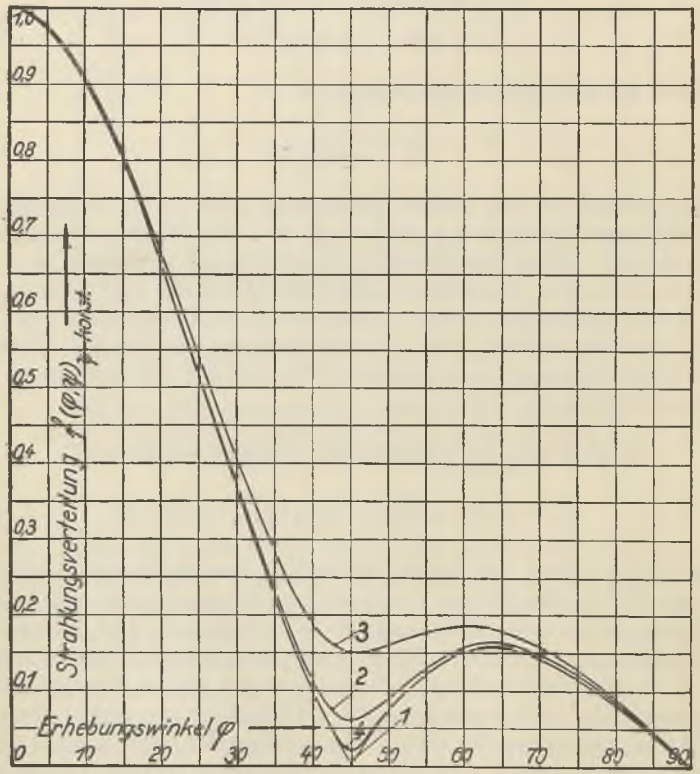


Abb. 51. Vertikalstrahlungskennlinie eines einfachen senkrechten, 0,585 λ hohen Leiters.
1. bei verschwindend kleiner Dämpfung ($Z = \infty$);
2. bei einem Wellenwiderstand von 800 Ω und Speisung am Fuß;
3. bei einem Wellenwiderstand von 400 Ω und Speisung am Fuß;
4. bei einem Wellenwiderstand von 400 Ω und Speisung im Strombauch.

Für $\beta = 0$ geht der Ausdruck (171) in (147) über. Bemerkenswert ist noch, daß die Phase der Feldstärke nicht, wie bei dämpfungsfreien Strahlern, von der Richtung unabhängig ist. Bei der praktischen Anwendung der Formeln bedient man sich mit Vorteil der Tafel II, die auch die Hyperbelfunktionen enthält.

Wird die Antenne oben gespeist, z. B. im Strombauch, so gelten für die Stromverteilung auf den Antennenabschnitten oberhalb und unterhalb des Speisepunktes verschiedene Beziehungen. Dementsprechend muß die obige Integration für jeden Abschnitt getrennt durchgeführt werden. Die Strahlungsverteilung ergibt sich dann aus der vektoriellen Addition der Feldstärken der beiden Abschnitte.

In Abb. 51 ist als Beispiel der Betrag der Strahlungsverteilung für eine senkrechte, 0,585 λ hohe Antenne (ohne Endkapazität) bei verschiedener Dämpfung und verschiedener Lage des Speisepunktes dargestellt. Die Werte für die Dämpfungen sind in diesem Beispiel die gleichen, wie sie der Stromverteilung in Abb. 18 zugrunde gelegt worden waren. Die Berechnung der Dämpfung aus den Leiterabmessungen wird unter (68) gezeigt.

Die rechnerische Ermittlung des Strahlungsmaßes ist für Antennen, die nicht so einfach wie das hier behandelte Beispiel sind, recht umständlich. In solchen Fällen empfiehlt es sich, das folgende Näherungsverfahren anzuwenden. Nachdem man die Stromverteilung aufgestellt hat, ermittelt man getrennt für jede der beiden zeitlichen Komponenten des Stromes das Strahlungsmaß. Für kleine Dämpfung kann man setzen: $\mathfrak{Cos}\, \beta l = 1$. Damit ist es meist möglich, für die Hauptkomponente des Stromes die Formeln für die dämpfungsfreie Antenne anzuwenden. Die andere Komponente ist im allgemeinen sehr viel kleiner, so daß eine näherungsweise Ermittlung des Strahlungsmaßes für diese, z. B. nach dem Ersatz-Doppelpolverfahren, ausreicht. Das Gesamtstrahlungsmaß erhält man dann als Wurzel aus der Quadratsumme der beiden zeitlichen Komponenten.

g) Einfluß von Geländeunebenheiten in der Nähe der Antenne

(36) Um Berechnungen über den Einfluß von Geländeunebenheiten in der Nähe der Antenne [20] anstellen zu können, müssen die im allgemeinen unregelmäßigen Bodenverhältnisse zunächst vereinfacht werden. Es sei angenommen, daß die Antenne auf einer unendlich ausgedehnten Ebene steht, deren Gefällinien mit der Waagerechten den Winkel φ_G bilden (Abb. 52). Betrachtet wird die Strahlung in der senkrechten Ebene, die durch die vom Antennenfußpunkt ausgehende Gefällinie geht. Zu der gleichen Lösung (wenn man von der Strahlung mit Erhebungswinkeln über $[90 - 2\,\varphi_G]$ absieht) führt der Fall, daß die Antenne auf der Spitze eines Kegels steht, dessen Mantellinien

den Winkel φ_G mit der Waagerechten bilden. In diesem Fall ist die Strahlung in allen, in verschiedenen Richtungen durch die Antenne

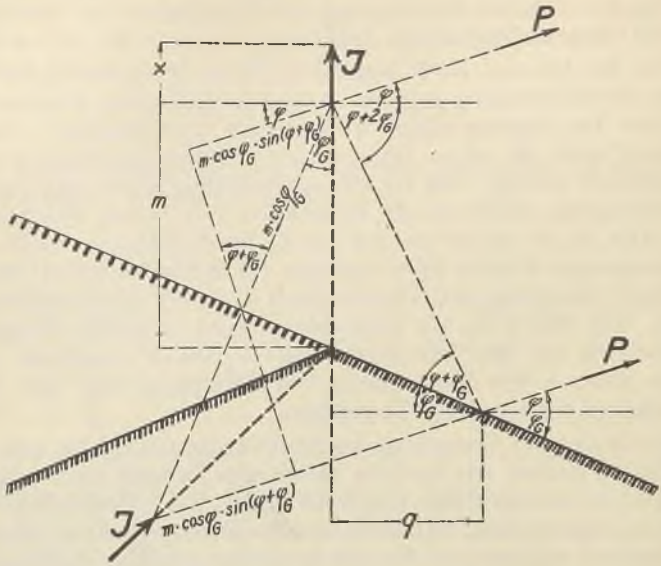


Abb. 52. Senkrechtes Leiterelement über einer geneigten Ebene (weite Schraffur) bzw. über der Spitze eines Kegels (enge Schraffur).

gelegten senkrechten Ebenen die gleiche. Der Fall, daß die Antenne in einem Trichter steht, kommt praktisch nicht in Betracht.

Wie unter **(31)** gezeigt worden ist, kann man zur Berechnung der Strahlungsverteilung eine senkrechte Antenne in guter Annäherung durch einen in bestimmter Höhe m (Schwerlinienhöhe) über der Erde angebrachten Doppelpol ersetzen, in dem der ganze Strombelag zusammengefaßt ist. Von dieser Möglichkeit wird im folgenden Gebrauch gemacht. Es dürfte außer Frage stehen, daß diese Näherung besonders für die vorliegende Aufgabe ausreicht. Zudem würde der Aufwand, den eine exakte Rechnung erfordern würde, in Anbetracht der anderen idealisierenden Annahmen unverhältnismäßig groß sein.

Unter der Voraussetzung unendlich guter Leitfähigkeit des Bodens, d.h. also vollkommener Spiegelung der Strahlung am Boden, ergibt sich an Hand der Abb. 52 für die vom Doppelpol über der Erde herrührende Feldstärke:

$$\mathfrak{E}' = j\,60\,\Omega\,\frac{1}{D}\,\mathfrak{J}\,\frac{1}{2}\,\alpha x \cos\varphi\, e^{-j\alpha[D - m'\sin(\varphi + \varphi_G)]}\,.$$

Die vom Spiegelbild herrührende Feldstärke ist:

$$\mathfrak{E}'' = j\,60\,\Omega\,\frac{1}{D}\,\mathfrak{J}\,\frac{1}{2}\,\alpha x \cos(\varphi + 2\varphi_G)\,e^{-j\alpha[D + m'\sin(\varphi + \varphi_G)]}\,.$$

Der Betrag des Gesamtstrahlungsmaßes ergibt sich damit zu:

$$|\,\mathfrak{F}(\varphi,\psi)\,| =$$

$$\tfrac{1}{2}\sqrt{\cos^2\varphi + \cos^2(\varphi + 2\varphi_G) + 2\cos\varphi\cos(\varphi + 2\varphi_G)\cos(2\,\alpha\,m'\sin(\varphi + \varphi_G))}\,. \tag{175}$$

Hierin ist $m' = m\cos\varphi_G$. Bemerkt sei, daß die Phase von $\mathfrak{F}(\varphi,\psi)$ nicht von φ unabhängig ist! Für $\varphi_G = 0$ (waagerechtes Gelände) geht (175) über in (155).

Für die Geländeneigungen $\varphi_G = 0°$, $\varphi_G = 5°$ und $\varphi_G = 10°$ ist die Vertikalstrahlungskennlinie in Abb. 53 dargestellt. Dabei ist als Schwerpunktshöhe jedesmal $m' = 0{,}285\,\lambda$ zugrunde gelegt worden. Hierbei ist zu beachten, daß m' die Länge des Lotes vom Doppelpol auf die Ebene (bzw. Mantellinie des Kegels), also je nach dem Neigungswinkel φ_G etwas kleiner als die Höhe $m = \frac{m'}{\cos\varphi_G}$ des Doppelpoles über dem Fußpunkt der Antenne ist. Zur Vereinfachung der Rechnung ist nicht mit dem gleichen m, sondern mit dem gleichen m' gerechnet worden. Daher ist m und damit auch der Nullwinkel φ_0 in den drei Fällen etwas, wenn auch nur wenig verschieden. Für $\varphi_G = 10°$ ist z. B. $m = 0{,}289\,\lambda$ statt $0{,}285\,\lambda$, was bei waagerechtem Gelände einem Nullwinkel $\varphi_0 = 59°53'$ statt $\varphi_0 = 61°17'$ entsprechen würde.

Die wichtigsten Feststellungen, die sich aus Abb. 53 ergeben, sind:

1. Während bei waagerechtem Gelände ein Erhebungswinkel vorhanden ist, unter dem die Strahlung (theoretisch) vollkommen verschwindet, tritt bei geneigtem Gelände nur ein Minimum auf, das um so weniger ausgeprägt ist, je größer das Gefälle ist.
2. Der Nullwinkel bzw. der Winkel des Minimums liegt um den Neigungswinkel des Geländes tiefer als bei waagerechtem Gelände.
3. Die Strahlung unter steilen Erhebungswinkeln (Raumstrahlung) nimmt mit zunehmendem Gefälle rasch zu.

In der Wirklichkeit ist die Geländeneigung in verschiedenen Entfernungen von der Antenne meistens verschieden. Dem kann man dadurch Rechnung tragen, daß man das Gelände in Entfernungszonen einteilt, innerhalb deren die Neigung als konstant angesehen werden kann. Jeder Zone entspricht ein gewisser Bereich des Erhebungswinkels, der außer von der Entfernung der betreffenden Zone von der Antenne noch von dem Neigungswinkel dieser Zone abhängt. Um hierüber einen Überblick zu erlangen, ist in der folgenden Tabelle für das eingangs gebrauchte Antennenbeispiel mit $\lambda = 456$ m und für ver-

schiedene Neigungswinkel die Entfernung der zu einem gewissen Erhebungswinkel gehörigen Zone, in der die Spiegelung am Boden stattfindet, zusammengestellt worden.

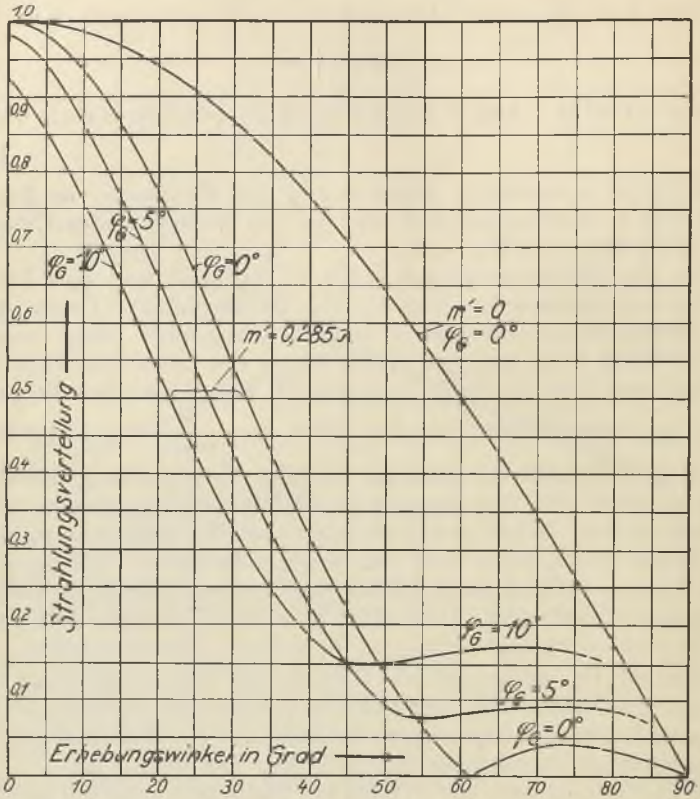


Abb. 53. Vertikalstrahlungskennlinien eines senkrechten Doppelpoles in der Höhe $m = \frac{m'}{\cos \varphi_G}$ über dem Boden für verschiedene Geländeneigungen φ_G.

Tab. III.

Zonen für die Spiegelung am Boden bei verschiedenen Geländeneigungen

Erhebungswinkel in Grad		0	10	20	30	40	50	60	70
Entfernung (in m) der Zone, in der die Spiegelung am Boden erfolgt, für	$\varphi_G = 0°$	∞	740	357	225	155	109	75	47
	$\varphi_G = 5°$	1470	471	266	173	118	80	49	23,5
	$\varphi_G = 10°$	710	329	199	130	85	51	24	0

3. Strahlergruppen

a) Begriffsbestimmungen

(37) Im vorangegangenen haben wir Antennen betrachtet, die aus einem Leiter oder mehreren, u. U. winklig aneinandergesetzten, jedenfalls aber untereinander zusammenhängenden Leitern bestanden, die sämtlich an der Strahlung beteiligt waren. Nunmehr wollen wir Anordnungen untersuchen, bei denen die einzelnen strahlenden Leiter alle oder teilweise räumlich voneinander getrennt sind. Diese Leiter bzw. die Teile der Anordnung, die durch Zusammenfassung der untereinander zusammenhängenden strahlenden Leiter entstehen, bezeichnen wir als „Einzelstrahler". Von dem Abstand der Einzelstrahler nehmen wir an, daß er nicht vernachlässigbar gegen die Wellenlänge ist.

Was unter „räumlich getrennt" gemeint ist, bedarf noch der Erläuterung. Selbstverständlich ist, daß die Einzelstrahler gemeinsam betrieben werden. Am augenfälligsten ist ihre Zusammengehörigkeit, wenn sie mit dem gemeinsamen Schwingungserzeuger verbunden sind, z. B. über Energie- oder Steuerleitungen. Wir wollen hier aber nur Anordnungen betrachten, bei denen die verbindenden Leiter nicht strahlen. Nicht immer sind alle Einzelstrahler über Leiter mit dem Schwingungserzeuger verbunden. Ein Teil von ihnen kann auch durch „Strahlungskopplung" mit den übrigen Einzelstrahlern erregt sein. Man spricht dann von „Reflektoren". Grundsätzlich ändert sich in der Berechnung der Strahlungsverteilung dabei nichts, wenn man die Ströme in den Einzelstrahlern, wenigstens zunächst, als gegeben annimmt. Auf welche Weise die Ströme zustande kommen, ist für die Strahlungsverteilung gleichgültig.

Zur Ermittlung der Strahlungsverteilung haben wir im Abschnitt III 2 die Antenne in Doppelpole zerlegt. Hier dagegen setzen wir voraus, daß die Strahlungsverteilung von jedem Einzelstrahler, wenn er allein vorhanden wäre, bekannt ist.

Zunächst wollen wir Anordnungen betrachten, deren Einzelstrahler, wenn jeder für sich allein wäre, die gleiche Strahlungsverteilung $\mathfrak{f}_{00}(\varphi, \psi)$ haben. Das bedeutet, daß die Einzelstrahler die gleiche Form haben, und daß ihre entsprechenden Symmetrieachsen parallel sind. Solche Anordnungen bezeichnet man als „Strahlergruppen".

Die von dem ν-ten Einzelstrahler einer Gruppe von N Strahlern herrührende Feldstärke in einem fernen Punkt $P(D, \varphi, \psi)$ läßt sich gemäß dem allgemeinen Ansatz (123) darstellen durch:

$$\mathfrak{E}_\nu = j\, 60\, \Omega \frac{1}{D_\nu} \mathfrak{J}_\nu \mathfrak{F}_\nu(\varphi, \psi)\, e^{-j\alpha D_\nu}. \tag{176}$$

Hierin ist $\mathfrak{J}_\nu$ der Strom im Bezugspunkt des Einzelstrahlers, $\mathfrak{F}_\nu(\varphi, \psi)$ das auf den gleichen Bezugspunkt bezogene Strahlungsmaß und D_ν die Entfernung des fernen Punktes vom Einzelstrahler, die als sehr groß gegen dessen Abmessungen vorausgesetzt ist.

Führt man die auf die Richtung $\varphi = \varphi_{00}$, $\psi = \psi_{00}$ bezogene Strahlungsverteilung $\mathfrak{f}_{00}(\varphi, \psi)$ gemäß (127) ein, so wird:

$$\mathfrak{E}_\nu = j\, 60\, \Omega \frac{1}{D_\nu} \mathfrak{J}_\nu \mathfrak{F}_\nu(\varphi_{00}, \psi_{00})\, \mathfrak{f}_{00}(\varphi, \psi)\, e^{-j\alpha D_\nu}. \tag{177}$$

Bei den bisher betrachteten Strahlern war die Phase des Stromes in allen Elementen die gleiche, wenn man von dem Einfluß der meist vernachlässigbaren Dämpfung absieht. Die Größe des Stromes in den Elementen, bezogen auf den an einer bestimmten Stelle, ergab sich aus der Theorie der Stromverteilung, lag also, wenigstens innerhalb eines glatten Leiterabschnittes, in gewisser Beziehung fest. Hierin liegen die Verhältnisse bei Strahlergruppen wesentlich anders. Bei ihnen sind im allgemeinen die Phasen der Ströme in den Einzelstrahlern nicht gleich. Soweit sie getrennt gespeist werden, ist die Phase willkürlich einstellbar. Das gleiche gilt von dem Verhältnis der Ströme in den Einzelstrahlern zueinander. Wenn ein Einzelstrahler durch Strahlungskopplung erregt wird, so unterliegt Phase und Amplitude des Stromes in ihm zwar bestimmten allgemeinen Gesetzmäßigkeiten, kann aber innerhalb gewisser Grenzen beeinflußt werden [vgl. unter (63)].

Bei Betrachtungen über Strahlergruppen wird nun die Übersichtlichkeit erhöht, wenn die Amplituden und Phasen der Einzelstrahlerströme von Anfang an sämtlich auf den Strom in einem wirklichen oder gedachten Einzelstrahler bezogen werden. Er sei „Bezugsstrahler" genannt und durch den Index e gekennzeichnet. Dieses Vorgehen ist vollständig analog zu der Einführung des Bezugspunktes für die Stromverteilung. Da in den Ausdrücken für die Strahlung immer die Produkte $\mathfrak{J}_\nu \cdot \mathfrak{F}_\nu(\varphi_{00}, \psi_{00})$ vorkommen, bilden wir die Bezugswerte der Einfachheit halber gleich aus diesen Produkten statt aus den Strömen. Wir legen also die Amplitude des ν-ten Einzelstrahlers, bezogen auf die Amplitude des Bezugsstrahlers, fest durch:

$$\frac{I_\nu \cdot |\mathfrak{F}_\nu(\varphi_{00}, \psi_{00})|}{I_e \cdot |\mathfrak{F}_e(\varphi_{00}, \psi_{00})|} = p_\nu. \tag{178}$$

Entsprechend legen wir die Phase δ_ν des ν-ten Einzelstrahlers, bezogen auf die Phase des Bezugsstrahlers, fest durch:

$$\frac{\mathfrak{J}_\nu \cdot \mathfrak{F}_\nu(\varphi_{00}, \psi_{00})}{\mathfrak{J}_e \cdot \mathfrak{F}_e(\varphi_{00}, \psi_{00})} = \frac{I_\nu \cdot |\mathfrak{F}_\nu(\varphi_{00}, \psi_{00})|}{I_e \cdot |\mathfrak{F}_e(\varphi_{00}, \psi_{00})|} e^{-j\delta_\nu} = p_\nu e^{-j\delta_\nu}. \tag{179}$$

Unter der Voraussetzung, daß die Entfernung D_ν des fernen Punktes vom Ursprung unseres passend gelegten Koordinatensystems

sehr groß gegen den Abstand des Einzelstrahlers vom Ursprung ist, können wir das in (177) im Nenner stehende D_ν durch D ersetzen. Dann läßt sich (177) in der Form schreiben:

$$\mathfrak{E}_\nu = j\,60\,\Omega\,\frac{1}{D}\,\mathfrak{J}_e\mathfrak{F}_e(\varphi_{00}, \psi_{00})\,\mathfrak{f}_{00}(\varphi, \psi)\,e^{-j\alpha D}\,[p_\nu e^{-j(\delta_\nu + \alpha(D_\nu - D))}]\,. \quad (180)$$

Zur Abkürzung setzen wir:

$$\mathfrak{E}_{e00} = j\,60\,\Omega\,\frac{1}{D}\,\mathfrak{J}_e\mathfrak{F}_e(\varphi_{00}, \psi_{00})\,e^{-j\alpha D}\,. \quad (181)$$

Denkt man sich den Bezugsstrahler im Ursprung angebracht, so würde er für sich allein in der Bezugsrichtung $\varphi = \varphi_{00}$, $\psi = \psi_{00}$ eine Feldstärke erzeugen, die nach Betrag und Phase gleich $\mathfrak{E}_{e00}$ wäre. Durch Einführung von $\mathfrak{E}_{e00}$ in (180) ergibt sich:

$$\mathfrak{E}_\nu = \mathfrak{E}_{e00} \cdot \mathfrak{f}_{00}(\varphi, \psi) \cdot p_\nu e^{-j(\delta_\nu + \alpha(D_\nu - D))}\,. \quad (182)$$

In diesem Ausdruck kennzeichnet p_ν die Amplitude, δ_ν die Phase und $(D_\nu - D)$ die Anordnung des ν-ten Einzelstrahlers. $(D_\nu - D)$ stellt den von der Richtung zum fernen Punkt abhängigen Gangunterschied der vom ν-ten Einzelstrahler ausgehenden Wellen gegen eine vom Ursprung ausgehende Welle dar.

Die Gesamtfeldstärke irgendeiner Gruppe von N Strahlern ist dann:

$$\hat{\mathfrak{E}} = \sum_{\nu=1}^{N} \mathfrak{E}_\nu = \mathfrak{E}_{e00} \cdot \mathfrak{f}_{00}(\varphi, \psi) \cdot \sum_{\nu=1}^{N} p_\nu e^{-j(\delta_\nu + \alpha(D_\nu - D))}\,, \quad (183)$$

wofür wir abgekürzt schreiben:

$$\hat{\mathfrak{E}} = \mathfrak{E}_{e00} \cdot \mathfrak{f}_{00}(\varphi, \psi)\,\mathfrak{G}_e(\varphi, \psi)\,. \quad (184)$$

Man entnimmt, daß die Strahlungsverteilung der Einzelstrahler, die voraussetzungsgemäß für alle die gleiche ist, einfach als Faktor in den Ausdruck für die Gesamtfeldstärke eingeht. Die Summe:

$$\mathfrak{G}_e(\varphi, \psi) = \sum_{\nu=1}^{N} p_\nu e^{-j(\delta_\nu + \alpha(D_\nu - D))} \quad (185)$$

charakterisiert gewissermaßen die Anordnung und die Betriebsweise der Strahler in der Gruppe. Man bezeichnet sie daher als „Gruppencharakteristik". Sie wird durch eine vektorielle Addition ermittelt, für die (185) die Vorschrift darstellt. $\mathfrak{G}_e(\varphi, \psi)$ ist also ein dimensionsloser Gaußscher Vektor, der ganz analog zum Strahlungsmaß $\mathfrak{F}_e(\varphi, \psi)$ der Einzelstrahler ist. Die der „Strahlungsverteilung" entsprechende „bezogene Gruppencharakteristik", mit $\varphi = \varphi_{00}$; $\psi = \psi_{00}$ als Bezugsrichtung, wäre analog zu (127) zu definieren durch:

$$\mathfrak{g}_{00}(\varphi, \psi) = \frac{\mathfrak{G}_e(\varphi, \psi)}{\mathfrak{G}_e(\varphi_{00}, \psi_{00})}\,. \quad (186)$$

Mit diesen Festsetzungen ergeben sich nun einfache und allgemeingültige Schreibweisen für diejenigen Größen von Strahlergruppen, die den unter (27) eingeführten Größen bei Einzelstrahlern entsprechen.

Unter Berücksichtigung von (181) und wegen:

$$\mathfrak{F}_e(\varphi_{00}, \psi_{00}) \cdot \mathfrak{f}_{00}(\varphi, \psi) = \mathfrak{F}_e(\varphi, \psi)$$

ergibt sich für die „Gesamtstrahlung“:

$$\hat{\mathfrak{E}} \cdot D \cdot e^{j\alpha D} = j\, 60\, \Omega\, \mathfrak{J}_e \cdot \mathfrak{F}_e(\varphi, \psi) \cdot \mathfrak{G}_e(\varphi, \psi). \tag{187}$$

Das „Gesamtstrahlungsmaß“, bezogen auf den Strom im Bezugsstrahler, ist:

$$\hat{\mathfrak{F}}_e(\varphi, \psi) = \mathfrak{F}_e(\varphi, \psi) \cdot \mathfrak{G}_e(\varphi, \psi). \tag{188}$$

Um das Gesamtstrahlungsmaß zu erhalten, hat man also einfach das Strahlungsmaß des Bezugsstrahlers mit der Gruppencharakteristik zu multiplizieren.

Für die auf die Richtung $\varphi = \varphi_{00}$; $\psi = \psi_{00}$ bezogene „Gesamtstrahlungsverteilung“ $\hat{\mathfrak{f}}_{00}(\varphi, \psi)$, die gewissermaßen die Abhängigkeit der Strahlung von der Richtung in „Reinkultur“ darstellt, gilt somit:

$$\hat{\mathfrak{f}}_{00}(\varphi, \psi) = \frac{\hat{\mathfrak{F}}_e(\varphi, \psi)}{\hat{\mathfrak{F}}_e(\varphi_{00}, \psi_{00})} = \frac{\mathfrak{F}_e(\varphi, \psi)\, \mathfrak{G}_e(\varphi, \psi)}{\mathfrak{F}_e(\varphi_{00}, \psi_{00})\, \mathfrak{G}_e(\varphi_{00}, \psi_{00})} = \mathfrak{f}_{00}(\varphi, \psi)\, \mathfrak{g}_{00}(\varphi, \psi). \tag{189}$$

Den Einzelstrahler allein kann man hiernach übrigens formal als Sonderfall der Gruppe mit $\mathfrak{G}(\varphi, \psi) = 1$ auffassen.

Die wichtigsten Arten der Gruppen sind das „Strahlerpaar“, die „gerade Gruppe“ und die „Kreisgruppe“. Diejenigen regelmäßigen Anordnungen, die nicht einfach unter eine dieser Gruppenarten fallen, kann man fast immer als eine Zusammensetzung von mehreren Gruppen der genannten Art oder von Gruppen und Einzelstrahlern auffassen und entsprechend berechnen.

Solange eine Antennenanordnung aus einer einzigen Gruppe besteht, interessiert lediglich der Betrag von $\mathfrak{G}_e(\varphi, \psi)$, da sich die Phase, ebenso wie die Phase des Strahlungsmaßes bei Einzelstrahlern, nur auf die Phase der Feldstärke auswirkt, die im allgemeinen belanglos ist. Besteht jedoch die Anordnung aus mehreren verschiedenen Gruppen oder Gruppen und Einzelstrahlern, so ist auch die Phase γ von $\mathfrak{G}_e(\varphi, \psi) = |\mathfrak{G}_e(\varphi, \psi)|\, e^{-j\gamma}$ wichtig, da sich die Gesamtfeldstärke durch Addition von Gaußschen Vektoren ergibt, von denen jeder gemäß (184) aufgebaut ist, so daß:

$$\hat{\mathfrak{E}} = \mathfrak{E}'_{e00}\,\mathfrak{f}'_{00}(\varphi,\psi)\,\mathfrak{G}'_e(\varphi,\psi) + \mathfrak{E}''_{e00}\,\mathfrak{f}''_{00}(\varphi,\psi)\,\mathfrak{G}''_e(\varphi,\psi) + \ldots \tag{191}$$

oder, unter Benutzung der Schreibweise (187):

$$\hat{\mathfrak{E}}\,De^{j\alpha D} = j\,60\,\Omega\,[\mathfrak{J}'_e\,\mathfrak{F}'_e(\varphi,\psi)\,\mathfrak{G}'_e(\varphi,\psi) + \mathfrak{J}''_e\,\mathfrak{F}''_e(\varphi,\psi)\,\mathfrak{G}''_e(\varphi,\psi) + \ldots], \tag{192}$$

wobei die Striche die einzelnen Gruppen bzw. Einzelstrahler bezeichnen.

Die Gruppencharakteristik ist von der Ausbildung der Einzelstrahler gänzlich unabhängig, wenn diese nur, wie vorausgesetzt, alle die gleiche Strahlungsverteilung haben. Daher gelten (184) und (185) auch dann, wenn jeder der „Einzelstrahler" („Einzelstrahler" im Sinne der betrachteten Gruppe) selbst wieder aus einer Gruppe von Einzelstrahlern besteht. Erforderlich ist nur, daß alle „Untergruppen" die gleiche Anordnung und Betriebsweise aufweisen. Ist die Gruppencharakteristik der Untergruppe $\mathfrak{G}_u(\varphi,\psi)$, so ist die Gesamtstrahlung also:

$$\hat{\mathfrak{E}} = \mathfrak{E}_{e00}\cdot\mathfrak{f}_{00}(\varphi,\psi)\cdot\mathfrak{G}_u(\varphi,\psi)\cdot\mathfrak{G}_e(\varphi,\psi). \tag{193}$$

Die Aufteilung verwickelter Anordnungen in Gruppen und deren Aufteilung in Untergruppen ist nur von Zweckmäßigkeitsgesichtspunkten abhängig, was unter **(115)** an einem Beispiel erläutert wird.

Die „Horizontalstrahlungskennlinie" [vgl. unter **(27)** und **(28)**] berechnet sich bei Strahlengruppen gemäß (189) aus:

$$\left[\hat{\mathfrak{f}}_{00}(\varphi,\psi)\right]_{\varphi=0} = \left[\frac{\mathfrak{F}_e(\varphi,\psi)}{\mathfrak{F}_e(\varphi_{00},\psi_{00})}\right]_{\varphi=0}\cdot\left[\frac{\mathfrak{G}_e(\varphi,\psi)}{\mathfrak{G}_e(\varphi_{00},\psi_{00})}\right]_{\varphi=0}. \tag{194}$$

Weisen die Einzelstrahler Rundstrahlung auf, so daß:

$$\left[\frac{\mathfrak{F}_e(\varphi,\psi)}{\mathfrak{F}_e(\varphi_{00},\psi_{00})}\right]_{\varphi=0} = \text{konst}, \tag{195}$$

so wird einfach:

$$\left[\hat{\mathfrak{f}}_{00}(\varphi,\psi)\right]_{\varphi=0} = \text{konst}\cdot\left[\frac{\mathfrak{G}_e(\varphi,\psi)}{\mathfrak{G}_e(\varphi_{00},\psi_{00})}\right]_{\varphi=0} = \text{konst}\,[\mathfrak{g}_{00}(\varphi,\psi)]_{\varphi=0}. \tag{196}$$

Die Horizontalstrahlungskennlinie stimmt dann also mit der Gruppencharakteristik in der waagerechten Ebene überein.

Die „Vertikalstrahlungskennlinie" berechnet sich entsprechend mit $\psi = \text{konst}$.

b) Strahlerpaar

(38) Für eine Gruppe von zwei Einzelstrahlern, ein „Strahlerpaar", ist die Gesamtfeldstärke bereits unter **(29)** aufgestellt worden. Die dortige Ableitung kann gewissermaßen als Erläuterung zu den allgemeinen Betrachtungen unter **(37)** dienen. Der Ursprung ist in

die Mitte zwischen die im Abstand 2a befindlichen Strahler gelegt (vgl. Abb. 37 und 38), und es ist gesetzt:

$$\mathfrak{F}_1(\varphi, \psi) = \mathfrak{F}_2(\varphi, \psi) = \mathfrak{F}_e(\varphi, \psi)$$

$$\mathfrak{J}_1 = \mathfrak{J}_e\, e^{-j\delta}; \qquad \mathfrak{J}_2 = p\mathfrak{J}_e\, e^{+j\delta},$$

so daß p das Amplitudenverhältnis, $2\,\delta$ die Phasenverschiebung der Einzelstrahlerströme ist. Für die unter (37) eingeführten Größen gilt daher:

$$p_1 = 1; \qquad p_2 = p; \qquad \delta_1 = \delta; \qquad \delta_2 = -\delta$$

Anordnung: übereinander: $D_1 - D = -(D_2 - D) = -\alpha\, a \sin\varphi$

Anordnung: nebeneinander: $D_1 - D = -(D_2 - D) = -\alpha\, a \cos\varphi \cos\psi$.

Aus (185) oder einfacher durch Vergleich von (136) bzw. (140) mit (187) ergibt sich der Betrag der Gruppencharakteristik für die beiden Anordnungen zu:

Anordnung: übereinander: $|\mathfrak{G}_e(\varphi, \psi)| = \sqrt{1 + p^2 + 2p\cos 2(\delta - \alpha\, a \sin\varphi)}$ (197)

Anordnung: nebeneinander: $|\mathfrak{G}_e(\varphi, \psi)| = \sqrt{1 + p^2 + 2p\cos 2(\delta - \alpha\, a \cos\varphi \cos\psi)}$. (198)

Die Phase γ von $\mathfrak{G}_e(\varphi, \psi) = |\mathfrak{G}_e(\varphi, \psi)|\, e^{-j\gamma}$ ist von der Richtung abhängig. Für die übereinander angeordneten Strahler z. B. ist sie durch (137) gegeben.

Sind die Einzelstrahlerströme (genauer: die Produkte $J_1 \cdot F_1(\varphi_{00}, \psi_{00})$ und $I_2 \cdot F_2(\varphi_{00}, \psi_{00})$) gleich groß, so daß $p = 1$, so wird $\gamma = 0$ und (197) bzw. (198) geht über in:

Anordnung: übereinander: $\mathfrak{G}_e(\varphi, \psi) = 2\cos(\delta - \alpha a \sin\varphi)$ (199)

Anordnung: nebeneinander: $\mathfrak{G}_e(\varphi, \psi) = 2\cos(\delta - \alpha a \cos\varphi \cos\psi)$. (200)

In (197) und (199) kommt — im Gegensatz zu (198) und (200) — der Längenwinkel ψ nicht vor. Bei den übereinander angeordneten Strahlern ist also die Gruppencharakteristik in allen Meridianebenen die gleiche. D. h., es liegt Rundstrahlung vor, wenn die Einzelstrahler Rundstrahler sind. Bei den nebeneinander angeordneten Strahlern ist das anders. Für diese sind — wieder unter der Annahme, daß die Einzelstrahler Rundstrahlung aufweisen — in Abb. 54*) einige Horizontalstrahlungskennlinien dargestellt, unter Zugrundelegung von $p = 1$. Sie berechnen sich gemäß (196) und (200) aus:

$$[\hat{\mathfrak{f}}_{00}(\varphi, \psi)]_{\varphi=0} = \text{konst} \cdot \cos(\delta - \alpha a \cos\psi). \qquad (201)$$

*) Diese Abb. ist übernommen aus einer Arbeit von G. H. Brown [21].

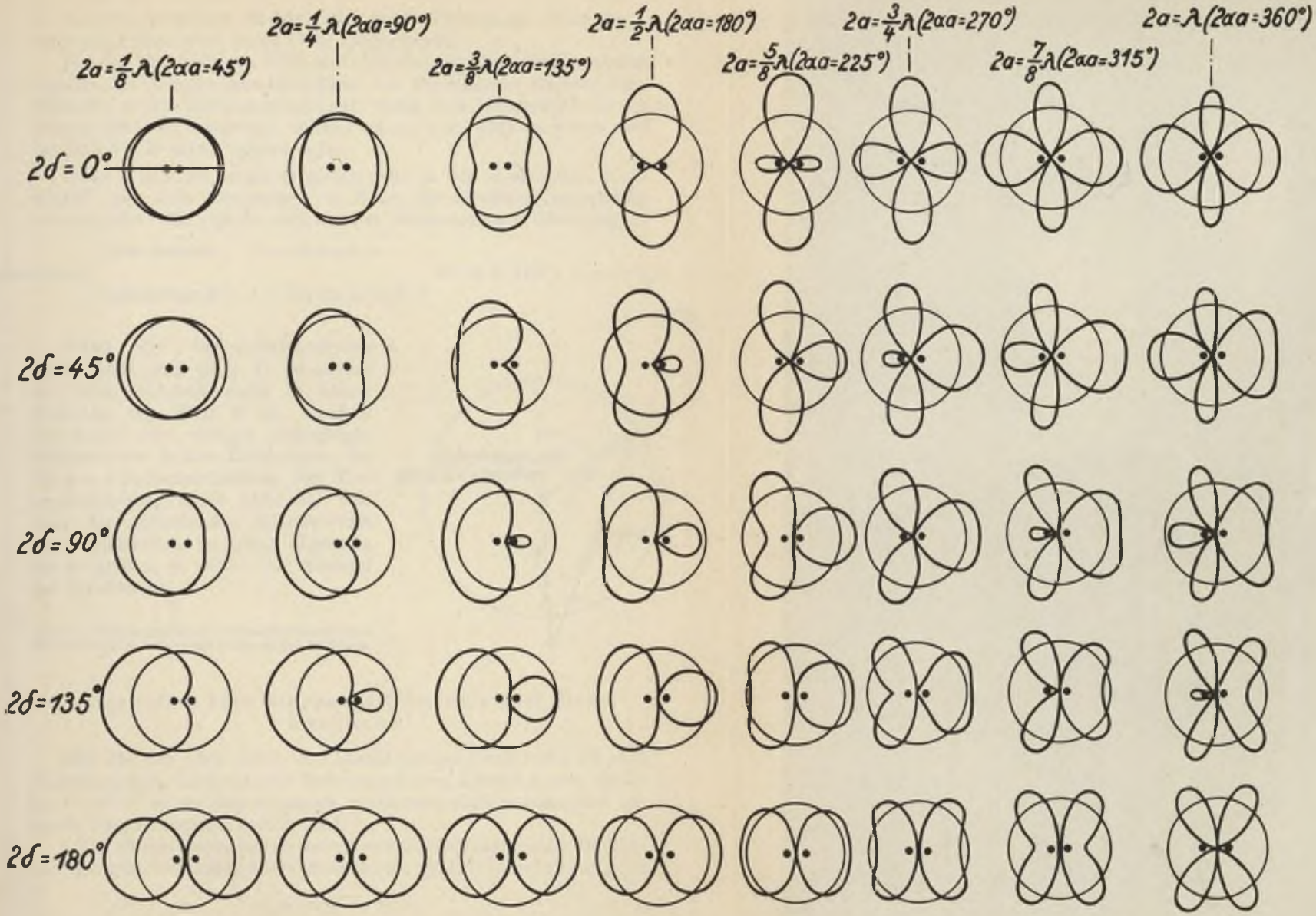


Abb. 54. Horizontalstrahlungskennlinien eines Strahlerpaares aus zwei Rundstrahlern für verschiedene Abstände $2a$ und verschiedene Phasenverschiebungen 2δ der (gleich großen) Ströme, bei gleicher Strahlungsleistung (nach G. H. Brown [21]).

Verlag von S. Hirzel in Leipzig

Auf den gewählten Maßstab und die Bedeutung der dünn eingetragenen Kreise wird unter **(102)** eingegangen.

Wie der Vergleich von (201) und (199) zeigt, stellen die Kennlinien zugleich die Gruppencharakteristiken von übereinander angeordneten Strahlern in den Meridianebenen dar, wobei dem Längenwinkel ψ der Winkel $(90 - \varphi)$ entspricht. Hierzu sei auch auf **(31)** verwiesen, wo der Fall $\delta = 0$ näher behandelt ist.

Wenn $p = 1$ ist, treten möglicherweise in den Kennlinien „Nullwinkel" auf, d. h. Richtungen, in denen die Strahlung vollständig verschwindet. Sie ergeben sich aus den transzendenten Gleichungen:

$$\text{Anordnung}\begin{cases}\text{übereinander:} & \delta - \alpha a \sin\varphi = \\ \text{nebeneinander:} & \delta - \alpha a \cos\varphi \cos\psi = \end{cases} 90^\circ + k \cdot 180^\circ; \quad k = 0, 1, 2 \ldots \tag{202}$$

Wenn die Einzelstrahlerströme nicht gleich sind ($p \neq 1$), so nimmt die Gruppencharakteristik in keiner Richtung den Wert 0 an, sondern nur mehr oder weniger ausgeprägte Mindestwerte in den Richtungen, die für $p = 1$ Nullwinkel wären. Zur Veranschaulichung dient Abb. 55. Die Zahl der auftretenden Mindestwerte bzw. Nullstellen ist ganz allgemein um so größer, je größer der Abstand der Strahler ist.

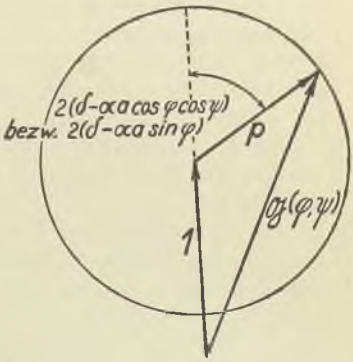


Abb. 55. Vektordiagramm der Feldstärke von zwei Einzelstrahlern mit verschieden großen Strömen.

c) Allgemeines über Gruppen mit mehr als zwei Einzelstrahlern

(39) Bei fast allen Arten von Strahlergruppen mit mehr als zwei Einzelstrahlern, die praktische Bedeutung haben, können je zwei Strahler ν' und ν'' so zu Strahlerpaaren zusammengefaßt werden, daß folgende Punkte zugleich erfüllt sind:

1. Die Effektivwerte der Ströme eines Strahlerpaares (unter Berücksichtigung der Beträge der Strahlungsmaße; vgl. (178)) sind gleich groß:

$$p_\nu' = p_\nu'' = p_\nu .$$

2. Die Phasen der Ströme eines Paares (bezogen auf die Phase des passend gewählten Bezugsstrahlers und unter Berücksichtigung der

Phasen der Strahlungsmaße; vgl. (179)) haben gleichen Betrag und entgegengesetztes Vorzeichen:

$$\delta_\nu' = -\delta_\nu'' = \delta_\nu .$$

3. Die von der Richtung φ, ψ abhängigen Gangunterschiede eines Paares (bezogen auf den passend gelegten Ursprung) haben ebenfalls gleichen Betrag und entgegengesetztes Vorzeichen:

$$D_\nu' - D = -(D_\nu'' - D) = D_\nu - D .$$

Dieser letztere Punkt bedeutet, daß die Anordnung jedes Paares symmetrisch zum Ursprung ist. Dann – und nur dann – ist die Phase der resultierenden Strahlung eines Paares, deren Gruppencharakteristik dargestellt ist durch:

$$\mathfrak{G}_\nu(\varphi, \psi) = p_\nu' \, e^{-j(\delta_\nu' + \alpha(D_\nu' - D))} + p_\nu'' \, e^{+j(\delta_\nu'' + \alpha(D_\nu'' - D))},$$

unabhängig von der Richtung und für alle Paare die gleiche. Bei einer Gruppe z. B., für deren Strahlerpaare zwar eine Symmetrie**achse**, aber kein Symmetrie**punkt** (Schnittpunkt dreier senkrechter Symmetrieachsen) besteht, ist die Phase der resultierenden Strahlung eines Paares höchstens für die auf dieser Achse senkrechten Richtungen gleichbleibend (nämlich wenn Punkt 1 und 2 erfüllt sind), nicht dagegen für andere Richtungen.

Diese drei Punkte können kurz folgendermaßen zusammengefaßt werden: Die Strahlerpaare sind symmetrisch zum Ursprung angeordnet und gespeist.

Die Ermittlung der Gesamtgruppencharakteristik, die ja in einer vektoriellen Addition gemäß der Vorschrift (185) besteht, vereinfacht sich dann stark, da sie auf eine algebraische Addition zurückgeführt wird:

$$\mathfrak{G}_e(\varphi, \psi) = \sum_{\nu=1}^{\frac{N}{2}} 2\, p_\nu \cos\left[\delta_\nu + \alpha\,(D_\nu - D)\right]. \tag{203}$$

Dadurch wird auch die zahlenmäßige Auswertung wesentlich erleichtert und übersichtlicher, was in der Technik bei größerer Strahlerzahl nicht unwesentlich ist.

Symmetrische Anordnungen haben nur in einem Fall eine ungerade Zahl: Wenn sich ein Einzelstrahler im Ursprung befindet. Daß dieser Fall keine Ausnahme bildet, erkennt man leicht daraus, daß man sich den Einzelstrahler im Ursprung aus zwei Einzelstrahlern bestehend denken kann, die zusammenfallen.

Selbstverständlich ist (203) auch dann anwendbar, wenn jeder „Einzelstrahler" selbst wieder aus einer Gruppe von Einzelstrahlern besteht, vorausgesetzt, daß alle Untergruppen die gleiche Strahlungsverteilung haben.

d) Gerade Gruppe

(40) Zunächst sei eine Gruppe betrachtet, deren symmetrisch angeordnete und gespeiste Strahlerpaare auf einer Geraden liegen, im folgenden „gerade Gruppe" genannt [22] [23]. Fällt ihre Achse mit der Polarachse zusammen (übereinander liegende Strahler wie in Abb. 37), so ist: $D_\nu - D = -\alpha a_\nu \sin\varphi$, wo a_ν der Abstand der Strahler des ν-ten Paares vom Ursprung ist, womit:

$$\mathfrak{G}_e(\varphi, \psi) = \sum_{\nu=1}^{\frac{N}{2}} 2\, p_\nu \cos(\delta_\nu - \alpha a_\nu \sin\varphi)\,. \tag{204}$$

Liegt die Gerade in der Äquatorebene in der Richtung $\psi = \psi_1$ (nebeneinanderliegende Strahler wie in Abb. 38), so ist $D_\nu - D = -\alpha a_\nu \cos\varphi \cos(\psi - \psi_1)$, womit:

$$\mathfrak{G}_e(\varphi, \psi) = \sum_{\nu=1}^{\frac{N}{2}} 2\, p_\nu \cos(\delta_\nu - \alpha a_\nu \cos\varphi \cos(\psi - \psi_1))\,. \tag{205}$$

Die Gruppencharakteristik läßt sich in geschlossener Form angeben, wenn die folgenden drei Punkte zugleich erfüllt sind:

1. Die Ströme (genauer: die Produkte $I_\nu \cdot |_{F_\nu}(\varphi_{00}, \psi_{00})|$ in allen Strahlern gleich groß sind.
2. Benachbarte Strahler den gleichen Abstand voneinander haben.
3. Benachbarte Strahler immer die gleiche Phasendifferenz gegeneinander haben, so daß sich die Phase von Strahler zu Strahler nach Art einer fortschreitenden Welle ändert (Gleichphasigkeit ist ein Sonderfall mit unendlich großer Fortpflanzungsgeschwindigkeit der fortschreitenden Welle).

Je nachdem, ob N gerade oder ungerade ist, liegt die eine oder andere der beiden in Abb. 56 schematisch dargestellten symmetrischen Anordnungen vor.

Bei ungerader Anzahl der Strahler denken wir uns den Strahler im Ursprung in zwei Strahler aufgeteilt. Dann sind $\frac{N+1}{2}$ Strahlerpaare vorhanden. Nimmt man als Bezugsstrom die Summe aller Einzelstrahlerströme: $I_e = N I_1 = N I_2 = \ldots$ und setzt man fest: $F_e(\varphi_{00}, \psi_{00}) = F_1(\varphi_{00}, \psi_{00}) = F_2(\varphi_{00}, \psi_{00}) = \ldots$, so ist für das (zusammenfallende) Strahlerpaar im Ursprung einzusetzen:

$$p_1' = p_1'' = \frac{1}{2N}$$

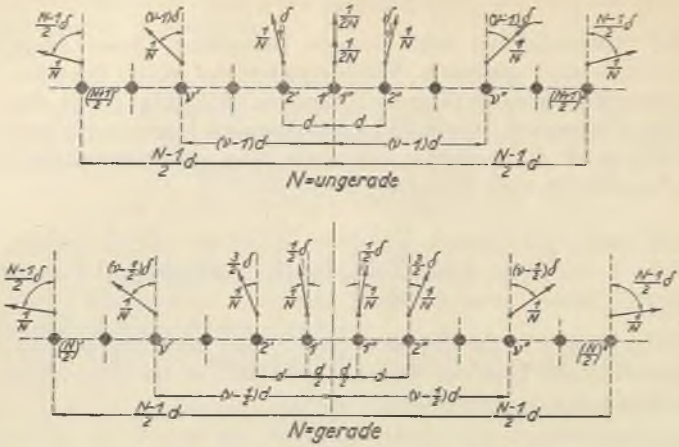


Abb. 56. Gerade Gruppe mit ungerader und mit gerader Strahlerzahl N (die Vektoren über den durch Punkte angedeuteten Strahlern stellen die Ströme in diesen noch Amplitude und Phase dar).

und für die übrigen Strahlerpaare mit den Ordnungszahlen $\nu = 2, 3 \ldots \frac{N+1}{2}$:

$$p'_\nu = p''_\nu = \frac{1}{N}.$$

Ferner ist die Phase:

$$\delta'_\nu = -\delta''_\nu = (\nu - 1)\,\delta$$

und der Abstand vom Ursprung:

$$a'_\nu = a''_\nu = (\nu - 1)\,d.$$

Damit ergibt sich gemäß (204):

$$\mathfrak{G}_S(\varphi, \psi) = \frac{2}{N}\left[\frac{1}{2} + \sum_{\nu=2}^{\frac{N+1}{2}} \cos\left[(\nu - 1)\,(\delta - \alpha d \sin\varphi)\right]\right]. \quad (205)$$

Der Index S soll darauf hinweisen, daß als Strom des Bezugsstrahlers die Summe der Ströme aller Einzelstrahler zugrunde gelegt ist.

Wird gesetzt: $(\delta - \alpha d \sin\varphi) = u$, und wird die komplexe Darstellung angewendet:

$$2\cos u = e^{ju} + e^{-ju},$$

so ergeben sich für $\mathfrak{G}(\varphi, \psi)$ zwei geometrische Reihen, auf die die bekannte Summenformel angewendet werden kann. So erhält man schließlich:

$$\mathfrak{G}_S(\varphi, \psi) = \frac{\sin \frac{N}{2}(\delta - \alpha d \sin \varphi)}{N \sin \frac{1}{2}(\delta - \alpha d \sin \varphi)}. \tag{206}$$

Für N gerade ist:

$$p_\nu = \frac{1}{N}; \qquad \delta_\nu = \left(\nu - \frac{1}{2}\right)\delta; \qquad a_\nu = \left(\nu - \frac{1}{2}\right)d,$$

womit nach Einsetzen in (204):

$$\mathfrak{G}_S(\varphi, \psi) = \frac{2}{N}\left[\cos \frac{1}{2}(\delta - \alpha d \sin \varphi) + \cos \frac{3}{2}(\delta - \alpha d \sin \varphi) + \ldots \cos \frac{N-1}{2}(\delta - \alpha d \sin \varphi)\right].$$

Man kann sich diese Reihe durch Subtraktion zweier Reihen entstanden denken:

$$\mathfrak{G}_S(\varphi, \psi) = \frac{2}{N}\left[\sum_{\nu=1}^{N} \cos\left(\nu \frac{u}{2}\right) - \sum_{\nu=1}^{\frac{N}{2}} \cos(\nu u)\right].$$

Indem man bei jeder der beiden Summen in der gleichen Weise wie bei (205) vorgeht, und die so erhaltene Zwischenlösung durch Anwendung der Additionstheoreme für trigonometrische Funktionen umformt, findet man, daß für gerade N die Beziehung (206) unverändert gilt.

Bei den nebeneinander angeordneten Strahlern tritt an die Stelle von $\sin \varphi$ einfach $\cos \varphi \cos(\psi - \psi_1)$:

$$\mathfrak{G}_S(\varphi, \psi) = \frac{\sin \frac{N}{2}(\delta - \alpha d \cos \varphi \cos(\psi - \psi_1))}{N \sin \frac{1}{2}(\delta - \alpha d \cos \varphi \cos(\psi - \psi_1))}. \tag{207}$$

Um die durch (206) bzw. (207) gegebene Charakteristik der geraden Gruppe besser übersehen zu können, betrachten wir zunächst die Funktion v von u:

$$v = \frac{\sin N u}{N \sin u}. \tag{208}$$

Sie ist in Abb. 57 für verschiedene ganzzahlige N dargestellt. Sie erreicht ihren Höchstwert 1 bei $u = 0°, 180°, 360° \ldots$ Zwischen 0° und 180° bzw. 180° und 360° usw. liegen jedesmal $(N - 2)$ weitere Höchstwerte, deren Betrag aber stets kleiner als 1 ist. Ihre Lage, d. h. der zugehörige Wert u_M ist, wie sich aus dem Ansatz $\frac{dv}{du} = 0$ ergibt, bestimmt durch die transzendente Gleichung:

$$N \operatorname{tg} u_M = \operatorname{tg} N u_M. \tag{209}$$

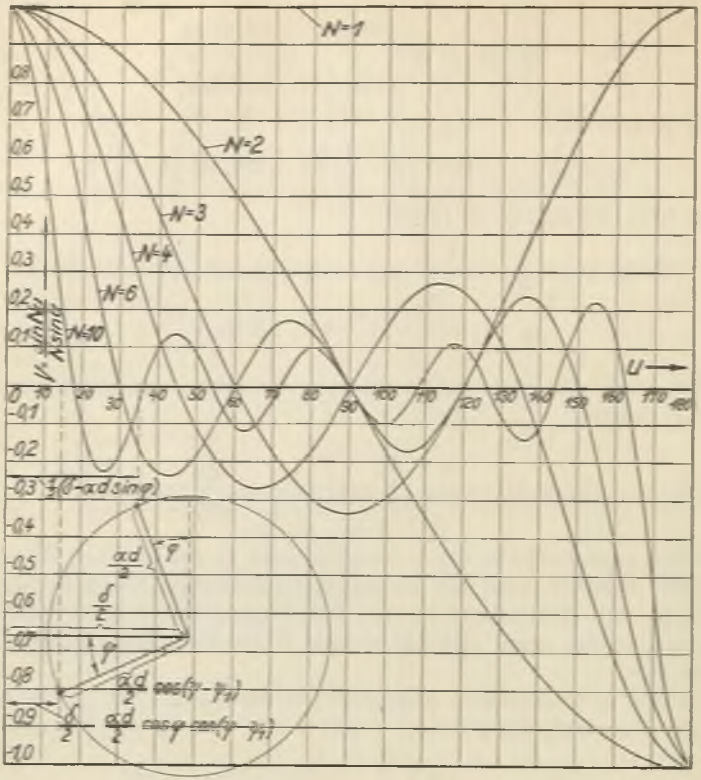


Abb. 57. Die Funktion $v = \frac{\sin Nu}{N \sin u}$.

Die Zahl der Nullstellen zwischen 0° und 180° ist $(N - 1)$. Ihre Lage ist einfach gegeben durch:

$$u_0 = k \cdot \frac{180}{N} \quad k = 1, 2, 3 \ldots (N - 1). \tag{210}$$

Die Gruppencharakteristik geht nun aus der Funktion v hervor, wenn für u eingesetzt wird:

$u = \frac{1}{2}(\delta - \alpha d \sin\varphi)$ für übereinanderliegende Strahler, bzw.

$u = \frac{1}{2}(\delta - \alpha d \cos\varphi \cos(\psi - \psi_1))$ für nebeneinanderliegende Strahler.

Die Vertikalstrahlungskennlinie erhält man, wenn man φ alle Werte von 0 bis 180° durchlaufen läßt. u ändert sich dann sinusförmig zwischen den Werten: $u = \frac{1}{2}\delta$ und $u = \frac{1}{2}(\delta - \alpha d)$ bzw.

zwischen: $u = \frac{1}{2}(\delta - \alpha d \cos(\psi - \psi_1))$ und $u = \frac{1}{2}(\delta + \alpha d \cos(\psi - \psi_1))$. Die Horizontalstrahlungskennlinie erhält man, wenn man mit $\varphi = 0$ den Längenwinkel ψ alle Werte zwischen 0 und 360° durchlaufen läßt. Für übereinanderliegende Strahler ist dann $u = \frac{1}{2}\delta$. Für nebeneinanderliegende Strahler ändert sich u sinusförmig zwischen den Werten: $u = \frac{1}{2}(\delta - \alpha d)$ und $u = \frac{1}{2}(\delta + \alpha d)$. Man kann also aus Abb. 57 die Vertikalstrahlungskennlinie irgendeiner geraden Gruppe auf einfache Weise entnehmen, wenn man einen Kreis vom Radius $\frac{1}{2}\alpha d$ bzw. $\frac{1}{2}\alpha d \cdot \cos(\psi - \psi_1)$ im Abstand $u = \frac{1}{2}\delta$ von der Ordinatenachse einträgt, den Endpunkt des laufenden Radius auf die Abszissenachse projiziert und den zugehörigen Wert $\mathfrak{G}(\varphi, \psi) = v(u)$ abliest, wie in Abb. 57 an einem Beispiel gezeigt ist [23]. Dieser Wert muß natürlich noch mit dem entsprechenden Wert von $\mathfrak{f}(\varphi, \psi)$ multipliziert werden. Entsprechend erhält man die Horizontalstrahlungskennlinie der nebeneinanderliegenden Strahler. Die Lage der Höchstwerte von $\mathfrak{G}(\varphi, \psi)$ mit dem Betrag 1 ist gegeben durch: $u = k \cdot 180°$ mit: $k = 0, 1, 2, \ldots$ Daraus folgt für den Erhebungs- bzw. Längenwinkel des „Hauptstrahls" bei gegebener Phasendifferenz δ und gegebenem Abstand d:

$$\sin \varphi_M = \frac{\delta - 2k\pi}{\alpha d} \quad \text{für übereinanderliegende Strahler,}$$
$$\cos \varphi_M \cdot \cos(\psi_M - \psi_1) = \frac{\delta - 2k\pi}{\alpha d} \quad \text{für nebeneinanderliegende Strahler.} \tag{211}$$

Umgekehrt kann hieraus die einzustellende Phasendifferenz δ berechnet werden, wenn der Höchstwert in eine gewünschte Richtung fallen soll, also φ_M und ψ_M gegeben sind. Die Lage der anderen Höchstwerte läßt sich aus (209) bestimmen. Die Nullwinkel ergeben sich aus (210). Ihre Zahl ist ganz allgemein um so größer, je größer das Winkelmaß αd des Abstandes und je größer die Zahl N der Strahler ist.

Als Beispiel sei die sog. „Franklin-Antenne" betrachtet, die in Abb. 58 schematisch dargestellt ist. Sie besteht aus mehreren senkrechten, aufeinandergesetzten $\frac{\lambda}{2}$-Dipolen, die gleichphasig und mit gleichen Strömen erregt sind. Diese Anordnung kann z. B. dadurch verwirklicht werden, daß in einen senkrechten Leiter, dessen Höhe ein Vielfaches von $\frac{\lambda}{2}$ ist, in Abständen von $\frac{\lambda}{2}$ nichtstrahlende Phasenumkehrglieder eingeschaltet werden. Die Strahlungsverteilung der Einzelstrahler (ohne ihre Spiegelbilder in der Erde) ist in diesem Fall durch (148) dargestellt, die Gruppencharakteristik durch (206) mit $d = \frac{\lambda}{2}$, $\delta = 0$ und

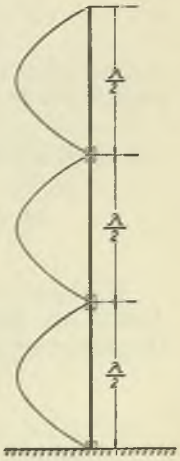


Abb. 58. Franklin-Antenne (schematisch)

$N = 2N'$, wenn N' die Anzahl der wirklich vorhandenen Dipole (ohne die Spiegelbilder). In Abb. 59 sind einige Vertikalstrahlungskennlinien aufgetragen.

Bei großer Zahl der Strahler und kleinem Abstand lassen sich (206) bzw. (207) noch etwas anders schreiben, wenn die Gesamtbreite b der Gruppe:

$$b = (N - 1)d$$

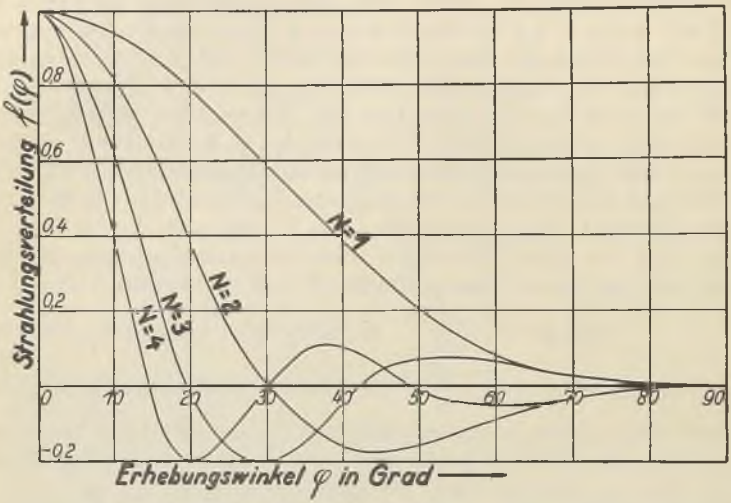


Abb. 59. Vertikalstrahlungskennlinien einer Franklin-Antenne für verschiedene Anzahl N der Dipole.

und die Phasendifferenz δ_g der äußersten Strahler gegeneinander eingeführt werden:

$$\delta_g = (N - 1)\delta.$$

Aus (206) ergibt sich:

$$\mathfrak{G}_S(\varphi, \psi) = \frac{\sin \frac{1}{2}\left[\frac{N}{N-1}\delta_g - \frac{N}{N-1}\alpha b \sin\varphi\right]}{N \sin \frac{1}{2}\left[\frac{1}{N-1}\delta_g - \frac{1}{N-1}\alpha b \sin\varphi\right]}. \tag{212}$$

Wird jetzt bei gleichbleibenden, endlichen Werten für δ_g und b die Anzahl der Strahler mehr und mehr vergrößert, so nähert sich die Gruppencharakteristik der Form:

$$\mathfrak{G}_S(\varphi, \psi) = \frac{\sin \frac{1}{2}(\delta_g - \alpha b \sin\varphi)}{\frac{1}{2}(\delta_g - \alpha b \sin\varphi)}. \tag{213}$$

Sie gilt für die übereinander angeordneten Strahler. Entsprechend geht aus (207) für die nebeneinanderliegenden Strahler hervor:

$$\mathfrak{G}_S(\varphi, \psi) = \frac{\sin \frac{1}{2}(\delta_g - \alpha b \cos \varphi \cos(\psi - \psi_1))}{\frac{1}{2}(\delta_g - \alpha b \cos \varphi \cos(\psi - \psi_1))}. \tag{214}$$

Diese Formeln können natürlich auch ohne Zuhilfenahme von (206) und (207) durch einfache Integration abgeleitet werden. Die Eigenschaften der Gruppencharakteristik lassen sich in der gleichen Weise, wie an Hand von (206) und (207) erläutert worden ist, aus dem Verlauf der Funktion:

$$v = \frac{\sin x}{x}$$

ablesen, die in Abb. 60 dargestellt ist. v erreicht einen Höchstwert vom Betrage 1 nur für $x = 0$, d. h. für:

$$\sin \varphi_M = \frac{\delta_g}{\alpha b} \quad \text{bzw.} \quad \cos \varphi_M \cdot \cos(\psi_M - \psi_1) = \frac{\delta_g}{\alpha b}. \tag{215}$$

Die Lage der anderen Höchstwerte ergibt sich aus der transzendenten Gleichung:

$$\operatorname{tg} x = x. \tag{216}$$

Die ersten beiden Höchstwerte von x lassen sich aus Abb. 60 ablesen. Nullwinkel sind vorhanden für:

$$x = \mathrm{k} \cdot \pi, \quad \text{wo} \quad \mathrm{k} = 1, 2, 3 \ldots$$

e) Kreisgruppe

(41) Eine andere technisch wichtige Form der Gruppe ist die Anordnung der Strahler auf einem Kreis in der Äquatorebene, die wir als „Kreisgruppe" bezeichnen wollen. Es bedeutet keine Einschränkung von praktischer Bedeutung, wenn wir voraussetzen, daß die Zahl der Strahler gerade sei. Dann lassen sich zwei diametral gegenüberliegende Strahler zu einem Paar zusammenfassen. Sind diese „symmetrisch" gespeist (vgl. unter (39)), so ist (203) anwendbar. Mit r als Halbmesser wird:

$$D_\nu - D = -r \cos \varphi \cos(\psi - \psi_\nu),$$

wo ψ_ν der Längenwinkel des ν-ten Paares ist, so daß:

$$\mathfrak{G}_e(\varphi, \psi) = \sum_{\nu=1}^{\frac{N}{2}} 2 p_\nu \cos(\delta_\nu - \alpha r \cos \varphi \cos(\psi - \psi_\nu)).$$

Wir wollen uns hier im Hinblick auf die praktische Bedeutung auf solche Kreisgruppen beschränken, bei denen die Strahler regelmäßig auf dem Kreisumfang verteilt sind, so daß sie die Ecken eines regelmäßigen N-Ecks bilden. Für derartige Anordnungen werden im Schrifttum [24]

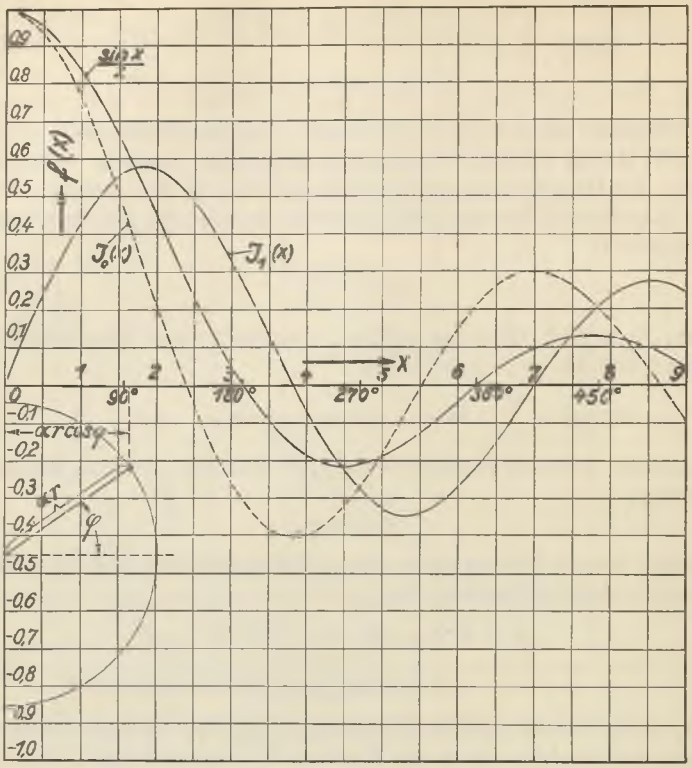


Abb. 60. Die Funktionen $\frac{\sin x}{x}$, $J_0(x)$ und $J_1(x)$.

[25] [26] auch die Bezeichnungen gebraucht: „Polygonantenne", „Vieleckantenne", „Flächenantenne" und „Zylinderantenne".

Legt man die Richtung $\psi = 0$ durch das Strahlerpaar $\nu = 1$, so ist:

$$\psi_\nu = \frac{2\pi}{N}(\nu - 1).$$

Weiter nehmen wir an, daß die Ströme [genauer: die Produkte $I_\nu F_\nu$ $(\varphi_{00}, \psi_{00})$] aller Paare gleich groß sind; $p_\nu = p$. Nehmen wir als Strom I_e des Bezugsstrahlers die Summe aller Einzelstrahler-Ströme $I_e = N \cdot I_1 = N \cdot I_2 = \ldots$, und setzen wir fest: $F_e\ (\varphi_{00}, \psi_{00}) = F_1\ (\varphi_{00}, \psi_{00}) = \ldots$, so ist $p = \frac{1}{N}$. Damit stellt sich die Gruppencharakteristik dar als:

$$\mathfrak{G}_S(\varphi, \psi) = \frac{2}{N} \sum_{\nu=1}^{\frac{N}{2}} \cos\left[\delta_\nu - \alpha r \cos\varphi \cos\left(\psi - \frac{2\pi}{N}(\nu - 1)\right)\right]. \quad (217)$$

Der Index S soll darauf hinweisen, daß als Strom des Bezugsstrahlers die Summe aller Einzelstrahlerströme zugrundegelegt ist.

Der einfachste Fall ist der, daß die Phase aller Strahler die gleiche ist ($\delta_\nu = 0$), womit (217) übergeht in:

$$\mathfrak{G}_S(\varphi, \psi) = \frac{2}{N} \sum_{\nu=1}^{\frac{N}{2}} \cos\left[\alpha r \cos\varphi \cos\left(\psi - \frac{2\pi}{N}(\nu - 1)\right)\right]. \quad (218)$$

Für $\varphi = 90°$ erreicht $\mathfrak{G}_S(\varphi, \psi)$ seinen absoluten Höchstwert 1, da dann die Glieder unter dem Summenzeichen alle den Wert 1 annehmen.

So erhält man z. B. für 4 Strahler:

$$\mathfrak{G}_S(\varphi, \psi) = \frac{1}{2} \cos(\alpha r \cos\varphi \cos\psi) + \frac{1}{2} \cos(\alpha r \cos\varphi \sin\psi) \quad (219)$$

und für 6 Strahler:

$$\mathfrak{G}_S(\varphi, \psi) = \frac{1}{2} \cos(\alpha r \cos\varphi \cos\psi) + \frac{1}{3} \cos(\alpha r \cos\varphi \cos(\psi - 60°)$$
$$+ \frac{1}{3} \cos(\alpha r \cos\varphi \cos(\psi + 60°)). \quad (220)$$

In Abb. 61 ist als Beispiel die Vertikalstrahlungskennlinie für 6, auf einem Kreis mit $r = \frac{1}{3}\lambda$ angeordnete rundstrahlende Einzelstrahler mit sinusförmiger Strahlungsverteilung ($\mathfrak{f}_0(\varphi, \psi) = \cos\varphi$) in den Symmetrieebenen $\psi = 0$ und $\psi = 30°$ wiedergegeben. Die Strahlungen in verschiedenen senkrechten Ebenen weichen nur sehr wenig voneinander ab (maximal 3%). Die Gruppe weist also nahezu ebenfalls Rundstrahlung auf. Hierauf wird weiter unten noch näher eingegangen.

Die Gruppencharakteristik der unendlich dicht (kontinuierlich) mit Strahlern besetzten Kreislinie, bei der alle Ströme gleich groß und gleichphasig sind, läßt sich aus (218) leicht ableiten. Wir setzen zur Abkürzung:

$$\psi - \frac{2\pi}{N}(\nu - 1) = -\psi'$$

$$\frac{2\pi}{N} = \Delta\psi'.$$

Läßt man N größer und größer werden, so geht die Summe schließlich in das Integral über:

$$\mathfrak{G}_S(\varphi, \psi) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(\alpha r \cos\varphi \cos\psi')\, d\psi'.$$

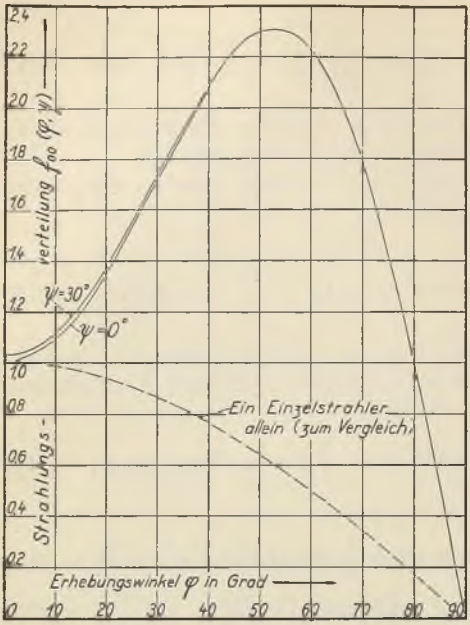


Abb. 61. Vertikalstrahlungskennlinien einer gleichphasig erregten Gruppe aus 6, auf einem Kreis vom Halbmesser $r = \frac{\lambda}{3}$ angeordneten rundstrahlenden Einzelstrahlern mit sinusfürmiger Strahlungsverteilung in den Ebenen der Längenwinkel $\varphi = 0$ und $\varphi = 30°$.

Dieses Integral ist aber die Besselsche Funktion nullter Ordnung $J_0(x)$*) vom Argument $x = \alpha r \cos \varphi$:

$$\mathfrak{G}_S(\varphi, \psi) = J_0(\alpha r \cos \varphi). \tag{222}$$

In Abb. 60 ist $J_0(x)$ dargestellt. Der Verlauf dieser Funktion ist ganz ähnlich dem Verlauf der bei der geraden Gruppe auftretenden Funktion $\frac{\sin x}{x}$. Der Höchstwert 1 wird erreicht für $x = 0$. Die Lage der anderen Höchstwerte und der Nullstellen geht aus der Abb. 60 hervor. Die Gruppencharakteristik ergibt sich durch Einsetzen des Argumentes $x = \alpha r \cos \varphi$. Das Argument x kann also aufgefaßt werden als die Projektion des Radius in einem Kreis mit dem Halbmesser αr, der den Winkel φ mit der x-Achse bildet, wie in Abb. 60 angedeutet.

In Abb. 62 ist als Beispiel die Vertikalstrahlungskennlinie für verschiedene Halbmesser dargestellt, für die $J_0(\alpha r)$ ausgezeichnete Werte (Null oder Höchstwert) annimmt.

(42) Wir nehmen nun an, die Phasen der Ströme in den Einzelstrahlern seien so eingestellt, daß die Gruppencharakteristik in einer bestimmten, an sich beliebigen Richtung φ_M, ψ_M, der „Hauptrichtung", ihren absoluten Höchstwert 1 erreicht. Offenbar muß dazu, wie man aus (217) entnimmt, für die Phase des ν-ten Strahlerpaares gelten:

$$\delta_\nu = \alpha r \cos \varphi_M \cos \left(\psi_M - \frac{2\pi}{N}(\nu - 1)\right). \tag{223}$$

Damit läßt sich schreiben:

*) Diese Funktion ist tabelliert z. B. in Jahnke-Emde, Funktionentafeln, S. 228, Teubner, Leipzig 1933 (2. Aufl.), oder: Keiichi Hayashi, Fünfstellige Funktionentafeln, S. 81, Springer, Berlin 1930.

$$\mathfrak{G}_S(\varphi, \psi) = \frac{2}{N} \sum_{\nu=1}^{\frac{N}{2}} \cos\left\{\alpha r \left[\cos\varphi_M \cos\left(\psi_M - \frac{2\pi}{N}(\nu - 1)\right)\right.\right.$$

$$\left.\left. - \cos\varphi \cos\left(\psi - \frac{2\pi}{N}(\nu - 1)\right)\right]\right. . \tag{224}$$

In dieser nichtgeschlossenen Form ist die Gruppencharakteristik schwer zu übersehen, besonders bei einer größeren Zahl von Strahlern. Wie Stenzel gezeigt hat [26], läßt sie sich durch Entwicklung nach Besselschen Funktionen so umformen, daß unter gewissen Bedingungen einfache Näherungsformeln angewendet werden können. Zur Umformung dient die folgende Beziehung. Auf ihre Ableitung sei hier verzichtet, da sie erheblichen mathematischen Aufwand erfordert.

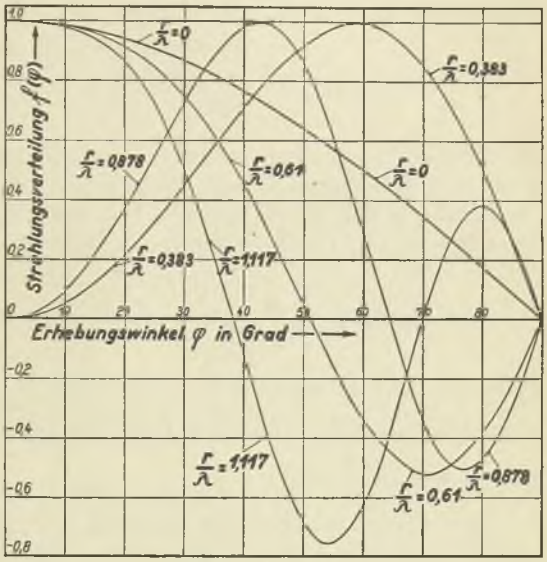


Abb. 62. Vertikalstrahlungskennlinien von gleichphasig erregten Kreisgruppen aus sehr vielen Einzelstrahlern mit sinusförmiger Strahlungsverteilung für verschiedene Halbmesser r.

$$\sum_{\nu=1}^{\frac{N}{2}} \cos\left[u \cos\left(v + \frac{2\pi}{N}(\nu - 1)\right)\right] = \frac{N}{2} J_0(u) + N \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{\frac{kN}{2}} J_{kN}(u) \cdot \cos kNv. \tag{225}$$

$J_0(u)$ ist die Besselsche Funktion nullter Ordnung, $J_{kN}(u)$ die Besselsche Funktion kN-ter Ordnung vom Argument u. Die Zahl N der Strahler ist, wie eingangs vorausgesetzt, gerade. Die ersten Glieder unter dem Summenzeichen sind also gegeben durch $J_N(u)$, $J_{2N}(u)$ usw. Der Wert der Umformung beruht darauf, daß die Besselsche Funktion

bei gleichbleibendem Argument mit steigender Ordnungszahl rasch abnimmt*). Außerdem ist**):

$$|J_{kN}(kN-2)| < 0{,}07. \tag{226}$$

So kann man bei gegebenem N und u und vorgeschriebener Genauigkeit leicht abschätzen, wieviel Glieder unter dem Summenzeichen berücksichtigt werden müssen.

Um (225) auf (224) anwenden zu können, müssen wir noch eine Umformung vornehmen. Wir führen ein:

$$\cos\xi = \frac{\cos\varphi\cos\psi - \cos\varphi_M\cos\psi_M}{\sqrt{(\cos\varphi\cos\psi - \cos\varphi_M\cos\psi_M)^2 + (\cos\varphi\sin\psi - \cos\varphi_M\sin\psi_M)^2}}. \tag{227}$$

Der Winkel ξ stellt zunächst nur eine von φ und ψ abhängige Rechengröße dar. Seine geometrische Deutung ist einfach, trägt jedoch kaum zur Erhöhung der Anschaulichkeit bei, weshalb hier nicht darauf eingegangen sei. In (224) eingesetzt ergibt sich:

$$\mathfrak{G}_S(\varphi,\psi) = \frac{2}{N}\sum_{\nu=1}^{\frac{N}{2}} \cos\left[\alpha\varrho\cos\left(\xi - \frac{2\pi}{N}(\nu-1)\right)\right], \tag{228}$$

wobei zur Abkürzung gesetzt ist:

$$\varrho = r\sqrt{(\cos\varphi\cos\psi - \cos\varphi_M\cos\psi_M)^2 + (\cos\varphi\sin\psi - \cos\varphi_M\sin\psi_M)^2}$$

oder anders geschrieben:

$$\varrho = r\sqrt{\cos^2\varphi + \cos^2\varphi_M - 2\cos\varphi\cos\varphi_M\cos(\psi-\psi_M)}. \tag{229}$$

Für $\varphi = \varphi_M$, $\psi = \psi_M$ ist $\varrho = 0$.

Die Anwendung von (225) auf (227) ergibt:

$$\mathfrak{G}_S(\varphi,\psi) = J_0(\alpha\varrho) + 2\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{\frac{kN}{2}} J_{kN}(\alpha\varrho)\cdot\cos kN\xi. \tag{230}$$

Wie man aus (229) entnimmt, ist stets $\varrho \leqq 2r$. Ist nun

$$N \geqq 2\alpha r + 2, \tag{231}$$

so ist nach (226) das erste Glied unter dem Summenzeichen ($k = 1$) auf jeden Fall kleiner als 0,07, während die übrigen Glieder noch erheblich kleiner sind. Die Glieder unter dem Summenzeichen können

*) Vgl. Jahnke-Emde, Funktionentafeln, Fig. 129, B. G. Teubner, Leipzig 1933 (2. Aufl.).

**) Vgl. Jahnke-Emde, Funktionentafeln, Fig. 131 bzw. S. 242, B. G. Teubner, Leipzig 1933 (2. Aufl.).

dann im allgemeinen vernachlässigt werden, so daß sich die Gruppencharakteristik einfach berechnet aus:

$$\mathfrak{G}_S(\varphi, \psi) = J_0(\alpha\varrho). \tag{232}$$

Dies besagt, daß man bei genügend großer, der Bedingung (231) genügender Zahl der Strahler einer Kreisgruppe so rechnen kann, als ob die Gruppe eine unendlich dicht mit Strahlern besetzte Kreislinie wäre. Umgekehrt folgt, daß sich an der Gruppencharakteristik praktisch nichts mehr ändert, wenn die Zahl der Strahler über den Wert $N = 2\alpha r + 2$ hinaus vergrößert wird. In der Umgebung der Hauptrichtung φ_M, ψ_M genügt übrigens schon eine kleinere Zahl von Strahlern als nach (231) erforderlich ist, um (232) anwenden zu können, da dann $\varrho \ll 2r$.

Den Korrektionsgliedern in (230) kommt eine anschauliche Bedeutung zu. Aus der Definition für ξ geht hervor, daß dieser Winkel in einem einfachen Zusammenhang mit der betrachteten Richtung und der Hauptrichtung steht. Das erste Glied unter dem Summenzeichen von (230) ist nun mit dem cos $N\xi$ multipliziert, d. h. es durchläuft N Höchst- und Mindestwerte, wenn ξ von 0 bis 360° läuft. Entsprechend durchläuft das zweite Glied $2N$ Höchst- und Mindestwerte usw. Diese Glieder stellen also die von vornherein zu erwartende Welligkeit der Gruppencharakteristik dar, die durch die endliche Zahl der Strahler bedingt ist.

In dem bereits untersuchten Sonderfall $\varphi_M = 90°$ (Hauptrichtung in der Achse des Kreises) sind einige Vereinfachungen möglich. Dann wird:

$$\delta_\nu = 0; \quad \varrho = r \cos \varphi; \quad \xi = \psi;$$

$$\mathfrak{G}_S(\varphi, \psi) = J_0(\alpha r \cos\varphi) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{\frac{kN}{2}} J_{kN}(\alpha r \cos\varphi) \cdot \cos kN\psi. \tag{233}$$

(233) stellt die Entwicklung der Formel (218) nach Besselschen Funktionen dar. Da hier $\varrho \leqq r$, so wird die Gruppencharakteristik schon dann genügend genau durch J_0 (αr cos φ) dargestellt, wenn:

$$N \geqq \alpha r + 2. \tag{234}$$

Ist diese Bedingung erfüllt, so ist $\mathfrak{G}(\varphi, \psi)$ praktisch unabhängig von ψ (wenn man von den Korrektionsgliedern absieht), d. h. es liegt Rundstrahlung vor, wenn die Einzelstrahler Rundstrahler sind. Das ist z. B. der Fall bei 4 Antennen für $\alpha r \leqq 2 \left(r \leqq \frac{\lambda}{3}\right)$, bei 6 Antennen für $\alpha r \leqq 4 \left(r \leqq \frac{2}{3}\lambda\right)$, bei 10 Antennen für $\alpha r \leqq 8$ ($r \leqq 1{,}27\,\lambda$). Hierzu sei auch auf Abb. 61 hingewiesen.

Ein anderer Sonderfall ist $\varphi_M = 0$. Der Höchstwert der Gruppencharakteristik fällt dann in die Ebene der Strahler. Die Phase der

Strahler ist einzustellen gemäß der Bedingung (223), die hier lautet:

$$\delta_\nu = \alpha r \cos\left(\psi_M - \frac{2\pi}{N}(\nu - 1)\right). \tag{235}$$

Jedes Strahlerpaar hat also eine andere Phase. Die Gruppencharakteristik erhält man aus (230) durch Einsetzen von:

$$\varrho = r\sqrt{1 + \cos^2\varphi - 2\cos\varphi\cos(\psi - \psi_M)}. \tag{236}$$

$$\cos\xi = \frac{\cos\varphi\cos\psi - \cos\psi_M}{\sqrt{1 + \cos^2\varphi - 2\cos\varphi\cos(\psi - \psi_M)}}. \tag{237}$$

Am stärksten interessiert in diesem Fall die Horizontalstrahlungskennlinie. Mit $\varphi = 0$ wird:

$$\varrho = 2r\sin\frac{\psi - \psi_M}{2}; \qquad \xi = 90^\circ + \frac{\psi + \psi_M}{2}; \tag{238}$$

$$[\mathfrak{G}_S(\varphi,\psi)]_{\varphi=0} = J_0\left(2\alpha r\sin\frac{\psi - \psi_M}{2}\right)$$

$$+ 2\sum_{k=1}^{\infty} J_{kN}\left(2\alpha r\sin\frac{\psi - \psi_M}{2}\right)\cdot\cos\left[k\frac{N}{2}(\psi + \psi_M)\right]. \tag{239}$$

Bei genügend großer Zahl der Strahler gemäß (231) können die Glieder unter dem Summenzeichen vernachläßigt werden. Man sieht, daß dann die Gruppencharakteristik außer von αr nur von der Winkeldifferenz $(\psi - \psi_M)$ abhängt. Das bedeutet, wie von vornherein zu erwarten, daß der Längenwinkel ψ_M der Hauptrichtung auf die Form der Gruppencharakteristik in der Ebene keinen Einfluß hat. Er kann also bei einer fertigen Antennenanlage lediglich durch entsprechende Phaseneinstellung der Einzelstrahler geändert werden, ohne daß sich die Schärfe der Bündelung ändert. Hierin liegt ein Vorteil der Kreisgruppe gegenüber der geraden Gruppe.

Als Beispiel sind in Abb. 63 die Horizontalstrahlungskennlinien einer Kreisgruppe mit 10 rundstrahlenden Einzelstrahlern [vgl. (196)] für verschiedene Halbmesser dargestellt. Man erkennt, wie die Schärfe des Hauptbündels mit dem Halbmesser wächst, aber auch, wie zugleich die Größe und Zahl der Nebenbündel ansteigt.

(43) Auf eine grundsätzlich andere Möglichkeit der Phaseneinstellung ist von Chireix [27] hingewiesen worden. Nach seinem Vorschlag werden die Phasen der Einzelstrahlerströme (bei gleicher Amplitude) so eingestellt, daß sie jeweils ein ganzes Vielfaches M des Längenwinkels des betreffenden Einzelstrahlers sind:

$$\delta_\nu = M\psi_\nu; \quad M = 0, 1, 2, \ldots \tag{240}$$

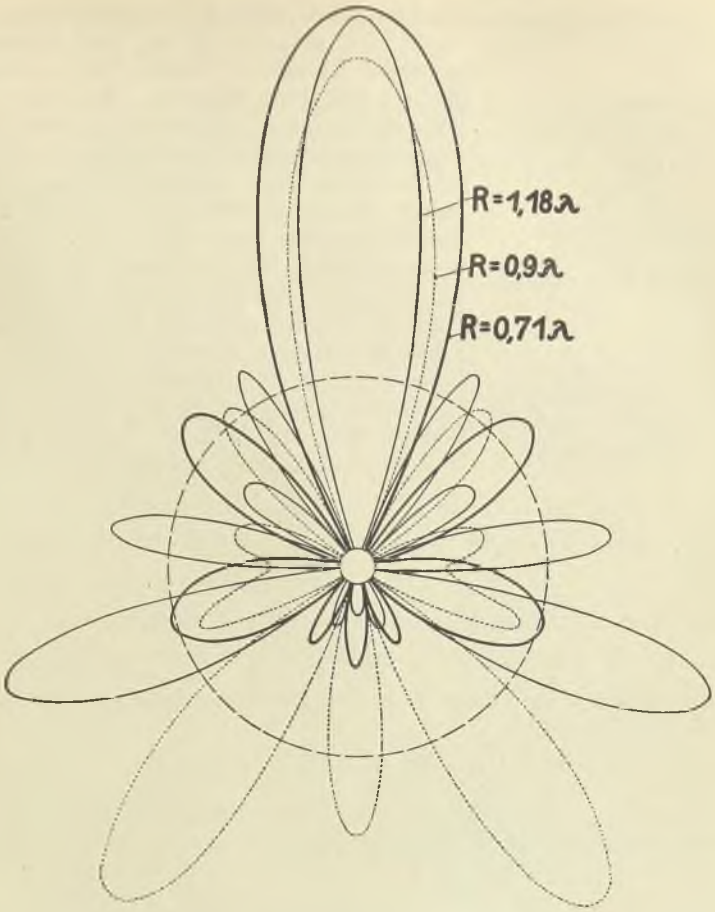


Abb. 63. Horizontalstrahlungskennlinien einer Kreisgruppe aus 10 rundstrahlenden Einzelstrahlern für verschiedene Halbmesser R bei gleichbleibender Strahlungsleistung. Der gestrichelte Kreis gilt für einen Einzelstrahler allein (zum Vergleich).

Sind die Strahler regelmäßig auf dem Kreis verteilt, so hat beim Umlauf um die Kreisgruppe jeder Einzelstrahler gegen den vorangehenden eine gleichbleibende Phasendifferenz $\frac{2\pi}{N} M$. Die gesamte Phasendifferenz ist $2\pi M$. Die Phase ändert sich beim Durchlaufen des Kreises also nach Art einer auf dem Umfang fortschreitenden Welle. Die im vorangegangenen untersuchte Gleichphasigkeit kann als Sonderfall mit $M = 0$ aufgefaßt werden.

(217) ist hier nicht anwendbar, da die Phasen von diametral gegenüberliegenden Strahlern nicht den gleichen Betrag und entgegengesetztes Vorzeichen haben. Wir müssen deshalb von (185) ausgehen. Am übersichtlichsten werden die Verhältnisse, wenn man hier nicht diametral gegenüberliegende Strahler zu einem Paar zusammenfaßt, sondern solche, die symmetrisch zur Senkrechten auf der Richtung ψ liegen (Abb. 64). Voraussetzung dafür, daß dies überhaupt möglich ist, ist einmal, daß die Zahl der Strahler gerade ist. Ferner muß die Richtung ψ entweder durch einen Strahler oder durch die Mitte zwischen zwei Strahlern gehen. Diese Beschränkungen sind aber praktisch ohne Bedeutung, wenn die Zahl der Strahler groß ist. Wir haben damit anzusetzen (Abb. 64):

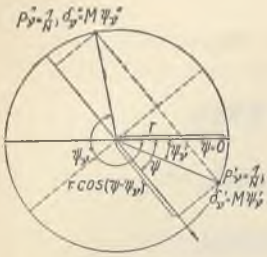


Abb. 64. Zwei symmetrisch zur Senkrechten auf der Richtung ψ liegende Einzelstrahler einer Kreisgruppe mit auf dem Umfang fortschreitender Phase.

$$\psi_\nu' = \psi_\nu;\ \psi_\nu'' = \psi + 180^\circ + (\psi - \psi_\nu)$$

$$D_\nu' - D = -\alpha r \cos\varphi \cos(\psi - \psi_\nu') = -\alpha r \cos\varphi \cos(\psi - \psi_\nu)$$

$$D_\nu'' - D = -\alpha r \cos\varphi \cos(\psi - \psi_\nu'') = +\alpha r \cos\varphi \cos(\psi - \psi_\nu).$$

Nimmt man als Bezugsphase die Phase des Strahlers $\psi_\nu = 0$, so ist:

$$\delta_\nu' = M\psi_\nu' = M\psi_\nu;\ \delta_\nu'' = M\psi_\nu'' = M(\psi + 180^\circ + \psi - \psi_\nu).$$

Wir zerlegen diese Phasen in einen unsymmetrischen und in einen symmetrischen Anteil:

$$\delta_\nu' = M(\psi + 90^\circ) + M(\psi_\nu - \psi - 90^\circ);$$

$$\delta_\nu'' = M(\psi + 90^\circ) - M(\psi_\nu - \psi - 90^\circ).$$

Setzen wir zur Abkürzung:

$$\psi_\nu - \psi - 90^\circ = \xi_\nu,$$

so ergibt die Anwendung von (185) mit $p_\nu = \frac{1}{N}$:

$$\mathfrak{G}_S(\varphi, \psi) = \frac{2}{N} e^{-jM(\psi + 90^\circ)} \sum_{\nu=1}^{\frac{N}{2}} \cos[M\xi_\nu - \alpha r \cos\varphi \sin\xi_\nu]. \quad (241)$$

Bei unendlich großer Zahl der Strahler $\left(\frac{2\pi}{N} = d\xi\right)$ geht die Summe über in das Integral:

$$\mathfrak{G}_S(\varphi, \psi) = e^{-jM(\psi + 90^\circ)} \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos[M\xi - \alpha r \cos\varphi \sin\xi]\, d\xi.$$

Dieses führt auf die Besselsche Funktion M-ter Ordnung:

$$\mathfrak{G}_S(\varphi, \psi) = e^{-jM(\psi+90^\circ)} J_M(ar\cos\varphi). \tag{242}$$

Bemerkenswert ist, daß die Phase der Gruppencharakteristik nicht von der Richtung unabhängig ist, ähnlich wie bei dem Strahlerpaar mit ungleichen Strömen [vgl. unter (29)]. Der Betrag der Gruppencharakteristik ist einfach:

$$|\mathfrak{G}_S(\varphi, \psi)| = J_M(ar\cos\varphi). \tag{243}$$

Er ist also vom Längenwinkel ψ unabhängig. Ist auch die Strahlungsverteilung der Einzelstrahler von ψ unabhängig, so ergibt die Gruppe für sich allein Rundstrahlung. Setzt man sie aber z. B. zusammen mit einem Einzelstrahler im Mittelpunkt, der für sich allein ebenfalls Rundstrahlung aufweist, so würde die Kombination keine Rundstrahlung ergeben, was mit der erwähnten Abhängigkeit der Phase von der Richtung zusammenhängt. Hierin unterscheidet sich die vorliegende Kreisgruppe grundsätzlich von den vorher betrachteten.

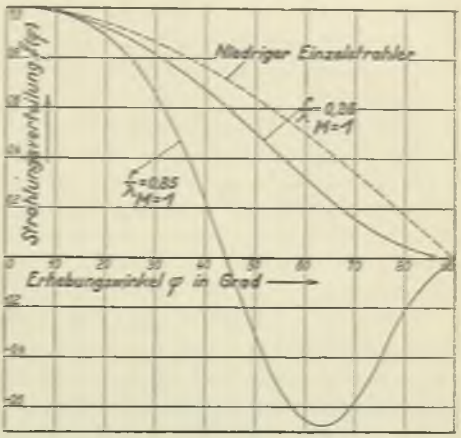


Abb. 65. Vertikalstrahlungskennlinien einer Kreisgruppe aus sehr vielen Einzelstrahlern mit sinusförmiger Strahlungsverteilung, deren Phasen gleich den Längenwinkeln sind, für verschiedene Halbmesser r.

In Abb. 65 ist als Beispiel die Vertikalstrahlungskennlinie für $M = 1$ und zwei verschiedene Halbmesser dargestellt. Die Strahlungsverteilung der Einzelstrahler ist dabei als sinusförmig angenommen ($f_0(\varphi, \psi) = \cos\varphi$), ihre Zahl als sehr groß. Für größere Werte von M (bei gleichem Halbmesser) ändern sich die Kurven nur insofern, als die Strahlung unter steilen Erhebungswinkeln geringer wird.

Bei endlicher Strahlerzahl kann man, ähnlich wie bei der Kreisgruppe mit symmetrischer Phaseneinstellung, (241) nach einer Reihe von Besselschen Funktionen entwickeln, deren Glieder im allgemeinen schnell konvergieren. So ergibt sich für die ersten beiden Glieder [27]:

$$\mathfrak{G}_S(\varphi, \psi) \approx e^{-jM(\psi+90^\circ)} J_M(ar\cos\varphi) + e^{j(N-M)(\psi+90^\circ)} J_{(N-M)}(ar\cos\varphi). \tag{244}$$

Das zweite Glied ist gegen das erste um so eher zu vernachlässigen, je größer N und je kleiner M ist. Das spielt z. B. eine Rolle, wenn möglichst vollkommene Rundstrahlung verlangt wird. Die erforderliche Strahlerzahl ist dann um so größer, je größer M ist, also immer größer als bei gleichphasig gespeisten Kreisgruppen.

IV. Horizontalstrahlungsmaß (wirksame Höhe)

1. Allgemeines

(44) Im vorangegangenen kam es uns auf die Abhängigkeit der Feldstärke bzw. der Strahlung von der Richtung im Raum, d. h. auf die Strahlungsverteilung an. Der Absolutwert der Feldstärke bzw. der Strahlung konnte dabei außer Betracht bleiben. Er soll nun untersucht werden.

Gemäß der Definitionsgleichung (124) oder der Merkregel (125) ist für die Strahlung außer dem Antennenstrom das Strahlungsmaß $\mathfrak{F}_A(\varphi, \psi)$ maßgebend. Dieses ist für die meisten technisch wichtigen Antennenformen im vorangegangenen allgemein aufgestellt worden. Wenn Sende- und Empfangsantenne sich, wie gewöhnlich, beide auf dem Boden befinden, so interessiert das „Horizontalstrahlungsmaß". Um dieses zu ermitteln, haben wir nur in $\mathfrak{F}_A(\varphi, \psi)$ $\varphi = 0$ einzusetzen.

Wie aus den Ausführungen unter (8) hervorgeht, verschwindet die Horizontalstrahlung bei waagerechten Leitern. Bei Antennen, die aus waagerechten und senkrechten Leitern zusammengesetzt sind, oder bei geneigten Antennen brauchen demnach allein die senkrechten Leiter bzw. die senkrechten Komponenten des Stromes berücksichtigt zu werden. Das gilt allerdings nur bei vollkommen leitendem Boden streng. Die Wirklichkeit kommt dieser Voraussetzung jedoch sehr nahe.

2. Senkrechte Einzelstrahler mit vernachlässigbarer Dämpfung

(45) Die von einem senkrechten Leiterelement von der Länge dx und seinem Spiegelbild herrührende Horizontalstrahlung (gekennzeichnet durch den Index 0) folgt aus (142) durch Einsetzen von $\varphi = 0$:

$$d\mathfrak{E}_0 \cdot D e^{j\alpha D} = j\, 60\, \Omega\, \mathfrak{J}_x \alpha\, dx\,.$$

Die gesamte Horizontalstrahlung eines senkrechten Einzelstrahlers ergibt sich durch Integration über die ganze Länge l_1 des Leiters:

$$\mathfrak{E}_0 D e^{j\alpha D} = j\, 60\, \Omega\, \mathfrak{J}_A \alpha \int_0^{l_1} \frac{\mathfrak{J}_x}{\mathfrak{J}_A}\, dx. \tag{245}$$

Das Horizontalstrahlungsmaß, bezogen auf den Bezugspunkt A mit dem Strom $\mathfrak{J}_A$, ist demnach gemäß (124):

$$\mathfrak{F}_A(0, \psi) = \alpha \int_0^{l_1} \frac{\mathfrak{J}_x}{\mathfrak{J}_A} dx. \tag{246}$$

Wenn die Dämpfung der Antenne verschwindet, hat der Strom überall die gleiche oder entgegengesetzte Phase. Unter dieser Voraussetzung wird:

$$\mathfrak{F}_A(0, \psi) = \alpha \int_0^{l_1} \frac{I_x}{I_A} dx. \tag{247}$$

Anschaulich gedeutet stellt das Integral in diesem Ausdruck die Fläche unter der Stromverteilungskurve mit I_A als Bezugsstrom, d. h. dem Strom 1 im Bezugspunkt A, dar. Seiner Dimension nach ist das Integral eine Länge, nämlich die Höhe des flächengleichen Rechtecks mit der Breite 1. Das Horizontalstrahlungsmaß ist das in Bogenmaß ausgedrückte Winkelmaß dieser Höhe.

Wird als Bezugspunkt der Fußpunkt F des Leiters mit dem Strom I_F benutzt, so wird das Integral:

$$h_w = \int_0^{l_1} \frac{I_x}{I_F} dx \tag{248}$$

als die „wirksame Höhe" (oder „effektive Höhe") des Leiters bezeichnet. Diese Bezeichnung gründet sich darauf, daß ein gedachter senkrechter Leiter von der Höhe h_w, der nach Art eines Doppelpoles gleichmäßig mit dem Strom im Fußpunkt des wirklichen Leiters belegt ist, die gleiche Feldstärke am Boden ergibt:

$$\mathfrak{E}_0 = j\, 60\, \Omega \frac{\mathfrak{J}_F}{D} \alpha h_w e^{-j\alpha D}. \tag{249}$$

Gewöhnlich findet man diese Beziehung in der Form geschrieben:

$$E_0 = 377\, \Omega \frac{I_F \cdot h_w}{D \cdot \lambda}. \tag{249a}$$

In Abb. 66 ist der Begriff der wirksamen Höhe an einem einfachen Beispiel, nämlich an einem glatten Leiter mit sinusförmiger Stromverteilung, veranschaulicht.

Der Vergleich von (247) mit (248) zeigt, daß:

$$\alpha h_w = \mathfrak{F}_F(0, \psi). \tag{250}$$

Mithin ist bei senkrechten, dämpfungsfreien Einzelstrahlern das auf den Fußpunkt bezogene Horizontal-

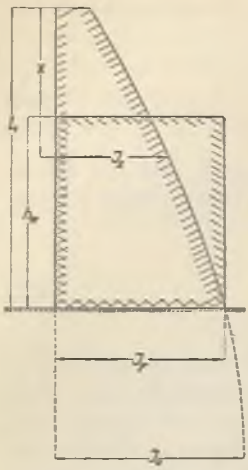


Abb. 66. Anschauliche Deutung der wirksamen Höhe h_w eines Leiters mit Endkapazität (die von der Stromverteilungskurve begrenzte Fläche ist gleich der des Rechtecks).

strahlungsmaß identisch mit dem Winkelmaß der wirksamen Höhe.

Bei vielen Anwendungen ist es vorteilhafter, mit dem Horizontalstrahlungsmaß anstatt mit der wirksamen Höhe zu arbeiten. Ein Grund ist der, daß die wirksame Höhe die Dimension einer Länge hat, während das Horizontalstrahlungsmaß ein dimensionsloser Zahlenfaktor ist, so daß bei ihm ein Irrtum in der Einheit nicht möglich ist. Ein anderer Grund ist, daß der Begriffsbestimmung der wirksamen Höhe der Fußpunkt bzw. Speisepunkt als Bezugspunkt zugrunde liegt. Würde man einen anderen Bezugspunkt zugrunde legen, so würde jedenfalls die Bezeichnung „wirksame Höhe" ihren Sinn verlieren. Das führt bei gewissen Antennenformen (z. B. bei der $\frac{\lambda}{2}$-Antenne) zu Schwierigkeiten. Bei dem Strahlungsmaß steht jedoch die Wahl des Bezugspunktes frei. Meist wird die Stelle eines Strombauches benutzt. Eine Umrechnung der „wirksamen Höhe" in das auf einen anderen Bezugspunkt als den Fußpunkt bezogene Horizontalstrahlungsmaß und umgekehrt ist übrigens leicht möglich auf Grund der aus den obigen Definitionsgleichungen folgenden Beziehung:

$$\alpha h_w = \frac{I_A}{I_F} \mathfrak{F}_A(0, \psi). \tag{251}$$

Der Hauptvorteil des Horizontalstrahlungsmaßes aber ist, daß es bei allen Antennen anwendbar ist, im Gegensatz zur wirksamen Höhe, die z. B. bei waagerechten Leitern oder dann, wenn der Strom nicht überall die gleiche oder entgegengesetzte Phase wie im Bezugspunkt hat, versagt.

Da in (247) keine imaginäre Komponente vorkommt, ist das Horizontalstrahlungsmaß im vorliegenden Fall „phasenrein" $[\mathfrak{F}_A(0, \psi) = |\mathfrak{F}_A(0, \psi)|]$. Außerdem ist es von ψ unabhängig, sodaß Rundstrahlung vorliegt $[\mathfrak{F}_A(0, \psi) = \mathfrak{F}_A(0)]$.

Bei sinusförmiger Stromverteilung innerhalb des Leiterstückes l_1:

$$I_x = I_0 \sin \alpha (x + l_v)$$

ergibt sich durch Auswertung von (247) oder durch Einsetzen von $\varphi = 0$ in (144):

$$\mathfrak{F}_0(0, \psi) = \cos \alpha l_v - \cos \alpha (l_1 + l_v). \tag{252}$$

Im Fußpunkt eines Leiters, dessen unteres Ende sich auf dem Boden befindet ($l_1 = l$), ist der Strom:

$$I_F = I_0 \sin \alpha (l + l_v) .$$

Damit ist das auf den Fußpunkt bezogene Horizontalstrahlungsmaß:

$$\mathfrak{F}_F(0, \varphi) = \frac{\cos \alpha l_v - \cos \alpha (l + l_v)}{\sin \alpha (l + l_v)} \tag{253}$$

und die wirksame Höhe:

$$h_w = \frac{\lambda}{2\pi} \frac{\cos \alpha l_v - \cos \alpha (l + l_v)}{\sin \alpha (l + l_v)} . \tag{254}$$

Hieraus lassen sich für elektrisch kurze Antennen Näherungsformeln ableiten durch Reihenentwicklung des sin und cos. Bei Vernachlässigung der Glieder von höherer als der dritten Potenz findet man:

$$h_w = \frac{l + l_v}{2} \left[1 - \left(\frac{l_v}{l + l_v} \right)^2 + \frac{2\pi^2}{3} \left(\frac{l + l_v}{\lambda} \right)^2 \right]. \tag{255}$$

Bei Antennen, deren elektrische Länge $(l + l_v) < \frac{\lambda}{4}$ und deren Endkapazität nicht zu groß ist ($l_v < l$), unterscheidet sich der Klammerausdruck wenig von 1, so daß dann die wirksame Höhe etwa halb so groß wie die elektrische Länge ist.

Ist keine Endkapazität vorhanden ($l_v = 0$), so ist für eine Leiterlänge von $\frac{\lambda}{4}$ ($\alpha l = 90°$):

$$\mathfrak{F}_0(0, \psi) = 1 \quad \text{und} \quad h_w = \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{2}{\pi} l .$$

Für eine Leiterlänge von $\frac{\lambda}{2}$ ($\alpha l = 180°$) ist:

$$\mathfrak{F}_0(0, \psi) = 2 \quad \text{und} \quad h_w = \infty .$$

Die Angabe der wirksamen Höhe hat also in diesem Fall keinen Sinn.

Aus Abb. 67 können $\mathfrak{F}_0(0, \psi)$ und $\frac{h_w}{\lambda}$ zu jedem Winkelmaß αl des senkrechten Leiters und für verschiedene Verlängerungen αl_v entnommen werden. Das Verhältnis $\frac{h_w}{l}$, das als „Formfaktor" bezeichnet wird [75], ergibt sich aus den abgelesenen Werten leicht mittels:

$$\left(\frac{h_w}{l} \right) = 360 \frac{\left(\frac{h_w}{\lambda} \right)}{(\alpha l)^\circ} .$$

Hat man zusammengesetzte Antennen, so ist (145) oder (146) mit $\varphi = 0$ anzuwenden. Bei größerer Zahl der Abschnitte ist es natürlich vorteilhafter, die Integration gemäß (247) auf graphischem Wege durchzuführen. Dieses Verfahren ist auch bei nicht-sinusförmiger Stromverteilung infolge stetiger Änderung des Wellenwiderstandes angebracht.

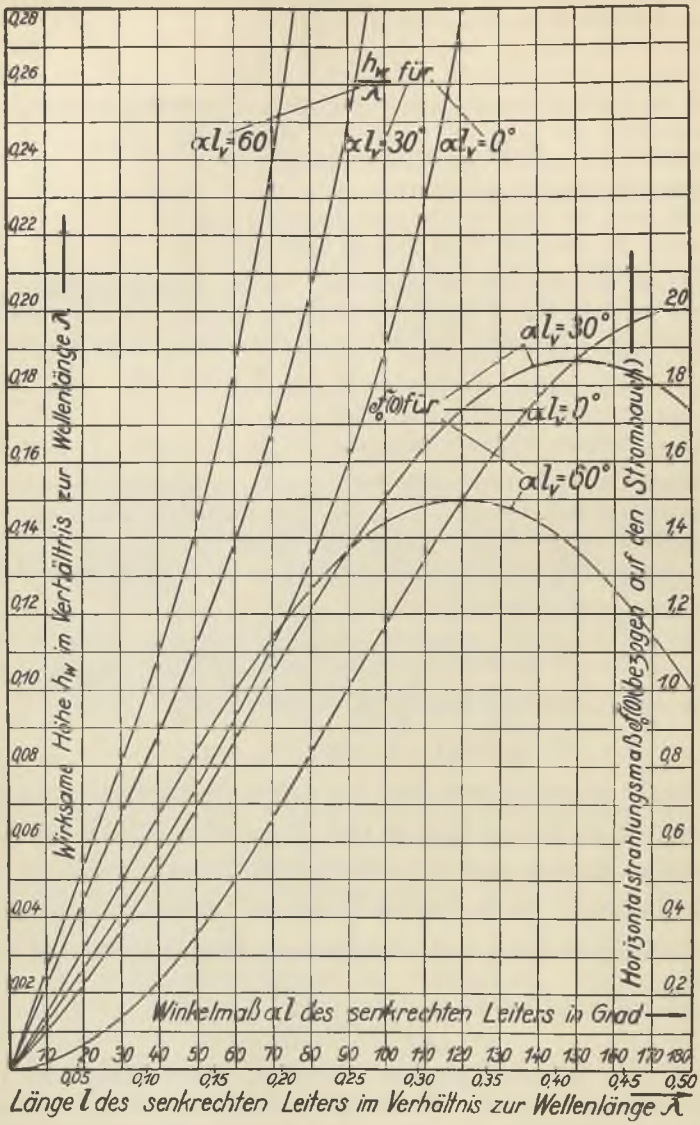


Abb. 67. Horizontalstrahlungsmaß und wirksame Höhe von senkrechten glatten Leitern mit Endkapazität für verschiedene wirksame Verlängerungen l_v in Abhängigkeit von der Leiterlänge l (=Leiterhöhe).

(46) Mit dem Ansatz von E. Siegel [vgl. unter (34)] ist es allerdings auch möglich, $\mathfrak{F}_A(0, \psi)$ in geschlossener Form anzugeben. Die Integration gemäß (247), oder einfacher die Auswertung von (170) durch Einsetzen von $\varphi = 0$, ergibt für das auf den ersten Strombauch ($x = x_1$) bezogene Horizontalstrahlungsmaß:

$$\mathfrak{F}_{01}(0, \psi) = e^{n\alpha x_1}\{[\cos k\alpha l_v' - e^{-n\alpha l}\cos k\alpha(l + l_v')] + \frac{n}{k}[\sin k\alpha l_v' - e^{-n\alpha l}\sin k\alpha(l + l_v')]\}. \tag{256}$$

Für $n = 0$ geht dieser Ausdruck über in (252). Welchen Einfluß der von der Spitze aus zunehmende (n positiv) bzw. abnehmende (n negativ) Wellenwiderstand auf das Horizontalstrahlungsmaß und damit auf die Bodenfeldstärke hat, kann man auch anschaulich verfolgen an den Beispielen in Abb. 16 und 17.

3. Einfluß endlicher Dämpfung

(47) Bei Berücksichtigung der Dämpfung des Leiters zeigt sich, daß die Phase des Stromes nicht an allen Stellen die gleiche ist. Wie sich das auf die Horizontalstrahlung auswirkt, soll an einem Beispiel gezeigt werden.

Die Stromverteilung auf einem senkrechten Leiter ohne Endkapazität ist durch (84) gegeben. Als Bezugsstrom benutzen wir: $\mathfrak{J} = j\frac{\mathfrak{U}_e}{\mathfrak{Z}}$, wobei $\mathfrak{J}$ nicht etwa der Strom im Strombauch, sondern nur eine Hilfsgröße ist. Die Höchstwerte des Stromes sind vielmehr gegeben durch (89).

Das Horizontalstrahlungsmaß in diesem Fall ergibt sich mittels (247), oder einfacher durch Einsetzen von $\varphi = 0$ in (171). Es ist eine komplexe Größe, deren reeller bzw. imaginärer Anteil der reellen bzw. imaginären Komponente des Stromes entspricht. Hier interessiert nur der Betrag, der sich als die Wurzel aus der Quadratsumme der beiden Komponenten ergibt zu:

$$|\mathfrak{F}(0, \psi)| = \sqrt{\frac{1 - 2\cos\alpha l\,\mathfrak{Cof}\,\beta l + \cos^2\alpha l + \mathfrak{Sin}^2\beta l}{1 + \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2}}. \tag{257}$$

Für $\beta = 0$ geht dieser Ausdruck über in (252) mit $l_v = 0$.

Für die $\frac{\lambda}{4}$-Antenne $\left(\alpha l = \frac{\pi}{2}\right)$ wird z. B.:

$$|\mathfrak{F}(0, \psi)| = \frac{\mathfrak{Cof}\left(\frac{\beta}{\alpha}\frac{\pi}{2}\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2}} \tag{258}$$

und für die $\frac{\lambda}{2}$-Antenne ($\alpha l = \pi$):

$$|\mathfrak{F}(0,\psi)| = \frac{2\,\mathfrak{Cof}^2\left(\frac{\beta}{\alpha}\frac{\pi}{2}\right)}{\sqrt{1+\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2}}. \tag{259}$$

Bezieht man anstatt auf $\mathfrak{J}$ auf den Strom im ersten Strombauch:

$$I_{01} \approx I\,\mathfrak{Cof}\left(\frac{\beta}{\alpha}\frac{\pi}{2}\right),$$

so erhält man:

$$\alpha l = \frac{\pi}{2};\ |\mathfrak{F}_{01}(0,\psi)| = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2}} \approx \left[1-\frac{1}{2}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2\right], \tag{260}$$

$$\alpha l = \pi;\ |\mathfrak{F}_{01}(0,\psi)| = \frac{2\,\mathfrak{Cof}\left(\frac{\beta}{\alpha}\frac{\pi}{2}\right)}{\sqrt{1+\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2}} \approx 2\left(1+0{,}73\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2\right). \tag{261}$$

Bei gleichem Strom im Strombauch ergibt also die gedämpfte $\frac{\lambda}{4}$-Antenne eine etwas kleinere, die gedämpfte $\frac{\lambda}{2}$-Antenne eine etwas größere Horizontalstrahlung als eine gleich große Antenne mit gleichphasigem Strombelag. Der Unterschied ist aber praktisch bedeutungslos, da die Dämpfung, wie noch gezeigt wird, im allgemeinen sehr klein ist.

4. Strahlergruppen

(48) Bei Strahlergruppen tritt an die Stelle des Strahlungsmaßes das Gesamtstrahlungsmaß $\mathfrak{F}_e(\varphi,\psi)$. Dieses ergibt sich gemäß (188) durch Multiplikation des Strahlungsmaßes $\mathfrak{F}_e(\varphi,\psi)$ des Bezugsstrahlers mit der Gruppencharakteristik $\mathfrak{G}_e(\varphi,\psi)$. Das Strahlungsmaß des Bezugsstrahlers hängt von der Festsetzung desselben bei der Aufstellung der Gruppencharakteristik ab, wird aber im allgemeinen mit den Strahlungsmaßen $\mathfrak{F}_1(\varphi,\psi)$, $\mathfrak{F}_2(\varphi,\psi)\ldots$ der Einzelstrahler oder einem derselben übereinstimmen und berechnet sich dementsprechend. Insbesondere gilt bezüglich des Horizontalstrahlungsmaßes des Einzelstrahlers das unter **(45)**, **(46)** und **(47)** Gesagte.

Die Gruppencharakteristik ist im Abschnitt III. 3 für die wichtigsten Gruppen aufgestellt worden. So ist z. B. bei der gleichphasig betriebenen Kreisgruppe mit großer Strahlerzahl:

$$\mathfrak{G}_e(\varphi,\psi) = J_0(\alpha r\cos\varphi).$$

In der Richtung $\varphi = 0$ ist einfach:

$$\mathfrak{G}_e(\varphi,\psi) = J_0(\alpha r).$$

Den zugehörigen Wert der Besselschen Funktion J_0 entnimmt man aus Abb. 60.

Der Strom $\mathfrak{J}_e$ des Bezugsstrahlers steht mit den Strömen $\mathfrak{J}_1, \mathfrak{J}_2 \ldots$ der Einzelstrahler in Zusammenhang durch die Festsetzungen, die bei der Aufstellung der Gruppencharakteristik gemacht worden sind. So ist in dem obigen Beispiel I_e das N-fache des Stromes $I_1 = I_2 = \ldots$ im Bezugspunkt eines Einzelstrahlers.

Besteht der Einzelstrahler in diesem Beispiel etwa aus einem senkrechten Leiter mit Endkapazität, so ergibt sich demnach die Horizontalstrahlung der Gruppe bei einem Strom I_0 im Strombauch eines Einzelstrahlers unter Berücksichtigung von (252) zu:

$$E_0 \cdot D = 60\,\Omega\, N I_0 \left[\cos \alpha l_e - \cos \alpha (l + l_v)\right] J_0(\alpha r).$$

V. Feldstärke im Nahfeld

(49) Die Kenntnis der Feldstärke im Nahfeld ist für einige besondere Antennenfragen wichtig, von denen genannt seien: Die Erdverluste in der Nähe der Antenne, die gegenseitige Beeinflussung der Einzelstrahler von Strahlergruppen und der Einfluß von Abspannungen und Antennenstützpunkten auf die Antenneneigenschaften. Die im vorangegangenen abgeleiteten Beziehungen für die Feldstärke haben im Nahfeld keine Gültigkeit, da die Entfernung nicht mehr als sehr groß gegen die Wellenlänge und die Antennenabmessungen anzusehen ist.

Zur Ermittlung der Feldstärke im Nahfeld kann man in der gleichen Weise vorgehen wie beim Fernfeld, indem man die Antenne in Doppelpole aufteilt, die von dem einzelnen Doppelpol herrührende Feldstärke aufstellt und dann über die Antenne integriert. Die sogenannten Nahglieder in den Ausdrücken für die Feldstärke des Doppelpoles, die im Fernfeld vernachlässigt werden dürfen, müssen dabei berücksichtigt werden. Die Rechnung läßt sich vereinfachen, wenn man zunächst das Vektorpotential des einzelnen Doppelpoles aufstellt, dieses über die Antenne integriert und hieraus die Gesamtfeldstärke ableitet [21].

Wir betrachten zunächst einen geraden Leiterabschnitt von beliebiger Länge im freien Raum. Auf diesem Abschnitt nehmen wir sinusförmige Stromverteilung an, vernachlässigen also die Dämpfung und die Änderung des Wellenwiderstandes entlang des Leiters. Der Strom an den Enden des Leiters sei von endlicher Größe.

Im Hinblick auf die praktische Anwendung benutzen wir Zylinderkoordinaten und legen die Z-Achse in die Leiterachse, den Ursprung in den Anfang des Leiters, wie in Abb. 68 dargestellt. Der Abstand D_e des Punktes P (ϱ, ψ, z) von einem Leiterelement in der Höhe z_e ist dann:

$$D_e = \sqrt{\varrho^2 + (z - z_e)^2}. \tag{262}$$

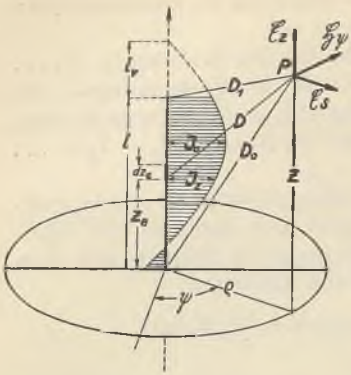


Abb. 68. Leiter mit sinusförmiger Stromverteilung in einem Zylinderkoordinatensystem.

Das Vektorpotential hat, wie unter (2) gezeigt, überall die Richtung der Z-Achse und ist von ψ unabhängig. In der komplexen Darstellungsweise ist es durch (36) gegeben. Das Potential der ganzen Antenne von der Länge l, allerdings ohne das Spiegelbild in der Erde, das wir später berücksichtigen, ist demnach mit den Bezeichnungen der Abb. 68:

$$\mathfrak{P}_z = \int_l \frac{\mathfrak{J}_z}{4\pi j \omega D_e} e^{-j\alpha D_e} dz_e . \qquad (263)$$

Unter der Annahme sinusförmiger Stromverteilung ist:

$$\mathfrak{J}_z = \mathfrak{J}_0 \sin \alpha (l + l_v - z_e) , \qquad (264)$$

wobei $\mathfrak{J}_0$ der Strom im Strombauch, $\mathfrak{J}_0 \sin \alpha l_v$ der Strom am oberen Ende und $\mathfrak{J}_0 \sin \alpha (l + l_v)$ der Strom am unteren Ende ist.

Wird dies in (263) eingeführt und der sin durch den entsprechenden Exponentialausdruck ersetzt, so kann das Ergebnis in der Form geschrieben werden:

$$\mathfrak{P}_z = -\frac{\mathfrak{J}_0}{8\pi\omega} \left[e^{j\alpha(l+l_v-z)} \int_l \frac{1}{D_e} e^{-j\alpha(D_e+z_e-z)} dz_e \right.$$
$$\left. - e^{-j\alpha(l+l_v-z)} \int_l \frac{1}{D_e} e^{-j\alpha(D_e-z_e+z)} dz_e \right] . \qquad (265)$$

Wir führen anstatt z_e zwei neue Veränderliche ein durch:

$$u = -\alpha(D_e + z_e - z) \quad ; \quad v = -\alpha(D_e - z_e + z) . \qquad (266)$$

Dann gilt unter Berücksichtigung von (262):

$$\frac{du}{u} = \frac{dz_e}{D_e} \quad ; \quad -\frac{dv}{v} = \frac{dz_e}{D_e} . \qquad (267)$$

Damit wird:

$$\mathfrak{P}_z = -\frac{\mathfrak{J}_0}{8\pi\omega} \left[e^{j\alpha(l+l_v-z)} \int_{u_u}^{u_o} \frac{1}{u} e^{+ju} du + e^{-j\alpha(l+l_v-z)} \int_{v_u}^{v_o} \frac{1}{v} e^{+jv} dv \right] . \qquad (268)$$

Die unteren Grenzen in den Integralen werden mit $z_e = 0$:

$$u_u = -\alpha(D_u - z) \quad ; \quad v_u = -\alpha(D_u + z) \qquad (269)$$

Für die oberen Grenzen gilt mit $z_e = l$:

$$u_o = -\alpha(D_o + l - z) \quad ; \quad v_o = -\alpha(D_o - l + z) . \qquad (270)$$

Hierin ist zur Abkürzung für die Abstände des Punktes $P(\varrho, \psi, z)$ von dem unteren (Index u) bzw. oberen (Index o) Ende des Leiters gesetzt:

$$D_u = \sqrt{\varrho^2 + z^2} \quad ; \quad D_o = \sqrt{\varrho^2 + (z-l)^2}. \tag{271}$$

Die Integrale in (268) stellen das Exponentialintegral $Ei(jx)$ mit dem rein imaginären Argument (jx) dar, das mit dem Integralsinus $Si\,(x)$ und dem Integralcosinus $Ci\,(x)$ des reellen Argumentes x*) zusammenhängt durch:

$$\int_{-\infty}^{x} \frac{1}{u} e^{ju} du = Ei\,(jx) = Ci\,(x) + j\,Si\,(x) - j\frac{\pi}{2}, \tag{272}$$

wo definiert ist:

$$Ci\,(x) = \int_{\infty}^{x} \frac{\cos u}{u} du\,; \qquad Si\,(x) = \int_{0}^{x} \frac{\sin u}{u} du. \tag{272a}$$

Somit wird:

$$\mathfrak{P}_z = \frac{\mathfrak{J}_0}{8\pi\omega}\left\{e^{j\alpha(l+l_0-z)}\Big[Ei\,(ju_u) - Ei\,(ju_o)\Big] + e^{-j\alpha(l+l_0-z)}\Big[Ei\,(jv_u) - Ei\,(jv_o)\Big]\right\}. \tag{273}$$

Nun ist nach (3), um die magnetische Feldstärke zu erhalten, der Rotor des Vektorpotentials zu bilden. Allgemein lautet die Rechenregel für einen Vektor $\mathfrak{A}$, dessen Komponenten in Polarkoordinaten A_ϱ, A_ψ und A_z sind:

$$\begin{aligned} \mathrm{rot}_\varrho\, \mathfrak{A} &= \frac{1}{\varrho}\frac{\partial A_z}{\partial \psi} - \frac{\partial A_\psi}{\partial z} \\ \mathrm{rot}_\psi\, \mathfrak{A} &= \frac{\partial A_\varrho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \varrho} \\ \mathrm{rot}_z\, \mathfrak{A} &= \frac{1}{\varrho}\frac{\partial(\varrho A_\psi)}{\partial \varrho} - \frac{1}{\varrho}\frac{\partial A_\varrho}{\partial \psi}. \end{aligned} \tag{274}$$

Im vorliegenden Fall ist $A_\psi = A_\varrho = 0$ und $A_z = \mathfrak{P}_z$. Somit ist nur die ψ-Komponente des Rotors von Null verschieden und aus (3) ergibt sich:

$$\mathfrak{H}_\psi = -j\omega\frac{\partial \mathfrak{P}_z}{\partial \varrho}. \tag{275}$$

Anstatt aus (273) läßt sich $\mathfrak{H}_\psi$ auch aus (268) ableiten. Durch geeignete Wahl der Reihenfolge der Differentiation und Integration folgt das Ergebnis unmittelbar:

*) Diese Funktionen sind tabelliert z. B. in: Jahnke-Emde, Funktionentafeln, S. 83, B. G. Teubner, Leipzig 1933 (2. Aufl.).

$$\frac{\partial}{\partial \varrho}\int_{u_u}^{u_o}\frac{1}{u}e^{+ju}du=\left[\frac{\partial}{\partial \varrho}\int\frac{1}{u}e^{+ju}du\right]_{u_u}^{u_o}=\left[\frac{1}{u}e^{+ju}\frac{\partial u}{\partial \varrho}\right]_{u_u}^{u_o}=\left[\frac{\alpha\varrho}{Du}e^{+ju}\right]_{u_u}^{u_o}. \quad (276)$$

So erhält man für die magnetische Feldstärke:

$$\mathfrak{H}_\psi=\frac{j}{8\pi}\mathfrak{J}_0\left\{e^{j\alpha(l+l_v-z)}\left[\frac{\alpha\varrho}{D_o u_o}e^{+ju_o}-\frac{\alpha\varrho}{D_u u_u}e^{+ju_u}\right]\right.$$
$$\left.+e^{-j\alpha(l+l_v-z)}\left[\frac{\alpha\varrho}{D_o v_o}e^{+jv_o}-\frac{\alpha\varrho}{D_u v_u}e^{+jv_u}\right]\right\}. \quad (277)$$

Nach Einsetzen von (269) und (270) ergibt sich durch einfache Umformung:

$$\mathfrak{H}_\psi=\frac{1}{4\pi\varrho}\mathfrak{J}_0\left\{\left[j\cos\alpha l_v-\frac{z-l}{D_o}\sin\alpha l_v\right]e^{-j\alpha D_o}\right.$$
$$\left.-\left[j\cos\alpha(l+l_v)-\frac{z}{D_u}\sin\alpha(l+l_v)\right]e^{-j\alpha D_u}\right. \quad (278)$$

Die elektrische Feldstärke erhält man nach (6) durch nochmalige Anwendung der Regel (274) für den Rotor, wobei jetzt $A_\varrho=A_z=0$ und $A_\psi=\mathrm{rot}_\psi\mathfrak{P}_z=\frac{\mathfrak{H}_\psi}{j\omega}$ einzusetzen ist. Die ψ-Komponente der elektrischen Feldstärke verschwindet. Die z-Komponente wird:

$$\mathfrak{E}_z=\frac{1}{\varepsilon_0 j\omega}\frac{1}{\varrho}\frac{\partial(\varrho\mathfrak{H}_\psi)}{\partial\varrho}. \quad (279)$$

Wenn man berücksichtigt, daß gemäß (25):

$$\frac{1}{\varepsilon_0\cdot\omega}=\frac{1}{\alpha\varepsilon_0 c}=\frac{Z_0}{\alpha}=\frac{2\pi}{\alpha}60\,\Omega,$$

kann man dies zur Erleichterung der Differentiation auch schreiben:

$$\mathfrak{E}_z=\frac{60\,\Omega}{j\cdot\varrho}\frac{\partial(2\pi\varrho\mathfrak{H}_\psi)}{\partial(\alpha\varrho)}.$$

Daraus ergibt sich:

$$\mathfrak{E}_z=\frac{1}{2}60\,\Omega\,\mathfrak{J}_0\left\{\left[-j\frac{1}{D_o}\cos\alpha l_v+\frac{z-l}{D_o^2}\sin\alpha l_v-j\frac{z-l}{\alpha D_o^3}\sin\alpha l_v\right]e^{-j\alpha D_o}\right.$$
$$\left.+\left[j\frac{1}{D_u}\cos\alpha(l+l_v)-\frac{z}{D_u^2}\sin\alpha(l+l_v)+j\frac{z}{\alpha D_u^3}\sin\alpha(l+l_v)\right]e^{-j\alpha D_u}\right\}. \quad (280)$$

Für die ϱ-Komponente findet man entsprechend:

$$\mathfrak{E}_\varrho=-\frac{1}{\varepsilon_0 j\omega}\frac{\partial\mathfrak{H}_\psi}{\partial z}.$$

$$\mathfrak{E}_\varrho=\frac{60\,\Omega}{2}\frac{1}{\varrho}\mathfrak{J}_0\left\{\left[j\frac{z-l}{D_o}\cos\alpha l_v-\frac{(z-l)^2}{D_o^2}\sin\alpha l_v-j\frac{\varrho^2}{\alpha D_o^2}\sin\alpha l_v\right]e^{-j\alpha D_o}\right.$$
$$\left.+\left[-j\frac{z}{D_u}\cos\alpha(l+l_v)+\frac{z^2}{D_u^2}\sin\alpha(l+l_v)+j\frac{\varrho^2}{\alpha D_u^3}\sin\alpha(l+l_v)\right]e^{-j\alpha D_u}\right. \quad (281)$$

Grundsätzlich ist damit auch die Aufgabe gelöst, in jedem Punkte des Raumes die Feldstärke von Antennen zu ermitteln, die beliebig aus geraden Leitern mit sinusförmiger Stromverteilung zusammengesetzt sind. Diese Aufgabe liegt z. B. vor bei Antennen, die durch in Reihe oder parallel geschaltete Induktivitäten oder Kapazitäten, durch Querschnittsänderungen usw. in mehrere Abschnitte aufgeteilt sind. Durch entsprechende Koordinatentransformation ist der räumlichen Anordnung jedes Abschnitts Rechnung zu tragen. Wenn die Leiter parallel sind, wie dies bei technischen Antennen meist der Fall ist, braucht nur z durch $(z + h)$ ersetzt zu werden, wenn h die Höhe des unteren Leiterendes über der Ursprungsebene ist.

(50) Als Beispiel betrachten wir eine senkrechte Antenne über vollkommen leitendem Boden. Die Ausdehnung der Endkapazität nehmen wir als verschwindend klein an gegen die Abmessungen des senkrechten Leiters, eine Annahme, die selbst bei verhältnismäßig großem Horizontalteil für viele Zwecke ausreichend genaue Ergebnisse liefert. Den Einfluß des Erdbodens berücksichtigen wir durch Anbringung eines Spiegelbildes in der Erde. Für den wirklichen Leiter gelten (278), (280) und (281) ohne weiteres. Für das Spiegelbild ist in diesen Ausdrücken l durch $(-l)$ zu ersetzen, ferner l_v durch $(-l_v)$. Die Gesamtfeldstärke ergibt sich als Summe der vom wirklichen Leiter und vom Spiegelbild herrührenden Feldstärken. Außer den bereits eingeführten Abkürzungen (vgl. Abb. 68) benutzen wir noch eine für die Entfernung der Spitze des Spiegelbildes vom Aufpunkt:

$$D'_o = \sqrt{\varrho^2 + (z + l)^2}. \tag{282}$$

Damit ergeben sich die magnetische Gesamtfeldstärke und die beiden Komponenten der elektrischen Gesamtfeldstärke zu:

$$\mathfrak{H}_\psi = \frac{1}{4\pi\varrho}\mathfrak{J}_0\Big[j\cos\alpha l_v\,(e^{-j\alpha D_o} + e^{-j\alpha D'_o}) - 2j\cos\alpha\,(l + l_v)\,e^{-j\alpha D_u}$$
$$- \sin\alpha l_v\Big(\frac{z-l}{D_o}e^{-j\alpha D_o} - \frac{z+l}{D_o} - e^{-j\alpha D'_o}\Big)\Big]. \tag{283}$$

$$\mathfrak{E}_z = \frac{1}{2}60\,\Omega\,\mathfrak{J}_0\Big[-j\cos\alpha l_v\Big(\frac{1}{D_o}e^{-j\alpha D_o} + \frac{1}{D'_o}e^{-j\alpha D'_o}\Big) + 2j\cos\alpha\,(l + l_v)\frac{1}{D_u}e^{-j\alpha D}$$
$$+ \sin\alpha l_v\Big(\frac{z-l}{D_o^2}e^{-j\alpha D_o} - \frac{z+l}{D_o'^2}e^{-j\alpha D'_o}\Big) - j\sin\alpha l_v\Big(\frac{z-l}{\alpha D_o^3}e^{-j\alpha D_o} - \frac{z+l}{\alpha D_o'^3}e^{-j\alpha D'_o}\Big)\Big]. \tag{284}$$

$$\mathfrak{E}_\varrho = \frac{1}{2}60\,\Omega\,\frac{1}{\varrho}\mathfrak{J}_0\Big[j\cos\alpha l_v\Big(\frac{z-l}{D_o}e^{-j\alpha D_o} + \frac{z+l}{D'_o}e^{-j\alpha D'_o}\Big) - 2j\cos\alpha\,(l + l_v)\frac{z}{D_u}e^{-j\alpha D_u}$$
$$- \sin\alpha l_v\Big(\frac{(z-l)^2}{D_o^2}e^{-j\alpha D_o} - \frac{(z+l)^2}{D_o'^2}e^{-j\alpha D'_o}\Big) - j\sin\alpha l_v\Big(\frac{\varrho^2}{\alpha D_o^3}e^{-j\alpha D_o} - \frac{\varrho^2}{\alpha D_o'^3}e^{-j\alpha D'_o}\Big)\Big]. \tag{285}$$

Für Entfernungen, die ein Mehrfaches der Antennenlänge sind ($D_u \gg l$), vereinfachen sich die obigen Ausdrücke bereits beträchtlich, und zwar auch dann, wenn die Entfernung vergleichbar mit der Wellenlänge ist:

$$\mathfrak{H}_\psi \approx j \frac{1}{2\pi} \frac{1}{D_u} \mathfrak{J}_0 \cdot e^{-j\alpha D_u} \left[\mathfrak{F}_0(\varphi, \psi) - j \frac{l}{\varrho} \sin \alpha l_v \cos(\alpha l \sin \varphi) \right]. \quad (286)$$

$$\mathfrak{E}_z \approx -j\, 60\, \Omega \frac{1}{D_u} \mathfrak{J}_0 \cdot e^{-j\alpha D_u} \Big\{ \cos\varphi\, \mathfrak{F}_0(\varphi, \psi)$$

$$- j \frac{\sin \alpha l_v}{D_u} \left[l \cos(\alpha l \sin \varphi) - \frac{1}{\alpha} \sin \varphi \sin(\alpha l \sin \varphi) \right] - \frac{l}{\alpha D_u^2} \sin \alpha l_v \cos(\alpha l \sin \varphi) \Big\}. \quad (287$$

wobei zur Abkürzung das Strahlungsmaß (152) eingeführt ist.

Für sehr große Entfernungen schließlich gehen diese Ausdrücke über in die unter (30) für das Fernfeld aufgestellten.

VI. Strahlungsleistung und Strahlungswiderstand

1. Strahlungsleistungsdichte

(51) Die Beziehungen, die wir im vorangegangenen für die Feldstärke aufgestellt haben, erfordern zur Berechnung des Absolutwertes derselben die Kenntnis des Stromes an irgendeiner Stelle der Antenne. Meist ist nun nicht der Antennenstrom, sondern die Senderleistung gegeben. Unsere nächste Aufgabe ist daher, zwischen beiden eine Beziehung herzustellen.

Zur Aufrechterhaltung des Schwingungszustandes der Antenne muß vom Sender her eine bestimmte Leistung zugeführt werden. Ein Teil wird in den Leitern, der Isolation, dem Erdboden usw. in Wärme umgesetzt. Der übrige Teil wird von den elektromagnetischen Wellen, die fortwährend von der Antenne ausgehen, in den Raum hinausgeführt. Er wird als „Strahlungsleistung" bezeichnet.

Um eine nähere Aussage über diese machen zu können, betrachten wir ein Raumelement von der Größe der Volumeneinheit an irgendeiner Stelle des elektromagnetischen Feldes. Die elektromagnetische Energie, die in ihm zu irgendeinem Zeitpunkt aufgespeichert ist, läßt sich mit Hilfe der räumlichen Vektoren der augenblicklichen Feldgrößen, $\mathfrak{e}$ und $\mathfrak{h}$, ausdrücken:

$$w = \tfrac{1}{2} \varepsilon \mathfrak{e}^2 + \tfrac{1}{2} \mu \mathfrak{h}^2. \quad (288)$$

Nach Ablauf des Zeitelementes dt hat sie sich geändert um den Betrag:

$$dw = \varepsilon \mathfrak{e} \frac{\partial \mathfrak{e}}{\partial t} dt + \mu \mathfrak{h} \frac{\partial \mathfrak{h}}{\partial t} dt. \quad (289)$$

Hierin führen wir die Feldgleichungen ein. Diese lauten, wenn wir uns zunächst auf den Raum außerhalb etwa vorhandener elektrischer Energiequellen (oder Energiesenken) beschränken, in ihrer allgemeinsten Form:

$$\varepsilon \frac{\partial \mathfrak{e}}{\partial t} = \operatorname{rot} \mathfrak{h} - \mathfrak{g} \qquad \mu \frac{\partial \mathfrak{h}}{\partial t} = - \operatorname{rot} \mathfrak{e} . \tag{290}$$

$\mathfrak{g}$ ist der Vektor der augenblicklichen Dichte des Leitungsstromes. Durch Einsetzen erhalten wir:

$$dw = \mathfrak{e} \operatorname{rot} \mathfrak{h} dt - \mathfrak{h} \operatorname{rot} \mathfrak{e} dt - \mathfrak{e} \mathfrak{g} dt.$$

Nach einer Rechenregel der Vektoranalysis kann hierfür geschrieben werden:

$$dw = - \operatorname{div} [\mathfrak{e}\mathfrak{h}] \, dt - \mathfrak{e} \mathfrak{g} dt . \tag{291}$$

Die Leistung, die aus dem Raumelement austritt, ist die Abnahme seines Energieinhalts in der Zeiteinheit, also gleich $-\frac{dw}{dt}$. Die aus dem Raum v insgesamt austretende Leistung ergibt sich durch Integration über denselben. Aus (291) folgt demnach:

$$n = \int_v \operatorname{div} [\mathfrak{e}\mathfrak{h}] \, dv + \int_v \mathfrak{e} \mathfrak{g} dv . \tag{292}$$

Entsprechend unserem Ansatz gilt diese Beziehung nur für den Raum außerhalb von Energiequellen. Nun ist nach dem Gaußschen Satz:

$$\int_v \operatorname{div} [\mathfrak{e}\mathfrak{h}] \, dv = \oint [\mathfrak{e}\mathfrak{h}] \, d\mathfrak{f} , \tag{293}$$

wobei das Integral über die den Raum begrenzende, geschlossene Fläche so zu erstrecken ist, daß der Vektor $d\mathfrak{f}$ nach außen gerichtet ist. Damit wird:

$$n = \oint [\mathfrak{e}\mathfrak{h}] \, d\mathfrak{f} + \int_v \mathfrak{e} \mathfrak{g} dv . \tag{294}$$

Um hieraus feststellen zu können, wie groß die Energie ist, die mit den elektromagnetischen Wellen, von Leitern losgelöst, d. h. mit der „Strahlung" hinausströmt, müssen wir die Hüllfläche so legen, daß sie etwa vorhandene Leiter vollständig umschließt, oder, was auf dasselbe hinausläuft, den Strom in diesen unterbrechen*). Wir setzen

*) Man kann statt dieses Gedankenexperimentes auch als Integrationsraum den Raum zwischen zwei geschlossenen Schalen wählen, von denen die eine die andere umschließt, mit der Festsetzung, daß dieser Raum keine Leiter enthält, und das dann allein übrigbleibende Oberflächen-

also $\mathfrak{g} = 0$ und erkennen, daß die „Strahlungsleistung", die aus einem solchen Raum austritt, durch das erste Glied auf der rechten Seite von (294) gegeben ist:

$$n_s = \oint [\mathfrak{e}\mathfrak{h}]\, d\mathfrak{f}\,. \tag{295}$$

Der Vektor

$$\mathfrak{f} = [\mathfrak{e}\mathfrak{h}] \tag{296}$$

unter dem Integral stellt offenbar die augenblickliche Dichte des mit den elektromagnetischen Wellen verbundenen Energiestromes an allen Stellen des Raumes (außerhalb stromführender Leiter) nach Größe, Richtung und Richtungssinn dar. Er wird gewöhnlich als „Poyntingscher Strahlungsvektor" oder als Vektor der „Strahlungsdichte" bezeichnet. Im folgenden wird im Hinblick auf die Bezeichnung „Strahlung" für die Größe $(E \cdot D)$ zur besseren Unterscheidung der Vektor $\mathfrak{f}$ „Strahlungsleistungsdichte" genannt werden. Seine Richtung ist gemäß (296) senkrecht auf den Richtungen von $\mathfrak{e}$ und $\mathfrak{h}$. Sein Betrag ist:

$$|\mathfrak{f}| = |\mathfrak{e}| \cdot |\mathfrak{h}| \cdot \sin \xi\,,$$

wenn ξ der von $\mathfrak{e}$ und $\mathfrak{h}$ eingeschlossene Winkel ist. Da $d\mathfrak{f}$ der Vektor des Flächenelementes ist, dessen Richtung durch die Flächennormale gegeben ist, kommt für die Integration nur die auf dem Flächenelement senkrechte Komponente von $\mathfrak{f}$, d. h. die Projektion von $\mathfrak{f}$ auf die Flächennormale in Betracht.

Gewöhnlich hat man es mit dem sog. „eingeschwungenen" Zustand zu tun, d. h. $\mathfrak{e}$, $\mathfrak{h}$ und $\mathfrak{g}$ ändern sich periodisch mit der Zeit. Der über die Schwingungsdauer erstreckte zeitliche Mittelwert der elektromagnetischen Energie, die in einem eingeschwungenen Raum aufgespeichert ist, ändert sich dann nicht. Wenn aber die elektromagnetische Energie, die im Mittel über die Schwingungsdauer aus dem Raum austritt bzw. in diesen eintritt, nicht aus der Feldenergie gedeckt wird, so muß sie nach dem Gesetz von der Erhaltung der Energie von den im Raum vorhandenen Energiequellen abgegeben bzw. innerhalb des Raumes in Wärme umgesetzt oder in anderer Weise verbraucht worden sein. Da wir bei dem Ansatz (290) ausdrücklich von Energiequellen und Energieverbrauchern abgesehen haben, ist in der durch (294) dargestellten Leistung die im eingeschwungenen Zustand austretende bzw. eintretende mittlere Leistung nicht enthalten. Es liegt also

---

integral in (294) aufteilen in ein Integral über die äußere Schale und ein Integral über die innere Schale. Die Summe der beiden Teilintegrale ist dann gleich null, und das Teilintegral über die äußere Schale ist offenbar die Strahlungsleistung, die aus dem von ihr eingeschlossenen Raum austritt.

kein Widerspruch darin, daß im eingeschwungenen Zustand der zeitliche Mittelwert von n verschwindet, während die austretende Strahlungsleistung n_s, die auch im eingeschwungenen Zustand durch (295) dargestellt ist, einen endlichen Wert hat.

Wird bei der Anwendung von (295) auf die Antenne die Integrationsfläche so gelegt, daß sie die Antenne vollständig umschließt, so ist also n_s die Strahlungsleistung der Antenne. Man kann z. B. die Fläche mit der Oberfläche des Antennenleiters zusammenfallen lassen. Dieses Verfahren wird unter (57) angewandt werden. Einfacher läßt sich die Integration durchführen, wenn sie über eine Fläche mit sehr großem Abstand von der Antenne erstreckt wird. Dann muß aber der Boden als vollkommen leitend, der Raum über ihm als vollkommen nichtleitend angenommen werden. Von den Ausbreitungsverlusten [vgl. unter (91)] ist also abzusehen. Andernfalls ergäbe sich nicht das, was man unter der Strahlungsleistung einer Antenne versteht. Beide Verfahren führen natürlich zu dem gleichen Ergebnis. Bei Strahlergruppen ist trotzdem das erstgenannte Verfahren vorzuziehen, da es noch weitere Aufschlüsse liefert, die das andere nicht gibt.

2. Integration der Strahlungsleistungsdichte im Fernfeld

(52) An Hand der Betrachtungen unter (4) erkennt man leicht, daß die Richtungen der elektrischen und magnetischen Feldstärke in großer Entfernung von der Antenne in jedem Augenblick senkrecht zueinander sind, gleichgültig, welche Lage die einzelnen Stromelemente haben, so daß $\xi = 90°$ (Abb. 69). Im freien Raum sind nach (24) die Beträge von $\mathfrak{e}$ und $\mathfrak{h}$ in jedem Augenblick einander proportional, so daß:

$$e = |\mathfrak{e}| = Z_0 |\mathfrak{h}|, \qquad (297)$$

worin Z_0 gemäß (25) der Wellenwiderstand des leeren Raumes ist. Somit ist die Strahlungsleistungsdichte im Fernfeld:

$$|\mathfrak{s}| = \frac{e^2}{Z_0}. \qquad (298)$$

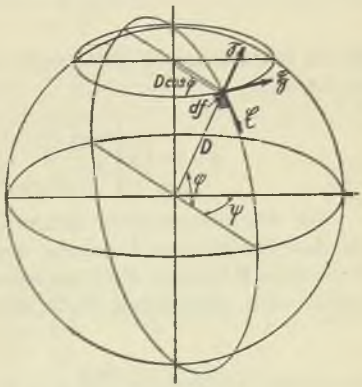


Abb. 69. Zur Integration der Strahlungsleistungsdichte $\mathfrak{S}$.

Ihre Richtung und ihr Richtungssinn ändert sich mit der Zeit nicht, wenn auch ihre Größe mit der Zeit schwankt. Die Energie strömt also durch die Hüllfläche nur in einer Richtung, flutet nicht etwa hin und zurück.

Der Einfachheit halber betrachten wir eine Fläche, die eine Kugel-

schale mit der Antenne als Mittelpunkt bildet. Bei großem Radius D der Kugelschale fällt die Richtung der Strahlungsleistungsdichte überall mit der Normalen des Flächenelementes zusammen. Dann gilt für das skalare Produkt:

$$\mathfrak{f} d\mathfrak{f} = |\mathfrak{f}| \cdot |d\mathfrak{f}| .$$

In sphärischen Polarkoordinaten ist das Flächenelement (Abb. 69):

$$|d\mathfrak{f}| = D d\varphi \cdot D \cos\varphi d\psi . \tag{299}$$

Da durch die Äquatorebene, die die Erdoberfläche darstellt, bei unendlich leitendem Boden keine Strahlung hindurchtritt, braucht das Integral nur über die Halbkugelschale selbst erstreckt zu werden:

$$n_s = \frac{1}{Z_0} \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}} e^2 D^2 \cos\varphi \, d\varphi \, d\psi . \tag{300}$$

Wird die Antenne in harmonischen Schwingungen erregt $(e = E\sqrt{2} \sin \omega t)$, so interessiert nicht der Augenblickswert n_s, sondern nur der zeitliche Mittelwert N_s. Dieser ist bekanntlich halb so groß wie der Höchstwert, so daß:

$$N_s = \frac{1}{Z_0} \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}} E^2 D^2 \cos\varphi \, d\varphi \, d\psi . \tag{301}$$

Durch Einsetzen von (124), unter Berücksichtigung von $Z_0 = 2\pi \cdot 60\,\Omega$, ergibt sich:

$$N_s = I_A^2 \left\{ \frac{60\,\Omega}{2\pi} \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}} |\mathfrak{F}_A(\varphi, \psi)|^2 \cos\varphi \, d\varphi \, d\psi \right\} . \tag{302}$$

Vor der geschweiften Klammer steht das Quadrat eines Stromes. Da das Ganze eine Leistung darstellt, hat der Ausdruck in der geschweiften Klammer die Dimension eines Widerstandes. Man bezeichnet ihn als den „Strahlungswiderstand“:

$$R_{sA} = \frac{60\,\Omega}{2\pi} \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}} |\mathfrak{F}_A(\varphi, \psi)|^2 \cos\varphi \, d\varphi \, d\psi . \tag{303}$$

Mit dieser Größe wird die Strahlungsleistung dargestellt durch:

$$N_s = R_{sA} \cdot I_A^2 . \tag{304}$$

Ein Ohmscher Widerstand von der Größe R_{sA}, der von einem Strom gleich dem Strom im Bezugspunkt der Antenne durchflossen wird, verbraucht demnach eine Leistung, die gleich der Strahlungs-

leistung der Antenne ist. Da $\mathfrak{F}_A(\varphi, \psi)$ und damit R_{sA} von der Wahl des Bezugspunktes abhängt, hat eine Angabe des Strahlungswiderstandes nur Sinn bei gleichzeitiger Angabe des Bezugspunktes. An sich ist dessen Lage belanglos. Am naheliegendsten ist es, auf den Speisepunkt der Antenne, d. i. bei senkrechten Antennen meist der Fußpunkt, zu beziehen. Dann ist, wenn man von den Verlusten absieht, der Strahlungswiderstand zugleich der Wirkwiderstand der Antenne im Speisepunkt, aus dem sofort die Erfordernisse der Speisung ersehen werden können. Häufig dient aber auch die Stelle des Strombauches als Bezugspunkt, da dieser als Bezugspunkt für die Stromverteilung am bequemsten ist. Dabei ist es gleichgültig, ob ein Strombauch wirklich vorhanden oder nur fiktiv ist. Die Umrechnung von einem Bezugspunkt, z. B. der Stelle des Strombauches, mit R_{s0} und I_0 auf einen anderen, z. B. den Fußpunkt, mit R_{sF} und I_F, ist leicht möglich, da definitionsgemäß:

$$N_s = R_{s0} \cdot I_0^2 = R_{sF} \cdot I^2_F .$$

Somit gilt:

$$R_{sF} = \left(\frac{I_0}{I_F}\right)^2 R_{s0} . \tag{305}$$

Da das Strahlungsmaß $\mathfrak{F}_A(\varphi, \psi)$ im Abschnitt III für die verschiedenen Antennenformen ermittelt worden ist, ist die Bestimmung des Strahlungswiderstandes aus (303) nur noch eine rein mathematische Aufgabe.

Mitunter ist es vorteilhaft, die Strahlungsverteilung, d. h. das auf eine bestimmte, an sich beliebige Richtung $\varphi = \varphi_{00}$; $\psi = \psi_{00}$ bezogene Strahlungsmaß [gemäß (127)] einzuführen. Mit dieser läßt sich R_{sA} ganz allgemein darstellen durch:

$$R_{sA} = 60\,\Omega\,|\mathfrak{F}_A(\varphi_{00}, \psi_{00})|^2 \cdot P_{00} , \tag{306}$$

wobei zur Abkürzung gesetzt ist:

$$P_{00} = \frac{1}{2\pi} \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}} \left| \frac{\mathfrak{F}_A(\varphi, \psi)}{\mathfrak{F}_A(\varphi_{00}, \psi_{00})} \right|^2 \cos\varphi \, d\varphi \, d\psi . \tag{307}$$

P_{00} ist eine durch die Strahlungsverteilung vollständig bestimmte, dimensionslose Größe.

Bei gegebener Strahlungsleistung folgt der Strom im Bezugspunkt A eines Einzelstrahlers aus (304). Damit ergibt sich die Strahlung eines Einzelstrahlers in der Richtung $\varphi = \varphi_{00}$; $\psi = \psi_{00}$ gemäß (124) aus:

$$E_{00} \cdot D = 60\,\Omega\,|\mathfrak{F}_A(\varphi_{00}, \psi_{00})|\sqrt{\frac{N_s}{R_{sA}}} . \tag{308}$$

Dies kann unter Berücksichtigung von (306) auch geschrieben werden:

$$E_{00} \cdot D = \sqrt{\frac{60\Omega \cdot N_s}{P_{00}}}. \tag{309}$$

Wenn das Strahlungsmaß von ψ unabhängig ist, also Rundstrahlung vorliegt ($\mathfrak{F}_A(\varphi, \psi) = \mathfrak{F}_A(\varphi)$), kann der erste Teil des Doppelintegrals in (303) allgemein gelöst werden. Damit treten folgende Vereinfachungen ein:

$$R_{sA} = 60\Omega \int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}} |\mathfrak{F}_A(\varphi)|^2 \cos\varphi \, d\varphi = 60\Omega \, |\mathfrak{F}_A(\varphi_{00})|^2 P_{00}, \tag{310}$$

$$P_{00} = \int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}} \left| \frac{\mathfrak{F}_A(\varphi)}{\mathfrak{F}_A(\varphi_{00})} \right|^2 \cos\varphi \, d\varphi = \int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}} |\mathfrak{f}_{00}(\varphi)|^2 \cos\varphi \, d\varphi. \tag{311}$$

Die hier aufgestellten Beziehungen gelten sämtlich auch bei Strahlergruppen mit der Maßgabe, daß an die Stelle des Strahlungswiderstandes R_{sA} der Gesamtstrahlungswiderstand $\hat{R}_{se}$, an die Stelle des Strahlungsmaßes $\mathfrak{F}_A(\varphi, \psi)$ das Gesamtstrahlungsmaß $\hat{\mathfrak{F}}_e(\varphi, \psi)$, bezogen auf den Bezugspunkt auf dem Bezugsstrahler (im Abschnitt III, 3. durch den Index e angedeutet) eintritt. Gemäß (188) ist das Gesamtstrahlungsmaß das Produkt aus dem Strahlungsmaß des Einzelstrahlers und der Gruppencharakteristik. Die Gesamtstrahlung in der Richtung $\varphi = \varphi_{00}$; $\psi = \psi_{00}$ z. B. stellt sich dar als:

$$\hat{E}_{00} \cdot D = 60\Omega \, |\mathfrak{F}_e(\varphi_{00}, \psi_{00})| \cdot |\mathfrak{G}_e(\varphi_{00}, \psi_{00})| \sqrt{\frac{N_s}{\hat{R}_{se}}}. \tag{312}$$

3. Einzelne senkrechte Antennen mit sinusförmiger Stromverteilung

(53) Die Strahlungsverteilung eines senkrechten Doppelpoles im freien Raum ist gemäß (129) gegeben durch: $\mathfrak{f}_0(\varphi, \psi) = \cos\varphi$. Unter gewissen Voraussetzungen gilt diese Beziehung angenähert auch für Antennen endlicher Ausdehnung. So wird, wie unter (30) gezeigt, die Strahlungsverteilung eines einzelnen glatten senkrechten Leiters mit gleichbleibendem Querschnitt in guter Annäherung durch (129) beschrieben, solange die Höhe des oberen Endes über dem Boden kleiner als $\frac{\lambda}{4}$ ist.

Nach (311) wird dann mit $4\cos^3\varphi = \cos 3\varphi + 3\cos\varphi$:

$$P_0 = \tfrac{2}{3}, \tag{313}$$

womit gemäß (306):

$$R_{sA} = 40\,\Omega\,|\mathfrak{F}_A(0)|^2. \tag{314}$$

Meist findet man eine Schreibweise, die sich durch Einsetzen von $\mathfrak{F}_F(0) = 2\pi\frac{h_w}{\lambda}$ [gemäß (250)] ergibt:

$$R_{sF} = 1579\,\Omega\left(\frac{h_w}{\lambda}\right)^2. \tag{315}$$

Für glatte senkrechte Leiter mit und ohne Endkapazität können $\mathfrak{F}_0(0)$ und h_w aus Abb. 67 entnommen werden. Im übrigen sei bezüglich dieser Größen auf (45) verwiesen.

Die Ungenauigkeit von (314) bzw. (315) hängt davon ab, wie weit die tatsächliche Strahlungsverteilung von der sinusförmigen [gemäß (129)] abweicht. Bei Angaben über diesen Fehler und bei der Ableitung weiterer Formeln im folgenden beschränken wir uns auf glatte (nicht unterteilte) senkrechte Leiter. Wir setzen dabei sinusförmige Stromverteilung voraus, nehmen also an, daß die Änderung des Wellenwiderstandes und die Dämpfung vernachlässigt werden können.

Für sehr niedrige Antennen kann man unter Berücksichtigung von (255) aus (314) leicht ableiten:

$$R_{sF} \approx 10\,\Omega\,[\alpha(l + l_v)]^2\,. \tag{316}$$

Diese Formel besticht durch ihre Einfachheit, ist jedoch ausreichend genau nur bei einer gesamten elektrischen Länge $\alpha(l + l_v) \leqq 30°$.

Bei größerer Länge kommt zunächst (314) bzw. (315) in Betracht. Solange $\alpha l < 60°$, ist der Fehler kleiner als 1%, also meist vernachlässigbar. Für die $\frac{\lambda}{4}$-Antenne $\left(\mathfrak{F}_F(0) = 1; h_w = \frac{2}{\pi}\frac{\lambda}{4}\right)$ z. B. würde (314) bzw. (315) $R_s = 40\,\Omega$ ergeben. Dieser Wert ist, wie die genaue Rechnung zeigt, um 9% zu groß.

Eine bessere Annäherung erhält man durch Anwendung von (150). Unter Berücksichtigung von:

$$16\cos^5\varphi = \cos 5\varphi + 5\cos 3\varphi + 10\cos\varphi$$

ergibt sich dann:

$$R_{sA} = 40\,\Omega\,|\mathfrak{F}_A(0)|^2\left[1 - \frac{1}{30}(\alpha l)^2\right]. \tag{317}$$

Bei Einführung der Wellenlänge statt α und der wirksamen Höhe statt $\mathfrak{F}_A(0)$ in (317) wird der auf den Fußpunkt bezogene Strahlungswiderstand:

$$R_{sF} = 1579\,\Omega\left(\frac{h_w}{\lambda}\right)^2\left[1 - 1{,}32\left(\frac{l}{\lambda}\right)^2\right]. \tag{318}$$

Für die $\frac{\lambda}{4}$-Antenne ergibt sich hieraus $R_{sF} = 36{,}7\,\Omega$. Dieser Wert stimmt sehr gut mit dem genauen überein. Die Formeln (317) und (318) sind also für Antennen, deren Länge in der Größenordnung von $\frac{\lambda}{4}$ ist, gut brauchbar. Für die $\frac{\lambda}{2}$-Antenne ($\mathfrak{F}_0(0) = 2$) ergibt sich aus (317) der auf den Strombauch bezogene Strahlungswiderstand zu $107\,\Omega$. Wie noch gezeigt wird, ist der genaue Wert $98\,\Omega$. Der Fehler ist also nur 9%.

Ist die Länge l des senkrechten Leiters erheblich größer als $\frac{\lambda}{4}$, oder eine größere Endkapazität vorhanden, so muß mit den unter (30) abgeleiteten genauen Werten für die Strahlungsverteilung gerechnet werden. Wir nehmen an, daß die räumliche Ausdehnung der Endkapazität so gering ist, daß ihre Strahlung vernachlässigbar klein gegenüber der Strahlung des senkrechten Teiles ist. Dann gilt für das Strahlungsmaß (152). Die Auswertung des Integrals in (310), die zuerst von van der Pol [28] durchgeführt worden ist, führt auf höhere Funktionen, den Integral-Sinus $Si(x)$ und den Integral-Cosinus $Ci(x)$*):

$$\begin{aligned} R_{s0} = 15\,\Omega \Big\{ & \sin 2\alpha(l + l_v)\,[Si\,4\alpha l - 2\,Si\,2\alpha l] \\ & + \cos 2\alpha(l + l_v)\,[Ci\,4\alpha l - 2\,Ci\,2\alpha l + \ln \alpha l + 0{,}577] \\ & + 2\left[\ln \alpha l - Ci\,2\alpha l + 1{,}27036 + \sin^2 \alpha l_v \left(\frac{\sin 2\alpha l}{2\alpha l} - 1\right)\right]\Big\}. \end{aligned} \tag{319}$$

Auf die Ableitung braucht hier nicht näher eingegangen zu werden, da (319) ein Sonderfall von (361) ist, die ausführlich abgeleitet ist. Für $l = \frac{\lambda}{4}$; $l_v = 0$ erhält man so: $R_{s0} = 36{,}6\,\Omega$, und für $l = \frac{\lambda}{2}$: $R_{s0} = 98\,\Omega$. In Abb. 70 und 71 ist R_{s0} [nach (319) berechnet] als Funktion von αl dargestellt. In Abb. 70 ist außerdem der auf den Fußpunkt bezogene Strahlungswiderstand angegeben, für den gemäß (305):

$$R_{sF} = \frac{R_{s0}}{\sin^2 \alpha(l + l_v)}. \tag{320}$$

Die Umrechnung des Strahlungswiderstandes vom Strombauch auf den Fußpunkt in dieser Weise ist jedoch nur bei niedrigen Antennen ($l < \frac{3}{8}\lambda$) zulässig. Hierauf wird unter (55) noch eingegangen.

Voraussetzungsgemäß gilt (319) für Leiter über vollkommen leitendem Boden. Die Wirkung des Bodens ist dementsprechend durch

*) Bezüglich der Definition dieser Funktionen vgl. (272a). Sie sind z. B. tabelliert in: Jahnke-Emde, Funktionentafeln, S. 83, B. G. Teubner, Leipzig 1933 (2. Aufl.).

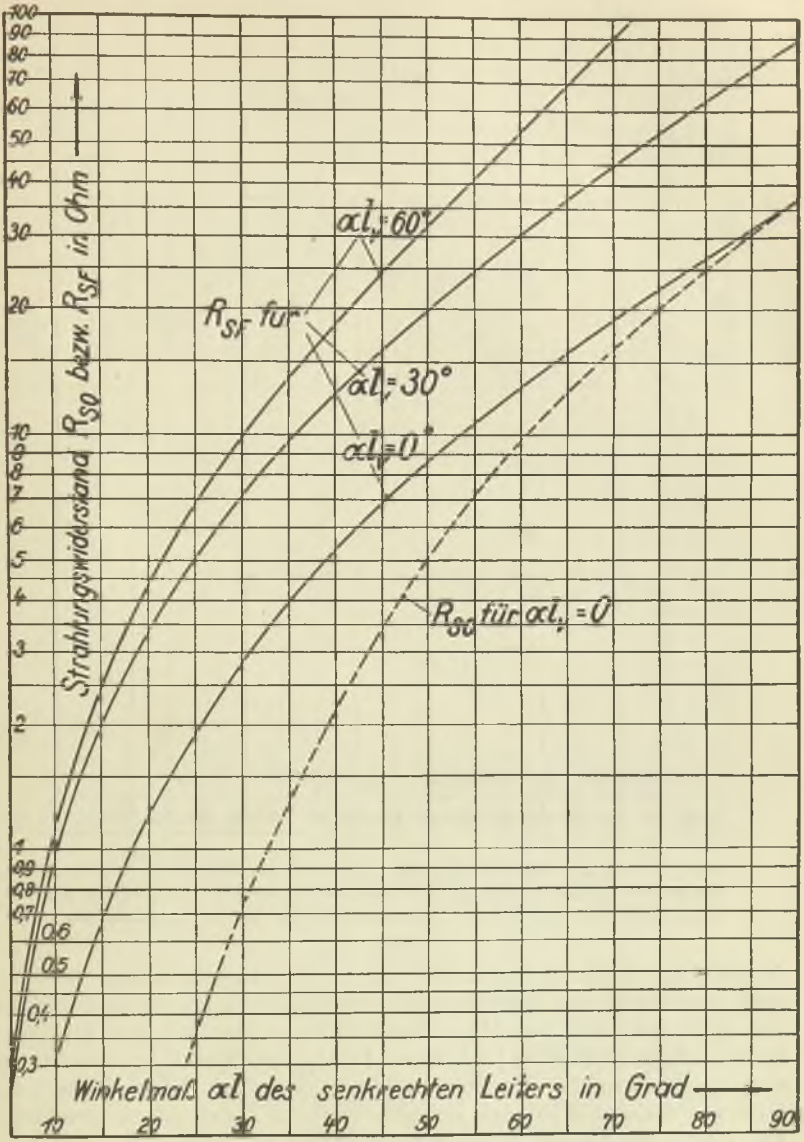


Abb. 70. Strahlungswiderstand eines glatten, senkrechten, gegen Erde erregten Leiters von der Länge l (= Höhe) für verschiedene wirksame Verlängerungen l_v durch eine Endkapazität, bezogen auf den Strombauch (R_{S0}) bzw. auf den Fußpunkt (R_{SF}).

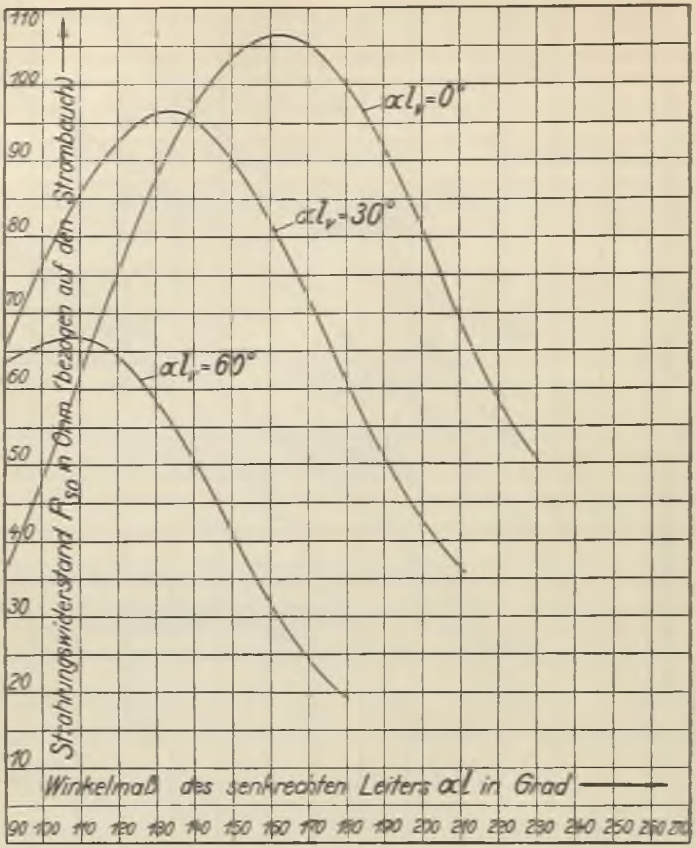


Abb. 71. Auf den Strombauch bezogener Strahlungswiderstand $R_{s\,0}$ eines senkrechten, glatten, gegen Erde erregten Leiters von der Länge l (= Höhe) für verschiedene wirksame Verlängerungen l_v durch eine Endkapazität.

Anbringung eines Spiegelbildes unter der Erdoberfläche berücksichtigt worden. Die Strahlungsleistungsdichte ist bei der Aufstellung von (319) natürlich nur über eine Hüllfläche oberhalb der Erdoberfläche integriert worden [vgl. unter (52)]. Der Strahlungswiderstand einer symmetrischen Antenne im freien Raum ist daher doppelt so groß wie der aus (319) sich ergebende Wert. Dabei ist zu beachten, daß l dann die halbe Antennenlänge bedeutet.

Weiter unten wird gezeigt, wie bei einer erdsymmetrisch aufgebauten und gespeisten Antenne aus dem Strahlungswiderstand im freien Raum (bzw. bei vollkommen absorbierendem Boden) und der

„Strahlungskopplung“ mit dem Spiegelbild der Strahlungswiderstand über vollkommen leitendem Boden ermittelt werden kann. Im Hinblick darauf ist auch der Strahlungswiderstand von Interesse, der sich für einen Leiter ohne Endkapazität ($l_v = 0$), dessen Länge ein ganzes Vielfaches N von $\lambda/2$ ist ($l = N\,\lambda/2$), im freien Raum ergibt:

$$R_{s0} = 30\,\Omega\,[0{,}577 + \ln(2\pi N) - Ci\,(2\pi N)]\,. \tag{321}$$

Er folgt aus (364) als reeller Teil von $\mathfrak{R}_{12}$ mit $l_1 = l_2$ und $d \to 0$ (für ungerade N auch einfacher aus (319)).

Wie sich die Abhängigkeit des Strahlungswiderstandes von der Antennenhöhe bei gleichbleibender Strahlungsleistung auf die Größe der Strahlung (gegeben durch (308)) auswirkt, wird in Teil II gezeigt.

4. Graphische Bestimmung des Strahlungswiderstandes von Rundstrahlern

(54) Die exakten Formeln für den Strahlungswiderstand sind schon bei verhältnismäßig einfachen Antennenformen recht verwickelt und umständlich in der Auswertung. Hinzu kommt, daß die auftretenden höheren Funktionen für manche Zwecke nicht genau genug oder in einem zu kleinen Bereich des Argumentes tabelliert sind. Daher ist es häufig einfacher und genauer, den Strahlungswiderstand durch graphische Integration zu ermitteln. Allerdings läßt sich dieses Verfahren praktisch nur auf Rundstrahlantennen anwenden.

Trägt man $y_{00} = |\mathfrak{f}_{00}(\varphi)|^2 \cos\varphi$ als Funktion von φ auf, so ist gemäß (310) und (311) die Fläche unter der Kurve y_{00} proportional R_{sA}. Der Proportionalitätsfaktor hängt u. a. von den gewählten Maßstäben für y und φ ab. Am einfachsten ermittelt man ihn in der Weise, daß man einen Vergleich der zu untersuchenden Antenne mit einer bekannten Antenne anstellt. Als Vergleichsantenne eignet sich z. B. die $\frac{\lambda}{4}$-Antenne. Bei dieser ist mit $\varphi_{00} = 0$ als Bezugsrichtung:

$$|\mathfrak{f}_0(\varphi)|_{\frac{\lambda}{4}} = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\varphi\right)}{\cos\varphi}\,; \qquad |\mathfrak{F}_0(0)|_{\frac{\lambda}{4}} = 1\,; \qquad [R_{s0}]_{\frac{\lambda}{4}} = 36{,}6\,\Omega\,.$$

Berechnet man ein für allemal $[y_0]_{\frac{\lambda}{4}} = |\mathfrak{f}_0(\varphi)|^2_{\frac{\lambda}{4}} \cdot \cos\varphi$, so macht es wenig Mehrarbeit, zugleich mit dem y_{00} der zu untersuchenden Antenne im gleichen Maßstab $[y_0]_{\frac{\lambda}{4}}$ aufzutragen und außer der Fläche $P_{00} = \int y_{00}\,d\varphi$ die Fläche $[P_0]_{\frac{\lambda}{4}} = \int [y_0]_{\frac{\lambda}{4}} \cdot d\varphi$ zu bestimmen. Wählt man immer den gleichen Maßstab, so braucht man diese Arbeit nur einmal zu leisten. Dann ist gemäß (310) und (311):

$$\frac{R_{sA}}{[R_{s0}]_{\frac{\lambda}{4}}} = \frac{|\mathfrak{F}_A(\varphi_{00})|^2 \int |\mathfrak{f}_{00}(\varphi)|^2 \cos\varphi \, d\varphi}{|\mathfrak{F}_0(0)|^2_{\frac{\lambda}{4}} \int |\mathfrak{f}_0(\varphi)|^2_{\frac{\lambda}{4}} \cos\varphi \, d\varphi} = |\mathfrak{F}_A(\varphi_{00})|^2 \frac{\int y_{00} \, d\varphi}{\int [y_0]_{\frac{\lambda}{4}} \, d\varphi}$$

$$R_{sA} = 36{,}6\,\Omega \, |\mathfrak{F}_A(\varphi_{00})|^2 \frac{P_{00}}{[P_0]_{\frac{\lambda}{4}}}. \tag{322}$$

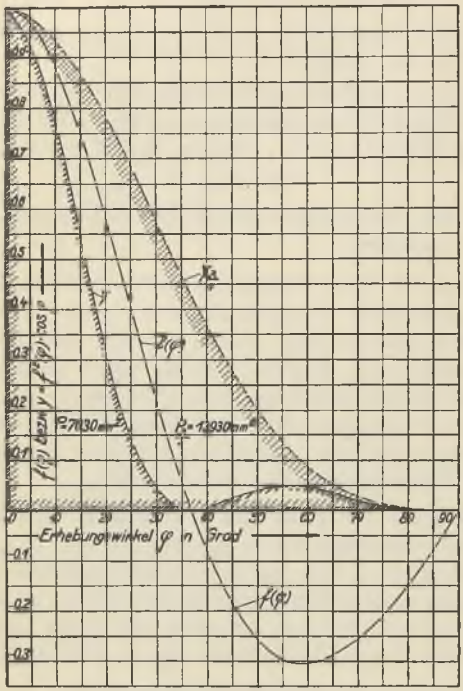


Abb. 72. Graphische Ermittlung des Strahlungswiderstandes von Rundstrahlern aus der Strahlungsverteilung $\mathfrak{f}(\varphi)$.

In Abb. 72 ist ein Beispiel für eine derartige graphische Bestimmung von R_{sA} dargestellt, aus dem man auch die Werte für $[y_0]_{\frac{\lambda}{4}}$ entnehmen kann. Diesem Beispiel liegt eine senkrechte, $\frac{5}{8}\lambda$ hohe Antenne ohne Endkapazität ($\alpha l = 225°$) zugrunde. Als Bezugsrichtung φ_{00} ist die Horizontale ($\varphi_{00} = 0$) gewählt. Für den Strombauch als Bezugspunkt ist das Horizontalstrahlungsmaß durch (252) gegeben, womit: $\mathfrak{F}_0(0) = 1 - \cos\alpha l = 1{,}707$. Aus Abb. 72 entnimmt man: $P_0 = 7030\ \text{mm}^2$; $[P_0]_{\frac{\lambda}{4}} = 13\,930\ \text{mm}^2$. Mithin ist der auf den Strombauch bezogene Strahlungswiderstand:

$$R_{s0} = 36{,}6 \cdot 1{,}707^2 \frac{7030}{13\,930}\,\Omega = 54\,\Omega.$$

Das Verfahren ist auch auf rundstrahlende Strahlergruppen anwendbar, wobei dann $\mathfrak{F}_A(\varphi_{00})$ das auf den Bezugsstrahler bezogene Gesamtstrahlungsmaß [unter **(37)**) mit $\mathfrak{F}_e(\varphi_{00})$ bezeichnet] darstellt. R_{sA} ist dementsprechend der auf den Bezugsstrahler bezogene Gesamtstrahlungswiderstand.

5. Antennen mit nicht sinusförmiger Stromverteilung

(55) Wie unter **(35)** an einem Beispiel gezeigt worden ist, besteht der Einfluß der endlichen Dämpfung der Antenne auf die Strahlungs-

verteilung im wesentlichen nur darin, daß die Nullwinkel, die auftreten würden, wenn die Dämpfung verschwindend klein und damit die Stromverteilung sinusförmig wäre, verwischt werden. Unter der Voraussetzung, daß das Horizontalstrahlungsmaß das gleiche ist wie bei sinusförmiger Stromverteilung, bleibt dies praktisch ohne Einfluß auf den Strahlungswiderstand, wie man an dem Beispiel der Abb. 72 leicht abschätzen kann.

Nun ist unter (47) gezeigt worden, daß das Horizontalstrahlungsmaß nur sehr wenig von dem bei sinusförmiger Stromverteilung abweicht, wenn auf den Strom im Strombauch bezogen wird. Man kann also ohne erheblichen Fehler für den Strahlungswiderstand im Strombauch einer Antenne, deren Stromverteilung infolge der Dämpfung von der sinusförmigen abweicht, den Strahlungswiderstand der dämpfungsfrei gedachten Antenne einsetzen.

Die Umrechnung auf einen anderen Bezugspunkt, z. B. den Fußpunkt, darf jedoch dann nicht unter Zugrundelegung der sinusförmigen Stromverteilung erfolgen, wenn der Bezugspunkt mehr als etwa $\frac{3}{8}\lambda$ vom freien Ende des Leiters entfernt ist. Besonders deutlich zeigt sich dies an dem auf den Knoten bezogenen Strahlungswiderstand, der bei sinusförmiger Stromverteilung unendlich groß werden würde, was physikalisch unmöglich ist. Man erhält den wirklichen Wert in guter Annäherung, wenn man den Strahlungswiderstand gemäß (305) umrechnet unter Zugrundelegung der unter (20) entwickelten Stromverteilung auf gedämpften Leitungen.

Mit (95) ergibt sich ohne weiteres für den Strahlungswiderstand, bezogen auf den Strom im Fußpunkt $F(x = l)$:

$$R_{sF} = \frac{\mathfrak{Cos}^2\,\beta\left(\frac{\lambda}{4} + l_{v\beta} - l_{v\alpha}\right)}{\sin^2\alpha\,(l + l_{v\alpha}) + \mathfrak{Sin}^2\,\beta\,(l + l_{v\beta})} \cdot R_{s0}\,, \tag{323}$$

wobei R_{s0} auf den Strom im ersten Strombauch $\left(x + l_{v\alpha} = \frac{\lambda}{4}\right)$ bezogen ist.

Die Ermittlung der Dämpfungskonstanten wird weiter unten besprochen. Bei der praktischen Anwendung von (323) bedient man sich mit Vorteil der Tafel II, die auch die Hyperbelfunktionen enthält.

Bei den gebräuchlichen Antennen ist β so klein, daß in völlig ausreichender Näherung der Zähler in (323) gleich 1 gesetzt werden darf:

$$R_{sF} = \frac{R_{s0}}{\sin^2\alpha\,(l + l_{v\alpha}) + \mathfrak{Sin}^2\,\beta\,(l + l_{v\beta})}\,. \tag{324}$$

Im ersten Stromknoten $\left(l + l_{v\alpha} = \frac{\lambda}{2}\right)$ ist z. B.:

$$R_{sK} = \frac{R_{s0}}{\mathfrak{Sin}^2\,\beta\left(\frac{\lambda}{2} + l_{v\beta} - l_{v\alpha}\right)}\,. \tag{325}$$

Wir nehmen vorweg, daß in diesem Fall angenähert [auf Grund von (421)]:

$$\beta\left(\frac{\lambda}{2} + l_{v\beta} - l_{v\alpha}\right) \approx \frac{2\,R_{s0}}{Z}.$$

Hierin ist Z der Wellenwiderstand der Ersatzdoppelleitung. Mithin ist:

$$R_{sK} \approx \frac{R_{s0}}{\mathfrak{Sin}^2\left(\frac{2\,R_{s0}}{Z}\right)} \approx \frac{\left(\frac{Z}{2}\right)^2}{R_{s0}}. \tag{326}$$

R_{sK} ist proportional dem Quadrat des Wellenwiderstandes, also sehr stark von diesem abhängig, wie anschaulich aus Abb. 73 hervor-

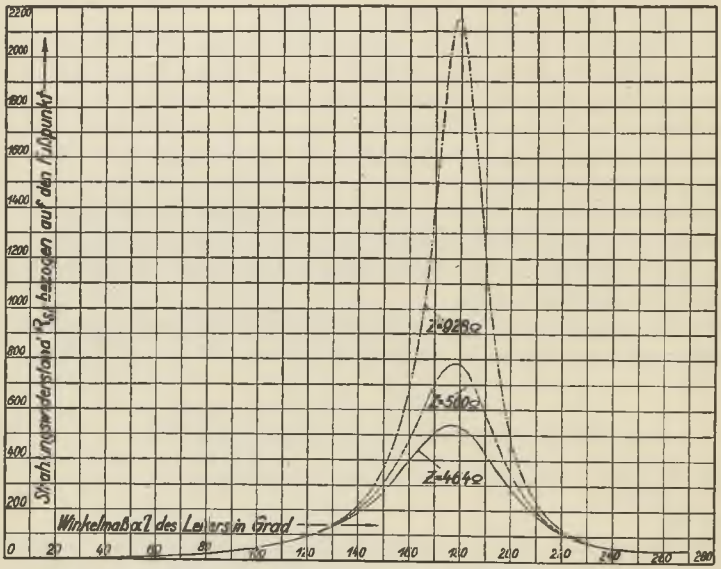


Abb. 73. Auf den Fußpunkt bezogen Strahlungswiderstand R_{sF} eines senkrechten, glatten, gegen Erde erregten Leiters von der Länge l (=Höhe) ohne Endkapazität für verschiedene Wellenwiderstände Z (α' =Winkelkonstante des freien Raumes).

geht. Nimmt man die Länge des Leiters als gleichbleibend an, so stellen die Kurven die Frequenzabhängigkeit des Strahlungswiderstandes dar.

6. Strahlerpaar

(56) Als Beispiel für eine Strahlergruppe seien zwei nebeneinander auf dem Boden angeordnete Strahler betrachtet [29]. Die Gruppen-

charakteristik ist im allgemeinsten Fall durch (198) gegeben. Wir nehmen an, die Einzelstrahler seien Rundstrahler mit sinusförmiger Strahlungsverteilung ($\mathfrak{f}_0(\varphi, \psi) = \cos\varphi$), z. B. niedrige senkrechte Leiter. In Abb. 54 sind einige Horizontalstrahlungskennlinien dargestellt. Wir verwenden die gleichen Bezeichnungen wie unter **(38)** bzw. in Abb. 38.

Die Anwendung der Vorschrift (303) ergibt für den auf den Bezugsstrahler bezogenen Gesamtstrahlungswiderstand zunächst:

$$\hat{R}_{se} = \frac{60\,\Omega}{2\pi} |\mathfrak{F}_e(0)|^2 \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}} [1 + p^2 + 2p\cos 2(\delta - \alpha a \cos\varphi \cos\psi)] \cos^3\varphi \, d\varphi \, d\psi .$$

Das Horizontalstrahlungsmaß $\mathfrak{F}_e(0)$ des Bezugsstrahlers ergibt sich aus den unter **(45)** aufgestellten Beziehungen. Umgeformt ist:

$$\hat{R}_{se} = \frac{60\,\Omega}{2\pi} |\mathfrak{F}_e(0)|^2 (1 + p^2) \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}} \cos^3\varphi \, d\varphi \, d\psi$$

$$+ \frac{60\,\Omega}{2\pi} |\mathfrak{F}_e(0)|^2 \, 2p \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}} \cos 2(\delta - \alpha a \cos\varphi \cos\psi) \cos^3\varphi \, d\varphi \, d\psi .$$

Das erste Doppelintegral ist leicht lösbar [vgl. (313)]. Bei dem zweiten führen wir zuerst die Integration nach ψ durch, die auf Besselsche Funktionen führt:

$$\int_{\psi=0}^{2\pi} \cos 2\,(\delta - \alpha a \cos\varphi \cos\psi) \cos^3\varphi \, d\psi$$

$$= \cos^3\varphi \left[\cos 2\,\delta \int_{\psi=0}^{2\pi} \cos(2\,\alpha a \cos\varphi \cos\psi)\, d\psi + \sin 2\,\delta \int_{\psi=0}^{2\pi} \sin(2\,\alpha\, a \cos\varphi \cos\psi)\, d\psi \right]$$

$$= \cos^3\varphi \cos 2\,\delta \cdot 2\pi\, J_0(2\,\alpha a \cos\varphi) + 0 .$$

Die Besselsche Funktion $J_0(2\,\alpha a \cos\varphi)$ entwickeln wir, um die Integration nach φ durchführen zu können, in eine Reihe:

$$J_0(2\,\alpha a \cos\varphi) = 1 - \frac{1}{4}(2\,\alpha a \cos\varphi)^2 + \frac{1}{64}(2\,\alpha a \cos\varphi)^4 - \frac{1}{576}(2\,\alpha a \cos\varphi)^6 .$$

Unter dem Teilintegral nach φ steht diese Reihe, multipliziert mit $\cos^3\varphi$. Nun ist aber für ungerade Potenzen von $\cos\varphi$*):

*) Die Ableitung findet man z. B. bei: R. Rothe, Höhere Mathematik, Teil II, S. 11, B. G. Teubner, Leipzig 1929, oder bei: v. Mangoldt-Knopp, Einführung in die höhere Mathematik, III. Bd., S. 145, S. Hirzel, Leipzig 1933 (6. Aufl.).

$$\int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}} \cos^{2n+1}\varphi\, d\varphi = \frac{2\cdot 4\cdot 6\cdots 2n}{3\cdot 5\cdot 7\cdots 2n+1} \qquad n = 1, 2, 3 \ldots$$

Daher ist:

$$\int_{\psi=0}^{2\pi}\int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}} \cos 2(\delta - \alpha a \cos\varphi \cos\psi) \cos^3\varphi\, d\varphi\, d\psi$$

$$= 2\pi \cos 2\delta \left[\frac{2}{3} - \frac{2}{15}(2\alpha a)^2 + \frac{1}{140}(2\alpha a)^4 - \frac{1}{5670}(2\alpha a)^6 + \ldots\right]$$

So erhält man schließlich:

$$\hat{R}_{se} = 40\,\Omega\,|\mathfrak{F}_e(0)|^2 [1 + p^2 + 2p\cos 2\delta\, \check{P}(2\alpha a)], \qquad (327)$$

worin zur Abkürzung [das griechische P (Rho) ist zur Unterscheidung vom P des deutschen Alphabets durch $\check{P}$ dargestellt]:

$$\check{P}(2\alpha a) = 1 - \frac{1}{5}(2\alpha a)^2 + \frac{3}{280}(2\alpha a)^4 - \frac{1}{3780}(2\alpha a)^6 + \ldots \qquad (328)$$

Ist der Strom in einem der Strahler 0 ($p = 0$), so geht (327) über in (314). Der erste Summand $40\,\Omega\,|\mathfrak{F}_e(0)|^2$ in (327) ist offenbar der Strahlungswiderstand des Strahlers, dessen Strom ebenso groß wie der des Bezugsstrahlers ist, als Einzelstrahler. Der zweite Summand $40\,\Omega\,|\mathfrak{F}_e(0)|^2\, p^2$ ist der Strahlungswiderstand des anderen Strahlers als Einzelstrahler, bezogen auf den Strom des Bezugsstrahlers. Der dritte Summand: $40\,\Omega\,|\mathfrak{F}_e(0)|^2\, 2p\cos 2\delta\, \check{P}(2\alpha a)$, stellt somit den Anteil dar, der von der Änderung der Strahlungsverteilung gegenüber der des Einzelstrahlers herrührt. Er kann u. U. negativ werden. $\check{P}(2\alpha a)$ kann für $2a < 0{,}3\,\lambda$ aus Abb. 74 entnommen werden. Für $2a > 0{,}3\,\lambda$ konvergiert die Reihe schlecht.

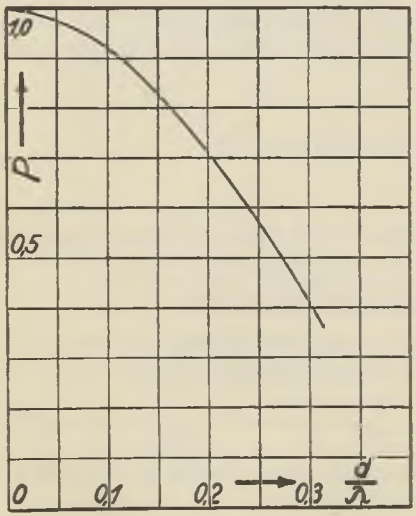


Abb. 74. Funktion $\check{P} = \check{P}(2\alpha a)$ zur Ermittlung des Strahlungswiderstandes eines Strahlerpaares aus Rundstrahlern mit sinusförmiger Strahlungsverteilung im Abstand $2a = d$ gemäß (327).

Bemerkenswert ist noch, daß in dem Fall $2\delta = 90°$ $\hat{R}_{se}$ gemäß (327) gerade gleich dem $(1 + p^2)$ fachen des Strahlungswiderstan-

des eines Strahlers als Einzelstrahler wird, gleichgültig, welchen Abstand 2a die Strahler haben.

Wie sich die Abhängigkeit des Strahlungswiderstandes von δ und 2a bei gleichbleibender Strahlungsleistung auf die Größe der Strahlung (gegeben durch (308)) auswirkt, erkennt man anschaulich aus Abb. 54. Hierzu sei auch auf Teil II hingewiesen.

Auf den Strahlungswiderstand von Strahlergruppen mit mehr als zwei Einzelstrahlern, sowie auf die Aufteilung des Gesamtstrahlungswiderstandes auf die Einzelstrahler, die für die Leistungsverteilung beim Betrieb der Gruppe wichtig ist, wird unter (57) eingegangen.

VII. Strahlungskopplung

1. Allgemeine Theorie

(57) Integriert man die „Strahlungsleistungsdichte" in der Weise, wie unter (52) verfahren ist, so erhält man lediglich die Gesamtstrahlungsleistung bzw. den Gesamtstrahlungswiderstand. Für den praktischen Betrieb von Strahlergruppen mit getrennt gespeisten Einzelstrahlern ist aber noch die Kenntnis der auf den Einzelstrahler entfallenden Strahlungsleistung erforderlich. Um sie zu ermitteln, muß die Strahlungsleistungsdichte über eine Fläche integriert werden, die nur einen Einzelstrahler umschließt. Als Hüllfläche wird zweckmäßig die Oberfläche des Antennenleiters gewählt.

Dabei kann man z. B. von (295) ausgehen. Schneller kommen wir zum Ziel durch Anwendung von (294). Diese Formel bezieht sich auf einen Raum ohne Energie-Quellen und Senken. Nehmen wir jetzt an, daß die im betrachteten Raum vorhandenen Leiter Energiequellen enthalten, die insgesamt augenblicklich die Leistung n_q abgeben, so müssen wir (294) wie folgt ergänzen:

$$n = \oint [\mathfrak{e}\mathfrak{h}]\, d\mathfrak{f} + \int_v \mathfrak{e}\mathfrak{g}\, dv + n_q.$$

Bei dem Raumintegral des zweiten Gliedes auf der rechten Seite sind die Energiequellen enthaltenden Raumteile auszuschließen. Aus der theoretischen Elektrotechnik ist nun bekannt, daß in vollkommenen Leitern keine elektromagnetische Feldenergie aufgespeichert ist, abgesehen von dem „inneren" magnetischen Feld, das bei dünnen Leitern vernachlässigt werden kann. Der Sitz der Feldenergie ist vielmehr der mit Nichtleitern angefüllte Raum. Auch wird in vollkommenen Leitern keine Energie verbraucht. Daher ist, wenn wir die Hüllfläche des betrachteten Raumes mit der Oberfläche der Leiter zusammenfallen lassen, die austretende Leistung in jedem Augenblick gleich der von den Energiequellen abgegebenen Leistung: $n = n_q$,

nicht etwa nur im Mittel über die Schwingungsdauer, wie bei jedem beliebigen Raum im eingeschwungenen Zustand. Somit gilt unter Berücksichtigung von (295) für die aus der Oberfläche der Leiter austretende Strahlungsleistung:

$$n_s = -\int_v \mathfrak{e}\mathfrak{g}\, dv. \tag{329}$$

Sind mehrere Leiter vorhanden, so ist, um die auf einen Leiter entfallende Strahlungsleistung zu erhalten, nur über den betreffenden Leiter zu integrieren.

Im Hinblick auf die technischen Antennen beschränken wir uns auf „lineare" Leiter, d. h. auf Leiter, deren Querschnittsabmessungen sehr klein gegen ihre Länge und die Wellenlänge sind. Außerdem nehmen wir an, daß die Querschnittsabmessungen sehr klein gegen die Abstände von den übrigen Leitern sind, so daß $\mathfrak{e}$ über den Leiterquerschnitt als gleichbleibend anzusehen ist. Für das Volumenelement dv wählen wir als Grundfläche ein Flächenelement df des Querschnitts, als Höhe ein Längenelement dl des Leiters. Bei der Teilintegration über den Leiterquerschnitt kann $\mathfrak{e}$ herausgezogen werden. Nun ist aber, wenn $\mathfrak{i}$ der Vektor des augenblicklichen, durch den Leiterquerschnitt hindurchtretenden Stromes:

$$\mathfrak{i} = \int_q \mathfrak{g}\, df \tag{330}$$

und damit gemäß (329):

$$n_s = -\int_l \mathfrak{e}\, dl \int_q \mathfrak{g}\, df = -\int_l \mathfrak{e}\,\mathfrak{i}\, dl. \tag{331}$$

Wir betrachten nun eine Anordnung von mehreren Leitern, denen wir die Ordnungszahlen 1, 2, . . . zuschreiben, und bezeichnen den Augenblickswert der Komponente der elektrischen Feldstärke in Richtung des Leiterelementes mit e_e, den Augenblickswert des Stromes im Leiterelement mit i_e*). Die übrigen Komponenten von $\mathfrak{e}$ liefern keinen Beitrag zu dem skalaren Produkt der Vektoren $\mathfrak{e}$ und $\mathfrak{i}$. Der Augenblickswert der auf den Leiter 1 entfallenden Strahlungsleistung ist daher:

$$n_{s1} = -\int_{l_1} e_{e1} \cdot i_{e1} \cdot dl, \tag{332}$$

wobei das Integral über die ganze Länge des Leiters 1 zu erstrecken ist.

$e_{e1}\, dl$ ist die Spannung zwischen den Endflächen des Leiterele-

*) Wir verwenden nicht, wie im Schrifttum üblich, den Index z oder dgl., sondern den neutraleren Index e, um keine einschränkenden Voraussetzungen über die Lage des Leiterelementes machen zu müssen.

mentes. Somit ist $(-e_a i_a dl)$ die elektrische Arbeit, die bei der Bewegung der Ladung in dem Leiterelement in der Zeiteinheit geleistet wird. (332) besagt also, daß die Summe dieser Arbeit über die Leiterlänge gleich der ausgestrahlten Leistung ist. In der theoretischen Elektrotechnik wird der zeitliche Mittelwert des Integralausdrucks (332) gewöhnlich gleich Null gesetzt, wenn, wie hier, die Voraussetzung gemacht wird, daß eine Umwandlung elektromagnetischer Energie in Wärme nicht stattfindet. Das ist wohl unter „quasistationären" Verhältnissen zulässig, d. h. bei Leiterlängen und Abständen, die sehr klein gegen die Wellenlänge sind. Dann sind nämlich Strom und Spannung um 90° in der Phase verschoben. Das gilt aber nicht mehr, wenn die Leiterlängen und Abstände so groß sind, daß die endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Felder eine merkliche Abweichung der Phasenverschiebung von 90° bedingt.

Wenn die Strahlergruppe in harmonischen Schwingungen erregt wird, ist allgemein:

$$e_a = E_a \sqrt{2} \sin(\omega t + \gamma_a); \qquad i_a = I_a \sqrt{2} \sin(\omega t + \delta_a). \tag{333}$$

Die Wirkleistung N_a, d. i. der zeitliche Mittelwert von n_a, und die Blindleistung N_b sind dann gemäß (332):

$$N_a = -\int_{l_1} E_a I_a \cos(\gamma_a - \delta_a) dl; \; N_b = -\int_{l_1} E_a I_a \sin(\gamma_a - \delta_a) dl. \tag{334}$$

Der physikalische Unterschied der beiden Leistungsanteile wird vielleicht am anschaulichsten klar, wenn man sich vergegenwärtigt, daß ein Teil der Feldlinien, die im Verlaufe des Schwingungsvorganges aus dem Leiter „herauswachsen", in den Leiter zurücksinkt, der andere Teil aber sich abschnürt und in den Raum hinauswandert, wie unter (6) gezeigt. Diesem letzteren Teil der Feldlinien entspricht der Wirkanteil der Strahlungsleistung, der die „Strahlungsleistung" im engeren Sinn darstellt, während der zurücksinkende Teil der Feldlinien dem Blindanteil entspricht.

Sind Spannung und Strom durch Gaußsche Vektoren ihrer Effektivwerte gegeben, so erhält man bekanntlich die Leistung als das Produkt aus dem gerichteten Effektivwert der Spannung und dem konjugiert komplexen Wert des gerichteten Effektivwertes des Stromes, mit der Maßgabe, daß der reelle Anteil die Wirkleistung, der imaginäre Anteil die Blindleistung darstellt. Sind die gerichteten Effektivwerte in unserem Fall:

$$\mathfrak{E}_a = E_a e^{j\gamma_a} \qquad \mathfrak{J}_a = I_a e^{j\delta_a}, \tag{335}$$

und führen wir zur Abkürzung für den konjugiert komplexen Wert des gerichteten Effektivwertes des Stromes die Bezeichnung $\mathfrak{J}_a^*$ ein, wo

$$\mathfrak{J}_{e1}^* = I_{e1}\, e^{-j\delta_a}, \tag{336}$$

so wird die auf den Leiter 1 entfallende Strahlungsleistung dargestellt durch:

$$\mathfrak{N}_1 = N_{s1} + j\, N_{b1} = -\int_{l_1} \mathfrak{E}_{e1}\, \mathfrak{J}_{e1}^*\, dl. \tag{337}$$

Die elektrische Feldstärke an der Oberfläche des Leiters 1 kann aus verschiedenen Anteilen zusammengesetzt gedacht werden. Die Komponente der Feldstärke in Richtung des Leiters, die auftreten würde, wenn die übrigen Leiter nicht vorhanden wären, sei $\mathfrak{E}_{e11}$. Wenn nur der Leiter 2 vorhanden wäre, sei die Komponente der Feldstärke, die an dem früheren Orte des Leiters 1 in der Richtung desselben auftreten würde, $\mathfrak{E}_{e12}$ usw. Dann ist:

$$\mathfrak{E}_{e1} = \mathfrak{E}_{e11} + \mathfrak{E}_{e12} + \mathfrak{E}_{e13} + \cdots \tag{338}$$

Die einzelnen Anteile ergeben sich sämtlich mit Hilfe der unter (49) aufgestellten Beziehungen. Hierauf gehen wir noch näher ein. Man erkennt aber schon, daß der Strom im Bezugspunkt des Leiters, von dem der betreffende Anteil der Feldstärke herrührt, als Faktor eingeht. Somit kann geschrieben werden, wenn $\mathfrak{J}_1, \mathfrak{J}_2, \mathfrak{J}_3 \ldots$ die Ströme in den Bezugspunkten der Leiter 1, 2, 3 ..., $\mathfrak{J}_1^*$ den konjugiert komplexen Wert von $\mathfrak{J}_1$ bezeichnen (Definition entsprechend (336)):

$$\mathfrak{N}_1 = -\mathfrak{J}_1\mathfrak{J}_1^* \int_{l_1} \frac{\mathfrak{E}_{e11}}{\mathfrak{J}_1} \frac{\mathfrak{J}_{e1}^*}{\mathfrak{J}_1^*} dl - \mathfrak{J}_2\mathfrak{J}_1^* \int_{l_1} \frac{\mathfrak{E}_{e12}}{\mathfrak{J}_2} \frac{\mathfrak{J}_{e1}^*}{\mathfrak{J}_1^*} dl - \mathfrak{J}_3\mathfrak{J}_1^* \int_{l_1} \frac{\mathfrak{E}_{e13}}{\mathfrak{J}_3} \frac{\mathfrak{J}_{e1}^*}{\mathfrak{J}_1^*} dl. \tag{339}$$

Die Größen unter den Integralzeichen sind abhängig von den Abmessungen der Leiter und ihrer Anordnung zueinander, der Wellenlänge und der Lage der Bezugspunkte, nicht aber von der Größe und der Phasenlage der Ströme. Die Integrale haben die Dimension eines Widerstandes und im allgemeinen einen reellen und einen imaginären Anteil. Wir führen zur Abkürzung ein:

$$\mathfrak{R}_{11} = -\int_{l_1} \frac{\mathfrak{E}_{e11}}{\mathfrak{J}_1} \frac{\mathfrak{J}_{e1}^*}{\mathfrak{J}_1^*} dl; \quad \mathfrak{R}_{12} = -\int_{l_1} \frac{\mathfrak{E}_{e12}}{\mathfrak{J}_2} \frac{\mathfrak{J}_{e1}^*}{\mathfrak{J}_1^*} dl; \quad \mathfrak{R}_{13} = -\int_{l_1} \frac{\mathfrak{E}_{e13}}{\mathfrak{J}_3} \frac{\mathfrak{J}_{e1}^*}{\mathfrak{J}_1^*} dl. \tag{340}$$

So nimmt (339) die Form an:

$$\mathfrak{N}_1 = \mathfrak{J}_1^* (\mathfrak{J}_1\mathfrak{R}_{11} + \mathfrak{J}_2\mathfrak{R}_{12} + \mathfrak{J}_3\mathfrak{R}_{13} + \ldots). \tag{341}$$

Der Ausdruck in der Klammer stellt offenbar die Klemmenspannung $\mathfrak{U}_1$ dar, die im Speisepunkt des Leiters 1 auftritt, wenn Speisepunkt und Bezugspunkt zusammenfallen. In diesem Fall ist ja die zugeführte Leistung $\mathfrak{J}_1^*\mathfrak{U}_1$. Diese ist gleich der auf den Leiter 1 entfallenden

Strahlungsleistung $\mathfrak{N}_1$, wenn man von den Verlusten im Leiter 1 und in seiner Isolation absieht. Also ist:

$$\mathfrak{U}_1 = \mathfrak{J}_1\mathfrak{R}_{11} + \mathfrak{J}_2\mathfrak{R}_{12} + \mathfrak{J}_3\mathfrak{R}_{13} + \dots \tag{342}$$

Die Bedeutung der durch (340) definierten Größen ist damit leicht zu erkennen. $\mathfrak{R}_{11}$ ist der Scheinwiderstand des Leiters 1, wenn er allein vorhanden wäre. Der Wirkanteil von $\mathfrak{R}_{11}$ ist also der Strahlungswiderstand, sein Blindanteil der Blindwiderstand im Speisepunkt bei Abwesenheit der übrigen Leiter. Die Widerstände $\mathfrak{R}_{12}$, $\mathfrak{R}_{13}$ sind analog zu dem Widerstand $j\omega M$ der Gegeninduktivität von induktiv gekoppelten Stromkreisen, nur mit dem Unterschied, daß sie nicht nur einen Blindanteil, sondern auch einen Wirkanteil haben. Man kann sie daher als die „gegenseitigen" Scheinwiderstände von Antennen, als „komplexe" Strahlungskopplungswiderstände oder einfach als „Gegenstrahlungskopplung" bezeichnen. In Analogie zur „Eigeninduktivität" bzw. „Eigenkapazität" kann man dann $\mathfrak{R}_{11}$ die „Eigenstrahlungskopplung" des Leiters 1 nennen. Der Scheinwiderstand im Speisepunkt des Leiters 1 beim Betrieb der gesamten Antennenanordnung ist somit:

$$\mathfrak{R}_1 \equiv R_1 + jB_1 \equiv \frac{\mathfrak{U}_1}{\mathfrak{J}_1} = \mathfrak{R}_{11} + \mathfrak{R}_{12}\frac{\mathfrak{J}_2}{\mathfrak{J}_1} + \mathfrak{R}_{13}\frac{\mathfrak{J}_3}{\mathfrak{J}_1} + \dots \tag{343}$$

Sein reeller Anteil R_1 ist maßgebend für die zugeführte Wirkleistung:

$$N_{s1} = I_1^2 \cdot R_1. \tag{344}$$

Bemerkenswert ist, daß die Integration gemäß (340) auch den Blindwiderstand jB_1 des Leiters liefert, der vor allem maßgebend für die Abstimmung ist. Entsprechend gilt nun für den Scheinwiderstand im Speisepunkt des Leiters 2:

$$\mathfrak{R}_2 = R_2 + jB_2 = \frac{\mathfrak{U}_2}{\mathfrak{J}_2} = \mathfrak{R}_{21}\frac{\mathfrak{J}_1}{\mathfrak{J}_2} + \mathfrak{R}_{22} + \mathfrak{R}_{23}\frac{\mathfrak{J}_3}{\mathfrak{J}_2} + \dots \tag{345}$$

wobei definiert ist:

$$\mathfrak{R}_{21} = -\int_{l_2} \frac{\mathfrak{E}_{e21}}{\mathfrak{J}_1}\frac{\mathfrak{J}_{e2}^*}{\mathfrak{J}_2^*}\,dl;\quad \mathfrak{R}_{22} = -\int_{l_2} \frac{\mathfrak{E}_{e22}}{\mathfrak{J}_2}\frac{\mathfrak{J}_{e2}^*}{\mathfrak{J}_2^*}\,dl;\quad \mathfrak{R}_{23} = -\int_{l_2} \frac{\mathfrak{E}_{e23}}{\mathfrak{J}_3}\frac{\mathfrak{J}_{e2}^*}{\mathfrak{J}_2^*}\,dl. \tag{346}$$

Analoge Beziehungen gelten für die übrigen Leiter.

(58) Betrachten wir nunmehr zwei allein vorhandene Leiter, so können wir die Klemmen ihrer Speisepunkte als Eingangs- bzw. Ausgangsklemmen eines linearen Vierpols betrachten. Für derartige Vierpole gilt nun der sog. Umkehrungssatz*). Er besagt, daß der Strom im kurzgeschlossenen Ausgang nach Größe und Phase gleich dem Strom ist, der im kurzgeschlossenen Eingang auftritt, wenn die Ein-

*) Vgl. z. B.: K. Küpfmüller, Einführung in die theoretische Elektrotechnik, S. 216, J. Springer, Berlin 1932.

gangsspannung an den Ausgang gelegt wird. Auf die beiden Antennenleiter angewendet heißt das gemäß (342):

a) Kurzgeschlossener „Ausgang" (Index a)

$$\mathfrak{U}_{1a} = \mathfrak{R}_{11} \cdot \mathfrak{J}_{1a} + \mathfrak{R}_{12} \cdot \mathfrak{J}_{2a}; \quad \mathfrak{U}_{2a} = \mathfrak{R}_{22} \cdot \mathfrak{J}_{2a} + \mathfrak{R}_{21} \cdot \mathfrak{J}_{1a} = 0.$$

b) Kurzgeschlossener „Eingang" (Index b)

$$\mathfrak{U}_{1b} = \mathfrak{R}_{11} \cdot \mathfrak{J}_{1b} + \mathfrak{R}_{12} \cdot \mathfrak{J}_{2b} = 0; \qquad \mathfrak{U}_{2b} = \mathfrak{R}_{22} \cdot \mathfrak{J}_{2b} + \mathfrak{R}_{21} \cdot \mathfrak{J}_{1b}.$$

Mit $\mathfrak{U}_{1a} = \mathfrak{U}_{2b}$ und $\mathfrak{J}_{2a} = \mathfrak{J}_{1b}$ wird:

$$\mathfrak{R}_{21} = \mathfrak{R}_{12}. \tag{347}$$

Entsprechend gilt natürlich $\mathfrak{R}_{31} = \mathfrak{R}_{13}$, $\mathfrak{R}_{32} = \mathfrak{R}_{23}$ usw.

Der Zusammenhang mit den unter (52) eingeführten Größen ergibt sich, wenn man den Wirkanteil der Gesamtstrahlungsleistung aufstellt:

$$N_s = N_{s1} + N_{s2} + N_{s3} + \cdots$$

Bedeutet $\hat{R}_{ss}$ den Gesamtstrahlungswiderstand, bezogen auf den Strom I_s, so gilt:

$$\hat{R}_{ss} I_s^2 = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + \cdots,$$

woraus man unter Berücksichtigung von (343) und (347) erhält:

$$\hat{R}_{ss} I_s^2 = R_{11} I_1^2 + R_{22} I_2^2 + \cdots$$
$$+ 2 R_{12} I_1 I_2 \cos(\delta_1 - \delta_2) + 2 R_{13} I_1 I_3 \cos(\delta_1 - \delta_3) + \cdots \tag{347a}$$

Hierin sind $R_{11}, R_{12} \cdots$ die reellen Anteile von $\mathfrak{R}_{11}, \mathfrak{R}_{12} \cdots$ und $\delta_1, \delta_2 \cdots$ die Nullphasenwinkel der Ströme $I_1, I_2 \cdots$ Bemerkenswert an (347a) ist, daß zur Berechnung von $\hat{R}_{ss}$ (und damit der Strahlung bei gegebener Gesamtstrahlungsleistung) die Kenntnis der Blindanteile von $\mathfrak{R}_{11}, \mathfrak{R}_{12} \cdots$ nicht erforderlich ist. Wohl aber sind diese maßgebend für die Verteilung der Gesamtleistung auf die Einzelstrahler.

2. Berechnung der Strahlungskopplung

(59) Die Strahlungskopplungen sind definiert durch Ausdrücke von der Form:

$$\mathfrak{R}_{\mu\nu} = -\int_{l_\mu} \frac{\mathfrak{E}_{\mu\nu}}{\mathfrak{J}_\nu} \frac{\mathfrak{J}_{\mu\nu}^*}{\mathfrak{J}_\mu^*} dl. \tag{348}$$

$\mathfrak{J}_{\mu\nu}$ ist der Gaußsche Vektor des Stromes in einem Element des μ-ten Leiters, $\mathfrak{J}_{\mu\nu}^*$ sein konjugiert komplexer Wert. $\mathfrak{J}_\mu$ ist der Strom in dem Punkt, auf den $\mathfrak{R}_{\mu\nu}$ bezogen werden soll, $\mathfrak{J}_\mu^*$ sein konjugiert komplexer Wert. Die Ermittlung von $\mathfrak{J}_{\mu\nu}$ ist unter II. gezeigt worden (dort mit $\mathfrak{J}_\mu$ bezeichnet). Bei Berücksichtigung der endlichen Dämpfung ist außer der Größe auch die Phase von $\mathfrak{J}_{\mu\nu}$ von dem Ort des

Leiterelementes abhängig. Wenn man es, wie meist bei technischen Strahlergruppen, mit Leitern zu tun hat, die, vom Speisepunkt aus gerechnet, kürzer oder gleich $\frac{3}{8}\lambda$ sind, so kann die Dämpfung vernachlässigt werden und die Phase des Stromes wird vom Ort unabhängig. Damit wird:

$$\frac{\mathfrak{J}^*_{e\mu}}{\mathfrak{J}^*_{\mu}} = \frac{I_{e\mu}}{I_{\mu}}. \tag{349}$$

Dieser Quotient ist aber nichts anderes als die „Stromverteilung". Für glatte Leiter bzw. Leiterabschnitte, auf die wir uns im folgenden beschränken, läßt sich die Stromverteilung in der Form darstellen:

$$\frac{I_{e\mu}}{I_{\mu}} = \frac{I_{0\mu}}{I_{\mu}} \sin \alpha \left(l_{e\mu} + l_{n\mu}\right), \tag{350}$$

wo $I_{0\mu}$ der Strom im Strombauch, $l_{e\mu}$ die Leiterlänge zwischen dem betrachteten Leiterelement und dem Leiterende und $l_{n\mu}$ die wirksame Verlängerung durch am Ende angeschlossene Leiter (z. B. Endkapazitäten) sind.

Weiter ist in (348) $\mathfrak{E}_{e\mu\nu}$ die von dem ν-ten Leiter herrührende elektrische Feldstärke an der Stelle des betrachteten Elementes des μ-ten Leiters in der Richtung desselben. $\mathfrak{J}_\nu$ ist der Strom im Bezugspunkt des ν-ten Leiters. Mit den oben erwähnten Einschränkungen bezüglich der Stromverteilung kann $\mathfrak{E}_{e\mu\nu}$ mittels (280) oder (284) ermittelt werden. Dazu ist lediglich einzusetzen: $\mathfrak{J}_{0\nu}$ für $\mathfrak{J}_0$, l_ν für l, $l_{n\nu}$ für l_n und (bei parallelen Leitern) $d_{\mu\nu}$ für ϱ, wo $d_{\mu\nu}$ der senkrechte Abstand zwischen dem μ-ten und dem ν-ten Leiter ist. Der Quotient $\mathfrak{E}_{e\mu\nu}/\mathfrak{J}_\nu$ ist eine komplexe Funktion des Ortes auf dem Leiter.

Nun läßt sich (348) in einer Weise umformen, die unter der Voraussetzung, daß die Leiter sämtlich gerade und parallel sind und das Vektorpotential $\mathfrak{P}_z$ in der Richtung der Leiter bekannt ist, die Auswertung wesentlich vereinfacht [30] [31]. Gemäß (7) gilt nämlich unter Berücksichtigung von (12):

$$\mathfrak{E}_z = \frac{1}{\varepsilon_0}\left[\operatorname{grad}_z (\operatorname{div} \mathfrak{P}_z) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathfrak{P}_z}{\partial t^2}\right]. \tag{351}$$

Da nun:

$$\operatorname{grad}_z (\operatorname{div} \mathfrak{P}_z) = \operatorname{grad}_z\left(\frac{\partial \mathfrak{P}_z}{\partial z}\right) = \frac{\partial^2 \mathfrak{P}_z}{\partial z^2}, \tag{352}$$

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathfrak{P}_z}{\partial t^2} = -\alpha^2 \mathfrak{P}_z, \tag{353}$$

so kann (348) auch geschrieben werden:

$$\mathfrak{R}_{\mu\nu} = -\frac{1}{\varepsilon_0}\int_{l_\mu}\left(\frac{\partial^2 \mathfrak{P}_{z\mu\nu}}{\partial z^2} + \alpha^2 \mathfrak{P}_{z\mu\nu}\right)\frac{\mathfrak{J}^*_{e\mu}}{\mathfrak{J}_\nu \cdot \mathfrak{J}^*_\mu}\, dz. \tag{354}$$

Unter der weiteren einschränkenden Voraussetzung, daß die Stromverteilung sich durch (350) darstellen läßt, und daß die Winkelkonstante der stehenden Wellen auf dem Leiter mit der der fortschreitenden Wellen im freien Raum übereinstimmt, gilt nun:

$$\frac{\partial^2 I_{z\mu}}{\partial z^2} = -\alpha^2 I_{z\mu}. \tag{355}$$

Damit ergibt die partielle Integration des zweiten Gliedes in (354):

$$\int \alpha^2 \mathfrak{P}_{z\mu\nu} I_{z\mu} dz = -\int \mathfrak{P}_{z\mu\nu} \frac{\partial^2 I_{z\mu}}{\partial z^2} dz = -\mathfrak{P}_{z\mu\nu} \frac{\partial I_{z\mu}}{\partial z} + \int \frac{\partial \mathfrak{P}_{z\mu\nu}}{\partial z} \frac{\partial I_{z\mu}}{\partial z} dz. \tag{356}$$

Die partielle Integration des ersten Gliedes ergibt:

$$\int \frac{\partial^2 \mathfrak{P}_{z\mu\nu}}{\partial z^2} I_{z\mu} dz = I_{z\mu} \frac{\partial \mathfrak{P}_{z\mu\nu}}{\partial z} - \int \frac{\partial \mathfrak{P}_{z\mu\nu}}{\partial z} \frac{\partial I_{z\mu}}{\partial z} dz. \tag{357}$$

Somit wird:

$$\mathfrak{R}_{\mu\nu} = \frac{1}{\varepsilon_0} \left[\frac{\mathfrak{P}_{z\mu\nu}}{\mathfrak{J}_\nu} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{I_{z\mu}}{I_\mu} \right) - \frac{I_{z\mu}}{I_\mu} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\mathfrak{P}_{z\mu\nu}}{\mathfrak{J}_\nu} \right) \right]_{l_\mu}. \tag{358}$$

Die eckige Klammer bedeutet, daß die Differenz zwischen den Werten zu bilden ist, die sich durch Einsetzen der Höhe des oberen und unteren Leiterendes für z ergeben. Die Integration in (348) ist damit auf eine einfache Differentiation zurückgeführt. $\mathfrak{P}_{z\mu\nu}$ ist aus (273) zu entnehmen.

Die Auswertung bietet im allgemeinen keine Schwierigkeiten, führt aber auf Ausdrücke, die recht umfangreich sind. Deshalb seien hier nur die wichtigen Fälle betrachtet. Wo abweichende Voraussetzungen vorliegen, wird im allgemeinen die graphische Integration von (348) der Berechnung vorzuziehen sein.

Zuvor seien noch allgemeine Bemerkungen zu der „Eigenstrahlungskopplung" $\mathfrak{R}_{\mu\mu}$ gemacht. Zu ihrer Ermittlung ist wegen $d_{\mu\mu} = 0$ der Grenzübergang $\varrho \to 0$ auszuführen. Er ergibt nun für den reellen Teil immer, für den imaginären Teil nur dann einen endlichen Wert, wenn die Leiterlänge einschließlich Spiegelbild ein ganzes Vielfaches von $\frac{\lambda}{2}$ ist. Der reelle Teil ist selbstverständlich identisch mit dem Strahlungswiderstand, den man mit dem unter (52) angewandten Verfahren erhält, weshalb auf die dort aufgeführten Formeln verwiesen werden kann. Was den imaginären Teil von $\mathfrak{R}_{\mu\mu}$, d. h. den „Eigenblindwiderstand" des Leiters, betrifft, so macht sich die Unzulänglichkeit des Ansatzes bemerkbar, die darin besteht, daß der Leiter als linear angenommen wurde, während er doch in Wirklichkeit einen endlichen Querschnitt hat. In der Leitungstheorie würde dieser Ansatz den Wellenwiderstand unendlich und damit einen ebenfalls unendlich

großen Blindwiderstand bedeuten, was physikalisch unmöglich ist. Im folgenden sei daher auf die Auswertung von $\mathfrak{R}_{\mu\mu}$ verzichtet und bezüglich des Eigenblindwiderstandes auf (VIII.) verwiesen.

3. Senkrechte Antennen auf der Erde

(60) Die unteren Enden der beiden senkrechten Leiter befinden sich auf dem Boden, so daß ihre Längen mit ihren Höhen übereinstimmen. Die Endkapazitäten haben so kleine Abmessungen, daß der durch ihre räumliche Ausdehnung bedingte Anteil der Strahlungskopplung vernachlässigt werden kann. Ihre verlängernde Wirkung sei l_{v1} bzw. l_{v2}. Der senkrechte Abstand der Leiter sei d. Der Erdboden sei als vollkommen leitend angenommen. Dem wird durch Hinzufügen der Spiegelbilder unter der Erdoberfläche Rechnung getragen. Die Integration in (348) bzw. die Differenzbildung in (358) ist aber nur über den wirklichen Leiter zu erstrecken. Dann ergibt sich die komplexe Strahlungskopplung, bezogen auf den Strombauch (d. h. $I_1 = I_{01}$; $I_2 = I_{02}$) zu [31]:

$$\begin{aligned}\mathfrak{R}_{12} = 15\Omega\Big\{ & e^{j\alpha(l_1+l_{v1}-l_2-l_{v2})}[Ei(ju_{oo}) - Ei(ju_{ou}) - Ei(ju_{uo}) + Ei(-j\alpha d)] \\ & + e^{-j\alpha(l_1+l_{v1}-l_2-l_{v2})}[Ei(jv_{oo}) - Ei(jv_{ou}) - Ei(jv_{uo}) + Ei(-j\alpha d)] \\ & + e^{-j\alpha(l_1+l_{v1}+l_2+l_{v2})}[Ei(ju'_{oo}) - Ei(ju_{ou}) - Ei(jv_{uo}) + Ei(-j\alpha d)] \\ & + e^{j\alpha(l_1+l_{v1}+l_2+l_{v2})}[Ei(jv'_{oo}) - Ei(jv_{ou}) - Ei(ju_{uo}) + Ei(-j\alpha d)] \\ & - 2\sin(\alpha l_{v1})\sin(\alpha l_{v2})\left[\frac{1}{j\alpha D'_{oo}}e^{j\alpha D'_{oo}} - \frac{1}{j\alpha D_{oo}}e^{j\alpha D_{oo}}\right]\Big\}. \end{aligned} \tag{359}$$

Hierin ist zur Abkürzung gesetzt (man lese die Indizes folgendermaßen: u_{oo} bzw. D_{oo} als u bzw. D von Leiter 2 oben nach Leiter 1 oben, u_{ou} bzw. D_{ou} als u bzw. D von Leiter 2 oben nach Leiter 1 unten usw.):

$$\begin{aligned} u_{oo};\ v_{oo} &= -\alpha(D_{oo} \mp (l_2 - l_1)), && \text{wo } D_{oo} = \sqrt{d^2 + (l_2 - l_1)^2} \\ u'_{oo};\ v'_{oo} &= -\alpha(D'_{oo} \mp (l_2 + l_1)), && \text{wo } D'_{oo} = \sqrt{d^2 + (l_2 + l_1)^2} \\ u_{ou};\ v_{ou} &= -\alpha(D_{ou} \mp l_2), && \text{wo } D_{ou} = \sqrt{d^2 + l_2^2} \\ u_{uo};\ v_{uo} &= -\alpha(D_{uo} \pm l_1), && \text{wo } D_{uo} = \sqrt{d^2 + l_1^2}. \end{aligned} \tag{360}$$

Die Größen D sind, anschaulich gedeutet, die gegenseitigen Abstände der Leiterenden. Der Apostroph deutet an, daß das Spiegelbild des einen Leiters gemeint ist. Die oberen Vorzeichen gelten für die u-Größen, die unteren für die v-Größen. Bezüglich der Funktion $Ei(ju)$ sei auf (272) hingewiesen.

Praktisch wichtig ist der Sonderfall, daß beide Leiter gleich hoch sind ($l_1 = l_2 = l$) und die verlängernde Wirkung der Endkapazitäten gleich groß ist ($l_{v1} = l_{v2} = l_v$). Der Ausdruck (359) vereinfacht sich dann zu:

$$\begin{aligned}\mathfrak{R}_{12} = 30\Omega\Big\{&[2+\cos 2\alpha(l+l_v)]\cdot Ei(-j\alpha d)\\ &-[1+e^{-2j\alpha(l+l_v)}]\,Ei\big(-j\alpha(\sqrt{d^2+l^2}-l)\big)-[1+e^{+2j\alpha(l+l_v)}]\,Ei\big(-j\alpha(\sqrt{d^2+l^2}+l)\big)\\ &+\tfrac{1}{2}e^{-2j\alpha(l+l_v)}\cdot Ei\big(-j\alpha(\sqrt{d^2+4l^2}-2l)\big)+\tfrac{1}{2}e^{+2j\alpha(l+l_v)}\cdot Ei\big(-j\alpha(\sqrt{d^2+4l^2}+2l)\big)\\ &-\sin^2\alpha l_v\left[\frac{1}{j\alpha\sqrt{d^2+4l^2}}e^{-j\alpha\sqrt{d^2+4l^2}}-\frac{1}{j\alpha d}e^{-j\alpha d}\right]\Big\}.\end{aligned} \tag{361}$$

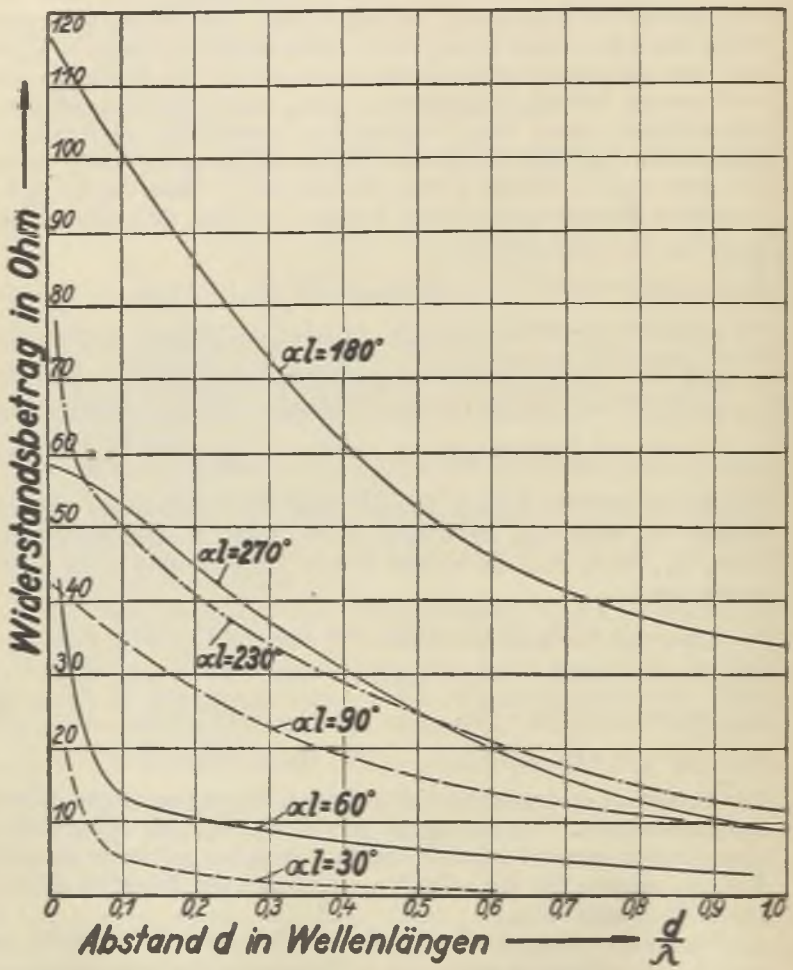


Abb. 75. Betrag $|\mathfrak{R}_{12}|$ der Strahlungskopplung zwischen zwei senkrechten Leitern von der Höhe l in Abhängigkeit von ihrem Abstand d.

Für Antennen ohne Endkapazität ($l_v = 0$) verschwindet das letzte Glied in (361). Für Antennen, die in einer Eigenschwingung erregt werden [vgl. unter (69)], ist $\alpha(l + l_v) = 90° + n\,180°$, wo $n = 0, 1, 2 \ldots$ In diesem Fall vereinfacht sich der obige Ausdruck wesentlich, da $\cos 2\alpha(l + l_v) = -1$ und $e^{\pm 2j\alpha(l + l_v)} = -1$. Für $d \to 0$ geht der reelle Teil von (361) über in (319).

Die Rechnung ergibt zunächst den Wirk- (d. h. reellen) Anteil R_{12} und den Blind- (d. h. imaginären Anteil) jB_{12} von $\mathfrak{R}_{12} = R_{12} + jB_{12}$. Daraus folgt der Betrag $|\mathfrak{R}_{12}|$ von $\mathfrak{R}_{12}$ mittels:

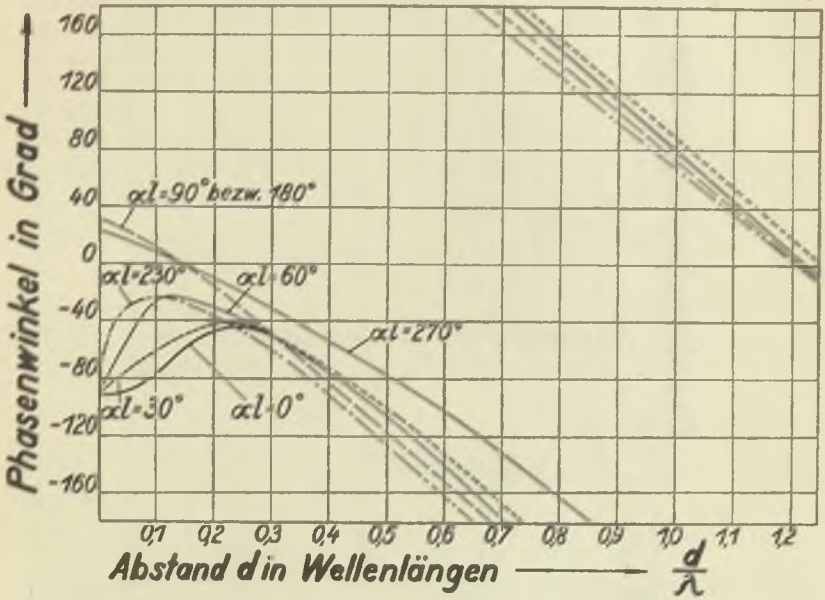


Abb. 76. Phasenwinkel δ_{12} der Strahlungskopplung zwischen zwei senkrechten Leitern von der Höhe l in Abhängigkeit von ihrem Abstand d.

$$|\mathfrak{R}_{12}| = \sqrt{R_{12}^2 + B_{12}^2} \tag{362}$$

und die Phase δ_{12} von $\mathfrak{R}_{12}$, die durch $\mathfrak{R}_{12} = |\mathfrak{R}_{12}| \cdot e^{j\delta_{12}}$ definiert ist, mittels:

$$\operatorname{tg} \delta_{12} = \frac{B_{12}}{R_{12}}. \tag{363}$$

In Abb. 75 ist $|\mathfrak{R}_{12}|$, in Abb. 76 δ_{12} für einige Antennenhöhen in Abhängigkeit von $\frac{d}{\lambda}$ dargestellt [21]. Es handelt sich dabei um Antennen ohne Endkapazität. $\mathfrak{R}_{12}$ ist auf den Fußpunkt bezogen, mit Ausnahme

bei der Höhe $\alpha l = 180°$, wo auf den Strombauch bezogen ist. Für die Höhen $\alpha l = 60°$ und $\alpha l = 90°$ $\left(\frac{\lambda}{4}\text{-Antenne}\right)$ ist in Abb. 77 der Wirkanteil R_{12} und der Blindanteil B_{12} in Abhängigkeit von $\frac{d}{\lambda}$ dargestellt.

Der Vergleich von (347a) und (327) zeigt, daß $\check{P}(2\alpha a)$ identisch

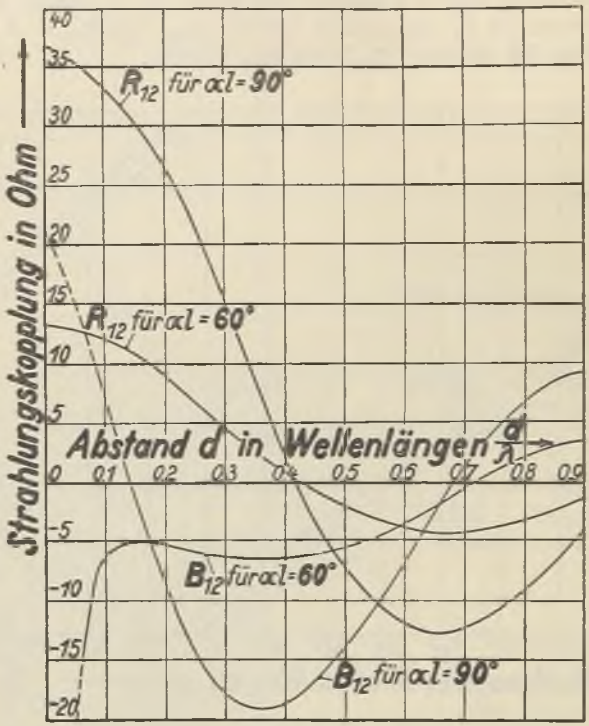


Abb. 77. Wirkanteil R_{12} und Blindanteil B_{12} der Strahlungskopplung zwischen zwei senkrechten Leitern von der Höhe l in Abhängigkeit von ihrem Abstand d.

ist mit $\frac{R_{12}}{R_{11}}$, wenn $R_{11} = R_{22}$, d. h., wenn die Einzelstrahler gleich ausgebildet sind. Daraus folgt, daß das Verhältnis $\frac{R_{12}}{R_{11}}$ unabhängig von der Form und den Abmessungen der Antennen ist, solange ihre Strahlungsverteilung als Einzelstrahler sinusförmig ist ($\mathfrak{f}(\varphi, \psi) = \cos\varphi$), was vor allem bei niedrigen senkrechten Antennen ($\alpha l < 90°$) zutrifft. In diesem Fall läßt sich R_{12} mittels (328) bzw. Abb. 74 leicht ermitteln.

4. $\frac{\lambda}{2}$-Antennen (Dipole)

(61) Bei Antennen für Kurzwellen werden fast ausschließlich parallele gerade Leiter ohne Endkapazität ($l_v = 0$) verwendet, deren Länge ein ganzes Vielfaches der Wellenlänge ist: $l_1 = N_1 \cdot \frac{\lambda}{2}$; $l_2 = N_2 \cdot \frac{\lambda}{2}$, wo N_1 und N_2 ganze Zahlen. Das „untere" Ende des Leiters 2 liege um h „höher" als das „untere" Ende des Leiters 1, wie durch Abb. 78 veranschaulicht (das folgende gilt sinngemäß auch für waagerechte Leiter). Um die vom Leiter 2 herrührende Feldstärke an der Oberfläche des Leiters 1 zu erhalten, ist in (280) noch z durch $(z + h)$ zu ersetzen. Der Abstand der Leiterachsen sei d. Die Spiegelbilder unter der Erdoberfläche seien zunächst nicht berücksichtigt. Für die Strahlungskopplung, bezogen auf den Strombauch (d. h. $I_1 = I_{01}$; $I_2 = I_{02}$) ergibt sich [31] [32]:

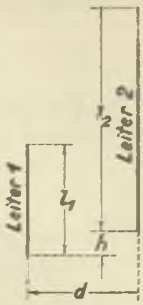


Abb. 78. Anordnung paralleler Dipole.

$$\mathfrak{R}_{12} = \pm 15\Omega\{e^{+jah}[Ei(ju_{oo}) + Ei(ju_{uu}) - Ei(ju_{ou}) - Ei(ju_{uo})] + e^{-jah}[Ei(jv_{oo}) + Ei(jv_{uu}) - Ei(jv_{ou}) - Ei(jv_{uo})]\}. \tag{364}$$

Das Pluszeichen gilt, wenn $(N_2 - N_1)$ null oder gerade, das Minuszeichen, wenn $(N_2 - N_1)$ ungerade ist.
Zur Abkürzung ist hier eingeführt:

$$\begin{aligned} u_{uu};\ v_{uu} &= -a\left[\sqrt{d^2 + h^2} \pm h\right] \\ u_{uo};\ v_{uo} &= -a\left[\sqrt{d^2 + (h - l_1)^2} \pm (h - l_1)\right] \\ u_{ou};\ v_{ou} &= -a\left[\sqrt{d^2 + (h + l_2)^2} \pm (h + l_2)\right] \\ u_{oo};\ v_{oo} &= -a\left[\sqrt{d^2 + (h + l_2 - l_1)^2} \pm (h + l_2 - l_1)\right]. \end{aligned} \tag{365}$$

Bezüglich der Bezeichnungsweise und anschaulichen Deutung dieser Größen sei auf das bei (360) Gesagte verwiesen.

Ein häufig vorkommender Sonderfall ist der, daß die Leiter auf gleicher „Höhe" liegen ($h = 0$) und gleich lang sind ($l_1 = l_2 = l$). Ein waagerechter Halbwellendipol mit seinem Spiegelbild unter der Erdoberfläche würde z. B. hierunter fallen (waagerechte Lage der z-Achse). (364) vereinfacht sich dann zu:

$$\mathfrak{R}_{12} = 30\Omega\left\{2Ei(-jad) - Ei\left(-ja\left(\sqrt{d^2 + l^2} + l\right)\right) - Ei\left(-ja\left(\sqrt{d^2 + l^2} - l\right)\right)\right\}. \tag{366}$$

Ein anderer wichtiger Sonderfall ist der, daß die beiden Leiter in einer Achse angeordnet sind ($d = 0$). Selbstverständlich überdecken sich die beiden Leiter nicht ($h > l_1$). Ein senkrechter Halbwellendipol

mit seinem Spiegelbild unter der Oberfläche würde z. B. hierunter fallen. Der Grenzübergang $d \to 0$ ist für den reellen und den imaginären Teil von (364) getrennt durchzuführen. Dabei muß von der folgenden Reihenentwicklung des Integralkosinus $Ci(u)$ für kleine Werte von u Gebrauch gemacht werden:

$$Ci(u) = 0{,}577 + \ln u - \frac{1}{2}\frac{u^2}{2!} + \ldots \tag{367}$$

Bei den durch (365) eingeführten Größen ist zu berücksichtigen, daß, wenn $d \ll a$:

$$\sqrt{d^2 + a^2} - a \approx \frac{1}{2}\frac{d^2}{a}, \tag{368}$$

womit:

$$Ci\left(\alpha\left(\sqrt{d^2 + a^2} - a\right)\right) \approx 0{,}577 + \ln\frac{\alpha}{2a} + 2\ln d. \tag{369}$$

Der Grenzwert von $\mathfrak{R}_{12}$ bleibt endlich, obwohl $\ln d$ für $d \to 0$ nach unendlich geht, da $\ln d$ herausfällt. So ergibt sich aus (364) für den reellen Teil von $\mathfrak{R}_{12}$ für $(N_2 - N_1)$ null oder gerade:

$$\begin{aligned} R_{12} = {} & 15\,\Omega \cos \alpha h \Big[Ci(2\,\alpha(h + l_2 - l_1)) - Ci(2\,\alpha(h + l_2)) \\ & - Ci(2\,\alpha(h - l_1)) + Ci(2\,\alpha h) + \ln \frac{(h + l_2)\cdot(h - l_1)}{(h + l_2 - l_1)\cdot h} \Big] \\ & + 15\,\Omega \sin \alpha h \,[Si(2\,\alpha(h + l_2 - l_1)) - Si(2\,\alpha(h + l_2)) \\ & - Si(2\,\alpha(h - l_1)) + Si(2\,\alpha h)]. \end{aligned} \tag{370}$$

Für den imaginären Teil von $\mathfrak{R}_{12}$ ergibt sich entsprechend:

$$\begin{aligned} B_{12} = {} & -15\,\Omega \cos \alpha h \,[Si(2\,\alpha(h + l_2 - l_1)) - Si(2\,\alpha(h - l_2)) \\ & - Si(2\,\alpha(h - l_1)) + Si(2\,\alpha h)] \\ & + 15\,\Omega \sin \alpha h \Big[Ci(2\,\alpha(h + l_2 - l_1)) - Ci(2\,\alpha(h + l_2)) \\ & - Ci(2\,\alpha(h - l_1)) + Ci(2\,\alpha h) - \ln \frac{(h + l_2)\,(h - l_1)}{(h + l_2 - l_1)\cdot h} \Big]. \end{aligned} \tag{371}$$

Wenn $(N_2 - N_1)$ ungerade, so sind die aus (370) bzw. (371) sich ergebenden Werte noch mit (-1) zu multiplizieren.

In der folgenden Tabelle [33] ist für Abstände d und Höhenunterschiede h, die ganze Vielfache von $\frac{\lambda}{2}$ sind, der reelle Anteil der Strahlungskopplung in Ohm angegeben, unter der Voraussetzung, daß beide Leiter $\frac{\lambda}{2}$-Dipole sind $\left(l_1 = l_2 = \frac{\lambda}{2}\right)$.

Tabelle IV.

Wirkanteil der Strahlungskopplung zweier paralleler Halbwellendipole in Ohm für verschiedene Abstände d und Höhenunterschiede h.

	$d = 0$	$d = 0{,}5\lambda$	$d = 1{,}0\lambda$	$d = 1{,}5\lambda$	$d = 2{,}0\lambda$	$d = 2{,}5\lambda$	$d = 3{,}0\lambda$	$d = 3{,}5\lambda$
$h = 0{,}0\ \lambda$	+73,12	—12,36	+ 4,08	— 1,77	+ 1,18	— 0,75	+ 0,42	— 0,33
$h = 0{,}5\ \lambda$	+26,40	—11,80	+ 8,83	— 5,75	+ 3,76	— 2,79	+ 1,86	— 1,54
$h = 1{,}0\ \lambda$	— 4,06	— 0,78	+ 3,56	— 6,26	+ 6,05	— 5,67	+ 4,51	— 3,94
$h = 1{,}5\ \lambda$	+ 1,78	+ 0,80	— 2,92	+ 1,96	+ 0,16	— 2,40	+ 3,24	— 3,76
$h = 2{,}0\ \lambda$	— 0,96	— 1,00	+ 1,13	+ 0,56	— 2,55	+ 2,74	— 2,07	+ 0,74
$h = 2{,}5\ \lambda$	+ 0,58	+ 0,45	— 0,42	— 0,96	+ 1,59	— 0,28	— 1,59	+ 2,66
$h = 3{,}0\ \lambda$	— 0,43	— 0,30	+ 0,13	+ 0,85	— 0,45	— 0,10	+ 1,74	— 1,03

	$d = 4{,}0\lambda$	$d = 4{,}5\lambda$	$d = 5{,}0\lambda$	$d = 5{,}5\lambda$	$d = 6{,}0\lambda$	$d = 6{,}5\lambda$	$d = 7{,}0\lambda$	$d = 7{,}5\lambda$
$h = 0{,}0\ \lambda$	+ 0,21	— 0,18	+ 0,15	— 0,12	+ 0,12	— 0,10	+ 0,06	— 0,03
$h = 0{,}5\ \lambda$	+ 1,08	— 0,85	+ 0,69	— 0,57	+ 0,51	— 0,45	+ 0,36	— 0,30
$h = 1{,}0\ \lambda$	+ 3,08	— 2,50	+ 2,10	— 1,80	+ 1,56	— 1,18	+ 1,14	— 1,00
$h = 1{,}5\ \lambda$	+ 3,68	— 3,40	+ 3,14	— 2,90	+ 2,61	— 2,31	+ 2,06	— 1,86
$h = 2{,}0\ \lambda$	+ 0,51	— 1,30	+ 1,82	— 2,24	+ 2,28	— 2,29	+ 2,26	— 2,14
$h = 2{,}5\ \lambda$	— 2,49	+ 2,00	— 1,35	+ 0,49	— 0,06	— 0,45	+ 0,85	— 1,03
$h = 3{,}0\ \lambda$	— 0,09	+ 1,12	— 1,87	+ 1,77	— 2,02	+ 1,71	— 1,32	+ 0,66

5. Strahlungserregte Leiter

a) Allgemeine Betrachtungen

(62) Wir betrachten nunmehr Antennenleiter, die selbst keine Strom- bzw. Spannungsquellen enthalten, sich aber im Felde von anderen Leitern befinden, die durch einen Sender elektrisch erregt sind, und untersuchen die in ihnen entstehenden Ströme bzw. Spannungen. Die Ergebnisse dieser Untersuchung sind sehr vielseitig anwendbar. „Strahlungserregte" Antennenleiter werden u. a. bei Sendeantennen angewendet, um Richtwirkung zu erzielen. Sie werden dann „Reflektoren" genannt. Um ihren Einfluß auf die Strahlungsverteilung angeben zu können, muß der Strom in ihnen nach Amplitude und Phase bekannt sein. Physikalisch durch nichts von ihnen unterschieden sind Empfangsantennen. Bei diesen interessiert nur der Betrag des durch Strahlung induzierten Stromes bzw. der Spannung. Schließlich fallen auch unerwünscht mitschwingende Leiter im Felde einer Antenne hierunter, wie metallische Maste zur Aufhängung der Antennenleiter, Abspannungen von selbstschwingenden Masten u. dgl.

Im allgemeinsten Fall sind in die strahlungserregten Leiter beliebige (lineare) Scheinwiderstände eingeschaltet. Die Einschaltstelle benutzen wir als Bezugspunkt. Die Betrachtungen unter (57) gelten

grundsätzlich auch hier. Ist z. B. der Leiter 1 ein strahlungserregter Leiter, so gilt für die Spannung $\mathfrak{U}_1$ an dem eingeschalteten Scheinwiderstand $\mathfrak{R}_{Ab1}$:

$$\mathfrak{U}_1 = -\mathfrak{R}_{Ab1} \cdot \mathfrak{J}_1 .$$

Damit ergibt sich aus (342):

$$\mathfrak{J}_1(\mathfrak{R}_{Ab1} + \mathfrak{R}_{11}) + \mathfrak{J}_2 \cdot \mathfrak{R}_{12} + \mathfrak{J}_3 \cdot \mathfrak{R}_{13} + \ldots = 0 . \qquad (372)$$

Entsprechendes gilt für die übrigen strahlungserregten Leiter. Die Eigenstrahlungskopplungen $\mathfrak{R}_{11}$, $\mathfrak{R}_{22} \ldots$ und die Gegenstrahlungskopplungen $\mathfrak{R}_{12}$, $\mathfrak{R}_{13}$, $\mathfrak{R}_{23} \ldots$ ergeben sich aus den Abmessungen und der Anordnung der Leiter im Verhältnis zur Wellenlänge in der Weise, wie unter (59) gezeigt worden ist. Sie können daher hier als bekannt angesehen werden. Sind weiter auch die Speisungsbedingungen für die gespeisten Leiter bekannt, so ergibt sich eine Anzahl von Gleichungen, die ausreichend ist, um sämtliche Ströme und Spannungen bestimmen zu können.

b) Reflektoren

(63) Um die gewünschte Wirkung auf die Strahlungsverteilung zu erzielen, dürfen Reflektoren im allgemeinen nicht wesentlich kürzer als die gespeisten Leiter ausgeführt und nicht in zu großem Abstand von diesen angeordnet werden. Wegen der dann auftretenden Rückwirkungen können die Ströme nicht unabhängig voneinander ermittelt werden.

Als Beispiel betrachten wir zwei Leiter, von denen der Leiter 1 strahlungserregt, der Leiter 2 gespeist sei. Aus (372) folgt nun:

$$\frac{\mathfrak{J}_1}{\mathfrak{J}_2} = \left| \frac{\mathfrak{J}_1}{\mathfrak{J}_2} \right| e^{j(\delta_1 - \delta_2)} = \frac{-\mathfrak{R}_{12}}{\mathfrak{R}_{Ab1} + \mathfrak{R}_{11}} . \qquad (373)$$

Da es sinnlos wäre, eine gewünschte Strahlungsverteilung [vgl. unter (38)] durch Einschaltung eines Ohmschen Widerstandes in den Reflektor, d. h. durch Vernichtung von Senderenergie zu erreichen, ist $\mathfrak{R}_{Ab1}$ als nahezu reiner Blindwiderstand zu betrachten. (373) zeigt, daß mit diesem das Amplitudenverhältnis $p = \left| \frac{\mathfrak{J}_1}{\mathfrak{J}_2} \right|$ und die Phasenverschiebung $2\,\delta = (\delta_1 - \delta_2)$ beeinflußt werden kann, aber beide nicht unabhängig voneinander und nur innerhalb gewisser Grenzen.

Ist z. B. der Reflektor auf Resonanz abgestimmt, so ist:

$$B_{Ab1} = -B_{11} ; \quad \left| \frac{\mathfrak{J}_1}{\mathfrak{J}_2} \right| = \frac{|\mathfrak{R}_{12}|}{R_{11}} ; \quad \operatorname{tg}(\delta_1 - \delta_2 \pm 180^0) = \frac{B_{12}}{R_{12}} . \qquad (374)$$

Ob der Phasenunterschied im ersten oder dritten bzw. im vierten oder zweiten Quadranten liegt, zeigt die Betrachtung der Vorzeichen.

Ist R_{12} positiv, so ist Gleichphasigkeit nicht oder nur angenähert, wohl aber Gegenphasigkeit der Ströme erreichbar. Das Umgekehrte

gilt, wenn R_{12} negativ ist. Für Gleichphasigkeit bei $R_{12} < 0$, Gegenphasigkeit bei $R_{12} > 0$ ergibt sich der einzuschaltende Blindwiderstand aus der Forderung, daß der Imaginärteil des Quotienten (373) verschwindet, zu:

$$B_{Ab1} = \frac{B_{12}}{R_{12}} R_{11} - B_{11}. \tag{375}$$

Der Reflektor ist dazu also zu verstimmen. Das Amplitudenverhältnis ist dann:

$$\left|\frac{\mathfrak{J}_1}{\mathfrak{J}_2}\right| = \left|\frac{R_{12}}{R_{11}}\right|. \tag{376}$$

also für gleich lange Leiter stets kleiner als 1, wie man aus Abb. 77 bzw. 74 entnimmt.

Amplitudengleichheit läßt sich überhaupt nur erreichen, wenn $|\mathfrak{R}_{12}| \geqq R_{11}$, also bei gleich langen Leitern nur bei verhältnismäßig kleinen Abständen (Abb. 75). Der Blindwiderstand unterliegt dann der Bedingung:

$$B_{Ab} = -B_{11} \pm \sqrt{R_{12}^2 + B_{12}^2 - R_{11}^2}. \tag{377}$$

Nachdem Amplitudenverhältnis und Phasenverschiebung ermittelt sind, kann auch die Strahlungsverteilung in der im Abschnitt III, 3 erörterten Weise berechnet werden. Der Scheinwiderstand des gespeisten Leiters 2 beim Betrieb mit Reflektor ergibt sich gemäß (345) und (373) aus:

$$\mathfrak{R}_2 = \mathfrak{R}_{22} - \frac{\mathfrak{R}_{12}^2}{\mathfrak{R}_{Ab1} + \mathfrak{R}_{11}} \tag{378}$$

Sowohl der Wirk- als auch der Blindwiderstand dieses Leiters ist also im allgemeinen ein anderer als der, wenn der Reflektor nicht vorhanden ist. Bei gegebener Strahlungsleistung folgt der Strom im gespeisten Leiter aus:

$$I_2 = \sqrt{\frac{N_s}{R_2}}. \tag{379}$$

womit auch der Absolutwert der Strahlung in allen Richtungen festliegt. Abb. 79 zeigt Horizontalstrahlungskennlinien [21], wenn der gespeiste Leiter und der Reflektor senkrechte $\frac{\lambda}{4}$-Antennen sind ($R_{11} = R_2 = 36{,}6\ \Omega$). Der als Parameter benutzte Winkel τ ist definiert durch:

$$\operatorname{tg} \tau = \frac{B_{11} + B_{Ab1}}{R_{11}}. \tag{380}$$

Er wird zu null, wenn der Reflektor auf Resonanz abgestimmt ist, ist also ein Maß für die Verstimmung. R_{12} und B_{12} können aus Abb. 77 entnommen werden.

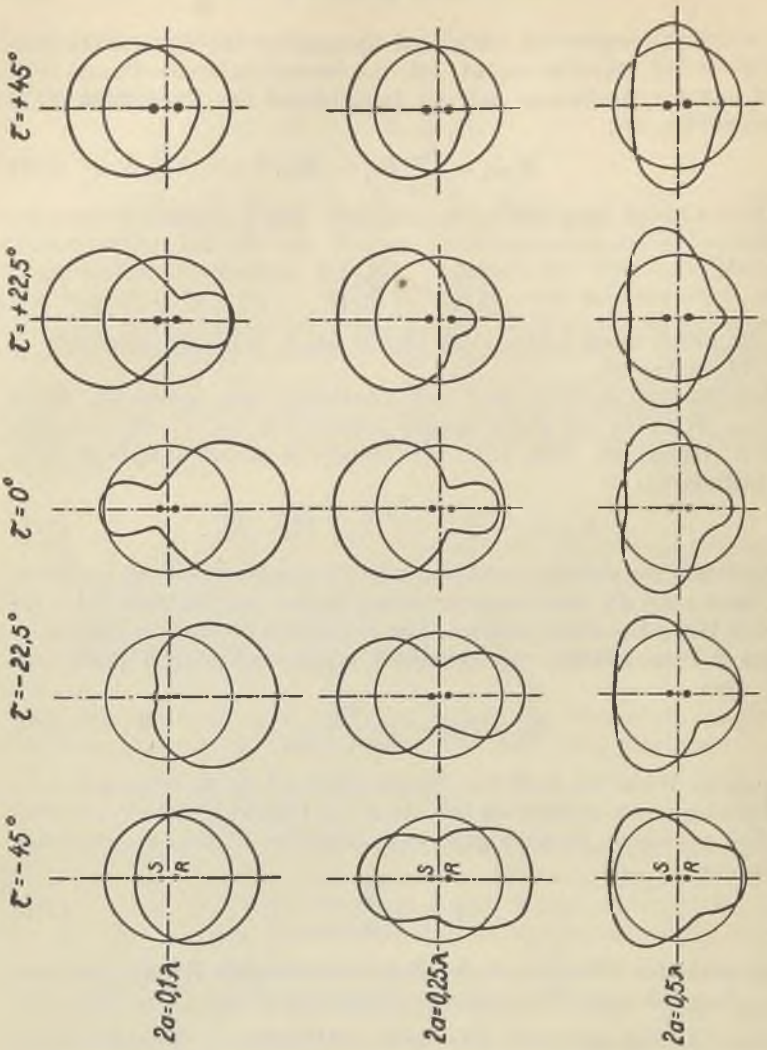


Abb. 79. Horizontalstrahlungskomplinien eines Strahlerpaares aus senkrechten $\frac{1}{4}\lambda$-Antennen, von denen S gespeist ist und R als Reflektor wirkt, für verschiedene Abstände $d = 2a$ und Verstimmungen τ des Reflektors, bei gleicher Strahlungsleistung und gleichem Feldstärkemaßstab (dünn ausgezogene Kreise = ein Einzelstrahler allein, zum Vergleich).

Anordnungen mit mehreren Reflektoren sind im grundsätzlichen natürlich ebenso zu berechnen wie solche mit einem [34]. Hierzu sei auch auf (103) und (115) hingewiesen. Bezüglich der Wirkungsweise von Reflektoren bei Empfangsantennen sei auf **(64)** verwiesen.

c) Empfangsantennen

(64) Häufig hat man es in der Technik mit strahlungserregten Leitern zu tun, die keine merkliche Rückwirkung auf die gespeisten

Leiter und die etwa vorhandenen Reflektoren, d. h. auf die eigentliche Sendeantenne ausüben. Diese Voraussetzung liegt stets vor bei sehr großen Abständen von der Sendeantenne, wie sie beim Empfang in Betracht kommen. Wenn es sich bei den strahlungserregten Leitern um ungewollt mitschwingende Leiter (auch „Sekundärstrahler" genannt) oder kleine Empfangsantennen handelt, trifft die obige Voraussetzung für gewöhnlich aber auch noch bei kleinem Abstand zu.

Um das Grundsätzliche der Berechnung zu zeigen, beschränken wir uns auf zwei Leiter, von denen Leiter 1 strahlungserregt, Leiter 2 gespeist sei. Ihre Anordnung zueinander sei zunächst beliebig. Voraussetzungsgemäß ist $\mathfrak{J}_2$ unabhängig von $\mathfrak{J}_1$. Setzen wir:

$$\mathfrak{R}_{12} \cdot \mathfrak{J}_2 = \mathfrak{U}_{1l}, \tag{381}$$

so folgt aus (372):

$$\mathfrak{J}_1 = -\frac{\mathfrak{U}_{1l}}{\mathfrak{R}_{Ab1} + \mathfrak{R}_{11}}; \quad \mathfrak{U}_1 = \frac{\mathfrak{R}_{Ab1}}{\mathfrak{R}_{Ab1} + \mathfrak{R}_{11}} \mathfrak{U}_{1l}. \tag{382}$$

Hieraus geht hervor, daß die Ersatzschaltung des strahlungserregten Leiters, vom Bezugspunkt aus gesehen, eine Spannungsquelle mit der Urspannung (E.M.K.) $\mathfrak{U}_{1l}$ und dem inneren Widerstand $\mathfrak{R}_{11}$ ist. Der Wirkanteil R_{11} des inneren Widerstandes ist also, von den Verlusten abgesehen, gleich dem Strahlungswiderstand, der Blindanteil B_{11} gleich dem Blindwiderstand des Leiters, wenn er allein vorhanden wäre. Die an dem eingeschalteten Scheinwiderstand $\mathfrak{R}_{Ab1}$ auftretende Spannung $\mathfrak{U}_1$ erreicht, wie von der Zweipoltheorie her bekannt, einen Höchstwert für $\mathfrak{R}_{Ab1} = -jB_{11}$ (Abstimmung mit verlustfreien Abstimmitteln), die abgegebene Leistung einen Höchstwert für $R_{Ab1} = R_{11}$; $B_{Ab1} = -B_{11}$ (Abstimmung und Widerstandsanpassung).

Für die Urspannung, die mit der sog. „Leerlaufspannung" übereinstimmt, ist die Gegenstrahlungskopplung $\mathfrak{R}_{12}$ maßgebend, die durch (340) definiert ist. Bei geringem Abstand von der Sendeantenne sind die unter (60) und (61) aufgestellten Beziehungen anzuwenden. Bei großem Abstand vereinfacht sich die Ermittlung der Urspannung jedoch wesentlich.

Ganz allgemein kann man sich das elektromagnetische Feld am Empfangsort zusammengesetzt denken aus einer „einfallenden Welle", einer am Boden „gespiegelten Welle" und einem „sekundären" Feld. Die „einfallende Welle" ist das Feld, das durch die Sendeantenne am Empfangsort erzeugt werden würde, wenn dort nur der Luftraum vorhanden wäre. Die einfallende Welle wird am Erdboden mehr oder weniger vollkommen „gespiegelt", was in der üblichen Weise durch Anbringung eines Spiegelbildes der Sendeantenne unter der Erdoberfläche berücksichtigt wird. Schließlich erzeugt der Strom, der in der als „Sekundärstrahler" wirkenden Empfangsantenne fließt, ein „sekundäres" Feld.

Wenn die Empfangsantenne sehr weit von der Sendeantenne entfernt ist im Vergleich zur Wellenlänge und zu den Abmessungen der Antenne, ist die einfallende Welle stets als eben und homogen zu betrachten, unabhängig von der Form der Sendeantenne. Sieht man von der Phase des Feldes ab, die für Empfangsuntersuchungen belanglos ist, so wird die einfallende Welle also vollständig beschrieben durch die Angabe der Einfallsrichtung, der Polarisationsebene und des Effektivwertes der elektrischen Feldstärke, der mit E_{12} bezeichnet sei. Daher dürfen wir uns für die folgenden Betrachtungen, ohne deren Allgemeingültigkeit zu beschränken, die wirkliche, beliebig geformte Sendeantenne ersetzt denken durch einen geraden Leiter, der sehr kurz gegen λ ist, wenn dieser nur folgende Bedingungen erfüllt: a) Er muß, vom Empfangsort aus gesehen, in der Richtung der einfallenden Welle angeordnet sein. b) Seine Achse muß in der Polarisationsebene der elektrischen Feldstärke der einfallenden Welle liegen. c) Sein Strombelag $\int\limits_{l_2} \mathfrak{J}_{e2}\, dl$ und der Winkel χ, den seine Achse mit der Einfallsrichtung einschließt, muß gemäß (35) der Gleichung genügen:

$$E_{12} \cdot D = 60\, \Omega\, \alpha \sin \chi \left| \int\limits_{l_2} \mathfrak{J}_{e2}\, dl \right|, \tag{383}$$

wo l_2 die Leiterlänge einschließlich Spiegelbild ist. Der so definierte Leiter erzeugt am Empfangsort ein Feld, das mit dem von der wirklichen Sendeantenne herrührenden völlig übereinstimmt.

Die in der Empfangsantenne induzierte Urspannung setzt sich aus einem Anteil, der von der einfallenden Welle, und einem Anteil, der von der gespiegelten Welle herrührt, zusammen. Die beiden Anteile können, da es sich um „lineare" Vorgänge handelt, getrennt ermittelt und dann zusammengesetzt werden, um die gesamte Urspannung zu erhalten. Sie sind ganz allgemein durch (381) gegeben. Nun ist aber, wie unter (58) bewiesen, $\mathfrak{R}_{12} = \mathfrak{R}_{21}$, so daß unter Berücksichtigung der Definitionsgleichung (346) der von der einfallenden Welle herrührende Anteil der Urspannung:

$$\mathfrak{U}_{1l} = \mathfrak{R}_{21} \cdot \mathfrak{J}_2 = -\frac{\mathfrak{J}_2}{\mathfrak{J}_2^*} \int\limits_{l_2} \frac{\mathfrak{E}_{e21}}{\mathfrak{J}_1} \mathfrak{J}_{e2}^*\, dl. \tag{384}$$

Mit den Bezeichnungen unter (57) ist $\mathfrak{E}_{21}$ die elektrische Feldstärke, die am Orte des Leiters 2 (Sendeantenne) auftritt, wenn der Strom im Leiter 2 unterbrochen ist und Leiter 1 (Empfangsantenne) als Strahler mit dem Strom $\mathfrak{J}_1$ betrieben wird, und $\mathfrak{E}_{e21}$ die Komponente von $\mathfrak{E}_{21}$ in Richtung der Achse der Leiters 2. Diese ist, da Leiter 2 kurz gegen λ, entlang desselben nach Amplitude und Phase gleichbleibend, so daß:

$$U_{1l} = \left| \frac{\mathfrak{J}_2}{\mathfrak{J}_2^*} \frac{\mathfrak{E}_{e21}}{\mathfrak{J}_1} \int_{l_2} \mathfrak{J}_{e2}^* \, dl \right| = \frac{E_{21}}{I_1} \left| \int_{l_2} \mathfrak{J}_{e2} \, dl \right| . \tag{385}$$

Drückt man hierin $\int_{l_2} \mathfrak{J}_{e2} \, dl$ mittels (393) durch E_{12} aus, so wird:

$$U_{1l} = \frac{E_{e21}}{I_1} \frac{E_{12} \cdot D}{60 \Omega \, \alpha \sin \chi} . \tag{386}$$

Nun ist aber ganz allgemein:

$$E_{21} \cdot D = 60 \, \Omega \cdot I_1 \cdot | \mathfrak{F}_1(\varphi, \psi) | . \tag{387}$$

Hierin sind φ und ψ der Erhebungswinkel bzw. der Längenwinkel der Richtung, in der sich Leiter 2 von Leiter 1 aus gesehen befindet, und $\mathfrak{F}_1(\varphi, \psi)$ das Strahlungsmaß des als Sendeantenne betriebenen Leiters 1 für diese Richtung, bezogen auf den Strom $\mathfrak{J}_1$. Bezeichnen wir den Winkel, den die Polarisationsebenen der von den Leitern 1 und 2 erzeugten Feldstärken miteinander bilden, mit ξ, so ist, da in großer Entfernung von einem Strahler unabhängig von der Strahlerform die elektrische Feldstärke stets senkrecht zu der Verbindungslinie zum Strahler gerichtet ist:

$$E_{e21} = E_{21} \cos \xi \sin \chi . \tag{388}$$

Eingesetzt in (386) ergibt sich:

$$U_{1l} = \frac{| \mathfrak{F}_1(\varphi, \psi) |}{\alpha} E_{12} \cos \xi . \tag{389}$$

Der Übersichtlichkeit halber ist davon abgesehen worden, die Ausbreitungsdämpfung zu berücksichtigen. Wollte man dies tun, so müßte man in (383) und in (387) den gleichen Faktor einführen. Dieser Faktor würde dann aber aus (389) herausfallen.

Besteht die Empfangsantenne aus einer Gruppe von Strahlern, so tritt an die Stelle des Strahlungsmaßes $\mathfrak{F}_1(\varphi, \psi)$ das Gesamtstrahlungsmaß $\hat{\mathfrak{F}}_e(\varphi, \psi)$ [vgl. unter (37)].

Damit ist, wenn Einfallsrichtung, Polarisation und Feldstärke der einfallenden Welle gegeben sind, die Ermittlung der Urspannung zurückgeführt auf die Bestimmung des Strahlungsmaßes der als Sendeantenne betriebenen Empfangsantenne. Überhaupt ist damit der Zusammenhang zwischen Sende- und Empfangsantennen aufgezeigt. (389) stellt gewissermaßen den Umkehrungssatz (das „Reziprozitätstheorem") der Funktechnik in seiner allgemeinsten mathematischen Form dar, der in Worten etwa folgendermaßen auszudrücken wäre*): Eine Antenne A_1 im Punkte P_1 werde als Sendeantenne betrieben und im Punkte P_2 von der Antenne A_2 empfangen. Andererseits werde A_2 als Sendeantenne auf der gleichen Frequenz mit dem gleichen Strom betrieben wie vorher A_1. Dann ist die in A_1 induzierte

*) Die hier aufgestellte Fassung weicht nicht unerheblich von der Sommerfelds [35] ab.

Urspannung ebenso groß wie vorher die in A_2, und zwar unabhängig davon, wie das Zwischenmedium zwischen A_1 und A_2 elektromagnetisch beschaffen ist, und wie die Antennen geformt sind.

Für die wichtigsten Antennenformen ist im Abschnitt III das Strahlungsmaß ermittelt worden. Allerdings sind dort bestimmte Annahmen über die Stromverteilung gemacht worden, die häufig, aber nicht immer auf Empfangsantennen zutreffen. Im Gegensatz zur Sendeantenne ist ja die erregende elektromotorische Kraft bei der Empfangsantenne nicht in einem Punkt eingeschaltet, sondern über die Leiterlänge verteilt. Das macht sich besonders bei hochohmigem Abschluß der Empfangsantenne und größeren Leiterlängen in einer Abweichung der Stromverteilung von der sinusförmigen bemerkbar. Hierzu sei auf das Schrifttum verwiesen [36].

Bei der Anwendung von (389) ist zu beachten, daß die am Empfangsort gemessene Feldstärke noch nicht ohne weiteres die Feldstärke E_{12} der einfallenden Welle darstellt. Der Messung unmittelbar zugänglich ist lediglich das aus der einfallenden und der gespiegelten Welle zusammengesetzte Feld, worauf unter (92) näher eingegangen ist.

In dem praktisch am meisten interessierenden Fall waagerechter Einfallsrichtung ($\varphi = 0$) und senkrechter Polarisation fallen einfallende und gespiegelte Welle gewissermaßen zusammen, so daß in (389) E_{12} mit der gemessenen Feldstärke übereinstimmt und U_{1l} die gesamte Urspannung darstellt. Ist auch die Empfangsantenne senkrecht polarisiert (d. h., daß ihre Leiter Rotationskörper mit senkrechter Achse sind), so daß $\xi = 0$, so wird:

$$U_{1l} = \frac{|\mathfrak{F}_1(0, \psi)|}{\alpha} E_{12}. \tag{390}$$

Ist im besonderen die Empfangsantenne ein Einzelstrahler und ihre Strahlungsdämpfung vernachlässigbar, so daß der Begriff der wirksamen Höhe h_w [vgl. unter (45)] anwendbar ist, so wird die am Fußpunkt wirksame Urspannung:

$$U_{1l} = h_{w1} \cdot E_{12}. \tag{391}$$

Unter den hier vorliegenden Voraussetzungen kann man diese Beziehung auch einfacher aus (381) und (340) ableiten. (Falsch ist es also, wie dies im Schrifttum mitunter geschieht, anzusetzen: $U_{1l} = l \cdot E_{12}$, wo l die Leiterlänge ist.)

VIII. Blindwiderstand von Einzelantennen

1. Allgemeine Betrachtungen

(65) Die Kenntnis des Blindwiderstandes der Antenne ist vor allem wichtig zur Vorausberechnung der erforderlichen Abstimmittel und zur Bemessung der Isolatoren. Hierfür ist im allgemeinen keine große

Genauigkeit erforderlich. Die Abstimmittel müssen schon im Hinblick auf Wellenänderungen und Änderungen des Blindwiderstandes durch Wettereinflüsse (Regen, Vereisung usw.) veränderbar ausgeführt werden, wenigstens innerhalb gewisser Grenzen. Die Isolatoren müssen mit Rücksicht auf die Betriebssicherheit auf jeden Fall reichlich bemessen werden. Die Näherungsverfahren, die bei der Berechnung der Stromverteilung angewandt werden, können also für diese Zwecke mit noch größerer Berechtigung zugrunde gelegt werden.

Wir beschränken uns im folgenden auf einzelne Antennen. Wie sich das Vorhandensein weiterer Antennen in der Nähe auf den Blindwiderstand auswirkt, ist bereits unter (57) erörtert worden. Die Ermittlung des Wellenwiderstandes aus den Leiterabmessungen ist unter II, 4 gezeigt.

2. Dämpfungsfreie Leitung

(66) Um den Blindwiderstand in erster Annäherung zu erhalten, kann man die Antenne als eine dämpfungsfreie Leitung auffassen. Man erhält so einen guten Überblick über den Einfluß der verschiedenen Faktoren, weshalb wir von dieser Näherung ausgehen. Unter (67) wird gezeigt. daß der so entstehende Fehler um so geringer ist, je niedriger die Antenne im Vergleich zur Wellenlänge ist. Bis zu einer elektrischen Länge von etwa $\frac{3}{8}\lambda$ kann er meist vernachlässigt werden.

Grundlage für alle vorkommenden Antennenanordnungen ist der glatte Leiter mit beliebigem Abschlußwiderstand am Ende. Sein Wellenwiderstand ändert sich im allgemeinen stetig entlang des Leiters. Wir nehmen zunächst an, daß diese Änderung vernachlässigt und mit einem Wellenwiderstand mittlerer Größe gerechnet werden darf. Dann ist die Theorie der glatten (homogenen) Leitung anwendbar.

Die Strom- und Spannungsverteilung für den Fall, daß der Abschlußwiderstand am Ende (d. h. bei $x = 0$) ein reiner Blindwiderstand B_e ist, haben wir in (46) aufgestellt. Daraus folgt:

$$\frac{\mathfrak{U}_x}{\mathfrak{J}_x} = \mathfrak{R}_x = -j\,Z \operatorname{ctg} \alpha\,(x + l_v)\,. \tag{392}$$

Da sich in (46) alle Größen auf die Doppelleitung beziehen, ist $\mathfrak{R}_x$ der Scheinwiderstand der Doppelleitung. Der Scheinwiderstand eines Leiters gegen Erde ist also $\frac{1}{2}\mathfrak{R}_x$, wenn unter Z auch in diesem Falle der Wellenwiderstand der Doppelleitung verstanden wird. Die wirksame Verlängerung l_v durch den Abschlußwiderstand ergibt sich aus (45).

Der Scheinwiderstand ist also an allen Stellen des Leiters ein reiner Blindwiderstand, was bei der dämpfungsfreien Leitung nach dem Energiegesetz selbstverständlich ist. (392) gilt auch dann, wenn an dem betrachteten glatten Leiter am Ende andere Leiter von beliebiger Zahl und Länge und von beliebigem Wellenwiderstand angeschlossen sind, vorausgesetzt, daß diese selbst ebenfalls dämpfungsfrei sind. Dieser Fall liegt bei zusammengesetzten Antennen vor, die nur innerhalb gewisser Abschnitte als glatte Leitungen anzusehen sind. Im Abschnitt II, 2 sind einige praktisch vorkommende Anordnungen untersucht und die entsprechenden Formeln für l_v angegeben worden.

Die Rechenarbeit beim Auswerten von (392) wird durch die Tab. I und II erleichtert. Die Ablesegenauigkeit dieser Tabellen reicht für den vorliegenden Zweck völlig aus.

Aus (392) ersieht man ohne weiteres, daß sich der Blindwiderstand entlang eines glatten Antennenleiters bei gleichbleibender Frequenz (α und damit l_v konstant) nach einer ctg-Funktion (abgesehen von einer Parallelverschiebung dieser Funktion) ändert. Bei Änderung der Frequenz bzw. Wellenlänge ändert sich der Blindwiderstand an einer bestimmten Stelle, z. B. am Anfang (x konstant), nur dann ebenfalls nach einer ctg-Funktion, wenn l_v konstant ist, d. h. wenn die Leitung am Ende offen ist (Antenne ohne Endkapazität) und selbstverständlich auch dann, wenn sie am Ende mit einer Leitung vom gleichen Wellenwiderstand abgeschlossen ist. Angenähert gilt dies noch, wenn der Abschlußwiderstand eine sehr kleine Kapazität ist, so daß $\alpha l_v < 30°$. Dann ist nach (49) die Verlängerung l_v von der Frequenz nahezu unabhängig. Im allgemeinen aber verläuft der Blindwiderstand von zusammengesetzten Antennen im Speisepunkt in Abhängigkeit von der Frequenz nicht nach einer ctg-Kurve (Entsprechendes gilt für am Ende kurzgeschlossene bzw. geerdete Leitungen).

Die Extremwerte des Blindwiderstandes sind, wie man aus (392) ohne weiteres entnimmt, null und unendlich. Sie treten auf für:

$$\alpha\,(x_\nu + l_v) = \nu\,90° \tag{393}$$

oder, was dasselbe ist, für:

$$x_\nu + l_v = \nu\,\frac{\lambda}{4}\,. \tag{394}$$

Der Blindwiderstand verschwindet für ν ungerade ($\nu = 1, 3, 5, \ldots$) also in den Strombäuchen bzw. Spannungsknoten, und wird unendlich für ν gerade ($\nu = 2, 4, 6 \ldots$), d. h. in den Stromknoten bzw. Spannungsbäuchen. Letzteres ist natürlich physikalisch unmöglich. Das Versagen von (392) in diesem Fall ist auf die Vernachlässigung der Dämpfung zurückzuführen [vgl. unter (67)]. Auf die Frequenzen bzw. Wellenlängen, für die der Blindwiderstand Extremwerte annimmt, wird unter (69) und (70) eingegangen.

Um den Einfluß eines stetig entlang der Antenne sich ändernden Wellenwiderstandes abzuschätzen, kann man den Ansatz (66) benutzen. Aus (69) ergibt sich nach einiger Umformung:

$$\mathfrak{R} = -j Z_e e^{2n\alpha x} \frac{\cos k\alpha (x + l_v'')}{\sin k\alpha (x + l_v')}. \tag{395}$$

Die hierin vorkommenden Größen sind unter **(18)** ausführlich erörtert. Die Stellen auf dem Antennenleiter, für die der Blindwiderstand zu Null wird, fallen mit den Spannungsknoten und somit auch mit den Strombäuchen zusammen. Die Stellen, für die der Blindwiderstand „unendlich" wird, fallen mit den Stromknoten (d. h. auch mit den Spannungsbäuchen) zusammen. Daher kann bezüglich der Lage dieser Stellen auf **(18)** verwiesen werden, wo sie ausführlich erörtert ist. Im einzelnen hängt die Verschiebung dieser Stellen gegenüber einem Leiter mit gleichbleibendem Wellenwiderstand von der Größe und dem Vorzeichen von n ab. Nach den Ausführungen unter **(25)** ist bei einem senkrechten Leiter mit nach oben sich verjüngenden Querschnitt n negativ, bei einem senkrechten Leiter mit nach oben zunehmendem Querschnitt n positiv anzusetzen.

3. Gedämpfte Leitung

(67) Die vorangegangenen Betrachtungen haben gezeigt, daß die Dämpfung auf keinen Fall vernachlässigt werden darf, wenn es auf den Blindwiderstand in der Nähe eines Stromknotens ankommt.

Um überhaupt rechnen zu können, vernachlässigen wir die sicherlich vorhandene stetige Änderung des Wellenwiderstandes entlang eines glatten Antennenleiters und nehmen willkürlich an, daß die Dämpfung gleichmäßig über seine ganze Länge verteilt ist. Damit ist die Theorie der glatten Leitung anwendbar, die unter **(19)** bis **(22)** ausführlich behandelt worden ist [37] [38]. Die Dämpfung β sehen wir zunächst als gegeben an.

Auf Grund von (94), durch die die Strom- und Spannungsverteilung bei beliebigem Abschlußwiderstand dargestellt ist, ergibt sich für den Scheinwiderstand der Doppelleitung nach einfacher Umformung:

$$\mathfrak{R}_x = \mathfrak{Z} \frac{\frac{1}{2} \operatorname{Sin} 2\beta (x + l_{v\beta}) - j \frac{1}{2} \sin 2\alpha (x + l_{v\alpha})}{\operatorname{Sin}^2 \beta (x + l_{v\beta}) + \sin^2 \alpha (x + l_{v\alpha})}. \tag{400}$$

Hierin ist $\mathfrak{Z}$ der Wellenwiderstand der Doppelleitung, $l_{v\beta}$ die hinsichtlich des Dämpfungsmaßes, $l_{v\alpha}$ die hinsichtlich des Winkelmaßes wirksame Verlängerung durch den Abschlußwiderstand [vgl. unter (22)]. Der Scheinwiderstand eines Leiters gegen Erde ist $\frac{1}{2}\mathfrak{R}_x$. Nach Einsetzen von (83) und Trennung des Reellen und Imaginären ergibt sich für den Wirkanteil des Scheinwiderstandes:

$$R_x = \frac{Z\beta x}{\mathfrak{Sin}^2\beta(x+l_{v\beta}) + \sin^2\alpha(x+l_{v\alpha})}\left[\frac{\mathfrak{Sin}\,2\beta(x+l_{v\beta})}{2\beta x} - \frac{\sin 2\alpha(x+l_{v\alpha})}{2\alpha x}\right] \tag{401}$$

und für den Blindanteil:

$$B_x = -Z\frac{\frac{1}{2}\sin 2\alpha(x+l_{v\alpha}) + \frac{\beta}{2\alpha}\mathfrak{Sin}\,2\beta(x+l_{v\beta})}{\sin^2\alpha(x+l_{v\alpha}) + \mathfrak{Sin}^2\beta(x+l_{v\beta})}. \tag{402}$$

Durch einfache Umformung kann man diese Beziehung auch in die Form bringen:

$$B_x = -Z\operatorname{ctg}\alpha(x+l_{v\alpha})\frac{1+\frac{\beta}{\alpha}\frac{\mathfrak{Sin}\,2\beta(x+l_{v\beta})}{\sin 2\alpha(x+l_{v\alpha})}}{1+\left(\frac{\mathfrak{Sin}\,\beta(x+l_{v\beta})}{\sin\alpha(x+l_{v\alpha})}\right)^2}. \tag{403}$$

Bei gebräuchlichen Antennen kann man in (402) wegen $\beta \ll \alpha$ unbedenklich den $\mathfrak{Sin}$ durch sein Argument ersetzen und erhält so die beim praktischen Gebrauch die geringste Rechenarbeit erfordernde Form:

$$B_x = -Z\frac{\sin a + c^2 b}{1+\frac{1}{2}(cb)^2 - \cos a}, \tag{404}$$

worin zur Abkürzung gesetzt:

$$a = 2\alpha(x+l_{v\alpha}); \qquad b = 2\alpha(x+l_{v\beta}); \qquad c = \frac{\beta}{\alpha}. \tag{405}$$

Beim zahlenmäßigen Auswerten von (402) und (404) wird die Rechenarbeit durch die Tafeln I und II erleichtert. Die Ermittlung von β wird unter (68) erörtert.

In der Schreibweise (403) kann man gut den Einfluß der Dämpfung übersehen. Man hat zu berücksichtigen, daß bei elektrisch kurzen Antennen meist $\beta \ll \alpha$. Ist außerdem $(x + l_{v\alpha}) < \frac{\lambda}{4}$, so unterscheidet sich der Bruch in (403) sehr wenig von 1 und damit geht (403) über in (392) für die dämpfungsfreie Leitung.

Nimmt das Winkelmaß Werte in der Nähe von 180° oder einem Vielfachen von 180° an, so kann B_x, wie man aus (402) ohne weiteres entnehmen kann, sehr groß, niemals aber unendlich groß werden, solange β nicht verschwindet. Der Blindwiderstand wird zu null, wenn der Zähler in (402) zu null wird. Für welche Frequenzen dies eintritt (bei gegebener Leiterlänge), wird unter (70) gezeigt. Wir interessieren uns hier für die räumliche Verteilung der Stellen $B_x = 0$, nehmen also die Frequenz als gegeben an. Bezeichnen wir den Abstand dieser Stellen vom Ende der Leitung mit x_ν, so gilt:

$$\sin 2\alpha(x_\nu + l_{v\alpha}) + \frac{\beta}{\alpha}\mathfrak{Sin}\,2\beta(x_\nu + l_{v\beta}) = 0. \tag{406}$$

Unter den bei Antennen oft gegebenen Voraussetzungen, daß $\beta \ll \alpha$ und $2\beta\,(x_\nu + l_{v\beta}) \ll 1$, kann das zweite Glied in (406) vernachlässigt werden. Die Bedingung für $B_x = 0$ lautet dann:

$$\alpha\,(x_\nu + l_{v\alpha}) \approx \nu\,90^\circ; \qquad \nu = 1, 2, 3 \ldots \tag{407}$$

oder, anders geschrieben:

$$x_\nu + l_{v\alpha} \approx \nu\,\frac{\lambda_A}{4}; \qquad \nu = 1, 2, 3 \ldots \tag{408}$$

Der Blindwiderstand wird also nicht nur in den Strombäuchen (ν ungerade), sondern auch in den Stromknoten (ν gerade) zu null.

Um die genaue Lage der Nullstellen zu erhalten, hat man (406) exakt zu lösen. Diese Beziehung stimmt nun aber vollständig überein mit (90), die sich für die Lage der Höchst- und Mindestwerte des Stromes ergab (abgesehen davon, daß dort $l_{v\alpha} = l_{v\beta} = 0$ angenommen ist). Die Nullstellen des Blindwiderstandes fallen also mit den Strombäuchen und -knoten zusammen (nicht aber mit den Spannungsbäuchen und -knoten!). Somit gilt für die Nullstellen des Blindwiderstandes in den Strombäuchen (96) bzw. in den Stromknoten (97).

Bei Antennen mit nicht zu großer Endkapazität gilt (102). Nach dem Einsetzen dieses Wertes in (96) bzw. (97) übersieht man leicht, daß die Nullstellen in den Strombäuchen gegenüber der dämpfungsfreien Leitung nach dem Anfang der Leitung zu verschoben werden, während die Nullstellen in den Stromknoten um den dreifachen Betrag (bei gleicher Dämpfung) nach dem Ende der Leitung zu verschoben werden. Die Dämpfung wirkt sich demnach hinsichtlich des Blindwiderstandes in der Nähe eines Strombauches trotz der scheinbaren Verringerung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit wie eine Verkürzung der Antenne, hinsichtlich des Blindwiderstandes in der Nähe eines Stromknotens dagegen wie eine Verlängerung der Antenne aus (vgl. auch Abb. 20). Wenn die Messung tatsächlich auch in der Nähe eines Strombauches stets eine scheinbare Verlängerung der Antenne ergibt, so rührt dies nicht von der Dämpfung*), sondern von anderen Einflüssen her: Einfluß des endlichen Querschnittes an der Spitze [„Randfeldwirkung"; vgl. unter (25)], Einfluß der Abspannungen usw.

Die hier aufgestellten Formeln werden im folgenden noch durch Diagramme veranschaulicht (vgl. Abb. 81).

4. Dämpfungsmaß und Strahlungswiderstand

(68) Die praktische Anwendung der Beziehungen, die aus der Theorie der gedämpften Leitung abgeleitet wurden, setzt die Kenntnis der Dämpfungskonstanten β voraus. Nun ist, wenn keine Verluste

*) Diese Tatsache ist im Schrifttum bisher noch nicht klar herausgestellt worden.

auftreten, der Wirkwiderstand im Speisepunkt gleich dem auf diesem Punkt bezogenen Strahlungswiderstand. Der Wirkwiderstand im Speisepunkt eines am Fuß gegen Erde erregten glatten Leiters mit Abschlußwiderstand ergibt sich gemäß der Leitungstheorie aus (401) zu $\frac{1}{2} R_x$ mit $x = l$ ($l =$ Leiterlänge ohne Spiegelbild). Der auf den ersten Strombauch bezogene Strahlungswiderstand eines solchen Leiters wird umgerechnet auf den Fußpunkt mittels (323). Mithin ist:

$$2 R_{s0} \mathfrak{Cos}^2 \beta \left(\frac{\lambda}{4} + l_{v\beta} - l_{v\alpha}\right) = Z \beta l \left[\frac{\mathfrak{Sin}\, 2\beta (l + l_{v\beta})}{2\beta l} - \frac{\sin 2\alpha (l + l_{v\alpha})}{2\alpha l}\right]. \tag{409}$$

Da die Stromverteilung von β abhängt, hängt auch R_{s0} von β ab, und zwar in recht verwickelter Weise. Es würde erhebliche Schwierigkeiten machen, wollte man aus dieser Gleichung, die zudem noch transzendent ist, die Dämpfung exakt bestimmen. Nun ist aber, wie unter (55) gezeigt wurde, der Einfluß der Dämpfung auf R_{s0} im allgemeinen nur gering, so daß ohne praktisch bedeutsamen Fehler der Strahlungswiderstand der dämpfungsfrei gedachten Antenne (mit rein sinusförmiger Stromverteilung) eingesetzt werden kann. Ferner ist sehr angenähert für gewöhnliche Antennen:

$$\mathfrak{Cos}^2 \beta \left(\frac{\lambda}{4} + l_{v\beta} - l_{v\alpha}\right) \approx 1; \quad \frac{\mathfrak{Sin}\, 2\beta (l + l_{v\beta})}{2\beta l} \approx 1 + \frac{l_{v\beta}}{l}. \tag{410}$$

Damit wird die Dämpfungskonstante der Strahlungsdämpfung:

$$\beta \approx \frac{2 R_{s0}}{Z l} \frac{1}{1 + \frac{l_{v\beta}}{l} - \frac{\sin 2\alpha (l + l_{v\alpha})}{2\alpha l}}. \tag{411}$$

Der auf die Längeneinheit des Leiters bezogene Widerstand wird gemäß (81):

$$\boldsymbol{R} \approx \frac{4 R_{s0}}{l} \frac{1}{1 + \frac{l_{v\beta}}{l} - \frac{\sin 2\alpha (l + l_{v\alpha})}{2\alpha l}}. \tag{412}$$

Hierbei ist zu beachten, daß $l_{v\beta}$ für einen reinen Blindwiderstand als Abschluß, z. B. für verlustfreie und nicht strahlende Endkapazitäten, nicht zu null wird. Nach (102) ist bei kleinen Endkapazitäten $l_{v\beta} = l_{v\alpha}$.

Für sehr kurze senkrechte Antennen $\left((l \ll \frac{\lambda}{4}\right)$ ohne Endkapazität ($l_v = 0$; $l_{v\beta} = 0$) läßt sich (411) vereinfachen. Führt man (316) in (411) ein, und ersetzt man die Kreisfunktionen durch die ersten beiden Glieder ihrer Reihen, so erhält man:

$$\beta \approx \frac{30\,\Omega}{Z} \alpha^2 l \approx 1200\,\Omega \frac{l}{Z \lambda^2}, \tag{413}$$

wobei unter Z wie bisher der Wellenwiderstand der Antenne mit ihrem Spiegelbild verstanden ist, der doppelt so groß wie der Wellenwiderstand der Antenne gegen Erde ist. Die Strahlungsdämpfung und damit auch der Widerstand pro Längeneinheit nimmt demnach bei niedrigen Antennen proportional mit ihrer Höhe zu. Ferner ist sie umgekehrt proportional dem Wellenwiderstand und dem Quadrat der Wellenlänge. Diese Erkenntnis ist wichtig, wenn es sich um die Frequenzkurve der Modulation handelt.

In den vorangegangenen Betrachtungen kommt häufig $\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)$ vor. Dieses Verhältnis stellt den Faktor dar, mit dem das Winkelmaß zu multiplizieren ist, um das Dämpfungsmaß zu erhalten. Ist keine Endkapazität vorhanden, so wird z. B. nach (411) bzw. (413):

für $$l \ll \frac{\lambda}{4}; \quad \frac{\beta}{\alpha} \approx \frac{30\,\Omega}{Z}(\alpha\, l) = \frac{188\,\Omega}{Z}\left(\frac{l}{\lambda}\right), \tag{414}$$

für $$l = \frac{\lambda}{4}; \quad \frac{\beta}{\alpha} = \frac{46{,}6\,\Omega}{Z}, \tag{415}$$

für $$l = \frac{\lambda}{2}; \quad \frac{\beta}{\alpha} = \frac{62{,}4\,\Omega}{Z}. \tag{416}$$

Bei den gebräuchlichen Antennen ist meist $Z > 400\ \Omega$, so daß $\frac{\beta}{\alpha}$ gewöhnlich kleiner als 15% ist.

Aus Abb. 80 kann $\left(\frac{\beta}{\alpha}\right) \cdot Z$ bei gegebenem Winkelmaß des Leiters für senkrechte Antennen ohne Endkapazität ($l_{v\alpha} = 0$; $l_{v\beta} = 0$) entnommen werden. Für Antennen mit Endkapazität läßt sich $\left(\frac{\beta}{\alpha}\right) \cdot Z$ aus (411) mit Hilfe der unter (53) aufgestellten Beziehungen ohne weiteres berechnen.

Zu beachten ist, daß die in den Formeln (400) bis (416) vorkommende Größe α die Winkelkonstante der gedämpften Leitung ist. Sie ist also identisch mit $\bar{\alpha}$ in (80), die den Zusammenhang mit der Winkelkonstante der dämpfungsfreien Leitung und des freien Raumes herstellt, und somit selbst von β abhängig, wenn dies auch nur bei größeren Antennenhöhen ($l > \frac{3}{8}\lambda$) merklich wird. Für das Verhältnis $\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)$ ist es zwar belanglos, welche Winkelkonstante in die betreffende Formel eingesetzt wird; für den Blindwiderstand kann das jedoch eine gewisse Rolle spielen. Will man den Einfluß der Dämpfung auf die Winkelkonstante berücksichtigen, so empfiehlt es sich, in den obengenannten Formeln die Winkelkonstante oder das Winkelmaß als unabhängige Veränderliche zu betrachten, anstatt, wie sonst üblich, die Frequenz oder die Wellenlänge, und aus dieser rückwärts nach Berechnung von $\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)$ mittels (80) das Winkelmaß im freien Raum und

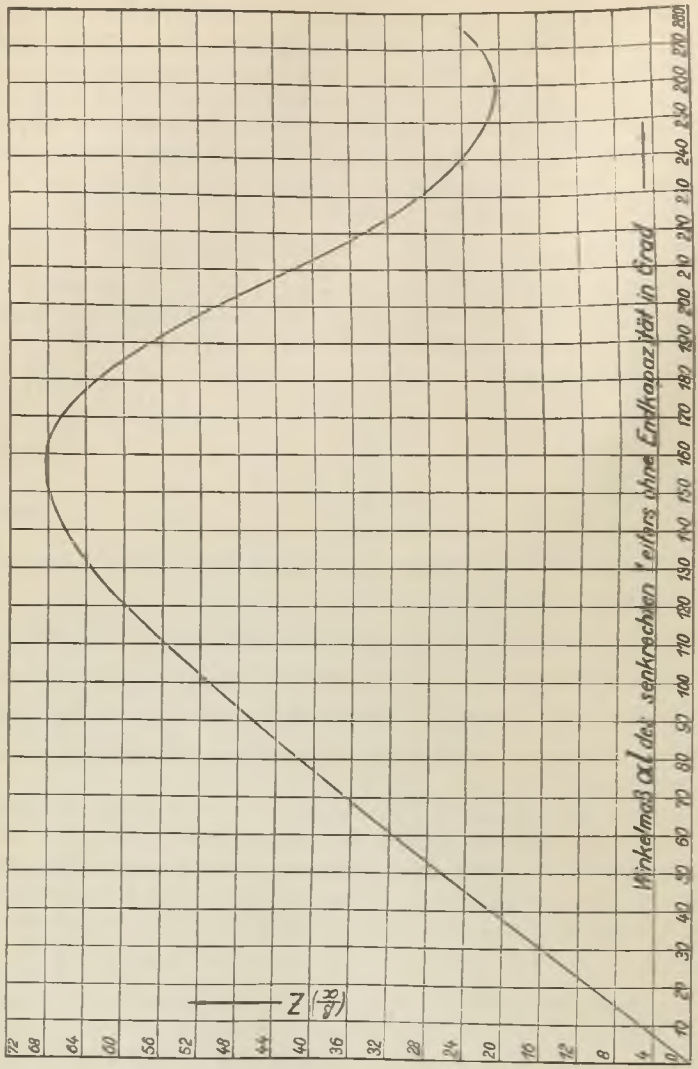


Abb. 80. $\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)$, Z in Ohm für senkrechte glatte Leiter von der Länge l (= Höhe) ohne Endkapazität (Z = Wellenwiderstand der Ersatzdoppelleitung).

damit die Frequenz und die Wellenlänge (im freien Raum) zu ermitteln.

Wenn $\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)$ bekannt ist, läßt sich auf Grund von (404) auch der Blindwiderstand B_F im Speisepunkt ermitteln. Abb. 81 zeigt das

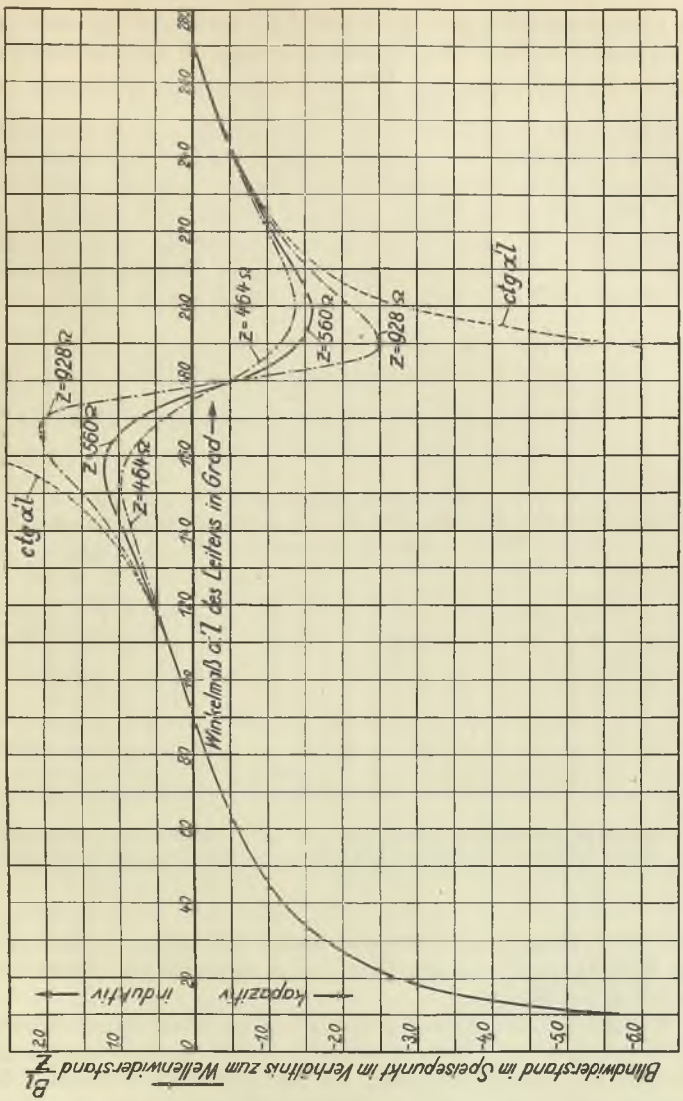


Abb. 81. Blindwiderstand $B_F (= B_l)$ gegen das Spiegelbild am Fußpunkt (= Speisepunkt) eines senkrechten glatten Leiters von der Länge l (= Höhe) ohne Endkapazität, im Verhältnis zum Wellenwiderstand Z der Ersatzdoppelleitung, für die gleichen Werte von Z wie in Abb. 73 (α' = Winkelkonstante des freien Raumes).

Ergebnis für senkrechte Leiter ohne Endkapazität mit verschiedenen Wellenwiderständen. Es ist jedoch nicht B_F selbst aufgetragen, sondern $\frac{B_F}{Z}$. Die abgelesenen Werte müssen also noch mit Z multipliziert werden. Diese Darstellungsweise hat einmal den Zweck, die

Kurven zusammenzudrängen, die beim Auftragen von B_F weit auseinander liegen würden, und so eine gleichmäßigere Ablesegenauigkeit zu erzielen. Da das Verhältnis $\frac{B_F}{Z}$, im Gegensatz zu B_F selbst, verhältnismäßig wenig von Z abhängt — die Größe von Z geht dabei nur über die Dämpfung ein —, ist dadurch außerdem eine brauchbare Interpolation zwischen den dargestellten Z-Werten möglich. Schließlich übersieht man auf diese Weise, daß bis zu einem Winkelmaß des Leiters von etwa 135° die Dämpfung vernachlässigt, d. h. mit (392) gerechnet werden darf. Zu beachten ist, daß als Abszisse das Winkelmaß des dämpfungsfrei gedachten Leiters, also die an der Wellenlänge

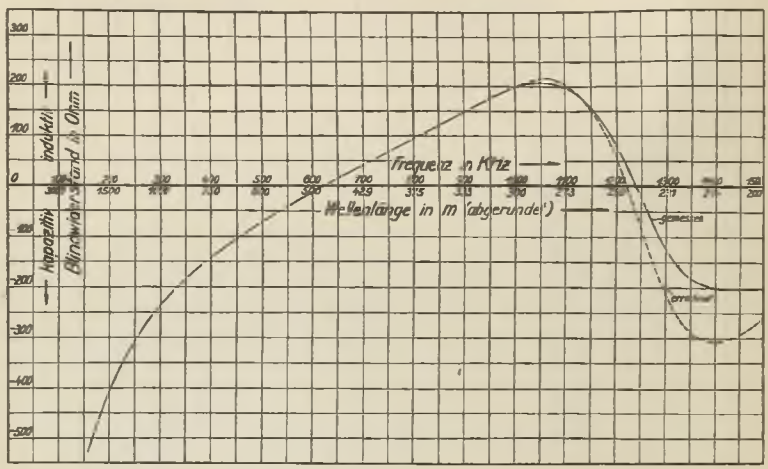


Abb. 82. Gemessener (ausgezogene Kurve) und gerechneter (gestrichelte Kurve) Blindwiderstand gegen Erde am Fuß eines 100 m hohen, abgespannten Mastes von gleichbleibendem, sechseckigem Querschnitt mit 1,5 m Seitenlänge (vgl. Nr. 1 in Tab. II, S. 55).

im freien Raum gemessene elektrische Länge des Leiters, aufgetragen ist. Aus Abb. 81 ergibt sich anschaulich die unter (67) erwähnte Verschiebung der Nullstellen.

Wie weitgehend die Messung mit der hier dargelegten Theorie übereinstimmt, geht aus Abb. 82 hervor. Dabei handelt es sich um einen Leiter mit verhältnismäßig kleinem Wellenwiderstand. Bei dünneren Leitern, d. h. größeren Wellenwiderständen ist die Übereinstimmung im allgemeinen noch besser. Allerdings ist die Abnahme des Wellenwiderstandes am oberen Mastende durch die Annahme einer konzentrierten Kapazität gemäß (118a) berücksichtigt. Die Abweichungen bei höheren Frequenzen lassen sich leicht durch das Vor-

handensein von konzentrierten Kapazitäten am Mastfuß (Randfeld!) erklären, die hier noch nicht berücksichtigt sind.

5. Eigenwellenlänge

(69) Die „Eigenwellenlänge" hat in den Anfängen der Funktechnik zur Kennzeichnung der Antenne eine große Rolle gespielt, besonders zur Zeit der Lichtbogen- und Löschfunksender. In letzter Zeit hat dieser Begriff stark an Bedeutung verloren. Das hängt damit zusammen, daß früher angenäherte Übereinstimmung von Eigenwellenlänge (ohne Abstimmittel) und Betriebswellenlänge für zweckmäßig gehalten wurde. Heute stehen Antenneneigenschaften wie die Strahlungsverteilung u. dgl. im Vordergrund des Interesses, die in keinem eindeutigen Zusammenhang mit der Eigenwellenlänge stehen. Immerhin hat die Angabe der Eigenwelle auch heute einen gewissen praktischen Wert bei Antennen, deren Höhe aus baulichen oder sonstigen Gründen wesentlich kleiner als $\frac{\lambda}{4}$ ist. Darüber hinaus spielt sie eine Rolle bei der Messung des Wellenwiderstandes [vgl. unter **(140)**].

Jeder Stromkreis mit konzentrierter Induktivität und Kapazität, d. h. jeder elektrische „Schwingungskreis" hat bekanntlich eine ausgezeichnete Frequenz. Bei dieser erreicht der Strom, gleichbleibende erregende Spannung vorausgesetzt, einen Höchstwert und ist in Phase mit der Spannung. Man spricht dann von „Resonanz" und nennt die betreffende Frequenz „Resonanzfrequenz". Sie stimmt überein mit der „Eigenfrequenz" des Kreises. Das ist die Frequenz der abklingenden Schwingung, die in dem nach einmaligem Anstoß sich selbst überlassenen Kreis auftritt.

Antennen sind Stromkreise mit verteilter Induktivität und Kapazität. Man stellt sie durch die Bezeichnung als „offene Schwingungskreise" in Gegensatz zu den „geschlossenen Schwingungskreisen". Sie sind selbstverständlich ebenfalls schwingungsfähig und haben in gleicher Weise ausgezeichnete Frequenzen. Geläufig ist der Begriff der „Eigenfrequenz". Zu jeder Eigenfrequenz gehört eine bestimmte Wellenlänge der fortschreitenden Welle im freien Raum, die als „Eigenwellenlänge" bezeichnet wird. Unter **(70)** werden wir noch den Begriff der „Resonanzfrequenz" bzw. „Resonanzwellenlänge" einführen, und zeigen, daß „Resonanzfrequenz" und „Eigenfrequenz" bei Antennen nicht dasselbe sind.

Gemäß der ursprünglichen Bedeutung des Wortes ist die Eigenfrequenz bei Antennen die Frequenz der Schwingung, die sich ausbildet, wenn die Antenne nach einmaligem elektrischem Anstoß sich selbst überlassen wird, d. h. keine elektromotorische Kraft induziert wird. Bei einer geerdeten Antenne z. B. kann man Eigenschwingungen anregen, indem man an der Erdungsstelle eine Funkenstrecke ein-

schaltet und die Antenne über eine an der Funkenstrecke angeschlossene Zuleitung bis zum Überschlag auflädt. Solange der Lichtbogen brennt, ist die Funkenstrecke kurzgeschlossen und die Zuleitung geerdet, so daß die Antenne tatsächlich in ihrer Eigenfrequenz schwingt*).

Zunächst betrachten wir Antennen, in die am Erdungs- bzw. Symmetriepunkt (bei Dipolen) keine Abstimmittel eingeschaltet sind. Zur Erlangung eines Überblicks denken wir uns die Antenne dämpfungsfrei. Wir nehmen nun an, die Antenne führe Eigenschwingungen aus, d. h. es bestünden Ströme, ohne daß von außen elektromotorische Kräfte induziert werden. Dann muß offenbar die Frequenz der Eigenschwingung mit der übereinstimmen, für die der Scheinwiderstand der Antenne am Erdungs- bzw. Symmetriepunkt zu null wird. Andernfalls würden an dieser Stelle Spannungen auftreten, was nach der obigen Voraussetzung nicht der Fall ist. Der Scheinwiderstand wird aber nach (392) wegen $Z \neq 0$ am Erdungs- bzw. Symmetriepunkt ($x = l$) zu null, wenn:

$$\operatorname{ctg} \alpha_\nu (l + l_v) = 0. \tag{417}$$

Daraus folgt die Bedingung für Eigenschwingungen:

$$\alpha_\nu (l + l_v) = \nu \frac{\pi}{2}; \qquad \nu = 1, 3, 5 \ldots, \tag{418}$$

wobei Winkelkonstante α, Wellenlänge λ, Frequenz f und Kreisfrequenz ω bekanntlich zusammenhängen durch:

$$\alpha_\nu = \frac{2\pi}{\lambda_\nu} = \frac{2\pi}{c} f_\nu = \frac{\omega_\nu}{c}; \qquad c = 3.10^{10} \text{ cm/s}. \tag{419}$$

Es gibt also im Gegensatz zu einem einfachen Schwingungskreis bei einer Antenne unendlich viele Eigenfrequenzen f_ν bzw. Eigenwellenlängen λ_ν. Sie sind alle dadurch gekennzeichnet, daß sich am Erdungs- bzw. Symmetriepunkt ein Strombauch und Spannungsknoten ausbildet, wie man aus dem Vergleich mit (46) ersieht. Die Eigenwelle mit der Ordnungszahl $\nu = 1$ wird Grundwelle, schlechthin auch einfach „die Eigenwelle" genannt.

In (418) ist zu beachten, daß l_v im allgemeinen nicht unabhängig von der Frequenz ist. Eine besonders einfache Beziehung ergibt sich für glatte Leiter ohne Endkapazität ($l_v = 0$). Dann wird die Eigenwellenlänge:

$$\lambda_\nu = \frac{4l}{\nu}; \qquad \nu = 1, 3, 5, \ldots \tag{420}$$

---

*) Grundsätzlich könnte auch an einer anderen Stelle der Antenne die Funkenstrecke eingeschaltet und die Zuleitung, über die aufgeladen wird, angeschlossen werden. Doch müßte dann, um eine Beeinflussung der Eigenfrequenz zu vermeiden, nach der Aufladung die Zuleitung abgetrennt werden. Bei nicht geerdeten Antennen wäre dies auf jeden Fall erforderlich.

In diesem Fall stehen sämtliche Eigenwellenlängen in einem harmonischen Verhältnis zueinander. Die Grundwellenlänge λ_1 ist das Vierfache der Antennenlänge: $\lambda_1 = 4l$. Die Strom- und Spannungsverteilung bei der Grundwelle ist in Abb. 83 dargestellt. In Abb. 84 ist sie für die Eigenwelle mit der Ordnungszahl $\nu = 3$ (3. Harmonische) dargestellt. Außer dem Strombauch bzw. Spannungsknoten am Erdungspunkt befindet sich noch einer in $\frac{2}{3}$ der Höhe, und außer dem Stromknoten bzw. Spannungsbauch an der Spitze noch einer in $\frac{1}{3}$ der Höhe. Da das Spiegelbild in der Erde eingezeichnet ist, lassen sich die Abbildungen leicht auf nicht geerdete, symmetrische Antennen (Dipole) übertragen.

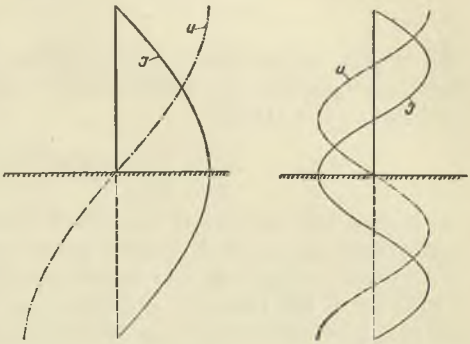


Abb. 83 und 84. Strom- und Spannungsverteilung auf einem senkrechten, geerdeten Leiter bei der Eigenwelle $\nu = 1$ (Grundwelle; Bild links) und bei der Eigenwelle $\nu = 3$ (3. Harmonische; Bild rechts).

Man kann (420) auch aus der Kirchhoff-Thomsonschen Formel für die Eigenschwingungsdauer T eines Schwingungskreises, bestehend aus einer Kapazität C und einer Induktivität L, ableiten [39]:

$$T = 2\pi\sqrt{L \cdot C}. \qquad (421)$$

Die „wirksame" oder „dynamische" Kapazität C_w bzw. Induktivität L_w eines Leiters von der Länge l bei Vorhandensein stehender Wellen läßt sich durch die Kapazität $\boldsymbol{C}$ bzw. Induktivität $\boldsymbol{L}$ pro Längeneinheit bei gleichbleibender Spannung bzw. gleichbleibendem Strom entlang des Leiters (d. h. unter „quasistationären" Verhältnissen) ausdrücken. Nimmt man an, daß die Strom- bzw. Spannungsverteilung sinusförmig ist, so findet man:

$$C_w = \frac{2}{\pi}\, l\, \boldsymbol{C}; \qquad L_w = \frac{2}{\pi}\, l\, \boldsymbol{L}. \qquad (422)$$

Damit wird:

$$T = 4l\sqrt{\boldsymbol{L}\boldsymbol{C}}.$$

Unter Berücksichtigung von (109) erhält man schließlich (420). Die Begriffe der wirksamen Kapazität und Induktivität werden ihrer Unanschaulichkeit wegen hier vermieden.

Zu beachten ist, daß (420) zunächst nur für Leiter mit gleichbleibendem Wellenwiderstand gilt. Unter (25) ist gezeigt worden, daß der Wellenwiderstand an den Enden von zylindrischen oder prismatischen Leitern (Rohre, Gittermaste usw.) kleiner als in der Mitte

ist (Randfeldwirkung). Dies kann man durch Annahme von konzentrierten Kapazitäten an den Leiterenden gemäß (118a) berücksichtigen. Die Ersatzkapazität am geerdeten Ende bzw. im Symmetriepunkt hat auf die Eigenwellenlänge keinen Einfluß. Für die Ersatzkapazität am oberen bzw. äußeren Ende gilt, da sie klein ist, (49), d. h. ihre verlängernde Wirkung l_v ist nahezu frequenzunabhängig. Daher ist gemäß (418) in guter Näherung, zumindest bei niedriger Ordnungszahl ν:

$$\lambda_\nu = \frac{4\,(l + l_v)}{\nu} = \frac{4\,l}{\nu}\left(1 + \frac{c}{l}\,C_e Z\right). \tag{423}$$

Bei einem senkrechten Leiter (ohne Endkapazität) vom Durchmesser d ergibt sich durch Einsetzen der Näherungswerte für Z aus (108) und für C_e aus (118a):

$$\lambda_\nu = \frac{4\,l}{\nu}\left(1 + 3{,}6\,\frac{\text{cm}}{\text{pF}}\,k\,\frac{d}{l}\ln\frac{2\,l}{d}\right), \tag{423a}$$

wo k etwa 0,45 bis 0,55 pF/cm. Die Verlängerung der Eigenwellenlänge gegenüber einem gleich langen Leiter mit gleichbleibendem Wellenwiderstand beträgt bei den üblichen selbstschwingenden Masten etwa 10 bis 20%. Bei Drähten und Seilen ist die Kapazität der Aufhängeisolatoren entsprechend zu berücksichtigen. (423) gilt angenähert auch bei eigentlichen Endkapazitäten, wie Antennenschirmen, Scheiben und dgl., solange nur $\alpha l_v < 30^0$ ist.

Ist die Frequenzabhängigkeit von l_v in (417) nicht vernachlässigbar, wie bei größeren Endkapazitäten, so werden die Verhältnisse verwickelter. Hier sei als Beispiel ein glatter Leiter mit Endkapazität betrachtet, für den (47) gilt. Setzt man dies in (417) ein, und drückt man l gemäß (420) aus durch die Frequenz f_1 der Grundwelle, die auftreten würde, wenn die Endkapazität nicht da wäre, so erhält man für die Eigenfrequenzen f'_ν der Antenne mit Endkapazität die Bestimmungsgleichung:

$$\operatorname{ctg}\frac{\pi}{2}\left(\frac{f'_\nu}{f_1}\right) = \frac{\pi}{2}\,\frac{c}{l}\,C_e Z\left(\frac{f'_\nu}{f_1}\right). \tag{424}$$

Diese transzendente Gleichung läßt sich z. B. auf graphischem Wege lösen*), indem man die ctg-Kurve $u = \operatorname{ctg}\frac{\pi}{2}\,v$ und die Gerade $u = \frac{\pi}{2}\,pv$ mit $v = \frac{f}{f_1}$ als Abszisse aufzeichnet, wie in Abb. 85 an einem Beispiel dargestellt. Dabei macht man den der Neigung der Geraden proportionalen Faktor $p = \frac{c}{l}\,C_e Z$. Die Abszissen der Schnitt-

*) Hier, wie auch in den weiter unten erörterten Fällen, wird zweckmäßig Tafel II benutzt.

punkte $v_\nu = \frac{f_\nu}{f_1}$ geben die Eigenfrequenzen bezogen auf f_1. Man erkennt, daß die Eigenfrequenzen durch die Endkapazität sämtlich kleiner, die Eigenwellenlängen also größer werden, und daß sie nicht mehr in einem harmonischen Verhältnis zueinander stehen. Die Verlängerung der

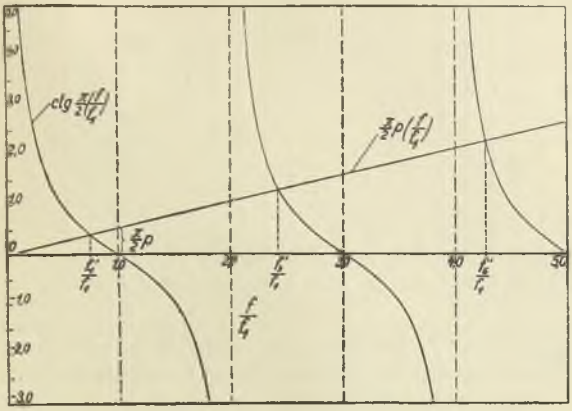


Abb. 85. Beispiel für die graphische Ermittlung der Eigenwellen von direkt geerdeten Leitern mit Endkapazität und von über eine Spule geerdeten Leitern ohne Endkapazität.

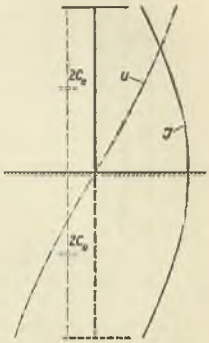


Abb. 86. Strom- und Spannungsverteilung auf einem geerdeten senkrechten Leiter mit Endkapazität bei der Eigenwelle (Grundwelle).

Eigenwellen ist um so größer, je größer die Endkapazität und je größer der Wellenwiderstand des Leiters ist. Die Strom- und Spannungsverteilung bei der Grundwelle ist in Abb. 86 veranschaulicht. Die hauptsächlich interessierende Wellenlänge der Grundwelle kann aus Abb. 87 unmittelbar entnommen werden, wenn C_e, Z (auf die Doppelleitung bezogen) und l gegeben sind, womit auch der dimensionslose Faktor $p = \frac{c}{l} \cdot C_e Z$ bekannt ist. Umgekehrt kann zu einer gewünschten Verlängerung $\frac{\lambda_1'}{\lambda_1}$ das zugehörige p und damit bei bekanntem Z die erforderliche Endkapazität entnommen werden.

Sind Abstimmittel am unteren Ende der Antenne bzw. im Symmetriepunkt eingeschaltet, so muß offenbar die Frequenz der Eigenschwingung mit der Frequenz übereinstimmen, für die der Scheinwiderstand der Antenne einschließlich des eingeschalteten Blindwiderstandes zu null wird. Bezeichnen wir den Blindwiderstand der Doppelleitung, die der Antenne entspricht, ohne die Abstimmittel mit B_F (entspricht unter (66) B_x mit $x = l$) und den Blindwiderstand der im Symmetriepunkt eingeschalteten Abstimmittel bzw. den doppelten Blindwiderstand der im Erdungspunkt eingeschalteten Abstimmittel

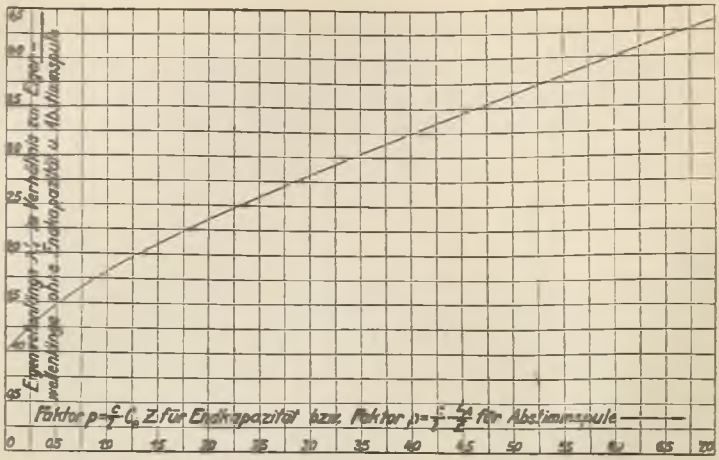


Abb. 87. Eigenwellenlänge eines Leiters von der Länge l (= Höhe) und dem Wellenwiderstand Z, der mit einer Endkapazität C_e abgeschlossen und direkt geerdet oder über eine Spule L_A geerdet und nicht beschwert ist, im Verhältnis zur Eigenwellenlänge λ_v ohne Endkapazität und Spule.

mit B_{Ab} (vgl. Abb. 88 u. 90), so lautet die Bedingung für Eigenschwingungen:

$$B_F + B_{Ab} = 0 \qquad \ldots (425)$$

Für einen glatten Leiter ohne Endkapazität, der über eine Spule mit der Induktivität $\frac{L_A}{2}$ geerdet ist, ergibt sich z. B.:

$$-Z \operatorname{ctg} \alpha_v l + \omega_v L_A = 0. \qquad (426)$$

Das kann man auch in der Form schreiben:

$$\operatorname{ctg} \frac{\pi}{2}\left(\frac{f_v'}{f_1}\right) = \frac{\pi}{2}\frac{c}{l}\frac{L_A}{Z}\left(\frac{f_v'}{f_1}\right). \qquad (427)$$

Hierin ist f_1 die Grundfrequenz ohne Abstimmittel. Diese transzendente Bestimmungsgleichung unterscheidet sich von (424) nur dadurch, daß an Stelle des Faktors $(C_e Z)$ der Faktor $\left(\frac{L_A}{Z}\right)$ tritt. Sie wird in der gleichen Weise gelöst, wie in Abb. 85 veranschaulicht, wobei $p = \frac{c}{l}\frac{L_A}{Z}$. Für das Verhältnis der Eigenwellenlängen zueinander gilt das gleiche wie bei einem Leiter ohne Abstimmittel mit Endkapazität. Die Verlängerung durch die „Verlängerungsspule" ist um so größer, je größer ihre Induktivität und je kleiner der Wellenwiderstand des Leiters ist. Die Kennlinie der Abb. 87 gilt auch hier, wenn $p = \frac{c}{l}\frac{L_A}{Z}$ gesetzt wird. Die Strom-

und Spannungsverteilung für die Grundwelle ist in Abb. 88 dargestellt.

Für einen glatten Leiter ohne Endkapazität, der über einen Kondensator mit der Kapazität $2\,C_A$ geerdet ist, erhält man entsprechend:

$$\operatorname{tg}\frac{\pi}{2}\left(\frac{f'_\nu}{f_1}\right) = -\frac{\pi}{2}\frac{c}{l}\,C_A\cdot Z\left(\frac{f'_\nu}{f_1}\right). \tag{428}$$

Die graphische Lösung dieser Bestimmungsgleichung für f'_ν ist in Abb. 89 veranschaulicht. Die Eigenfrequenzen sind sämtlich größer, die Eigenwellenlängen also kleiner als ohne Kondensator, weshalb man diesen auch „Verkürzungskondensator" nennt. Sie stehen nicht mehr in einem harmonischen Verhältnis zueinander. Die Verkürzung ist um so stärker, je kleiner die Kapazität C_A und je kleiner der Wellenwiderstand des Leiters ist. Die Grundwellenlänge kann aber niemals kleiner als halb so groß wie die Grundwellenlänge ohne Kondensator werden. Der Grenzfall tritt dann ein, wenn der Stromkreis an der Erdungsstelle unterbrochen ist ($C_A = 0$). Die Strom- und Spannungsverteilung bei der Grundwelle ist in Abb. 90 dargestellt.

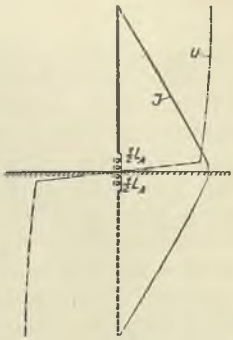


Abb. 88. Strom- und Spannungsverteilung auf einem über eine Spule geerdeten Leiter bei der Eigenwelle (Grundwelle).

Das Verhältnis $\left(\frac{f_1}{f'_1}\right)$ bzw. $\left(\frac{\lambda'_1}{\lambda_1}\right)$ bezeichnet man [40] bei eingeschalteten Kondensatoren auch als „Verkürzungszahl", bei eingeschalteten Spulen

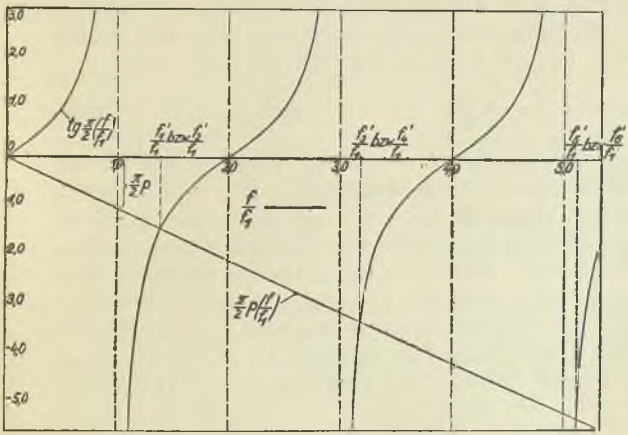


Abb. 89. Beispiel für die graphische Ermittlung der Eigenwellen von über Kondensatoren geerdeten Leitern ohne Endkapazität und der Resonanzwellen von direkt geerdeten Leitern mit Endkapazität.

Abb. 90. Strom- und Spannungsverteilung auf einem über einen Kondensator geerdeten Leiter bei der Eigenwelle (Grundwelle).

als „Verlängerungszahl". Praktische Bedeutung kommt diesen Begriffen kaum zu.

Bei verwickelteren Anordnungen ist es grundsätzlich möglich, die Eigenwelle in der gleichen Weise zu ermitteln. Es ist jedoch dann meist einfacher, den Blindwiderstand der Antenne einschließlich Abstimmmittel gemäß (392) in Abhängigkeit von der Frequenz zu berechnen. Die Frequenzen, für die dieser durch Null geht, sind die Eigenfrequenzen.

Auf den Einfluß der Dämpfung, den wir bisher vernachlässigt haben, wird unter (70) eingegangen.

6. Resonanzwellenlänge

(70) Untersucht man den Sprachgebrauch des Wortes „Eigenwellenlänge" näher, so stellt man fest, daß meistens eigentlich die „Resonanzwellenlänge" der Antenne gemeint ist. Nach dem, was man unter Resonanz versteht, ist das diejenige Wellenlänge, für die Strom und Spannung in Phase sind, der Blindwiderstand im Speisepunkt somit null wird. Das ist an sich die gleiche Bedingung, aus der im vorangegangenen die Eigenwellenlänge bestimmt wurde. Danach würden die Resonanzwellen mit den Eigenwellen überhaupt übereinstimmen. Nun ergibt sich aber bei Berücksichtigung der endlichen Dämpfung der Antenne, daß außer den Resonanzwellen, die mit Eigenwellen übereinstimmen, noch weitere auftreten, die keine Eigenwellen darstellen.

Um dies zu zeigen, benutzen wir wieder die Theorie der glatten Ersatz-Doppelleitung mit Abschlußwiderstand. Wir beschränken uns dabei auf die Resonanz ohne Abstimmittel am Anfang der Leitung, der dem Erdungs- bzw. Symmetriepunkt entspricht. Der Blindwiderstand an dieser Stelle ($x = l$) wird gemäß (407) zu null, wenn:

$$\alpha_r (l + l_{va}) \approx \nu \frac{\pi}{2}; \qquad \nu = 1, 2, 3, \ldots \tag{429}$$

Die ungeraden Ordnungszahlen ν ergeben Resonanzfrequenzen, die mit den Eigenfrequenzen übereinstimmen. Sie sind dadurch gekennzeichnet, wie der Vergleich mit (46) zeigt, daß sich ein Strombauch am Anfang der Leitung ausbildet. Die geraden Ordnungszahlen ergeben Resonanzfrequenzen, denen ein Stromknoten (örtlicher Mindestwert des Stromes) am Anfang der Leitung entspricht. Für diese Frequenzen erreicht der Wirkwiderstand zugleich einen Höchstwert*). Hierin besteht Analogie zur Parallelresonanz bei Schwingungskreisen mit konzentrierter Induktivität und Kapazität. Der Unterschied ist nur der, daß bei geschlossenen Schwingungskreisen die

*) Das gilt nur angenähert, da der Strahlungswiderstand im Strombauch sich ebenfalls mit der Frequenz ändert.

Parallelresonanzfrequenz mit der Reihenresonanzfrequenz übereinstimmt, bei offenen Kreisen nicht. Trotzdem spricht man auch bei Antennen zur Unterscheidung von Parallelresonanz und Reihenresonanz.

Zum Vergleich erläutern wir die Antennenformen näher, deren Eigenfrequenz unter (69) untersucht wurde. Die Resonanzwellenlängen von Leitern mit gleichbleibendem Wellenwiderstand ohne Endkapazität ($l_{va} = 0$) werden gemäß (429):

$$\lambda_\nu \approx \frac{4l}{\nu}; \qquad \nu = 1, 2, 3, \ldots \tag{430}$$

Sie stehen alle in einem harmonischen Verhältnis. Bei der niedrigsten Parallelresonanzfrequenz ($\nu = 2$) ist der Leiter einer geerdeten Antenne eine halbe Wellenlänge lang. Die entsprechende, nicht geerdete, symmetrische Antenne ist insgesamt eine ganze Wellenlänge lang und wird „Doppeldipol" genannt.

Befindet sich am Ende des Leiters eine Endkapazität C_e, so gilt (47). Führt man dies in (406) ein, so erhält man als Resonanzbedingung zwei Gleichungen:

$$\operatorname{ctg}\frac{\pi}{2}\left(\frac{f'_\nu}{f_1}\right) \approx \frac{\pi}{2}\frac{c}{l}C_e Z\cdot\left(\frac{f'_\nu}{f_1}\right); \quad \operatorname{tg}\frac{\pi}{2}\left(\frac{f'_\nu}{f_1}\right) \approx -\frac{\pi}{2}\frac{c}{l}C_e Z\cdot\left(\frac{f'_\nu}{f_1}\right). \tag{431}$$

Hierin ist f_1 die Grundfrequenz ohne Endkapazität. Die erste der Gleichungen ergibt die Reihenresonanzfrequenzen, die mit den Eigenfrequenzen übereinstimmen. Die zweite ergibt die Parallelresonanzfrequenzen. Ihre Lösung geht aus Abb. 89 hervor, wenn man dort $p = \frac{c}{l} C_e Z$ macht. Die Resonanzfrequenzen der Antenne mit Endkapazität — und, wie man leicht zeigen kann, der zusammengesetzten Antenne überhaupt — stehen demnach nicht in einem harmonischen Verhältnis zueinander. Sie werden sämtlich kleiner, aber in verschiedenem Maße. Wie man sich an Hand der Abb. 85 und 89 leicht klarmachen kann, ist f'_2 stets größer als $2f'_1$.

Die Resonanzfrequenz mit eingeschalteten Abstimmitteln erhält man in ganz analoger Weise wie die entsprechenden Eigenfrequenzen, wozu auf (69) verwiesen sei.

Die bisherigen Ergebnisse wurden erhalten unter Vernachlässigung des zweiten Gliedes in (406). Berücksichtigt man dieses, so ergibt sich eine Korrektur, die allgemein um so größer ist, je größer die Dämpfung ist. Hierzu sei auf die Betrachtungen unter (67) über die räumliche Lage der Nullstellen des Blindwiderstandes (bei gleichbleibender Frequenz) verwiesen, die sich leicht auf die Resonanzfrequenzen (bei gleichbleibender Leitungslänge) übertragen lassen. Demnach ist die

Reihenresonanzfrequenz größer, die Parallelresonanzfrequenz kleiner, als wenn die Dämpfung verschwindend klein wäre. Sie stehen demnach auch bei einem glatten Leiter ohne Abschlußwiderstand streng genommen nicht in einem harmonischen Verhältnis. Anschaulich geht dies aus Abb. 81 hervor.

Zu beachten ist, daß (430) zunächst nur für Leiter mit gleichbleibendem Wellenwiderstand gilt, wegen der Randfeldwirkung [vgl. unter (25)] also z. B. nicht ohne weiteres für Leiter mit gleichbleibendem Querschnitt. Berücksichtigt man die Randfeldwirkung durch Ersatzkapazitäten an den Leiterenden, so ist ihr Einfluß leicht zu übersehen. Der Einfluß auf die Eigenfrequenzen ist unter (69) erörtert worden. Was die Ersatzkapazität am oberen bzw. äußeren Ende betrifft, so gilt das dort Gesagte auch für die Resonanzfrequenzen. Im Gegensatz zu den Eigenfrequenzen bleiben jedoch die Resonanzfrequenzen durch die Ersatzkapazität am unteren Ende bzw. im Symmetriepunkt nicht unbeeinflußt. Auf die Reihenresonanzfrequenzen ist der Einfluß gering, da der Eingangswiderstand der Ersatzleitung, die die Antenne darstellt, sehr klein ist im Verhältnis zu dem Blindwiderstand der parallel zum Eingang liegenden Ersatzkapazität. Das gilt aber nicht mehr für die Parallelresonanzfrequenzen, für die der Wirkwiderstand am Eingang der Ersatzleitung verhältnismäßig große Werte annimmt. Dadurch werden die Parallelresonanzfrequenzen erniedrigt, also im gleichen Sinne beeinflußt wie durch eine Zunahme der Dämpfung. Bei der Berechnung dieses Einflusses, wie überhaupt bei verwickelteren Antennenanordnungen, geht man am besten folgendermaßen vor. Zunächst wird der Scheinwiderstand $\mathfrak{R}_F = R_F + j B_F$ der Antenne ohne die Ersatzkapazität am unteren Ende bzw. im Symmetriepunkt mittels (324) und (404), sowie der Blindwiderstand $K = \frac{1}{\omega C_0}$ der Ersatzkapazität gemäß (118a) jeder für sich für einige Frequenzen in dem in Betracht kommenden Bereich ermittelt. Daraus ergibt sich der Scheinwiderstand der Parallelschaltung beider, d. i. der tatsächliche Scheinwiderstand der Antenne, in einer für die Rechnung bequemen Schreibweise, zu:

$$\mathfrak{R}'_F = \frac{\left(1 + \frac{1}{1 - \frac{B}{K}} \frac{B}{K}\right) R + j \left(1 - \frac{1}{1 - \frac{B}{K}} \frac{R^2}{BK}\right) B}{1 - \frac{B}{K} + \frac{1}{1 - \frac{B}{K}} \left(\frac{R}{K}\right)^2} \tag{432}$$

Auf graphischem Wege findet man dann leicht die Nullstellen des Blindwiderstandes (vgl. Abb. 82).

7. Statische Kapazität

(71) Im Frequenzbereich unterhalb der Eigenfrequenz der Antenne ist der Blindwiderstand im Speisepunkt kapazitiv (bei am Ende offenen Antennen). Man kann daher eine Ersatzkapazität C_F der Antenne definieren durch:

$$B_F = \frac{-1}{\omega C_F}.$$

Dabei ist zu bedenken, daß C_F nicht wie bei Kondensatoren von der Frequenz unabhängig zu sein braucht. Mit (392) erhält man für Leiter mit Abschlußwiderstand nach Anwendung des Additionstheorems für ctg $(u + v)$:

$$C_F = \frac{1}{\omega Z} \frac{\operatorname{tg} \alpha l + \operatorname{tg} \alpha l_v}{1 - \operatorname{tg} \alpha l \cdot \operatorname{tg} \alpha l_v}. \tag{433}$$

Ist der Abschlußwiderstand z. B. eine Kapazität C_e, so ist (47) einzusetzen. Ist ein Leiter von der Länge l_1 mit dem Wellenwiderstand Z_1 am Ende angeschlossen, so gilt (59).

Solange $\alpha l < 30°$, d. h. $l < \frac{\lambda}{12}$, kann mit einem Fehler von weniger als 10% tg αl durch αl ersetzt werden. Ferner setzen wir voraus, daß die Frequenz sehr viel kleiner als die Eigenfrequenz der Antenne sei, so daß $\operatorname{tg} \alpha l \cdot \operatorname{tg} \alpha l_v \ll 1$. Damit wird für eine Antenne mit Endkapazität:

$$C_F \approx \frac{l}{cZ} + C_e, \tag{434}$$

wobei $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/s. Für niedrige Frequenzen ist also die Ersatzkapazität der Antenne unabhängig von der Frequenz. Sie stimmt demnach mit der sogenannten „statischen" Kapazität überein, unter der man die Kapazität bei ruhender Ladung versteht.

Für eine Antenne mit einem am Ende angeschlossenen Leiter von anderem Wellenwiderstand erhält man entsprechend:

$$C_F = \frac{1}{c}\left(\frac{l}{Z} + \frac{l_1}{Z_1}\right). \tag{435}$$

(434) und (435) liegt die Voraussetzung zugrunde, daß der Wellenwiderstand entlang des Leiters bzw. der Leiterabschnitte gleichbleibt. Die Randfeldwirkung muß also besonders berücksichtigt werden [vgl. unter **(25)**].

In den Anfängen der Funktechnik legte man der statischen Kapazität erhebliche Bedeutung bei. Ihr stellte man die „wirksame" oder „dynamische" Kapazität gegenüber [39]. Daß die statische Kapazität damals eine so wichtige Rolle spielte, hängt z. T. mit ihrer bequemen Meßbarkeit (Niederfrequenzmeßbrücke!) zusammen, vor allem aber wohl damit, daß die Eigenwellenlänge der damals gebräuchlichen Antennen häufig sehr viel kleiner als die Betriebswellenlänge war.

In diesem Falle läßt sich aus der statischen Kapazität C_S z. B. sehr einfach die Induktivität L_{Ab} der erforderlichen Abstimmspule mittels der Resonanzbedingung: $\omega^2 L_{Ab} C_S = 1$ und die auftretende Spannung mittels: $U_F = \frac{I_F}{\omega C_S}$ berechnen. Liegt die Eigenwellenlänge dagegen in der Nähe der Betriebswellenlänge oder ist sie sogar größer als diese, so sagt die statische Kapazität allein noch nicht viel.

8. Abstimmung und Anpassung

(72) In der Hochfrequenztechnik ist es üblich, gekoppelte Kreise „abzustimmen". Eine Antenne abstimmen heißt, durch Einstellen von Spulen oder Kondensatoren, der „Abstimmittel", den Antennenkreis auf Resonanz bringen. Der Blindwiderstand der Abstimmittel muß dazu gemäß (425) den gleichen Betrag und entgegengesetztes Vorzeichen haben wie der Blindwiderstand der Antenne für sich im Speisepunkt. Ein induktiver (positiver) Blindwiderstand der Antenne erfordert also einen kapazitiven (negativen) Blindwiderstand der Abstimmittel und umgekehrt. Um die erforderlichen Abstimmittel vorausberechnen zu können, muß die Betriebsfrequenz, d. h. die Resonanzfrequenz, gegeben sein. Das ist die umgekehrte Aufgabenstellung wie die, die dem vorangegangenen Abschnitt zugrunde liegt, weshalb auf das dort Gesagte verwiesen sei.

Wie an der Hand von Abb. 81 gezeigt wurde, braucht die Dämpfung der Antenne im allgemeinen nicht berücksichtigt zu werden, wenn die elektrische Länge der Antenne kleiner als etwa $\frac{3}{8}\lambda$ ist. Dann ist:

$$B_{Ab} = Z \operatorname{ctg} \alpha (l + l_v). \tag{436}$$

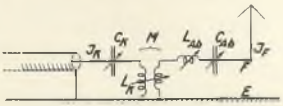
Dabei ist zu beachten, daß B_{Ab} der Blindwiderstand der Abstimmittel im Symmetriepunkt der Antenne (z. B. bei Dipolen) bzw. der doppelte Blindwiderstand der Abstimmittel im Erdungspunkt der Antenne ist, da hier unter Z ganz allgemein der Wellenwiderstand gegen das Spiegelbild verstanden ist. Bei gegen Erde erregten Antennen ist der erforderliche Blindwiderstand also $\frac{1}{2} B_{Ab}$.

Auf den Verlustwiderstand der Abstimmittel wird unter **(75)** eingegangen.

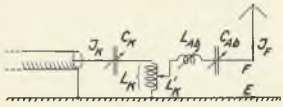
(73) Die Antenne wird vom Sender aus häufig über eine Energieleitung gespeist. Die bekanntesten Formen derselben sind die Freileitung, die Rohrleitung und das Kabel. Bei geerdeten Antennen werden heute meist konzentrische Kabel verwendet, die bis zu Leistungen von 500 kW entwickelt sind. Bei erdsymmetrischen Antennen benutzt man meist zweidrähtige Freileitungen („feeder").

Die „Anpassung" der Antenne an die Energieleitung verfolgt vor allem den Zweck, die Verluste bei der Leistungsübertragung so niedrig

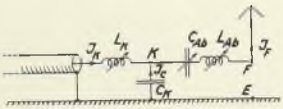
wie möglich zu halten. Die gebräuchlichsten Anpassungsschaltungen sind in Abb. 91 schematisch dargestellt. Dort ist die „unsymmetrische" Schaltung zugrunde gelegt, die bei Speisung im Erdungspunkt der Antenne in Betracht kommt. Durch Hinzufügen des Spiegelbildes an der Erdoberfläche erhält man hieraus ohne weiteres die entsprechende „symmetrische" Schaltung, dievor allem für Dipole in Frage kommt. Da grundsätzliche Unterschiede der drei Schaltungen oder Grenzen für ihre Anwendung nicht bestehen, wird man im allgemeinen die Schaltung wählen, die den kleinsten Aufwand erfordert. Der Aufwand hängt vondem Scheinwiderstand der Antenne und der Leistung ab. Mitunter spielen auch andere Gesichtspunkte, wie Platzbedarf, Bedienbarkeit, Wellenbereich usw. eine Rolle. Wie die Abstimm- und Anpassungsschaltmittel zweckmäßig aufgebaut werden, zeigt Abb. 92.



a) Rein induktiv.



b) Induktiv-galvanisch



c) Kapazitiv-galvanisch

Abb. 91. Anpassungsschaltungen mit verschiedenen Arten der Ankopplung.

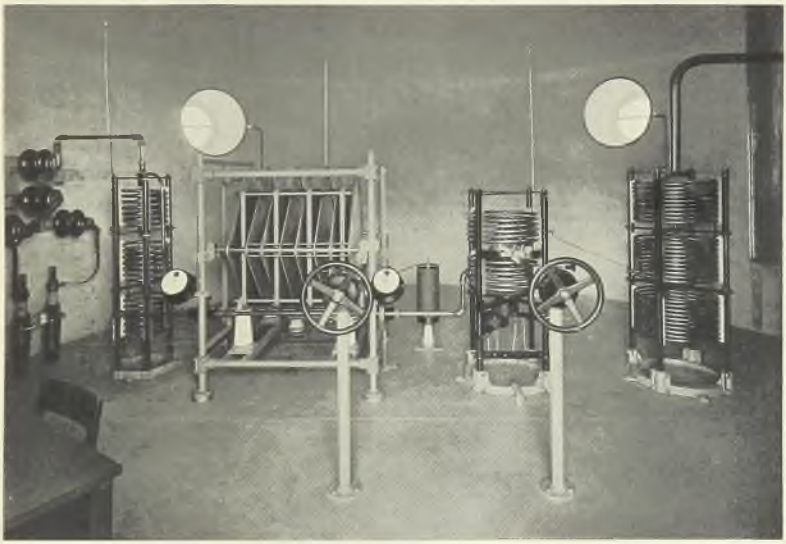


Abb. 92. Aufbau der Abstimm- und Anpassungsschaltmittel im Antennenabstimmhaus eines deutschen Großrundfunksenders. Von links nach rechts: Kabelendverschlüsse mit Umschalter, Kabelspule, Koppelkondensator, Antennendrossel, Antennenvariometer, Verlängerungsspule.

Die Antenne kann nicht einfach, wie bei lose gekoppelten Kreisen, nach dem Höchstwert des Antennenstromes I_F bei gleichbleibendem Energieleitungsstrom I_K abgestimmt werden. Vielmehr ist die Abstimmung dann erreicht, wenn das Verhältnis $\left(\frac{I_F}{I_K}\right)$ einen Höchstwert annimmt.

Dies sei an dem Beispiel der bei Kabeln üblichen kapazitiv-galvanischen Kopplung gezeigt (Abb. 91c). Ist C_K die Koppelkapazität, B_{Ab} der Blindwiderstand der Abstimmittel und $R_F = R_F + j \cdot B_F$ der Scheinwiderstand der Antenne im Speisepunkt (zwischen den Punkten F und E), so gilt:

$$\frac{1}{j\,\omega\,C_K}\,\mathfrak{J}_C + (R_F + j\,B_F + j\,B_{Ab}) \cdot \mathfrak{J}_F = 0\,, \tag{437}$$

woraus sich mit $\mathfrak{J}_C = \mathfrak{J}_F - \mathfrak{J}_K$ ergibt:

$$\frac{\mathfrak{J}_K}{\mathfrak{J}_F} = j\omega C_K \left(R_F + j\,B_F + j\,B_{Ab} + \frac{1}{j\,\omega\,C_K}\right). \tag{438}$$

Durch die Strommessung erhält man den Betrag dieses Verhältnisses:

$$\frac{I_K}{I_F} = \left|\frac{\mathfrak{J}_K}{\mathfrak{J}_F}\right| = \omega\,C_K \sqrt{R_F^2 + \left(B_F + B_{Ab} - \frac{1}{\omega\,C_K}\right)^2}\,. \tag{439}$$

Dieses Verhältnis nimmt offenbar einen Mindestwert an für:

$$B_F + B_{Ab} - \frac{1}{\omega\,C_K} = 0\,. \tag{440}$$

Das ist aber die Resonanzbedingung des Kreises, der aus der Antenne, den Abstimmitteln und der Koppelkapazität besteht. Bei Abstimmung ist also:

$$\left(\frac{I_K}{I_F}\right)_{\min} = \omega\,C_K \cdot R_F\,. \tag{441}$$

Der Scheinwiderstand zwischen den Punkten K und E, vom Kabel aus gesehen, ist allgemein:

$$\mathfrak{R}_C = -\frac{1}{j\,\omega\,C_K} \cdot \frac{\mathfrak{J}_F - \mathfrak{J}_K}{\mathfrak{J}_K} = \frac{1}{j\,\omega\,C_K}\left(1 - \frac{\mathfrak{J}_F}{\mathfrak{J}_K}\right) \tag{442}$$

und bei Abstimmung unter Berücksichtigung von (438):

$$\mathfrak{R}_C = \frac{1}{(\omega\,C_K)^2\,R_F} + \frac{1}{j\,\omega\,C_K}\,. \tag{443}$$

Damit das Kabel ohmisch abgeschlossen ist, muß zwischen Kabelausgang und dem Punkt K eine Spule eingeschaltet werden, deren

Induktivität L_K so einzustellen ist, daß sie in Reihenresonanz mit dem Koppelkondensator ist:

$$L_K = \frac{1}{\omega^2 C_K}. \tag{444}$$

Praktisch führt man das so aus, daß man zwischen den Punkten K und F unterbricht, unmittelbar am Ausgang des Kabels zwischen Kabelseele und Kabelmantel einen Spannungsmesser oder eine Glühlampe einschaltet und L_K auf den Mindestwert am Spannungsmesser bzw. auf Erlöschen der Lampe einstellt.

Der Abschlußwiderstand des Kabels mit eingeschalteter Antenne ist dann:

$$\mathfrak{R}_U = \frac{1}{(\omega C_K)^2 \cdot R_F}. \tag{445}$$

Anpassung ist vorhanden, wenn R_U gleich dem Wellenwiderstand Z_K des Kabels ist. Das wird durch geeignete Wahl der Koppelkapazität C_K erreicht. Die Anpassungsbedingung lautet also:

$$\frac{1}{\omega C_K} = \sqrt{Z_K \cdot R_F}. \tag{446}$$

Die Wellenwiderstände von schwachen Kabeln liegen gewöhnlich bei 100 bis 120 Ω, von stärkeren Kabeln bei 60 bis 80 Ω.

IX. Antennenverluste

1. Begriffsbestimmung

(74) Die Sendeantenne formt gewissermaßen die ihr vom Sender her zugeführte elektrische Leistung, die man als „Antennenleistung" N_A bezeichnet, in elektromagnetische „Strahlungsleistung" N_s um. Dabei geht, wie stets bei Umformungen von Energie, ein Teil ungenutzt verloren. Diesen bezeichnet man als „Antennenverlustleistung" N_v:

$$N_A = N_s + N_v. \tag{447}$$

Genau in der gleichen Weise, wie man die Strahlungsleistung durch den „Strahlungswiderstand" R_{sA} und den Strom in einem Bezugspunkt auf der Antenne ausdrücken kann:

$$N_s = R_{sA} \cdot I_A^2, \tag{448}$$

kann man auch die Verlustleistung durch einen Verlustwiderstand R_v und den Strom im gleichen Bezugspunkt ausdrücken:

$$N_v = R_{vA} \cdot I_A^2. \tag{449}$$

Dabei ist es gleichgültig, an welcher Stelle der Antenne und in welcher Form der Verlust auftritt. Durch diese Begriffsbestimmung

wird gewissermaßen der Verlust an irgendeiner Stelle auf den Bezugspunkt übertragen. Drückt man auch die Antennenleistung durch einen auf den gleichen Bezugspunkt bezogenen „Antennenwiderstand" R_A aus:

$$N_A = R_A \cdot I_A^2 , \tag{450}$$

so gilt für diesen:

$$R_A = R_{sA} + R_{vA} . \tag{451}$$

Man versteht in der Technik unter dem Wirkungsgrad immer das Verhältnis der abgegebenen Leistung und der zugeführten Leistung. Im Fall der Sendeantenne stellt die Strahlungsleistung die abgegebene Leistung, die Antennenleistung die zugeführte Leistung dar. Damit wäre der „Antennenwirkungsgrad":

$$\eta = \frac{N_s}{N_A} = \frac{R_{sA}}{R_A} = \frac{R_{sA}}{R_{sA} + R_{vA}} = \frac{1}{1 + \frac{R_{vA}}{R_{sA}}} . \tag{452}$$

Die Forderung eines brauchbaren Wirkungsgrades steht bei Sendeantennen allen anderen Forderungen voran. Es ist nützlich, sich einmal zahlenmäßig klarzumachen, wie der Wirkungsgrad von dem Verhältnis $\frac{R_{vA}}{R_{sA}}$ abhängt. In Abb. 93 ist η über $\frac{R_{vA}}{R_{sA}}$ aufgetragen. Man entnimmt, daß der Verlustwiderstand höchstens halb so groß wie der Strahlungswiderstand sein darf, wenn η besser als 66% sein soll. Ist R_{vA} ein Drittel von R_{sA}, so ist η erst 75%. Um einen Wirkungsgrad von 80% zu erreichen, muß der Verlustwiderstand kleiner als ein Viertel des Strahlungswiderstandes sein. Da nun der Verlustwiderstand von Antennen nur mit großem Aufwand auf weniger als ein Ohm herabgedrückt werden kann, so kann ein Wirkungsgrad von mehr als 50% praktisch nur bei Strahlungswiderständen von einigen Ohm oder mehr erzielt werden. Dies ist einer der wichtigsten Gesichtspunkte bei der Planung von Antennen, aus dem sich eine untere Grenze für die Höhe der Antenne ergibt. Die Gesamtverlustleistung und damit der Gesamtverlustwiderstand setzt sich aus verschiedenen Anteilen zusammen. Diese Anteile, ihre Ursachen und die Mittel zur Herabsetzung der Verluste sollen im folgenden kurz besprochen werden.

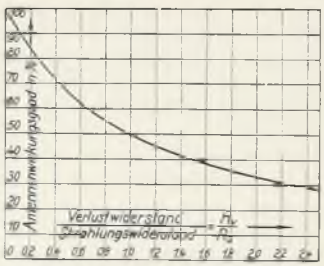


Abb. 93. Antennenwirkungsgrad in Abhängigkeit von R_v/R_s.

2. Verluste in den Abstimmitteln

(75) Man kann darüber geteilter Meinung sein, ob man die unvermeidbaren Verluste in den Abstimmitteln zu den eigentlichen Antennenverlusten oder zu den Verlusten der Leistungsübertragung vom Sender zur Antenne schlagen soll, zumal sich eine scharfe Grenze zwischen Abstimmitteln und Übertragungseinrichtungen (Energieleitungen mit Anpassungsschaltmitteln) nicht ziehen läßt. Sicher besteht aber ein enger Zusammenhang zwischen den Abmessungen und der Betriebsweise der Antenne einerseits und den Verlusten in den Abstimmitteln andrerseits.

Der Blindwiderstand der Abstimmittel richtet sich nach den Antenneneigenschaften, wie unter (72) gezeigt. Der Verlustwiderstand der Abstimmittel ist für ein und dieselbe Ausführungsart und Frequenz natürlich um so größer, je größer ihr Blindwiderstand ist. Unter diesem Gesichtspunkt ist es also vorteilhaft, wenn die Betriebsfrequenz ganz oder angenähert mit einer Resonanzfrequenz der Antenne übereinstimmt, und für den Fall, daß sich dies nicht einrichten läßt, wenn der Wellenwiderstand der Antenne klein ist.

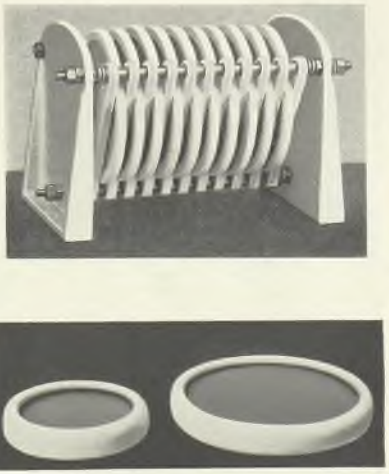


Abb. 94. Kondensator mit keramischem Dielektrikum der Firma Hescho. Oben: Fertig zusammengebaut. Unten: Einzelne Kondensatorplatten.

Andrersets hängt der Verlustwiderstand von der Ausführung der Abstimmittel ab. Da die heutige Technik dieses Gebiet eingehend beherrscht, ist er im wesentlichen eine Sache des Aufwandes. Zur „Verkürzung" der Antenne genügen gewöhnlich Glimmerkondensatoren, für niedrige Blindleistungen in offener Bauweise, für größere Leistungen in Gehäusen unter Öl. Bei höheren Ansprüchen kommen die neuzeitlichen keramischen Isolierstoffe [vgl. Tab. V unter (77)] in Betracht, entweder als Halterung bei Luftkondensatoren (Abb. 92), oder als Dielektrikum selbst (Abb. 94). Gute Kondensatoren haben einen Verlustfaktor $R\omega C$ von 0,1% und weniger, so daß die Verluste von Verkürzungskondensatoren gewöhnlich keine Rolle spielen.

Anders steht es mit den Verlusten von „Verlängerungsspulen", besonders bei niedrigen Antennen und langen Wellen, wo kleine Strahlungswiderstände und große Blindwiderstände auftreten. Für

Empfangszwecke eignen sich vorzüglich Spulen mit Hochfrequenzeisen, deren Verlustfaktoren im Rundfunkwellenbereich bei geeignetem Aufbau nur 0.3 – 0.4% beträgt. Für Sendezwecke kommen bis jetzt nur Luftspulen in Betracht. Die Stromwärmeverluste in ihnen sind bei langen Wellen am niedrigsten bei Verwendung von „Hochfrequenzlitze" und „Stufenwicklung". Bei Wellen unter etwa 1000 m ist Kupferdraht bzw. Kupferrohr und einlagige Wicklung vorteilhafter. Die dielektrischen Verluste lassen sich durch Verwendung von keramischen Isolierstoffen klein halten (Abb. 92, 95 u. 96). Der kleinste Verlustfaktor $\frac{R}{\omega L}$, der sich bei Rundfunkwellen mit wirtschaftlich tragbarem Aufwand erzielen läßt, dürfte etwa 0.3% sein. Die Verlängerungsspule einer Antenne mit einer elektrischen Länge von 75 m ($l - l_v = 75$ m) und einem Wellenwiderstand von 1000 Ω würde demnach bei $\lambda = 1500$ m einen Verlustwiderstand von mindestens 4 Ω haben, während der Strahlungswiderstand höchstens 1 Ω beträgt. Man sieht an diesem Beispiel, daß schon im Hinblick auf die Verluste in den Abstimmitteln eine untere Grenze für die Antennenhöhe im Verhältnis zur Wellenlänge gegeben ist.

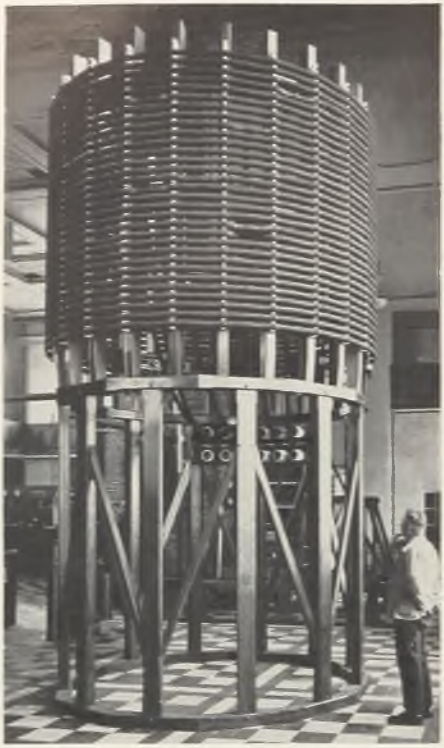


Abb. 95. Antennenverlängerungsspule eines 400 kW-Langwellensenders der Hauptfunkstelle Nauen der Deutschen Reichspost (geliefert von der Firma Telefunken).

3. Stromwärmeverluste im Antennenleiter

(76) Die Stromwärmeverluste in Antennenleitern sind meist sehr viel kleiner als die übrigen Verluste, da schon aus mechanischen Gründen verhältnismäßig große Querschnitte verwendet werden müssen. Besteht der Leiter aus gut leitendem Metall, wie Kupfer oder

Aluminium, so werden sie überhaupt erst bei sehr hohen Frequenzen merklich, bei denen infolge der Hautwirkung der Hauptanteil des Stromes in einer dünnen Schicht an der Oberfläche des Leiters fließt, so daß der Ohmsche Widerstand ein Mehrfaches seines Wertes bei gleichmäßiger Beteiligung des Querschnittes an der Stromleitung annimmt. Bei diesen Frequenzen bereitet es aber gewöhnlich keine Schwierigkeiten, den Strahlungswiderstand groß zu machen, so daß der Ohmsche Widerstand des Leiters nicht ins Gewicht fällt. Eine gewisse Rolle können die Stromwärmeverluste dagegen spielen, wenn der Strahlungswiderstand klein ist, z. B. bei langen Wellen und niedrigen Antennenhöhen, und wenn zugleich, wie bei selbstschwingenden Masten, der Leiter aus Eisen besteht, das infolge seiner hohen Permeabilität eine besonders starke Hautwirkung aufweist. Die Verrostung, die besonders an den Verbindungsstellen der Eisenteile schädlich ist, kann hier hinzukommen. Wie eingehende Untersuchungen der Telefunken-Gesellschaft ergeben haben, läßt sich durch Verzinkung — am besten durch Feuerverzinkung — praktisch immer erreichen, daß die Stromwärmeverluste vernachlässigt werden können. Weit weniger wirksam ist es, Kupferseile oder Aluminiumrohre parallel zum Mast anzuordnen, da diese wegen ihres höheren Wellenwiderstandes nur einen verhältnismäßig kleinen Teil des Gesamtstromes führen und so wenig zur Verringerung der Stromwärmeverluste beitragen.

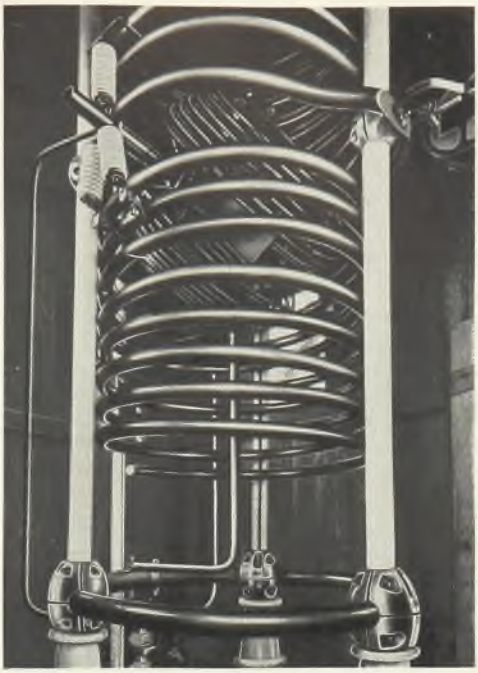


Abb. 96. Antennen- und Kopplungsspule des Großrundfunksenders München (geliefert von der Firma C. Lorenz).

Eine Abschätzung der Stromwärmeverluste ist leicht möglich mit Hilfe des Begriffes der „wirksamen Schichtdicke". Man denkt sich den wirklichen Leiter ersetzt durch einen hohlen Leiter aus dem

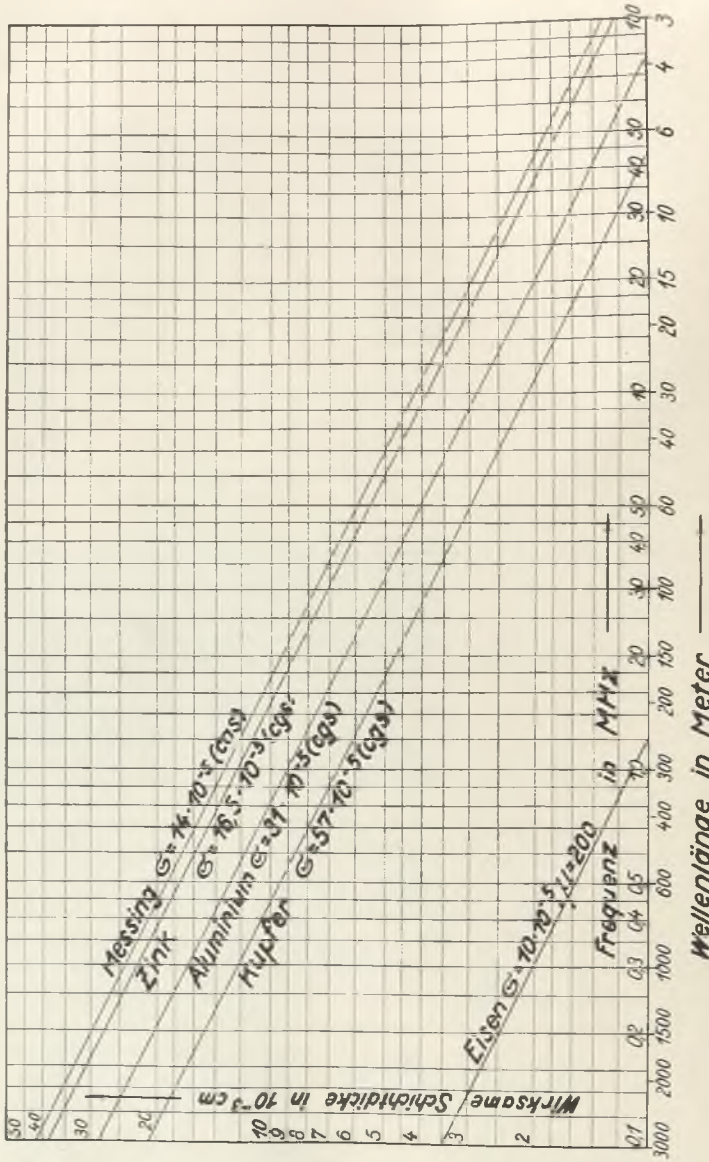


Abb. 97. Wirksame Schichtdicke s für verschiedene Leitfähigkeiten σ (1 cgs-Einheit = 10^{-9} Siemens/cm).

gleichen Stoff von den gleichen Außenabmessungen. Die wirksame Schichtdicke s ist dann diejenige Wandstärke des hohlen Leiters, die

bei gleichmäßiger Stromdichte in der Wand die gleichen Stromwärmeverluste ergeben würde wie der wirkliche Leiter mit der ungleichmäßigen Stromdichte. Für zylindrische Leiter von größerem Durchmesser gilt [41] [42]:

$$s = \frac{1}{\sqrt{\pi \sigma f \mu}}, \tag{453}$$

wo σ die Leitfähigkeit, f die Frequenz und $\mu = \mu_r \mu_0$ die absolute Permeabilität ist*). In Abb. 97 ist s in Abhängigkeit von der Frequenz für verschiedene Metalle aufgetragen. (453) ist nur anwendbar, wenn der Leiterdurchmesser d wesentlich größer als s ist. Der Widerstand der Längeneinheit des Leiters ist somit:

$$\boldsymbol{R}_v = \frac{1}{\pi \cdot d \cdot s \cdot \sigma}. \tag{454}$$

Ändert sich der Strom entlang des Leiters gemäß $\mathfrak{J}_x = \mathfrak{J}_0 \cdot \sin \alpha (l + l_v)$, so ergibt sich der auf den Strom am Anfang ($x = l$) bezogene Gesamtwiderstand zu:

$$R_{vF} = \int_0^l \left(\frac{I_x}{I_F^e}\right)^2 \boldsymbol{R}_v \, dl, \tag{455}$$

$$R_{vF} = \frac{l}{\pi d s \sigma} \frac{1 - \dfrac{\sin 2\alpha (l + l_v) - \sin 2\alpha l_v}{2 \alpha l}}{1 - \cos 2\alpha (l + l_v)}. \tag{456}$$

Ist die elektrische Länge $(l + l_v)$ klein gegen die Wellenlänge, so ist angenähert:

$$R_{vF} \approx \frac{1}{\pi d s \sigma} \frac{l + l_v}{3}. \tag{457}$$

Der Widerstand eines Leiters ohne Endkapazität ($l_v = 0$) ist also $\frac{1}{3}$ des Widerstandes bei gleichbleibendem Strom. Da es hiernach nur auf den Leiterumfang, nicht auf die Querschnittsfläche ankommt, verwendet man für größere Sender Hohlseile aus Kupfer bzw. Aluminium von denen Abb. 98 verschiedene Stärken zeigt.

---

*) Die Einheiten im praktischen Maßsystem sind für $\sigma: \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{cm}}$, für $f: \mathrm{s}^{-1}$, für $\mu: \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{cm}}$. Im leeren Raum ist $\mu = \mu_0 = 1{,}256 \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{cm}}$.

Abb. 98. Antennen-Hohlseile aus Kupfer in verschiedenen gebräuchlichen Stärken.

4. Isolationsverluste

a) Verlustfaktor von Isolatoren

(77) Unter den „Isolationsverlusten" seien die dielektrischen Verluste von Antennenisolatoren verstanden. Auf die sogenannten „Glimm-" und „Sprühverluste" wird unter (86) eingegangen.

Unter einem „Isolator" verstehen wir einen gebrauchsfertigen Isolierkörper einschließlich der Halterung, die je nach der Isolatorform eine Kappe, ein Teller oder dgl. ist (vgl. unter (88). Seine elektrischen Eigenschaften werden durch ein Ersatzschaltbild beschrieben, das aus einem verlustfreien Kondensator C_I und einem parallelgeschalteten Widerstand R_I besteht. Dann ist der „Verlustfaktor" des Isolators:

$$\operatorname{tg} \delta' = \frac{\frac{1}{\omega C_I}}{R_I} \tag{458}$$

In erster Linie maßgebend ist der Isolierstoff. Außerdem hängt der Verlustfaktor von der Feldverteilung im Isolierstoff selbst und in dem umgebenden Luftraum ab, d. h. von der Form des Isolierkörpers und der Halterung. Auf diese wird unter (88) eingegangen. Bestaubung und Befeuchtung der Oberfläche, mit der bei Antennenisolatoren immer gerechnet werden muß, vergrößert den Verlustfaktor, wenn die Zunahme auch gewöhnlich gering ist. Die Glasur spielt dabei eine wesentliche Rolle. Schließlich ist auch die Frequenz von Einfluß.

Wenn man, wie dies üblich ist, von dem Verlustfaktor eines Isolierstoffes spricht (anstatt von dem eines Isolators oder Kondensators), so meint man damit den Verlustfaktor eines Plattenkondensators mit dem betreffenden Isolierstoff als Dielektrikum (bei trockener und sauberer Oberfläche). Der Verlustfaktor eines Isolators aus dem gleichen Isolierstoff ist demnach nur dann der gleiche, wenn das Feld desselben homogen ist, und wenn der durch Luft gehende Verschiebungsstrom vernachlässigbar gegen den durch den Isolatorkörper ist.

Bei vielen der gebräuchlichen Antennenisolatoren ist das angenähert der Fall, z. B. bei Stabisolatoren mit kleinen Kappen und zylindrischen oder tonnenförmigen Fußisolatoren, jedoch nicht bei Durchführungsisolatoren und Eierisolatoren. Im allgemeinen ist der Verlustfaktor eines Isolators mit nicht homogener Feldverteilung größer als der Verlustfaktor des Isolierstoffes. Auf jeden Fall gilt, daß sich die Verlustfaktoren von Isolatoren der gleichen Form zueinander verhalten wie die Verlustfaktoren der Isolierstoffe.

Wegen der hohen Anforderungen an mechanische Festigkeit und Korrosionsbeständigkeit kommen für Antennen nur keramische Isolierstoffe in Betracht. Ihre elektrischen Eigenschaften sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt [43]. Aus dieser geht u. a. hervor, daß der Verlustfaktor mit steigender Frequenz abnimmt, wenn auch nur verhältnismäßig wenig. Im Rundfunkwellenbereich werden heute gewöhnlich Steatite verwendet. Das in der Starkstromtechnik übliche Hartporzellan hat einen etwa 10mal so großen Verlustfaktor und wird deshalb für Antennenisolatoren nicht mehr benutzt. Die hochwertigen Isolierstoffe Frequenta, Calit, Calan usw. kommen hauptsächlich für kurze Wellen in Betracht.

Tabelle V
Elektrische Eigenschaften keramischer Isolierstoffe

Benennung des Isolierstoffes	Dielektrizitätskonstante	Verlustfaktor $\operatorname{tg} \delta \cdot 10^4$.		
		bei 50 Hz	$\lambda = 300$ m	$\lambda = 6$ m
Steatite (normal)	5,5—6,5	25—30	15—20	—
Frequenta, Calit, Calan	5,5—6,5	10—15	3—5	2—3
Hartporzellane	5,0—6,5	170—250	70—120	—
Quarz (vergleichsweise)	4,7	1	1	1,1

b) Verlustwiderstand der Isolatoren

(78) Die Verlustleistung N_v in einem Isolator mit dem Verlustfaktor $\operatorname{tg} \delta'$ beträgt, wenn U_I der Effektivwert der an ihm liegenden

Spannung ist:

$$N_v = \frac{U_I^2}{R_I} = U_I^2 \omega C_I \operatorname{tg} \delta'. \tag{459}$$

Der entsprechende Verlustwiderstand im Speisepunkt der Antenne mit dem Strom I_F wird damit:

$$R_{vF} = \left(\frac{U_I}{I_F}\right)^2 \omega C_I \operatorname{tg} \delta'. \tag{460}$$

U_I läßt sich ganz allgemein mit der Antennenspannung U_x (gegen das Spiegelbild) an der Stelle, an der sich der Isolator befindet, in Zusammenhang bringen durch:

$$U_I = p \cdot U_x. \tag{461}$$

Hierbei ist p ein Faktor, der niemals größer als 1 ist und nur von der Anordnung des Isolators abhängt [vgl. unter (88)]. Bei einem Fußisolator z. B., der mit der einen Seite am Fußpunkt der Antenne, mit der anderen an Erde liegt, ist $p = \frac{1}{2}$. Bei einem Isolator, der zwischen den beiden Hälften eines Dipols liegt, ist $p = 1$. Verwickelter liegen die Verhältnisse bei Abspannungs- und Aufhängeisolatoren. Oft werden diese auf der einen Seite von Hanfseilen gehalten. Über die Isolatorspannung in diesem Fall liegen bisher keine Messungen vor. Werden metallische Seile zur Aufhängung benutzt, so spielen die durch das Nahfeld in ihnen induzierten Spannungen eine Rolle. Sind mehrere gleiche Isolatoren hintereinandergeschaltet, so tritt durchaus nicht etwa eine gleichmäßige Aufteilung der Gesamtspannung auf die einzelnen Isolatoren ein. Im allgemeinen erhält der unmittelbar an der Antenne angeschlossene Isolator eine erheblich größere Spannung als die übrigen [44].

Im Speisepunkt ergibt sich die Antennenspannung U_F (gegen das Spiegelbild) aus dem Betrag des Scheinwiderstandes $\mathfrak{R}_F$ durch:

$$U_F = I_F \cdot |\mathfrak{R}_F| = I_F \sqrt{R_F^2 + B_F^2}. \tag{462}$$

Bei niedrigen Antennen ($l + l_v < \frac{3}{8}\lambda$) kann der Wirkanteil vernachlässigt werden, womit gemäß (402):

$$U_F = I_F \cdot Z \cdot \operatorname{ctg} \alpha (l + l_v). \tag{463}$$

Bei Wellen, die sehr viel länger als die Eigenwelle sind, gilt:

$$U_F \approx \frac{I_F}{\omega C_S}, \tag{464}$$

wo C_s die „statische" Antennenkapazität [vgl. unter (71)].

Die Spannung an den Enden einer Antenne ergibt sich ohne weiteres aus den Darlegungen im Abschnitt II, 2. Bei einem senkrechten Leiter mit einem ausgedehnten Antennendach (T- und Schirm-

antenne) z. B. ist gemäß (58) die Spannung an den Enden der Dachdrähte (gegen das Spiegelbild):

$$U_e = I_F \cdot Z \frac{\cos \alpha (l_1 + l_v)}{\cos \alpha l_1 \cdot \cos \alpha (l + l_1 + l_v)}. \tag{465}$$

Der Verlustwiderstand im Speisepunkt, der dem Verlust in einem Isolator entspricht, kann nunmehr errechnet oder abgeschätzt werden. Dazu ist in (460) U_I mit Hilfe von (461) und (462) auszudrücken. Wir betrachten nur den Fall näher, daß die Eigenwelle sehr viel kleiner als die Betriebswelle ist. Dann wird gemäß (464):

$$R_{vF} \approx \frac{p^2 \cdot C_I \cdot \operatorname{tg} \delta'}{\omega C_s^2}. \tag{466}$$

Der Verlustwiderstand ist demnach ungenähert umgekehrt proportional der Frequenz. Das ist vor allem der Grund, weshalb die Isolationsverluste praktisch nur bei langen Wellen eine Rolle spielen.

Die Antennenkapazität geht quadratisch ein. Kleiner Wellenwiderstand und große Leiterlänge ist demnach im Hinblick auf die Isolationsverluste günstig. Die Isolatorkapazität C_I sollte so klein wie möglich gehalten werden, worauf bei der Formgebung der Isolatoren zu achten ist. (vgl. Tab. VII, S. 237). Die Zahl der parallel geschalteten Isolatoren wird man nicht größer machen, als aus mechanischen Gründen unbedingt erforderlich ist. Unter diesem Gesichtspunkt ist die freistehende Bauweise von selbstschwingenden Masten vorteilhaft.

Um zu zeigen, welch erhebliche Werte R_v annehmen kann, sei ein Beispiel durchgerechnet. Eine Drahtantenne ($Z = 1000\ \Omega$) mit einer elektrischen Länge von 50 m einschließlich Endkapazität ($l + l_v = 50$ m) werde mit $\lambda = 2000$ m betrieben ($\omega = 0{,}94 \cdot 10^6$). Für die vier vorhandenen Isolatoren von je $10\ \mu\mu F$ Kapazität ($C_I = 40\ \mu\mu F$) sei Steatit verwendet ($\operatorname{tg} \delta = 20 \cdot 10^{-4}$). Sie seien über kurze Drahtseile an geerdeten eisernen Antennenstützpunkten befestigt ($p = 0{,}5$). Dann ergibt sich $R_{vF} = 0{,}8\ \Omega$. Da aber der Verlustwinkel durch Feuchtigkeit, Staub, ungünstige Isolatorenform usw. erheblich größer sein kann, erreicht R_{vF} leicht den Betrag von einigen Ohm, was in Anbetracht eines Strahlungswiderstandes von bestenfalls $1\ \Omega$ sehr viel ist. Bei Verwendung von Hartporzellan würde $R_{vF} \approx 8\ \Omega$ werden!

5. Erdverluste

a) Allgemeines

(79) Von den verschiedenen Anteilen, aus denen sich der Gesamtverlust von Antennen zusammensetzt, ist der Erdverlust [45] meist der größte, so daß er in erster Linie für den Antennenwirkungsgrad maßgebend ist.

Das Zustandekommen des Erdverlustes an Hand von Abb. 23 erläutert. Ein senkrechter Leiter sei gegen Erde elektrisch erregt. Der Erder, mit dem die leitende Verbindung nach Erde hergestellt wird, habe nur kleine räumliche Ausdehnung (z. B. Metallstab) und befinde sich unmittelbar unter dem Leiter.

Der am unteren Ende in die Antenne hineinfließende Strom tritt als Verschiebungsstrom in den Luftraum über. Ist der Leiter kürzer als $\frac{\lambda}{4}$, so geht der ganze Verschiebungsstrom in die Erde. Dieser Fall ist dem dargestellten Verlauf der elektrischen Feldlinien in dem Augenblick ihrer größten Entwicklung zugrunde gelegt. Ist der Leiter länger als $\frac{\lambda}{4}$, so schließt sich ein Teil der Feldlinien von einer Stelle des Leiters zur anderen. Der in die Erde eintretende Verschiebungsstrom kehrt als Leitungsstrom zum Erder und zur Stromquelle zurück. Dabei entstehen Stromwärmeverluste. Soweit sie aus der elektromagnetischen Energie desjenigen Teiles des Feldes gedeckt werden, das im Verlauf der Schwingung in die Antenne zurückkehrt [vgl. unter (6)], bezeichnet man sie als Erdverluste der Antenne. Dem Teil des Feldes, das als Strahlung in den Raum hinauswandert, wird ebenfalls durch Stromwärmeverluste im Boden Energie entzogen. Mit den „Erdverlusten" sind diese Verluste jedoch gewöhnlich nicht gemeint.

Werden Leiter im Boden verlegt und an den Erdungspunkt unter der Antenne angeschlossen, so fließen die Ströme z. T. in diesen statt im Boden. Die Leiter können praktisch als verlustfrei angesehen werden. Auch die Verluste, die in der Grenzschicht zwischen Leiter und Erdreich auftreten, spielen keine große Rolle, wenn die Leiter nicht gerade mit einer dicken Oxydschicht überzogen sind. Maßgebend für die Verluste sind die Stärke der im Erdreich selbst fließenden Ströme und der Leitungswiderstand des Bodens. Die Aufgabe ist demnach, den Erder, daß ist die Gesamtheit der im Boden verlegten Leiter, so auszubilden, daß ein möglichst großer Anteil des gesamten Erdstromes auf einem möglichst großen Teil seines Weges im Erder statt im Erdreich fließt.

In gewissen Fällen hat der Erder noch eine andere wichtige Aufgabe, nämlich dann, wenn es außer auf den Antennenwirkungsgrad auf die Strahlungsverteilung ankommt, wie bei schwundmindernden Antennen. Die Vorausberechnung derselben und die entsprechende Bemessung der Antenne ist praktisch nur möglich unter der Annahme vollkommener Spiegelung am Boden. Durch einen zweckmäßig ausgebildeten Erder kann diese Annahme auch bei weniger gut leitendem Boden verwirklicht werden. Die Forderungen, die sich hieraus ergeben, decken sich im Grundsätzlichen mit denen, die sich vom Gesichtspunkt der Erdverluste aus ergeben.

b) Radiale Verteilung der Erdströme

(80) Wir nehmen einen einzelnen senkrechten Leiter und unter diesem einen Erder sehr kleiner Ausdehnung an. Außerhalb des näheren Umkreises um den Erder ist dann aus Symmetriegründen und wegen der Hautwirkung bei Hochfrequenz die Richtung der Erdströme radial zur Antennenachse, wie in Abb. 99 dargestellt. Der gesamte Erdstrom, der durch eine gedachte zylindrische Trennfläche mit der Antenne als Achse und mit dem Radius ϱ hindurchtritt, sei mit $\mathfrak{J}_\varrho$ nach Amplitude und Phase bezeichnet. Der gesamte Verschiebungsstrom, der aus dem Luftraum in die durch den Zylinder auf dem Boden ausgeschnittene Kreisfläche übertritt, sei $\mathfrak{J}_z$, der Antennenstrom am Fußpunkt $\mathfrak{J}_F$. Als positive Stromrichtung sei für beide Ströme die Richtung von unten nach oben festgesetzt ($\mathfrak{J}_z$ hat also bei niedrigen Antennen im wesentlichen entgegengesetztes Vorzeichen wie $\mathfrak{J}_F$).

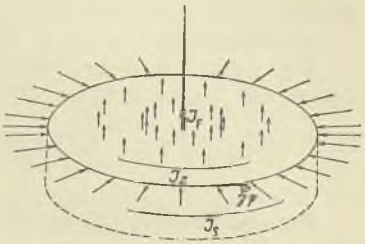


Abb. 99. Antennenstrom $\mathfrak{J}_F$, Erdstrom $\mathfrak{J}_\varrho$ (lange Pfeile) und Verschiebungsstrom $\mathfrak{J}_z$ (kurze Pfeile).

Dann folgt aus der Kirchhoffschen Regel:

$$\mathfrak{J}_\varrho = \mathfrak{J}_F + \mathfrak{J}_z \,. \tag{467}$$

Die magnetische Feldstärke an der Erdoberfläche sei $\mathfrak{H}_\varphi$. Sie ist auf dem Umfang eines Kreises um die Antenne überall tangential gerichtet und gleich groß. Nach dem Satz, daß das Umlaufintegral der magnetischen Feldstärke gleich dem Strom ist, der durch die vom Integrationsweg berandete Fläche tritt (Durchflutungsgesetz), ist:

$$2\,\pi\varrho \cdot \mathfrak{H}_\varphi = \mathfrak{J}_F + \mathfrak{J}_z = \mathfrak{J}_\varrho \,. \tag{468}$$

Nun ist, wie die Messung zeigt, bei den praktisch vorkommenden Bodenleitfähigkeiten und in geringer Entfernung von der Antenne die magnetische Feldstärke nur wenig verschieden von der bei vollkommen leitender Erde, die unter (49) abgeleitet worden ist. Man erhält daher den tatsächlichen Erdstrom in der Nähe der Antenne in guter Näherung, wenn man in (468) die Feldstärke bei vollkommen leitender Erde einsetzt. Die Näherung ist offenbar um so besser, je größer die Bodenleitfähigkeit ist. Auf jeden Fall reicht sie zu einer Abschätzung der Verluste aus.

Besteht die Antenne anstatt aus einem einfachen senkrechten Leiter aus einem senkrechten Leiter mit an diesen angeschlossenen waagerechten oder geneigten Leitern, wie bei T-, L- oder Schirmantennen, so sind die magnetischen Feldlinien am Boden streng genommen nicht mehr Kreise, die Erdströme also auch nicht mehr

radial zur Antennenachse (außer bei Leitergebilden, die Rotationskörper mit senkrechter Achse sind). Es läßt sich aber zeigen [46], daß der Beitrag, den die Ströme in den angeschlossenen Leitern zur Gesamtfeldstärke liefern, bei den meisten technischen Antennenformen gering ist gegenüber dem Beitrag des Stromes in dem senkrechten Leiter [vgl. auch unter (33)]. Dies gilt besonders dann, wenn die angeschlossenen Leiter symmetrisch zum senkrechten Leiter angeordnet und wesentlich kürzer sind als der senkrechte Leiter und die Viertelwellenlänge, wie z. B. bei den üblichen T-Antennen.

Für einen einzelnen, glatten, senkrechten Leiter von beliebiger Länge mit Endkapazität ergibt sich aus (468) mittels (283):

$$\mathfrak{J}_\varrho = j\mathfrak{J}_0 \left[\left(\cos\alpha l_v - j\frac{1}{\sqrt{l^2+\varrho^2}}\sin\alpha l_v\right)e^{-j\alpha\sqrt{l^2+\varrho^2}} - \cos\alpha(l+l_v)\,e^{-j\alpha\varrho}\right]. \tag{469}$$

Für die Verluste interessiert nur der Betrag I_ϱ von $\mathfrak{J}_\varrho$, nicht die Phase:

$$\left(\frac{I_\varrho}{I_0}\right)^2 = \left|\frac{\mathfrak{J}_\varrho}{\mathfrak{J}_0}\right|^2 = 1 + \cos^2\alpha(l+l_v) - \frac{\varrho^2}{l^2+\varrho^2}\sin^2\alpha l_v$$
$$- 2\cos\alpha(l+l_v)\left[\cos\alpha l_v \cos\left(\alpha\sqrt{l^2+\varrho^2} - \alpha\varrho\right)\right.$$
$$\left. - \frac{l}{\sqrt{l^2+\varrho^2}}\sin\alpha l_v \sin\left(\alpha\sqrt{l^2+\varrho^2} - \alpha\varrho\right)\right]. \tag{470}$$

Mit größer und größer werdender Entfernung ($\varrho \gg l$) nähert sich der Zylinderstrom dem Grenzwert [vgl. unter (45)]:

$$\frac{I_\varrho}{I_0} = \cos\alpha l_v - \cos\alpha(l+l_v) = \left|\mathfrak{F}_0(0)\right|. \tag{471}$$

In sehr kleiner Entfernung ($\varrho \ll l$) wird der gesamte Erdstrom gleich dem Strom I_F im Fußpunkt der Antenne:

$$I_\varrho = I_0 \sin\alpha(l+l_v) = I_F, \tag{472}$$

was selbstverständlich ist.

Bemerkenswert ist noch die einfache Form, die (470) für eine in der Eigenschwingung erregte Antenne $\left(l + l_v = \frac{\lambda}{4}\right)$ annimmt:

$$\left(\frac{I_\varrho}{I_0}\right)^2 = 1 - \frac{\varrho^2}{l^2+\varrho^2}\sin^2\alpha l_v. \tag{473}$$

Für die $\frac{\lambda}{4}$-Antenne ($l_v = 0$) wird demnach $\frac{I_\varrho}{I_0} = 1$, d. h. der gesamte Zylinderstrom ist unabhängig von der Entfernung. In diesem und nur in diesem Falle ist die radiale Stromverteilung also die gleiche wie bei stationären Verhältnissen.

In Abb. 100 ist der Betrag des gesamten Erdstromes für Antennen ohne Endkapazität ($l_v = 0$) dargestellt [46]. Dabei ist gleiche Strahlungsleistung (50 kW) zugrunde gelegt. Ist die Antennenhöhe kleiner

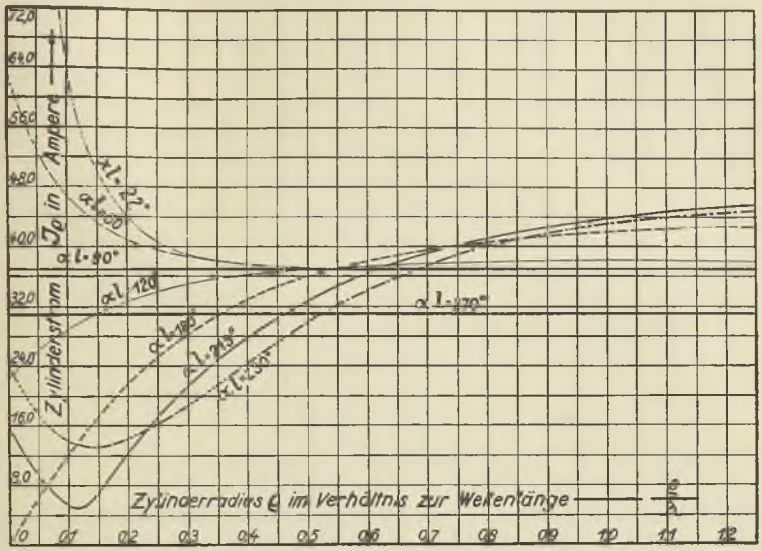


Abb. 100. Erdstrom I_ϱ durch eine Zylinderfläche vom Radius ϱ bei senkrechten Antennenleitern von der Länge l (= Höhe) ohne Endkapazität (Strahlungsleistung 50 kW).

als $\frac{\lambda}{4}$, so nimmt I_ϱ mit wachsendem ϱ ab, und zwar um so stärker, je niedriger die Antenne ist. Ist die Antenne höher als $\frac{\lambda}{4}$, aber kleiner als $\frac{\lambda}{2}$, so nimmt I_ϱ nach außen eintönig zu. Ist schließlich die Antenne höher als $\frac{\lambda}{2}$, so nimmt I_ϱ anfänglich ab, durchläuft einen Mindestwert und nimmt dann wieder zu. Messungen von Eppen und Scheibe an Sendern der deutschen Reichspost haben dieses theoretische Ergebnis im großen und ganzen bestätigt, wenn auch gewisse, noch ungeklärte Abweichungen auftreten.

c) Verteilung der Erdströme nach der Tiefe

(81) Für die Verteilung des Erdstromes nach der Tiefe sind andere Faktoren maßgebend als für die radiale Verteilung. Die Antennenform und -höhe spielt bei ihr keine Rolle. Abgesehen vom näheren

Umkreis um den Erder wird infolge der Hautwirkung die Erdstromdichte im allgemeinen nach unten hin abnehmen. Im einzelnen hängt dies natürlich davon ab, wie sich die Leitfähigkeit des Bodens mit der Tiefe ändert. Vor allem die Grundwasserverhältnisse sind hierbei von Einfluß. Ein elektrisches Ersatzbild der Erde, das den wirklichen Verhältnissen fast immer gerecht wird, ist ein geschichteter, in der Ebene unendlich ausgedehnter Leiter mit verschiedener Leitfähigkeit und Dicke der Schichten. Die Abhängigkeit der Stromdichte von der Tiefe und damit auch die insgesamt erzeugte Stromwärme läßt sich in diesem Fall allgemein aufstellen [41]. Damit läßt sich auch die Schichtdichte eines homogenen Leiters bestimmter Leitfähigkeit (z. B. der der obersten Schicht) angeben, in dem bei überall gleicher Stromdichte und bei gleichem Gesamtstrom die gleichen Stromwärmeverluste auftreten würden. Diese „wirksame" Schichtdichte ist z. B. für homogenen Boden (d. h. nur eine und unendlich dicke Schicht) von der Leitfähigkeit σ bei der Frequenz f:

$$s = \frac{1}{\sqrt{\pi \sigma \cdot f \mu_0}}, \tag{474}$$

wobei $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-9} \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{cm}} = 1{,}256 \cdot 10^{-8} \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{cm}}$. Dabei ist vorausgesetzt, daß die Frequenz nicht so hoch, bzw. die Dielektrizitätskonstante des Bodens nicht so groß ist, daß der Verschiebungsstrom in der Erde merklich gegen den Leitungsstrom ist. Diese Voraussetzung ist bei mittlerer Bodenleitfähigkeit bis zu Wellenlängen von 30 m herab ausreichend genau erfüllt.

Die Bodeneigenschaften hängen von vielen Faktoren (Wassergehalt des Bodens, Gehalt an Säuren und Salzen usw.) ab. Die Bodenart allein ist jedenfalls durchaus nicht maßgebend, weshalb bei der Schätzung der Leitfähigkeit auf Grund des Augenscheins Vorsicht geboten ist.

In Abb. 101 ist die wirksame Schichtdicke für verschiedene Leitfähigkeiten dargestellt. Sie beträgt bei der mittleren Bodenleitfähigkeit von $2 \cdot 10^{-14}$ im Rundfunkwellenbereich immerhin 10—30 m. Zum Vergleich sei erwähnt, daß die wirksame Schichtdicke von Kupfer ($\sigma = 57 \cdot 10^{-5}$ cgs) bei $\lambda = 300$ m nur 0,07 mm ist.

Besteht der Boden aus mehreren Schichten verschiedener Leitfähigkeit, so ergibt sich eine wesentlich verwickeltere Beziehung als (474). Allgemein gilt, daß die Leitfähigkeit der tieferen Schichten so lange nur eine untergeordnete Rolle spielt, als die tatsächliche Dicke der obersten Schicht größer als die wirksame Schichtdicke ist, die sich unter Zugrundelegung der Leitfähigkeit der obersten Schicht für homogenen Boden ergibt.

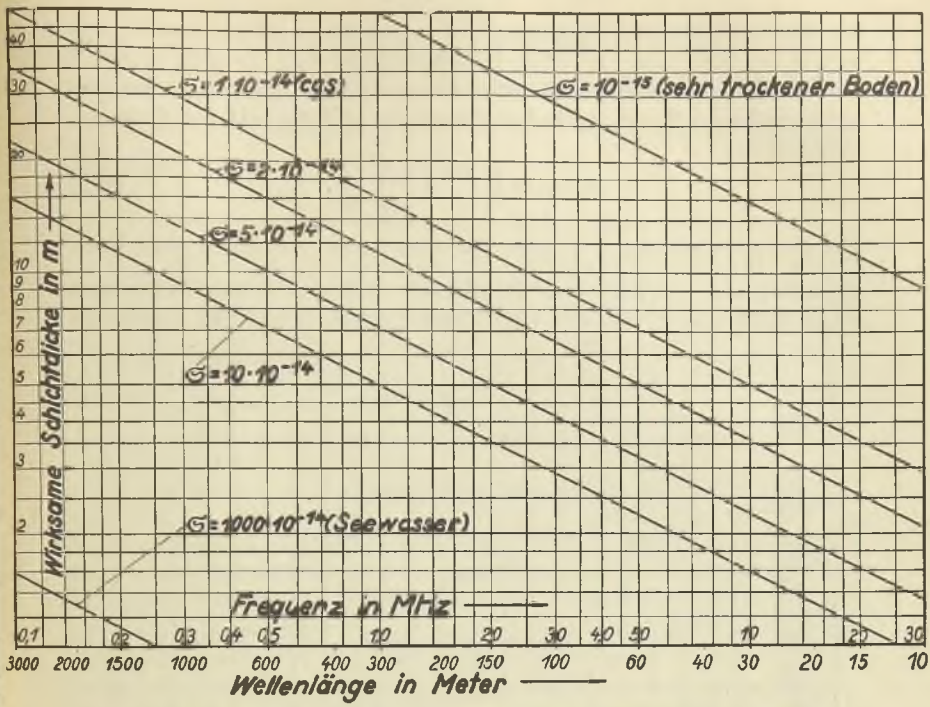


Abb. 101. Wirksame Schichtdicke s für verschiedene Leitfähigkeiten σ des Bodens bzw. des Wassers (1 cgs-Einheit = 10^{-9} Siemens/cm).

d) Verteilung der Erdverluste außerhalb des Erders

(82) Um die Erdverluste außerhalb des näheren Umkreises um den Erder zu ermitteln, betrachten wir einen ringförmigen Ausschnitt des Bodens um die Antenne von der Breite $d\varrho$ und der Tiefe s, die gleich der wirksamen Schichtdicke sei (Abb. 102). Die Verluste in diesem Ring sind nach dem Jouleschen Gesetz:

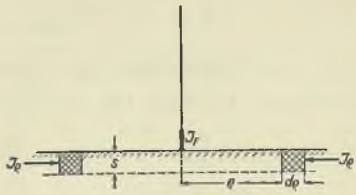


Abb. 102. Zu den Erdverlusten eines ringförmigen Bodenausschnitts.

$$dN_v = \frac{d\varrho}{2\pi\varrho \cdot s \cdot \sigma} I_\varrho^{\,2}. \tag{475}$$

Genügend weit außerhalb des Erders und bei homogenem Boden ist die vertikale Verteilung der Erdströme so, daß für s der Ausdruck (474) gilt, womit:

$$dN_v = \sqrt{\frac{\mu_0 f}{4\pi\sigma}}\, I_\varrho^2 \frac{d\varrho}{\varrho}. \tag{476}$$

Die Verluste lassen sich durch einen Verlustwiderstand, bezogen auf irgendeinen Strom, z. B. dem Strom I_F im Fußpunkt der Antenne, ausdrücken:

$$dR_{vF} = \sqrt{\frac{\mu_0 f}{4\pi\sigma}} \left(\frac{I_\varrho}{I_F}\right)^2 \frac{d\varrho}{\varrho}. \tag{477}$$

Das Stromverhältnis $\left(\frac{I_\varrho}{I_F}\right)$ geht für senkrechte Antennen mit Endkapazität aus (470) hervor. Damit läßt sich der Verlustwiderstand eines Bodenringes von der Breite der Längeneinheit bei gegebenen

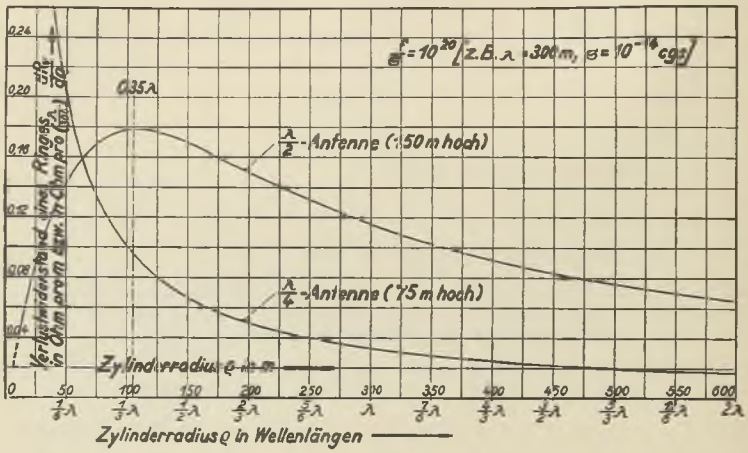


Abb. 103. Verteilung der Erdverluste einer 0,25 λ-Antenne und einer 0,5 λ-Antenne (außerhalb des Erders).

Antennenabmessungen, gegebener Bodenleitfähigkeit und Frequenz ermitteln. In Abb. 103 ist $\frac{dR_v}{d\varrho}$ für zwei Beispiele dargestellt. Der Verlustwiderstand des Ringes nimmt bei der $\frac{\lambda}{4}$-Antenne schnell mit größer werdendem Radius ab, bei der $\frac{\lambda}{2}$-Antenne dagegen zuerst zu. Er erreicht in diesem Fall seinen Höchstwert bei etwa $\varrho = 0{,}35\,\lambda$. An Hand der Darstellung der Erdstromverteilung in Abb. 100 entnimmt man, daß bei niedrigeren Antennen ($l < 0{,}25\,\lambda$) der Verlustwiderstand noch schneller mit ϱ abnimmt.

Aus Abb. 103 geht hervor, daß $\frac{dR_v}{d\varrho}$ in größerer Entfernung bei der $\frac{\lambda}{2}$-Antenne größer als bei der $\frac{\lambda}{4}$-Antenne ist (etwa das Vierfache).

Um Mißdeutungen vorzubeugen, sei darauf hingewiesen, daß dR_v in beiden Fällen auf den Strombauch bezogen ist. Bei gleichem Strom im Strombauch ist aber die Bodenfeldstärke und damit auch der Erdstrom der $\frac{\lambda}{2}$-Antenne größer als bei der $\frac{\lambda}{4}$-Antenne (etwa das Doppelte).

e) Verlustwiderstand von Zylindererdern

(82) Um den in der Antenne auftretenden Erdverlustwiderstand in geschlossener Form angeben zu können, sind gewisse idealisierende Annahmen notwendig. Diese Annahmen sind zwar in der Wirklichkeit nie vollkommen erfüllt. Man erhält aber auf diese Weise zumindest einen Überblick und Richtlinien für die zweckmäßige Ausbildung von Erdern.

Der Boden sei als homogen angenommen. Der Erder bestehe aus einem senkrechten metallischen Zylinder von großer Tiefe, der in der Höhe des Bodens mit einer Metallplatte abgedeckt ist. Angenähert läßt sich ein solcher Erder verwirklichen durch eine große Zahl von langen Rohren auf dem Umfang eines Kreises, die durch zahlreiche Drähte mit dem Mittelpunkt verbunden sind. Die Antenne befindet sich in der Achse des Zylindererders. Bei einem solchen Erder — und nur bei einem solchen — ist die radiale und vertikale Verteilung der Erdströme auch noch für größere Erderdurchmesser und in unmittelbarer Nähe des Erders die gleiche wie bei dem im vorangegangenen untersuchten punktförmigen Erder.

Den Erdverlustwiderstand erhält man dann durch Integration von (477). Da die Verluste im Erder selbst vernachlässigt werden können, ist als untere Integrationsgrenze der Radius r_z des Zylindererders einzusetzen. Für die obere Grenze ist auf jeden Fall ein endlicher Radius zu nehmen, da die Verluste in großer Entfernung aus dem von der Antenne losgelösten Strahlungsfeld gedeckt werden und sich infolgedessen nicht als Verlustwiderstand in der Antenne bemerkbar machen. Aus dem gleichen Grunde ist die obere Grenze von der Wellenlänge abhängig zu machen. Eine exakte Lösung dieser Frage ist nicht bekannt. Daß die Verluste in einer Entfernung von mehr als $\frac{\lambda}{2}$ noch auf die Antenne zurückwirken, ist nach den Erfahrungen mit strahlungsgekoppelten Antennen unwahrscheinlich. Soweit bisher durch Messungen geprüft werden konnte, lassen sich die wirklichen Verhältnisse unter der Annahme einer oberen Integrationsgrenze $\varrho = \frac{\lambda}{3}$ gut erfassen. Übrigens ändert sich der so erhaltene Wert nur wenig, wenn man etwa mit $\frac{\lambda}{4}$ oder $\frac{\lambda}{2}$ rechnet.

Die Integration von (477) kann man z. B. graphisch durchführen, indem man $\frac{dR_v}{d\varrho}$ in Abhängigkeit von ϱ aufträgt, wie in Abb. 103. Die von der Kurve, der Abszissenachse und den Ordinaten $\varrho = r_z$ und $\varrho = \frac{\lambda}{3}$ eingeschlossenen Fläche stellt dann den Verlustwiderstand dar. Die Integration läßt sich auch rechnerisch durchführen. Man kommt dann aber auf höhere Funktionen, die für die Auswertung unbequem sind.

Die Technik interessiert besonders der Verlustwiderstand bei Antennen, die niedriger als $\frac{\lambda}{4}$ sind. Für $l < \frac{\lambda}{4}$ darf nun in guter Näherung gesetzt werden:

$$\sin\left(\alpha\sqrt{l^2+\varrho^2} - \alpha\varrho\right) \approx \alpha\sqrt{l^2+\varrho^2} - \alpha\varrho\,;$$

$$\cos\left(\alpha\sqrt{l^2+\varrho^2} - \alpha\varrho\right) \approx 1 - \tfrac{1}{2}\left(\alpha\sqrt{l^2+\varrho^2} - \alpha\varrho\right)^2.$$

So erhält man für den auf den Fußpunkt der Antenne bezogenen Verlustwiderstand:

$$R_{vF_1} = \left(\frac{|\mathfrak{F}_0(0)|}{\sin\alpha(l+l_v)}\right)^2 \sqrt{\frac{\mu_0 f}{4\pi\sigma}} \left\{\ln\left(\frac{\lambda}{3r_z}\right) + \left(\frac{\sin\alpha l_v}{\mathfrak{F}_0(0)}\right)^2 \ln\frac{W_1}{W_2}\right.$$

$$\left. + \frac{2\cos\alpha(l+l_v)}{|\mathfrak{F}_0(0)|}\left[\ln\left(\frac{1+W_1}{1+W_2}\right) - \frac{\cos\alpha l_v}{2\mathfrak{F}_0(0)}\left(\left(\alpha\frac{\lambda}{3}\right)^2(W_2-1) - (\alpha r_z)^2(W_1-1)\right)\right]\right\}. \tag{478}$$

Zur Abkürzung ist gesetzt:

$$W_1 = \sqrt{1+\left(\frac{l}{r_z}\right)^2} \qquad W_2 = \sqrt{1+\left(\frac{3l}{\lambda}\right)^2}.$$

Für die in der Eigenschwingung erregte Antenne $\left(l + l_v = \frac{\lambda}{4}\right)$ läßt sich die Integration übrigens leicht ohne Vernachlässigungen durchführen. Der sich ergebende Wert stimmt mit dem überein, der aus (478) folgt (der 3. Summand in der geschweiften Klammer verschwindet).

Als Beispiel ist in Abb. 104 der Verlustwiderstand einer 30,5 m hohen Versuchsantenne mit einem Antennenschirm aus 6 Drähten von $l_w = 12$ m Länge dargestellt. Das Verhältnis der Wellenwiderstände des senkrechten Leiters und des Daches betrug $\frac{Z_w}{Z_s} = 0{,}37$, womit die verlängernde Wirkung des Daches folgt aus (59). Die Eigenwellenlänge der Antenne war 231 m. Die Bodenleitfähigkeit war zu $3 \cdot 10^{-14}$ cgs gemessen worden.

Die eingetragenen Kreise sind Meßwerte an Zylindererdern aus Eisenrohr bzw. Blech von 4–6 m Tiefe [47]. Die Übereinstimmung mit den gerechneten Werten ist so gut, wie sie in Anbetracht der vielen,

die Meßgenauigkeit beeinträchtigenden Faktoren (Wetter!) und der Vernachlässigungen der Theorie (endliche Tiefe des Zylinders) nicht besser erwartet werden kann.

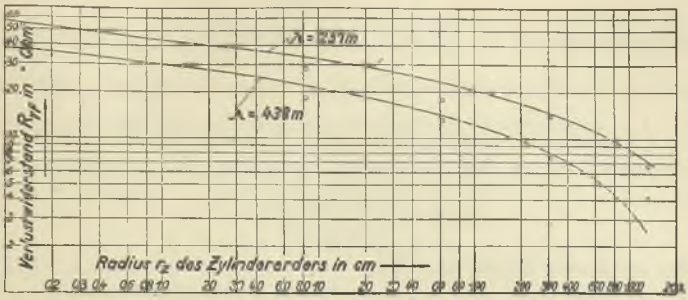


Abb. 104. Verlustwiderstand R_{vF} einer 30,5 m hohen Schirmantenne mit einem Zylindererder vom Radius r_z. Die kleinen Kreise sind Meßwerte.

Der Strahlungswiderstand ist bei $\lambda = 231$ m $R_{sF} = 17{,}3\,\Omega$, bei $\lambda = 438$ m $R_{sF} = 3{,}9\,\Omega$. Mit einem Erderradius von 10 m ist somit der Antennenwirkungsgrad (wenn die übrigen Verluste vernachlässigbar sind) bei $\lambda = 231$ m immerhin etwa 70%, bei $\lambda = 438$ m noch etwa 50%.

(83) Nunmehr seien einige allgemeine Folgerungen aus (478) gezogen. Wir gehen dabei von der Überlegung aus, daß der angenommene Zylindererder gegenüber Strahlenerdern oder irgendwelchen anderen Erderformen bei gleichem Erderradius immer die kleinsten Verluste aufweist. Wir nehmen an, daß es gelänge, die übrigen Antennenverluste (Isolationsverluste, Verluste in den Abstimmitteln usw.) klein zu halten. Dann ist der Antennenwirkungsgrad gemäß (452) allein durch die Erdverluste R_v im Verhältnis zum Strahlungswiderstand R_s bestimmt. Um einen brauchbaren Wirkungsgrad zu erhalten, muß, wie schon die obigen Beispiele gezeigt haben, der Erderradius von der Größenordnung der Antennenhöhe sein. Für $r_z \geqq l$ läßt sich aber der unübersichtliche Ausdruck (478) (der nur für $l < \frac{\lambda}{4}$ gilt!) vereinfachen. Mit guter Näherung ist unter Berücksichtigung von (314):

$$\frac{R_v}{R_s} \approx \frac{1}{40\,\Omega}\sqrt{\frac{\mu_0 f}{4\pi\sigma}}\left\{\ln\frac{\lambda}{3r_z} + \frac{C}{40}\left[\left(\frac{\lambda}{r_z}\right)^2 - 9\right]\right\}. \tag{479}$$

Hierin ist zur Abkürzung gesetzt:

$$C = \frac{\alpha^2 l^2}{2|\mathfrak{F}_0(0)|}\left(\cos\alpha(l + l_v) + \frac{\sin^2\alpha l_v}{|\mathfrak{F}_0(0)|}\right). \tag{480}$$

Dieser Faktor ist eine nur von der Antennenform und der Wellenlänge abhängige Zahl. Bei Antennen ohne Endkapazität ($l_v = 0$) wird:

$$C = \frac{\alpha^2 l^2}{2} \frac{\cos \alpha l}{1 - \cos \alpha l}. \tag{481}$$

Für die $\frac{\lambda}{4}$-Antenne $\left(l = \frac{\lambda}{4}\right)$ ist $C = O$. Wird die Antenne mit längeren Wellen als der Eigenwelle erregt $\left(l \ll \frac{\lambda}{4}\right)$, so nähert sich wegen $\cos \alpha l \approx 1 - \frac{1}{2}(\alpha l)^2$ die Größe C sehr rasch dem Werte 1. Bei Antennen mit Endkapazität, die in der Eigenwelle erregt werden $\left(l + l_v = \frac{\lambda}{4}\right)$, ist:

$$C = \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha l}{\operatorname{tg} \alpha l}\right)^2, \tag{482}$$

also bei größeren Endkapazitäten nur wenig kleiner als $\frac{1}{2}$. Bei Antennen, die mit sehr viel längeren Wellen als die Eigenwelle erregt werden $\left((l + l_v) \ll \frac{\lambda}{4}\right)$ und deren Endkapazität groß gegen die Kapazität des senkrechten Teiles ist ($l_v \gg l$), gilt angenähert:

$$C \approx \frac{1}{2} \frac{\sin \alpha (l + l_v)}{\sin \alpha l_v}. \tag{483}$$

Wie man hieraus ersieht, ist in diesem Falle C ebenfalls nur wenig verschieden von $\frac{1}{2}$. Dieser Faktor ändert sich demnach bei niedrigen Antennen $\left(l < \frac{\lambda}{4}\right)$ nur verhältnismäßig wenig mit der Antennenform und Höhe. Das Verhältnis $\frac{R_v}{R_z}$ und damit auch der Antennenwirkungsgrad ist also bei gegebener Frequenz und Bodenleitfähigkeit in der Hauptsache vom Radius des Erders abhängig und nur wenig von der Antennenform und Höhe $\left(\text{solange } l < \frac{\lambda}{4}\right)$. Dieses etwas überraschende Ergebnis gilt natürlich nur, wenn die übrigen Verluste klein sind. Es wird durch neuere Untersuchungen [46] gut bestätigt. Weiter läßt sich hieraus schließen, daß es zur Kennzeichnung von Zylindererdern und diesem nahekommenden Erderformen wenig Sinn hat, den Erdverlustwiderstand in Ohm anzugeben, wie dies üblich ist, da dieser ganz vom Strahlungswiderstand der jeweiligen Antenne abhängt. Besser werden die Eigenschaften der Erder selbst gekennzeichnet durch das Verhältnis von Verlustwiderstand und Strahlungswiderstand.

Die Technik interessiert besonders, welcher Erderradius zur Erzielung eines brauchbaren Antennenwirkungsgrades notwendig ist. In der folgenden Tabelle ist der Erderradius r_z' ermittelt, der für einen Wirkungsgrad von 80% $\left(\frac{R_v}{R_z} = 0{,}25\right)$ mindestens erforderlich ist. Da-

bei ist eine mittlere Bodenleitfähigkeit von $\sigma = 2 \cdot 10^{-14}$ zugrunde gelegt und vorausgesetzt, daß $r_z \geqq l$ ist. Die Spalte $C = 1$ bezieht sich auf Antennen ohne oder mit kleiner Endkapazität, deren Betriebswelle länger als die Eigenwelle ist, die Spalte $C = \frac{1}{2}$ auf Antennen mit großer Endkapazität, deren Betriebswelle gleich oder länger als die Eigenwelle ist. Zum Vergleich sind in der letzten Spalte noch die Werte für die $\frac{\lambda}{4}$-Antenne ohne Endkapazität ($l_v = 0$; $l = \frac{\lambda}{4}$; $C = 0$; $R_s = 36{,}6\ \Omega$) angegeben, für die sich aus (479) ergibt:

$$\frac{R_v}{R_s} = \frac{1}{36{,}6\ \Omega} \sqrt{\frac{\mu_0 f}{4\pi\sigma}} \ln\left(\frac{\lambda}{3\, r_z}\right). \tag{484}$$

Tabelle VI.

Radius r_z' des Zylinders, der für $\eta_A = 80\%$ bei $\sigma = 2 \cdot 10^{-14}$ cgs erforderlich ist.

Wellenlänge λ in m	$C = 1$		$C = \frac{1}{2}$		$C = 0$	
	$\frac{r_z'}{\lambda}$	r_z' in m	$\frac{r_z'}{\lambda}$ in m	r_z in m	$\frac{r_z'}{\lambda}$	r_z' in m
200	0,18	36	0,16	31	0,118	24
300	0,16	49	0,14	42	0,092	28
600	0,14	83	0,11	67	0,054	33
1000	0,12	120	0,094	94	0,032	32
2000	0,096	192	0,074	148	0,012	24

Bei längeren Wellen ist also ein kleinerer Erderradius im Verhältnis zur Wellenlänge erforderlich als bei kürzeren. Der Vergleich der Werte für $C = 1$ und $C = \frac{1}{2}$ zeigt anschaulich, wie gering der Einfluß der Antennenhöhe ist, solange diese klein ist. Der bei langen Wellen erforderliche Erderradius ist für niedrige Antennen sehr viel größer als für $\frac{\lambda}{4}$-Antennen. In diesem Zusammenhang muß daran erinnert werden, daß die Tiefe des Zylindererders als groß gegen die wirksame Schichtdicke des Bodens vorausgesetzt ist. Das würde bei langen Wellen eine Tiefe des Zylinders von mindestens 30 m bedeuten, was natürlich praktisch nicht zu verwirklichen ist.

Nach (478) sind die Verluste umgekehrt proportional der Wurzel aus der Bodenleitfähigkeit. Der Boden, der für Aufstellungsorte von Sendeantennen in Betracht kommt, hat erfahrungsgemäß meist eine Leitfähigkeit zwischen $4 \cdot 10^{-14}$ und $1 \cdot 10^{-14}$. Die Verlustwiderstände werden also unter sonst gleichen Bedingungen je nach der Bodenbeschaffenheit gewöhnlich nur etwa im Verhältnis 1 : 2 schwanken. Über Seewasser ($\sigma = 10^{-11}$) liegen die Dinge allerdings wesentlich

günstiger. Daraus erklärt sich der im allgemeinen sehr niedrige Verlustwiderstand von Schiffsantennen. Bei einer Bodenleitfähigkeit von $4 \cdot 10^{-14}$ entsprechen die Werte der Tab. VI einem Antennenwirkungsgrad von 85%, bei $\sigma = 1 \cdot 10^{-14}$ einem Wirkungsgrad von 74%.

f) Strahlenerder

(84) Wegen der hohen Anlagekosten kommt der betrachtete Zylindererder aus Blech, wenn überhaupt, nur mit verhältnismäßig kleinem Radius in Betracht. Gewöhnlich werden 2 bis 4 mm starke Kupferdrähte oder verzinktes Eisenband verwendet. Sinnvoll ist allein die Verlegung radial vom Antennenfußpunkt aus. Ist das aus irgendwelchen Platzgründen (Gebäude!) unbequem, so hat man zu bedenken, daß die Verteilung des Erdstromes auf den Erder und den Boden selbst sich weniger nach der Leitfähigkeit der beiden Stoffe als nach dem (induktiven) Blindwiderstand der beiden Strombahnen richtet. Wegen der Hautwirkung bei Hochfrequenz sollten die Drähte, von den Enden abgesehen, möglichst auf dem Boden verlegt werden. Das gilt allerdings, wie aus dem folgenden hervorgeht, nur bei großer Anzahl und Länge der Strahlen. Um Beschädigungen zu verhüten, werden die Drähte meist eingegraben werden müssen. Die Tiefe sollte jedoch nicht größer sein, als zu diesem Zweck notwendig ist.

Die Gesetze der Stromverteilung von Strahlenerdern sind recht verwickelt. Eine Vorstellung von dem Einfluß der verschiedenen Faktoren ist aber für die zweckmäßige Bemessung sehr wichtig. Wir folgen daher der Theorie von G. H. Brown [48], die zwar die in der Praxis auftretenden Faktoren nicht alle und nicht mit großer Genauigkeit erfaßt, aber ohne übermäßigen Rechenaufwand brauchbare Ergebnisse liefert, wie die Messung gezeigt hat. Danach ist für strahlenförmige Erdnetze das Verhältnis des Stromes im Erdreich $\mathfrak{J}_{\varrho E}$ zum Strom in den Drähten $\mathfrak{J}_{\varrho D}$, der durch den Mantel eines gedachten senkrechten Zylinders vom Radius ϱ insgesamt hindurchtritt, angenähert:

$$\frac{\mathfrak{J}_{\varrho E}}{\mathfrak{J}_{\varrho D}} = j \cdot \pi \cdot \mu_0 \cdot \sigma \cdot f\left(\pi \frac{\varrho}{N}\right)^2 \left[\ln\left(\frac{2\pi}{d}\frac{\varrho}{N}\right) - \frac{1}{2}\right] = j\left(\frac{\pi\varrho}{sN}\right)^2 \left[\ln\left(\frac{2\pi\varrho}{dN}\right) - \frac{1}{2}\right]. \tag{485}$$

Hierin ist d der Durchmesser, d. h. die Stärke der Erddrähte, N die Zahl der gleichmäßig nach allen Richtungen verteilten Strahlen und s die durch (474) gegebene „wirksame" Schichtdicke des Bodens (ohne Erdnetz). Vorausgesetzt ist, daß die Erde homogen ist, die Drähte nicht mehr als 15 bis 30 cm tief eingegraben sind, und die äußeren Enden der Drähte ohne Übergangswiderstand mit der Erde verbunden sind, z. B. durch Anschluß an lange und dicke, senkrechte Rohre oder andere Metallkörper von großer Oberfläche. Die Stromwärmeverluste in den Drähten selbst sind vernachlässigt, was unter normalen Ver-

hältnissen ohne weiteres zulässig ist. Bemerkenswert ist, daß nach (485) der Strom in den Drähten um 90° gegen den Strom in der Erde phasenverschoben ist.

Da $\mathfrak{J}_{\varrho E} + \mathfrak{J}_{\varrho D} = \mathfrak{J}_\varrho$, so ist der auf den gesamten Erdstrom $\mathfrak{J}_\varrho$ bezogene Strom in den Drähten, ausgedrückt durch das Verhältnis $\left(\frac{\mathfrak{J}_{\varrho E}}{\mathfrak{J}_{\varrho D}}\right)$:

$$\frac{\mathfrak{J}_{\varrho D}}{\mathfrak{J}_\varrho} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\mathfrak{J}_{\varrho E}}{\mathfrak{J}_{\varrho D}}\right)}. \tag{486}$$

Entsprechend gilt für den Strom im Erdreich:

$$\frac{\mathfrak{J}_{\varrho E}}{\mathfrak{J}_\varrho} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\mathfrak{J}_{\varrho D}}{\mathfrak{J}_{\varrho E}}\right)}. \tag{487}$$

In Abb. 105 und 106 sind einige Beispiele für die hieraus sich ergebenden Stromverhältnisse dargestellt. Sie ergeben ein Bild, welche Drahtzahlen erforderlich sind, um den Zweck des Erders, den Strom

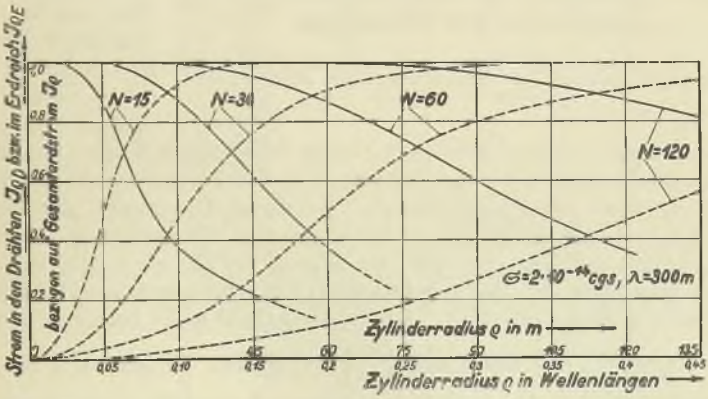


Abb. 105. Verteilung des gesamten Erdstromes auf Drähte und Erdreich bei Strahlenerdern mit N Strahlen, $\sigma = 2 \cdot 10^{-14}$ cgs und $\lambda = 300$ m.

im Erdreich in einem möglichst großen Umkreis um die Antenne möglichst stark herabzusetzen, zu erreichen. Bei einer gegebenen Drahtzahl nimmt der Strom in den Drähten im Verhältnis zum Strom im Erdreich ab, wenn die Bodenleitfähigkeit oder die Frequenz erhöht wird, wobei es nach (485) nur auf das Produkt $(\sigma \cdot f)$ ankommt. Das bedeutet, daß durch bessere Bodenleitfähigkeit die Verluste nicht in dem Maße abnehmen, wie nach der Änderung

der Leitfähigkeit allein zu erwarten ist. Bei kurzen Wellen ist eine größere Drahtzahl erforderlich als bei langen, um in einem bestimmten Radius das gleiche Verhältnis des Stromes in den Drähten und des Stromes im Erdreich zu erzielen. Die Drahtstärke hat nur einen sehr geringen Einfluß auf die Stromverteilung, da sie nach (485) logarithmisch eingeht.

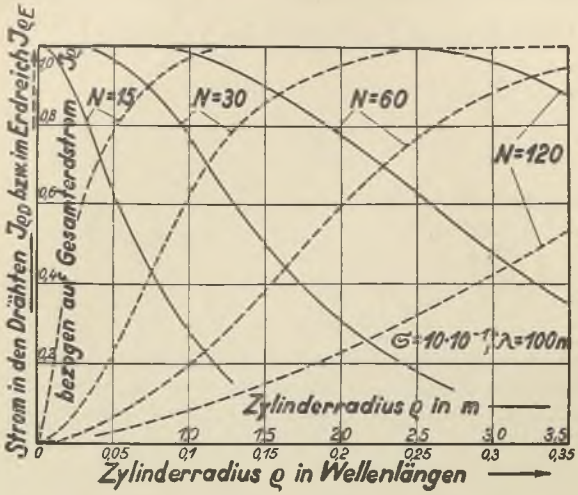


Abb. 106. Verteilung des gesamten Erdstromes auf Drähte und Erdreich bei Strahlenerdern mit N Strahlen, $\sigma = 10 \cdot 10^{-14}$ cgs und $\lambda = 100$ m.

Mit zunehmendem Radius nimmt der Strom im Erdreich zuerst langsam, dann schneller zu und unterscheidet sich von einem bestimmten Radius ab schließlich nur noch wenig von dem Gesamtstrom. Es hat wenig Zweck, die Drähte über diesen Radius hinaus zu verlängern, da sie dort zur Verringerung der Verluste nicht nennenswert beitragen. Man kann deshalb von einem „Grenzwert" der Drahtlänge sprechen. Im folgenden ist unter dem Grenzwert r_G diejenige Drahtlänge gemeint, bei der der Strom im Erdreich 90% des Gesamterdstromes ist. Bei gegebenem $(f \cdot \sigma)$ und gegebener Drahtzahl läßt sich r_G leicht ermitteln. Ist die Drahtzahl nicht bekannt, so läßt sich immerhin das Verhältnis $\left(\frac{r_G}{N}\right)$ berechnen. In Abb. 107 ist das Verhältnis $\left(\frac{r_G}{N}\right)$ in Abhängigkeit von $(f \cdot \sigma)$ dargestellt. In einem praktischen Fall sind f und σ gegebene Größen. Für die mittlere Bodenleitfähigkeit $\sigma = 2 \cdot 10^{-14}$ ist in Abb. 107 unter $(f \cdot \sigma)$ gleich die Wellenlänge in einer besonderen Skala angegeben. Durch Multiplikation des abgelesenen Verhältnisses $\left(\frac{r_G}{N}\right)$ mit der Drahtzahl ergibt sich der Grenzwert der Drahtlänge, über die hinauszugehen keinen Sinn hätte; das ist in Abb. 107 an dem Beispiel $N = 100$ durch die linke Skala auf der Ordinatenachse erläutert. Vorausgesetzt ist dabei, daß

die Strahlen am Ende besonders geerdet sind. In der gleichen Weise wie $\left(\frac{r_G}{N}\right)$ kann man dasjenige Verhältnis $\left(\frac{\varrho}{N}\right)$ ermitteln, für das der Strom

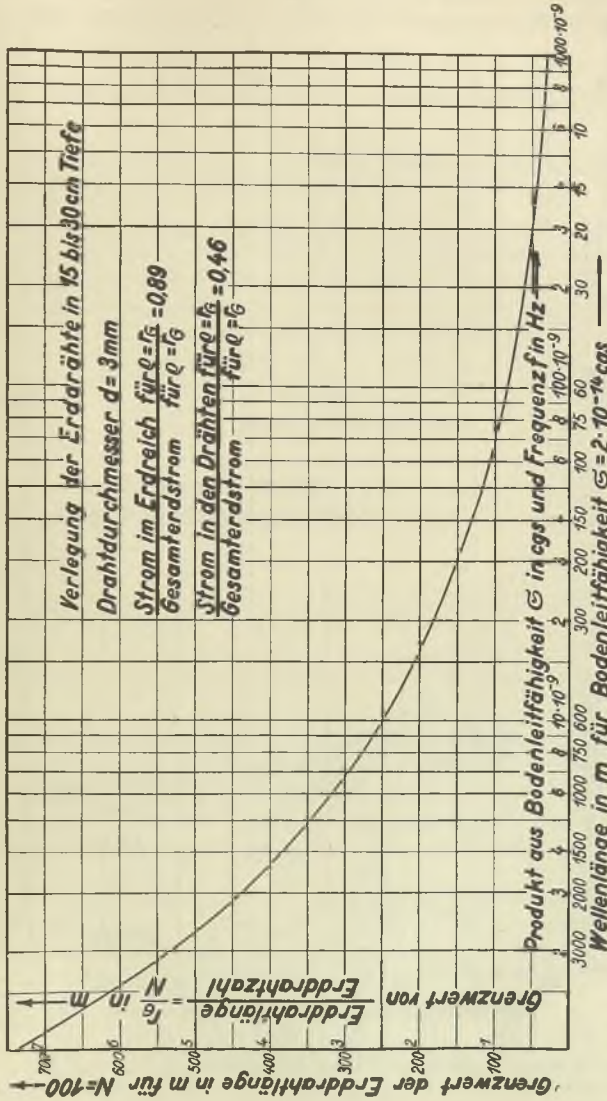


Abb. 107. Grenzwert r_G der Erddrahtlänge, über die hinauszugehen unwirtschaftlich ist, für Strahlenerder mit N Strahlen in Abhängigkeit von $(f \cdot \sigma)$.

im Erdreich 10% des Gesamterdstromes ist. Es zeigt sich, daß dieses Verhältnis fast genau ein Viertel des Grenzwertes $\left(\frac{r_G}{N}\right)$ ist, woraus wir noch gewisse Schlüsse ziehen werden.

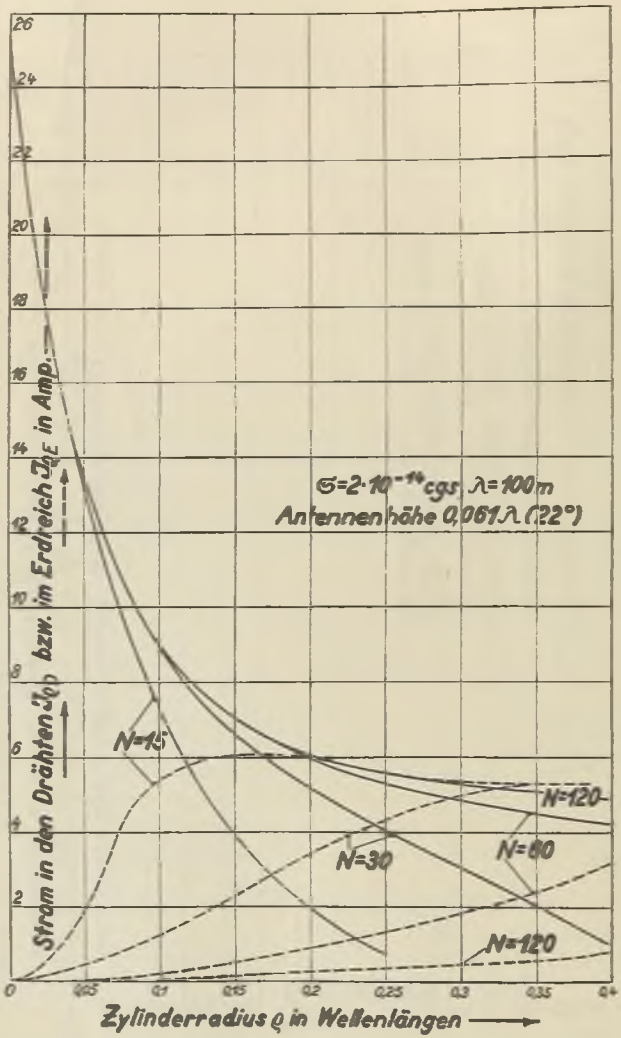


Abb. 108. Strom in den Drähten (ausgezogene Kurven) und Strom im Erdreich (gestrichelt) bei Strahlenerdern mit verschiedenen Strahlenzahlen N für eine niedrige Antenne (1 kW Strahlungsleistung).

Für die Verluste ist der Betrag des Stromes im Erdreich maßgebend. Er ergibt sich aus dem Verhältnis $\frac{I_{\varrho E}}{I_\varrho}$ durch Multiplikation mit dem Gesamterdstrom I_ϱ, der von der Antennenform und Höhe gemäß (470) abhängig ist. In Abb. 108 sind als Beispiel die Ströme bei einer Antenne dargestellt, die erheblich kürzer als $\frac{\lambda}{4}$ ist ($\alpha l = 22°$). Bei der $\frac{\lambda}{4}$-Antenne deckt sich der Kurvenverlauf mit dem der Abb. 105 bzw. 106, da $I_\varrho = I_0 =$ konstant ist, wie oben gezeigt.

Die Verlustleistung bzw. der Verlustwiderstand eines Ringes von der Breite $d\varrho$ ergibt sich aus (476) bzw. (477), indem anstatt I_ϱ der Betrag von $\mathfrak{J}_{\varrho E}$ eingesetzt wird. Das gilt innerhalb des Erderradius allerdings nur angenähert, da die Erdstromverteilung nach der Tiefe streng genommen anders als ohne Erddrähte ist, so daß (474) nur einen ungefähren, sicher zu großen Wert für die wirksame Schichtdicke des Bodens ergibt. Auf diese Weise sind die Kurven der Abb. 109

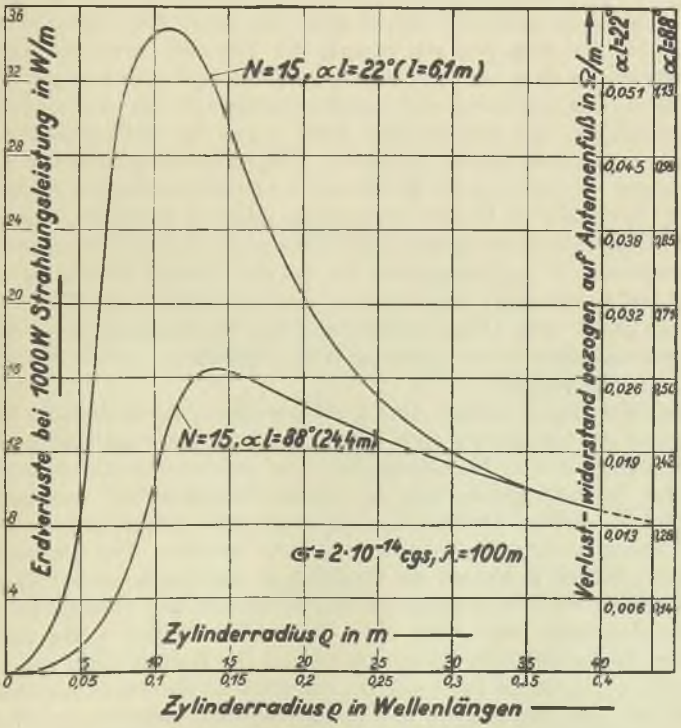


Abb. 109. Verteilung der Erdverluste einer niedrigen und einer etwa 0,25 λ hohen Antenne (l = Höhe) bei einem Strahlenerder mit 15 Strahlen.

gewonnen, die die Verteilung an zwei Beispielen veranschaulicht. Dabei ist wieder angenommen, daß die Drahtlänge sehr groß ist. Die auf der rechten Seite der Abb. 109 eingetragenen Maßstäbe dienen dazu, den entsprechenden, auf den Fußpunkt der Antenne bezogenen Verlustwiderstand in Ω/m abzulesen.

Der in der Antenne auftretende Gesamt-Verlustwiderstand ergibt sich hieraus leicht durch graphische Integration, wobei als untere Integrationsgrenze $\varrho = 0$, als obere, wie im vorangegangenen begründet, $\varrho = \frac{\lambda}{3}$ zu nehmen ist. Man erhält so für $\alpha l = 22°$ einen Antennenwirkungsgrad von 75%, für $\alpha l = 88°$ von 69%. Würde man die Drahtzahl auf 120 vergrößern, so würde der Wirkungsgrad theoretisch für beide Antennenhöhen nahezu 100% erreichen. Tatsächlich haben Messungen [46] gezeigt, daß sich mit 120 Strahlen ein sehr guter Wirkungsgrad erreichen läßt.

Im vorangegangenen ist angenommen, daß die Drahtlänge r_D sehr groß ist, jedenfalls größer als der Grenzwert r_G. Ist die Drahtlänge kleiner, so läßt sich dieser Fall nur dann theoretisch erfassen (wenigstens bei dem jetzigen Stande der Theorie), wenn die äußeren Drahtenden an einen in die Erde versenkten Zylinder aus gut leitendem Blech angeschlossen sind, dessen Achse mit der Antennenachse zusammenfällt, und dessen Tiefe groß gegen die wirksame Schichtdicke s des Bodens gemäß (474) ist. Ungefähr die gleichen Verhältnisse liegen vor, wenn jedes Drahtende an einen besonderen Erder von großer Oberfläche (z. B. eine Blechplatte oder ein Rohr) angeschlossen ist. In diesem Fall ist nämlich der Strom im Erdreich innerhalb des Erderradius ($\varrho < r_D$) der gleiche wie bei sehr großer Drahtlänge, also durch (487) und (485) beschrieben, und außerhalb des Erderradius ($\varrho > r_D$) gleich dem Gesamterdstrom. Zur Bestimmung der Verluste wird grundsätzlich in der gleichen Weise verfahren, wie an Hand von Abb. 109 erläutert ist.

Über die Eigenschaften von Strahlenerdern, deren Drähte kürzer als r_G und an den Enden nicht oder nur unvollkommen geerdet sind, lassen sich genauere Berechnungen nicht anstellen. Auf jeden Fall sind die Verluste größer als bei einem Strahlenerder von gleicher Drahtlänge, dessen Drahtenden an besondere Erder angeschlossen sind. Das kann zur Abschätzung benutzt werden. Der Unterschied ist um so größer, je kleiner die Drahtlänge und die Bodenleitfähigkeit und je größer die Wellenlänge und die Drahtzahl ist. Außerdem spielt die Antennenhöhe eine Rolle. Der Extremfall solcher Erder ist eine auf dem Boden liegende Blechscheibe. Ist ihr Radius klein gegen die Wellenlänge, so ist die Stromdichte unmittelbar unterhalb der Scheibe überall die gleiche und der stromführende Querschnitt des Bodens gleich der Scheibenfläche. Zu dem außerhalb des Scheibenradius auf-

tretenden Erdverlusten, die etwa die gleichen wie bei Zylindererdern sind, kommen daher weitere Verluste durch die Zusammendrängung des Stromes unterhalb der Scheibe hinzu. Sie können verhältnismäßig groß werden, zumal der Boden an dieser Stelle trockener als in den tieferen Schichten ist und seine Leitfähigkeit daher unterhalb des Mittelwertes liegt.

In Abb. 110 und 111 sind Messungen wiedergegeben, die charakteristisch für den Einfluß der Drahtzahl und der Drahtlänge auf den Verlustwiderstand sind. Die Erddrähte waren dabei an den Enden nicht besonders geerdet. In einer Tiefe von 50 cm verlegt, befanden sie sich im Fall der Abb. 110 bereits im Grundwasser. Im Fall der Abb. 111 waren die Antenne und die Bodenverhältnisse die gleichen wie die im Zusammenhang mit Abb. 104 erwähnten. Der Verlustwiderstand der Isolation ist, soweit er sich von den übrigen Verlusten trennen ließ, abgezogen. Der auffallend hohe Verlustwiderstand bei $\lambda = 1440$ m (Strahlungswiderstand nur 0,33 Ω!) erklärt sich wohl hauptsächlich aus den oben erwähnten Verlusten im Boden unterhalb der Erddrähte.

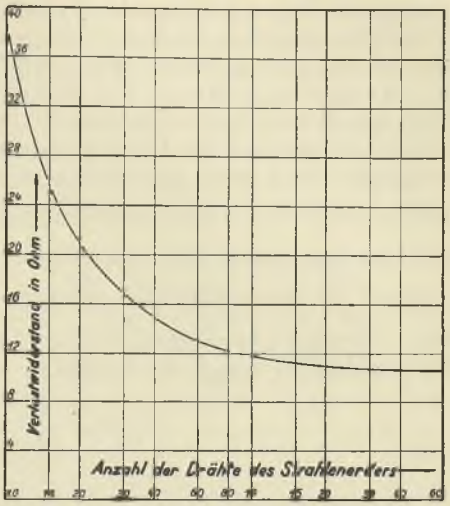


Abb. 110. Gemessener Erdverlustwiderstand R_{vF} einer Versuchsantenne (Höhe 100 m mit Endkapazität) mit 100 m langen Erddrähten bei $\lambda = 438$ m.

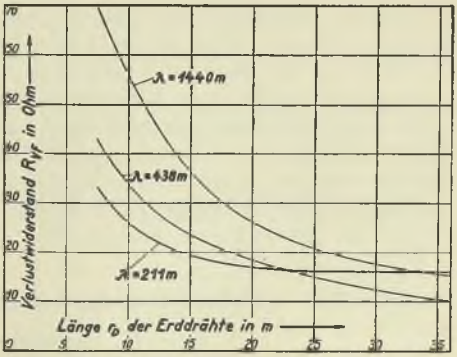


Abb. 111. Gemessener Erdverlustwiderstand R_{vF} einer Versuchsantenne mit einem 6-strahligen Erder vom Radius r_D.

g) Mindest erforderlicher Erderradius und Drahtzahl

(85) Bei der Planung von Antennenanlagen für längere Wellen spielt der

Geländebedarf für das Erdnetz wirtschaftlich eine große Rolle. Oft ist das verfügbare Gelände überhaupt beschränkt. Dann erhebt sich die Frage, welchen Radius das Erdnetz mindestens haben muß. Die Drahtzahl kommt vom wirtschaftlichen Standpunkt aus meist erst in zweiter Linie. Bei sehr großer Drahtzahl, d. h. bei angenäherter Verwirklichung des Zylindererders, ist mindestens der in Tab. VI angegebene Radius r_z' erforderlich, um mit niedrigen Antennen einen brauchbaren Wirkungsgrad zu erzielen ($\eta = 80\%$ bei $\sigma = 2 \cdot 10^{-14}$; $\eta = 85\%$ bei $\sigma = 4 \cdot 10^{-14}$; $\eta = 74\%$ bei $\sigma = 1 \cdot 10^{-14}$). Legt man diesen Radius zugrunde, so ergibt sich die mindest erforderliche Drahtzahl aus der Überlegung, daß der Wirkungsgrad merklich abnehmen wird, wenn der Strom im Erdreich innerhalb des Erderradius 10% des Gesamtstromes überschreitet. Das Verhältnis $\left(\frac{\varrho}{N}\right)$, bei dem $I_{\varrho E} = 0{,}1\, I_\varrho$ wird, ist, wie erwähnt, der vierte Teil des Grenzwertes $\left(\frac{r_G}{N}\right)$. Entnimmt man aus Abb. 107 den Wert für $\left(\frac{r_G}{N}\right)$, der zu der in Betracht kommenden Wellenlänge und Bodenleitfähigkeit gehört, so folgt demnach die mindestens erforderliche Drahtzahl aus:

$$N \geqq \frac{4 r_z'}{\left(\frac{r_G}{N}\right)}. \tag{488}$$

Für niedrige Antennen ($C \geqq \frac{1}{2}$) und mittlere Bodenleitfähigkeit ($\sigma = 2 \cdot 10^{-14}$ cgs) findet man, daß nahezu unabhängig von der Wellenlänge etwa 120 Drähte gebraucht werden.

Um mit dem Radius r_z' auskommen zu können, müssen die Drähte an den Enden besonders geerdet sein (angenäherte Verwirklichung des Zylindererders). Hierzu sind senkrechte Rohre am besten geeignet. Anzustreben ist, daß ihre Länge größer als die wirksame Schichtdicke des Bodens gemäß Abb. 101 ist. Wenn sich das nicht verwirklichen läßt, was bei langen Wellen und schlecht leitendem Boden eintreten kann, so muß ein Ausgleich in der Vergrößerung des Erderradius gesucht werden. Anstatt die Drähte an den Enden mit Rohren zu erden, kann man natürlich auch die Drähte über r_z' hinaus verlängern. Als Richtlinie kann dienen, daß diese Verlängerung nicht kleiner als die wirksame Schichtdicke des Bodens sein sollte.

X. Spannungsbeanspruchung

1. Allgemeines

(86) Mit Maschinen- und Lichtbogensendern ist es seit mehr als zehn Jahren möglich, Hochfrequenzleistungen von 1000 kW und darüber zu erzeugen, allerdings nur bei sehr langen Wellen. Dank

der Fortschritte in der Technik der Senderöhren können heute auch bei kürzeren Wellen beträchtliche Leistungen dargestellt werden. Im Rundfunkwellenbereich ist die Leistung, die man in einer Sendereinheit noch sicher beherrscht, zur Zeit etwa 500 kW, im Kurzwellenbereich etwa 100 kW.

Bei derartigen Leistungen spielt in der Planung und im Betrieb der Antenne die Spannungsbeanspruchung eine maßgebende Rolle. Übersteigt nämlich die elektrische Feldstärke an der Oberfläche der Antennenleiter oder der Isolatoren die Durchschlagsfestigkeit der Luft bzw. des Isolierstoffes, so treten Entladungserscheinungen auf, die den Betrieb gefährden oder unmöglich machen. Die Physik dieser Entladungserscheinungen darzulegen ist nicht Aufgabe des vorliegenden Buches. Hier kann nur auf die Besonderheiten bei Antennen hingewiesen werden.

Der „Lichtbogen" stellt praktisch einen Kurzschluß dar und macht schon deshalb den Betrieb unmöglich. Außerdem kann er, wenn er nicht kurze Zeit nach seiner Entstehung gelöscht wird, erhebliche Schäden [49] anrichten. Aber auch das „Glimmen" und „Sprühen" muß unbedingt vermieden werden. Der Grund ist weniger der auftretende erhebliche Energieverlust. Bedenklicher ist, daß dabei leicht ein Lichtbogen eingeleitet werden kann. Bei Antennen mit Stützpunkten aus Holz besteht Brandgefahr. An der Oberfläche von keramischen Isolatoren ist das Glimmen und Sprühen ebenfalls gefährlich. Durch die dabei auftretende ungleichmäßige Erwärmung entstehen im Isolator mechanische Spannungen, die meist nach kurzer Zeit zur Bildung von Haarrissen und zum Zersplittern führen. Übrigens kann eine unzulässige Erwärmung des Isolators auch ohne Entladungserscheinungen lediglich durch dielektrische Verluste eintreten. Bei Verwendung der neuzeitlichen Isolierstoffe für Hochfrequenz [vgl. unter (77)] und richtiger Formgebung kommt diese Möglichkeit jedoch praktisch kaum in Betracht.

Die bei Blitzeinschlägen auftretenden Spannungen können die Betriebsspannung um mehrere Größenordnungen übersteigen. Man beschränkt sich darauf, diese Überspannungen von empfindlichen Teilen nach Möglichkeit fernzuhalten und die Folgen eines Überschlags zu mildern. Hierzu dienen Funkenstrecken und Schnellabschalteinrichtungen [49].

Bezüglich der Durchschlagsfestigkeit der Luft und der zahlreichen Faktoren, von denen sie abhängt (Druck, Temperatur, Feuchtigkeit, Elektrodenabstand, Einwirkungsdauer usw.) sei auf das Schrifttum verwiesen*). Als ungefährer Wert gilt 20 kV/cm.

---

*) Eine einführende Darstellung findet man z. B. bei: K. Küpfmüller, Einführung in die theoretische Elektrotechnik, J. Springer, Berlin 1932.

2. Feldstärke an der Oberfläche von Antennenleitern

(87) Den unter (49) aufgestellten Beziehungen für das Nahfeld liegen lineare (unendlich dünne) Leiter zugrunde, so daß sie in unmittelbarer Nähe von Leitern mit endlichem Querschnitt versagen. Damit sie ihre Gültigkeit auch dann behalten, müßten sie durch Berücksichtigung der endlichen Querschnittsabmessungen erweitert werden, unter grundsätzlicher Beibehaltung der Ansätze, aus denen sie abgeleitet sind. Dieses exakte Verfahren ist aber zu verwickelt, um praktisch brauchbar zu sein. Man ist darauf angewiesen, diese Ansätze durch gewisse Vernachlässigungen zu vereinfachen, die bei den gewöhnlichen praktischen Verhältnissen ohne Bedeutung sind. So haben diejenigen Leiterelemente, deren Abstand von der betrachteten Stelle auf dem Leiter groß gegen die Querschnittsabmessungen ist, nur geringen Einfluß auf die dort herrschende Feldstärke im Vergleich zu den benachbarten Leiterelementen, wenigstens bei gestreckten Leiterformen. Außerdem kann der Gangunterschied der von benachbarten Leiterelementen herrührenden Anteile an der Gesamtfeldstärke vernachlässigt werden, wenn, wie dies gewöhnlich der Fall ist, die Querschnittsabmessungen sehr klein gegen die Wellenlänge sind. Deshalb darf, solange es nur auf die elektrische Feldstärke an der Leiteroberfläche ankommt, so gerechnet werden, als ob die Ladungen ruhten und die Spannung auf dem ganzen Leiter die gleiche wie die tatsächlich an der betrachteten Stelle herrschende Spannung wäre. Das heißt, daß zur angenäherten Ermittlung der Feldverteilung an der Leiteroberfläche die Potentialtheorie angewandt werden darf. Bezüglich der Ermittlung der Spannung sei auf (78) verwiesen.

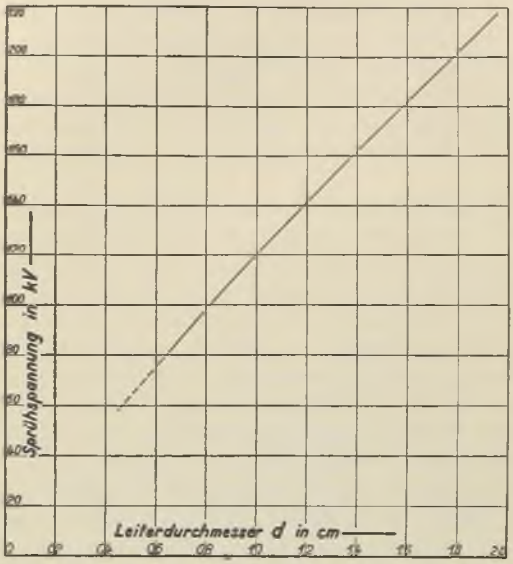


Abb. 112. Koronaspannung von Litzenseil (trocken).

Trotz dieser Vereinfachungen sind die Schwierigkeiten bei der Berechnung der Feldverteilung noch sehr groß. Nur bei verhältnismäßig einfachen Leiterformen (z. B. bei Rotationsellipsoiden) läßt sich das statische Feld exakt ermitteln.

Bei technischen Antennen hat man es meist mit Leiteranordnungen zu tun, deren Feldverteilung, besonders an den Stellen mit der größten Spannungsbeanspruchung, der Rechnung exakt überhaupt nicht zugänglich ist. Man denke nur an T-Antennen mit breitem Horizontalteil oder an selbstschwingende Maste, die aus Profileisen konstruiert sind. Näherungsbetrachtungen an ähnlichen, geometrisch einfachen Anordnungen haben wenig Wert, da diese erfahrungsgemäß sehr ungenau sind. Man ist daher auf die Erfahrung oder den Versuch angewiesen. Hier soll jedoch wenigstens an Hand einiger Gedankenexperimente mit idealisierten Leitern, die sich leicht auf Antennen übertragen lassen, der Einfluß der hauptsächlich wichtigen Faktoren gezeigt werden. Bezüglich der Begründung mittels der Potentialtheorie sei auf das Schrifttum verwiesen.

Wir betrachten zunächst einen zylindrischen, sehr langen Leiter, dessen Abstand von anderen Leitern (auch von der Erde) sehr groß gegen seinen Durchmesser ist. Die Feldstärke an der Leiteroberfläche ist in diesem Fall nach allen Seiten gleich groß und bei gleichbleibender Spannung umgekehrt proportional dem Leiterdurchmesser. Abb. 112 zeigt die bei 50 Hz gemessene Glimmspannung (Koronaspannung) in Abhängigkeit vom Leiterdurchmesser [50].

Bringt man nun einen anderen Leiter beliebiger Form von entgegengesetzter Polarität in die Nähe, so nimmt bei gleicher Spannung des betrachteten Leiters wie vorher die Feldstärke auf der dem anderen Leiter zugekehrten Seite zu. Das Glimmen setzt daher schon bei niedrigerer Spannung und auf dieser Seite ein. Merklich wird das allerdings erst, wenn der Abstand des anderen Leiters kleiner als etwa das 500fache des Durchmessers ist. Hat der andere Leiter dagegen die gleiche Polarität, so setzt das Glimmen erst bei höherer Spannung und auf der dem anderen Leiter abgekehrten Seite ein.

Ist von zwei Leitern verschiedener Polarität ihr kürzester Abstand und ihr Spannungsunterschied gegeben, so ist die Feldstärke immer dann am geringsten, wenn die Leiter als ebene, parallele Platten (mit abgerundeten Rändern) ausgebildet sind, d. h. wenn die Feldverteilung homogen ist. Beliebig groß kann die Feldstärke werden, wenn die Leiter als aufeinander zu gerichtete Spitzen ausgebildet sind.

Eine bekannte Erfahrungsregel ist, daß Leiter mit kleinem Krümmungsradius der Oberfläche, vor allem scharfe Kanten und Spitzen, das Glimmen und Sprühen begünstigen. Das trifft natürlich nur zu, wenn die Kanten oder Spitzen nicht durch benachbarte, auf der gleichen Spannung befindliche Leiter „abgeschirmt“ sind. Es ist leicht

einzusehen, daß eine Spitze umso eher zum Sprühen Anlaß gibt, je weiter sie aus einer die benachbarten Leiter mit der gleichen Spannung einschließenden, gedachten Hüllfläche herausragt. Bei an sich runden Körpern spielt schon eine geringe Rauhigkeit der Oberfläche eine Rolle. Staubteilchen, Wassertropfen, Eiskristalle usw. haben einen ähnlichen Einfluß wie Vorsprünge der Leiteroberfläche.

3. Höchstzulässige Spannung von Isolatoren

(88) Bei Isolatoren treten zu diesen allgemeingültigen Gesichtspunkten, die z. B. in den „Sprühschutzkappen" ihren Ausdruck finden, einige weitere hinzu. Ein Luftzwischenraum zwischen dem Isolator und der Halterung gibt leicht zum Glimmen Anlaß, da dort wegen der höheren Dielektrizitätskonstante des Isolierstoffes verhältnismäßig große Feldstärken auftreten. Am einfachsten und besten läßt sich ein solcher Luftzwischenraum vermeiden durch Verkupferung oder Versilberung der Isolatorenden. Die in der Starkstromtechnik üblichen Rippen und Rillen sind bei Hochfrequenz eher schädlich als nützlich.

Die gebräuchlichsten Isolatorformen für die verschiedenen Zwecke (Abspannungsisolatoren, Hängeisolatoren, Mastfußisolatoren und Durchführungsisolatoren) sind in den Abb. 113 bis 121 zusammengestellt.

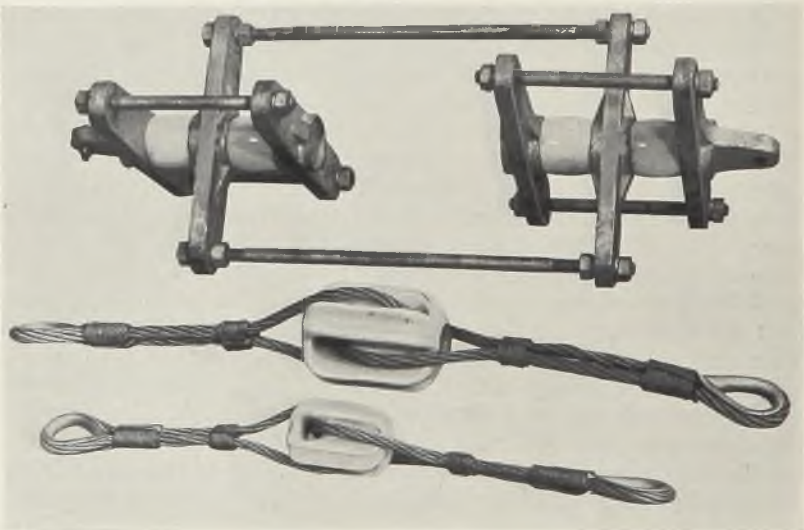


Abb. 113. Antennen-Abspannungsisolatoren für geringere Spannungen. Oben: Gehänge (Bauart Hein, Lehmann). Unten: Rippen-Eier.

Abb. 114. Abspannungsisolatoren (Amerikanische Bauart [51]).

Abb. 115. Hängeisolator (Stabisolator) mit Sprühschutzkappen.

Abb. 116. Stabisolator mit Rillen (ältere Form).

Abb. 117. Glatte Stabisolatoren (neuere Form).

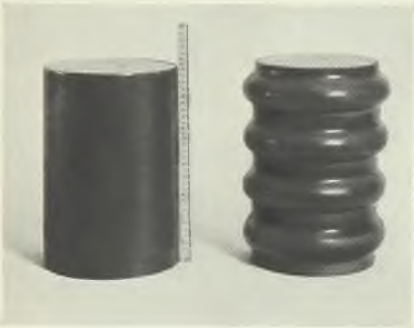


Abb. 118. Mastfußisolatoren (ohne und mit Rillen.)

Abb. 119. Durchführungsisolator für Großsender (1,1 m hoch; vgl. Abb. 120).

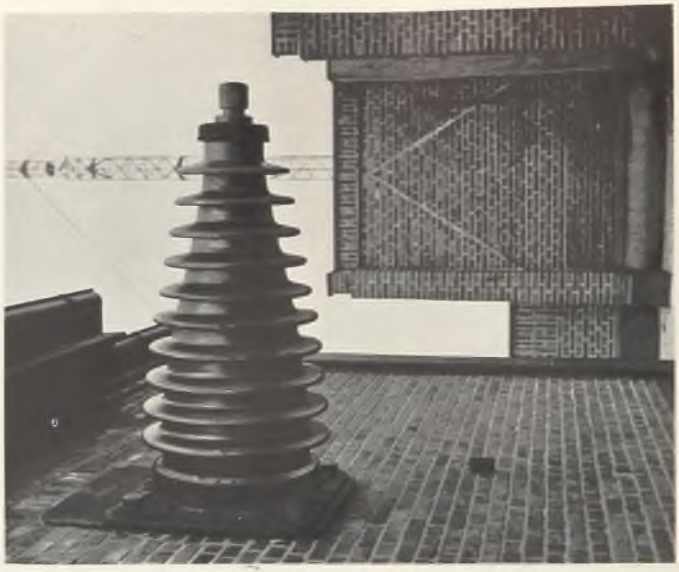


Abb. 121. Durchführungsisolator für die Antenne des 400 kW-Langwellensenders Nauen.

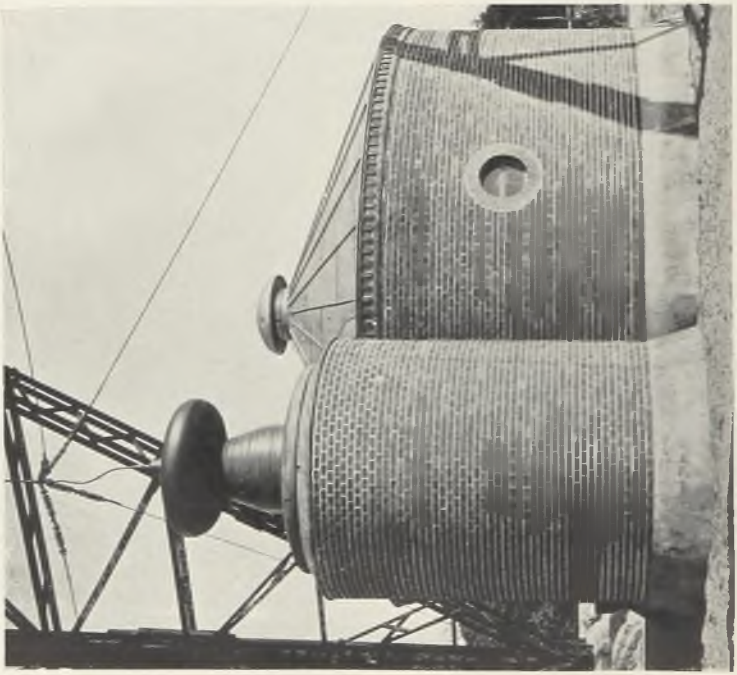


Abb. 120. Antennen-Abstimmhaus eines deutschen Großrundfunksenders mit Durchführungsisolator (auf dem Anbau links).

In der folgenden Tabelle sind die bei 300 kHz ($\lambda = 1000$ m) gemessenen Sprüh- bzw. Überschlagsspannungen*) von einigen der abgebildeten Isolatoren zusammengestellt. Außerdem sind die zur Berechnung der Verluste wichtigen Kapazitäten angegeben [vgl. unter **(78)**].

Tabelle VII

Elektrische Eigenschaften von Antennenisolatoren bei Hochfrequenz. (Mit * bezeichnete Werte ohne Metallisierung der Endflächen des Fußisolators.)

Bezeichnung des Isolators	Länge des Isolatorkörpers in mm	Kapazität C_I in $\mu\mu$F	Sprühspannung (effektiv) in kV trocken	Sprühspannung (effektiv) in kV beregnet	Überschlagsspannung (effektiv) in kV trocken	Überschlagsspannung (effektiv) in kV beregnet
Eierisolator (Abb. 113 unten)	100	6	8,5	7	—	11
Eierisolator (Abb. 113 Mitte)	190	8	12	8	—	14
Abspann-Gehänge (Abb. 113 oben)	56	7	—	22	32—36	25
Stabisolator (Abb. 116)	165	0,5	—	20	30	25
Fußisolator (ähnlich Abb. 118 rechts)	210	3,2	— (50*)	— (30*)	90	65
Fußisolator (Abb. 118 rechts)	300	4,7	—	60	> 120	70
Fußisolator Abb. 118) links)	300	4,5	—	70	—	90

Wie unter **(78)** bereits erwähnt, teilt sich bei Hintereinanderschaltung mehrerer gleicher Isolatoren die Gesamtspannung nicht gleichmäßig auf. Die Gesamt-Sprüh- bzw. Überschlagsspannung steigt also nicht proportional mit der Zahl der Isolatoren. Im allgemeinen erhält der Isolator, der unmittelbar an dem spannungsführenden Leiter liegt, eine höhere Spannung als die übrigen. Im einzelnen hängt dies noch von den Isolatorlängen, dem Abstand der Isolatoren untereinander, dem Ort der Anbringung an der Antenne usw. ab.

*) Die Messungen sind von der Firma Telefunken ausgeführt worden.

Als höchstzulässige Spannung im Betrieb gilt bei größeren Isolatoren gewöhnlich die halbe Sprüh- oder Überschlagsspannung. Bei kleineren Isolatoren ist u. U. ein größerer Sicherheitsfaktor angebracht. Die höchste Betriebsspannung, die sich nach dem heutigen Stande der Technik bei Hochfrequenz noch beherrschen läßt, dürfte etwa 100 kV sein.

4. Isolation und Antennenleistung

(89) Die Aufgabenstellung in der Technik ist gewöhnlich so, daß die Antennenleistung und die Antennenanordnung gegeben und die Spannung an den Isolatoren gesucht sind. Ausgangspunkt der Rechnung ist die Beziehung:

$$I_F = \sqrt{\frac{N_A}{R_F}}. \tag{489}$$

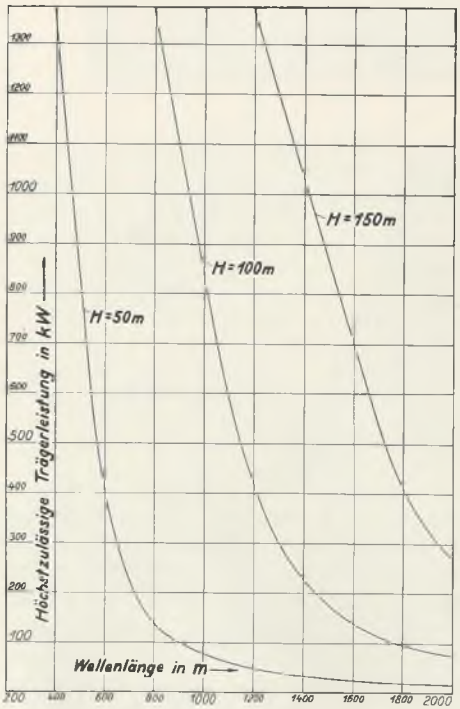


Abb. 122. Höchstzulässige Trägerleistung für die Antennenform der Abb. 130 mit der Höhe H bei 80 kV zulässiger Isolatorspannung.

Der Antennenwiderstand $R_F = R_{sF} + R_{vF}$ ergibt sich aus der Antennenanordnung, der Wellenlänge und den verschiedenen Verlusten. Aus dem Strom I_F im Speisepunkt läßt sich mittels der unter II, 2 aufgestellten Beziehungen die Spannung an allen kritischen Stellen der Antenne errechnen. Unter Berücksichtigung der Anordnung der Isolatoren läßt sich damit zum mindesten eine obere Grenze für die Spannungsbeanspruchung derselben errechnen. Sie muß kleiner oder höchstens gleich der höchstzulässigen Isolatorspannung sein.

Bei modulierten Sendern ist selbstverständlich die bei voller Aussteuerung auftretende Spitzenspannung maßgebend, der sog. „Oberstrich"-Wert. Der stets vorhandenen Möglichkeit einer Übersteuerung bei Modula-

tion trägt man gewöhnlich dadurch Rechnung, daß man das 2,2-fache der Spannung im unmodulierten Zustand einsetzt, entsprechend einem Modulationsgrad von 120% bzw. dem 5fachen der Trägerleistung. Das bedeutet, wenn zweifache Spannungssicherheit verlangt wird, daß bei dem 20fachen der Trägerleistung die Sprüh- bzw. Überschlagsspannung noch nicht erreicht sein darf.

Die umgekehrte Aufgabenstellung liegt vor, wenn die Antennenanordnung und die Isolatorspannung gegeben und die zugehörige Antennenleistung gesucht ist. Der höchstzulässigen Isolatorspannung entspricht eine „höchstzulässige Antennenleistung". Sie ist in Abb. 122 für eine bestimmte Antennenform bei verschiedenen Antennenhöhen dargestellt. Diese Antennenform wird weiter unten noch besprochen werden (vgl. Abb. 130). Die höchstzulässige Isolatorspannung ist mit 80 kV angenommen. Man entnimmt, daß die höchstzulässige Leistung stark von der Wellenlänge und der Antennenhöhe abhängt.

Zweiter Teil

Technische Antennenformen

XI. Ausbreitungserscheinungen

1. Allgemeines

(90) Bei der Aufstellung der Gesetze für das Fernfeld von Antennen sind wir von den Annahmen ausgegangen, daß der Erdboden eben und vollkommen leitend und der Raum über ihm gleichförmig und vollkommen nichtleitend ist. Die Feldstärke nimmt dann nach allen Richtungen umgekehrt proportional mit der Entfernung von der Antenne ab. Die Wirklichkeit weicht von jeder einzelnen dieser Annahmen stets mehr oder weniger ab. Gewisse Abweichungen, wie Unebenheiten oder unvollkommene Leitfähigkeit des Bodens, haben wir nachträglich untersucht, jedoch nur soweit, als sie in der unmittelbaren Umgebung der Antenne auftreten. Diejenigen Abweichungen, die das Strahlungsfeld beeinflussen, nachdem es sich von der Antenne „losgelöst" hat [vgl. unter **(6)**], haben wir nicht berücksichtigt. Sie sind die Ursache für eine Reihe von Erscheinungen im Fernfeld, die im folgenden als „Ausbreitungserscheinungen" bezeichnet seien.

Soll die Antenne bei einer technischen Verwendung ihren Zweck erfüllen, so ist es bei ihrer Planung oder Beurteilung unerläßlich, auch die Ausbreitung in Betracht zu ziehen. Es würde im Rahmen des vorliegenden Buches zu weit führen, sie und ihre Theorie im einzelnen darzulegen. Einige Grundbegriffe sollen dagegen kurz erläutert werden; bezüglich der Einzelheiten muß auf das Schrifttum*) verwiesen werden.

Diejenige Strahlung, die sich entlang der Erdoberfläche und dicht über derselben fortpflanzt, wird als „Bodenwelle" bezeichnet. In Gegensatz zu dieser wird die „Raumwelle" gesetzt, d. i. die Strahlung, die sich im Raum über der Erde, unbeeinflußt durch den Boden, ausbreitet.

2. Bodenwelle und direkte Raumwelle

(91) Wir bezeichnen die tatsächliche Feldstärke der Bodenwelle mit E_B, die Feldstärke, die am Boden auftreten würde, wenn dieser

*) Zusammenfassende Darstellungen mit Literaturangaben findet man z. B. bei H. Faßbender, Hochfrequenztechnik in der Luftfahrt, J. Springer, Berlin 1932; F. Vilbig, Lehrbuch der Hochfrequenztechnik, Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig 1937; [52].

eben und vollkommen leitend, der Raum über ihm gleichförmig und vollkommen nichtleitend wäre, mit E_0 und das Verhältnis beider mit a, so daß:

$$E_B = a \cdot E_0 = a \cdot \frac{1}{D} (E_0 \cdot D) . \tag{490}$$

$(E_0 \cdot D)$ ist die Horizontalstrahlung, die sich aus der Form und den Abmessungen der Sendeantenne, sowie aus ihren Betriebswerten ergibt, wie im vorangegangenen gezeigt wurde. Der „Ausbreitungsfaktor" a, auch „Schwächungsfaktor" genannt, hängt nur von den Bedingungen auf dem betrachteten Ausbreitungsweg, der Wellenlänge und der Entfernung, nicht aber von der Sendeantenne ab. Sieht man von Sekundärstrahlern und anderen zufälligen Umständen in der unmittelbaren Umgebung des Empfangsortes ab, so ist a stets kleiner als 1. Liegt der Empfangsort innerhalb der „optischen Sicht" der Sendeantenne, so ist für a allein die „Ausbreitungsdämpfung" (Absorption) maßgebend. Liegt der Empfangsort außerhalb der optischen Sicht, so kommt eine „Abschirmwirkung" hinzu.

Die Ausbreitungsdämpfung elektromagnetischer Wellen beruht ganz allgemein darauf, daß ihre Energie teilweise in Stromwärme umgesetzt wird, wenn sie sich über unvollkommenen Leitern oder in unvollkommenen Nichtleitern ausbreiten. Die Hauptursache der Ausbreitungsdämpfung der Bodenwelle ist die unvollkommene Leitfähigkeit des Bodens bzw. des Wassers. Die Bebauung und die Bepflanzung des Bodens (Städte, Wälder), als Ganzes gesehen, vergrößern die Dämpfung. Das gleiche gilt von Bodenerhebungen; ihre abschirmende Wirkung spielt allerdings meist eine größere Rolle als ihre dämpfende Wirkung. Die Dämpfung ist für kurze Wellen größer als für lange, d. h. a ist bei kurzen Wellen kleiner als bei langen.

Die abschirmende Wirkung von Hindernissen für die geradlinige Ausbreitung ist selten vollkommen. Durch „Beugung" (Diffraktion) kommt auch außerhalb der optischen Sicht, sie sei nun durch die Erdkrümmung, Berge oder Gebäude bedingt, eine endliche Feldstärke zustande. Hierfür sind die gleichen Gesetze (Huygenssches Prinzip!) maßgebend wie in der Optik. Kurze Wellen werden weniger stark gebeugt als lange.

Der Ausbreitungsfaktor, mit dem alle diese Einflüsse erfaßt werden, ist nur verhältnismäßig geringen zeitlichen Schwankungen unterworfen. Eine Abhängigkeit von der Tageszeit ist praktisch nicht vorhanden, wohl aber von der Jahreszeit. Ihre Ursache ist noch ungeklärt. Merkwürdigerweise zeigt der zeitliche Gang des Ausbreitungsfaktors eine große Ähnlichkeit mit dem der Temperatur. Bei hohen Temperaturen (im Sommer) ist a kleiner als bei niedrigen.

In Abb. 123 sind als Beispiele Ausbreitungskurven der Bodenwelle für verschiedene Wellenlängen wiedergegeben [52]. Der Ordinaten-

maßstab gilt für eine Horizontalstrahlung $E_0 \cdot D = 300$ V, was bei Rundstrahlern mit sinusförmiger Strahlungsverteilung einer Strah-

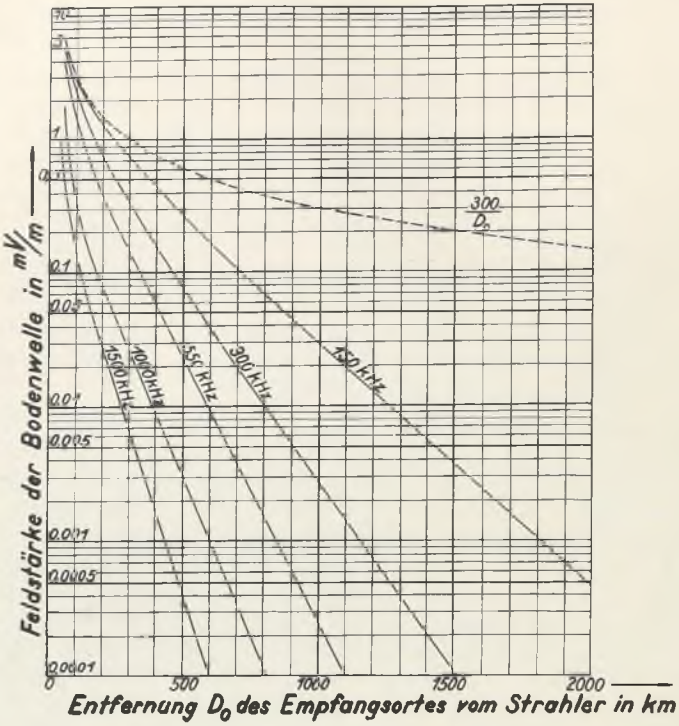


Abb. 123. Ausbreitungskurven der Bodenwelle für Wellen im Rundfunkwellenbereich [52].

lungsleistung von 1 kW entspricht [vgl. unter (95)]. Die Kurven geben mittlere Werte für europäische Verhältnisse.

Befindet sich die Sendeantenne in größerer Höhe über dem Boden, z. B. auf einem hohen Berg oder in einem Flugzeug, so kann man von einer eigentlichen Bodenwelle nicht sprechen. Die für Empfangsorte am Boden maßgebende Ausbreitungsdämpfung ist in diesem Falle wesentlich geringer, als wenn sich die Sendeantenne auf dem Boden befindet. Ähnlich liegen die Verhältnisse, wenn sich die Sendeantenne auf dem Boden, der Empfangsort jedoch in größerer Höhe über demselben befindet. Man kann hier vielleicht von einer „direkten Raumwelle" sprechen, im Gegensatz zur „gespiegelten Raumwelle", die nunmehr betrachtet werde.

3. Gespiegelte Raumwelle (indirekte Welle)

(92) Die nach oben gerichtete Strahlung von Sendeantennen ist vor allem deshalb von so großer Bedeutung für die Funktechnik, weil in der höheren Atmosphäre ionisierte und damit mehr oder weniger gut leitende Schichten vorhanden sind. Durch Spiegelung (Reflexion) bzw. Brechung (Refraktion) an bzw. in dieser „Ionosphäre" gelangt die Raumwelle zur Erde zurück, weshalb sie auch „indirekte Wlele" genannt wird. Dort wird sie wiederum gespiegelt. Die am Empfangsort eintreffende Raumwelle kann u. U. mehrere Male an der Ionosphäre und der Erde gespiegelt worden sein. Die einmalige Spiegelung ist in Abb. 124 schematisch dargestellt. Dort ist angenommen, daß die spiegelnde Schicht waagerecht ist. Eindeutige Anhaltspunkte dafür, daß sie gelegentlich geneigt oder gekrümmt ist, werden durch die bisherigen Beobachtungen nicht gegeben. Der Erhebungswinkel φ, unter dem die Raumstrahlung die Sendeantenne verlassen hat, und unter dem sie am Empfangsort einfällt, hängt mit der „wirksamen" Höhe H der spiegelnden Schicht und der Anzahl n der Spiegelungen an dieser zusammen durch:

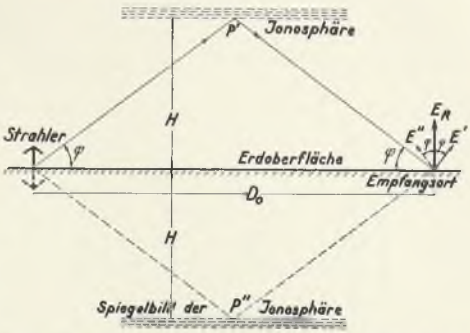


Abb. 124. Schema der Spiegelung an der Ionosphäre.

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{2nH}{D_0}, \tag{491}$$

wobei D_0 die direkte Entfernung des Empfangsortes vom Strahler ist. Das gilt allerdings für Entfernungen, in denen die Erdkrümmung merklich wird, nicht mehr. Die Weglänge D, die die Raumwelle bis zum Empfangsort zurücklegt, ist:

$$D = \sqrt{D_0^2 + (2nH)^2} = \frac{2nH}{\sin\varphi}. \tag{492}$$

Nach dem jetzigen Stande der Forschung sind mehrere ionisierte Schichten in verschiedenen Höhen vorhanden. Die unterste Schicht, „Kennelly-Heaviside-" oder „E-Schicht" genannt, hat eine Höhe zwischen 90 und 120 km, im Mittel von 100 km. Die darüberliegenden Schichten schwanken stark in ihrer Höhe. Da die spiegelnde bzw. brechende Wirkung einer ionisierten Schicht außer von der Stärke der Ionisierung und dem Einfallswinkel von der Wellenlänge abhängt, sind

die wirksamen Schichthöhen je nach der Wellenlänge verschieden. Für längere Wellen als 200 m ist die wirksame Schichthöhe gewöhnlich gleich der Höhe der untersten Schicht, also etwa 100 km. Bei kürzeren Wellen sind die Verhältnisse verwickelt. Diese Wellen gehen häufig durch die unterste Schicht hindurch und werden erst an höheren Schichten gespiegelt. Aus Abb. 125 können φ und D bei gegebener Entfernung D_0 für eine wirksame Schichthöhe von 100 km und einmalige Spiegelung entnommen werden.

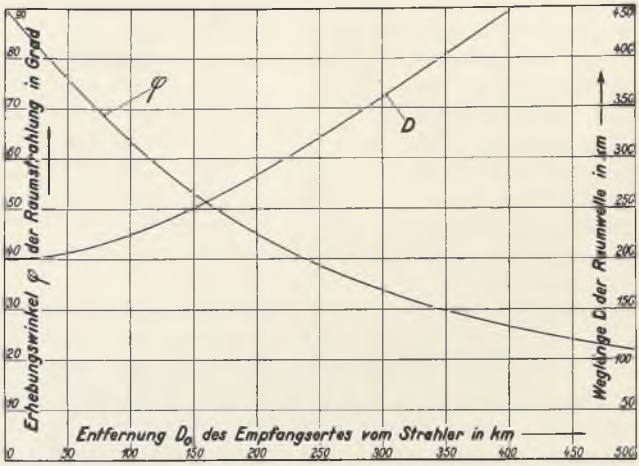


Abb. 125. Zusammenhang zwischen φ, D und D_0 bei 100 km Schichthöhe und einmaliger Spiegelung.

Je nach der Stärke und Gleichmäßigkeit der Ionisierung ist die Spiegelung mehr oder weniger vollkommen. Das Verhältnis der tatsächlichen elektrischen bzw. magnetischen Feldstärke E' bzw. H' der gespiegelten Raumwelle zur Feldstärke E bzw. H bei vollkommener Spiegelung wird häufig „Reflexionsfaktor" genannt. Wir wollen die Bezeichnung „Spiegelungsgrad" und das Zeichen g anwenden:

$$E' = g \cdot E \qquad H' = g \cdot H. \tag{493}$$

Für die hier angestellten Betrachtungen ist es belanglos, ob die durch g gekennzeichnete Schwächung der Raumwelle herrührt von einer teilweisen Verschluckung oder von Unregelmäßigkeiten der Spiegelung infolge ungleichmäßiger Ionisierung. Durch ungleichmäßige Ionisierung können nämlich Ausbreitungswege verschiedener Länge zustandekommen, so daß gegenseitige, vollständige oder teilweise Auslöschung der gespiegelten bzw. gebrochenen Raumwellen eintreten kann.

Außer einer Schwächung der einfallenden Raumwelle findet bei der Spiegelung eine Verdrehung ihrer Polarisationsebene statt. Bei Vorhandensein mehrerer Ausbreitungswege kann sogar eine eben polarisierte Welle in eine elliptisch polarisierte verwandelt werden. Die Verdrehung kann erfahrungsgemäß alle Werte zwischen 0° und 90° (und vielfachen davon) annehmen.

An der Erdoberfläche findet eine nochmalige Spiegelung statt. Die Feldstärke der Raumwelle an der Erdoberfläche setzt sich demnach aus zwei Komponenten zusammen. Die eine rührt von der unmittelbar von oben einfallenden Raumwelle, die andere von der von oben einfallenden und am Boden gespiegelten Raumwelle her. Die Annahme vollkommen leitenden Bodens ergibt, zumindest bei längeren Wellen, ein angenähert richtiges Bild der Wirklichkeit. Mit dieser Annahme kann die Erde in ihrer Wirkung durch ein Spiegelbild der Sendeantenne und der Ionosphäre unterhalb der Erdoberfläche ersetzt werden. In Abb. 124 ist dies schematisch dargestellt. Bezüglich der Richtung und Phase des Stromes im Spiegelbild der Sendeantenne gilt das unter (8) Gesagte. Für die elektrische bzw. magnetische Feldstärke E_R bzw. H_R der Raumwelle an der Erdoberfläche ergibt sich in den beiden Hauptfällen der Polarisation folgendes [53]:

a) Ist die elektrische Feldstärke nach der Spiegelung an der Ionosphäre in einer senkrechten Ebene polarisiert (in Abb. 124 durch die Pfeile angedeutet), die magnetische Feldstärke senkrecht zu dieser Ebene, so ist:

$$E_R = 2E' \cos\varphi; \qquad H_R = 2H' \tag{494}$$

und unter Berücksichtigung von (493):

$$E_R = 2gE \cos\varphi; \qquad H_R = 2gH. \tag{495}$$

Die elektrische Feldstärke ist senkrecht gerichtet (was bei vollkommen leitendem Boden selbstverständlich). Die Richtung der magnetischen Feldstärke liegt in einer waagerechten Ebene und steht senkrecht auf der Richtung zum Strahler (in Abb. 124 senkrecht auf dem Papier).

b) Ist die elektrische Feldstärke nach der Spiegelung an der Ionosphäre waagerecht, die magnetische Feldstärke in einer senkrechten Ebene polarisiert, so ist unter Berücksichtigung von (493):

$$E_R = 0; \qquad H_R = 2gH \sin\varphi. \tag{496}$$

Die elektrische Feldstärke verschwindet also. Die magnetische Feldstärke hat die Richtung der Verbindungslinie Strahler—Empfangsort, ist also gegen a) um 90° verdreht. Ihre Amplitude ist stets kleiner als bei a). Der Unterschied der Amplituden wächst mit zunehmender Entfernung.

Für E und H gelten uneingeschränkt die im ersten Teil dieses Buches abgeleiteten Beziehungen. Bemerkenswert ist, daß die Beziehung (24)

$$E = Z_0 \cdot H$$

für E_R und H_R nicht mehr gilt. Führen wir die „Strahlung" $(E \cdot D)$ ein, die außer von der Richtung φ, ψ, unter der sie die Sendeantenne verlassen hat, nur von der Form und den Abmessungen der Sendeantenne, sowie ihren Betriebswerten abhängt, so ergibt sich unter Berücksichtigung von (492) bei einer Polarisation gemäß a) aus (495):

$$E_R = \frac{g}{n \cdot H} \sin\varphi \cos\varphi \cdot (E \cdot D), \tag{497}$$

$$H_R = \frac{g}{n \cdot H} \sin\varphi \cdot \frac{(E \cdot D)}{Z_0}. \tag{498}$$

Entsprechend ergibt sich bei einer Polarisation gemäß b) aus (496):

$$E_R = 0. \tag{499}$$

$$H_R = \frac{g}{n \cdot H} \sin^2\varphi \, \frac{(E \cdot D)}{Z_0}. \tag{500}$$

Der zu einer gegebenen Entfernung D_0 gehörige Erhebungswinkel φ ergibt sich aus (492). Für einmalige Spiegelung ($n = 1$) und eine Schichthöhe von $H = 100$ km kann er aus Abb. 125 entnommen werden. Als Beispiel ist in Abb. 126 E_R und H_R im Fall a), sowie

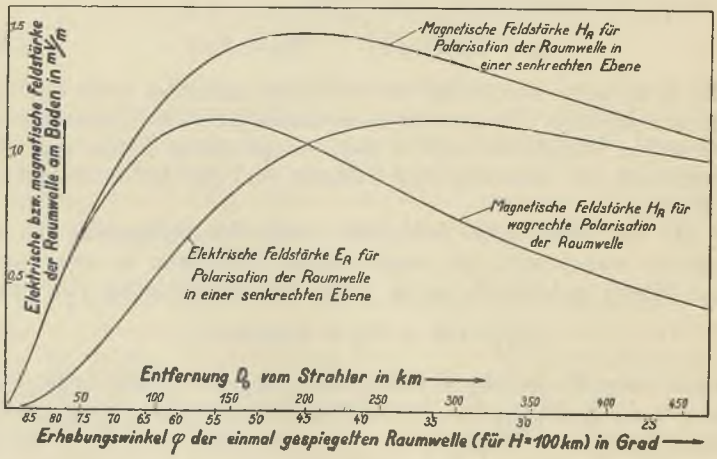


Abb. 126. Feldstärke der einmal gespiegelten Raumwelle am Boden bei verschiedener Polarisation (Schichthöhe 100 km).

H_R im Fall b) für Antennen mit sinusförmiger Strahlungsverteilung ($\mathfrak{f}(\varphi, \psi) = \cos\varphi$) in Abhängigkeit von der Entfernung dargestellt. Zugrunde gelegt ist einmalige vollkommene Spiegelung ($n = 1$; $g = 100\%$), eine Schichthöhe von 100 km und eine Horizontalstrahlung von 300 V. Diese Darstellung kann natürlich in Anbetracht der verschiedenen Annahmen keinen Anspruch auf Genauigkeit der Ergebnisse erheben. Sie gibt aber ein im grundsätzlichen richtiges Bild der Vorgänge.

Die Stärke der Ionisierung in der spiegelnden Schicht ist zeitlichen, u. U. örtlich verschiedenen Schwankungen unterworfen und damit auch die wirksame Schichthöhe, der Spiegelungsgrad und die Verdrehung der Polarisationsebene. Infolgedessen schwankt die elektrische Feldstärke der gespiegelten Raumwelle an der Erdoberfläche zeitlich in der Amplitude und Phase, die magnetische Feldstärke außerdem in der Richtung. Die Schnelligkeit der Änderungen und ihre Höchst- und Mindestwerte sind ganz verschieden, je nach Wellenlänge, Tageszeit, Jahreszeit usw. Bei Wellen über 200 m z. B. ist der Spiegelungsgrad im Sommer und gegen Mittag sehr klein (durchaus nicht immer null!); im Winter und einige Stunden nach Sonnenuntergang erreicht er zeitweise nahezu 100%. Bei kürzeren Wellen sind die Verhältnisse wesentlich verwickelter.

Wir haben bisher die Feldstärke unmittelbar an der Erdoberfläche betrachtet. Um die Feldstärke in der Höhe h über dem Boden zu ermitteln, kann man in der gleichen Weise vorgehen, muß aber den Gangunterschied der unmittelbar einfallenden Welle und der am Boden gespiegelten Welle berücksichtigen, der eine Phasenverschiebung der Feldstärken dieser beiden Wellen bedingt. Wir nehmen an, daß, wie gewöhnlich, h klein gegen die Entfernung vom Sender und die Schichthöhe ist. Zunächst betrachten wir eine Polarisation gemäß a). Die senkrechte Komponente der resultierenden elektrischen Feldstärke der Raumwelle ergibt sich dann zu:

$$[E_R]_S = \frac{g}{n \cdot H} \sin\varphi \cdot \cos\varphi \cdot \cos(\alpha h \sin\varphi) \cdot (ED) \tag{497a}$$

und die waagerechte, in die Richtung der Verbindungslinie Sender—Empfangsort fallende Komponente:

$$[E_R]_W = \frac{g}{n \cdot H} \sin^2\varphi \cdot \sin(\alpha h \sin\varphi) \cdot (ED). \tag{497b}$$

Die resultierende magnetische Feldstärke, die waagerecht gerichtet ist (eine senkrechte Komponente ist nicht vorhanden), wird:

$$H_R = \frac{g}{n \cdot H} \sin\varphi \cdot \cos(\alpha h \sin\varphi) \cdot \frac{(ED)}{Z_0}. \tag{498a}$$

Die senkrechte Komponente der elektrischen Feldstärke und die magnetische Feldstärke ändern sich also bis zu Höhen von etwa $^1/_{12}\,\lambda$ prak-

tisch nicht. Bei einer Polarisation gemäß b) wird die resultierende elektrische Feldstärke, die waagerecht gerichtet ist (eine senkrechte Komponente ist nicht vorhanden):

$$E_R = \frac{g}{n \cdot H} \sin\varphi \sin(\alpha h \sin\varphi) \cdot (ED). \tag{499a}$$

Die senkrechte Komponente der resultierenden magnetischen Feldstärke ergibt sich in diesem Falle zu:

$$[H_R]_S = \frac{g}{n \cdot H} \sin\varphi \cdot \cos\varphi \cdot \sin(\alpha h \sin\varphi) \cdot \frac{(ED)}{Z_0} \tag{500a}$$

und die waagerechte, in die Richtung der Verbindungslinie Sender—Empfangsort fallende Komponente zu:

$$[H_R]_W = \frac{g}{n \cdot H} \sin^2\varphi \cos(\alpha h \sin\varphi) \cdot \frac{(ED)}{Z_0}. \tag{500b}$$

Die elektrische Feldstärke und die senkrechte Komponente der magnetischen Feldstärke nehmen also mit der Höhe über dem Boden anfänglich nahezu proportional zu, während die waagerechte Komponente der magnetischen Feldstärke sich bis zu Höhen von etwa $\frac{1}{12}\lambda$ praktisch nicht ändert.

4. Empfangszonen

(93) Aus diesen Ausbreitungsverhältnissen für Raumwelle und Bodenwelle erklärt es sich, daß um den Sender als Mittelpunkt im wesentlichen drei Zonen grundlegend verschiedenartiger Empfangsbedingungen bestehen. Die innerste Zone, in der die Feldstärke der Bodenwelle die der Raumwelle überwiegt, ist gekennzeichnet durch verhältnismäßig gleichbleibende Feldstärke am Tage und in der Nacht. Sie wird als Zone des „Nahempfangs“ oder „Nahzone“ bezeichnet. Die äußerste Zone, in der die Feldstärke der Raumwelle die der Bodenwelle überwiegt, ist gekennzeichnet durch starke, mehr oder weniger schnelle Schwankungen der augenblicklichen Feldstärke, den sog. „Fernschwund“, und durch die Abhängigkeit der über diese schnellen Schwankungen gemittelten Feldstärke von der Tages- und Jahreszeit. Man bezeichnet sie als die Zone des „Fernempfangs“ oder „Fernzone“. In dem dazwischenliegenden Gebiet gibt es eine Übergangszone, in der die Feldstärken der Raumwelle und der Bodenwelle von der gleichen Größenordnung sind. Je nach der zufälligen gegenseitigen Lage ihrer Phasen und Polarisationsebenen wirken sie sich entgegen oder verstärken sie sich (Interferenz). Es tritt also auch dann Schwund auf, wenn beide Wellen in ihrer Amplitude gleichbleiben. Man spricht dann von „Nahschwund“ [vgl. auch unter **(104)**]. Charakteristisch für die Nahschwundzone ist, daß die Feldstärke am Tage sehr viel gleichmäßiger als in der Nacht ist.

Die Form und Größe dieser Zonen, die natürlich allmählich ineinander übergehen, hängt vor allem von den Ausbreitungsverhältnissen, in gewissem Maße auch von der Strahlungsverteilung der Sendeantenne ab. Bei Rundstrahlern und gleichmäßigen Ausbreitungsbedingungen nach allen Richtungen haben die Zonen die Form von Kreisringen. Die Größe der Zonen hängt in erster Linie von der Wellenlänge ab. Bei langen Wellen — und niedrigen senkrechten Antennen — reicht die Nahzone z. B. mehrere 100 km weit, bei kurzen Wellen u. U. nur wenige Kilometer. Je nachdem, in welcher dieser Zonen sich die Empfänger befinden, für die die Sendung bestimmt ist, ergeben sich andere Forderungen an Sende- und Empfangsantenne und damit andere Antennenformen, mit denen diese Forderungen am besten erfüllt werden können. Die Wellenlänge an sich ist, wenn man von dieser Betrachtungsweise ausgeht, für die Antennenform nur von untergeordneter Bedeutung. Wohl aber ist sie maßgebend für die Abmessungen und die technische Ausführung der Antenne.

XII. Antennen zur Nachrichtenübermittlung innerhalb der Nahzone

1. Allgemeine Anforderungen an die Sendeantenne

(94) Bei vielen praktischen Anwendungen von Antennen liegen die Empfänger, für die die Sendung bestimmt ist, ausschließlich innerhalb der Nahzone des Senders. Erwähnt seien: Die Rundfunksender mit kleinem Bezirk, z. B. zur Versorgung von Städten oder Gebirgstälern (λ etwa 200 bis 300 m), die Sender von Küstenfunkstellen für den „Nahverkehr" mit Schiffen (λ etwa 100 bis 200 m), die Sender von Bodenfunkstellen für den Verkehr mit Flugzeugen im zuständigen Bezirk (λ um 900 m), die Sender der Reichsbahn, der Polizei und des Heeres mit Ausnahme der für den zwischenstaatlichen Verkehr (lange, kurze und sehr kurze Wellen) usw. Hierbei wird zur Nachrichtenübermittlung lediglich die Bodenwelle benutzt. An der Sendeantenne kommt es also in erster Linie auf eine möglichst große Horizontalstrahlung an.

Die Raumstrahlung und damit die in ihr enthaltene Strahlungsleistung geht ungenutzt verloren. Eine gute Ausnutzung der verfügbaren Senderleistung verlangt demnach eine möglichst geringe Raumstrahlung im Verhältnis zur Horizontalstrahlung. Mit anderen Worten: Die Strahlung sollte in der Ebene gebündelt werden.

Hinzu kommt, daß Störungen des Empfangs anderer Sender nach Möglichkeit vermieden werden sollten. Wir meinen hierbei z. B. die Störungen, die ein Telephoniesender beim Empfang eines frequenzbenachbarten Senders verursachen kann. Sie bestehen je nach dem

Frequenzabstand der Trägerwellen, dem Modulationsgrad usw. in Überlagerungspfeifen, in Übersprechen, auch als „Durchschlagen" der Modulation des fremden Senders bezeichnet, und in einer „Kreuzmodulation". Auch die Störungen, die ein Telephoniesender beim Empfang eines auf der gleichen Welle „synchronisierten" Senders mit der gleichen Modulation verursachen kann, fallen hierunter, wenn sie sich auch in anderer Weise äußern. Diese Art von Störungen sind vom „Gleichwellenrundfunk" her bekannt. Selbstverständlich gehören auch die Störungen durch Telegraphiesender hierher. Eine ganz andere Art der Störung ist der „Luxemburg-Effekt". Nun treten die Störungen nicht allein in der Nahzone des Senders, sondern häufig auch außerhalb derselben auf, also in einer Zone, in der sich bei den betrachteten Antennen keine Empfänger befinden, für die die Sendung bestimmt ist. Sie rühren von der Raumstrahlung der Sendeantenne her, die durch Spiegelung an der Ionosphäre zum Boden zurückkehrt. Dies ist ein weiterer Grund dafür, die Raumstrahlung möglichst zu unterdrücken. Er ist in Anbetracht der Wellenknappheit von nicht zu unterschätzender praktischer Bedeutung.

Weiter ist zu einer guten Ausnutzung der verfügbaren Senderleistung ein brauchbarer Antennenwirkungsgrad der Sendeantenne erforderlich. Wie der Wirkungsgrad von der Ausführung der Leiter, der Isolation, der Abstimmittel und des Erdnetzes abhängt und welche Gesichtspunkte sich hieraus ergeben, ist im Abschnitt IX bereits gezeigt worden. Außerdem hängt er aber von der Antennenform ab. Meist läßt es sich nicht vermeiden, daß der Wirkungsgrad abnimmt, wenn die Strahlung stärker gebündelt wird. Dadurch ist der Schärfe der Bündelung praktisch eine Grenze gesetzt.

Gewöhnlich liegen die Empfänger, vom Sender aus gesehen, in allen möglichen Himmelsrichtungen und Entfernungen (innerhalb der Nahzone), oder es muß wenigstens hiermit gerechnet werden. Dann wird „Rundstrahlung" verlangt. Sind die Empfänger dagegen ungleichmäßig um den Sender herum verteilt, so kommt „gerichtete" Strahlung in Betracht. Im folgenden sollen zunächst rundstrahlende Antennenformen zusammengestellt werden, die für die Nachrichtenübermittlung innerhalb der Nahzone geeignet und praktisch erprobt sind.

2. Rundstrahler

a) Allgemeine Betrachtungen

(95) Aus (308) und (309) ergeben sich mit $N_s = \eta \cdot N_A$ für die Horizontalstrahlung (d. h. $\varphi_{00} = 0$) von Rundstrahlern (d. h. $\mathfrak{F}_A(\varphi, \psi) = \mathfrak{F}_A(\varphi)$) die allgemeingültigen Beziehungen:

$$E_0 \cdot D = 60\,\Omega\,|\mathfrak{F}_A(0)|\sqrt{\frac{\eta \cdot N_A}{R_{sA}}} = 60\,\Omega\,|\mathfrak{F}_A(0)|\sqrt{\frac{N_A}{R_{sA}+R_{vA}}}$$

$$= \sqrt{\frac{60\,\Omega \cdot \eta \cdot N_A}{P_0}}\,. \tag{501}$$

Bezüglich des Zusammenhanges zwischen dem Horizontalstrahlungsmaß $\mathfrak{F}_A(0)$ und der wirksamen Höhe vgl. unter **(45)**. Die Antennenleistung N_A ist hier als gegeben anzusehen. Die oben aufgestellten Forderungen an die Sendeantenne laufen also darauf hinaus, das Verhältnis $\frac{\eta}{P_0}$ möglichst groß zu machen.

Wie unter **(32)** gezeigt, strahlen waagerechte Leiter in waagerechten Richtungen nicht bzw. nur in dem Maße, wie die spiegelnde Wirkung des Erdbodens von der eines vollkommenen Leiters abweicht ($\mathfrak{F}_A(0) \approx 0$). Sie kommen für den vorliegenden Zweck daher höchstens in Verbindung mit senkrechten Leitern, nicht aber allein in Betracht.

Die Strahlung eines senkrechten Leiterelementes (Doppelpoles) nimmt mit wachsendem Erhebungswinkel nach dem cos-Gesetz ab. Dieses Leiterelement weist also bereits eine gewisse Bündelung der Strahlung in der Ebene auf. Mit Hilfe des unter **(31)** beschriebenen Ersatz-Doppelpol-Verfahrens läßt sich nun leicht zeigen, daß die Strahlungsverteilung von senkrechten Leitern endlicher Länge das gleiche oder angenähert das gleiche Gesetz befolgt, wenn die Leiterhöhe über dem Boden klein gegen die Wellenlänge ist, und die Ströme in den Leiterelementen ganz oder nahezu gleichphasig sind. Gleichgültig ist dabei, wie die Leiter im einzelnen beschaffen sind, ob z. B. ihr Querschnitt an allen Stellen gleich groß ist oder nicht, ob die Leiter durch eingeschaltete Spulen oder Kondensatoren unterteilt oder glatt durchgeführt sind usw. Wenn außerdem noch waagerechte Leiter vorhanden sind, so ändert sich hieran solange nichts, als die von ihnen herrührende Strahlung klein gegen die der senkrechten Leiter ist.

In diesem Fall, d. h. bei sinusförmiger Strahlungsverteilung gilt (313), so daß aus (501) folgt:

$$E_0 \cdot D = \sqrt{90\,\Omega\,\eta\,N_A}\,. \tag{502}$$

Im Schrifttum findet man dies gewöhnlich als Zahlenwertgleichung geschrieben:

$$\left[E_0\right]_{\frac{\mathrm{mV}}{\mathrm{m}}} \left[D\right]_{\mathrm{km}} = 300\sqrt{\eta \cdot \left[N_A\right]_{\mathrm{kW}}}\,. \tag{503}$$

Die Horizontalstrahlung beträgt also 300 V für 1 kW Strahlungsleistung. Dieser Wert eignet sich als Ausgangspunkt für den Vergleich verschiedener Antennenformen.

b) Senkrechte, glatte, gegen Erde erregte Leiter ohne Endkapazität

(96) Zunächst sei ein einfacher senkrechter Leiter beliebiger Länge betrachtet, dessen unteres Ende sich auf dem Boden befindet. Er sei gegen Erde erregt, was am einfachsten durch Speisung am Fußpunkt geschieht. Wenn es sich um einen glatten Leiter handelt, d. h. um einen Leiter mit gleichbleibendem Querschnitt ohne Unterteilungen, so ist die Strahlungsverteilung durch (147), das Horizontalstrahlungsmaß durch (253) und der Strahlungswiderstand durch (319) mit $l_v = 0$ bzw. durch eine der unter (53) angeführten Näherungsformeln dargestellt. Die endliche Dämpfung ist in diesen Beziehungen vernachlässigt. Für unsere Betrachtungen ist dies ohne weiteres zulässig. Mit zunehmender Leiterlänge, die hier identisch mit der Antennenhöhe ist, ändert sich die Strahlungsverteilung zunächst nur wenig, wie aus Abb. 40 hervorgeht. Erst bei einer Länge von etwa $\frac{\lambda}{2}$ und darüber tritt eine merkliche „Verflachung" der Vertikalstrahlungskennlinie ein. Die Strahlungsleistung, die durch die Abnahme der Strahlung unter

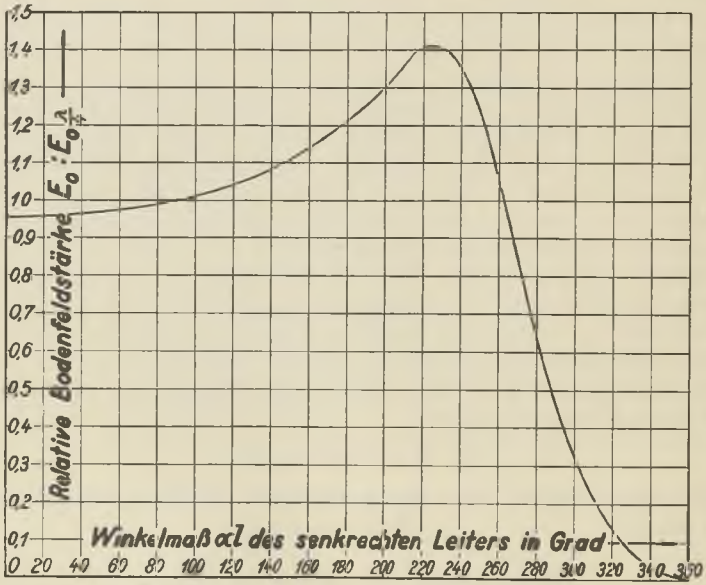


Abb. 127. Horizontalstrahlung ($E_0 D$) bzw. Bodenfeldstärke E_0 eines senkrechten Leiters (ohne Endkapazität) von der Länge l (= Höhe), bezogen auf die Horizontalstrahlung bzw. Bodenfeldstärke der $\frac{\lambda}{4}$-Antenne, bei gleichbleibender Strahlungsleistung.

steilen Erhebungswinkeln „eingespart" wird, kommt der Horizontalstrahlung zugute. Die Zunahme gegenüber dem sehr kurzen Leiter ($l \ll \lambda$) bei gleicher Strahlungsleistung ($\eta \cdot N_A = \text{konst.}$) folgt aus (501) und (502) zu:

$$\frac{E_0}{[E_0]_{l \ll \lambda}} = |\mathfrak{F}_A(0)| \sqrt{\frac{40\,\Omega}{R_{sA}}} = \sqrt{\frac{2}{3\,P_0}}. \tag{504}$$

Aus Abb. 127 kann zu jedem Winkelmaß der Leiterlänge die zugehörige Zunahme entnommen werden [18]. Die $\frac{\lambda}{4}$-Antenne ($\mathfrak{F}_0(0) = 1$; $R_{s0} = 36{,}6\,\Omega$) ergibt eine Horizontalstrahlung von 314 V für 1 kW Strahlungsleistung. Das sind 4,6% mehr als bei Antennen mit sinusförmiger Strahlungsverteilung. Bei der $\frac{\lambda}{2}$-Antenne ($\mathfrak{F}_0(0) = 2$; $R_{s0} = 99\,\Omega$) sind die entsprechenden Werte 382 V und 27%. Der Höchstwert der Horizontalstrahlung für 1 kW Strahlungsleistung von 442 V wird erreicht bei $l = \frac{5}{8}\lambda = 0{,}625\,\lambda$ ($\alpha l = 225°$). Das ist eine Erhöhung um 47,5% gegenüber dem sehr kurzen Leiter und von 41% gegenüber der $\frac{\lambda}{4}$-Antenne. Sie entspricht also ungefähr einer Verdoppelung der Senderleistung. Die Strahlungsverteilung weist in diesem Fall einen Nullwinkel bei 37° auf. Der Strahlungswiderstand im Strombauch beträgt 54 Ω (vgl. Abb. 72). Mit weiter wachsender Leiterlänge durchläuft die Horizontalstrahlung weitere Höchstwerte, die jedoch niedriger sind als für $l = \frac{5}{8}\lambda$.

Vom Gesichtspunkt des Antennenwirkungsgrades aus erscheint die $\frac{\lambda}{4}$-Antenne besonders günstig, da bei ihr — wie bei allen in der Eigenwellenlänge erregten Antennen — Abstimmittel entbehrlich sind und verhältnismäßig geringe Spannungen am Fußpunkt auftreten. Diese Vorteile können von ausschlaggebender Bedeutung sein, besonders bei kurzen Wellen, bei denen Abstimmittel und Isolatoren nicht leicht verlustarm herzustellen sind. Auch bei großen Senderleistungen, bei denen die Spannungsbeanspruchung der Isolatoren schwierige Aufgaben stellt, ist die $\frac{\lambda}{4}$-Antenne vorteilhaft. Größere Leiterhöhen bis herauf zu $\frac{5}{8}\lambda$ und kleinere bis herab zu etwa $\frac{\lambda}{6}$ sind noch nicht wesentlich ungünstiger. In diesem Bereich ist es bei dem heutigen Stande der Technik nicht besonders schwierig, einen Wirkungsgrad von 80% und mehr zu erzielen. Dagegen wachsen die Schwierigkeiten mit abnehmender Höhe unter etwa $\frac{\lambda}{6}$ rasch an, wie im Abschnitt IX gezeigt

wurde. Unter etwa $l = 0.1\,\lambda$ ($R_{s_F} \approx 4\,\Omega$ ist es schließlich überhaupt nicht oder nur mit unverhältnismäßig großem Aufwand möglich, einen brauchbaren Wirkungsgrad zu erzielen.

Praktische Anwendung finden gegen Erde erregte senkrechte Antennen ohne Endkapazität vor allem bei kurzen und ultrakurzen Wellen. Die vom bautechnischen Standpunkt aus geringe Höhe, die hierbei erforderlich ist, ermöglicht es, die Antenne als freitragendes oder abgespanntes Rohr auszuführen. Bei längeren Wellen und dem-

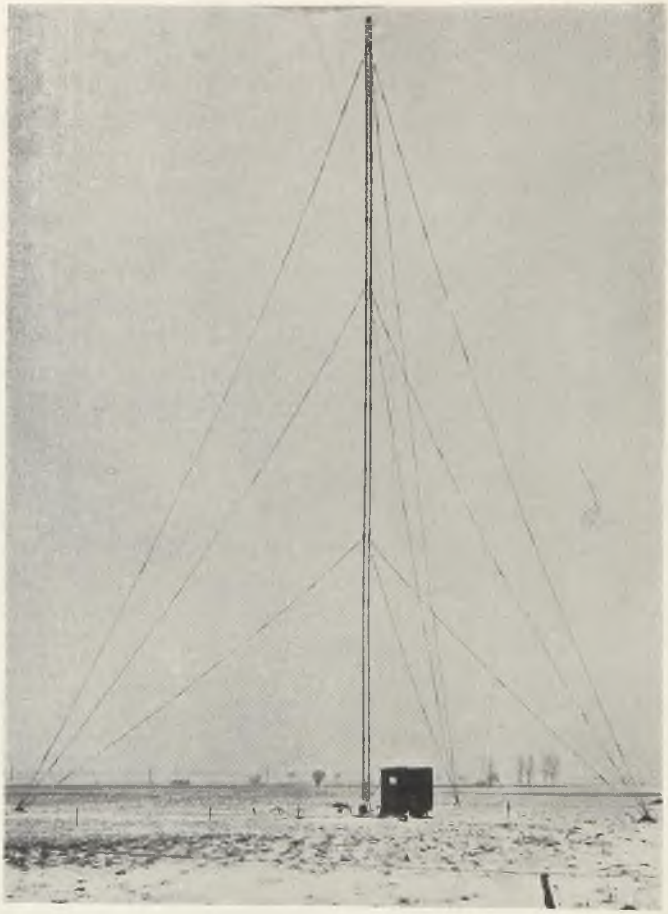


Abb. 128. Selbstschwingender, 65 m hoher Versuchsmast des Reichspostzentralamtes in Rundstahlbauweise (Breite 435 mm; Herstellerfirma C. H. Jucho).

entsprechend größeren Höhen kommt diese Antennenform dann in Betracht, wenn genügend wirksame Endkapazitäten bautechnische Schwierigkeiten bereiten oder betrieblich unbequem sind, z. B. bei selbstschwingenden Masten von über 100 m Höhe. Abb. 128 zeigt einen abgespannten Rundstahlmast von 65 m Höhe, der durch seine stoffsparende Bauweise bemerkenswert ist. Hierzu sei auch auf die Ausführungen unter **(108)** verwiesen.

c) Senkrechte, glatte, gegen Erde erregte Leiter mit Endkapazität

(97) Wir denken uns bei einem frei endigenden senkrechten Leiter von der Länge l ein Stück des oberen Endes entfernt und an der Spitze des verkürzten Leiters von der Länge l' waagerechte Leiter angebracht, deren verlängernde Wirkung l_v (bei der betrachteten Wellenlänge) gleich der Länge des ersetzten Stückes ist, so daß $l = l' + l_v$. Die Stromverteilung auf dem unteren Teil bleibt also unverändert. Ist das ersetzte Stück kurz gegen die Wellenlänge und die Leiterlänge, so führt es einen verhältnismäßig geringen Strom und trägt mithin wenig zur Gesamtstrahlung bei. Die an seiner Stelle angebrachten waagerechten Leiter strahlen erst recht wenig [vgl. unter**(33)**]. Daher sind die Antenneneigenschaften des frei endigenden und des verkürzten Leiters nur unwesentlich verschieden. Diese Erkenntnis ist wertvoll, wenn die Antenneneigenschaften eines senkrechten Leiters mit „Endkapazität", d. h. mit einer nicht strahlenden Leiteranordnung an der Spitze, auch „Endbeschwerung" genannt, überschlägig ermittelt werden sollen, da dadurch die Berechnung wesentlich vereinfacht werden kann. Ist die Länge l' des senkrechten Leiters und die verlängernde Wirkung l_v der Endkapazität bekannt, so ergibt sich aus den unter **(96)** angeführten, für Leiter ohne Endkapazität aufgestellten Beziehungen durch Einsetzen der scheinbaren elektrischen Länge $(l' + l_v)$ als wirkliche Länge l ein Näherungswert. Er ist um so genauer, je kleiner die Endkapazität ist.

Die unter **(96)** angestellten Betrachtungen über die Horizontalstrahlung bei gegebener Strahlungsleistung und über den Wirkungsgrad gelten somit sinngemäß auch für den Leiter mit kleiner Endkapazität, so daß auf sie verwiesen werden kann. Für größere Endkapazitäten oder genauere Untersuchungen folgt das Strahlungsmaß aus (152), der Strahlungswiderstand aus (319). Die Strahlung der waagerechten Leiter, die die Endkapazität bilden, ist in diesen Formeln allerdings nicht enthalten. Sie kann aus den unter **(32)** aufgestellten Beziehungen ermittelt werden. Doch ist sie praktisch immer vernachlässigbar.

Um einen Überblick über den Einfluß größerer Endkapazitäten zu geben, gehen wir von der Tatsache aus, daß die Vertikalstrahlungs-

kennlinien von Leitern mit und ohne Endkapazität in ihrem allgemeinen Verlauf sehr ähnlich sind, wie der Vergleich der Abb. 40 und 42 zeigt. Solange nur ein Nullwinkel auftritt, stimmen Kennlinien mit gleichem Nullwinkel auch für alle anderen Erhebungswinkel weitgehend überein. Das bedeutet, daß die Größe P_0 in (501) [vgl. unter (52)] und damit auch die Horizontalstrahlung für gegebene Strahlungsleistung bei Antennen mit gleichem Nullwinkel angenähert gleich groß ist. Der Nullwinkel kann aber mit Hilfe von (152) leicht berechnet oder aus Abb. 41 abgelesen werden. Aus Abb. 41 ergibt sich dann die Länge des Leiters ohne Endkapazität mit dem gleichen Nullwinkel. Sie ist übrigens stets größer als die Länge des Leiters mit Endkapazität. Damit folgt aus Abb. 127 die Horizontalstrahlung für 1 kW Strahlungsleistung und mit Hilfe von (504) die Größe P_0. Ist aus (253) das Horizontalstrahlungsmaß ermittelt, so ergibt sich der Strahlungswiderstand mittels (306).

Um die größtmögliche Bündelung der Strahlung in der Ebene zu erzielen, ist demnach die Endkapazität so zu bemessen, daß sich der gleiche Nullwinkel wie bei der $\frac{5}{8}\lambda$-Antenne, d. h. ein Nullwinkel von 37°, ergibt. Bei einer Antennenhöhe von $l = \frac{\lambda}{4}$ ($\alpha l = 90°$) z. B. ist dazu eine verlängernde Wirkung der Endkapazität von $\alpha l_v = 130°$ erforderlich. Der Stromknoten liegt dann in einer Höhe von 40° (0,11 λ). Das Horizontalstrahlungsmaß, bezogen auf den Fußpunkt, beträgt 0,19, also nur 19% des gleich hohen Leiters ohne Endkapazität. Dementsprechend geht der Strahlungswiderstand von 36 Ω auf 0,7 Ω zurück. Bei noch kleinerer Antennenhöhe nähert sich das zugehörige l_v einer halben Wellenlänge ($\alpha l_v \rightarrow 180°$) und die Lage des Stromknotens der Leitermitte ($h_K \rightarrow \frac{1}{2} l$). Die Horizontalstrahlung der oberen und unteren Leiterhälfte heben sich dann nahezu vollständig auf. Infolgedessen wird das Horizontalstrahlungsmaß, erst recht aber der Strahlungswiderstand, der gemäß (306) dem Quadrat desselben proportional ist, sehr viel kleiner als bei der gleich hohen Antenne mit nahezu sinusförmiger Strahlungsverteilung, d. h. ohne oder mit geringer Verflachung der Vertikalstrahlungskennlinie. Der Verlustwiderstand läßt sich aber, wenn überhaupt, nicht im selben Maße herabsetzen. Dadurch wird die von der Kennlinienverflachung erwartete Zunahme der Horizontalstrahlung geschmälert, u. U. sogar in ihr Gegenteil verkehrt. Im einzelnen hängt dies natürlich von der Antennenhöhe und den Aufwendungen zur Verringerung der Antennenverluste ab. Nach den Erfahrungen an Rundfunksendern ist die Horizontalstrahlung von Antennen, deren Vertikalstrahlungskennlinie abgeflacht ist, bei Antennenhöhen unter etwa 0,35 λ praktisch nicht oder nur unerheblich größer als die von einfachen Antennen mit sinusförmiger Strahlungsverteilung und gutem Wirkungsgrad.

Unter Verzicht auf verstärkte Bündelung in der Ebene wird noch mit Antennenhöhen von 0,15 λ und weniger ein guter Antennenwirkungsgrad erzielt. Die Höhe muß also auf etwa das Dreifache vergrößert werden, um eine wirksame Erhöhung der Horizontalstrahlung zu erhalten. Bei längeren Wellen lohnt sich das im allgemeinen nicht, es sei denn, daß es außer auf die Horizontalstrahlung noch auf die Raumstrahlung ankommt. Die Anlage- und Unterhaltungskosten der Antenne nehmen von etwa 50 m Höhe an schneller als proportional mit der Antennenhöhe zu und fallen dann selbst bei größeren Sendern ins Gewicht. Bei sehr langen Wellen kommt hinzu, daß Masthöhen von erheblich über 300 m unüberwindliche bautechnische Schwierigkeiten bereiten. Häufig spielt auch die Rücksicht auf die Sicherheit der Luftfahrt eine Rolle. Bei beweglichen Funkdiensten schließlich, z. B. bei Schiffssendern und Heeressendern, ist die Antennenhöhe aus anderen, naheliegenden Gründen ebenfalls beschränkt.

Wird auf die verstärkte Bündelung in der Ebene verzichtet, so ist für die Größe der Endkapazität nur die Forderung nach einem brauchbaren Antennenwirkungsgrad maßgebend. Um die Verluste in den Abstimmitteln und in der Isolation am Fußpunkt auf ein Mindestmaß herabzusetzen, ist es zweckmäßig, die Endkapazität so zu bemessen, daß die Eigenwellenlänge der Antenne etwa gleich der Betriebswellenlänge wird [vgl. unter **(69)**]. Dadurch wird auch die Spannungsbeanspruchung der Isolation am Fußpunkt verringert, was bei großen Senderleistungen sehr wesentlich ist.

Die verlängernde Wirkung von Endkapazitäten ergibt sich aus den unter **(12)**, **(16)** und **(17)** angeführten Beziehungen. Sie erfordern die Kenntnis der Kapazität bzw. des Wellenwiderstandes, deren Ermittlung aus den Leiterabmessungen unter **(26)** gezeigt ist.

(98) Eine viel verwendete Ausführungsform der Antenne mit Endkapazität ist die sog. T-Antenne. Bei ihr sind die waagerechten Leiter, die die Endkapazität darstellen, zwischen zwei Masten oder Türmen aufgehängt, die lediglich als Stützen dienen. Der strahlende senkrechte Leiter ist an dem waagerechten Leiter in der Mitte zwischen den Stützen aufgehängt. In dem Beispiel der Abb. 129 sind die Stützen freistehende hölzerne Türme. Besonders bei metallischen Stützen besteht die Gefahr, daß diese den Antennenwirkungsgrad ungünstig beeinflussen. Einmal verursachen die durch Strahlungskopplung in ihnen induzierten Ströme Stromwärmeverluste, die bei schlechter Erdung der Stützen beträchtlich sein können. Außerdem — und das spielt meist eine größere Rolle — setzen sie das Strahlungsmaß bzw. die wirksame Höhe und damit den Strahlungswiderstand der Antenne herab. Da der Verlustwiderstand der Abstimmittel, der Isolatoren usw. gegeben ist, wird dadurch allein schon der Wirkungsgrad verschlechtert. Um das Mitschwingen der Stützen zu unterdrücken, ist es vor allem

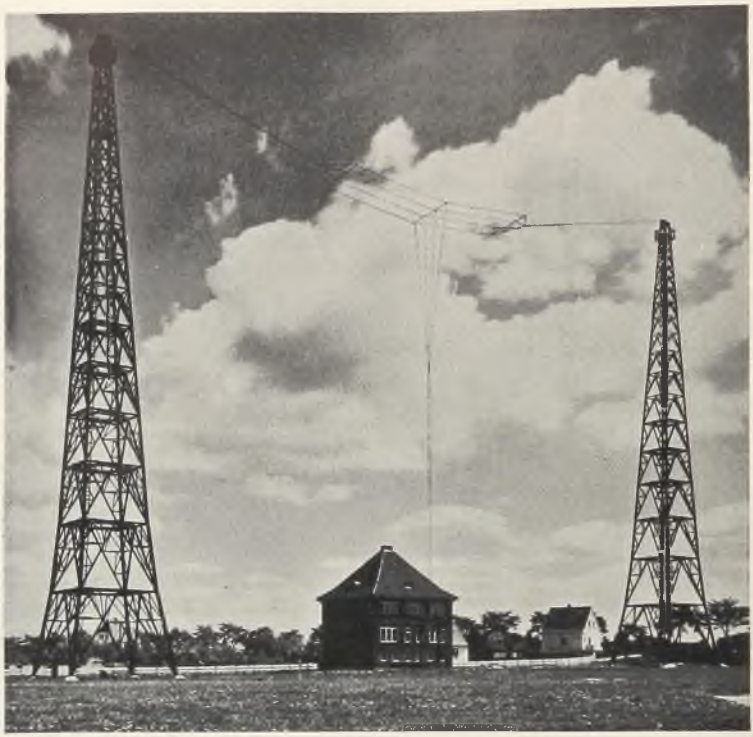


Abb. 129. T-Antenne mit hölzernem Stützmasten.

zweckmäßig, ihren Abstand möglichst groß zu machen. Weiter ist es vorteilhaft, entweder die Stützen gut zu erden, oder — noch besser — am Fuß gut zu isolieren, womit ihre Eigenwelle noch stärker gegen die Betriebswelle verstimmt wird. Unerläßlich wird dies, wenn die Betriebswelle in die Nähe der Eigenwelle der geerdeten Stützen, d. h. der vierfachen Antennenhöhe, kommt. In diesem Fall ist es freilich zweckmäßiger, überhaupt andere Antennenformen zu verwenden.

Die sog. **L**-Antenne unterscheidet sich von der **T**-Antenne dadurch, daß der senkrechte Leiter an einem Ende des waagerechten Antennenteiles aufgehängt ist. Seine verlängernde Wirkung ist dadurch zwar etwas größer, wie unter **(17)** gezeigt. Das wiegt jedoch den Nachteil kaum auf, den der geringere Abstand des senkrechten Leiters von der einen Stütze hinsichtlich des Wirkungsgrades hat. Mitunter findet sich im Schrifttum die Behauptung, daß **L**-Antennen eine ausgesprochene Richtwirkung in der Ebene aufweisen. Nach Messungen des Reichs-

postzentralamtes tritt nur eine ganz schwache Richtwirkung auf. Sie erklärt sich wahrscheinlich aus der endlichen Leitfähigkeit des Bodens [54].

Mitunter ist die Aufgabe gestellt, mit Antennenhöhen auszukommen, die sehr niedrig im Vergleich zur Wellenlänge sind, wie z.B. bei Wellenlängen über 3000 m, bei denen die Antennenhöhe aus bautechnischen Gründen auf 0,1 λ und weniger beschränkt ist. Um eine genügend große Endkapazität herzustellen und den Durchhang nicht zu groß werden zu lassen, sind dann mehr als zwei Stützen erforderlich. Da die zwischen ihnen aufgehängten Leitergebilde die Form von Flächen haben, werden derartige Antennen auch „Flächenantennen" genannt. Eine Anordnung mit drei Stützen, die sich gut bewährt hat, zeigt Abb. 130. Eine der größten ausgeführten Flächenantennen dürfte die der Großfunkstelle Nauen sein [55]. Die beiden Hauptmaste — Abb. 131 zeigt einen von ihnen — haben eine Höhe von 265 m, die übrigen 9 eine Höhe von 210 m. Sämtliche Maste sind aus Eisen, mehrfach abgespannt und am Fuß isoliert. Zwischen ihnen sind drei getrennte Flächenantennen aufgehängt, die einzeln oder parallel geschaltet betrieben werden können. Eine von ihnen ist schematisch in Abb. 132 dargestellt. Die anderen sind ähnlich aufgebaut. Die statische Kapazität der größten dieser drei Flächenantennen beträgt 32000 cm, die Eigenwellenlänge 6200 m. Trotzdem sind noch riesige Verlängerungsspulen erforderlich (Abb. 94). Der Antennen-

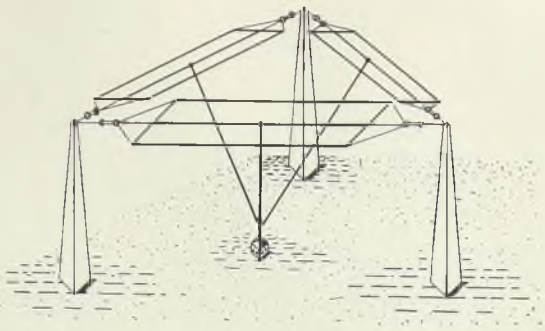


Abb. 130. Flächenantenne aus drei parallelgeschalteten T-Antennen („Dreieckflächenantenne"). Schematisch!

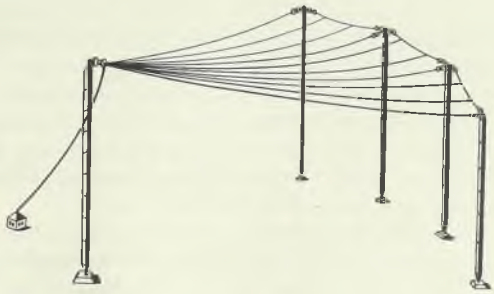


Abb. 132. Eine der drei Flächenantennen der Großfunkstelle Nauen (schematisch). Links: Hauptstützmast, 265 m hoch. Rechts: Nebenstützmaste, 210 m hoch.

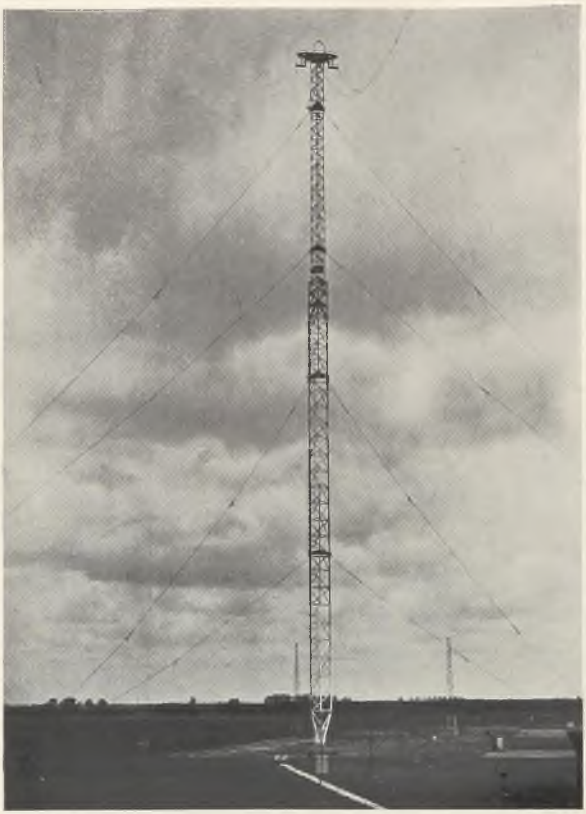


Abb. 131. Einer der beiden Hauptstützmaste der Großfunkstelle Nauen mit 265 m Höhe (Bauart Hein, Lehmann).

wirkungsgrad zweier parallel geschalteter Flächenantennen ($C_s^{\cdot} = 42000$ cm) beträgt bei $\lambda = 18$ km immerhin etwa 10% (Strahlungswiderstand etwa 0,1 Ω, Verlustwiderstand einschließlich Abstimmittel etwa 0,9 Ω). Bei einer Antennenleistung von 365 kW treten an dem Durchführungsisolator (Abb. 121) Spannungen von etwa 160000 V auf.

Schließlich sei die sog. „Schirmantenne" erwähnt. Sie eignet sich für bewegliche Funkdienste, da nur ein Mast erforderlich ist. An der Spitze des Mastes sind 3—12 gleich lange Drähte befestigt, die an dem

Abb. 133. Auskurbelbarer Rohrmast von 45 m Höhe im eingezogenen Zustand. Die Pfeile deuten auf die Angriffspunkte der 4 × 3 Abspannungen (Herstellerfirma: Magirus-Werke).

freien Ende isoliert und schirmartig — meist mit Hilfe von Hanfseilen — ausgespannt sind. Einen auskurbelbaren Mast von 45 m Höhe für diesen Zweck zeigt Abb. 133. Es ist vielfach üblich, die Schirmdrähte an der Mastspitze isoliert gegen diese zu befestigen und einen besonderen Leiter als Niederführung zu verwenden, wobei der Mast am Fuß nicht gegen Erde isoliert zu sein braucht. Elektrisch vorteilhafter ist es, im Hinblick auf das bei der T-Antenne erwähnte schädliche Mitschwingen des Mastes, die Schirmdrähte mit dem Mast zu verbinden und diesen am Fuß zu isolieren. Dabei ist notwendig, daß die Maststöße elektrisch sicher miteinander verbunden sind. Läßt sich das nicht erreichen, so ist es angebracht, mehrere Drähte reusenartig an diesem entlang zu führen. Bei der Berechnung genügt es, was die von dem Schirm herrührende Strahlung betrifft, die senkrechte Komponente des Stromes in den Schirmdrähten zu berücksichtigen, da die von der waagerechten Komponente ausgehende Strahlung [vgl. unter (33)] vernachlässigbar ist. Unter der den praktischen Verhältnissen entsprechenden Voraussetzung, daß die Schirmdrahtlänge klein gegen $\frac{\lambda}{4}$ ist, darf der Gangunterschied, den die Strahlungen der einzelnen Leiterelemente des Schirmes gegeneinander haben, vernachlässigt werden. Endigen die Schirmdrähte frei, so darf weiter vereinfachend angenommen werden, daß der Strom in dem Schirmdraht proportional mit dem Abstand vom freien Ende zunimmt. So ergibt sich gemäß (246) an Hand der Abb. 134, wenn $\mathfrak{J}_\varrho$ den Strom in einem Schirmdraht im Abstand ϱ von der Spitze bezeichnet, für das Horizontalstrahlungsmaß des Schirmes, bezogen auf den Fußpunkt:

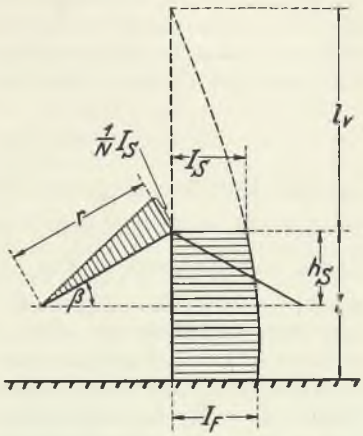


Abb. 134. Zur wirksamen Höhe eines Antennenschirmes.

$$\mathfrak{F}_F(0) = \alpha N \sin\beta \cdot \int_0^r \frac{\mathfrak{J}_\varrho}{\mathfrak{J}_F} d\varrho\,, \tag{505}$$

wo N die Zahl der Schirmdrähte, β ihre Neigung. Dabei ist:

$$\mathfrak{J}_\varrho = \frac{r-\varrho}{r}\,\frac{\mathfrak{J}_s}{N} = \frac{r-\varrho}{r}\,\frac{\mathfrak{J}_F}{N}\,\frac{\sin\alpha l_v}{\sin\alpha(l+l_v)}\,. \tag{506}$$

So ergibt sich:

$$\mathfrak{F}_P(0) = \frac{1}{2}\,\alpha r \sin\beta \frac{\sin \alpha l_v}{\sin \alpha (l + l_v)} = \frac{1}{2}\,\alpha h_s \frac{\sin \alpha l_v}{\sin \alpha (l + l_v)}, \tag{507}$$

wo h_s die Höhe des Schirmkegels. Die wirksame Höhe des Schirmes allein ist also:

$$h_w = \frac{1}{2}\,h_s \frac{\sin \alpha l_v}{\sin \alpha (l + l_v)}. \tag{508}$$

Das Horizontalstrahlungsmaß bzw. die wirksame Höhe des Schirmes ist von dem entsprechenden Wert des senkrechten Teiles abzuziehen, um den Gesamtwert zu erhalten.

Wenn die Schirmdrähte an den Enden ringförmig verbunden sind, darf in erster Näherung mit gleichbleibendem Strom entlang des Schirmdrahtes gerechnet werden. (507) bzw. (508) gelten auch in diesem Fall mit der Maßgabe, daß der Faktor $\frac{1}{2}$ wegfällt.

d) Senkrechte $\frac{\lambda}{2}$-Dipole

(99) Vor allem für kurze Wellen kommt der senkrechte „$\frac{\lambda}{2}$-Dipol" in Betracht, unter dem man einen glatten, meist symmetrisch erregten Leiter von der Länge $\frac{\lambda}{2}$ ohne Endkapazität versteht. Sein Strahlungsmaß ist durch (153) dargestellt. Der Strahlungswiderstand ergibt sich mit Hilfe von (370) bzw. Tab. IV oder nach dem unter **(54)** beschriebenen Verfahren. Die Horizontalstrahlung erreicht bei gleichbleibender Strahlungsleistung einen wenig ausgeprägten Höchstwert für eine Höhe des Dipolmittelpunktes über dem Boden von $a = 0{,}48\,\lambda$ ($\alpha a = 173°$). Das obere Leiterende befindet sich dann also in der Höhe $0{,}73\,\lambda$ über dem Boden. Der Höchstwert beträgt 462 V bei 1 kW Strahlungsleistung, das sind 47% mehr als bei der $\frac{\lambda}{4}$-Antenne. Größere Höhen bringen keine weitere Erhöhung [18].

Die sog. „Franklin-Antenne" ist bereits unter **(40)** erörtert worden. Aus den Vertikalstrahlungskennlinien in Abb. 59 geht hervor, daß mit der Franklin-Antenne eine sehr wirksame Bündelung der Strahlung in der Ebene erreicht werden kann, allerdings nur mit verhältnismäßig großen Antennenhöhen. Der Strahlungswiderstand kann gemäß (347a) mittels Tab. IV leicht ermittelt werden. Die Horizontalstrahlung bei 1 kW Strahlungsleistung beträgt 380 V für $N = 1$, 530 V für $N = 2$, 645 V für $N = 3$, 740 V für $N = 4$ usw. [18].

e) Strahlergruppen

(100) Rundstrahlung mit verstärkter Bündelung der Strahlung in der Ebene läßt sich grundsätzlich auch mit Kreisgruppenantennen

in der Ebene erzielen. Die erreichbare Erhöhung der Horizontalstrahlung gegenüber einem Einzelstrahler ist aber, wie unter **(112)** noch gezeigt wird, gering im Vergleich zum Aufwand.

3. Gerichtete Antennen

a) Anwendungsmöglichkeiten

(101) Bei der Planung von Rundfunksendern ist bezüglich des Gebietes, das mit einwandfreiem Empfang versorgt wird, gewöhnlich einfach die Aufgabe gestellt, dieses Gebiet möglichst groß zu machen. Dann ist eine rundstrahlende und schwundmindernde Antenne das Gegebene (vgl. Abschnitt XIII). Mitunter lautet aber auch die Aufgabenstellung, ein beschränktes Gebiet mit einem ganz bestimmten Umriß von einem einzigen Sender aus einwandfrei zu versorgen. Der Umriß des Versorgungsgebietes kann durch Siedlungsgrenzen, wie Küsten und Gebirge, oder durch Sprach-, Kultur- und politische Grenzen gegeben sein. Wir nehmen an, das Versorgungsgebiet sei so klein und die Ausbreitungsdämpfung der Bodenwelle so gering, daß der Nahschwund noch keine Rolle spielt. Dann ist für die Empfangsgüte die Bodenwellenfeldstärke maßgebend. Dabei kommt es weniger auf den Absolutwert derselben, als auf das Verhältnis zur Störfeldstärke an, die örtlich sehr verschieden, in Städten z. B. größer als auf dem Lande ist. Unter diesem Gesichtspunkt ist der Aufstellungsort des Senders auszuwählen, wobei natürlich die Unterschiede der Ausbreitungsdämpfung für die verschiedenen Richtungen zu berücksichtigen sind. Je stärker nun das Versorgungsgebiet von der Kreisform abweicht, um so weniger läßt es sich bei begrenzter Senderleistung und Anwendung von rundstrahlenden Sendeantennen vermeiden, daß Teile des Gebietes schlecht versorgt sind. Ein solcher Fall liegt z. B. in Österreich vor. Hier kann ein gewisser Ausgleich durch „gerichtete" Sendeantennen erzielt werden. Aus der Form des Versorgungsgebietes und der Lage des Senders in ihm ergeben sich bestimmte Forderungen an die Horizontalstrahlungskennlinie der Sendeantenne. Beim Sender Wien z. B. wird einseitig bevorzugte (unilaterale) Strahlung (nach Westen) verlangt. Bei dem amerikanischen Rundfunksender WOR dagegen [56] wird verstärkte Strahlung nach NO und SW, also zweiseitige (bilaterale) Richtwirkung gewünscht.

Wie bereits unter **(94)** erwähnt wurde, bringt es die Wellenknappheit nicht selten mit sich, daß ein Sender den Empfang eines anderen stört. Nun handelt es sich bei Rundfunksendern gewöhnlich um begrenzte und räumlich getrennte, d. h. sich nicht überlappende Versorgungsgebiete. In diesem Fall kann durch gerichtete Sendeantennen Abhilfe geschaffen werden. Während unter den eingangs erwähnten Verhältnissen Verstärkung der Strahlung in der Richtung des schlecht

versorgten Gebietes gefordert wird, kommt es hier auf Unterdrückung der Strahlung des störenden Senders in der Richtung des gestörten Gebietes an. Da die Störungen meist nur bei Dunkelheit auftreten, also durch die Raumwelle verursacht werden, genügt es, die Raumstrahlung unter den Erhebungswinkeln zu unterdrücken, die sich aus der Höhe der Ionosphäre und den Entfernungen des gestörten Gebietes mittels (491) ergeben. Bei Entfernungen zwischen 200 und 1000 km sind das Erhebungswinkel zwischen 45 und 12°.

Auch für andere Funkdienste, die mit Nachrichtenübermittlung innerhalb der Nahzone arbeiten, ergeben sich Anwendungsmöglichkeiten für gerichtete Antennen. Man denke nur an die Dezimeterwellen-Fernsprechverbindungen zwischen festen Punkten, die vor allem dort eingesetzt werden, wo die Verlegung von Leitungen schwierig oder unwirtschaftlich ist, z. B. zwischen Inseln und dem Festland. Auf gerichtete Antennen zur Nachrichtenübermittlung in die Fernzone und zum Peilen wird an anderer Stelle eingegangen.

Bei den beiden eingangs erwähnten Anwendungen für gerichtete Sendeantennen im Rundfunk lassen sich die Forderungen an die Strahlungsverteilung im allgemeinen mit verhältnismäßig einfachen Antennenanordnungen, nämlich mit zwei bis drei senkrechten Einzelstrahlern, in ausreichendem Maße erfüllen. Trotz der Verschiedenartigkeit der Forderungen unterscheiden sich die in Betracht kommenden Antennen im wesentlichen nur durch die Amplituden- und Phasenverhältnisse der Einzelstrahlerströme. In beiden Fällen ist es grundsätzlich möglich, nur einen Einzelstrahler zu speisen, den oder die übrigen aber durch Strahlungskopplung zu erregen.

Bei Funkverbindungen zwischen zwei festen Punkten, wo eine scharfe Bündelung der Strahlung erwünscht ist, kommen Gruppen mit einer größeren Zahl von Einzelstrahlern in Betracht. Bezüglich dieser sei auf die Abschnitte III 3 d—e bzw. das Schrifttum verwiesen.

b) Gespeiste Einzelstrahler

(102) Als Beispiel für die Ausführung einer gerichteten Antenne, bei der sämtliche Einzelstrahler gespeist sind, sei die Antenne des amerikanischen 50 kW-Rundfunksenders WOR ($\lambda = 422{,}5$ m) angeführt [56]. Sie besteht, wie Abb. 135 zeigt, aus drei nebeneinander in einer Ebene angeordneten senkrechten Leitern, die etwa $\frac{\lambda}{4}$ (genauer: 107 m $= 0{,}253\ \lambda$) hoch sind. Die Abstände der beiden äußeren Leiter vom mittleren sind ebenfalls etwa $\frac{\lambda}{4}$ (genauer: 120,5 m $= 0{,}285\ \lambda$). Da zweiseitige Richtwirkung gewünscht wird, werden die Ströme gleich groß und gleichphasig eingestellt. Die Strahlung ist also in einer Richtung ebenso groß wie in der entgegengesetzten. Die Strahlungs-

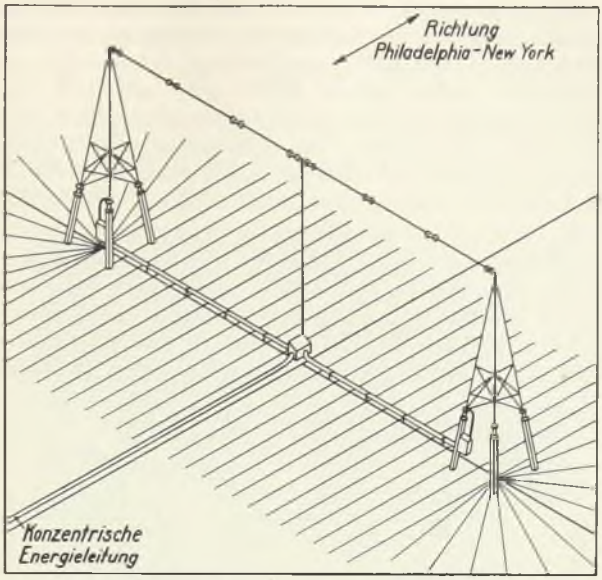


Abb. 135. Gerichtete Antenne des amerikanischen Rundfunksenders WOR mit drei gespeisten Einzelstrahlern.

maße der einzelnen Leiter ergeben sich aus (147). Sind sie gleich groß, so berechnet sich die Gruppencharakteristik aus (207) mit $N = 3$, $\delta = 0$. Sind die Strahlungsmaße und die Ströme der äußeren Leiter gleich groß, aber verschieden von dem des mittleren Leiters, so ist es zweckmäßig, zur Berechnung zunächst die äußeren Leiter zu einem Strahlerpaar zusammenzufassen. Auf dieses ist (200) mit $\delta = 0$ anwendbar (vgl. Abb. 54). Die Gesamtstrahlung ergibt sich dann gemäß (192) durch Addition der Strahlung des mittleren Leiters. Bei Phasengleichheit handelt es sich um eine einfache algebraische Addition. Die Strahlung ist in diesem Fall am größten in der Richtung senkrecht zur Ebene der Strahler. Am kleinsten ist sie in der Verbindungslinie der Strahler. Da sich in dieser Richtung die Strahlung der äußeren Leiter wegen des Gangunterschiedes von $\frac{\lambda}{2}$ gerade aufhebt, verhalten sich Höchst- und Mindestwert wie 3:1. Im übrigen ist die Horizontalstrahlungskennlinie ähnlich der in Abb. 54 für $2\,a = 0{,}5\,\lambda$ und $\delta = 0$. Die Vertikalstrahlungskennlinie in der Hauptstrahlrichtung stimmt mit der für einen Einzelstrahler überein. Die Ermittlung des Strahlungswiderstandes und der Leistungsverteilung auf die Einzelstrahler ist unter (57) erörtert worden. Da sich die Strahlungen der Einzel-

strahler z. T. gegenseitig aufheben, ist der Strahlungswiderstand verhältnismäßig niedrig. Deshalb ist zur Erzielung eines brauchbaren Antennenwirkungsgrades ein gutes Erdnetz erforderlich. Die Ausführung desselben beim Sender WOR geht aus Abb. 135 hervor. Die Länge der Strahlen beträgt, von der Verbindungslinie der Mastfüße aus gerechnet, 90 m, der Abstand der mittleren parallelen Drähte 90 cm. Bemerkenswert ist noch die bauliche Ausführung der WOR-Antenne. Die beiden äußeren Strahler sind selbstschwingende, freistehend eiserne Türme (Seitenlänge der quadratischen Basis 18 m). Sie dienen zugleich als Stützmaste für die Aufhängung des mittleren Strahlers, der aus einem Kupferseil besteht. Die Türme sind nicht, wie sonst üblich, dicht über dem Fundament gegen Erde isoliert, sondern erst in einer Höhe von 11 m (vgl. Abb. 151). Das hat den Zweck, die Erdverluste in der Nähe des Mastfußes herabzusetzen. Die in Abb. 136 wieder-

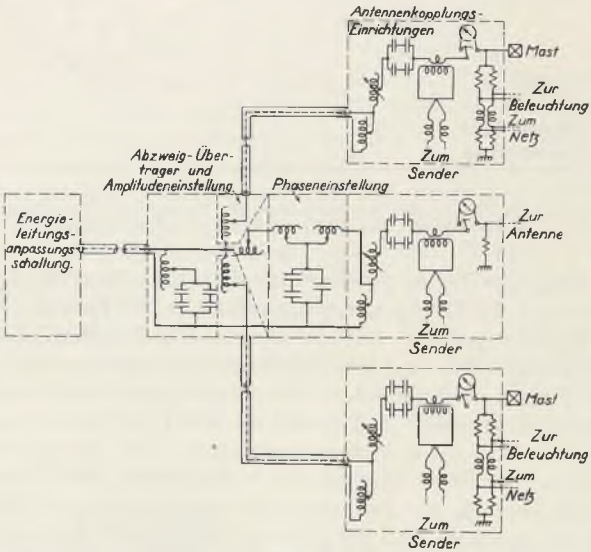


Abb. 136. Schaltung des Antennenteiles beim Sender WOR (drei Einzelstrahler).

gegebene Schaltung des Antennenteiles gestattet, jeden Strahler an die zugehörige konzentrische Speiseleitung anzupassen und die Antennenströme auf Amplituden- und Phasengleichheit einzustellen.

c) Strahlungserregte Einzelstrahler

(103) Als Beispiel für die Ausführung einer gerichteten Antenne mit gespeisten und strahlungserregten Einzelstrahlern sei die Antenne

des 100 kW-Rundfunksenders Wien (λ = 506,8 m) angeführt [57]. Sie besteht, wie aus Abb. 137 hervorgeht, aus zwei gleichen, senkrechten Einzelstrahlern, die etwa $\frac{\lambda}{4}$ (genauer: 120 m = 0,256 λ) hoch und ebenfalls etwa $\frac{\lambda}{4}$ (genauer: 125 m = 0,2465 λ) entfernt sind. Als Einzelstrahler sind selbstschwingende, nur einmal abgespannte Maste der sog. Fischbauchform verwendet.

Abb. 137. Antenne des 100 kW-Rundfunksenders Wien. Linker Mast: Gespeister Strahler. Rechter Mast: Reflektor.

Die Ermittlung des Stromes, der durch den gespeisten Einzelstrahler in dem anderen induziert wird, ist unter (63) gezeigt. In Abb. 79 sind Beispiele für die erreichbaren Horizontalstrahlungskennlinien aufgeführt. Um bei gegebener Leistung eine möglichst große Feldstärkeerhöhung gegenüber einer einzelnen Antenne in einer gegebenen Richtung zu erzielen, erweist sich ein Abstand von 0,1 bis 0,15 λ als am günstigsten. Diese Erhöhung erreicht bis zu etwa 90% (ohne Berücksichtigung der Verluste). Sie ist, wenn der Reflektor, von der gespeisten Antenne aus gesehen, in der zu bevorzugenden Richtung liegt, etwas, aber nur wenig größer, als wenn der Reflektor in der entgegengesetzten Richtung angeordnet ist, bei dem jeweils günstigsten Abstand der beiden Antennen.

Wenn Unterdrückung der Raumstrahlung bezweckt wird (was bei Wien ja nicht der Fall ist), so kommt es vor allem auf die Vertikalstrahlungskennlinie an [29]. Diese ist in Abb. 138a für die Strahlerebene ($\psi = 0$ bzw. $\psi = 180°$) und für eine um 45° gegenüber dieser verdrehten Ebene ($\psi = 45°$) wiedergegeben. Dabei ist der Einfachheit halber angenommen, daß die Einzelstrahler sehr niedrig sind $\left(h \ll \frac{\lambda}{4}\right)$, und daß der Reflektor auf Resonanz abgestimmt ist, so daß sich mit $2a = \frac{\lambda}{4}$ aus (374) $p = 0{,}78$ und $2\delta = 133°$ ergibt. Die daraus mittels (198) errechnete Strahlungsverteilung ist recht ungünstig. Vorteilhafter ist z. B. der Abstand $2a = 0{,}2\,\lambda$ und eine Verstimmung des Reflektors derart, daß $2\delta = 108°$ ist, statt 137° bei Resonanz. Dann wird $p = 0{,}89$. Die Vertikalstrahlungskennlinie in diesem Fall zeigt Abb. 138b. Die wirksamste Unterdrückung der Raumstrahlung läßt sich aber unzweifelhaft erzielen, wenn beide Einzelstrahler gespeist werden, so daß die Amplituden und Phasen unabhängig voneinander eingestellt werden können. Das geht aus Abb. 138c hervor, wo wieder $2a = \frac{1}{4}\lambda$, aber $p = 1$ und $2\delta = 90°$ angenommen ist. Wenn trotzdem zum Zweck der Raumstrahlungsunterdrückung von strahlungserregten Einzelstrahlern Gebrauch gemacht wird, so vor allem wegen der Einfachheit der Ankopplung an den Sender und der Einstellung der Abstimmittel.

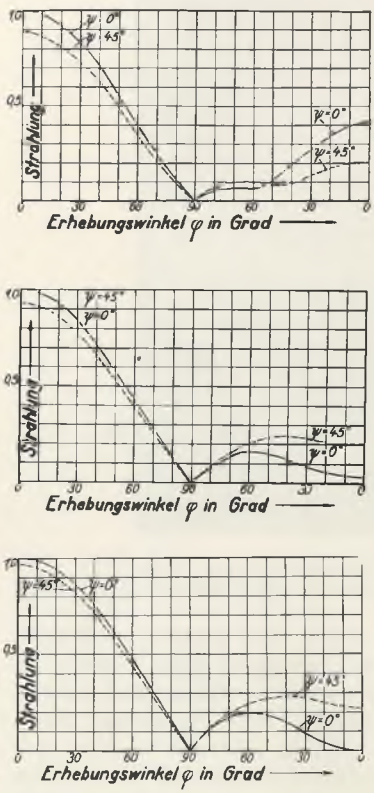


Abb. 138. a—c. Vertikalstrahlungskennlinien einer Antenne aus zwei senkrechten Einzelstrahlern. Oben: $2a = 0{,}25\,\lambda$; Reflektor auf Resonanz abgestimmt. Mitte: $2a = 0{,}2\,\lambda$; Reflektor verstimmt. Unten: $2a = 0{,}25\,\lambda$; beide Einzelstrahler gespeist.

Der Gesamtstrahlungswiderstand der beiden Einzelstrahler, der hier mit dem Strahlungswiderstand des gespeisten Strahlers bei richtig abgestimmtem Reflektor übereinstimmt, ergibt sich bei sinusförmiger Strahlungsverteilung der Einzelstrahler verhältnismäßig leicht mittels (327).

XIII. Nahschwundmindernde Antennen für Rundfunksender

1. Allgemeine Anforderungen

(104) Der Nahschwund macht sich beim Empfang eines Rundfunksenders nicht allein in Schwankungen der Lautstärke, sondern auch in zeitweise auftretenden Verzerrungen bemerkbar. Letztere sind dadurch bedingt, daß die Trägerwelle und die Seitenwellen nicht immer gleichzeitig schwinden, sodaß Übersteuerung und Phasenmodulation auftritt (selektiver Schwund!). Durch den sog. „Schwundausgleich" am Empfänger können die Lautstärkeschwankungen zwar gemildert, aber nicht beseitigt werden. Die Verzerrungen können durch Maßnahmen am Empfänger praktisch überhaupt nicht beeinflußt werden. Jedenfalls wird der Empfang unbrauchbar, wenn der Schwund eine gewisse Stärke überschreitet. Unter Berücksichtigung des Umstandes, daß zahlreiche Empfänger ohne Schwundausgleich in Gebrauch sind (Volksempfänger!), wird bei der Deutschen Reichspost der Empfang nur dann als brauchbar angesehen, wenn das Verhältnis zwischen den Höchstwerten und Mindestwerten der Feldstärke 3 : 1 nicht überschreitet. Die selten auftretenden, besonders großen bzw. kleinen Extremwerte werden dabei naheliegenderweise nicht mitgezählt. Da der Phasenunterschied zwischen Raum- und Bodenwelle alle Werte zwischen 0 und 180° annehmen kann, heißt das, daß für brauchbaren Empfang die Raumwellen-Feldstärke, von selten auftretenden Spitzenwerten abgesehen, höchstens halb so groß wie die Bodenwellen-Feldstärke sein darf. Die Entfernung vom Strahler, in der dieses Verhältnis gerade erreicht wird ($E_R : E_B = 1 : 2$) wird als „Nahschwundgrenze", das Gebiet innerhalb dieser Grenze als „nahschwundfreies Gebiet" (primary service area) bezeichnet.

Das Verhältnis zwischen Raum- und Bodenwelle und damit die Fläche des nahschwundfreien Gebietes ist von der Senderleistung an sich unabhängig. Etwas anderes ist, daß der Nahschwund erst bei größerer Senderleistungen praktische Bedeutung erlangt. Solange die Senderleistung so klein ist, daß die Feldstärke der Bodenwelle außerhalb der Nahschwundgrenze nicht wesentlich über dem hochfrequenten Störpegel atmosphärischen und örtlichen Ursprungs liegt und aus diesem Grund schon kein einwandfreier Empfang möglich ist, interessiert natürlich der Nahschwund nicht.

Die Faktoren, die für die Fläche des nahschwundfreien Gebietes bestimmend sind, seien an Hand der Abb. 139 erläutert [24] [25]. Die drei ausgezogenen Kurven stellen Beispiele für die Ausbreitung der Bodenwelle [vgl. unter (91)] dar. Sie sind übrigens durch Messung an deutschen Rundfunksendern gewonnen worden (ausgeführt von F. Eppen u.

H. Scheibe). Der Ordinatenmaßstab gilt für eine Horizontalstrahlung ($E_0 \cdot D$) der Sendeantenne von 300 V. Die drei strichpunktierten Kurven stellen die elektrische Feldstärke der an der Ionosphäre gespiegelten Raumwelle am Boden [vgl. unter **(92)**] dar. Sie gelten für sinusförmige Strahlungsverteilung der Sendeantenne.

Nehmen wir nun an, die elektrische Feldstärke der Bodenwelle sei durch die Kurve $\lambda = 450$ m, die der Raumwelle durch die Kurve $g = 50\%$ gegeben. Diese Kurven schneiden sich bei $D_0 = 125$ km. Von dieser Entfernung ab wäre dann mit zeitweiligem völligen Verschwinden des Empfangs zu rechnen. Die Entfernung, in der die Feldstärke der Raumwelle mit $g = 50\%$ halb so groß wie die der Boden-

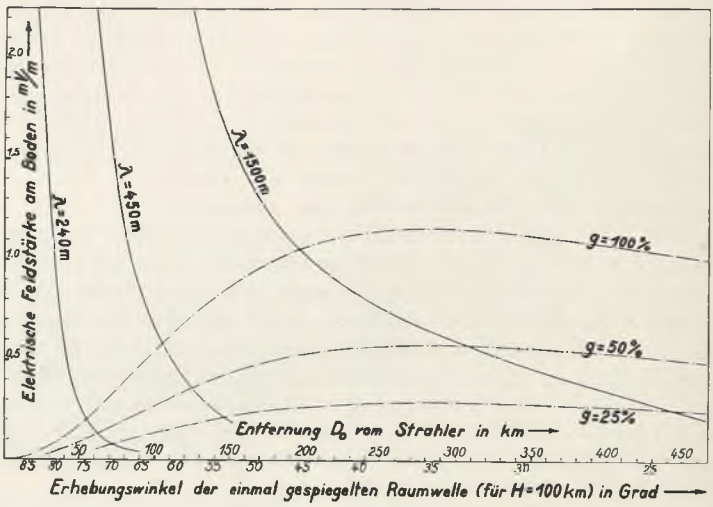


Abb. 139. Beispiele für die elektrische Feldstärke der Bodenwelle (ausgezogene Kurven) und der Raumwelle am Boden (strichpunktierte Kurven).

welle ist, ergibt sich am einfachsten aus dem Schnittpunkt der Kurve $g = 100\%$ mit der Kurve der Bodenwelle. Sie ist hier $D_0 = 105$ km. Das wäre nach der obigen Begriffsbestimmung die Nahschwundgrenze, im folgenden mit $D_{\frac{1}{2}}$ bezeichnet.

Nimmt die Feldstärke der Bodenwelle stärker mit wachsender Entfernung als in dem betrachteten Beispiel ab, so rückt die Nahschwundgrenze $D_{\frac{1}{2}}$ näher zum Sender heran. Ein Beispiel hierfür ist die Kurve $\lambda = 240$ m, der unter den gleichen Verhältnissen für die Raumwelle wie in dem obigen Beispiel $D_{\frac{1}{2}} = 55$ km entspricht. Ein Beispiel für eine geringere Ausbreitungsdämpfung der Bodenwelle ist die Kurve $\lambda = 1500$ m, der $D_{\frac{1}{2}} = 195$ km entspricht.

Andererseits hängt die Nahschwundgrenze von den Ausbreitungsverhältnissen der Raumwelle ab. Ist die Spiegelung an der Ionosphäre vollkommener, als in den obigen Beispielen angenommen ist, so rückt die Nahschwundgrenze näher zum Sender hin, ist sie weniger vollkommen, so rückt die Nahschwundgrenze hinaus. Beispiele hierfür sind die Kurven $g = 100\%$ und $g = 25\%$ in Abb. 139. Die Kurve $g = 50\%$ gilt für einen Spiegelungsfaktor der Ionosphäre von 50% und einen Spiegelungsfaktor des Bodens am Empfangsort von 100%, ebensogut aber auch z. B. für einen Spiegelungsgrad der Ionosphäre von 66% und einen des Bodens von 50% (solange es nur auf die senkrechte Komponente der elektrischen Feldstärke am Boden ankommt). Da hier nur der Höchstwert der Raumwellenfeldstärke interessiert, ist eine einmalige Spiegelung [$n = 1$ in (497)] und eine Polarisation der elektrischen Feldstärke der gespiegelten Raumwelle in einer senkrechten Ebene zugrundegelegt. Nach den bisher vorliegenden Beobachtungen entspricht $g = 50\%$ etwa dem stärksten Nahschwund, der im Laufe eines Winterabends häufiger auftritt. Gelegentlich tritt natürlich im Laufe eines Abends auch noch stärkerer Schwund auf. Wie unter **(92)** erwähnt, ändern sich die Ausbreitungsverhältnisse der Raumwelle auch mit der Jahreszeit. Die Wellenlänge scheint innerhalb des Bereiches von 200 m bis 2000 m nur von geringem Einfluß zu sein.

Daß die obigen Annahmen den wirklichen Verhältnissen einigermaßen gerecht werden, zeigt sich daran, daß die aus Abb. 139 sich ergebende Stärke des Nahschwundes gut übereinstimmt mit den Beobachtungen an niedrigen senkrechten Einzelstrahlern, wie sie hier zugrunde gelegt sind ($\mathfrak{f}(\varphi, \psi) = \cos\varphi$).

In den Betrachtungen an Hand der Abb. 139 ist als Empfangsantenne ein kurzer senkrechter Leiter in geringer Höhe über dem Boden vorausgesetzt, wie sie von Rundfunkhörern meist verwendet wird. Bei Verwendung von Empfangsantennen mit anderer Strahlungsverteilung, z. B. von Rahmenantennen liegen die Verhältnisse bezüglich des Nahschwundes anders. Für unsere Betrachtungen kann dieser Fall außer acht bleiben.

In Abb. 139 ist auf der Abszissenachse noch der Erhebungswinkel angegeben, unter dem die in der betreffenden Entfernung eintreffende Raumstrahlung die Sendeantenne verlassen hat, unter der Annahme einer Schichthöhe von 100 km (vergleiche auch Abb. 124). Die an der Nahschwundgrenze $D_{\frac{1}{2}}$ eintreffende Raumstrahlung entspricht einem ganz bestimmten Erhebungswinkel $\varphi_{\frac{1}{2}}$. In den Beispielen der Abb. 139 sind dies die Winkel $\varphi_{\frac{1}{2}} = 45°$ für $\lambda = 1500$ m, $\varphi_{\frac{1}{2}} = 62°$ für $\lambda = 450$ m und $\varphi_{\frac{1}{2}} = 75°$ für $\lambda = 240$ m. Hauptsächlich die Raumstrahlung in der Umgebung und unterhalb dieses Erhebungswinkels ist es, die für den Nahschwund verantwortlich zu machen ist. Um den Nahschwund

zu vermindern, muß sie im Verhältnis zur Horizontalstrahlung herabgesetzt werden [74]. Das Ideal wäre natürlich, sie vollständig zu unterdrücken. Da das praktisch unmöglich ist, gilt es, die Raumstrahlung in einem möglichst großen Bereich des Erhebungswinkels wenigstens so weit herabzusetzen, daß am Empfangsort die Feldstärke der Raumwelle höchstens halb so groß wie die der Bodenwelle ist. Noch stärkere Unterdrückung der Raumstrahlung ist zwar erwünscht, verbessert aber den Empfang nicht mehr wesentlich. Den Erfolg irgendwelcher Maßnahmen auf der Sendeseite in dieser Hinsicht erkennt man, wenn man die Ausbreitungskurve der Raumwelle in der oben erörterten Weise ermittelt und mit der Ausbreitungskurve der Bodenwelle vergleicht. Freilich ist dieses Verfahren etwas umständlich, wenn die günstigste Form und Bemessung der Sendeantenne gefunden werden soll. Einfacher ist es, die „zulässige" Raumstrahlung zu ermitteln, d. h. diejenige Raumstrahlung, die bei der Horizontalstrahlung „1" (z. B. $E_0 \cdot D = 300$ V) am Empfangsort die halbe Feldstärke wie die der Bodenwelle erzeugt. Aus der Ausbreitungskurve der Bodenwelle, die sich durch Messung oder Rechnung immer feststellen läßt, ergibt sich zunächst die „zulässige" Feldstärke der Raumwelle in Abhängigkeit von der Entfernung. Daraus kann mit Hilfe von (497) rückwärts die „zulässige" Raumstrahlung in Abhängigkeit vom Erhebungswinkel errechnet werden. Auf diese Weise sind die als Beispiele gedachten Kurven der Abb. 140 erhalten worden. Ihnen liegen die Ausbreitungskurven der Bodenwelle von Abb. 139, eine Schichthöhe von 100 km und ein Spiegelungsfaktor von 50% zugrunde. Zum Vergleich ist die Strahlungsverteilung eines niedrigen senkrechten Einzelstrahlers eingezeichnet. An Hand dieser Darstellung der „zulässigen" Strahlung ist es nun ein leichtes, die Eignung verschiedener Antennenformen für

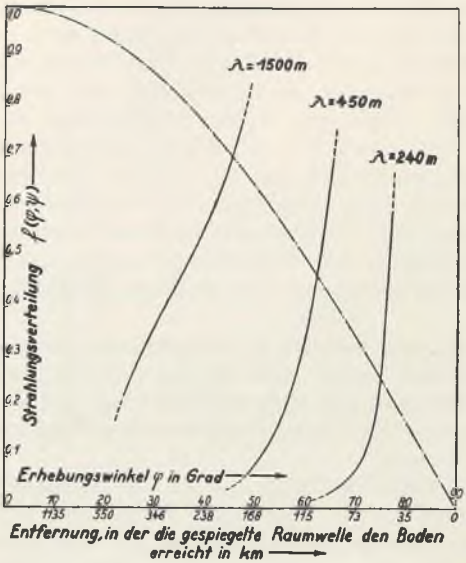


Abb. 140. Zulässige Raumstrahlung (ausgezogene Kurven) bei den Ausbreitungsverhältnissen der Bodenwelle von Abb. 139, bezogen auf die Horizontalstrahlung (zum Vergleich ist die Strahlung niedriger Antennen strichpunktiert eingetragen).

die Schwundminderung zu beurteilen und die Gesichtspunkte für die günstigste Bemessung der Antenne aufzustellen.

Man teilt die verschiedenen Formen der schwundmindernden Antennen in zwei Hauptgruppen ein: Antennen mit ausgesprochen senkrechter Ausdehnung oder „Höhenantennen" und Antennen mit ausgesprochen waagerechter Ausdehnung, wie sie die Kreisgruppenanordnungen darstellen.

2. Höhenantennen

a) Allgemeines

(105) Die Grundform der schwundmindernden Höhenantenne ist ein einfacher senkrechter, glatter Leiter. Sein unteres Ende befindet sich dicht über dem Boden, seine Länge (die mit der Höhe identisch ist) ist etwas größer als $\frac{\lambda}{2}$. Die Höhenantenne wird deshalb auch „$\frac{\lambda}{2}$-Antenne" genannt. Ihre Strahlungsverteilung ist unter **(30)**, α und **(35)** behandelt worden. In Abb. 141 ist als Beispiel die Vertikalstrahlungskennlinie für $l = 0{,}578\,\lambda$ ($\alpha l = 208°$) dargestellt; diese Antennenhöhe kommt für Ausbreitungsverhältnisse gemäß der Kurve $\lambda = 450$ m der Abb. 139 in Betracht. Dabei ist angenommen, daß der Wellenwiderstand des Leiters $Z = 1200\ \Omega$ beträgt, was etwa einem Draht oder Seil entspricht, und daß die Speisung am Fußpunkt erfolgt. Die Feldstärke der Raumwelle am Boden, die sich hieraus mittels **(497)** ergibt, ist in Abb. 142 in Abhängigkeit von der Entfernung dargestellt. Die Nahschwundgrenze $D_{\frac{1}{2}}$ liegt bei 180 km, gegenüber 105 km für eine niedrige senkrechte Antenne ($\mathfrak{f}(\varphi, \psi) = \cos\varphi$). Das würde einer Vergrößerung des nahschwundfreien Gebietes auf fast das Dreifache entsprechen, wenn die Ausbreitungsverhältnisse

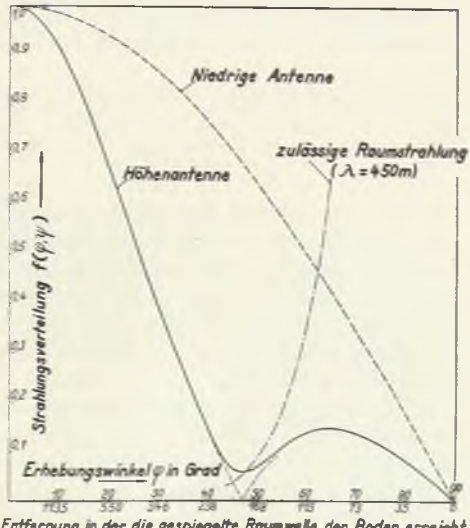


Abb. 141. Vertikalstrahlungskennlinien eines einfachen senkrechten Leiters von der Höhe $l = 0{,}578\,\lambda$ (ausgezogene Kurve) und (zum Vergleich) eines sehr niedrigen Leiters (gestrichelte Kurve), sowie die zulässige Raumstrahlung bei bestimmten Ausbreitungsverhältnissen (strichpunktierte Kurve).

für alle Himmelsrichtungen die gleichen sind, was in der Wirklichkeit allerdings meist nicht zutrifft. Nimmt die Bodenwelle schneller mit wachsender Entfernung ab, wie z. B. bei kürzeren Wellen, so ist der theoretisch erreichbare Gewinn an nahschwundfreiem Gebiet nicht nur absolut, sondern auch im Verhältnis zu dem nahschwundfreien Gebiet der niedrigen Antenne geringer als in dem obigen Beispiel. In Abb. 143 ist der beim Großrundfunksender Hamburg (λ = 331,9 m) praktisch erreichte Gewinn dargestellt.

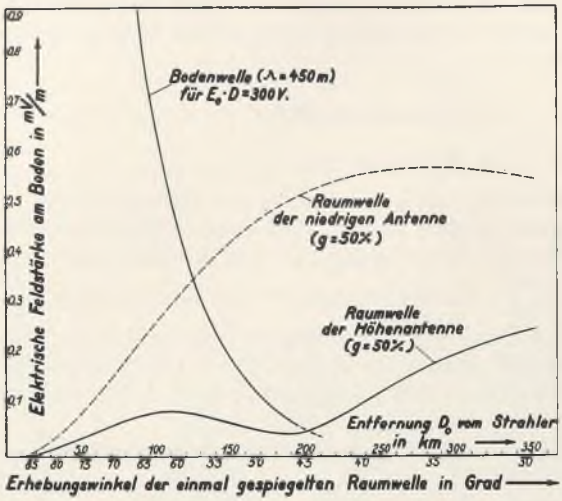


Abb. 142. Feldstärke der Raumwelle eines einfachen senkrechten Leiters von der Höhe $l = 0{,}578\,\lambda$ (ausgezogene Kurve) und (zum Vergleich) eines sehr niedrigen Leiters (gestrichelte Kurve), bei gleicher Feldstärke der Bodenwelle (ausgezogene Kurve).

Die Nahschwundgrenze läßt sich auch ohne Zuhilfenahme der Abb. 142 unmittelbar aus Abb. 141 entnehmen, wenn die „zulässige" Raumstrahlung eingetragen wird. Die Abszisse des Schnittpunktes dieser Kurve mit der Kurve der Strahlungsverteilung stellt den Erhebungswinkel $\varphi_{\frac{1}{2}}$ dar, der der Nahschwundgrenze $D_{\frac{1}{2}}$ entspricht. In unserem Beispiel ist $\varphi_{\frac{1}{2}} = 48°$ gegenüber $\varphi_{\frac{1}{2}} = 62°$ für die niedrige Antenne. Die zugehörigen Entfernungen können dann aus dem an der Abszissenachse angebrachten unteren Maßstab oder aus Abb. 125 entnommen werden.

Die Strahlung der betrachteten Antenne nimmt unter dem Erhebungswinkel $\varphi_0 = 47°$, dem „Nullwinkel", einen Mindestwert an. An Hand der Abb. 141 ergibt sich anschaulich, daß bei den angenommenen Ausbreitungsverhältnissen sowohl eine größere als auch eine kleinere Antennenhöhe, d. h. sowohl ein höherer als auch ein niedrigerer Nullwinkel für die Schwundminderung weniger vorteilhaft ist. Nun zeigen andere Formen der Höhenantenne, die praktische Bedeutung erlangt haben, eine große Ähnlichkeit in dem allgemeinen Verlauf ihrer Vertikalstrahlungsdiagramme mit der betrachteten Grundform, wenn auch der jeweilige Nullwinkel von den Antennen-

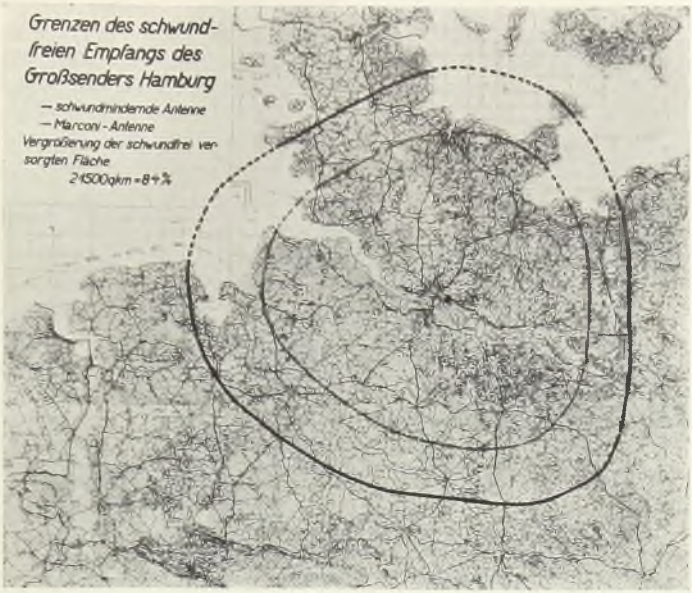


Abb. 143. Nahschwundfrei versorgtes Gebiet des Großrundfunksenders Hamburg ($\lambda = 332$ m) mit einer niedrigen und einer Höhenantenne (nach Messungen von F. Eppen und H. Scheibe).

abmessungen abhängt. Daraus folgt, daß es möglich ist, für eine schwundmindernde Höhenantenne unabhängig von ihrer Form einen günstigsten Nullwinkel anzugeben, der im wesentlichen die Forderungen beschreibt, die auf Grund der jeweiligen Ausbreitungsverhältnisse zu stellen sind. Der günstigste Nullwinkel ist z. B. für die Kurve $\lambda = 240$ m in Abb. 139 etwa 65°; für die Kurve $\lambda = 1500$ m liegt er unterhalb von 30°.

Der günstigste Nullwinkel kennzeichnet allerdings die Erfordernisse der Schwundminderung insofern unvollständig, als er die Stärke des Nebenbündels, das ist die Strahlung oberhalb des Nullwinkels, offen läßt. Diese darf natürlich auf keinen Fall die zulässige Raumstrahlung überschreiten. Bei Höhenantennen ist diese Forderung für gewöhnlich erfüllt, nicht dagegen ohne weiteres bei Kreisgruppenantennen [vgl. unter **(112)**].

Wie unter **(35)** gezeigt wurde, verschwindet die Strahlung unter dem „Nullwinkel" niemals vollständig, sondern nimmt lediglich einen mehr oder weniger ausgeprägten Mindestwert an. Aus Abb. 141 geht hervor, daß der Erhebungswinkel $\varphi_{\frac{1}{2}}$, unter dem sich die Kurven der tatsächlichen und der zulässigen Raumstrahlung schneiden, bei ge-

ringer Dämpfung niedriger liegt als bei großer. In unserem Beispiel (ausgezogene Kurve), in dem die Dämpfung durch die Annahme eines Wellenwiderstandes von 1200 Ω und der Speisung am Fußpunkt bestimmt ist, wird $\varphi_{\frac{1}{2}} = 48°$. Für unendlich kleine Dämpfung, die einem unendlich großen Wellenwiderstand entspräche (dünn gestrichelte Kurve), würde $\varphi_{\frac{1}{2}} = 45°$ sein. Das würde ein Hinausrücken der Nahschwundgrenze von 180 auf 200 km und eine Zunahme des nahschwundfreien Gebietes um 23% bedeuten. Dabei ist die angenommene Dämpfung noch verhältnismäßig gering. Daraus ergibt sich die große Bedeutung einer kleinen Antennendämpfung für den Gewinn an nahschwundfreiem Gebiet. Da unter sonst gleichen Bedingungen nach (411) die Dämpfung dem Wellenwiderstand umgekehrt proportional ist, ist großer Wellenwiderstand, also kleiner Leiterquerschnitt vorteilhaft. Darüber hinaus läßt sich der ungünstige Einfluß der Dämpfung durch Speisung in der Mitte statt am Ende des Leiters herabdrücken.

In ähnlicher Weise wie die Dämpfung der Antenne wirken sich unvollkommene Spiegelung der Strahlung am Boden und Geländeunebenheiten nahe der Antenne aus. Eine gute Bodenleitfähigkeit und ein dichtes und ausgedehntes Erdnetz (vgl. Abschnitt IX, 5), sowie ebenes Gelände [vgl. unter **(36)**] sind also weitere wichtige Voraussetzungen für wirksame Schwundminderung.

Die „Verflachung" der Vertikalstrahlungskennlinie gegenüber niedrigen Antennen, die mit dem Auftreten eines Nullwinkels verbunden ist, bewirkt, daß bei gleicher Strahlungsleistung die Horizontalstrahlung größer ist. Die Zunahme beträgt in obigem Beispiel, wie man aus Abb. 127 entnimmt, etwa 35% gegenüber der $\frac{\lambda}{4}$-Antenne und 39% gegenüber sehr niedrigen Antennen. Ist der Antennenwirkungsgrad der gleiche wie bei der Vergleichsantenne, so gelten diese Werte auch bei gleichbleibender Antennenleistung. Andernfalls sind sie gemäß (501) noch mit der Wurzel aus dem Verhältnis der Wirkungsgrade zu multiplizieren. Praktisch wird, bezogen auf gleiche Antennenleistung, eine Feldstärkeerhöhung um bis zu 40% gegenüber der $\frac{\lambda}{4}$-Antenne erreicht, was nahezu einer Verdoppelung der Senderleistung entspricht. Dieser Vorteil der Höhenantenne sollte jedoch nicht überschätzt werden. Bekanntlich nimmt das Ohr eine Lautstärkeerhöhung von 40%, wie sie beim Empfang mit einer Feldstärkeerhöhung von 40% verbunden ist, bei unmittelbarem Vergleich noch gerade wahr. Hinzu kommt, daß bei den Senderleistungen der heutigen Großrundfunksender die im nahschwundfreien Gebiet erzielte Feldstärke im allgemeinen vollständig zum störungsfreien Empfang ausreicht. Jedenfalls tritt dieser Vorteil in seiner Bedeutung weit zurück hinter der Schwundminderung.

Die Länge des einfachen glatten senkrechten Leiters, die zur Erzielung eines gegebenen Nullwinkels erforderlich ist, kann aus Abb. 41 ohne weiteres entnommen werden. Dem Beispiel der Abb. 141 mit einer Leiterlänge $l = 0{,}578\,\lambda$ ($\alpha l = 208°$) entspricht bei $\lambda = 450$ m eine Antennenhöhe von 260 m.

Derartig hohe Antennen bereiten natürlich erhebliche bautechnische Schwierigkeiten und hohe Anlage- und Unterhaltungskosten. Hinzu kommt, daß Türme von dieser Höhe für die Luftfahrt eine Gefahrenquelle sind. Daß es grundsätzlich möglich sein muß, auch mit geringerer Höhe auszukommen, sei an Hand der Abb. 44 erläutert, in der Vertikalstrahlungsdiagramme eines senkrechten Leiters wiedergegeben sind, der sehr kurz gegen die Wellenlänge ist und sich in verschiedenen Höhen über dem Boden befindet. Diese Diagramme unterscheiden sich praktisch nicht von denen eines senkrechten Leiters, dessen Länge vergleichbar mit der Wellenlänge ist, und dessen unteres Ende sich auf dem Boden befindet, wenn man Diagramme mit gleichem Nullwinkel vergleicht. Wie man aus Abb. 45 entnimmt, wird jedoch ein Nullwinkel von 47° z. B. schon mit einer Höhe von $m = 0{,}34\,\lambda$ ($\alpha m = 122°$) erreicht. Daraus ergibt sich, daß durch Verminderung des Strombelages im unteren Teil zugunsten des oberen Teiles, d. h. durch Höherrücken des Stromknotens die erforderliche Antennenhöhe verringert werden kann (der Strombelag unterhalb des Knotens zählt dabei negativ!). Mittel hierzu sind Kapazitätsflächen und Spulen, die oberhalb des Knotens angeordnet sind. Wie sie im einzelnen ausgebildet und angeordnet werden, wird im folgenden gezeigt werden. Am naheliegendsten ist natürlich die Anbringung einer Endkapazität an der Antennenspitze.

Die Herabsetzung der Antennenhöhe hat bei gegebenem Nullwinkel zwar auf die Strahlungsverteilung keinen wesentlichen Einfluß, wohl aber auf den Antennenwirkungsgrad. Hierauf ist unter (97) bereits eingegangen worden. Durch die Abnahme des Wirkungsgrades ist der Verringerung der Antennenhöhe eine Grenze gesetzt, gleich in welcher Weise sie vorgenommen wird. Die Grenze liegt nach den bisherigen Erfahrungen bei etwa $0{,}36\,\lambda$, wenn der Antennenwirkungsgrad größer als 70% sein soll. Im einzelnen hängt sie natürlich von der Wellenlänge, der Bodenleitfähigkeit usw. ab. Bezüglich der Erdverluste sei auf Abschnitt IX, 5 verwiesen.

b) Eindrahtantenne mit Endkapazität

(106) Eine bei vielen deutschen Rundfunksendern verwendete Form der Höhenantenne ist die von der Firma Telefunken durchgebildete „Eindrahtantenne" mit Endkapazität [58], wegen der charakteristischen Form der Endkapazität auch „Heiligenscheinantenne" genannt (Abb. 144). Sie besteht aus einem Kupfer- bzw. Aluminiumhohlseil,

das in der Achse eines freistehenden Holzturmes*) aufgehängt ist. An der Turmspitze ist ein Ring von etwa 10 m Durchmesser aus Aluminiumrohr isoliert befestigt. Diese Endkapazität ist entweder unmittelbar oder über Spulen mit dem senkrechten Leiter verbunden. Die Spulen sind wasserdicht in Keramikkörpern untergebracht. Der Mittelpunkt des strahlenförmigen Erdnetzes befindet sich unter der Turmachse. An dieser Stelle erfolgt auch die Speisung der Antenne (vgl. Abb. 92 u. 120).

Abb. 144. Eindrahtantenne mit Endkapazität (Bauart Telefunken).

Die Kapazität bzw. der Wellenwiderstand des Ringes kann aus Abb. 29 bzw. 27 entnommen werden, der Wellenwiderstand des senkrechten Hohlseiles aus Abb. 21. Die verlängernde Wirkung der Endkapazität folgt damit aus (47) bzw. (59). Sind Spulen zwischen Endkapazität und senkrechtem Leiter eingeschaltet, so ist (50) zu berücksichtigen. Der Wellenwiderstand ist praktisch gleichbleibend entlang des Leiters. Da er außerdem verhältnismäßig groß ist, ist die Dämpfung gering. In guter Annäherung darf daher die Stromverteilung als sinusförmig angesehen und für die Berechnung der Strahlungsverteilung (152) angewandt werden. Bei Berücksichtigung der Dämpfung ergibt sich die Strahlungsverteilung aus (171). Die Strahlung der Endkapazität darf in Anbetracht ihres kleinen Durchmessers im Verhältnis zur Wellenlänge stets vernachlässigt werden. Hiervon überzeugt man sich leicht an Hand von (169). Der Strahlungswiderstand folgt aus (319) bzw. (324), der Blindwiderstand aus (404). Zur Anpassung der Antenne an die Energieleitung im Speisepunkt kommt vor allem die Schaltung der Abb. 91c in Betracht.

Die in Abb. 141 dargestellte Strahlungsverteilung erhält man z. B., wenn der senkrechte Leiter 164° bzw. 0,456 λ und die verlängernde Wirkung der Endkapazität (einschließlich etwa eingeschalteter Spulen) gleich 50° gemacht wird. Bei einer Wellenlänge von 450 m wäre also

*) Der höchste Antennenturm aus Holz ist der des Großrundfunksenders Mühlacker ($\lambda = 523$ m) mit 190 m Höhe.

eine Turmhöhe von 205 m erforderlich. Um den gleichen Nullwinkel ohne Endkapazität ($\alpha l_v = 0$) zu erreichen, wäre, wie erwähnt, eine Turmhöhe von 260 m erforderlich.

c) Höhendipol

(107) Eine andere Form der Höhenantenne, die ebenfalls bei vielen deutschen Rundfunksendern verwendet wird, ist der von der Firma Lorenz durchgebildete „Höhendipol"[19]. Bei seiner Entwicklung ist die Firma Lorenz von einem senkrechten „Dipol" (gemeint ist ein Doppelpol) ausgegangen, der sich in einer gewissen Höhe über dem Boden befindet, und dessen Länge wesentlich kleiner als $\frac{\lambda}{2}$ ist. Sowohl an seinem oberen als auch an seinem unteren Ende ist eine Endkapazität angebracht. Etwa in der Dipolmitte, deren Höhe über dem Boden etwas größer als $\frac{\lambda}{4}$ ist, sind Spulen eingeschaltet. Wie bei der Eindrahtantenne sind die aus Hohlseilen bestehenden Antennenleiter an einem freistehenden Holzturm befestigt. Bei einer älteren Ausführungsform, dem sog. „stromgekoppelten" Höhendipol, erfolgt die Speisung in der Dipolmitte (vgl. Abb. 96) über eine senkrechte Paralleldrahtleitung, wie in Abb. 145 schematisch angedeutet. Die Strahlung der Paralleldrahtleitung ist nach Möglichkeit unterdrückt (durch gekoppelte, abgestimmte Spulen in Hin- und Rückleitung). Ein Erdnetz ist hierbei nicht unbedingt erforderlich. Bei der neueren Ausführungsform, dem „spannungsgekoppelten" Höhendipol, führt vom Mittelpunkt des strahlenförmigen Erdnetzes zur unteren „Endkapazität" ein senkrechter Leiter, der an der Strahlung beteiligt ist. Gespeist wird am Erdungspunkt dieses Leiters, wie in Abb. 145 schematisch angedeutet. Die Gesamtan-

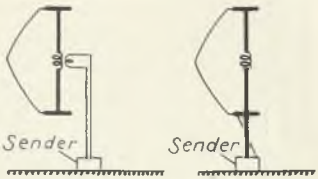


Abb. 145. Stromgekoppelter (links) und spannungsgekoppelter (rechts) Höhendipol (Bauart C. Lorenz).

Abb. 146. Spannungsgekoppelter Höhendipol (Bauart C. Lorenz).

sicht eines spannungsgekoppelten Höhendipols zeigt Abb. 146. Die Antennenhöhe beträgt 107 m; die Wellenlänge ist $\lambda = 251$ m. Die obere Dipolhälfte besteht hier aus vier parallel geschalteten Kupferseilen, die außen am Turm hochgeführt sind, die untere Dipolhälfte und die Zuleitung zur unteren Endkapazität dagegen aus einem in der Turmachse angeordneten Kupferseil, wie in Abb. 147 schematisch dargestellt ist. Diese Anordnung hat hauptsächlich den Zweck, die Entfernung der Leiter vom Holz, besonders in der Nähe der Mastspitze, wo die höchsten Spannungen auftreten, möglichst groß zu machen, um so der Brandgefahr vorzubeugen und Energieverluste zu vermeiden.

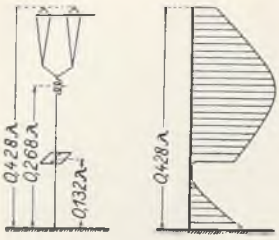


Abb. 147. Leiteranordnung (oberer Teil abgewickelt) und Stromverteilung des Höhendipols der Abb. 146.

Die Kapazität bzw. der Wellenwiderstand der oberen Endkapazität läßt sich nur überschlägig aus der Theorie berechnen (z. B. dadurch, daß man sie als Kugel im freien Raum auffaßt). Der Wellenwiderstand der oberen Dipolhälfte kann z. B. durch Anwendung von (122) und (110) abgeschätzt werden. Die Stromverteilung ergibt sich auf dem unter **(12)**, **(13)** und **(15)** beschriebenen Wege. Vernachlässigt man die Dämpfung, so kann man die Strahlungsverteilung auf die durch (146) beschriebene Weise ermitteln. Einfacher ist das unter **(31)** erläuterte graphische Verfahren.

Die Stromverteilung der abgebildeten Antenne ist als Beispiel in Abb. 147 dargestellt. Die zugehörige Strahlungsverteilung hat einen Nullwinkel bei $\varphi_0 = 61{,}2°$. Sie ist hier nicht wiedergegeben, da sie sich praktisch nicht unterscheidet von der eines einfachen glatten senkrechten Leiters mit einer Höhe von $0{,}532\,\lambda$ bzw. 192° (vgl. Abb. 40). Der abgebildete Höhendipol ist dagegen nur $0{,}428\,\lambda$ bzw. 153° hoch.

Abb. 148. Selbstschwingender freistehender Mast mit nach oben abnehmendem Querschnitt [59].

d) Selbstschwingende Maste

(108) In den Vereinigten Staaten von Nordamerika, vereinzelt auch in anderen Staaten, sind Höhenantennen mit eisernen

Masten als Antennenleitern in Betrieb. Es sind die mannigfaltigsten äußeren Formen solcher „selbstschwingenden" Maste bekannt. Um nur die Hauptformen aufzuführen: freistehende Maste mit nach oben sich verjüngendem Querschnitt [59] (Abb. 148) und mit gleichbleibendem Querschnitt [60], abgespannte Maste mit nach der Mitte zu allmählich verstärktem Querschnitt [59] (Blaw-Knox- oder Fischbauchform genannt, Abb. 137 u. 149) und mit gleichbleibendem Querschnitt [51] (nach Art von Abb. 128). Bei jeder einzelnen dieser Formen ist möglich und meist auch bereits ausgeführt: Die Anbringung von Endkapazitäten an der Spitze (Abb. 151) und die isolierende Unterteilung des Mastes im oberen Teil zur Einschaltung von Spulen [51] oder zur Speisung [61]. Abb. 150 zeigt ein Beispiel für die Ausführung der isolierenden Unterteilung. Bezüglich der Abspannungsisolatoren sei auf (88) verwiesen. Auf die Fragen der Mastkonstruktion selbst (dreieckiger oder viereckiger Querschnitt, Schraub- oder Schweißverbindung usw.) kann hier nicht eingegangen werden.

Abb. 149. Selbstschwingender, 180 m hoher Fischbauchmast mit einer 35 m ausfahrbaren Nadel. Größte Breite 8,6 m im Quadrat; $\lambda = 352{,}9$ m.

Ein grundsätzlicher Unterschied in elektrischer Hinsicht gegenüber den im vorangegangenen besprochenen „Drahtantennen" besteht trotz der äußerlichen Verschiedenheiten nicht. Die dort gegebenen

Hinweise für die Berechnung der elektrischen Eigenschaften gelten auch für selbstschwingende Maste. Nur spielt bei diesen der Leiterquerschnitt eine größere Rolle [7]. Der große Leiterquerschnitt und entsprechend kleine Wellenwiderstand [vgl. unter **(25)**] hat vor allem zur Folge, daß die Dämpfung unter sonst gleichen Bedingungen erheblich größer als bei Drahtantennen ist [vgl. unter **(68)**]. Das wirkt sich, wie unter **(35)** gezeigt, ungünstig auf die Schwundminderung aus.

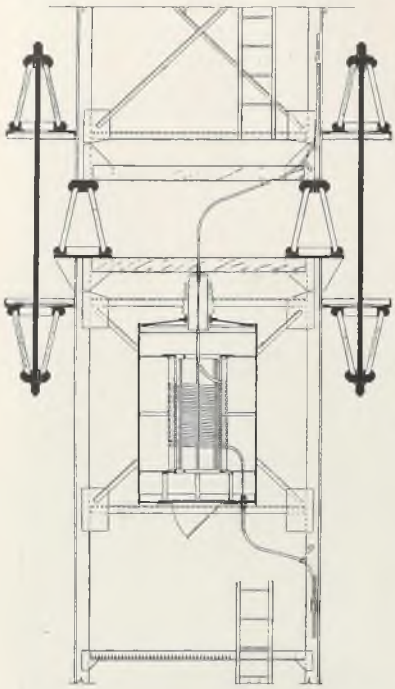


Abb. 150. Konstruktive Durchbildung der isolierenden Unterteilung bei einem selbstschwingenden Mast von 150 m Höhe [51].

An Hand der Kurve 3 in Abb. 51, die sich auf einen einfachen fußgespeisten selbstschwingenden Mast mit gleichbleibendem Wellenwiderstand bezieht, kann man sich leicht davon überzeugen, daß der Gewinn annahschwundfreiem Gebiet wesentlich kleiner als bei Drahtantennen ist. Das hatte man im Anfang der Entwicklung, in dem die in Abb. 148 und 149 wiedergegebenen Maste entstanden sind, nicht erkannt. Richtig ist es, den Mastquerschnitt so klein zu machen, wie dies aus statischen Rücksichten noch eben zulässig ist. Daß diese Erkenntnis sich durchsetzt, zeigt die Entwicklung in den Vereinigten Staaten [51]. Da der Wellenwiderstand logarithmisch mit dem Leiterdurchmesser zusammenhängt, ist auf diesem Wege eine Verbesserung der Schwundminderung nur in beschränktem Maße möglich. Aussichtsreicher erscheint es, selbstschwingende Maste im oberen Teil, etwa im Strombauch anstatt am Fuß zu speisen, wie dies bei dem neuen, 215 m hohen Antennenturm für den Landessender Beromünster ($\lambda = 540$ m) vorgesehen ist [61].

Während bei Drahtantennen der Wellenwiderstand in guter Annäherung als gleichbleibend entlang des Leiters angesehen werden kann, ist das bei selbstschwingenden Masten nicht mehr zulässig, streng genommen nicht einmal bei gleichbleibendem Querschnitt. Besonders bei der Fischbauchform (Abb. 149) und dem nach oben sich verjüngenden freistehenden Mast (Abb. 148) ändert sich der Wellenwiderstand verhältnismäßig stark. Die Stromverteilung ist

dann nicht mehr sinusförmig, auch wenn von der endlichen Dämpfung abgesehen wird [vgl. unter **(18)**]. Hierin sah man im Anfang der Entwicklung die Erklärung für die schlechten Erfahrungen mit selbstschwingenden Masten [62]. Sie ist insofern nicht richtig, als auch mit einer von der sinusförmigen stark abweichenden Stromverteilung praktisch die gleiche Strahlungsverteilung erzielt werden kann wie mit sinusförmiger Stromverteilung, wenn nur der Strom überall die gleiche Phase hat. Ein Beispiel dafür ist der Höhendipol. Die Erklärung liegt vielmehr in der verhältnismäßig großen Dämpfung. Hinzu kommt, daß die Theorie auf diesem Gebiet noch unvollständig ist, wodurch eine genaue Vorausberechnung der günstigsten Antennenhöhe unmöglich ist. Die Ausführungen unter **(34)** haben gezeigt, daß bei einem nach oben stetig zunehmenden Wellenwiderstand (abnehmenden Querschnitt) eine größere Antennenhöhe erforderlich ist als bei gleichbleibendem Querschnitt.

Abb. 151. Selbstschwingender freistehender Mast mit Endkapazität und mit Podest aus Holz [51]. Gesamthöhe 113 m.

Die Hauptschwierigkeit bei selbstschwingenden Masten wurde im Anfang der Entwicklung darin gesehen, daß die Kapazität des unteren Mastendes gegen Erde verhältnismäßig groß ist. Die entsprechend großen Ströme, die über diese Kapazität in das Erdreich übertreten, verursachen dort Energieverluste. Man war daher darauf bedacht, freistehende Maste mit möglichst kleiner Basis (Abb. 148), abgespannte Maste am Fuß möglichst spitz (Abb. 149) auszuführen. Die in Abb. 151 wiedergegebene Ausführung [51], bei der der eiserne Mast auf einem Podest aus Holz ruht, und andere ähnliche Maßnahmen verfolgten den gleichen Zweck. Es hat sich aber gezeigt, daß eine auf den Boden gelegte, an das Erdnetz angeschlossene Blechplatte unter dem Maßfuß, deren Durchmesser um einige Meter größer als der größte Mastdurchmesser ist, schon genügt, um die genannten Verluste niedrig zu halten [59]. Selbstverständlich müssen außerdem für die Fußisolatoren hochwertige keramische Stoffe verwendet werden. Die Erd-

kapazität des Mastfußes als solche ist zwar von Einfluß auf den Scheinwiderstand des Mastes (vgl. unter (70)) und damit auf die erforderlichen Abstimmittel, im übrigen aber belanglos.

Wegen des verhältnismäßig niedrigen Wellenwiderstandes von Masten ist die verlängernde Wirkung einer Endkapazität von gegebenen Abmessungen geringer als bei Drahtantennen [vgl. unter (12)]. Da die Abmessungen von Endkapazitäten aus baulichen Gründen begrenzt sind, und eine Verlängerung des Mastes meist billiger ist, verzichtet man häufig auf Endkapazitäten, wenn nicht die Rücksicht auf die Luftfahrt dagegen spricht. Mitunter wird eine ausfahrbare Stange („Nadel") auf die Mastspitze gesetzt (Abb. 149). Dies hat zwar den Vorteil, daß die Masthöhe noch nach der Inbetriebnahme verändert werden kann. Doch ist die verlängernde Wirkung einer solchen Stange im Verhältnis zu ihrer Länge nur gering. Die verlängernde Wirkung einer eingeschalteten Spule von gegebener Induktivität ist dagegen größer als bei Drahtantennen [vgl. unter (14)]. Allerdings bereitet die isolierende Unterteilung des Mastes zur Zeit noch bautechnische Schwierigkeiten.

Bei abgespannten Masten bedarf die Ausführung der Abspannungen sorgfältiger Planung, um Energieverlusten [vgl. unter (78)] und Sprüherscheinungen [vgl. unter (87)] vorzubeugen, vor allem aber, um zu vermeiden, daß die vom Mast aus elektrisch erregten und daher mitschwingenden Abspannseile die Strahlungsverteilung ungünstig beeinflussen [vgl. unter (64)]. Durch Unterteilung der Abspannungen mittels Isolatoren in genügend kurze Abschnitte kann das an sich immer erreicht werden. Doch ist der Unterteilung aus bautechnischen Gründen (Gewicht der Isolatoren!) und wegen der Kosten eine Grenze gesetzt. Die Zahl der Abspannungen sollte auf jeden Fall so weit verringert werden, wie dies in statischer Hinsicht eben zulässig ist. Unter diesem Gesichtspunkt ist die Fischbauchform, so ungünstig sie sonst ist, vorteilhaft, da sie nur drei bis vier Abspannungen benötigt, die noch dazu in der Nähe des Spannungsknotens angreifen, so daß die Abspannungsisolatoren elektrisch wenig beansprucht werden.

Selbstschwingende Maste sind demnach gegenüber Drahtantennen in elektrischer Hinsicht ausgesprochen im Nachteil. Ebenso wesentlich sind allerdings ihre Vorteile in betrieblicher Hinsicht: Ihre Lebensdauer ist bei geringeren Unterhaltungskosten erheblich größer als die von Holztürmen, wenigstens bei Höhen über 50 m. Außerdem sind Holztürme der Brandgefahr ausgesetzt, was bei größerer Antennenleistung ein schwerwiegender Nachteil ist.

e) Andere Formen der Höhenantenne

(109) Der Vollständigkeit halber seien noch einige Formen der Höhenantenne kurz erwähnt, die bisher keine praktische Bedeutung erlangt haben.

α) Antenne mit gleichbleibendem Strom

Durch Einschalten von Kondensatoren mit passend gewählter Kapazität in genügend kurzen, gleichmäßigen Abständen läßt sich erreichen, daß der Strom entlang eines senkrechten Leiters von der Länge l, dessen unteres Ende sich auf dem Boden befindet, im wesentlichen gleichbleibt [vgl. unter **(14)**]. Ist die Dämpfung vernachlässigbar, so ergibt sich aus (142) für $\mathfrak{J}_x = \text{const}$ das Strahlungsmaß zu:

$$\mathfrak{F}(\varphi, \psi) = \operatorname{ctg} \varphi \cdot \sin(\alpha l \sin \varphi).$$

Das Vertikalstrahlungsdiagramm hat, solange $l < \lambda$, große Ähnlichkeit mit dem eines gleich langen Leiters mit sinusförmiger Stromverteilung [18]. Ein Vorteil, der den zusätzlichen Aufwand für die Kondensatoren lohnen könnte, etwa hinsichtlich der erforderlichen Antennenhöhe, ist nicht erkennbar.

β) Antenne mit verringerter Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen auf dem Leiter

Die unter α) beschriebene Anordnung kann angesprochen werden als eine Antenne mit scheinbar vergrößerter Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen auf dem Leiter. Eine scheinbare Verringerung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit läßt sich z. B. erreichen, indem der Antennenleiter um die senkrechte Achse in einer Wendel geführt wird, nach Art einer langgestreckten Zylinderspule, oder indem ein gerader Leiter mit einem Dielektrikum von höherer Dielektrizitätskonstante umgeben wird. Der Abstand der Knoten und Bäuche der stehenden Wellen wird dadurch geringer als bei gestreckten Leitern mit Luft als Dielektrikum. Die Stromverteilung der senkrecht gerichteten Stromkomponente, die allein für die Strahlung maßgebend ist, bleibt dabei (theoretisch) sinusförmig. Die Berechnung der Strahlungseigenschaften geht im wesentlichen in der gleichen Weise vor sich wie bei anderen Höhenantennen. Nur ist die Winkelkonstante, die für die Stromverteilung maßgebend ist, eine andere als die, die für die Gangunterschiede der Strahlung der einzelnen Stromelemente anzusetzen ist. Bezüglich der Einzelheiten sei auf das Schrifttum verwiesen [18]. Irgendein technischer Vorteil gegenüber anderen Höhenantennen, der den zusätzlichen Aufwand lohnen würde, ist auch hier nicht erkennbar.

γ) Franklin-Antenne

Auf die sog. „Franklin-Antenne" ist unter **(40)** näher eingegangen. So vorteilhaft sie bei kurzen Wellen ist, so wenig ist sie bei Rundfunkwellen von mehr als 200 m Wellenlänge brauchbar, da verhältnismäßig große Antennenhöhen erforderlich sind, wenn ihre Vorzüge zur Geltung kommen sollen.

δ) Scheiben-Antenne

Die unter (33) erörterte „Scheibenantenne" wirkt schwundmindernd, wenn die elektrische Länge der waagerechten Leiter so groß gemacht wird, daß sich im oberen Teil des mittleren senkrechten Leiters ein Stromknoten ausbildet. Dann ist die Strahlung der waagerechten Leiter gegenphasig zu der des senkrechten Leiters, vermindert also die Raumstrahlung [24]. Der Platzbedarf einer derartigen Antennenanlage ist groß, da der Scheibenradius etwa 0,5 λ betragen muß. Durch Heranziehung der äußeren Stützmaste für die waagerechten Leiter zur Strahlung kann er verringert werden, aber nicht unter etwa 0,3 λ. Im allgemeinen ist dann die im folgenden beschriebene Kreisgruppenantenne vorteilhafter.

3. Kreisgruppenantennen

a) Bedingungen für Rundstrahlung

(110) Ein weites Feld der Möglichkeiten zur Schwundminderung eröffnet sich, wenn Strahlergruppen in Betracht gezogen werden. Bei Rundfunksendern wird gewöhnlich Rundstrahlung, d. h. eine nach allen Himmelsrichtungen gleich große Strahlung verlangt. Dann kommen natürlich nur Gruppenanordnungen in Frage, bei denen eine genügend große Zahl von Einzelstrahlern gleichmäßig auf dem Umfang eines Kreises mit waagerechter Ebene verteilt sind. Selbstverständlich kommen auch Vereinigungen solcher Gruppenanordnungen mit einer gemeinsamen senkrechten Achse in Frage. Vereinigungen solcher Gruppen, bei denen in der gemeinsamen senkrechten Achse ein oder mehrere Einzelstrahler angeordnet sind, sind hierin als Sonderfall enthalten, da ein Einzelstrahler als gleichphasig gespeiste Gruppe mit dem Halbmesser $r = 0$ aufgefaßt werden kann.

Eine einheitliche Bezeichnung derartiger Anordnungen hat sich noch nicht durchgesetzt. Man findet im Schrifttum: „Polygon-", „Vieleck-", „Flächen-" und „Zylinder"-Antenne. Hier soll die Bezeichnung „Kreisgruppenantenne" (mit bzw. ohne Mittelstrahler) angewandt werden.

Die theoretischen Grundlagen sind unter **(41)** bis **(43)** behandelt worden. Dort ist auch die Bedingung (234) aufgestellt worden, der die Zahl der Strahler entsprechen muß, wenn praktisch vollkommene Rundstrahlung erzielt werden soll. Im folgenden ist stets angenommen, daß diese Bedingung erfüllt ist. Wenn sie nicht erfüllt ist, sind die für diesen Fall aufgestellten Beziehungen entsprechend anzuwenden. Um die Abweichungen von der Rundstrahlung abzuschätzen, genügt es meist, das erste der Korrektionsglieder zu berücksichtigen.

Aus der Forderung der Rundstrahlung ergeben sich außer den erwähnten Einschränkungen für die Anordnung der Einzelstrahler noch folgende allgemeingültige Einschränkungen für die Ausführung und den Betrieb. Die Einzelstrahler müssen sämtlich ebenfalls Rundstrahler sein, z. B. Schirmantennen, selbstschwingende Maste mit und ohne Endkapazität usw. T-Antennen kommen in Betracht, wenn ihr waagerechter Teil nicht oder nur wenig im Vergleich zum senkrechten Teil strahlt [vgl. unter **(33)**]. Die Strahlungsverteilungen der Einzelstrahler eines Kreises müssen untereinander gleich sein, ebenso wie die Produkte aus den Strömen und den zugehörigen Horizontalstrahlungsmaßen (wirksamen Höhen). Die Strahlungsverteilungen brauchen also z. B. nicht unbedingt sinusförmig, d. h. durch $\mathfrak{f}_0(\varphi) = \cos\varphi$ gegeben zu sein. Werden die Einzelstrahler eines Kreises gleich ausgeführt, so sind die Ströme einfach auf gleiche Größe einzustellen. Schließlich müssen die Einzelstrahlerströme eines Kreises entweder auf Phasengleichheit ($M = 0$) oder gemäß der Bedingung (240) so eingestellt werden, daß die Phase jedes Einzelstrahlers ein ganzes Vielfaches M seines Längenwinkels ψ ist. Bei Vereinigungen von mehreren Kreisgruppen besteht außerdem noch die Bedingung, daß die Vervielfachungszahl M für alle Kreisgruppen die gleiche ist. Ein Einzelstrahler in der gemeinsamen Achse kommt bei $M \neq 0$ also nicht in Betracht [vgl. unter **(43)**].

b) Allgemeines über gleichphasig gespeiste Kreisgruppen

(111) Wir beschränken uns hier auf gleichphasig gespeiste Kreisgruppen mit einem Einzelstrahler im Mittelpunkt des Kreises, der im folgenden als „Mittelstrahler" im Gegensatz zu den „Außenstrahlern" bezeichnet wird [24]. Die Kreisgruppe allein ist dann ein Sonderfall hiervon mit verschwindendem Strom im Mittelstrahler. Der unerhebliche Mehraufwand durch das Hinzufügen des Mittelstrahlers lohnt sich in den meisten praktischen Fällen durch eine günstigere Strahlungsverteilung und günstigere Betriebseigenschaften.

Bezeichnet $\mathfrak{J}_M$ bzw. $\mathfrak{J}_A$ den Strom im Bezugspunkt des Mittelstrahlers bzw. eines der N Außenstrahler, sowie $\mathfrak{F}_M(\varphi)$ bzw. $\mathfrak{F}_A(\varphi)$ das entsprechende Strahlungsmaß, so ist gemäß (192) unter Berücksichtigung von (222) das Gesamtstrahlungsmaß, bezogen auf die Summe $N\mathfrak{J}_A$ der Außenstrahlerströme:

$$\mathfrak{F}_S(\varphi) = \mathfrak{F}_A(\varphi) \cdot J_0(\alpha r \cos\varphi) + \frac{\mathfrak{J}_M}{N\mathfrak{J}_A}\,\mathfrak{F}_M(\varphi). \tag{509}$$

Durch geeignete Einstellung von $\mathfrak{J}_M$ und $\mathfrak{J}_A$ und geeignete Wahl des Halbmessers r kann immer erreicht werden, daß die Strahlung unter einem gegebenen Erhebungswinkel $\varphi = \varphi_0$ verschwindet. Die Bedingung dafür lautet:

$$N \cdot \mathfrak{J}_A \cdot \mathfrak{F}_A(\varphi_0) \cdot J_0(\alpha r \cos\varphi_0) + \mathfrak{J}_M \cdot \mathfrak{F}_M(\varphi_0) = 0. \tag{510}$$

Ist diese Bedingung erfüllt, so kann (509) auch geschrieben werden:

$$\hat{\mathfrak{F}}_S(\varphi) = \mathfrak{F}_A(\varphi) \cdot J_0(\alpha r \cos\varphi) - \mathfrak{F}_M(\varphi) \frac{\mathfrak{F}_A(\varphi_0)}{\mathfrak{F}_M(\varphi_0)} J_0(\alpha r \cos\varphi_0). \tag{511}$$

Der Gesamtstrahlungswiderstand ergibt sich hieraus durch Anwendung von (310). Für die Auswertung des Integrals empfiehlt sich das unter **(54)** beschriebene graphische Verfahren. Bezüglich des auf die Einzelstrahler entfallenden Strahlungswiderstandes sei auf **(57)** verwiesen.

Die Horizontalstrahlungen der Außenstrahler heben sich untereinander stets mehr oder weniger auf. Das geht daraus hervor, daß $J_0(\alpha r)$, das dem Gesamthorizontalstrahlungsmaß der Außenstrahler ohne Mittelstrahler proportional ist, für endliches r stets kleiner als 1 ist (vgl. Abb. 60). Außerdem wirken sich u. U. die Horizontalstrahlungen der Außenstrahler und des Mittelstrahlers entgegen, je nach dem Winkelmaß des Halbmessers und der Phasenlage der Ströme. Dadurch kann der Antennenwirkungsgrad außerordentlich schlecht werden. Von großem Einfluß ist dabei der Halbmesser der Kreisgruppe.

Nun läßt sich für den Wirkungsgrad eine einfache Beziehung aufstellen, wenn die Annahme zutrifft, daß der auf einen Einzelstrahler entfallende Verlustwiderstand der gleiche ist, wie wenn der Einzelstrahler allein vorhanden wäre. Für den Verlustwiderstand der Isolation, der Abstimmittel und der Antennenleiter trifft dies in der Wirklichkeit ziemlich genau zu, außer bei sehr kleinen Abständen der Einzelstrahler, die aber praktisch nicht in Betracht kommen. Für den Erdverlustwiderstand dagegen dürfte dies nur dann in brauchbarer Näherung gelten, wenn der Strahlerabstand nicht kleiner als $\frac{\lambda}{4}$ ist, und wenn die Erdverluste hauptsächlich in unmittelbarer Nähe der Einzelstrahler auftreten, wie bei niedrigen Antennen und kleinem Erderradius [vgl. unter **(84)**]. Unter diesen Voraussetzungen sind die Gesamtverluste:

$$\hat{N}_v = N \cdot R_{vA} \cdot I_A^2 + R_{vM} \cdot I_M^2, \tag{512}$$

wobei R_{vA} bzw. R_{vM} der Verlustwiderstand eines Außenstrahlers bzw. des Mittelstrahlers ist, wenn er allein vorhanden wäre. Der Einfachheit halber sind die Außenstrahler als untereinander gleich angenommen. Der Gesamtverlustwiderstand, bezogen auf die Summe der Außenstrahlerströme, ist also unter Berücksichtigung von (510):

$$\hat{R}_{vS} = \frac{1}{N} R_{vA} + R_{vM} \left[\frac{F_A(\varphi_0)}{F_M(\varphi_0)} J_0(\alpha r \cos\varphi_0) \right]^2. \tag{513}$$

Die Verluste in den Speiseleitungen sind hierbei nicht berücksichtigt. Der Gesamtantennenwirkungsgrad ergibt sich damit aus:

$$\hat{\eta} = \frac{1}{1 + \frac{\hat{R}_{vS}}{\hat{R}_{sS}}}, \tag{514}$$

wobei R_{sS} der auf die Summe der Außenstrahlerströme bezogene Gesamtstrahlungswiderstand ist.

c) Gleichphasig gespeiste Kreisgruppe mit gleichen Einzelstrahlern

(112) Zunächst sei der Fall betrachtet, daß die Einzelstrahler einschließlich des Mittelstrahlers gleich ausgeführt sind. Ein Beispiel hierfür ist das in Abb. 152 wiedergegebene Antennenmodell. Es entspricht

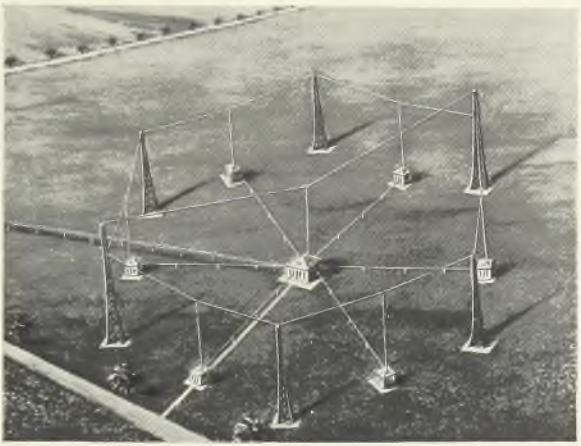


Abb. 152. Kreisgruppenantenne mit sechs Außenstrahlern und einem Mittelstrahler (Modell C. Lorenz).

im wesentlichen der Antenne, mit der im Jahre 1932 vom Reichspostzentralamt zusammen mit der Firma C. Lorenz die ersten, von gutem Erfolg begleiteten Versuche auf diesem Gebiet angestellt worden sind [25]. Sechs freistehende Holztürme sind in der Ebene auf den Ecken eines regelmäßigen Sechsecks angeordnet. Zwischen ihnen sind 7 senkrechte Leiter aufgehängt, einer im Mittelpunkt und 6 außen. Die Außenstrahler werden von der Mitte aus über Kabel gespeist. Jeder der Leiter hat einen besonderen Strahlenerder und besondere Abstimm- und Anpassungsmittel am Fußpunkt. In der Mitte sind außerdem

Schaltmittel zur Einstellung der Phasen und Amplituden der Ströme vorgesehen. Demnächst wird eine ähnliche Antenne bei dem Rundfunksender Stolp (Pommern) in Betrieb genommen werden.

Da voraussetzungsgemäß $\mathfrak{F}_A(\varphi) = \mathfrak{F}_M(\varphi)$, nimmt die Bedingung (510) die Form an:

$$\frac{\mathfrak{J}_M}{N\mathfrak{J}_A} = -J_0(\alpha r \cos\varphi_0). \tag{515}$$

Solange $r \cdot \cos\varphi_0 < 0{,}383\,\lambda$ ist, kommt also Gegenphasigkeit von $\mathfrak{J}_M$ und $\mathfrak{J}_A$ in Betracht. Solange $0{,}383\,\lambda < r \cos\varphi_0 < 0{,}878\,\lambda$ ist, kommt Gleichphasigkeit in Betracht usw. Das Amplitudenverhältnis $p = \frac{I_M}{N I_A}$ der Ströme ist einfach $p = |J_0(\alpha r \cos\varphi_0)|$. Das Gesamtstrahlungsmaß wird:

$$\hat{\mathfrak{F}}_S(\varphi) = \mathfrak{F}_A(\varphi)\,[J_0(\alpha r \cos\varphi) - J_0(\alpha r \cos\varphi_0)]. \tag{516}$$

Aus (322) folgt hiermit der Gesamtstrahlungswiderstand, bezogen auf die Summe der Außenstrahlerströme:

$$\hat{R}_{sS} = 36{,}6\,\Omega\,|\mathfrak{F}_A(0)|^2\,[J_0(\alpha r) - J_0(\alpha r \cos\varphi_0)]^2\,\frac{\hat{P}_0}{[\hat{P}_0]_{\frac{\lambda}{4}}}, \tag{517}$$

wobei $\hat{P}_0$ unter Zugrundelegung der Gesamtstrahlungsverteilung $\hat{\mathfrak{f}}_0(\varphi) = \frac{\hat{\mathfrak{F}}_S(\varphi)}{\hat{\mathfrak{F}}_S(0)}$ gefunden wird. Unter Einführung des Strahlungswiderstandes R_{sA} des Einzelstrahlers (bei Abwesenheit der übrigen Strahler) mit $\mathfrak{J}_A$ als Bezugsstrom:

$$R_{sA} = 36{,}6\,\Omega\,|\mathfrak{F}_A(0)|^2\,\frac{P_0}{[P_0]_{\frac{\lambda}{4}}}, \tag{518}$$

kann man dies auch schreiben:

$$\hat{R}_{sS} = R_{sA}\,[J_0(\alpha r) - J_0(\alpha r \cos\varphi_0)]^2\,\frac{\hat{P}_0}{P_0}, \tag{519}$$

wo P_0 aus der Strahlungsverteilung des Einzelstrahlers $\mathfrak{f}_0(\varphi) = \frac{\mathfrak{F}_A(\varphi)}{\mathfrak{F}_A(0)}$ hervorgeht. Der Gesamt-Verlustwiderstand wird gemäß (513):

$$\hat{R}_{rS} = R_{rA}\left|\frac{1}{N} + (J_0(\alpha r \cos\varphi_0))^2\right|. \tag{520}$$

Zur Ermittlung des Gesamtstrahlungswiderstandes für $\frac{\lambda}{4}$-Antennen als Einzelstrahler dient Abb. 153. die den unter (57) definierten gegen-

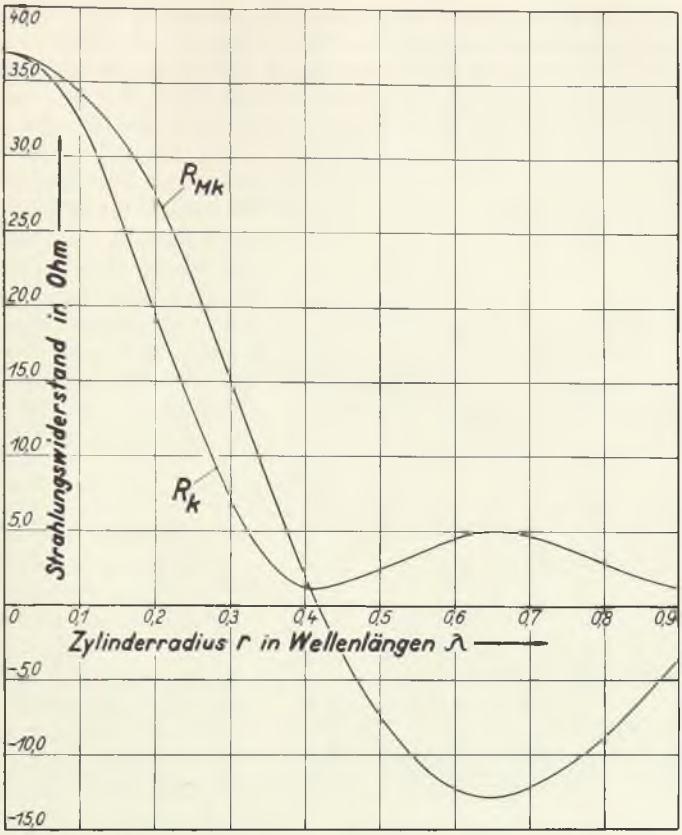


Abb. 153. Strahlungswiderstand R_K einer Kreisgruppe mit dem Halbmesser r und Wirkanteil R_{MK} der Strahlungskopplung mit einem Mittelstrahler, für $\frac{\lambda}{4}$-Antennen als Einzelstrahler.

seitigen Strahlungswiderstand R_{MK} zwischen Mittelstrahler und Kreisgruppe und den Strahlungswiderstand R_K der Kreisgruppe allein in Abhängigkeit von $\frac{r}{\lambda}$ darstellt. Es gilt gemäß (347a):

$$R_{sS} = R_K - 2\,R_{MK}\,J_0(\alpha r \cos\varphi_0) + R_M\,[J_0(\alpha r \cos\varphi_0)]^2, \qquad (521)$$

wo $R_M = 36{,}6\ \Omega$.

In Abb. 154 ist die Strahlungsverteilung für zwei Beispiele dargestellt. Bei beiden ist die Höhe sämtlicher Einzelstrahler als sehr

niedrig im Verhältnis zur Wellenlänge angenommen ($\mathfrak{f}_0(\varphi) = \cos\varphi$). Als Halbmesser sind gewählt $r = 0{,}383\,\lambda$ und $r = 0{,}878\,\lambda$. Das sind die gleichen Halbmesser wie in Abb. 62, so daß ein Vergleich der Strahlungsverteilungen mit und ohne Mittelstrahler möglich ist. Daß bei diesen Halbmessern die Horizontalstrahlung der Außenstrahler gerade verschwindet, ist nicht wesentlich für den Verlauf der Kurven. Natürlich ändern die Kurven bei wachsendem Halbmesser ihre Gestalt stetig. Der Nullwinkel ist bei beiden Halbmessern auf 35° gelegt. Dazu muß bei $r = 0{,}383\,\lambda$ auf Gegenphasigkeit zwischen $\mathfrak{J}_M$ und $\mathfrak{J}_A$ und ein Stromverhältnis $p = \frac{I_M}{N I_A} = 0{,}241$, bei $r = 0{,}878\,\lambda$ auf Gleichphasigkeit und $p = 0{,}316$ eingestellt werden. Im letzteren Beispiel tritt noch ein zweiter Nullwinkel bei $\varphi_0' = 55°$ auf. Um die Abweichungen der Horizontalstrahlung in verschiedenen Richtungen von dem Mittelwert kleiner als 10% zu halten, sind bei $r = 0{,}383\,\lambda$ mindestens 5 Außenstrahler, bei $r = 0{,}878\,\lambda$ mindestens 9 Außenstrahler erforderlich.

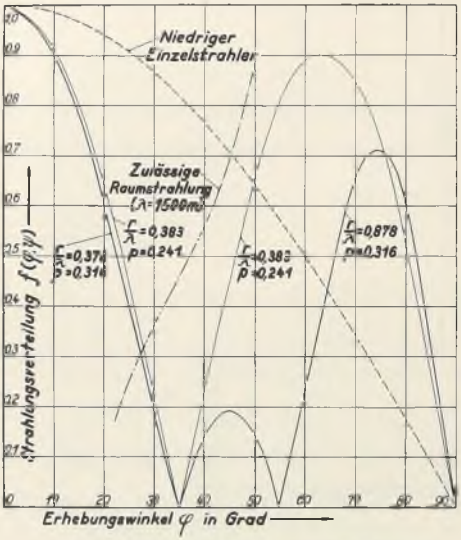


Abb. 154. Vertikalstrahlungskennlinien von Kreisgruppenantennen mit $r = 0{,}383\,\lambda$ (dünn ausgezogene Kurve) und $r = 0{,}878\,\lambda$ (stark ausgezogene Kurve), sowie die zulässige Raumstrahlung bei bestimmten Ausbreitungsverhältnissen (strichpunktierte Kurve).

Die Ausbreitungsdämpfung der Bodenwelle sei durch die Kurve $\lambda = 1500$ m in Abb. 139 gegeben. Die zugehörige Kurve der „zulässigen" Raumstrahlung ist in Abb. 154 strichpunktiert eingetragen. Die Schnittpunkte mit den Kurven der Strahlungsverteilungen liegen für $r = 0{,}383\,\lambda$ (entsprechend $r = 575$ m für $\lambda = 1500$ m) bei $\varphi_{\frac{1}{2}} = 28°$, für $r = 0{,}878\,\lambda$ (entsprechend $r = 1320$ m für $\lambda = 1500$ m) bei $\varphi_{\frac{1}{2}} = 27{,}4°$. Die Nahschwundgrenze rückt hiernach von $D_{\frac{1}{2}} = 195$ km ($\varphi_{\frac{1}{2}} = 45°$) bei einem niedrigen Einzelstrahler allein (Strahlungsverteilung siehe gestrichelte Kurve) auf $D_{\frac{1}{2}} = 380$ km bzw. 390 km hinaus. Das würde eine Vergrößerung des nahschwundfreien Gebietes auf das 3,8 bzw. 4fache bedeuten, wenn die Ausbreitungsverhältnisse in allen Himmelsrichtungen die gleichen sind. Für die Erhebungswinkel oberhalb von $\varphi_{\frac{1}{2}}$ bleibt die Strahlung stets unterhalb der zulässigen, trotz

der Größe der Nebenbündel. Allerdings kommt die Raumstrahlung beim Halbmesser $r = 0{,}383\ \lambda$ der zulässigen ziemlich nahe. Hierin liegt die Gefahr, daß schon in geringer Entfernung vom Sender störender Nahschwund auftritt. Das wird etwas anschaulicher an Hand von Abb. 155. Dort sind die elektrischen Feldstärken der Bodenwelle und der Raumwelle, die in der unter (92) erörterten Weise ermittelt ist, in Abhängigkeit von der Entfernung aufgetragen. Der kritische Entfernungsbereich für $r = 0{,}383\ \lambda$ liegt etwa zwischen 150 und 200 km.

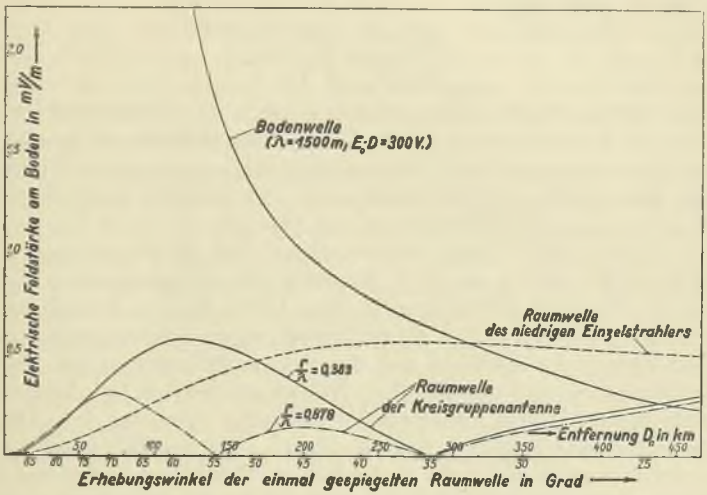


Abb. 155. Raumwellenfeldstärke von Kreisgruppenantennen mit $r = 0{,}383\ \lambda$ (ausgezogene Kurve) und $r = 0{,}878\ \lambda$ (strichpunktierte Kurve) bei gleicher Bodenwellenfeldstärke (ausgezogene Kurve).

Ungünstige Ausbreitungsverhältnisse der Bodenwelle (Wälder, Städte, Gebirge!) oder überdurchschnittlich starke Spiegelung der Raumwelle können in diesen Entfernungen bereits störenden Schwund bewirken. Diese Gefahr ist für $r = 0{,}878\ \lambda$ offenbar sehr viel kleiner, trotz des stärkeren zweiten Nebenbündels unter $\varphi = 75°$. (Hierauf ist m. W. im Schrifttum bisher nicht hingewiesen worden.) Es ergibt sich also, daß der größere Halbmesser im Hinblick auf die Schwundminderung wesentlich günstiger ist. Man könnte bei diesem Halbmesser und den zugrunde gelegten Ausbreitungsverhältnissen sogar erwägen, den Nullwinkel noch etwas flacher als 35° zu machen und so das nahschwundfreie Gebiet noch weiter zu vergrößern. Eine Grenze ist dem allerdings durch das damit verbundene Anwachsen des ersten Nebenbündels gesetzt. Das letzte Wort hat hier die Erfahrung mit ausgeführten Sendern zu sprechen, die bisher noch nicht vorliegen.

Die Bodenfeldstärkeerhöhung gegenüber einem Einzelstrahler allein bei gleicher Strahlungsleistung beträgt für $r = 0{,}383\ \lambda$ etwa 19%, für $r = 0{,}878\ \lambda$ etwa 37%. Unter der Annahme, daß der Antennenwirkungsgrad des Einzelstrahlers allein 91% beträgt $\left(\frac{R_{\vartheta A}}{R_A} = 0{,}1\right)$, ergibt sich aus (519) und (520) ein Gesamtantennenwirkungsgrad von 65% für $r = 0{,}383\ \lambda$ bzw. von 73% für $r = 0{,}878\ \lambda$. Dementsprechend betragen die Horizontalstrahlungen bei gleicher Antennenleistung, für die gemäß (501) gilt:

$$\frac{\hat{E}_0 \cdot D}{E_0 \cdot D} = \sqrt{\frac{P_0}{\hat{P}_0}\,\frac{\hat{\eta}}{\eta}}, \tag{522}$$

bei $r = 0{,}383\ \lambda$ 100%, bei $r = 0{,}878\ \lambda$ 123% der Horizontalstrahlung $E_0 \cdot D$ eines Einzelstrahlers allein. Der größere Halbmesser ist also auch hinsichtlich der erzielbaren Horizontalstrahlung günstiger. Überhaupt hängt diese stark vom Halbmesser ab. Sie erreicht unter Zugrundelegung von $\varphi_0 = 35°$ Höchstwerte von 103% für $r = 0{,}44\ \lambda$, von 127% für $r = 0{,}94\ \lambda$ usw. Unter der Annahme, daß der Wirkungsgrad des Einzelstrahlers allein nur 80% ist, sind die entsprechenden Höchstwerte der Horizontalstrahlung 93 bzw. 120% der des Einzelstrahlers.

Ein grundsätzlicher Vorteil der Kreisgruppenantenne gegenüber der Höhenantenne im Hinblick auf die Schwundminderung ist, daß die Strahlung unter dem gewünschten Nullwinkel bei richtiger Einstellung der Stromphasen und Amplituden vollständig verschwindet. Das gilt auch bei unvollkommen leitendem Boden. Bei der Höhenantenne ist dies schon wegen der stets vorhandenen Strahlungsdämpfung nicht möglich. In dem obigen Beispiel spielt dieser Vorteil allerdings keine Rolle, wohl aber bei kürzeren Rundfunkwellen, d. h. steileren Nullwinkeln. Solange der Halbmesser $r < 0{,}61\ \lambda$, tritt nur ein Nullwinkel und ein Nebenbündel auf. Die Strahlung in diesem Nebenbündel ist nicht unerheblich größer als bei der Höhenantenne mit gleichem Nullwinkel, wodurch der Gewinn an nahschwundfreiem Gebiet geschmälert wird. Die Kreisgruppe mit zwei Nullwinkeln, d. h. mit größerem Halbmesser ($0{,}61\ \lambda < r < 1{,}12\ \lambda$), bietet dagegen die Möglichkeit, den Gewinn an nahschwundfreiem Gebiet erheblich zu steigern. Das ist im wesentlichen darauf zurückzuführen, daß das zwischen den beiden Nullwinkeln liegende Nebenbündel klein gehalten, die Strahlung also in einem verhältnismäßig breiten Bereich des Erhebungswinkels unterdrückt werden kann. An sich ist es auch mit Höhenantennen möglich, zwei Nullwinkel zu erzielen (vgl. Abb. 44). Abgesehen davon, daß dazu sehr hohe Antennen erforderlich sind, ist es aber bei Höhenantennen praktisch nicht möglich, das dazwischenliegende Nebenbündel so klein zu halten, wie es zu einer wirksamen Vergrößerung des nahschwundfreien Gebietes notwendig ist.

Der wesentlichste Vorteil der Kreisgruppenantenne liegt auf bautechnischem Gebiet. Da die Schwundminderung nicht von der Antennenhöhe abhängt, können die Antennen verhältnismäßig niedrig sein. Lediglich durch die Rücksicht auf den Antennenwirkungsgrad, die Spannungsbeanspruchung und die Dämpfung (im Hinblick auf die Frequenzkurve der Modulation) ist der Antennenhöhe eine untere Grenze gesetzt. Die Nachteile in wirtschaftlicher Hinsicht, bedingt durch den größeren Geländebedarf und die langen Energieleitungen zu den Einzelstrahlern, werden dadurch mehr als aufgewogen. Wenn die Antennenhöhe mit Rücksicht auf die Nähe von Flughäfen begrenzt oder die Wellenlänge größer als etwa 1000 m ist, so daß Höhenantennen aus Sicherheits- oder bautechnischen Gründen nicht ausführbar sind, stellt die Kreisgruppenantenne überhaupt die einzige Möglichkeit zur Schwundminderung dar.

Es ist selbstverständlich auch möglich, als Einzelstrahler statt niedriger Antennen solche von größerer Höhe oder gar Höhenantennen zu verwenden, die für sich allein schon eine verminderte Raumstrahlung haben. Die Formeln (515) bis (521) haben lediglich zur Voraussetzung, daß die Einzelstrahler gleich ausgeführt sind. Da dann die Strahlungsverteilung des Einzelstrahlers allein als Faktor eingeht, ist die Auswirkung einer größeren Höhe desselben an Hand von Abb. 154 leicht zu übersehen. Vor allem wird dadurch die Strahlung in den Nebenbündeln der Gesamtstrahlungsverteilung kleiner. Ob das den großen Aufwand lohnt, erscheint fraglich. Praktische Bedeutung dagegen hat die im folgenden erörterte Zwischenlösung.

d) Kreisgruppenantenne mit Höhenantenne als Mittelstrahler

(113) Die kürzlich in Betrieb genommene Antenne des amerikanischen 50 kW-Rundfunksenders KDKA [63] — Abb. 156 — stellt eine Vereinigung einer Kreisgruppe mit niedrigen Einzelstrahlern und einer Höhenantenne im Mittelpunkt des Kreises dar. Letztere ist als selbstschwingender eiserner Mast von 219 m Höhe (0,716 λ) mit dreieckigem Querschnitt von 1,68 m Seitenlänge ausgeführt. In einer Höhe von 102,5 m ist der Mast isolierend unterteilt. Die 8 Außenstrahler sind auf einem Kreis von 154 m (0,502 λ) Halbmesser angeordnet. Sie bestehen aus Holzmasten von 27,5 m Höhe (0,09 λ), an denen senkrechte Kupferrohre befestigt sind, und werden über Kabel gespeist.

Zur Berechnung einer derartigen Antenne sind die unter (111) aufgestellten Beziehungen anzuwenden. Das Strahlungsmaß des Mittelstrahlers ergibt sich unter Berücksichtigung der Dämpfung aus (171), unter der Voraussetzung, daß die Speisung am Fuß erfolgt, und der

Mittelstrahler als glatter Leiter behandelt werden kann. Bezüglich verwickelterer Mittelstrahlerformen (unterteilte Maste, wie bei KDKA, usw.) sei auf den Abschnitt XIII, 2 verwiesen. Jedenfalls ist $\mathfrak{F}_M(\varphi)$ im allgemeinen eine komplexe Größe. Bei den Außenstrahlern dagegen kann ihrer geringen Höhe wegen $\mathfrak{F}_A(\varphi)$ als rein reell angesehen werden: $\mathfrak{F}_A(\varphi) = |\mathfrak{F}_A(0)| \cos\varphi$. Die Bedingung (510) liefert dann also eine von der Gegen- oder Gleichphasigkeit abweichende Einstellung von $\mathfrak{J}_M$ und $\mathfrak{J}_A$.

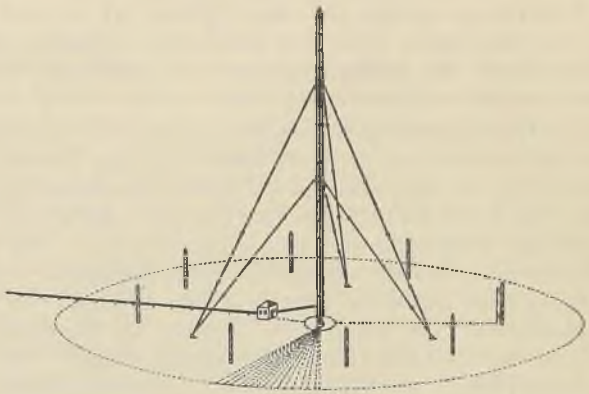


Abb. 156. Kreisgruppenantenne mit Höhenantenne als Mittelstrahler (KDKA). Die gestrichelten Linien deuten das Erdnetz an.

Da selbst bei gegebenem Nullwinkel die Wahl der Höhe des Mittelstrahlers und des Halbmessers der Kreisgruppe noch freisteht, kann die Gesamtstrahlungsverteilung in der verschiedensten Weise beeinflußt werden. Z. B. können die Außenstrahler dazu benutzt werden, den Anteil der Strahlung des Mittelstrahlers, der von der endlichen Dämpfung herrührt, für den Nullwinkel aufzuheben, ein Fall, den wir näher untersuchen wollen. Dieser Anteil ist, wie aus (171) hervorgeht, offenbar durch den imaginären Anteil des Strahlungsmaßes gegeben, wenn dieses auf den (ersten) Strombauch bezogen wird [oder, wie bei (171), auf $\mathfrak{J}$, das in Phase mit $\mathfrak{J}_0$ ist]. Durch geeignete Wahl der Höhe usw. kann erreicht werden, daß auch der reelle Anteil für den gewünschten Nullwinkel verschwindet, so daß vollständige Auslöschung der Strahlung eintritt. (510) kann hier, wo es sich um sehr niedrige Außenstrahler handelt, geschrieben werden:

$$N\mathfrak{J}_A = \frac{-\mathfrak{F}_M(\varphi_0)}{|\mathfrak{F}_A(0)| \cdot \cos\varphi_0 \cdot J_0(\alpha r \cos\varphi_0)} \mathfrak{J}_M. \tag{523}$$

Da $\mathfrak{F}_M(\varphi_0)$ in diesem Fall rein imaginär ist, muß danach der Strom in den Außenstrahlern um 90° gegen den Strom $\mathfrak{J}_M$ im Strombauch des Mittelstrahlers phasenverschoben sein. Für das Stromverhältnis ist u. a. die Dämpfung β des Mittelstrahlers maßgebend, die gemäß (411) wiederum von dem Wellenwiderstand desselben abhängt.

In Abb. 157 ist dies an einem Beispiel erläutert. Kurve 1 stellt die Strahlung des dämpfungsfrei gedachten Mittelstrahlers allein dar, der als glatter senkrechter Leiter mit der Höhe $l_M = 0{,}535\ \lambda$, entsprechend

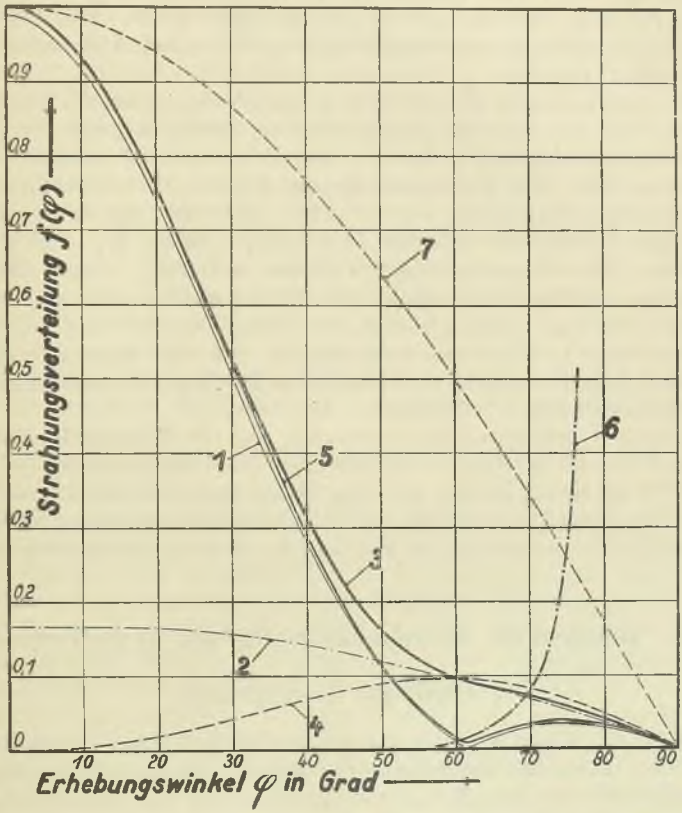


Abb. 157. Vertikalstrahlungskennlinien einer Kreisgruppenantenne mit Höhenantenne als Mittelstrahler (Kurve 5) bzw. der Außenstrahler oder des Mittelstrahlers allein (Kurven 1—4), als Beispiel zu Abb. 156.

einem Nullwinkel von 61°, angenommen ist. Bei einem Wellenwiderstand von $Z = 450\ \Omega$, entsprechend einem selbstschwingenden Mast üblicher Bauart, ist $\beta = 0{,}124\,\alpha$. Der imaginäre, von der Dämpfung her-

rührende Anteil der Strahlungsverteilung ist durch 2 gegeben, die resultierende Strahlungsverteilung des Mittelstrahlers durch 3. Bezüglich der Kreisgruppe, deren Strahlungsverteilung allein durch Kurve 4 gegeben ist, ist angenommen: Halbmesser $r = 0{,}383\ \lambda$, aus glatten senkrechten Leitern bestehende Einzelstrahler von der Höhe $l_A = 0{,}1\ \lambda$, Stromverhältnis $N\mathfrak{J}_A = -j \cdot 1{,}86\ \mathfrak{J}_M$, wobei $\mathfrak{J}_A$ den Strom im Fußpunkt eines Außenstrahlers, $\mathfrak{J}_M$ den Strom im Strombauch des Mittelstrahlers bedeutet. Dieses Stromverhältnis folgt aus (523) mit $\mathfrak{F}_M(\varphi_0) = j \cdot 0{,}195$ [gemäß (174)], $\mathfrak{F}_A(0) = 0{,}314$ [gemäß (253), wobei $l_v = 0$], und $\cos\varphi_0 \cdot J_0\ (\alpha r \cos\varphi_0) = 0{,}335$. Die Gesamtstrahlung von Mittelstrahler und Kreisgruppe zusammen ist dann durch die Kurve 5 gegeben.

Die Auswirkungen auf die Schwundminderung seien an Hand der Kurve 6 für die zulässige Raumstrahlung untersucht, die etwa den Ausbreitungsverhältnissen bei $\lambda = 240$ m im mitteldeutschen Bergland entspricht. Die Nahschwundgrenze für den Mittelstrahler allein liegt bei $D_{\frac{1}{2}} = 75$ km ($\varphi_{\frac{1}{2}} = 69{,}5°$). Das bedeutet gegenüber einem niedrigen Einzelstrahler (Kurve 7) mit $D_{\frac{1}{2}} = 54$ km ($\varphi_{\frac{1}{2}} = 75°$) eine Zunahme des nahschwundfreien Gebietes um 90%. Durch Hinzufügen der Außenstrahler rückt die Nahschwundgrenze weiter auf $D_{\frac{1}{2}} = 113$ km ($\varphi_{\frac{1}{2}} = 60{,}5°$) hinaus, was einer Vergrößerung des nahschwundfreien Gebietes auf mehr als das Vierfache gegenüber einem niedrigen Einzelstrahler und auf mehr als das Doppelte gegenüber der Höhenantenne allein bedeutet.

Werden 6 Außenstrahler verwendet, was für Rundstrahlung ausreichend ist, so ist $\mathfrak{J}_A = -j \cdot 0{,}31\ \mathfrak{J}_M$. Der Strom in den Außenstrahlern ist also trotz der geringen Höhe derselben verhältnismäßig klein. Eine wesentliche Abnahme des Gesamtwirkungsgrades ist dann, wie aus (513) hervorgeht, im allgemeinen nicht zu befürchten.

XIV. Antennen zur Nachrichtenübermittlung in die Fernzone

1. Allgemeine Anforderungen

(114) Bei einer Reihe wichtiger praktischer Anwendungen von Antennen liegen die Empfänger, für die die Sendung bestimmt ist, ausschließlich in der „Fernzone" des Senders, also außerhalb der Reichweite der Bodenwelle. Erwähnt seien: Der zwischenstaatliche und überseeische Nachrichtenverkehr auf „kurzen" Wellen, d. h. mit Wellenlängen zwischen etwa 10 und 100 m, und der Kurzwellen-Rundfunk, der Gebiete in einem Erdteil von einem anderen aus bedient.

Hierbei wird zur Nachrichtenübermittlung die an der Ionosphäre gespiegelte Raumwelle ausgenutzt. Der Erhebungswinkel, unter dem

die nutzbare Raumstrahlung die Sendeantenne verläßt bzw. in die Empfangsantenne einfällt, hängt von der Höhe der spiegelnden Schicht, der überbrückten Entfernung, sowie der Anzahl der Spiegelungen an der Ionosphäre ab [vgl. unter (92)]. Für gewöhnlich ist dies ein Erhebungswinkel zwischen 10 und 20°. Im Gegensatz zu den bisher betrachteten Anwendungen kommt es hier also nicht auf die Horizontalstrahlung der Antenne an. Diese geht ungenutzt verloren. Vielmehr ist eine möglichst große Strahlung schräg nach oben erwünscht.

Bei gegebener Senderleistung ist es daher zweckmäßig, die Strahlung der Sendeantenne in Erhebungswinkeln zwischen 10 und 20° zu bündeln. Aber auch an der Empfangsantenne ist es vorteilhaft, die Strahlung in dieser Weise zu bündeln, wie folgende Überlegung zeigt. Beim Empfang in der Fernzone treten häufig starke Schwunderscheinungen auf. Sie sind besonders störend, wenn die Nutzspannung am Empfängereingang unter den Störpegel sinkt, weil dann auch der Schwundausgleich versagt. Wird die Strahlung der Empfangsantenne in dem Erhebungswinkel der einfallenden Welle gebündelt, so wird die Nutzspannung gegenüber dem Störpegel (u. U. auch absolut) erhöht. Selbst wenn das Schwundverhältnis ungeändert bleibt, wird dadurch die Gesamtzeit, während der der Empfang im Störpegel untergeht, gegenüber der Gesamtzeit des brauchbaren Empfanges herabgesetzt. Unter gewissen Umständen, auf die einzugehen hier zu weit führen würde, wird übrigens außerdem der Schwund mehr oder weniger ausgeglichen.

Selbstverständlich kann die nutzbare Raumstrahlung noch weiter erhöht bzw. der Störpegel noch stärker gesenkt werden, wenn die Strahlung außer in einem bestimmten Erhebungswinkel in der Himmelsrichtung nach dem Empfänger bzw. dem Sender gebündelt wird (d. h. Verzicht auf Rundstrahlung). Sendeseitig kommt das in Betracht, wenn die Sendung nur für einen einzigen Empfangsort bestimmt ist, oder wenn sämtliche Empfangsorte vom Sender aus gesehen in einem schmalen Winkelbereich liegen. Das trifft sowohl auf den Funknachrichtenverkehr als auch auf den Kurzwellen-Rundfunk häufig zu. Dann sind also „gerichtete" Antennen angebracht. Der Längenwinkel (Azimutwinkel) der Richtung, in die der „Hauptstrahl" zu bringen ist, stimmt überein mit dem Längenwinkel des Großkreises durch Sender und Empfänger. Er ergibt sich somit aus der geographischen Lage der beiden Orte. Für den Erhebungswinkel gilt das oben Gesagte.

Gerichtete Antennen haben noch einige weitere Vorteile. Sie ergeben sich daraus, daß die Strahlung in einer gewünschten Richtung verstärkt, in anderen Richtungen aber geschwächt wird. Besonders bei der Überbrückung sehr großer Entfernungen treten mitunter sog. Mehrfachzeichen auf. Sie rühren von den Wellen her, die die Erde in

der entgegengesetzten Richtung umlaufen haben wie die Wellen, die den Empfangsort auf dem kürzesten Wege erreicht haben. Wegen des nicht unerheblichen Zeitunterschiedes zwischen dem Eintreffen der beiden Wellen können sich die Wellen mit der entgegengesetzten Erdumlaufsrichtung störend auf den Empfang auswirken. Bei Verwendung von Antennen, die die Strahlung in der rückwärtigen Richtung „ausblenden", ist das nicht möglich.

Schließlich werden durch gerichtete Antennen die unter **(94)** erwähnten Störungen des Empfangs durch frequenzbenachbarte Sender (Überlagerungston, Übersprechen, Kreuzmodulation) vermieden oder wenigstens vermindert. Natürlich helfen auch Richtantennen nicht, wenn der Empfangsort innerhalb der Strahlrichtung des störenden Senders und dieser zugleich innerhalb der Strahlrichtung der Empfangsantenne liegt.

Bei kurzen Wellen wird die Anwendung von Richtantennen dadurch erleichtert, daß sich mit verhältnismäßig geringem Aufwand eine ausgeprägte Richtwirkung erzielen läßt. Meist werden dabei die strahlenden Leiter waagerecht angeordnet. Die Unterdrückung der Horizontalstrahlung, die auf diese einfache Weise erreicht wird, bewirkt allein schon eine wirksame Zunahme der Raumstrahlung. Gemeinsam ist den meisten Richtantennen auch die erdsymmetrische Speisung. Dadurch werden Erder überflüssig. Nachteilig ist, daß Richtantennen meist nur für einen eng begrenzten Wellenbereich brauchbar sind. Gerade bei kurzen Wellen ist aber die Wellenlänge, deren Ausbreitungsbedingungen am günstigsten sind, je nach den Verhältnissen in der Ionosphäre und der Lage von Sender und Empfänger starken zeitlichen Schwankungen unterworfen, so daß häufiger Wellenwechsel notwendig ist. Man muß also für jede Übertragungsrichtung u. U. mehrere Richtantennen bereit halten. Abgesehen von den Anlagekosten bringt das betriebliche Schwierigkeiten mit sich. So sind für die Umschaltung des Senders auf die Antennen verwickelte Schalteinrichtungen erforderlich. Aus diesem Grunde wird mitunter auf Richtantennen verzichtet und mit einem einfachen, senkrechten, gegen Erde erregten Leiter gearbeitet, dessen Länge durch geeignete mechanische Einrichtungen bequem geändert und so der jeweils benutzten Wellenlänge angepaßt werden kann. Bezüglich der für solche Antennen maßgebenden elektrischen Gesichtspunkte kann auf **(96)** verwiesen werden.

2. Telefunken-Richtstrahler

(115) In Deutschland wird der sog. Telefunken-Richtstrahler in großem Umfang verwendet. Den äußeren Eindruck gibt Abb. 158

wieder. Wegen der charakteristischen Anordnung der Dipole, die aus Abb. 159 deutlicher hervorgeht, wird sie auch „Tannenbaum-Antenne" genannt. Die Maste, die nicht gegen Erde isoliert sind, dienen lediglich

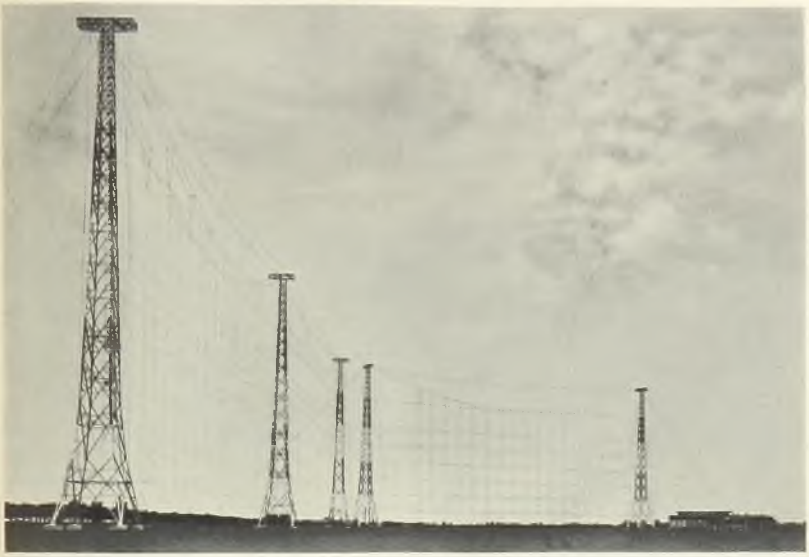


Abb. 158. Antennenanlage der Deutschen Reichspost mit drei Telefunken-Richtstrahlern (Tannenbaum-Antennen).

zur Aufhängung der waagerechten Dipole, die in zwei senkrechten parallelen Ebenen angeordnet sind. Die Zahl der Dipole ist um so größer, je schärfer die Strahlung gebündelt werden soll. Es sind Antennen mit 192 Dipolen in Betrieb. Die Dipole sind eine halbe Wellenlänge lang, haben einen senkrechten Abstand von einer halben Wellenlänge und werden in der Mitte, also im Strombauch, über senkrechte Paralleldrahtleitungen gespeist. Die Anschlüsse eines Dipols an die Leitung sind gegen den über bzw. unter ihm befindlichen Dipol vertauscht. Daß sich mit derartigen Richtstrahlern die unter (114) aufgestellten Forderungen weitgehend erfüllen lassen, geht anschaulich aus Abb. 159a hervor.

Durch die Art der Speisung und die Anordnung wird erreicht, daß die Ströme in den Dipolen einer Ebene gleichphasig und gleich groß sind, wenigstens angenähert. Um das zu zeigen, wenden wir die allgemeinen Leitungsgleichungen (41) auf die Speiseleitung an. Da die Verluste auf ihr vernachlässigt werden dürfen, setzen wir $\beta = 0$ und

erhalten:

$$\mathfrak{J}_x = \frac{\mathfrak{U}_e}{Z}\left(j \sin \alpha x + \frac{Z}{\mathfrak{R}_e} \cos \alpha x\right)$$
$$\mathfrak{U}_x = \mathfrak{U}_e\left(\cos \alpha x + j \frac{Z}{\mathfrak{R}_e} \sin \alpha x\right). \tag{524}$$

Im Abstand $x = \frac{\lambda}{2}$ vom Ende der Leitung, das mit einem beliebigen Scheinwiderstand $\mathfrak{R}_e$ abgeschlossen ist, wird mit $\alpha x = 180°$:

$$\mathfrak{J}_{\frac{\lambda}{2}} = -\frac{\mathfrak{U}_e}{\mathfrak{R}_e}; \qquad \mathfrak{U}_{\frac{\lambda}{2}} = -\mathfrak{U}_e; \qquad \mathfrak{R}_{\frac{\lambda}{2}} = \frac{\mathfrak{U}_{\frac{\lambda}{2}}}{\mathfrak{J}_{\frac{\lambda}{2}}} = \mathfrak{R}_e. \tag{525}$$

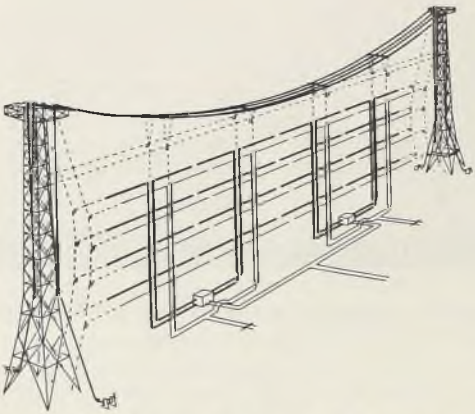


Abb. 159. Anordnung der Dipole beim Telefunken-Richtstrahler (schematisch). Dicke Linien: Gespeiste Dipole. Dünne Linien: Reflektor-Dipole.

In diesem Abstand ist also die Spannung ebenso groß wie am Ende der Leitung, unabhängig vom Abschlußwiderstand und Wellenwiderstand. Daraus ergibt sich zunächst, daß die Spannungen an den Speisepunkten der Dipole einer Leitung gleich groß sind. Wenn alle senkrechten Leitungen einer Dipolebene gleiche Gesamtlänge haben und parallelgeschaltet werden, gilt das auch für alle Dipole einer Ebene. Die Phase der Spannung auf der Leitung ändert sich beim Fortschreiten von einem Dipol zum nächsten um 180°. Werden die Dipole in der erwähnten Weise angeschlossen, so sind die Spannungen an den Speisepunkten auch gleichphasig. Somit sind sämtliche Dipolströme einer Ebene gleich groß und gleichphasig, wenn die Scheinwiderstände der Dipole in den Speisepunkten gleich groß und gleichphasig sind. Das ist aber angenähert der Fall, wie noch gezeigt wird.

Für die Amplituden- und Phasenbeziehung zwischen den Strömen der beiden Dipolebenen gelten andere Gesichtspunkte. Wenn beide Ebenen gespeist sind — man spricht dann von einer „gespeisten Reflektorebene" — sind Amplitude und Phase beliebig einstellbar. Wenn nur eine Ebene gespeist, die andere strahlungserregt ist — man

spricht dann von einer „strahlungserregten Reflektorebene" —, können Amplitude und Phase nicht unabhängig voneinander beeinflußt werden, wie unter **(63)** gezeigt worden ist. Nun wird aus den unter **(114)** er-

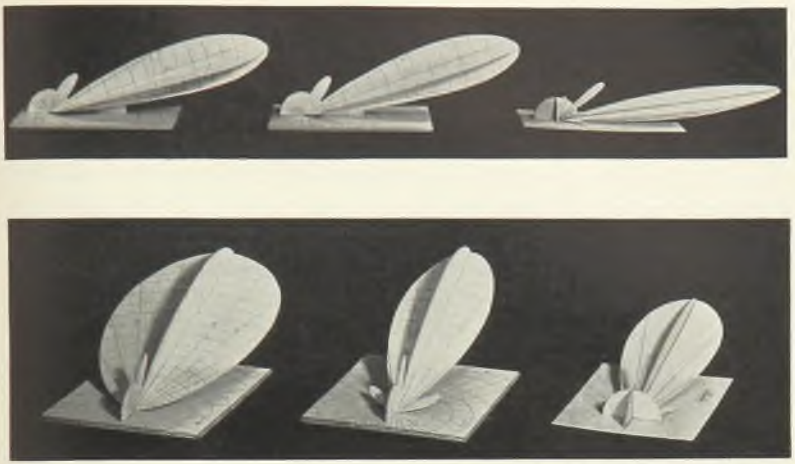


Abb. 159a. Drei Raummodelle der Strahlungsverteilung von Telefunken-Richtstrahlern in sphärischen Polarkoordinaten (aus dem Telefunken-Laboratorium). Oberes Bild: Ansicht von der Seite. Unteres Bild: Ansicht von oben. Links: Strahlungsverteilung eines Richtstrahlers mit 2 Dipolen nebeneinander und 2 Dipolen übereinander in jeder Dipolebene, insgesamt also 8 Dipolen; Mitte: desgl. mit 4 Dipolen neben- und 2 Dipolen übereinander, insgesamt also 16 Dipolen; rechts: desgl. mit 4 Dipolen neben- und 4 Dipolen übereinander, insgesamt also 32 Dipolen.

wähnten Gründen möglichst vollständige Unterdrückung der Strahlung in der zur Hauptstrahlrichtung entgegengesetzten Richtung, d. h. „einseitige" Richtwirkung gewünscht. Jeder der beiden Dipolebenen für sich hat aber wegen der Gleichphasigkeit der Ströme „zweiseitige" Richtwirkung. Daher läßt sich einseitige Richtwirkung der Gesamtantennenanlage befriedigend nur erzielen, wenn der Abstand $2a$ der Dipolebenen kleiner oder gleich $\frac{\lambda}{4}$ gewählt wird, bei gleicher Größe der Ströme in den beiden Dipolebenen und bei einer Phasenverschiebung 2δ zwischen ihnen gemäß der Bedingung:

$$2\delta = 180^\circ \pm 2\alpha a\,. \tag{525a}$$

Hiervon überzeugt man sich leicht an Hand von (200) und Abb. 54. Diese Bedingung läßt sich bei Strahlungserregung einer Dipolebene grundsätzlich nur angenähert erfüllen (vgl. auch unter **(63)** und **(103)**). Bei Speisung beider Dipolebenen läßt sie sich natürlich (theoretisch) genau einhalten.

Der Scheinwiderstand eines Dipols ist maßgebend durch die Strahlungskopplung mit den anderen Dipolen beeinflußt und errechnet sich daher in der unter (57) erörterten Weise. Der Wirkanteil der Eigenstrahlungskopplung ist (ohne das Spiegelbild in der Erde) 73,1 Ω, der Blindanteil verschwindet nahezu. Für die Gegenstrahlungskopplung gilt (364). Ihr Wirkanteil kann aus Tab. IV entnommen werden. Selbstverständlich sind nicht allein die Strahlungskopplungen mit sämtlichen vorhandenen Dipolen, sondern auch mit ihren Spiegelbildern unter der Erdoberfläche zu berücksichtigen. Tab. VIII zeigt die auf diese Weise errechneten Strahlungswiderstände der Dipole eines Richtstrahlers mit 6 Dipolen neben- und 6 Dipolen übereinander, insgesamt also 36 Dipolen [30].

Tabelle VIII. Beispiel für die Strahlungswiderstände der einzelnen Dipole eines Richtstrahlers (in Ohm).

75,4	93,1	86,0	86,0	93,1	75,4
59,9	67,8	69,4	69,4	67,8	59,9
64,0	79,0	74,4	74,4	79,0	64,0
64,0	79,0	74,4	74,4	79,0	64,0
59,9	67,8	69,4	69,4	67,8	59.9
75,4	93,1	86,0	86,0	93,1	75,4

Die Strahlungsverteilung läßt sich bei Anwendung der Vorschrift (193) in verhältnismäßig einfacher Weise aufstellen. Das sei an dem Beispiel des in Nauen aufgestellten und nach Japan gerichteten Strahlwerfers DGY für $\lambda = 16{,}92$ m gezeigt. Dieser besteht aus insgesamt 64 Dipolen. In jeder der beiden Dipolebenen liegen 8 Dipole in einem Abstand von $\frac{\lambda}{2}$ in der Waagerechten nebeneinander und 4 Dipole in einem Abstand von $\frac{\lambda}{2}$ in der Senkrechten übereinander. Die unterste Dipolreihe befindet sich in einem Abstand von $\frac{\lambda}{2}$ über dem Erdboden. Der Grundriß und der Aufriß der Anordnung ist in Abb. 160 und 161 schematisch dargestellt.

Zunächst fassen wir die gesamte Antenne einerseits und ihr Spiegelbild in der Erde andererseits als die Einzelstrahler eines Strahlerpaares auf. Unter der Annahme, daß der Erdboden als vollkommen leitend angesehen werden kann [vgl. unter (8)], gilt für die Gruppencharakteristik (199) mit $2\,\delta = 180^\circ$. Benutzen wir als Ursprung für

die Strahlungsverteilung der Einzelstrahler dieses Paares einen Punkt in der Mitte zwischen der obersten und der untersten Dipolreihe (Punkt S im Schema der Abb. 160), so ist $a = \frac{5}{4}\lambda$ einzusetzen, so daß die Gruppencharakteristik lautet:

$$\mathfrak{G}_e(\varphi, \psi) = 2 \sin\left(\tfrac{5}{2}\pi \sin\varphi\right). \tag{526}$$

Nunmehr fassen wir die beiden Dipolebenen als die Einzelstrahler eines Strahlerpaares auf. Die Gruppencharakteristik dieser Untergruppe wird ganz allgemein durch (198) dargestellt. Hier ist $a = \frac{\lambda}{8}$; p und δ sind durch die Art der Erregung (Speisung oder Strahlungserregung) und die Einstellung bzw. Abstimmung gegeben. Die Richtung der Senkrechten auf den Dipolebenen sei die Richtung $\psi = 0$. So wird die Gruppencharakteristik der Untergruppe:

$$|\mathfrak{G}'_e(\varphi, \psi)| = \sqrt{1 + p^2 + 2p\cos\left[2\left(\delta - \frac{\pi}{4}\cos\varphi\cos\psi\right)\right]}. \tag{527}$$

Von der Phase der Gruppencharakteristik können wir hier absehen. Jede Strahlerebene wiederum fassen wir nun als eine gerade Gruppe von übereinander angeordneten Einzelstrahlern auf, wobei jede waagerechte Dipolreihe einen Einzelstrahler bildet. Die Gruppencharakteristik dieser Untergruppe zweiter Ordnung ist durch (206) gegeben, wobei $\delta = 0$, $N = 4$ und $d = \frac{\lambda}{2}$, so daß sie, bezogen auf den Strom in einem Einzelstrahler, lautet:

$$\mathfrak{G}''_e(\varphi, \psi) = \frac{\sin(2\pi\sin\varphi)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}\sin\varphi\right)} = 4\cos(\pi\sin\varphi)\cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\varphi\right). \tag{528}$$

Schließlich haben wir ein Untergruppe dritter Ordnung: Die waagerechte Dipolreihe mit den Dipolen als Einzelstrahler. Ihre Gruppencharakteristik ist durch (207) dargestellt mit $\delta = 0$, $N = 8$, $d = \frac{\lambda}{2}$ und $\psi_1 = 90°$. Sie lautet somit, wenn sie auf den Strom in einem Dipol bezogen wird:

$$\mathfrak{G}'''_e(\varphi, \psi) = \frac{\sin(4\pi\cos\varphi\sin\psi)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}\,\mathrm{oos}\,\varphi\sin\psi\right)}$$

$$= 8\cos(2\pi\cos\varphi\sin\psi)\cos(\pi\cos\varphi\sin\psi)\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\varphi\sin\psi\right). \tag{529}$$

Das Strahlungsmaß des einzelnen Dipols, bezogen auf den Strombauch, ist durch (159) gegeben. Das Gesamtstrahlungsmaß, bezogen auf den Strom im Strombauch eines Dipols, ist entsprechend der Vorschrift (193) daher:

$$\hat{\mathfrak{F}}_0(\varphi, \psi) = \mathfrak{G}_e(\varphi, \psi) \cdot \mathfrak{G}_e'(\varphi, \psi) \cdot \mathfrak{G}_e''(\varphi, \psi) \cdot \mathfrak{G}_e'''(\varphi, \psi) \cdot \mathfrak{F}_0(\varphi, \psi), \quad (531)$$

$$|\hat{\mathfrak{F}}_0(\varphi, \psi)| = 64 \sin\left(\frac{5}{2}\pi \sin\varphi\right) \sqrt{1 + p^2 + 2p\cos\left[2\left(\delta - \frac{\pi}{4}\cos\varphi\cos\psi\right)\right]}$$

$$\cdot \cos(\pi \sin\varphi) \cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\varphi\right) \cos(2\pi\cos\varphi\sin\psi) \cos(\pi\cos\varphi\sin\psi) \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\varphi\cos\psi\right)}{\sqrt{1 - \cos^2\varphi\sin^2\psi}}. \quad (532)$$

Um die Strahlung in der rückwärtigen Richtung vollkommen „auszublenden", müssen die Ströme in den beiden Dipolebenen gleich groß sein ($p = 1$) und gemäß (525a) eine Phasenverschiebung von 90° haben ($2\delta = 90°$). Wenn beide Ebenen gespeist sind, läßt sich das immer erreichen. Dann ist:

$$|\hat{\mathfrak{F}}_0(\varphi, \psi)| = 128 \sin\left(\frac{5}{2}\pi\sin\varphi\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\cos\varphi\cos\psi\right) \cos(\pi\sin\varphi) \cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\varphi\right)$$

$$\cos(2\pi\cos\varphi\sin\psi) \cos(\pi\cos\varphi\sin\psi) \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\varphi\sin\psi\right)}{\sqrt{1 - \cos^2\varphi\sin^2\psi}}. \quad (533)$$

Die Vertikalstrahlungskennlinie in der Ebene senkrecht zu den Dipolebenen ($\psi = 0$) errechnet sich aus:

$$|\hat{\mathfrak{F}}_0(\varphi, \psi)|_{\psi=0} = 128 \sin\left(\frac{5}{2}\pi\sin\varphi\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\cos\varphi\right) \cos(\pi\sin\varphi) \cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\varphi\right). \quad (534)$$

Sie ist in Abb. 160 dargestellt. Die Punkte sind Werte, die durch Flugzeugmessungen gewonnen sind [64]. Die Messungen und die Rechnung stimmen in Anbetracht der Meßungenauigkeit befriedigend überein. Das ist nicht nur ein Zeichen dafür, daß die Antenne sorgfältig bemessen und eingestellt ist, sondern auch dafür, daß die spiegelnde Wirkung des Bodens nahezu vollkommen ist.

Von einer Horizontalstrahlungskennlinie kann man bei der Annahme eines vollkommen leitenden Bodens eigentlich nicht sprechen, da die Horizontalstrahlung dann in allen Richtungen verschwindet. Die Strahlung steigt aber mit dem Erhebungswinkel sehr schnell an. Für sehr kleine Erhebungswinkel ist nun $\cos\varphi \approx 1$, $\cos(\pi\sin\varphi) \approx 1$, $\cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\varphi\right) \approx 1$. Die der Horizontalstrahlungskennlinie entsprechende Kennlinie der Strahlung in Abhängigkeit vom Längenwinkel für einen sehr kleinen Erhebungswinkel wird daher angenähert dargestellt durch:

$$|\mathfrak{F}_0(\varphi, \psi)|_{\varphi \approx 0} = 128 \sin\left(\frac{5}{2}\pi\sin\varphi\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\cos\psi\right) \cos(2\pi\sin\psi) \cos(\pi\sin\psi) \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\sin\psi\right)}{\cos\psi}$$

(533

In Abb. 161 sind gemessene Kennlinien für verschiedene kleine Erhebungswinkel dargestellt. Auch hier ist die Übereinstimmung mit den gerechneten Werten befriedigend.

Die Strahlung wird also sehr scharf gebündelt. Nahezu die gesamte Strahlungsleistung ist in dem Hauptbündel zusammengefaßt, das einen Kegel von nur etwa 10° Öffnungswinkel bildet. Dementsprechend wird die Strahlung in der Hauptstrahlrichtung bei gegebener Antennenleistung gegenüber einem einzelnen Strahler beträchtlich erhöht, nämlich fast auf das Zehnfache. Zugleich wird die rückwärtige Strahlung stark herabgesetzt. Das Ausblendungsverhältnis, das praktisch erreicht wird, beträgt bei Strahlungserregung der Reflektorebene etwa 1:7, bei Speisung derselben 1:20.

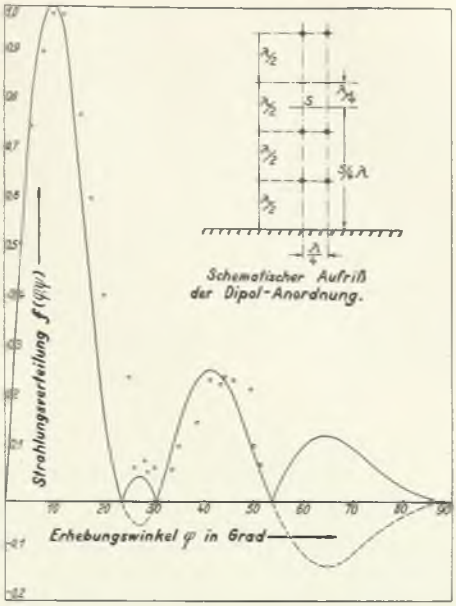


Abb. 160. Vertikalstrahlungskennlinie des Richtstrahlers DGY. Die kleinen Kreise sind Meßwerte; die ausgezogene Kurve ist gerechnet [64].

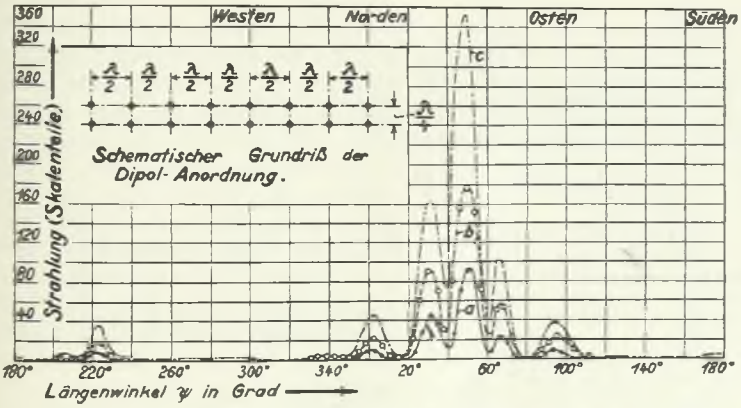


Abb. 161. Gemessene Strahlungsverteilung längs Höhenkreisen um den Richtstrahler DGY. Kurve a für den Erhebungswinkel $\varphi = 1{,}4°$, Kurve b für $\varphi = 2{,}9°$, Kurve c für $\varphi = 4{,}5°$ [64].

3. Langdrahtantennen

(116) Neuerdings werden häufig sog. „Langdrahtantennen" verwendet, zu denen auch die sog. „Rhombusantenne" gehört. Sie besteht aus waagerechten, in verhältnismäßig geringer Höhe über dem Boden ausgespannten Drähten, deren Länge ein Mehrfaches der Wellenlänge ist. Meist sind diese am Ende reflexionsfrei, d. h. mit ihrem Wellenwiderstand abgeschlossen, so daß nur fortschreitende Wellen auf ihnen auftreten. Die Strahlungseigenschaften dieser Antenne lassen sich aus den im vorangegangenen aufgestellten allgemeinen Beziehungen leicht ableiten. Die Strahlungsverteilung z. B. weist gegenüber dem Telefunken-Richtstrahler keine grundsätzlichen Unterschiede auf. Bezüglich der Einzelheiten muß auf das umfangreiche Schrifttum verwiesen werden.

XV. Antennen zur Ortsbestimmung (Funkpeilung)

(117) Ein Gebiet von großer praktischer Bedeutung, das an die Technik der Antennen in gewisser Beziehung besonders hohe Anforderungen stellt, ist die „Funkpeilung". Unter dieser versteht man — bei allgemeinster Auslegung des Wortes — die Ortsbestimmung eines Senders oder Empfängers mittels elektromagnetischer Wellen (ohne Zuhilfenahme optischer oder akustischer Peilung). Sie wird vor allem zur Ortung (Navigation) von Wasser- und Luftfahrzeugen benutzt. Aber auch bei der Auffindung von Hochfrequenzstörquellen (Rundfunkentstörung!) und Schwarzsendern, sowie in der Kriegstechnik (Aufklärung!) leistet sie wertvolle Dienste. Auf die zahlreichen Verfahren zur Funkpeilung, die Ausführung der Geräte, ihre praktische Anwendung und ihre möglichen Fehler wird hier nicht eingegangen, zumal diese bereits zusammenfassend dargestellt worden sind [65]. Einige der wichtigsten Antennenformen für Peilzwecke sollen jedoch kurz erläutert werden.

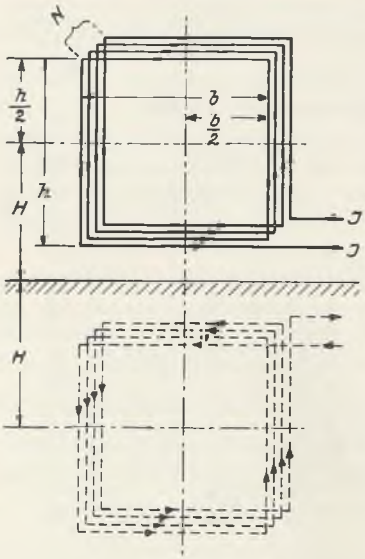


Abb. 162. Rahmen mit Spiegelbild in der Erde.

(118) Die „Rahmenantenne", die übrigens auch zur Messung der Feld-

stärke angewandt wird [vgl. unter **(125)**], besteht aus einer ebenen Leiterschleife mit rechteckiger oder kreisförmiger Windungsfläche oder aus mehreren, dicht nebeneinander liegenden derartigen Schleifen, die gleichsinnig in Reihe geschaltet sind. Man kann bei ihr, zur Unterscheidung von der „offenen" Antenne, die frei endigende Leiter hat, auch von einer „geschlossenen" Antenne sprechen. Mit der Bezeichnung „Rahmenantenne" ist die Vorstellung verknüpft, daß die Rahmenabmessungen sehr klein gegen λ sind, so daß bezüglich des Stromes und der Spannung quasistationäre Verhältnisse vorliegen. Der Rahmen wird praktisch nur in senkrechter Stellung seiner Ebene verwendet.

Zur Aufstellung des Strahlungsmaßes betrachten wir der Einfachheit halber einen rechteckigen Rahmen in senkrechter Lage zweier Rahmenseiten, wie Abb. 162 andeutet. Die Ergebnisse gelten aber auch für Rahmen anderer Form und Lage (z. B. für einen auf der Spitze stehenden quadratischen Rahmen), wenn nur eine senkrechte und eine waagerechte Symmetrieachse vorhanden sind, wie man an Hand der folgenden Betrachtungen nach Zerlegung des Stromes in den Leiterelementen in waagerechte und senkrechte Komponenten ohne weiteres übersieht. Wir fassen die Rahmenseiten als Einzelstrahler einer Strahlergruppe auf und wenden dementsprechend (188) an. Lassen wir die Rahmenebene mit der Ebene $\psi = 0$ zusammenfallen, so ist mit den Bezeichnungen der Abb. 162 (N = Windungszahl) das Strahlungsmaß der Rahmenseiten als Einzelstrahler, bezogen auf den Strom einer Windung, gemäß (128) und (131) gegeben durch:

Eine senkrechte Rahmenseite: $$\mathfrak{F}_e(\varphi, \psi) = N \tfrac{1}{2} \alpha h \cos\varphi, \tag{536}$$

Eine waagerechte Rahmenseite: $$\mathfrak{F}_e(\varphi, \psi) = N \tfrac{1}{2} \alpha b \sqrt{1 - \cos^2\varphi \cos^2\psi}, \tag{537}$$

Bei der Aufstellung der Gruppencharakteristik berücksichtigen wir das Spiegelbild in der Erde zunächst nicht. Legen wir den Ursprung unseres Koordinatensystems in den Rahmenmittelpunkt, so ist die Gruppencharakteristik je zweier gegenüberliegender Rahmenseiten gemäß (200) bzw. (199) mit $2\,\delta = 180°$, $2\,a = b$ bzw. $2\,a = h$ und wegen $\frac{1}{2}\,\alpha\,b \ll 90°$ gegeben durch:

Senkrechte Rahmenseiten: $$\begin{aligned}\mathfrak{G}_e(\varphi, \psi) &= 2 \sin\left(\tfrac{1}{2}\alpha b \cos\varphi \cos\psi\right) \\ &\approx \alpha b \cos\varphi \cos\psi.\end{aligned} \tag{538}$$

Waagerechte Rahmenseiten: $$\begin{aligned}\mathfrak{G}_e(\varphi, \psi) &= -\,2 \sin\left(\tfrac{1}{2}\alpha h \sin\varphi\right) \\ &\approx -\,\alpha h \sin\varphi.\end{aligned} \tag{539}$$

Um in Übereinstimmung mit den Ausführungen unter **(33)** zu bleiben, ist als positive Stromrichtung bei den senkrechten Leitern die Richtung von unten nach oben ($\varphi = 90°$), bei den waagerechten Leitern die

Richtung $\psi = 0$ zugrunde gelegt. Hieraus erklärt sich das Minuszeichen in (539). So ergibt sich für das Strahlungsmaß der beiden senkrechten bzw. waagerechten Rahmenseiten zusammen gemäß (188):

Senkrechte Rahmenseiten: $\mathfrak{F}_S(\varphi, \psi) = \frac{1}{2}\alpha^2 AN \cos^2\varphi \cos\psi$. (540)

Waagerechte Rahmenseiten:

$$\mathfrak{F}_W(\varphi, \psi) = -\frac{1}{2}\alpha^2 AN \sin\varphi \sqrt{1 - \cos^2\varphi \cos^2\psi}, \tag{541}$$

wobei $A = b \cdot h$ die Windungsfläche ist.

Bei der Ermittlung des Gesamtstrahlungsmaßes hieraus muß berücksichtigt werden, daß die Strahlungen der senkrechten und waagerechten Seiten verschieden polarisiert sind. Gemäß (165 a) ist die Komponente des Gesamtstrahlungsmaßes mit Polarisation in senkrechten Ebenen (φ-Komponente):

$$[\hat{\mathfrak{F}}(\varphi, \psi)]_\varphi = \frac{1}{2}\alpha^2 A N \cos\psi. \tag{542}$$

Es ist also nicht so, wie mitunter behauptet wird, daß die waagerechten Rahmenseiten bei Polarisation in senkrechten Ebenen überhaupt außer Ansatz bleiben können. Das ist vielmehr nur bei Betrachtung der Horizontalstrahlung zulässig. Die waagerecht polarisierte Komponente (ψ-Komponente) wird gemäß (165 b):

$$[\hat{\mathfrak{F}}(\varphi, \psi)]_\psi = -\frac{1}{2}\alpha^2 A N \sin\varphi \sin\psi. \tag{543}$$

Das Gesamtstrahlungsmaß des ganzen Rahmens wird somit gemäß (164):

$$|\hat{\mathfrak{F}}(\varphi, \psi)| = \frac{1}{2}\alpha^2 A N \sqrt{\cos^2\psi + \sin^2\varphi \sin^2\psi}. \tag{544}$$

Die Horizontalstrahlungskennlinie des Rahmens ist demnach dargestellt durch $\cos\psi$. In Polarkoordinaten ist sie eine Figur, die aus zwei, die Achse $\psi = 90°$ im Nullpunkt berührenden Kreisen von gleichem Durchmesser besteht (Abb. 163 unten). In den Richtungen $\psi = 90°$ und $\psi = 270°$ wird das Horizontalstrahlungsmaß zu Null. Diese Eigenschaft des Rahmens wird zur Peilung ausgenutzt. Die Vertikalstrahlungskennlinien in den Ebenen $\psi = 0$ und $\psi = 90°$ ergeben sich aus:

$$[\hat{\mathfrak{F}}(\varphi, \psi)]_{\psi=0} = \frac{1}{2}\alpha^2 A N, \tag{545}$$

$$[\hat{\mathfrak{F}}(\varphi, \psi)]_{\psi=90°} = \frac{1}{2}\alpha^2 A N \sin\varphi. \tag{546}$$

In Polarkoordinaten ist die Kennlinie in der Ebene $\psi = 0$ ein Kreis mit dem Nullpunkt als Mittelpunkt, die Kennlinie in der Ebene $\psi = 90°$ eine Figur, die aus zwei, die Achse $\varphi = 0$ im Nullpunkt be-

rührenden Kreisen von gleichem Durchmesser besteht. Die Darstellung der Strahlungsverteilung in sphärischen Polarkoordinaten ist somit ein Ringkörper (Thoroid), wie er durch Rotation eines Kreises um eine waagerechte Tangente als Rotationsachse entsteht. Sie ist in Abb. 163 links oben durch ein Raummodell [66] veranschaulicht.

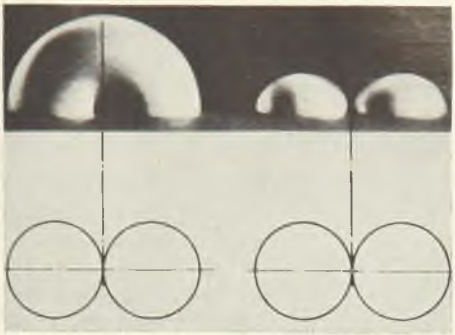


Abb. 163. Raummodelle der Gesamtstrahlungsverteilung (in sphärischen Polarkordinaten) bei einem senkrechten Rahmen (links) und bei einer Adcock-Antenne (rechts). Darunter der Grundriß der Modelle [66].

Der Höchstwert des Strahlungsmaßes, der vor allem für Feldstärkemessungen von Interesse ist, tritt also in der Ebene $\psi = 0$ auf. Er ist durch (545) gegeben. Unter der „wirksamen Höhe" des Rahmens schlechthin versteht man die diesem Höchstwert entsprechende wirksame Höhe. Sie ergibt sich gemäß (250) zu:

$$h_w = \frac{1}{2}\,\alpha\,A\,N = \frac{1}{2}\,\frac{2\pi\,A\,N}{\lambda}. \tag{547}$$

Sie ist im allgemeinen sehr klein im Vergleich zur wirksamen Höhe der üblichen „offenen" Empfangsantenne. Z. B. beträgt für $A = 1$ qm, $N = 10$ und $\lambda = 200$ m die wirksame Höhe nur $h_w = \frac{1}{2}$ (31,4 cm).

Nimmt man den Erdboden als eben und vollkommen leitend an, so kann er in seiner Wirkung durch Anbringung eines Spiegelbildes des Rahmens unter der Erdoberfläche berücksichtigt werden (Abb. 162). Der wirkliche Rahmen und sein Spiegelbild bilden ein Strahlerpaar, dessen Gruppencharakteristik durch (199) mit $\delta = 0$ gegeben ist. Für a ist die Höhe H des Rahmenmittelpunktes über der Erde einzusetzen. Das Gesamtstrahlungsmaß in diesem Fall ergibt sich somit aus dem durch (544) dargestellten Strahlungsmaß des einzelnen Rahmens im freien Raum einfach durch Multiplikation mit $2\cos(\alpha\,H\sin\varphi)$.

Ist $H \ll \lambda$, so daß $\cos(\alpha\,H\sin\varphi) \approx 1$, so ist in den Beziehungen (542) bis (547) lediglich der Faktor $\frac{1}{2}$ zu streichen, um die entsprechende Beziehung für den dicht über dem Boden angeordneten Rahmen zu erhalten. Für die Strahlungsverteilung gilt dann also das oben Gesagte unverändert. Für den Strahlungswiderstand, der allgemein durch (303) gegeben ist, findet man in diesem Fall nach der leicht durchführbaren Integration:

$$R_s = 40\,\Omega\,(\alpha^2\,A\,N)^2 = 40\,\Omega\,(\alpha\,h_w)^2. \tag{548}$$

Er ist also ebenso groß bei einem senkrechten Leiter, dessen wirksame Höhe gleich der des Rahmens ist. Absolut genommen ist er stets so klein, daß er gegen den Verlustwiderstand vernachlässigt werden kann. Für $A = 1$ qm, $N = 10$ und $\lambda = 200$ m z. B. ist $R_s = \frac{1}{1000}\,\Omega$.

Beim Empfang mit dem Rahmen interessiert bei Polarisation der einfallenden Welle in einer senkrechten Ebene nur die φ-Komponente, bei waagerechter Polarisation nur die ψ-Komponente des Gesamtstrahlungsmaßes. Die im Rahmen induzierte Urspannung U_l ergibt sich dann gemäß (389) aus (542) bzw. (543) zu:

$$\text{Polarisation in einer senkrechten Ebene: } U_l = \alpha A N \cos\psi\, E_{12}. \quad (549)$$

$$\text{Waagerechte Polarisation: } U_l = \alpha A N \sin\varphi \sin\psi E_{12}. \quad (550)$$

Die Feldstärke E_{12} der einfallenden Welle stimmt nur bei waagerechter Einfallsrichtung mit der am Boden vorhandenen Feldstärke überein. Wie unter **(92)** gezeigt, verschwindet bei waagerechter Polarisation z. B. die elektrische Feldstärke am Boden. Trotzdem liefert der Rahmen hierbei eine endliche Empfangsspannung, die ihren Höchstwert erreicht, wenn die Einfallsrichtung in der zur Rahmenebene senkrechten Ebene ($\psi = 90°$) liegt. Zu diesem Ergebnis kann man natürlich auch durch Betrachtung der magnetischen Feldstärke kommen, wie dies im Schrifttum häufig geschieht. Davon ist hier nur deshalb kein Gebrauch gemacht, um zu zeigen, daß ein physikalischer Unterschied der Betrachtungsweisen nicht besteht. Falsch wäre es allerdings, die im Rahmen induzierte Urspannung anzusetzen als das Produkt aus der wirksamen Höhe und der am Boden vorhandenen elektrischen Feldstärke.

(119) Sobald am Empfangsort außer der Bodenwelle eine Raumwelle auftritt, besteht die Möglichkeit, daß eine waagerecht polarisierte Komponente der elektrischen Feldstärke vorhanden ist. Aus den oben erwähnten Rahmeneigenschaften ergibt sich, daß dann Peilfehler auftreten können. Man bezeichnet dies als „Nachteffekt". Eine Antenne, bei der derartige Fehler vermieden werden können, ist die sog. „Adcock-Antenne" [67]. Ihr Grundelement ist ein Strahlerpaar, dessen beide Einzelstrahler aus je einem einfachen senkrechten Leiter von geringer Höhe $\left(h \ll \frac{\lambda}{4}\right)$ bestehen. Die unteren Enden der Leiter sind über Kabel mit geerdetem Mantel derart mit der Empfangseinrichtung verbunden, daß dort die Differenz der in ihnen induzierten Urspannungen wirksam wird (was einer gegenphasigen Speisung entspricht). Das Gesamtstrahlungsmaß eines solchen Paares ergibt sich in der gleichen Weise wie das Strahlungsmaß der beiden senkrechten Rahmenseiten zusammen, und geht daher aus (540) durch Einsetzen

von $2 \cdot b \cdot h_w$ für $A \cdot N$ hervor, wo h_w die wirksame Höhe der Einzelstrahler, b ihr Abstand ist. Die Horizontalstrahlungskennlinie stimmt also mit der des Rahmens überein, nicht jedoch die Vertikalstrahlungskennlinie. In Abb. 163 ist rechts die Strahlungsverteilung in sphärischen Polarkoordinaten dargestellt. Der grundsätzliche Vorteil dieser Anordnung beruht darauf, daß sie auf waagerecht polarisierte Wellen überhaupt nicht anspricht. Wenn bei der Adcock-Antenne noch ein zweites gleiches Strahlerpaar in einer zu der Ebene des ersten Strahlerpaares senkrechten Ebene vorgesehen ist, so daß die vier Einzelstrahler die Eckpunkte eines Quadrates einnehmen, und die Empfangsspannungen der Strahlerpaare an die beiden Feldwicklungen eines Goniometers gelegt sind, so hat das praktische, nicht mit der Strahlung zusammenhängende Gründe, auf die hier nicht eingegangen zu werden braucht.

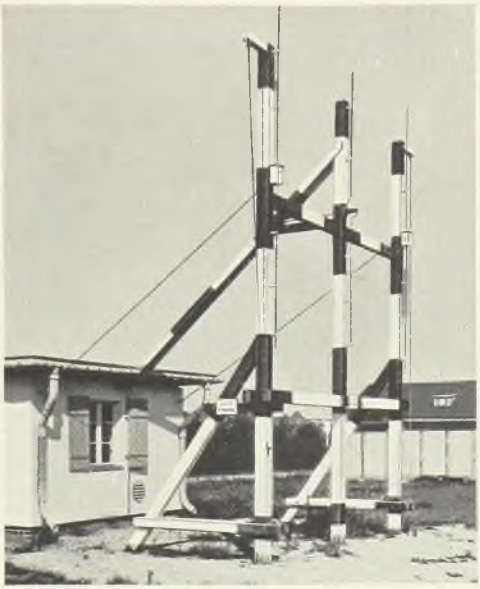


Abb. 164. Gleitweg-Funkbake mit drei senkrechten $\frac{\lambda}{2}$-Dipolen (Bauart C. Lorenz).

(120) Eine ganz andere Art der Peilung (als „Mischpeilung" bezeichnet) wird bei der „Gleitweg-Funkbake" angewandt, die die sichere Landung eines Flugzeugs im Nebel ermöglicht. Abb. 164 zeigt eine solche mit drei senkrechten $\frac{\lambda}{2}$-Dipolen. Bezüglich der Berechnung der Strahlungseigenschaften kann auf das unter **(115)** erörterte Beispiel verwiesen werden.

Dritter Teil

Antennenmessungen*)

XVI. Stromverteilung

1. Abtastung mit Stromwandler

(121) Meist ist es nicht möglich, die Stromverteilung in der nächstliegenden Weise unmittelbar durch Einschalten eines Strommessers an verschiedenen Stellen des Antennenleiters aufzunehmen. Bei

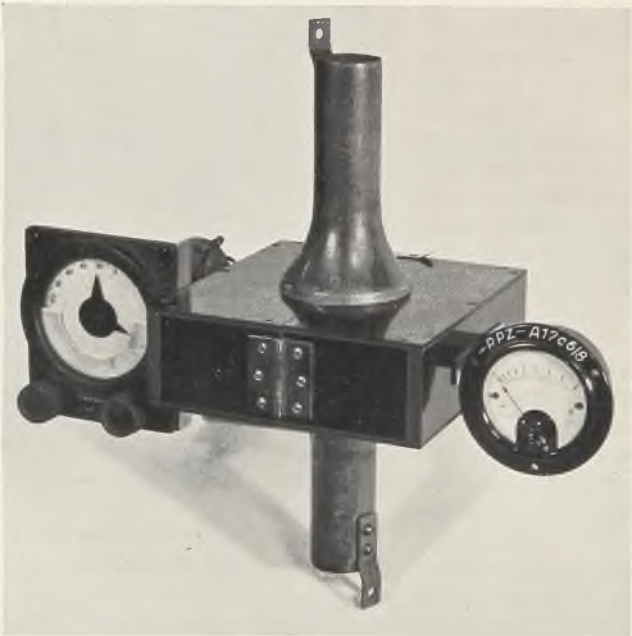


Abb. 165. Aufklappbares Stromabtastgerät. (In der Mitte Führungsbacken aus Holz, links Abstimmkondensator.) Laboratoriumsausführung des Reichspostzentralamtes.

Drähten, Seilen und Rohren kann statt dessen eine Ringspule (Toroidspule) mit sekundär angeschlossenem Strommesser, d. h. ein Stromwandler verwendet werden, der mittels Hanfleinen auf dem Leiter hochgezogen bzw. verschoben wird. Man kann dann von einem „Stromabtastgerät" sprechen.

*) Hier wird nur auf die Besonderheiten von Antennenmessungen eingegangen. Allgemein für Hochfrequenzmessungen gültige Gesichtspunkte findet man in dem Band II der vorliegenden Buchreihe: O. Zinke, Hochfrequenz-Meßtechnik, S. Hirzel, Leipzig 1938.

An magnetischen Stoffen für den Kern kommt sog. Hochfrequenzeisen (Sirufer, Ferrocart u. dgl.) in Betracht. Da Frequenzunabhängigkeit des Übersetzungsverhältnisses, d. h. kleine Streuung, hierbei unwichtig ist, kann die Ringspule auch auf einen Kern aus unmagnetischem Stoff (z. B. Holz) gewickelt werden. Das Gerät kann ja leicht bei der jeweils benutzten Frequenz geeicht werden. Für die „bezogene" Stromverteilung interessiert der Absolutwert des Stromes überhaupt nicht. Der Strommesser wird entweder unmittelbar oder über einen Abstimmkondensator an die Enden der Spule gelegt. Die Abstimmung erweist sich bei unmagnetischem Kernstoff dann als zweckmäßig, wenn bei kleinen Strömen im Leiter noch gut meßbare Ströme in der Ringspule erzielt werden sollen. Das Aufbringen der Spule auf den Leiter bereitet häufig Schwierigkeiten. Diese können umgangen werden, wenn die Ringspule aufklappbar gemacht wird (Abb. 165). Das Ablesen des Strommessers ist mit Hilfe eines Fernrohres (zu empfehlen ist etwa 40fache Vergrößerung) noch auf Entfernungen bis zu 200 m möglich. Streukapazitäten zwischen Leiter und Meßgerät bzw. zwischen Meßgerät und Erde können leicht Meßfehler verursachen, besonders bei der Messung in der Nähe von Stromknoten. Durch Abschirmung lassen sie sich weitgehend verringern (Abb. 166).

Abb. 166. Geschirmtes Stromabtastgerät. Laboratoriumsausführung der Firma Telefunken.

2. Meßdraht

(122) Zur Aufnahme der Stromverteilung kann auch ein dünner Kupferdraht parallel zum Leiter gespannt werden. Dies Verfahren setzt voraus, daß die Anbringung des „Meßdrahtes" die Stromverteilung nicht merklich verändert. Das ist offenbar nur dann der Fall, wenn der Durchmesser des Meßdrahtes und sein Abstand klein gegen die Querschnittsabmessungen des zu untersuchenden Leiters ist, wie z. B. bei selbstschwingenden Masten üblicher Bauart, einer Drahtstärke von 3 mm und einem Abstand von 20 cm. Ferner ist Voraussetzung, daß die Stromverteilung auf dem Meßdraht die gleiche ist wie auf dem zu untersuchenden Leiter. Das ist einigermaßen erfüllt, wenn in geringen Abständen Querverbindungen zwischen Meßdraht und Leiter hergestellt werden.

Der Strom im Meßdraht kann z. B. mit Stromwandler gemessen werden. Am zuverlässigsten ist jedoch die unmittelbare Messung.

Dazu werden zweckmäßig vor dem Anbringen des Meßdrahtes in geeigneten Abständen Isolierstücke mit Buchsen in denselben eingesetzt, die durch Kurzschlußstecker überbrückt sind. An den Unterteilungsstellen wird nacheinander ein Strommesser eingeschaltet. Das läßt sich natürlich nur durchführen, wenn die Unterteilungsstellen zugänglich sind, wie bei selbstschwingenden Masten oder bei Antennen, die in einem Holzturm aufgehängt sind.

3. Modellmessungen

(123) Die Stromverteilung auf einem maßstäblich verkleinerten Antennenmodell, das in der im selben Maßstab verkürzten Wellenlänge erregt wird, ist die gleiche wie die auf der wirklichen Antenne. Diese Tatsache wird vor allem bei selbstschwingenden Masten zur Messung ausgenutzt [7] [62].

XVII. Strahlungsmaß (Wirksame Höhe)

1. Allgemeines

(124) Das Strahlungsmaß einer Sendeantenne für die Richtung φ, ψ ergibt sich aus der Feldstärke E der einfallenden Welle an einem in der Richtung φ, ψ liegenden Empfangsort, der Entfernung D des Empfangsortes, dem Strom I_A im Bezugspunkt A der Antenne und dem Ausbreitungsfaktor a für die betreffende Richtung aus:

$$|\mathfrak{F}_A(\varphi, \psi)| = \frac{E \cdot D}{60\Omega \cdot I_A \cdot a} \tag{551}$$

oder, als Zahlenwertgleichung geschrieben:

$$|\mathfrak{F}_A(\varphi, \psi)| = \frac{E_{[\mathrm{mV/m}]} \cdot D_{[\mathrm{km}]}}{60 \cdot I_{A[\mathrm{A}]} \cdot a}.$$

Vorausgesetzt ist hierbei, daß der Anteil der Feldstärke, der von der an der Ionosphäre gespiegelten Raumwelle herrührt, vernachlässigbar ist.

Befindet sich P auf dem Boden ($\varphi = 0$), so stellt E die Bodenfeldstärke E_B und $\mathfrak{F}_A(\varphi, \psi)$ das Horizontalstrahlungsmaß $\mathfrak{F}_A(0, \psi)$ dar. Bei rundstrahlenden Einzelstrahlern ist das Horizontalstrahlungsmaß, bezogen auf den Fußpunkt F des Strahlers, praktisch identisch mit dem Winkelmaß der wirksamen Höhe [vgl. unter **(45)**]:

$$h_w = \frac{|\mathfrak{F}_F(0)|}{a} = \frac{E_B \cdot D \cdot \lambda}{2\pi \cdot 60\Omega \cdot I_F \cdot a} \tag{552}$$

oder, als Zahlenwertgleichung geschrieben:

$$h_{w[\mathrm{m}]} = \frac{|\mathfrak{F}_F(0)|}{a} = \frac{E_{B[\mathrm{mV/m}]} \cdot D_{[\mathrm{km}]} \cdot \lambda_{[\mathrm{m}]}}{377 \cdot I_{F[\mathrm{A}]} \cdot a}.$$

Bei Strahlergruppen ist überall unter $\mathfrak{F}_A(\varphi, \psi)$ das Gesamtstrahlungsmaß $\hat{\mathfrak{F}}_A(\varphi, \psi)$, unter A der Bezugspunkt auf dem Bezugsstrahler zu verstehen.

Sind die strahlenden Leiter waagerecht angeordnet, so daß die Strahlung der Sendeantenne waagerecht polarisiert ist, so ist eine Horizontalstrahlung und damit ein Feld an der Erdoberfläche nur in dem Maße vorhanden, wie die Bodeneigenschaften von denen eines vollkommenen Leiters abweichen. Daher kommen in diesem Fall zur Messung des Strahlungsmaßes nur Empfangsorte in Betracht, deren Höhe über dem Boden vergleichbar mit λ ist (vgl. auch unter **(115)**).

2. Feldstärkemessung

(125) Zur Messung der Feldstärke ist eine Empfangsantenne erforderlich, deren Strahlungsmaß bzw. wirksame Höhe bekannt ist. Die Rahmenantenne ist besonders geeignet, weil sich ihre wirksame Höhe bei geeignetem Aufbau aus den Abmessungen verhältnismäßig zuverlässig berechnen läßt [vgl. unter **(118)**]. Aber auch eine senkrechte Stabantenne (vgl. unter **(45)**) oder (bei waagerechter Polarisation) ein waagerechter $\frac{\lambda}{2}$-Dipol (vgl. unter **(32)**) läßt sich zur Feldstärkemessung gut verwenden, wenn nur der Aufbau eine zuverlässige Berechnung oder Eichung ihrer wirksamen Höhe zuläßt. Dazu gehört auch ein guter Erder oder ein nicht zu kleines Gegengewicht.

Gemessen wird mittel- oder unmittelbar die induzierte Spannung U_l in der Empfangsantenne, aus der sich gemäß (391) die Feldstärke ergibt durch Division mit der wirksamen Höhe h_{wE} der Empfangsantenne:

$$E = \frac{U_l}{h_{wE}}. \tag{553}$$

Bei größeren Feldstärken läßt sich durch Abstimmung der Empfangsantenne ein gut meßbarer Strom I_E erzielen. Ist außerdem der Wirkwiderstand R_E der Empfangsantenne bekannt, so ergibt sich U_l aus:

$$U_l = I_E \cdot R_E. \tag{554}$$

Zur Messung von R_E eignet sich das unter **(133)** erörterte Paulische Verfahren. Die Messung von I_E kann hierbei natürlich auch mit Hilfe eines in die Antenne eingeschalteten Wirk- oder Blindwiderstandes $\mathfrak{R}_N$ von bekannter Größe auf die Messung der Spannung $U_N = I_E \cdot |\mathfrak{R}_N|$ an $\mathfrak{R}_N$ zurückgeführt werden.

Wird auf Abstimmung verzichtet und der Anfang und das Ende der Rahmenwindungen bzw. das untere Ende des senkrechten Leiters und der Erder an den Eingang eines Spannungsmessers gelegt, so er-

hält man unmittelbar U_l. Allerdings muß der Scheinwiderstand des Spannungsmessers groß gegen den Scheinwiderstand des Rahmens bzw. des senkrechten Leiters [vgl. unter (71)] sein. Bei kleinen Feldstärken ist außer einer hohen Empfindlichkeit häufig eine gewisse Trennschärfe des Spannungsmessers erforderlich, um von hochfrequenten Störungen und frequenzbenachbarten Sendern freizukommen. Dann ist zur Spannungsmessung ein stabiler, gut geschirmter Empfänger geeignet, der mit Anzeigeinstrument im Gleichstromkreis des Hochfrequenzgleichrichters oder, bei Überlagerungsempfang, im Tonfrequenzausgang ausgerüstet ist. Der Empfänger braucht nicht unbedingt eichbar zu sein, wenn er lediglich zum Vergleich der Antennenspannung mit der Ausgangsspannung eines geeichten Meßsenders benutzt wird, die dann auf gleichen Ausschlag am Empfänger eingestellt wird. Als Meßsender eignet sich der sog. Empfängerprüfgenerator der Fa. Siemens u. Halske.

Meßfehler [68] können beim Rahmen u. a. durch die Kapazität der Windungen gegeneinander entstehen, die einen Nebenschluß zu dem eingeschalteten Strom- bzw. Spannungsmesser darstellt. Dieser Fehler läßt sich ausreichend klein halten durch geringe Drahtstärke, großen Windungsabstand und vor allem durch kleine Windungszahl. Auf jeden Fall sollte die gesamte Drahtlänge (Windungszahl mal Rahmenumfang) kleiner als 0,1 λ sein. Eine andere Fehlerquelle ist der sog. Antenneneffekt des Rahmens. Mit der unvermeidlichen Erdkapazität der angeschlossenen Meßgeräte stellt der Rahmen nämlich zugleich auch eine (stark verkürzte) offene Antenne dar. Der dadurch verursachte Strom ist nicht ohne weiteres gegen den über die Rahmenwindungen sich schließenden Strom zu vernachlässigen, da der Rahmen als offene Antenne im allgemeinen eine größere wirksame Höhe hat als als „geschlossene" Antenne. Wenn allerdings der Rahmen abgestimmt ist, als Anzeigegerät ein gewöhnlicher Thermostrommesser verwendet wird, dessen Heizer womöglich vom Thermoelement isoliert ist, und Abstimmkondensator und Strommesser erdkapazitätsarm aufgebaut sind, so ist (in der Maximumstellung des Rahmens) der Strom über die Erdkapazität bedeutungslos gegenüber dem eigentlichen Rahmenstrom. Eine Messung in dieser Weise kommt aber nur bei größeren Feldstärken in Betracht. Bei kleinen Feldstärken müssen Röhrengeräte verwendet werden. Dann ist es erforderlich, den Antenneneffekt durch erdsymmetrischen Aufbau der Meßschaltung oder durch Zwischenschaltung eines symmetrischen geschirmten Übertragers zwischen Rahmen und Anzeigegerät (angewandt beim Feldstärkemeßgerät der Firma Telefunken) auszuschalten. Vorteilhaft ist es auch, außerdem den Rahmen elektrisch zu schirmen (Abb. 167). Der Abschirmmantel muß dann natürlich an einer Stelle unterbrochen sein, weil sonst der Rahmen auch magnetisch geschirmt ist. Allerdings

läßt sich bei einem derartigen Aufbau die wirksame Höhe nicht mehr genau genug aus den Rahmenabmessungen berechnen. Das Gleiche gilt, wenn etwa eine Stabantenne verwendet wird. Die Empfangsantenne muß dann geeicht werden. Steht ein stärkerer Sender zur Verfügung, so kann das z. B. durch eine Vergleichsmessung in der Nähe des Senders mit einem (zweiten) Rahmen von dem oben beschriebenen einfachen Aufbau geschehen. Liegt die dabei erforderliche große Feldstärke außerhalb des Meßbereiches des zu eichenden Gerätes, so wird während der Messung mit diesem der Strom in der Sendeantenne in einem genau gemessenen Verhältnis herabgesetzt.

3. Entfernungsmessung

(126) Die Entfernung des Empfangsortes von der Sendeantenne wird gewöhnlich an Hand einer Landkarte (Meßtischblatt) bestimmt. Für geringere Entfernungen wird besser ein Stahlbandmaß benutzt. Ist die Antennenhöhe bekannt, so kann die Entfernung durch Messung des Höhenwinkels der Antennenspitze mit dem Theodoliten bestimmt werden. Ein Bussolen-Theodolit gibt zugleich die Himmelsrichtung an, was vor allem bei Richtantenne vorteilhaft ist.

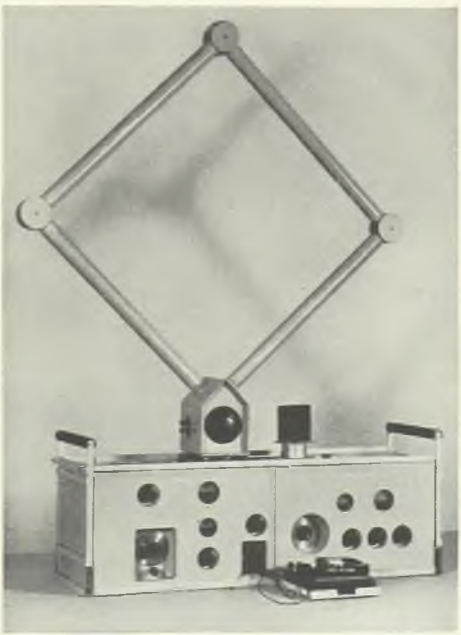


Abb. 167. Feldstärkemeßgerät mit abgeschirmtem Rahmen (gebaut im Reichspostzentralamt).

4. Strommessung

(127) An sich ist es gleichgültig, an welcher Stelle A der Sendeantenne der Strommesser eingeschaltet wird. Man muß sich nur darüber klar sein, daß man durch Einsetzen des Stromes I_A in (551) bzw. in (552) das Strahlungsmaß bzw. die wirksame Höhe mit A als Bezugspunkt erhält [vgl. unter **(45)**]. Es fragt sich dann, ob aus den so erhaltenen Werten mit Hilfe der Theorie auf die interessierenden Antenneneigenschaften geschlossen werden kann. Das ist z. B. nicht der Fall, wenn der Strom am Anfang einer

langen Antennenzuleitung gemessen wird, deren Kapazität und Induktivität unbekannt ist, oder wenn der Verschiebungsstrom mitgemessen wird, der über einen Isolator von unbekannter und nicht zu vernachlässigender Kapazität unmittelbar nach Erde abfließt. (Vgl. auch unter **(140)**).

5. Messung des Ausbreitungsfaktors

(128) Der Ausbreitungsfaktor [vgl. unter **(91)**], der als solcher nicht Gegenstand des vorliegenden Buches ist, kann angenähert gleich 1 gesetzt werden, wenn die Entfernung des Empfangsortes gering ist und der Boden nicht gerade schlecht leitet. Um (551) bzw. (552) anwenden zu können, muß allerdings der Empfangsort außerhalb des Nahfeldes liegen. Wie aus Abb. 100 hervorgeht ($\mathfrak{J}_\varrho$ ist proportional $E \cdot D$), genügt bei niedrigen Antennen ($\alpha l \leqq 90°$) eine Entfernung von $\frac{\lambda}{2}$, bei hohen Antennen ($90° < \alpha l < 215°$) eine solche von λ. Das gilt allerdings nur für Einzelstrahler. Bei Strahlergruppen muß außerdem noch D groß gegen die Abstände der Einzelstrahler untereinander sein. Als Anhaltspunkt kann die Regel dienen, daß der Winkel, der von den Richtungen vom Empfangsort aus zu den einzelnen Strahlern eingeschlossen wird, kleiner als 10° sein sollte.

Der Ausbreitungsfaktor der Bodenwelle kann bestimmt werden durch Messung der Bodenfeldstärke E_B in mindestens zwei verschiedenen Entfernungen außerhalb des Nahfeldes, aber in ein und derselben Richtung von der Antenne aus. Trägt man $(E_B \cdot D)$ in Abhängigkeit von D auf, so ergibt sich die Bodenfeldstärke E_0 bei verlustfreier Ausbreitung bzw. die dieser entsprechende Horizontalstrahlung $E_0 \cdot D$ durch Verlängerung der Kurve $(E_B \cdot D)$ bis zu $D = 0$. Statt dessen kann man auch (nach einem Vorschlag der Fa. Telefunken) den Ausbreitungsfaktor a für einige angenommene Bodenleitfähigkeiten berechnen [73]. Diejenige Leitfähigkeit, für die $\left(\frac{E_B \cdot D}{a}\right)$ sich nicht mit D ändert, ist die tatsächliche Bodenleitfähigkeit. Der zugehörige Wert $\left(\frac{E_B \cdot D}{a}\right)$ ist die Horizontalstrahlung $(E_0 \cdot D)$ und in (551) bzw. (552) einzusetzen.

Selbstverständlich sind diese Verfahren nur bei einigermaßen ebenem und gleichförmigem Boden anwendbar. Sehr viel hängt von der Auswahl der Empfangsorte im Gelände ab. Besonders in der Nähe befindliche Sekundärstrahler, wie Bäume, Häuser, Drahtzäune und oberirdische Leitungen, können leicht zu falschen Ergebnissen führen.

XVIII. Strahlungsverteilung

(129) Da die Strahlungsverteilung gemäß (127) den Relativwert des Strahlungsmaßes darstellt, braucht zur Aufnahme der Strahlungs-

verteilung jede der im vorangegangenen erörterten Meßgrößen nur relativ bekannt zu sein.

Während die Aufnahme der Horizontalstrahlungskennlinie kaum Schwierigkeiten bereitet, sind sehr große bei der Aufnahme der Vertikalstrahlungskennlinie vorhanden. Der Messung mit Hilfe des Flugzeuges, die bei längeren Wellen das einzige unmittelbare Verfahren darstellt, stehen nicht nur die hohen Unkosten, sondern auch die Schwierigkeiten der Ortung des Flugzeuges mit der erforderlichen Genauigkeit im Wege [69]. Berndt und Gothe [7] haben deshalb spiegelbildlichsymmetrische Antennenmodelle benutzt, die mit ultrakurzen Wellen erregt waren, und in waagerechter Lage des Modells das Horizontalstrahlungsdiagramm gemessen, das dem Vertikalstrahlungsdiagramm der senkrecht angeordneten Antenne entspricht. Das Verfahren von Eppen und Scheibe [70] beruht auf der Messung der Feldstärke der Raumwelle nach ihrer Spiegelung an der Ionosphäre [vgl. unter **(92)**]. Um die Bodenwelle auszublenden, wird ein Rahmen verwendet, dessen Ebene senkrecht zur Verbindungslinie Sender—Empfangsort eingestellt ist [vgl. unter **(118)**]. Der Spiegelungsgrad der Raumwelle an der Ionosphäre und am Boden des Empfangsortes wird durch Vergleich mit der Raumwellen-Feldstärke einer sehr niedrigen senkrechten Hilfsantenne ermittelt, die in der Nähe der zu untersuchenden Sendeantenne aufgestellt und mit einer frequenzbenachbarten Welle erregt ist. Die Strahlungsverteilung dieser Hilfsantenne kann ziemlich sicher als sinusförmig angenommen werden ($\mathfrak{f}(\varphi, \psi) = \cos\varphi$). Aus der Entfernung des Empfangsortes und der wirksamen Schichthöhe ergibt sich der zugehörige Erhebungswinkel mittels (491). Die Feldstärken werden registriert und der Auswertung die häufiger auftretenden Höchstwerte zugrunde gelegt.

XIX. Strahlungswiderstand

(130) Wenn das Strahlungsmaß für alle Richtungen gemessen ist, so läßt sich durch eine doppelte Integration gemäß (303) der tatsächliche Strahlungswiderstand ermitteln. Für gewöhnlich wird jedoch nur das Horizontalstrahlungsmaß wirklich gemessen. Bezüglich des Strahlungsmaßes für die Richtungen nach oben wird dann angenommen, daß die Strahlungsverteilung mit der theoretischen übereinstimmt, und dementsprechend die Größe P_{00} in (306) berechnet. Bei Rundstrahlern mit sinusförmiger Strahlungsverteilung ($\mathfrak{f}(\varphi, \psi) = \cos\varphi$) z. B. gilt (314) bzw. (315). Um die Strahlungsleistung unmittelbar aus der Horizontalstrahlung ($E_0 \cdot D$) zu errechnen, kann in diesem Fall (503) angewandt werden, womit:

$$N_{s[\mathrm{kW}]} = \left(\frac{E_{0[\mathrm{mV/m}]} \cdot D_{[\mathrm{km}]}}{300}\right)^2. \tag{555}$$

XX. Scheinwiderstand

1. Allgemeines

(131) Ebensowenig wie auf die allgemeinen hochfrequenztechnischen Gesichtspunkte bei Scheinwiderstandsmessungen kann hier auf die Anforderungen an die Normalien und Instrumente, sowie ihre zweckmäßigste Ausführung und Eichung eingegangen werden.

Besondere Beachtung bei Messungen an Antennen erfordern die meist unvermeidlichen „unsichtbaren" Kapazitäten und Induktivitäten, als da sind: Die Erdkapazitäten von Zuleitungen, Isolatoren und Schaltelementen, die Selbstinduktivitäten von Zuleitungen, die Streukopplungen kapazitiver und induktiver Art usw. Sie stellen an sich nicht unbedingt Fehlerquellen dar. Häufig muß sogar, wenn sie sich nicht vermeiden oder unschädlich machen lassen, verlangt werden, daß sie durch die Messung mit erfaßt werden. Nur muß man sich bei der weiteren Verwendung der Meßergebnisse über ihr Vorhandensein klar sein. Z. B. kann es bei der Ermittlung der Antennenleistung aus Widerstand und Strom zu erheblichen Fehlern führen, wenn der Widerstand eingesetzt wird, der an einer anderen Stelle oder in einer anderen Anordnung des Antennenkreises gemessen worden ist als der Strom. Bei Messungen in der Nähe eines Strombauches beeinflussen hauptsächlich Zuleitungsinduktivitäten das Meßergebnis, während bei Messungen in der Nähe eines Stromknotens vor allem Erdkapazitäten von Zuleitungen, Isolatoren, Abstimmitteln usw. eine Rolle spielen. Sie wirken sich bekanntlich nicht nur auf den gemessenen Blindwiderstand, sondern auch auf den Wirkwiderstand aus, und zwar auch dann, wenn sie verlustfrei sind. Parallelkapazitäten erniedrigen scheinbar den Wirkwiderstand der Antenne, wenn der Blindwiderstand der Antenne kapazitiv ist, und erhöhen ihn scheinbar, wenn der Blindwiderstand induktiv ist. In Reihe liegende (verlustfreie) Induktivitäten machen sich im Wirkwiderstand nur dann bemerkbar, wenn außerdem Parallelkapazitäten vorhanden sind. An Hand eines Ersatzschaltbildes der Anordnung lassen sich die einzelnen Einflüsse leicht berechnen bzw. abschätzen. Der Einfluß einer konzentrierten Kapazität am Fußpunkt bzw. im Symmetriepunkt der Antenne z. B. ergibt sich aus (432).

Die im folgenden angeführten Beispiele für die verschiedenen Meßverfahren beziehen sich auf erdunsymmetrische Antennen. Durch Hinzufügen des Spiegelbildes in der Erde erhält man leicht die entsprechende Schaltung für erdsymmetrische Antennen (waagerechte Dipole u. dgl.).

Die unter 3., 5., 6. und 7. beschriebenen Verfahren ergeben zunächst den Wirkwiderstand des ganzen Antennenkreises, d. h. einschließlich des Wirkwiderstandes der Schaltelemente (Abstimmittel, Strom-

messer, Verbindungsleitungen usw.). Um den Wirkwiderstand der Antenne allein zu erhalten, muß der Wirkwiderstand der Schaltelemente durch besondere Messung — nach irgendeinem der üblichen Verfahren — ermittelt und von dem Gesamtwiderstand des Antennenkreises abgezogen werden. Man wird also im Interesse der Genauigkeit, besonders bei kleinem Wirkwiderstand der Antenne, möglichst verlustarme Schaltelemente verwenden. Wird außerdem der Blindwiderstand der Schaltelemente in der Resonanzeinstellung für sich allein ermittelt, so hat man damit auch den Blindwiderstand der Antenne, der dem Betrag nach mit diesem übereinstimmt. Die Abstimmmittel sind übrigens in den Schaltskizzen der Allgemeingültigkeit wegen durch die Reihenschaltung eines Kondensators und einer Spule angedeutet. Man wird in der Praxis natürlich versuchen, mit C oder L auszukommen. Bei sehr kleinem induktivem Blindwiderstand der Antenne kann allerdings auch die Verwendung von L und C angebracht sein.

2. Messung mit Brücke

(132) Für Scheinwiderstandsmessungen an Antennen, deren Fehler kleiner als 1% sein soll, kommen praktisch nur Hochfrequenzmeßbrücken in Betracht, da andere ebenso genaue Verfahren außerhalb des Laboratoriums gewöhnlich nicht anwendbar sind. Ein weiterer Vorzug der Brücke ist, daß die Messung erheblich rascher geht, wodurch die aufschlußreiche Aufnahme des Scheinwiderstandes über einen größeren Frequenzbereich erleichtert wird. Die z. Z. am meisten durchentwickelte käufliche Hochfrequenzmeßbrücke dürfte die sog. Differentialmeßbrücke der Fa. Siemens und Halske sein, die unsymmetrisch geschaltet werden kann, was bei Messungen an geerdeten Antennen erforderlich ist. Es empfiehlt sich, einen Meßsender mit nicht zu kleiner Leistung und einen Meßempfänger mit möglichst hoher Trennschärfe zu verwenden, da sonst die Meßgenauigkeit u. U. durch die von der Antenne aufgenommenen Störungen und Fremdsender beeinträchtigt wird.

3. Zusatzwiderstandsverfahren

[133] Das Verfahren mit Zusatzwiderstand, auch „Paulisches Verfahren“ [71] genannt, geht von rein induktiver und während der Messung gleichbleibender Kopplung zwischen Meßsender und Antennenkreis aus (Abb. 91a). Wird im Punkt F ein Wirkwiderstand R_{Z1} von bekannter, an sich beliebiger Größe eingeschaltet und der Antennenkreis mit C_{Ab} bzw. L_{Ab} auf Resonanz, d. h. auf den Höchstwert des Verhältnisses $\frac{I_F}{I_K}$ [vgl. unter (73) abgestimmt, so gilt:

$$\omega M I_{K1} = I_{F1} (R_F + R_{Z1}),$$

wo R_F der Wirkwiderstand des ganzen Antennenkreises ist. Bezeichnen I_{K0} und I_{F0} die Ströme für $R_{Z0} = 0$, so gilt:

$$R_F = \frac{I_{F1}/I_{K1}}{I_{F0}/I_{K0} - I_{F1}/I_{K1}} R_{Z1}. \tag{556}$$

Ist die Kopplung so lose und der Meßsender so konstant, daß $I_{K1} = I_{K0}$, so wird einfach:

$$R_F = \frac{I_{F1}}{I_{F0} - I_{F1}} R_{Z1}. \tag{557}$$

Es empfiehlt sich, nacheinander Zusatzwiderstände verschiedener Größe einzuschalten. Auch ist die graphische Auswertung der Meßergebnisse, wie sie in Abb. 168 dargestellt ist, der rechnerischen Auswertung mittels (556) vorzuziehen. Die Streuung der Meßwerte $\frac{I_K}{I_F}$ um eine Gerade gibt nämlich bis zu einem gewissen Grade Aufschluß über die Zuverlässigkeit der Messung. Zudem kann bei der graphischen Auswertung auf einfache Weise ein Mittelwert mit Bewertung der einzelnen Messung gebildet werden.

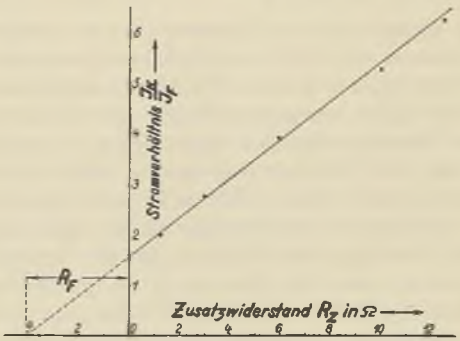


Abb. 168. Beispiel für die graphische Auswertung der Messung mit Zusatzwiderstand.

Ein über die ganze Skala gleichbleibender prozentualer Fehler der Strommesser ist unschädlich. Dagegen geht die Änderung dieses Fehlers mit dem Ausschlag in den gesuchten Widerstand ein (Eichung!). Fehlmessungen entstehen häufig dadurch, daß außer der induktiven Kopplung eine kapazitive Streukopplung vorhanden ist (Abschirmung!). Auf jeden Fall muß der Strommesser an der gleichen Stelle des Antennenkreises eingeschaltet werden wie der Zusatzwiderstand. Die häufig anzutreffende Ansicht, daß das Paulische Verfahren nur im Strombauch angewendet werden darf, ist irrig. Allerdings beeinträchtigen Streukapazitäten u. dergl. die Meßgenauigkeit um so mehr, je weiter die Einschaltstelle vom Strombauch entfernt ist.

4. Ersatzwiderstandsverfahren

(134) Das Ersatzwiderstandsverfahren (Substitutionsverfahren) kann auf jede der Schaltungen Abb. 91a bis 91c angewandt werden.

Nachdem der Antennenkreis mittels C_{Ab} bzw. L_{Ab} auf Resonanz, d. h. auf den Höchstwert von $\frac{I_F}{I_K}$ abgestimmt worden ist, wird die Antenne abgeschaltet und zwischen die Punkte F und E eine „Antennennachbildung" eingeschaltet, bestehend aus einem veränderbaren Normalwiderstand und einem veränderbaren Normalkondensator oder bzw. und einer veränderbaren Normalspule. Zunächst wird mit der Nachbildung wiederum abgestimmt, während C_{Ab} und L_{Ab} unverändert bleiben. Dann wird der Normalwiderstand so lange verändert, bis das gleiche Verhältnis $\frac{I_F}{I_K}$ wie bei angeschalteter Antenne erreicht ist. Jetzt ist der Scheinwiderstand der Nachbildung gleich dem Scheinwiderstand der Antenne.

Da es schwierig ist, stetig veränderbare Widerstände frequenzunabhängig zu machen, kann man nach einem Vorschlag von Vilbig und Vogt [17] auch nacheinander zwei feste Widerstände in die Nachbildung einschalten, von denen der eine etwas größer, der andere etwas kleiner als der Wirkwiderstand der Antenne ist. Diesen findet man dann aus den zugehörigen Stromverhältnissen $\frac{I_F}{I_K}$ leicht durch lineare Interpolation.

Die Meßgenauigkeit hängt außer von der Ablesegenauigkeit der Strommesser nur von der Genauigkeit ab, mit der die Normalien geeicht sind.

5. Verfahren der geeichten Kopplung

(135) Für die Schaltung der Abb. 91c gilt (441), woraus:

$$R_F = \frac{1}{\omega C_K}\left(\frac{I_K}{I_F}\right)_{\min}. \tag{558}$$

C_K kann z. B. mit einer Kapazitätsmeßbrücke bei Niederfrequenz gemessen werden. Allerdings ist dazu Voraussetzung, daß der induktive Widerstand der Zuleitung zum Koppelkondensator, die dem Antennenkreis und dem Kabelkreis gemeinsam ist (d. h. die Leitung von K über C_K nach Erde), sehr klein gegen den kapazitiven Widerstand von C_K ist. Andernfalls erhält man aus der Niederfrequenzmessung von C_K eine Koppelkapazität, die kleiner als die tatsächlich wirksame ist. Meßfehler können außerdem entstehen durch eine induktive Streukopplung zwischen dem Antennenkreis und dem Kreis, an den dieser angekoppelt ist (Abschirmung, Leitungsführung!). Da das Verhältnis $\left(\frac{I_F}{I_K}\right)$ in das Meßergebnis eingeht (im Gegensatz zu den Verfahren 3. und 4., bei denen nur die Änderung dieses Verhältnisses

eingeht), kommt es auf die absolute Genauigkeit der Strommesser und die Sorgfalt an, mit der dieses Verhältnis auf seinen Höchstwert eingestellt wird.

Mit dem Verfahren der geeichten Kopplung ist es ebenso wie mit dem im folgenden beschriebenen Verfahren möglich, den Antennenwiderstand einer im Betrieb befindlichen Antenne ohne Betriebsunterbrechung zu messen.

6. Wattpunktsverfahren (Strom-Spannungsmessung)

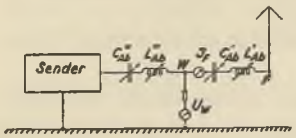


Abb. 169. Meßschaltung beim Wattpunktsverfahren.

(136) Werden in die Zuleitung vom Meßsender zur Antenne Abstimmittel C'_{Ab}, L'_{Ab} eingeschaltet, wie in Abb. 169 dargestellt, und werden diese so eingestellt, daß das Verhältnis der Spannung U_W zwischen dem Punkt W und Erde und des Stromes I_F in der Zuleitung einen Mindestwert annimmt, so ist der Wirkwiderstand R_F der Antenne einschließlich des Wirkwiderstandes der Schaltelemente zwischen W und F:

$$R_F = \left(\frac{U_W}{I_F}\right)_{\min}. \tag{559}$$

Da für den Mindestwert von $\left(\frac{U_W}{I_F}\right)$ die Spannung in Phase mit dem Strom ist, so daß U_W eine „Wattspannung", I_F ein „Wattstrom" ist, wird W als „Wattpunkt" bezeichnet.

Ist $\left(\frac{U_W}{I_F}\right)$ auf den Mindestwert eingestellt, so besagt das noch nicht, daß der ganze Antennenkreis abgestimmt ist, da dazu auch die Schaltelemente im Ausgang des Senders (Kopplungsspule u. dgl.) abgestimmt werden müssen. Zu diesem Zweck sind in Abb. 169 die Abstimmittel C''_{Ab}, L''_{Ab} vorgesehen.

Die Meßgenauigkeit hängt von der Genauigkeit ab, mit der Strom- und Spannungsmesser geeicht sind, und mit der sie abgelesen werden können (möglichst mit Vollausschlag arbeiten!). Der Scheinwiderstand des Spannungsmessers (z. B. Thermovoltmeter) spielt für die Meßgenauigkeit keine Rolle.

Die Schaltung der Abb. 169 soll nur das Grundsätzliche des Verfahrens zeigen. Es ist auf die verschiedenste Art und Weise möglich, einen Wattpunkt zu schaffen. Z. B. ist in der Abb. 91a bis 91c auch der Kabelausgang bei richtiger Abstimmung ein Wattpunkt.

7. Drei-Amperemeter-Verfahren

(137) Das Drei-Amperemeter-Verfahren setzt voraus, daß in der Zuleitung zur Antenne ein Parallelzweig nach Erde vorhanden ist, dessen Scheinwiderstand bekannt ist. Betrachten wir z. B. die Schaltung der Abb. 91a. Zwischen $\mathfrak{J}_F$, $\mathfrak{J}_K$ und $\mathfrak{J}_C$ besteht in der komplexen Darstellungsweise die Beziehung:

$$\mathfrak{J}_F - \mathfrak{J}_K - \mathfrak{J}_C = 0.$$

Ist δ die Phasendifferenz zwischen $\mathfrak{J}_F$ und $\mathfrak{J}_C$, so daß: $\frac{\mathfrak{J}_C}{\mathfrak{J}_F} = \frac{I_C}{I_F} e^{j\delta}$, so ergibt die Anwendung des Cosinussatzes auf das Vektordiagramm:

$$I_K^2 = I_F^2 + I_C^2 - 2 I_F I_C \cos\delta;$$

δ läßt sich also aus den Beträgen der Ströme errechnen durch:

$$\cos\delta = \frac{I_F^2 + I_C^2 - I_K^2}{2 I_F I_C}. \tag{560}$$

Natürlich läßt sich δ auch auf graphischem Wege ermitteln. Ist der Parallelzweig wie in Abb. 91a ein verlustfreier Kondensator, so ist die Spannung an diesem $\frac{1}{j\omega C_K} \cdot \mathfrak{J}_C$. Damit ergibt sich der Wirkwiderstand R_F der Antenne einschließlich des Wirkwiderstandes etwaiger zwischen K und F liegender Schaltelemente:

$$R_F = \frac{1}{\omega C_K} \left(\frac{I_C}{I_F}\right) \sin\delta. \tag{561}$$

Der Blindwiderstand B_F der Antenne einschließlich des Blindwiderstandes etwaiger zwischen K und F liegender Schaltelemente ist:

$$B_F = -\frac{1}{\omega C_K} \left(\frac{I_C}{I_F}\right) \cos\delta. \tag{562}$$

Das Verfahren unterscheidet sich von dem der geeichten Kopplung vor allem dadurch, daß an sich keinerlei Abstimmung oder Abgleich erforderlich ist (siehe auch unter a). Dafür werden aber hohe Anforderungen an die Genauigkeit der Strommessung gestellt, wie eine Fehlerbetrachtung an Hand von (560) sofort zeigt.

XXI. Antennenleistung, Wirkungsgrad, Verlustwiderstand

(138) Die Antennenleistung ergibt sich mittelbar*) aus Widerstand und Strom (diese müssen auf den gleichen Bezugspunkt bezogen sein) zu:

$$N_A = R_F \cdot I_F^2 .$$

*) Bezüglich der unmittelbaren Leistungsmessung sei verwiesen auf: O. Zinke, Hochfrequenz-Meßtechnik, S. Hirzel, Leipzig 1938.

Die Messung von Widerstand und Strom ist im vorangegangenen erörtert worden. Bei dem Wattpunktsverfahren ergibt sich die Leistung auch aus Strom und Spannung mittels: $N_A = U_W \cdot I_F$.

Die Messung der Strahlungsleistung N_s ist unter **(130)** besprochen worden. Der Antennenwirkungsgrad folgt aus:

$$\eta = \frac{N_s}{N_A} = \frac{R_{sF}}{R_F}.$$

Der auf den Bezugspunkt F bezogene Gesamtverlustwiderstand R_{vF} der Antenne ergibt sich aus:

$$R_{vF} = R_F - R_{sF}.$$

Die verschiedenen Anteile des Verlustwiderstandes lassen sich durch die Messung nur selten trennen (siehe auch Abschnitt IX).

XXII. Eigenwellen, Resonanzwellen

(139) Zur Ermittlung der Eigenwellen [vgl. unter **(69)**] und Resonanzwellen [vgl. unter **(70)**] wird am zweckmäßigsten der Blindwiderstand B_F der Antenne nach einem der oben erörterten Verfahren für verschiedene Frequenzen gemessen und in Abhängigkeit von der Frequenz graphisch dargestellt. Die Abszissen der Schnittpunkte der Blindwiderstands-Kurve mit der Abszissenachse sind die Eigen- bzw. Resonanzfrequenzen (vgl. z. B. Abb. 81). Das früher meist benutzte Verfahren mit Summer und Wellenmesser [72] eignet sich wegen seiner Einfachheit für überschlägige Messungen, ist jedoch wie alle anderen Verfahren, bei denen auf Höchstwert des Anzeigeinstrumentes eingestellt wird, ungenau, sobald die Antenne stärker gedämpft ist. Diesen Fehler vermeidet man, wenn man von der Brückenmessung des Blindwiderstandes der Antenne ausgeht.

XXIII. Wellenwiderstand, Endkapazität

(140) Es hat nur dann einen Sinn, aus den gemessenen Antenneneigenschaften den Wellenwiderstand, der ja eine reine Rechengröße der Leitungstheorie ist, bestimmen zu wollen, wenn die Voraussetzungen erfüllt sind, unter denen die Leitungstheorie anwendbar ist (vgl. unter **(9)** und **(15)**). Zu ihnen gehört insbesondere, daß die Querschnittsabmessungen des Antennenleiters sehr klein gegen seine Länge und die Wellenlänge sind und wenigstens innerhalb gewisser Abschnitte ungefähr gleichbleiben.

Ist an einen Leiter von der Länge l mit dem Wellenwiderstand Z (z. B. die Niederführung einer T-Antenne) ein Leiter oder eine Leiter-

anordnung von der wirklichen Länge l_w mit dem Wellenwiderstand Z_w (z. B. der Horizontalteil einer T-Antenne) oder eine konzentrierte Endkapazität C_e angeschlossen, so gilt bei der ohne weiteres meßbaren Eigenwellenlänge $\lambda_0 = \frac{2\pi}{\alpha_0}$ (vgl. unter **(139)**) für die verlängernde Wirkung l_{v_0}, die der angeschlossene Leiter oder die Endkapazität auf die Strom-Spannungsverteilung des erstgenannten Leiters hat, gemäß (418):

$$\alpha_0 l_{v_0} = 90^\circ - \alpha_0 l. \tag{563}$$

Damit ergibt sich das Verhältnis der Wellenwiderstände gemäß (59) [$(l_1 + l_v)$ in (59) entspricht hier l_v] aus:

$$\left(\frac{Z_w}{Z}\right) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha_0 l_{v_0}}{\operatorname{ctg} \alpha_0 l_w} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_0 l}{\operatorname{ctg} \alpha_0 l_w}. \tag{564}$$

Ist l_w sehr klein gegen λ ($\alpha l_w < 30^0$), so daß sich der angeschlossene Leiter wie eine Endkapazität verhält, oder handelt es sich überhaupt um eine Endkapazität, so erhält man gemäß (47) das Produkt $(Z\,C_e)$ aus:

$$(Z\,C_e) = \frac{\operatorname{tg} \alpha_0 l_{v_0}}{c\,\alpha_0} = \frac{1}{c\,\alpha_0 \operatorname{tg} \alpha_0 l}. \tag{565}$$

Solange $\alpha_0 l_{v_0} < 30^\circ$ ist, gilt in guter Näherung:

$$(Z\,C_e) = \frac{l_{v_0}}{c}. \tag{565a}$$

Somit kann bei bekannter Eigenwellenlänge l_v für längere Wellen ermittelt werden aus:

$$\operatorname{ctg} \alpha l_v = \left(\frac{Z_w}{Z}\right) \operatorname{ctg} \alpha l_w = \frac{\operatorname{ctg} \alpha l_w}{\operatorname{ctg} \alpha_0 l_w} \operatorname{tg} \alpha_0 l \tag{566}$$

oder, im Falle der Endkapazität, aus:

$$\operatorname{tg} \alpha l_v = \alpha c\,(Z\,C_e) = \frac{\alpha}{\alpha_0 \operatorname{tg} \alpha_0 l}. \tag{567}$$

Wenn $\alpha l_v < 30^\circ$ ist, gilt angenähert:

$$l_v = l_{v_0}. \tag{567a}$$

Damit kann aus dem gemessenen Blindwiderstand B_F der Antenne für Wellen, die länger als die Eigenwelle sind, Z berechnet werden gemäß (392) mittels:

$$Z = \frac{-B_F}{\operatorname{ctg} \alpha\,(l + l_v)}. \tag{568}$$

Aus (564) bzw. (565) kann nunmehr auch Z_w bzw. C_e ermittelt werden.

Bei genaueren Untersuchungen empfiehlt es sich, den Einfluß des Randfeldes und der etwa vorhandenen Isolatoren im Speisepunkt auf den dort gemessenen Blindwiderstand zu berücksichtigen (vgl. unter **(25)** u. **(87)**). Läßt sich die Ersatzkapazität C_0 des Randfeldes und der Isolatoren nicht durch eine besondere Messung feststellen, so muß sie aus (118a) mit $k = 0{,}2$ bis $0{,}3$ pF/cm überschlägig ermittelt werden. Der Blindwiderstand B_F der Antenne ohne das Randfeld und die Isolatoren im Speisepunkt ergibt sich dann aus dem tatsächlichen, d. h. mit Randfeld und Isolatoren im Speisepunkt gemessenen Blindwiderstand B'_F und dem Blindwiderstand $K = \frac{1}{\omega C_0}$ der Ersatzkapazität (für Wellen, die länger als die Eigenwelle sind) aus:

$$B_F = \frac{B'_F}{1 + \frac{B'_F}{K}}. \tag{569}$$

Er ist also, da B'_F unterhalb der Eigenwelle negativ ist, größer als B'_F. Bemerkt sei noch, daß bei Antennen, die gegen Erde erregt werden (erdunsymmetrische Speisung), das Doppelte des zwischen Erde und Antenne gemessenen Blindwiderstandes einzusetzen ist, wenn, wie hier, unter Z der Wellenwiderstand der Ersatzdoppelleitung und unter C_e bzw. C_0 die Kapazität gegen das Spiegelbild verstanden wird.

Bei glatten Leitern ohne Z-Sprung und (sichtbare) Endkapazität darf, wie unter **(25)** gezeigt, C_e nicht etwa von vornherein gleich null gesetzt werden. Vielmehr ist die Auswertung der Messung in genau der gleichen Weise wie bei einem Leiter mit Endkapazität vorzunehmen. Das sich ergebende C_e stellt die Ersatzkapazität C_0 für das Randfeld am offenen Leiterende und dort etwa vorhandene Isolatoren (vgl. unter **(87)**) dar.

Anstatt des bei Hochfrequenz gemessenen Blindwiderstandes B'_F kann auch die bei Tonfrequenz gemessene statische Antennenkapazität C'_S zur Bestimmung von Z herangezogen werden. Der Gang der Rechnung entspricht vollkommen dem eben beschriebenen, mit der Maßgabe, daß (569) übergeht in:

$$C_S = C'_S - C_0 \tag{569a}$$

und (568) die Form annimmt:

$$Z = \frac{l + \frac{1}{\alpha_0 \operatorname{tg} \alpha_0 l}}{c \cdot C_S}. \tag{568a}$$

Wie unter **(70)** gezeigt, beeinflussen das Randfeld und die Isolatoren im Speisepunkt die Grundwelle λ_0 der Antenne nicht oder nur unwesentlich, wohl aber die Parallelresonanzwelle (bzw. Wellen).

Das kann bei einfachen Antennenformen (z. B. dünnen Leitern mit Endkapazitäten von kleiner räumlicher Ausdehnung), deren Stromverteilung mit Hilfe der Leitungstheorie genau genug berechnet werden kann, zur Ermittlung der Ersatzkapazität C_0 des Randfeldes und der Isolatoren im Speisepunkt ausgenutzt werden. Nachdem in der oben beschriebenen Weise Z und C_e bestimmt worden sind, wird der Blindwiderstand der Antenne gemäß (432) für einige Frequenzen in der Nähe der Parallelresonanzfrequenz berechnet, mit einem (z. B. auf Grund von (118a)) geschätzten Wert für C_0. Der Vergleich mit dem gemessenen Blindwiderstand zeigt dann, ob der geschätzte Wert zu groß oder zu klein ist. Mit einem berichtigten Wert wiederholt man dann das Verfahren so lange, bis Übereinstimmung zwischen dem gerechneten und dem gemessenen Blindwiderstand erreicht ist. Dieses Verfahren ist verhältnismäßig genau, da kleinen Unterschieden von C_0 in der Nähe der Parallelresonanzfrequenz große Unterschiede von B'_F entsprechen.

Schrifttum

Vorbemerkung: Dieses Verzeichnis erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit. Im allgemeinen sind nur Arbeiten angeführt, deren Inhalt zu einem wesentlichen Teil bei der Abfassung des vorliegenden Buches verwertet worden ist. Zum Teil handelt es sich dabei, wie ausdrücklich bemerkt sei, um Arbeiten zusammenfassender Art, die ganz oder teilweise auf ältere, hier nicht erwähnte Arbeiten anderer Verfasser zurückgehen. Werke, die sich zur Einführung in die mit dem hier gebrachten Stoff zusammenhängenden Grundgebiete der Elektrotechnik eignen, sind nur in einzelnen Fällen und an der betreffenden Stelle im Text genannt. Das gleiche gilt von Formelsammlungen und mathematischen Abhandlungen. Ein ausführliches Verzeichnis findet man z. B. in: F. Vilbig, Lehrbuch der Hochfrequenztechnik, S. 658, Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig 1937.

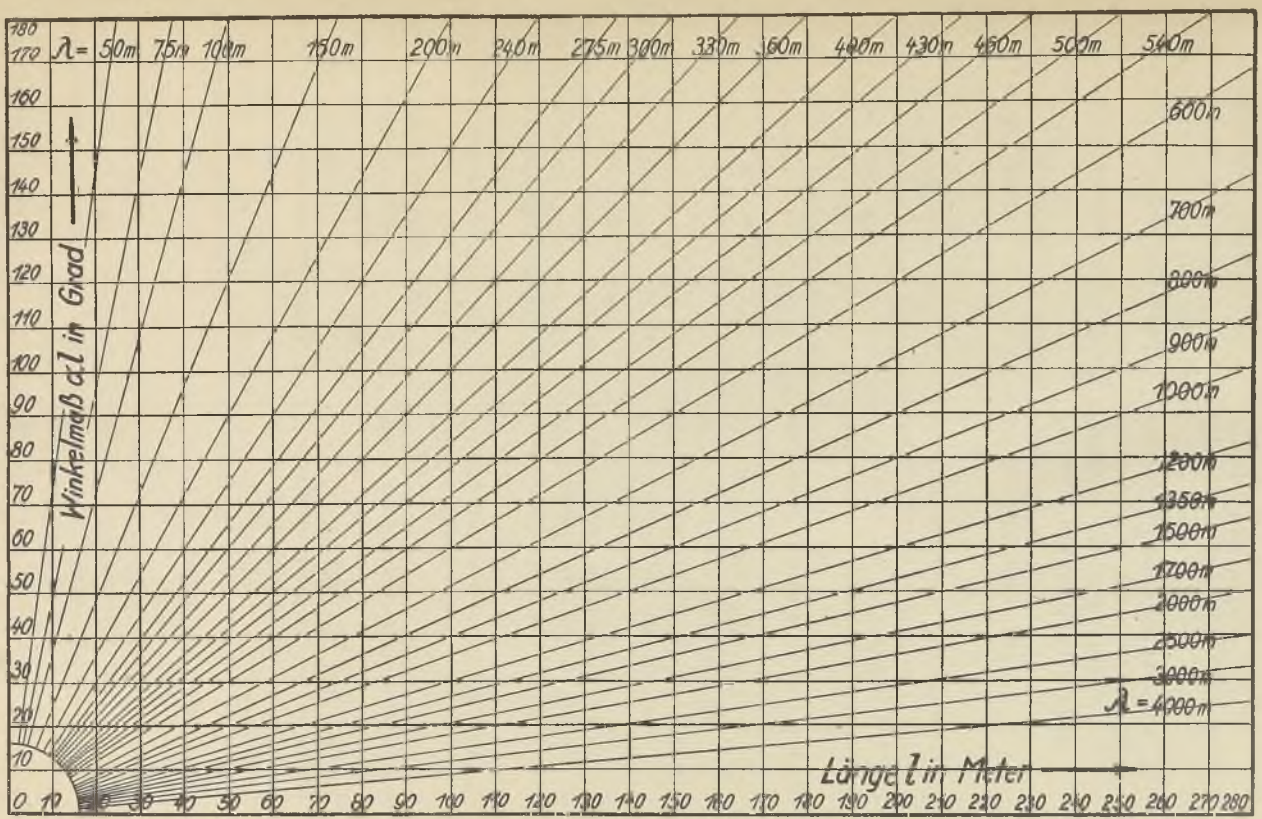
1. H. Hertz, Gesammelte Werke, Bd. 2, Joh. A. Barth, Leipzig 1914; Über Strahlen elektrischer Kraft, Wiedemanns Ann. **36** (1888), 769.
2. F. Breisig, Theoretische Telegraphie, S. 488, Vieweg & Sohn, Braunschweig 1924 (2. Aufl.).
3. F. Breisig, Theoretische Telegraphie, S. 306, Vieweg & Sohn, Braunschweig 1924 (2. Aufl.).
4. F. Breisig, Theoretische Telegraphie, S. 310, Vieweg & Sohn, Braunschweig 1924 (2. Aufl.).
5. E. Siegel, Strom- und Spannungsverteilung auf Turmantennen, Z. Hochfrequenztechn. **48** (1936), 164.
6. R. Bechmann, Die Verteilung der Strahlungsleistung längs einer Dipolantenne, Telefunkenztg. **13** (1932), Nr. 61, 51.

7. W. Berndt und A. Gothe, Untersuchungen über das Vertikaldiagramm hoher Rundfunkantennen, Telefunkenztg. **17** (1936), Nr. 72, 5.
8. E. Metzler, Stehende und fortschreitende Wellen auf Antennen, Bull. schweiz. elektrotechn. Ver. **27** (1936), 595.
9. F. Breisig, Theoretische Telegraphie, S. 333, Vieweg & Sohn, Braunschweig 1924 (2. Aufl.).
10. F. Breisig, Theoretische Telegraphie, S. 56, Vieweg & Sohn, Braunschweig 1924 (2. Aufl.).
11. K. Küpfmüller, Einführung in die theoretische Elektrotechnik, S. 58, J. Springer, Berlin 1932.
12. F. Breisig, Theoretische Telegraphie, S. 159, Vieweg & Sohn, Braunschweig 1924 (2. Aufl.).
13. K. Küpfmüller, Einführung in die theoretische Elektrotechnik, S. 170, J. Springer, Berlin 1932.
14. F. Breisig, Theoretische Telegraphie, S. 77, Vieweg & Sohn, Braunschweig 1924 (2. Aufl.).
15. J. Labus, Rechnerische Ermittlung der Impedanz von Antennen, Z. Hochfrequenztechn. **41** (1933), 17.
16. F. Banneitz, Taschenbuch d. drahtl. Telegraphie und Telephonie, S. 393, J. Springer, Berlin 1927.
17. F. Vilbig und K. Vogt, Untersuchungen an Vertikalantennen mit horizontalen Dachkapazitäten, Z. Hochfrequenztechn. **50** (1937) 58.
18. G. H. Brown, A critical study of the characteristics of broadcast antennas as affected by antenna current distribution, Proc. Inst. Radio Engrs., N. Y. **24** (1936), 48.
19. W. Hahnemann und R. M. Wundt, Schwundmindernde Antennen, Lorenz-Ber., 1935, Nr. 7, 3.
20. H. Brückmann, Über den Einfluß von Geländeunebenheiten in der Nähe von schwundmindernden Antennen, Telegr.-, Fernspr.- und Funk-Techn. **26** (1937) 7.
21. G. H. Brown, Directional antennas, Proc. Inst. Radio Engrs., N. Y., **25** (1937), 78.
22. R. Bechmann, Berechnung der Strahlungsdiagramme von Antennenkombinationen, Telefunkenztg. **10** (1929), Nr. 53, 54.
23. W. Berndt, Amplituden-, Abstands- und Phasenbedingungen bei Antennenkombinationen, Z. Hochfrequenztechn. **44** (1934), 23.
24. O. Böhm, Langwellen-Rundfunkantennen mit Unterdrückung der Steilstrahlung, Telefunkenztg. **13** (1932), Nr. 60, 21.
25. H. Harbich und W. Hahnemann, Wirksame Bekämpfung des Nahschwundes im Rundfunk durch Sendeantennen bestimmter Form, Elektr. Nachr.-Techn. **9** (1932), 361.
26. H. Stenzel, Über die Richtcharakteristik von in einer Ebene angeordneten Strahlern, Elektr. Nachr.-Techn. **6** (1929), 165.
27. H. Chireix, Antennes à rayonnement zenithal réduit, Onde électr. **15** (1936), 440.
28. B. van der Pol, Über die Wellenlängen und Strahlung von mit Kapazität und Selbstinduktion beschwerten Antennen, Jb. drahtl. Telegr. **13** (1919), 217.

29. R. Rücklin, Gerichtete Rundfunkantennen, Hochfrequenztechn. **43** (1934) 22.
30. R. Bechmann, Berechnung der Strahlungswiderstände von Antennen und Antennensystemen, Telefunkenztg. **11** (1930), Nr. 55, 52.
31. R. Bechmann, Berechnung der Strahlungscharakteristiken und Strahlungswiderstände von Antennensystemen, Z. Hochfrequenztechn. **36** (1930), 182 und 210.
32. P. S. Carter, Circuit relations in radiating systems and applications to antenna problems, Proc. Inst. Radio Eng. **20** (1932), 1004.
33. A. Pistolkors, The radiation resistance of beam antennas, Proc. Inst. Radio Engrs., N. Y., **17** (1929), 562.
34. F. Sammer, Die Wirkungsweise von Drahtreflektoren, Telefunkenztg. **10** (1929) N. 53, 61.
35. A. Sommerfeld, Das Reziprozitätstheorem der drahtlosen Telegraphie, Z. Hochfrequenztechn. **26** (1925), 93.
36. J. Großkopf, Empfangsantennen, Telegr.-, Fernspr.-, Funk- und Fernseh-Techn. **27** (1938), 129.
37. E. Siegel und J. Labus, Scheinwiderstand von Antennen, Z. Hochfrequenztechn. **43** (1934), 166, 172.
38. E. Siegel und J. Labus, Sendeantennen, Z. Hochfrequenztechn. **49** (1937), 87.
39. Rein-Wirtz, Radiotelegraphisches Praktikum, S. 295, J. Springer, Berlin 1922 (3. Aufl.).
40. Rein-Wirtz, Radiotelegraphisches Praktikum, S. 299, J. Springer, Berlin 1922 (3. Aufl.).
41. F. Breisig, Theoretische Telegraphie, S. 506 und 512, Vieweg & Sohn, Braunschweig 1924 (2. Aufl.).
42. K. Küpfmüller, Einführung in die theoretische Elektrotechnik, S. 189, J. Springer, Berlin 1932.
43. W. Weiker, E. Kunstmann und W. Demuth, Eigenschaften keramischer Werkstoffe, ETZ **56** (1935), 915.
44. H. Gerwig, Untersuchungen an neueren Antennenformen, VDE-Fachber. **10** (1938), 210.
45. H. Brückmann, Über die Theorie der Erdverluste von Antennen, Telegr.-, Fernspr.-, Funk- und Fernseh-Techn. **27** (1938), 29.
46. Brown, Lewis und Epstein, Ground systems as a factor in antenna efficiency, Proc. Inst. Radio Engrs., N. Y., **25** (1937), 753.
47. F. Vilbig, Untersuchungen an Erdern von Funksenderanlagen, VDE-Fachber. **9** (1937), 230.
48. G. H. Brown, The phase and magnitude of earth currents near radio transmitting antennas, Proc. Inst. Radio Engrs., N. Y., **23** (1935) 168.
49. W. Peters, Gewitterschutz von Großsendeanlagen, Elektr. Nachr.-Techn. **14** (1937), 24.
50. F. Banneitz, Taschenbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie, S. 412, J. Springer, Berlin 1927.
51. R. Guy, Notes on broadcast antenna developments, RCA-Rev., N. Y., **1** (1937), Nr. 4, 39.
52. Documents du Comité Consultatif International des Radio-communications, 3. Réunion Lisbonne 1934, Bd. 1, S. 1223, Bern 1935.

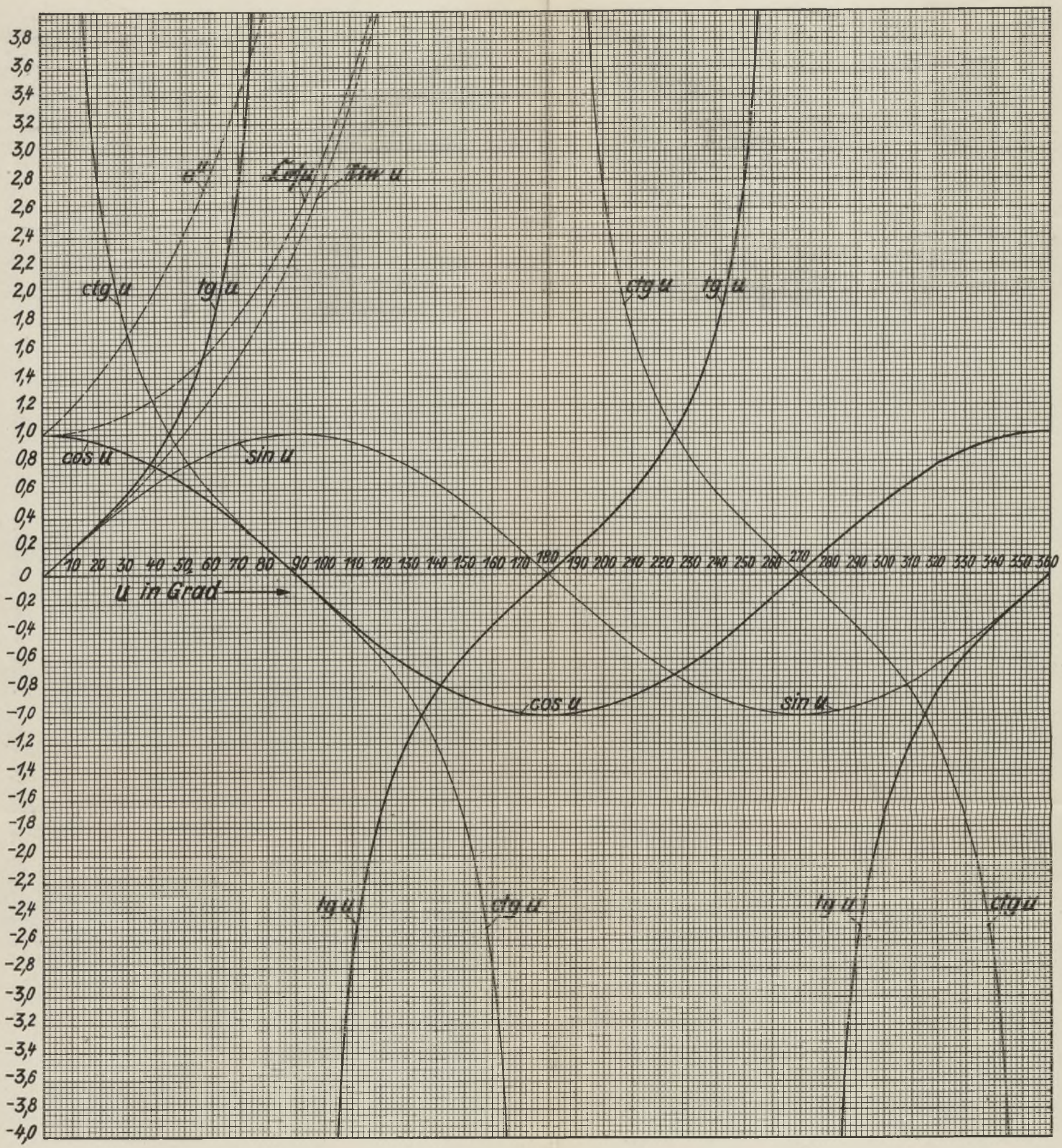
53. O. Böhm, Über die Ausbreitung der Rundfunkwellen, Telefunkenztg. 12 (1931), Nr. 57, 20.
54. H. von Hörschelmann, Wirkungsweise des geknickten Marconischen Senders, Jb. drahtl. Telegr. 5 (1911), 14.
55. E. Quäck, Zehn Jahre Transradio, Telefunkenztg. 12 (1931), Nr. 57, 7.
56. J. R. Poppele, F. W. Cunningham and A. W. Kishpaugh, Design and equipment of a fifty-kilowatt broadcast station for WOR, Proc. Inst. Radio Engrs., N. Y., 24 (1936), 1063.
57. W. Meyer, Der Großrundfunksender Wien, Telefunkenztg. 14 (1933), Nr. 64, 12.
58. F. Eppen und A. Gothe, Über die schwundvermindernde Antenne des Rundfunksenders Breslau, Elektr. Nachr.-Techn. 10 (1933), 173.
59. A. B. Chamberlain und W. B. Lodge, The broadcast antenna, Proc. Inst. Radio Engrs., N. Y., 24 (1936), 11.
60. A. Benesch, Radio towers for Illinois police, Engng. News Rec. (1937), 669.
61. E. Metzler, Ein freitragender Metallturm mit Spulenbelastung als Strahler für Wellen im Rundspruchbereich, Z. Hochfrequenztechn. 47 (1936), 154.
62. H. E. Gihring und G. H. Brown, General considerations of tower antennas for broadcast use, Proc. Inst. Radio Engrs., N. Y., 23 (1935), 311.
63. 7 years of broadcasting, Radio News, Januar 1938, S. 391.
64. M. Bäumler, K. Krüger, H. Plendl und W. Pfitzer, Strahlungsmessungen an Kurzwellen-Richtantennen der Großfunkstelle Nauen, Z. Hochfrequenztechn. 36 (1930), 1.
65. H. Faßbender, Hochfrequenztechnik in der Luftfahrt, S. 307, J. Springer, Berlin 1932.
66. H. Busignies, Verminderung des Nachtfehlers in Funkpeileinrichtungen für Flughäfen, Elektr. Nachr.-Wesen 16 (1938), 218.
67. H. Faßbender, Hochfrequenztechnik in der Luftfahrt, S. 323, J. Springer, Berlin 1932.
68. H. Faßbender, Hochfrequenztechnik in der Luftfahrt, S. 313, J. Springer, Berlin 1932.
69. K. Krüger und H. Plendl, Messung der Strahlungskennlinien von Kurzwellen-Richtantennen im Flugzeug, Telefunkenztg. 12 (1931), Nr. 59, 7.
70. F. Eppen und H. Scheibe, Versuche zur Messung der Raumstrahlung von Rundfunk-Sendeantennen, Z. Hochfrequenztechn. 47 (1936), 8.
71. H. Pauli, Dämpfungsmessungen mit ungedämpften elektrischen Schwingungen, Z. Phys. 5 (1921), 376.
72. Rein-Wirtz, Radiotelegraphisches Praktikum, S. 310, J. Springer, Berlin 1922.
73. B. van der Pol, Ausbreitung elektromagnetischer Wellen, Z. Hochfrequenztechn. 37 (1931), 152.
74. P. P. Eckerslay, T. L. Eckerslay und Kirke, Design of aerials for broadcast-stations, J. Instn. electr. Engrs., (1929), 388.
75. J. Zenneck und H. Rukop, Drahtlose Telegraphie, S. 45, F. Enke, Stuttgart 1925 (5. Aufl.).

Sachverzeichnis



Winkelmaß $\alpha\, l$ eines Leiters von der Länge l bei gegebener Wellenlänge λ.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig



Bei der Berechnung der Antenneneigenschaften auftretende Funktionen

Verlag von S. Hirzel in Leipzig